

24届人工智能数学基础期末考试题(回忆版)

tyh

2025 年 12 月 29 日

填空(40分)

- 1.(5分) $f(z) = \ln(z + 1)$ $z = x^T x$ 求 $\frac{\partial f}{\partial x}$ (分子)
- 2.(5分) 求函数 $f(x)R_n -> R$ 的上镜图的定义
- 3.(5分) $f(x)$ 是凸函数 $g(x) = -f(-x)$ 是否是凸函数
- 4.(10分) 求函数形如 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2$ 的极小值点和最小值点(填写集合)(具体数值记不清楚,但是形式上是这样的)
- 5.(5分) 对下列表达式按照增长速率排序(n特别大)
 $2^{\sqrt{\log(n)}} n(\log(n))^3 n^{\log(n)} n^{\sqrt{2}} (\log n)^2$ (还剩余若干个,但是形式相似,难度无本质变化)(已经补全)
- 6.(5分) n 个样本 $x_1 - x_n$ 他们独立同分布,均值为 μ ,方差为 σ^2 求 n 至少为多大时样本均值与真实均值的差值小于 ϵ 的概率大于 $1 - \eta$
- 7.(5分) $X \sim N(1, 2)$ $Y \sim N(2, 3)$ 求协方差矩阵 $\text{Cov}(X+2Y, 2X-Y)$

大题(60分)

- 1.(10分) 求 $T(n)$,用 Θ 表示
 - a) $T(n) = T(n/2) + \log(n)$
 - b) $T(n) = 2T(n/2) + \log(n)$
- 2.(10分) 给你一个有 n 个点 m 条边的无向图,马尔科夫链,无重边,无自环,对于一个节点 v 的度数为 d_v ,一个东西,进行随机游走,其到他的相邻节点的概率相同,问其最后的稳态 $\pi(v)$ 是多少。(好像还说了什么构成了个非周期的自返集什么的)
- 3.(10分) 优化经典作业题具体数记不住了

求解线性规划

$\text{minimize } c^T x$

$\text{subject to } Gx \leq h$

$Ax = b$

的对偶函数。给出对偶问题，并将隐式等式约束显式表达。

类似这个，这个会做那道题肯定会做

4.(10分) 极度简单的贪心算法题，你有1, 5, 10三个面值的纸币(数量极多)，你要用他交36元，求问如何给才能用最少个数的纸币交完

令交的钱变成X，给出求最小纸币个数的算法，并证明其正确性

5.(20分) 给了个函数，形如

$$f(x) = x_1^2 x_2 + 2x_1 x_2^2 + 4x_1 x_2 + x_1^2 + 8x_1 + x_2^2 - 6x_2 + 5$$

1) 求其在 $x=(1,1)$ 的梯度

2) 求其在 $x=(1,1)$ 的hessian矩阵

3) 求其在 $x=(1,1)$ 的二阶泰勒展开

4) 要用牛顿法求最小值，以 $x=(1,1)$ 作为起点，请写出一部后所在的点。

本资料为回忆版，因此难免有所错误，且没有答案

本资料仅为师弟师妹复习提供参考，请勿用于其他用途。

此处特别鸣谢myx,wsc对此资料回忆的贡献