```
进制转化:
bin() oct() hex()
int('1100101010',2)
except EOFError:
import sys# 使用 sys.stdin.read() 读取所有输入
data = sys.stdin.read() # 读取整个输入流
print(data)
complex(a,b)
a+bj
float(input())
法一: f"{value:.nf}" #其中n是希望保留的小数位数
print(f"Percentage: {percentage:.2%}") # 输出: 85.00%
科学计数法:
print(f"Scientific notation: {large_number:.2e}") # 输出: 1.23e+06
格式化输出:
基本模板: f"字符串 {表达式} 字符串"
print(f"My name is {name} and I am {age} years old.")
三元运算符:
print(f"Adult status: {'Yes' if age >= 18 else 'No'}")
无空格输出: print(' '.join(map(str, minStep[i]))) #注意这里应该是字符串形式
保护圈: maze.append([-1] + [int(_) for _ in input().split()] + [-1])
1st.remove(114)
lst.pop(0)
# 创建字典
my_dict = {'name': 'Alice', 'age': 25, 'city': 'New York'}
d=[(1,2),(5,6),(7,'cgy')]
dict(d)
#通过键来搜索值
法一: print(my_dict['name']) # 输出: Alice
法二: print(my_dict.get('name')) # 输出: Alice
print(my_dict.get('address', 'Not Found')) # 输出: Not Found
#通过值来搜索键
找到所有的键:
法一: keys = [key for key, value in my_dict.items() if value == search_value]
法二: keys = list(filter(lambda key: my_dict[key] == search_value, my_dict))
找到第一个符合条件的键:
key = next((key for key, value in my_dict.items() if value == search_value),
None)
#添加或更新元素 (键值对):
my_dict['age'] = 26 # 更新
```

```
my_dict['country'] = 'USA' # 添加
#向字典中某一个键下添加元素:
my_dict = {'key1': [1, 2, 3], 'key2': [4, 5]}
my_dict['key1'].append(4)
#删除键值对
法一: del my_dict['city']
法二: age = my_dict.pop('age')
print(age) # 输出: 26
#遍历字典:
   # 遍历键
   for key in my_dict:
    # 删除 'city' 键值对
   # 遍历值
   for value in my_dict.values():
    print(value)
    # 遍历键值对
   for key, value in my_dict.items():
    print(f"{key}: {value}")
#字典推导式举例:
numbers = [1, 2, 3, 4, 5]
squared_dict = {n: n**2 for n in numbers}
print(squared_dict)
#字典排序:
sorted_dict = dict(sorted(my_dict.items(), key=lambda x: x[1], reverse=True))
# 创建集合
my_set = \{1, 2, 3, 4, 5\}
another_set = set([3, 4, 5, 6, 7])
#注意: set() 用来创建集合时,它接受一个可迭代对象(如列表、元组、字符串等),因而这里set() 会
从列表中提取元素并创建集合,而不能直接set(3, 4, 5, 6, 7),因为set()括号里只可以有一个参数,而
则不同。
# 添加元素
my_set.add(6)
# 删除元素 (不存在元素可抛出错误)
my_set.remove(2)
# 删除不存在的元素,不会抛出错误
my_set.discard(10)
lambda的使用:
基本模板: lambda arguments: expression #参数: 对参数进行的操作
sorted_dict = sorted(my_dict.items(), key=lambda x: x[1])
#按值升序排序,注意sorted得到的是一个列表!
#如果想要降序并转化为字典格式如下:
sorted_dict = dict(sorted(my_dict.items(), key=lambda x: x[1], reverse=True))
与map结合:
# 对列表中的每个元素进行平方操作
squared_numbers = list(map(lambda x: x ** 2, numbers))
```

```
(1)
sorted() 返回一个新的排序后的列表,原始的可迭代对象不被修改。可以作用于任何可迭代对象,
包括列表、元组、字典等。支持自定义排序规则(通过
key 参数)。用于需要保持原始数据不变的情况,
或需要排序结果为列表的场景。
如按长度排序: (字典中的用法见上一条)
words = ["banana", "apple", "pear", "cherry"]
sorted_words = sorted(words, key=len)
对列表中的数组按照数组的第一个数字排序:
sorted_dist=sorted(dist,key=lambda x:x[0])
.sort() 是 列表对象的方法, 只能对 列表 进行排序, 原地修改列表, 即 排序会直接修改原列表,
返回值为
None 。适用于不需要保留原列表的情况,或者希望节省内存的场景
alst=[10,20,30]
blst=[3,2,1]
zipped=sorted(list(zip(blst,alst)),key=lambda x:x[0])
blst,alst=zip(*zipped)
print(alst)
print(blst)
t=list(alst)
print(t)
#输出: (30, 20, 10) (1, 2, 3) [1,2,3]
从列表中删除元素

    法一: my_list = [1, 2, 3, 4, 2, 5]

my_list.remove(2) # 删除第一个 2
法二: my_list = [1, 2, 3, 4, 5]
removed_element = my_list.pop(2) # 删除索引为 2 的元素 (即 3)
ord()
       chr()
enumerate(lst,start=0)
for index,num in enumerate(lst)
3. 迪杰斯特拉算法(最短权值路径)
(1)最短权值路径(现有一个共n个顶点(代表城市)、m条边(代表道路)的无向图(假设顶点编号为从
0到n-1), 每条边有各自的边权, 代表两个城市之间的距离。求从s号城市出发到达t号城市的最短距
离。)
import heapq
def dijkstra(n, edges, s, t):
   graph = [[] for _ in range(n)]
   for u, v, w in edges:
      graph[u].append((v, w))
      graph[v].append((u, w))
   pq = [(0, s)] # (distance, node)
   visited = set()
   distances = [float('inf')] * n
   distances[s] = 0
   while pg:
      dist, node = heapq.heappop(pq)
      if node == t:
          return dist
      if node in visited:
```

```
continue
        visited.add(node)
        for neighbor, weight in graph[node]:
            if neighbor not in visited:
                new_dist = dist + weight
                if new_dist < distances[neighbor]:</pre>
                     distances[neighbor] = new_dist
                    heapq.heappush(pq, (new_dist, neighbor))
    return -1
 n, m, s, t = map(int, input().split())
 edges = [list(map(int, input().split())) for _ in range(m)]
 result = dijkstra(n, edges, s, t)
 print(result)
双dp: 土豪购物
def max_value(s):
    n=len(s)
    dp1=[0 for _ in range(n)]
    dp2=[0 for _ in range(n)]
    dp1[0]=s[0]
    dp2[0]=s[0]
    for i in range(1,n):
        dp1[i]=max(dp1[i-1]+s[i],s[i])#不放回
        dp2[i]=max(dp2[i-1]+s[i],dp1[i-1],s[i])#放回之前某个,放回现在也就是第i个,从现
在开始取
    return max(max(dp1),max(dp2))
 s=list(map(int,input().split(',')))
max_num=max_value(s)
print(max_num)
类似思路:最大摆动子序列
def max_len(n,nums):
 if n==1:
 return 1
 else:
 up=1
 down=1
 for i in range(1,n):
 if nums[i]>nums[i-1]:
 up=down+1
 elif nums[i]<nums[i-1]:</pre>
 down=up+1
 return max(up,down)
 n=int(input())
 nums=list(map(int,input().split()))
 print(max_len(n,nums))
小偷背包: 01背包
n,b=map(int,input().split())
nedan=list(map(int,input().split()))
weight=list(map(int,input().split()))
dp=[[0 \text{ for } \_ \text{ in } range(b+1)] \text{ for } \_ \text{ in } range(n+1)]
for i in range(n+1):
    for j in range(b+1):
        if weight[i-1]<=j:</pre>
            dp[i][j]=max(dp[i-1][j],dp[i-1][j-weight[i-1]]+nedan[i-1])
```

```
print(dp[n][b])
完全背包:
def complete_knapsack(n, C, weights, values):
    # 初始化 dp 数组, dp[j] 表示容量为 j 时的最大价值
   dp = [0] * (C + 1)
    for i in range(n):
        for j in range(weights[i], C + 1):
           dp[j] = max(dp[j], dp[j - weights[i]] + values[i])
    return dp[C]
# 示例
n = 3
C = 10
weights = [2, 3, 5]
values = [1, 2, 3]
max_value = complete_knapsack(n, C, weights, values)
print(max_value) # 输出: 8
欧拉筛
# 返回小于r的素数列表
def oula(r):
   # 全部初始化为0
   prime = [0 \text{ for i in range}(r+1)]
   # 存放素数
   common = []
    for i in range(2, r+1):
       if prime[i] == 0:
           common.append(i)
        for j in common:
           if i*j > r:
               break
           prime[i*j] = 1
            #将重复筛选剔除
           if i % j == 0:
               break
    return common
prime = oula(20000)
print(prime)
def oula(a):
    zhishu=[]
    zhishu1=[True]*(a+1)
    for i in range(2,a+1):
       if zhishu1[i]:
           zhishu.append(i)
       for h in zhishu:
            if h*i<=a:
               zhishu1[h*i]=False
    zhishu=set(zhishu)
    return zhishu
import heapq
```

```
heapq.heapify(1st)
heapq.heappush(1st,114)
x=heapq.heappop(1st)
最小元素: 1st[0]
双端队列
from collections import deque
pq=deque([(x0,y0)])
3. bisect:用于在已排序的列表中找到插入点,或者对列表进行插入操作,同时保持列表的顺序。常见的应用
括二分查找(binary search)、在排序列表中插入元素等。
1.bisect_left(arr, x):(bisect_right(arr, x)同理)
返回一个索引,该索引是列表 arr 中插入元素 x 的位置,并且会确保 x 插入后,列表仍然保持升序排列。
如果 x 已经存在于列表中,则返回左边的插入位置(即 x 的第一个位置)。
import bisect
arr = [1, 3, 4, 10, 12]
index = bisect.bisect_left(arr, 5)
print(index) # 输出 3, 因为 5 应该插入在 10 之前, 索引 3
2.insort(arr, x): (insort_left(arr,x) 保持升序, 若x已经存在, 插入左边,
insort_right(arr,x)同理)
将元素 x 插入到列表 arr 中,并保持列表的顺序。
等效于使用 bisect_right 找到插入位置,然后插入元素。
import bisect
arr = [1, 3, 4, 10, 12]
bisect.insort(arr, 5) # 将 5 插入到正确的位置
print(arr) # 输出 [1, 3, 4, 5, 10, 12]
二分查找实现:
import bisect
arr = [1, 3, 4, 10, 12]
x = 4
pos = bisect.bisect_left(arr, x)
if pos < len(arr) and arr[pos] == x:
print(f"元素 {x} 存在于列表中,位置为 {pos}")
print(f"元素 {x} 不在列表中")
区间查找:
import bisect
intervals = [1, 5, 10, 15, 20] # 代表的区间为 [1, 5), [5, 10), [10, 15), [15, 20)
index = bisect.bisect_right(intervals, value)
print(f"数值 {value} 在区间 {intervals[index-1]} 和 {intervals[index]} 之间")
import itertools
a = [1, 2, 3]
p=itertools.permutations(a, 2)
for pp in p:
   print(pp)
#输出: (1, 2)(1, 3)(2, 1)(2, 3)(3, 1)(3, 2)
```

下表中变量 a 为 60, b 为 13二进制格式如下:

运算 符	描述	实例
&	按位与运算符:参与运算的两个值,如果两个相应位都为1,则该位的结果为1,否则为0	(a & b) 输出结果 12 ,二进制解释: 0000 1100
1	按位或运算符:只要对应的二个二进位有一个为1时,结果位就为1。	(a b) 输出结果 61 ,二进制解释: 0011 1101
۸	按位异或运算符: 当两对应的二进位相异时, 结果为1	(a ^ b) 输出结果 49 ,二进制解释: 0011 0001
~	按位取反运算符: 对数据的每个二进制位取反,即把1变为0,把0变为1。 ~x 类似于 -x-1	(~a)输出结果-61,二进制解释: 1100 0011,在一个有符号二进制数的补码形式。
<<	左移动运算符:运算数的各二进位全部左移若干位,由"<<"右边的数指定移动的位数,高位丢弃,低位补0。	a << 2 输出结果 240 ,二进制解释: 1111 0000
>>	右移动运算符:把">>"左边的运算数的各二进位全部右移若干位,">>"右边的数指定移动的位数	a >> 2 输出结果 15 ,二进制解释: 0000 1111

函数	返回值(描述)
abs(x)	返回数字的绝对值,如abs(-10) 返回 10
ceil(x)	返回数字的上入整数,如math.ceil(4.1) 返回 5
cmp(x, y)	如果 x < y 返回 -1, 如果 x == y 返回 0, 如果 x > y 返回 1。 Python 3 已废弃,使用 (x>y)-(x <y) td="" 替换。<=""></y)>
exp(x)	返回e的x次幂(e ^x),如math.exp(1) 返回2.718281828459045
fabs(x)	以浮点数形式返回数字的绝对值,如math.fabs(-10) 返回10.0
floor(x)	返回数字的下舍整数,如math.floor(4.9)返回 4
log(x)	如math.log(math.e)返回1.0,math.log(100,10)返回2.0
log10(x)	返回以10为基数的x的对数,如math.log10(100)返回 2.0
max(x1, x2,)	返回给定参数的最大值,参数可以为序列。
min(x1, x2,)	返回给定参数的最小值,参数可以为序列。
modf(x)	返回x的整数部分与小数部分,两部分的数值符号与x相同,整数部分以浮点型表示。
pow(x, y)	x**y 运算后的值。
round(x [,n])	返回浮点数 x 的四舍五入值,如给出 n 值,则代表舍入到小数点后的位数。 其实准确的说是保留值将保留到离上一位更近的一端。
sqrt(x)	返回数字x的平方根。

三角函数

Python包括以下三角函数:

函数	描述
acos(x)	返回x的反余弦弧度值。
asin(x)	返回x的反正弦弧度值。
atan(x)	返回x的反正切弧度值。
atan2(y, x)	返回给定的 X 及 Y 坐标值的反正切值。
cos(x)	返回x的弧度的余弦值。
hypot(x, y)	返回欧几里德范数 sqrt(x*x + y*y)。
sin(x)	返回的x弧度的正弦值。
tan(x)	返回x弧度的正切值。
degrees(x)	将弧度转换为角度,如degrees(math.pi/2) , 返回90.0
radians(x)	将角度转换为弧度

```
import time

for i in range(101):
    print("\r{:3}%".format(i),end=' ')
    time.sleep(0.05)

>>> list=[1,2,3,4]
>>> it = iter(list) # 创建迭代器对象
>>> print (next(it)) # 输出迭代器的下一个元素

1

>>> print (next(it))

2

>>>

from functools import lru_cache
@lru_cache(maxsize=128)

#### 日期与时间
import calendar, datetime print(calendar.isleap(2020)) # 输出: True
print(datetime.datetime(2023, 10, 5).weekday()) # 输出: 3 (星期四)
```

背包问题(Knapsack Problem)是组合优化中的经典问题,通常的目的是从若干个物品中选择一些物品装入背包,使得背包中物品的总价值最大,且物品的总重量不超过背包的承重限制。

背包问题的变种主要有以下几种: 0-1背包、完全背包、多重背包, 及其二进制优化。

1. 0-1背包问题

定义: 在0-1背包问题中,给定n个物品和一个容量为C的背包。每个物品有一个重量和价值。每个物品只能选择放入背包或不放入背包,不能部分放入或重复放入。

状态转移方程: 设dp[i][j]表示前i个物品放入容量为j的背包所能获得的最大价值。状态转移方程为:

dp[i][j] = dp[i-1][j]: 不选择第i个物品。

```
dp[i][j] = max(dp[i][j], dp[i-1][j-w[i]] + v[i]): 选择第i个物品。
代码实现:
python
复制代码
def knapsack_01(n, C, weights, values):
   dp = [0] * (C + 1)
   for i in range(n):
      for j in range(C, weights[i] - 1, -1): # 从后往前遍历, 避免重复选择
         dp[j] = max(dp[j], dp[j - weights[i]] + values[i])
   return dp[C]
2. 完全背包问题
定义: 在完全背包问题中,给定n个物品和一个容量为C的背包。每个物品有一个重量和价值,并且每个物品可
以选择无限个。
状态转移方程: 设dp[i][j]表示前i个物品放入容量为j的背包所能获得的最大价值。状态转移方程为:
dp[i][j] = dp[i-1][j]: 不选择第i个物品。
dp[i][j] = max(dp[i][j], dp[i][j-w[i]] + v[i]): 选择第i个物品。
与0-1背包的区别在于,完全背包问题允许物品多次选择,因此状态转移时内层循环应从前向后遍历。
代码实现:
python
复制代码
def knapsack_complete(n, C, weights, values):
   dp = [0] * (C + 1)
   for i in range(n):
      for j in range(weights[i], C + 1): # 完全背包,从前往后遍历
         dp[j] = max(dp[j], dp[j - weights[i]] + values[i])
   return dp[C]
3. 多重背包问题
定义: 多重背包问题是完全背包问题的一种扩展。每种物品有一个数量限制,物品的数量不能超过指定的最大
数量。
状态转移方程: 设dp[i][j]表示前i种物品放入容量为j的背包所能获得的最大价值。多重背包问题的转移方
式稍有变化, 我们需要考虑每种物品的数量限制。
通常,可以使用"二进制分解"方法来简化多重背包问题,将问题转化为多个0-1背包问题的组合。
代码实现(分解法):
python
复制代码
def knapsack_multiple(n, C, weights, values, counts):
   dp = [0] * (C + 1)
   for i in range(n):
      # 物品i最多能使用counts[i]次
      for k in range(1, counts[i] + 1):
         for j in range(C, weights[i] * k - 1, -1):
             dp[j] = max(dp[j], dp[j - weights[i] * k] + values[i] * k)
   return dp[C]
4. 二进制优化(优化多重背包)
定义: 对于多重背包问题,我们可以通过"二进制优化"将其转化为多个0-1背包问题。二进制优化方法的核心
思想是将每种物品的数量限制分解为若干个数量为2^k的子问题,这样可以减少状态转移的次数。
```

```
二进制优化思想:
将每个物品的数量count[i]分解为若干个2^k个物品。
例如,如果某种物品有3个,我们可以把它分解为1 + 2个物品,并分别处理这些"新物品"。
这种分解方法保证了每次只需要考虑"0个、1个、2个、4个....."物品,而不需要考虑所有物品数量的组合。
代码实现(分解法):
python
复制代码
def knapsack_binary(n, C, weights, values, counts):
   dp = \lceil 0 \rceil * (C + 1)
   for i in range(n):
      k = 1
      while k <= counts[i]: # 二进制分解
          for j in range(C, weights[i] * k - 1, -1):
             dp[j] = max(dp[j], dp[j - weights[i] * k] + values[i] * k)
          counts[i] -= k
          k = 2
      # 处理剩余部分
      if counts[i] > 0:
          for j in range(C, weights[i] * counts[i] - 1, -1):
             dp[j] = max(dp[j], dp[j - weights[i] * counts[i]] + values[i] *
counts[i])
   return dp[C]
总结
0-1背包:每个物品只能选择一次。
完全背包:每个物品可以选择任意次数,物品的选择没有限制。
多重背包:每个物品的选择次数有限制,通常通过"二进制优化"将其转化为多个0-1背包问题。
二进制优化:通过将物品的数量限制分解成二进制数次方的形式,从而优化多重背包问题。
```

描述

给定一组n种不同面额的硬币,以及要支付的总金额

计算并返回可以凑成总金额所需的 **最少的硬币个数**。如果没有任何一种硬币组合能组成总金额,返回-1。

你可以认为每种硬币的数量是无限的。

输入

输入为两行

第一行为两个整数n($1 \le n \le 100$),m($0 \le m \le 10^6$),其中n表示硬币的种类数,m表示要凑的总金额

第二行为n个整数,表示硬币的面值,所有硬币面值均小于m

输出

可以凑成总金额所需的最少的硬币个数。如果没有任何一种硬币组合能组成总金额,则输出-1。

```
n,m=map(int,input().split())
mianzhilist=list(map(int,input().split()))
dp=[float("inf") for _ in range(m+1)]
dp[0]=0
for i in range(0,m+1):
    for j in range(0,n):
        if i>=mianzhilist[j]:
            dp[i]=min(dp[i],dp[i-mianzhilist[j]]+1)
if dp[m]==float("inf"):
    print(-1)
else:
    print(dp[m])
```

```
#迪杰斯特拉伪代码
import heapq
def dijkstra(graph, start):
   # 初始化
   n = len(graph) # 顶点个数
   dist = [float('inf')] * n # 最短路径数组,初始为无穷大
   dist[start] = 0 # 起点到自身的距离为0
   visited = [False] * n # 记录顶点是否被访问
   pq = [(0, start)] # 优先队列,存储(距离, 顶点)
   while pq:
       current_dist, u = heapq.heappop(pq)
       if visited[u]:
           continue # 如果当前顶点已被访问,跳过
       visited[u] = True # 标记当前顶点为已访问
       # 松弛操作
       for v, weight in graph[u]:
           if not visited[v] and current_dist + weight < dist[v]:</pre>
              dist[v] = current_dist + weight
              heapq.heappush(pq, (dist[v], v))
   return dist
```

```
print("Graph contains a negative-weight cycle")
           return None
    return dist
# 图的边表示为 (起点,终点,权重)
graph = \Gamma
   (0, 1, 1),
   (1, 2, 3),
   (0, 2, 4),
   (2, 3, 2),
   (3, 1, -6)
V = 4 # 顶点数量
start = 0 # 源点
distances = bellman_ford(graph, start, V)
if distances:
    print("Vertex Distances from Source:", distances)
#输出: Graph contains a negative-weight cycle
```

Floyd-Warshall算法基于动态规划的思想:

- 如果顶点 k 是路径 (i → j) 的中间顶点之一,那么最短路径要么不经过 k,要么经过 k。
- 使用一个二维数组 dist[i][j] 来存储顶点 i 到顶点 j 的最短路径距离。
- 对每个中间顶点 k, 更新所有顶点对 (i, j) 的最短路径, 判断是否经过 k 会使路径更短。

状态转移方程:

 $dist[i][j]=min(dist[i][j],dist[i][k]+dist[k][j])dist[i][j] = \\ \\ min(dist[i][j],dist[i][k]+dist[k][j])dist[i][j] = \\ \\ min(dist[i][j],dist[i][k]+dist[k][j])$

- dist[i][j]:表示从顶点 i 到顶点 j 的当前最短路径。
- dist[i][k] + dist[k][j]: 表示从顶点 i 到 j 经过 k 顶点的路径长度。
- 取两者的较小值,更新最短路径。

初始化:

- 如果存在边 i → j , 设置 dist[i][j] 为该边的权重。
- 如果 i == j, 设置 dist[i][j] = 0。
- 如果不存在边 i → j , 设置 dist[i][j] = ∞。

动态规划:

- 对每个顶点 k,将其作为中间节点,遍历所有的顶点对 (i, j)。
- 如果经过 k 可以缩短 i → j 的路径,则更新 dist[i][j]。

检测负权环:

• 如果存在 dist[i][i] < 0, 说明图中存在**负权环**。

输出结果:

- 如果没有负权环,输出所有顶点对之间的最短路径。
- 如果有负权环,报告存在负权环。

```
def floyd_warshall(graph):
   V = len(graph) # 顶点数量
    dist = [[float('inf')] * V for _ in range(V)]
    # 初始化距离矩阵
    for i in range(V):
       for j in range(V):
           if i == j:
               dist[i][j] = 0 # 自己到自己的距离为0
           elif graph[i][j] != 0:
               dist[i][j] = graph[i][j] # 存在边则设为权重
    # 动态规划核心
    for k in range(V):
       for i in range(V):
           for j in range(V):
               if dist[i][j] > dist[i][k] + dist[k][j]:
                   dist[i][j] = dist[i][k] + dist[k][j]
    # 检测负权环
    for i in range(V):
       if dist[i][i] < 0:</pre>
           print("Graph contains a negative-weight cycle")
           return None
    return dist
graph = [
    [0, 3, float('inf')],
    [float('inf'), 0, 1],
    [-2, float('inf'), 0]
]
distances = floyd_warshall(graph)
if distances:
    for row in distances:
       print(row)
输出:
[0, 3, 4]
[float('inf'), 0, 1]
[-2, 1, 0]
```