Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

**Отчёт по расчетному заданию №4**

Дисциплина: Системный анализ и принятие решений

Выполнил студент гр. 5130901/10xxx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.О. Фамилия

(подпись)

Принял преподаватель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.О. Фамилия

(подпись)

“ ” 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

**Задание**

{{mainfunction}}

**Условная оптимизация**

1. Метод Лагранжа
2. Метод Била
3. Метод проекции градиента
4. Метод возможных направлений
5. Метод штрафных функций
6. Метод барьерных функций
7. Метод Франка-Вульфа

**Ограничения**

1.

{{lim5}}

2.

{{lim1}}

{{lim2}}

{{lim3}}

{{lim4}}

3.

{{lim6}}

{{lim7}}

**Решение**

**Условия оптимальности**

Необходимые условия оптимальности (условие Куна-Таккера) будет выглядеть как

Для ограничений

{{lim1}}

{{lim2}}

{{lim3}}

{{lim4}}

В точке будет выглядеть как

**{{linear\_limits\_kun\_takker}}**

Для ограничений:

{{lim6}}

{{lim7}}

В точке выглядят как

**{{quadratic\_limits\_kun\_takker}}**

**Метод неопределенных множителей Лагранжа**

Строим функцию Лагранжа

{{mainfunction}}{{lim5\_expr}}

Формируем условие Куна-Таккера

{{lagrange\_eq1}}

{{lagrange\_eq2}}

{{lagrange\_eq3}}

Получаем стационарную точку:

{{lagrange\_u}}

{{lagrange\_X}}

Введем в рассмотрение матрицу Гессе

{{lagrange\_gesse}}

{{lagrange\_det}}

Матрица Гессе отрицательно определена, значит стационарная точка является точкой локального максимума

**Ответ:** **{{lagrange\_X}}, {{lagrange\_f}}**

**Метод Била**

Приведем ограничения к канонической форме:

{{lim1\_canonical}}

{{lim2\_canonical}}

{{bill\_tables}}

{{bill\_pic}}

**Ответ:** {{bill\_X}}, {{bill\_f}}

**Метод проекции градиента**

Представим задачу в виде

{{gp\_A0}}{{gp\_b}}

{{grad}}

{{gesse}}

{{gp\_steps}}

{{gp\_pic}}

**Ответ:** {{gp\_X}}, {{gp\_f}}

**Метод возможных направлений**

Из ограничения

{{lim6}}

{{lim7}}

Найдем точку с активными ограничениями:

{{pd\_start\_solution}}

На каждом шаге метода решается задача линейного программирования

где множество активных ограничений

Если же в текущей точке нет активных ограничений, то направление находим из решения задачи безусловной оптимизации методом Ньютона (прочерки в таблице)

{{pd\_table}}

**{{pd\_pic}}**

**Ответ:** {{pd\_X}}**, {{pd\_f}}**

**Метод штрафных функций**

Штрафная функция формируется следующим образом

Т.к. используем только ограничения-неравенства, то функция сводится к

Где функция

Тогда

{{pf\_equation}}

Условие останова:

{{pf\_table}}

**{{pf\_pic}}**

**Ответ:** {{pf\_X}}, {{pf\_f}}

**Метод барьерных функций**

Барьерная функция формируется следующим образом

Где функция

Тогда

{{bf\_equation}}

Условие останова:

{{bf\_table}}

**{{bf\_pic}}**

**Ответ:** {{bf\_X}}, {{bf\_f}}

**Метод Франка-Вульфа**

Исходная задача:

{{fw\_p}}{{fw\_b}}{{fw\_H}}{{fw\_A}}

Введем векторы:

Тогда минимизируемая целевая функция:

Система ограничений:

{{fw\_AEOO\_HOEAT}}{{fw\_bp}}

Избавимся от минусов в столбце b, умножив строчки на -1:

{{fw\_AEOO\_HOEAT\_minus}}{{fw\_bp\_minus}}

Добавим столбцы и, чтобы дополнить единичную матрицу:

{{fw\_kk\_AEOO\_HOEAT}}

Решим вспомогательную задачу

{{fw\_kk\_tables}}

Избавимся от столбцов и и пересчитаем значение функции. Теперь проводим минимизиацию функции :

{{fw\_tables}}

Значение функции равно нулю, значит найдено оптимальное решение

**{{fw\_pic}}**

**Ответ: {{fw\_X}}, {{fw\_f}}**