

人工智能数学基础-作业 9 (总分:90)

2025 年 12 月 5 日

1 作业提交

作业文件命名为“自己姓名-学号-人工智能数学基础 9”。作业发送至助教邮箱并抄送至王老师邮箱。邮件的标题为：自己姓名-学号-人工智能数学基础 9

刘伯钰助教邮箱：liuboyu03@ruc.edu.cn

王老师邮箱：wang.zihe@ruc.edu.cn

作业提交的 Deadline 为 2025 年 12 月 11 日 22:00

2 作业内容

2.1 10 分

判断 $\log n!$ 是否是 $\Theta(n \log n)$ 的，并给出理由。

2.2 10 分

假定 $f(x)$ 是 $O(g(x))$ 的。能否推断出 $2^{f(x)}$ 是 $O(2^{g(x)})$ 的？

2.3 20 分

设函数 f 满足递推关系 $f(n) = 2f(\sqrt{n}) + \log n$, 其中 n 是大于 1 的完全平方数且 $f(2) = 1$ 。

a) 求 $f(16)$

b) 求关于 $f(n)$ 的大 O 估计

2.4 20 分

一个序列 a_1, a_2, \dots, a_n 是单峰的，当且仅当有一个指数 $m (1 \leq m \leq n)$ ，使得 $a_i < a_{i+1}$ 当 $1 \leq i < m$ 和 $a_i > a_{i+1}$ 当 $m \leq i < n$ 。既该序列在 m 项前是严格递增的，之后是严格递减的， a_m 是序列的最大项。开发一个分治算法确定单峰序列的 m 值

2.5 程序排序 30 分

每一个程序的运行时间为 t_i , Deadline 时间为 d_i , 程序运行完成时间为 f_i 。

程序不能并行，在同一时刻只能运行一个程序。

所有程序最终都必须完成。

延迟 (lateness) = $f_i - d_i$ if $f_i \geq d_i$

目标: 最小化最大延迟 (minimize maximum lateness)

例子:

Time Deadline

2

2

3

4

2 | 3

Lateness 1

3 | 2

Lateness 3

问题:

a) 最小化下列四个程序的最大延迟 (10 分)

Time Deadline

2

6

3

4

4

5

5

12

b) 给出此问题的贪婪算法，并证明其最优。(20 分)