

# 24届人工智能数学基础期末考试题(回忆版)

tyh

2025 年 12 月 29 日

## 填空(40分)

- 1.(5分)  $f(z) = \ln(z+1)$   $z = x^T x$  求  $\frac{\partial f}{\partial x}$  (分子)
- 2.(5分) 求函数  $f(x)$   $R_n \rightarrow R$  的上镜图的定义
- 3.(5分)  $f(x)$  是凸函数  $g(x) = -f(-x)$  是否是凸函数
- 4.(10分) 求函数形如  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2$  的极小值点和最小值点(填写集合)(具体数值记不清楚,但是形式上是这样的)
- 5.(5分) 对下列表达式按照增长速率排序(n特别大)  
 $2^{\sqrt{\log(n)}}$   $n(\log(n))^3$   $n^{\log(n)}$   $n^{\sqrt{2}}$   $(\log n)^2$  (还剩余若干个,但是形式相似,难度无本质变化)(已经补全)
- 6.(5分) n 个样本  $x_1 - x_n$  他们独立同分布,均值为  $\mu$ ,方差为  $\sigma^2$  求n至少为多大时样本均值与真实均值的差值小于  $\epsilon$  的概率大于  $1 - \eta$
- 7.(5分)  $X \sim N(1, 2)$   $Y \sim N(2, 3)$  求协方差矩阵  $\text{Cov}(X+2Y, 2X-Y)$

## 大题(60分)

- 1.(10分) 求  $T(n)$ , 用  $\Theta$  表示
  - a)  $T(n) = T(n/2) + \log(n)$
  - b)  $T(n) = 2T(n/2) + \log(n)$
- 2.(10分) 给你一个有n个点m条边的无向图,马尔科夫链,无重边,无自环,对于一个节点v的度数为  $d_v$ ,一个东西,进行随机游走,其到他的相邻节点的概率相同,问其最后的稳态  $\pi(v)$  是多少。(好像还说了什么构成了个非周期的自返集什么的)
- 3.(10分) 优化经典作业题具体数记不住了

求解线性规划

minimize  $c^T x$

subject to  $Gx \leq h$

$Ax = b$

的对偶函数。给出对偶问题, 并将隐式等式约束显式表达。

类似这个, 这个会做那道题肯定会做

4.(10分)极度简单的贪心算法题, 你有1, 5, 10三个面值的纸币(数量极多), 你要用他交36元, 求问如何给才能用最少数值的纸币交完

令交的钱变成X, 给出求最小纸币个数的算法, 并证明其正确性

5.(20分) 给了个函数, 形如

$$f(x) = x_1^2 x_2 + 2x_1 x_2^2 + 4x_1 x_2 + x_1^2 + 8x_1 + x_2^2 - 6x_2 + 5$$

1) 求其在 $x=(1,1)$ 的梯度

2) 求其在 $x=(1,1)$ 的hession矩阵

3) 求其在 $x=(1,1)$ 的二阶泰勒展开

4) 要用牛顿法求最小值, 以 $x=(1,1)$ 作为起点, 请写出一部后所在的点。

本资料为回忆版, 因此难免有所错误, 且没有答案

本资料仅为师弟师妹复习提供参考, 请勿用于其他用途。

此处特别鸣谢myx,wsc对此资料回忆的贡献