

# 人工智能数学基础-作业 11 (总分:110)

2025 年 12 月 19 日

## 1 作业提交

作业文件命名为“自己姓名-学号-人工智能数学基础 11”。作业发送至助教邮箱并抄送至王老师邮箱。邮件的标题为：自己姓名-学号-人工智能数学基础 11

刘伯钰助教邮箱：liuboyu03@ruc.edu.cn

王老师邮箱：wang.zihe@ruc.edu.cn

作业提交的 Deadline 为 2025 年 12 月 25 日 22:00

## 2 作业内容

### 2.1 30 分

有  $m$  个小球，放入  $n$  个篮子里，用  $X_{m,n}$  表示有多少对球放在了相同的篮子，比如 4 个球放进了相同的篮子，那么计数为 6。

- 计算  $X_{m,n}$  的期望  $\mu_{m,n}$  和方差
- 证明

$$Pr[|X_{m,n} - \mu_{m,n}| \geq c\sqrt{\mu_{m,n}}] \leq 1/c^2$$

### 2.2 20 分

证明对于任意有限随机变量  $\lambda$ ，任意正常数  $\alpha$ ，以及任意正参数  $s$ ，

$$P(\lambda \geq \alpha) \leq e^{-s\alpha} E(e^{s\lambda});$$

$$P(\lambda \leq \alpha) \leq e^{s\alpha} E(e^{-s\lambda}).$$

### 2.3 10 分

要满足 1000 维单位半径球的体积有 99% 位于球表面厚度为  $\varepsilon$  的壳层内， $\varepsilon$  应为多大？

### 2.4 10 分

在立方体  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]^{100}$  内随机生成 30 个点，并绘制所有点对之间的距离以及从原点到这些点的向量之间的夹角。

**2.5 20 分**

根据课件内容，精确计算  $P(Earthquake|J = True, M = False)$

**2.6 20 分**

- 最想吐槽的是上课哪个方面？
- 老师解释的清楚程度，达到大模型的百分之多少？
- 有了大模型后，作业还会动手计算吗？
- 请出一道大模型不会回答或者打错的数学题目，并截图证明。