

人工智能数学基础-作业 3(总分:90)

2025 年 9 月 29 日

1 作业书写

请同学们使用[Overleaf](#)进行作业的书写，有关 Overleaf 的使用教程可参考[Overleaf 指南:30 分钟 LaTeX 入门](#)

Overleaf 如何输入中文小贴士：点击 menu 后将 compiler 设置为 XeLaTeX，并将 document-class 项目修改为 documentclass{ctexart}，就可以使用中文输入了。

参考资料：[Latex 常用符号整理](#)

2 作业提交

作业文件命名为“自己姓名-学号-人工智能数学基础 3”。例：张三-2024000274-人工智能数学基础 3

作业发送至助教邮箱并抄送至王老师邮箱。邮件的标题为：自己姓名-学号-人工智能数学基础 2

刘伯钰助教邮箱：liuboyu03@ruc.edu.cn

王老师邮箱：wang.zihe@ruc.edu.cn

作业提交的 Deadline 为 2025 年 10 月 8 日 24:00

3 作业内容

3.1 10 分

计算两个向量 $(3, -4)^T, (7, -8)^T$ 组成的平行四边形面积。

3.2 20 分

设矩阵 $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 求：

- a) 矩阵 B 的行列式 $\det(B)$,
- b) 矩阵 B 的逆矩阵 B^{-1} ,

3.3 20 分

给定矩阵 $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 求占优特征值和特征向量: 初始向量选为自己学号的后 3 个数字组成的向量。

3.4 20 分

已知 $\xi = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 是矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & b & -2 \end{bmatrix}$$

的一个特征向量。

- (1) 确定参数 a, b 及 ξ 对应的特征值 λ ;
- (2) A 是否相似于对角矩阵? 说明理由。

3.5 20 分

- a) 将如下的 4×4 矩阵对角化
- b) 计算矩阵的 10 次幂。

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -9 & 6 & 12 \\ 0 & -1 & 4 & 6 \\ 2 & -11 & 8 & 16 \\ -1 & 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$