DTU

Uge 12 | Elektromagnetisme

Generatorer og Elektromotorer

Join the Vevox session

Go to **vevox.app**

Enter the session ID: **178-376-516**

Or scan the QR code

Hvad lærte jeg sidst?

Magnetisk flux

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}A$$

Størrelsen af den inducerede elektromotoriske kraft (emf) fra varierende magnetisk flux (Faradays lov)

$$\varepsilon = -N \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

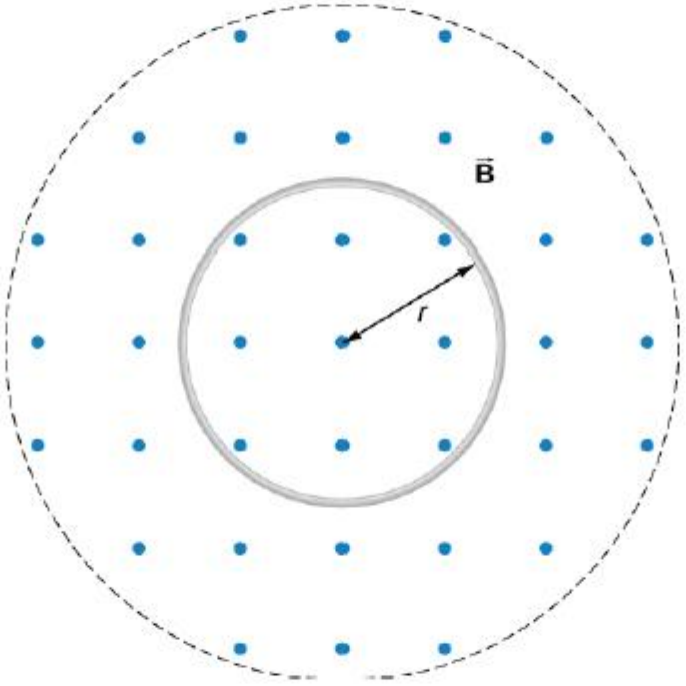
Den tilsvarende inducerede elektriske strøm kan findes fra Ohms lov

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

Retningen af strømmen fra Lenz's lov: *Den inducerede strøm vil danne et magnetfelt, der modsætter sig ændringen i det eksterne magnetfelt*

Lenz’s lov

Retningen af strømmen fra Lenz’s lov: *Den inducerede strøm vil danne et magnetfelt, der modsætter sig ændringen i det eksterne magnetfelt*



		$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	
		$\otimes$	$\odot$
$\vec{B}$	$\otimes$	↺	↻
	$\odot$	↺	↻

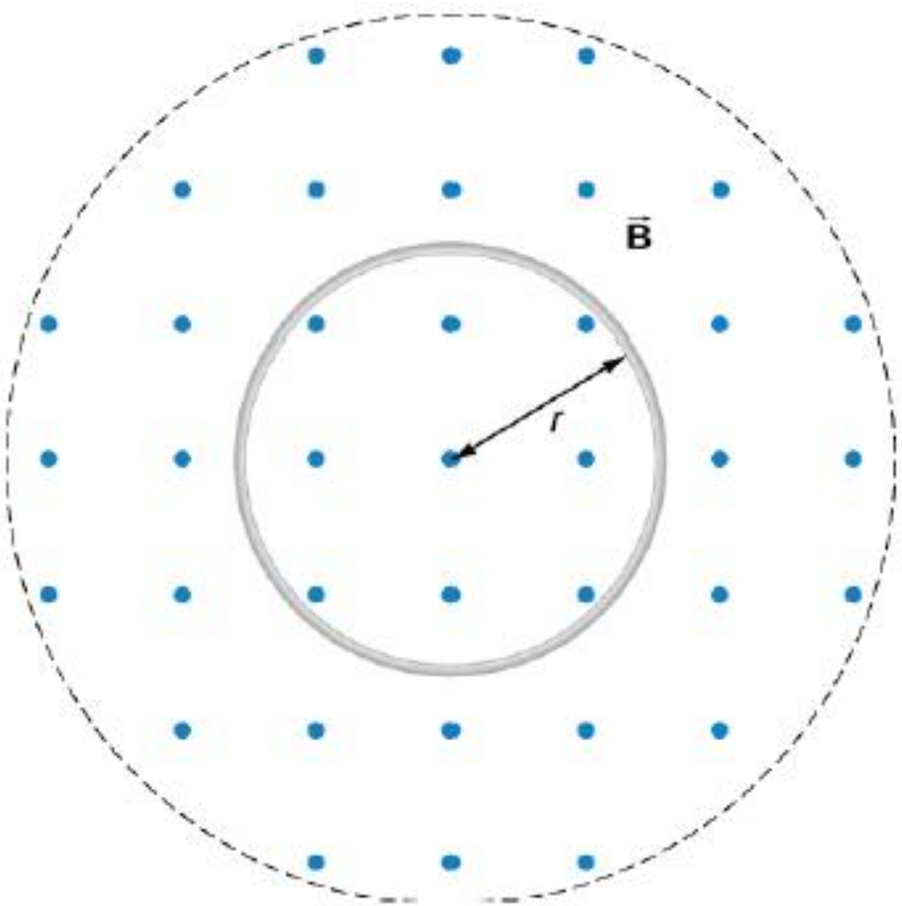
Join at: **vevox.app**

ID: **178-376-516**

Question slide

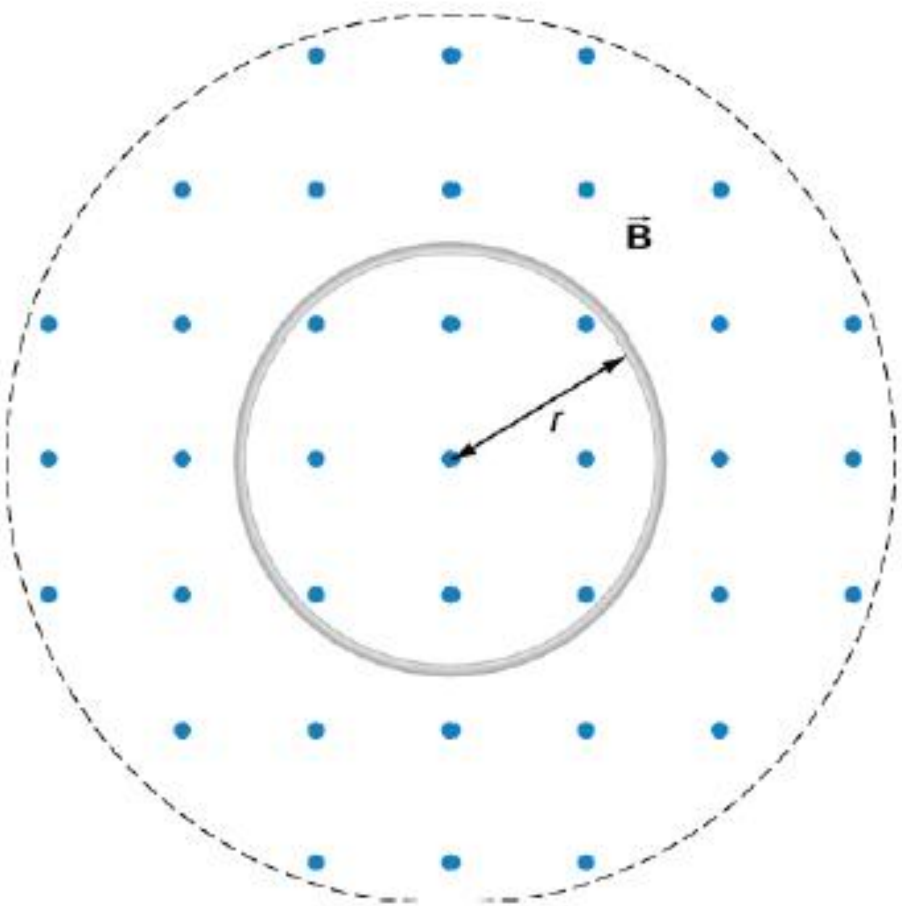
I hvilken retning løber den inducerede strøm, hvis magnetfeltstyrken i det ydre magnetfelt vokser?

Svar	
Med uret	0%
Mod uret	0%
Retningen kan ikke bestemmes ud fra de givne oplysninger	0%
Der induceres ingen strøm	0%



I hvilken retning løber den inducerede strøm, hvis magnetfeltstyrken i det ydre magnetfelt vokser?

Med uret	0%
Mod uret	0%
Retningen kan ikke bestemmes ud fra de givne oplysninger	0%
Der induceres ingen strøm	0%



Hvad skal jeg lære i dag?

- Beregne det inducerede elektriske felt fra en tidsvarierende magnetisk flux
- Kende de tre måder hvorpå den magnetiske flux kan ændres og regne på, hvordan dette anvendes i en generator
- Udregne kraftmomentet på et magnetisk dipol moment og forstå, hvordan dette i praksis kan anvendes i elektromotorer

Induceret elektrisk felt

Vi lærte i elektrostatik at det elektriske felt er konservativt

$$\vec{E} = -\nabla V$$

eller på integralform

$$\oint_{\text{loop}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Dette gælder dog kun for elektrostatik, hvor der ikke er et varierende magnetfelt $\frac{d\vec{B}}{dt} = 0$

Induceret elektrisk felt

Når vi har et varierende magnetfelt, $\frac{d\vec{B}}{dt} \neq 0$, gælder

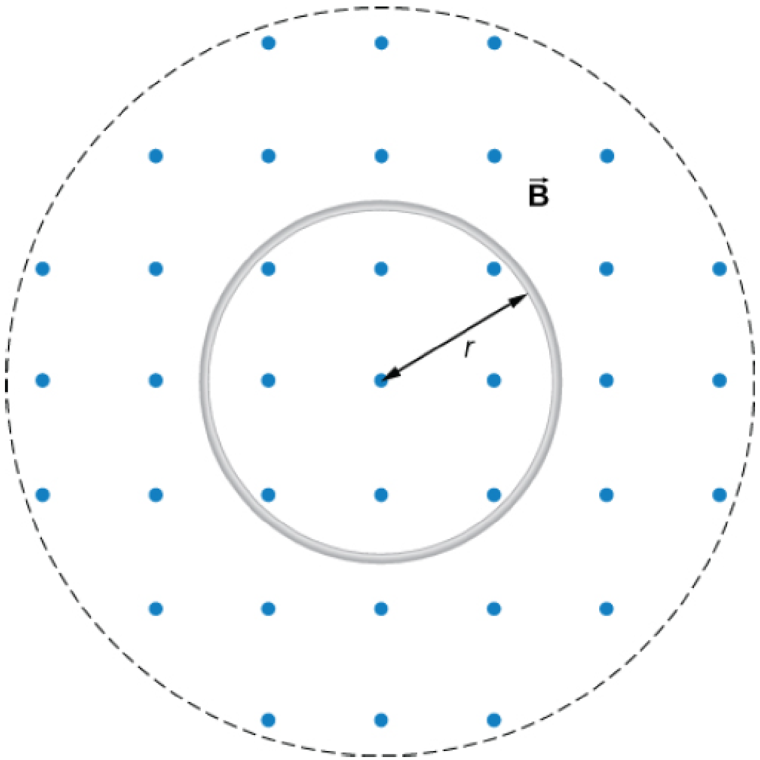
$$\oint_{\text{loop}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varepsilon$$

og derfor

$$\oint_{\text{loop}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

Induceret elektrisk felt

A magnetic field $\vec{\mathbf{B}}$ is directed outward perpendicular to the plane of a circular coil of radius $r = 0.50$ m (Figure 13.9). The field is cylindrically symmetrical with respect to the center of the coil, and its magnitude decays exponentially according to $B = (1.5T)e^{-(5.0\text{s}^{-1})t}$, where B is in teslas and t is in seconds. (a) Calculate the emf induced in the coil at the times $t_1 = 0$, $t_2 = 5.0 \times 10^{-2}$ s, and $t_3 = 1.0$ s. (b) Determine the current in the coil at these three times if its resistance is 10 Ω.



Induceret elektrisk felt

Solution

The induced electric field in the coil is constant in magnitude over the cylindrical surface, similar to how Ampere's law problems with cylinders are solved. Since $\vec{\mathbf{E}}$ is tangent to the coil,

When combined with Equation 13.12, this gives

$$E = \frac{\varepsilon}{2\pi r}.$$

The direction of ε is counterclockwise, and $\vec{\mathbf{E}}$ circulates in the same direction around the coil. The values of E are

$$E(t_1) = \frac{6.0\ \text{V}}{2\pi\ (0.50\ \text{m})} = 1.9\ \text{V/m};$$
$$E(t_2) = \frac{4.7\ \text{V}}{2\pi\ (0.50\ \text{m})} = 1.5\ \text{V/m};$$
$$E(t_3) = \frac{0.040\ \text{V}}{2\pi\ (0.50\ \text{m})} = 0.013\ \text{V/m}.$$

Hvordan kan vi ændre den magnetiske flux?

Ændre antallet af vindinger N spolen
0%

Ændre magnetfeltstyrken
0%

Ændre vinklen mellem spolen og magnetfeltet
0%

Ændre spolens areal
0%

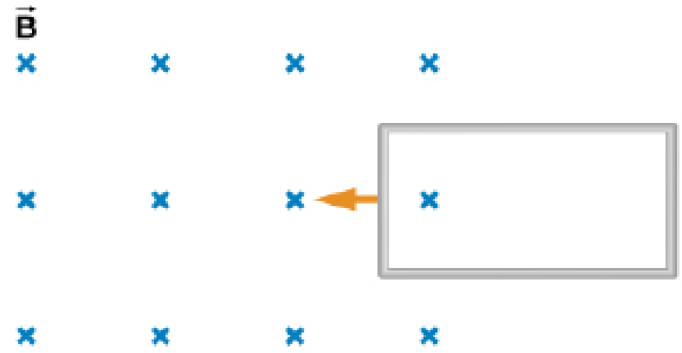
Hvordan kan vi ændre den magnetiske flux?

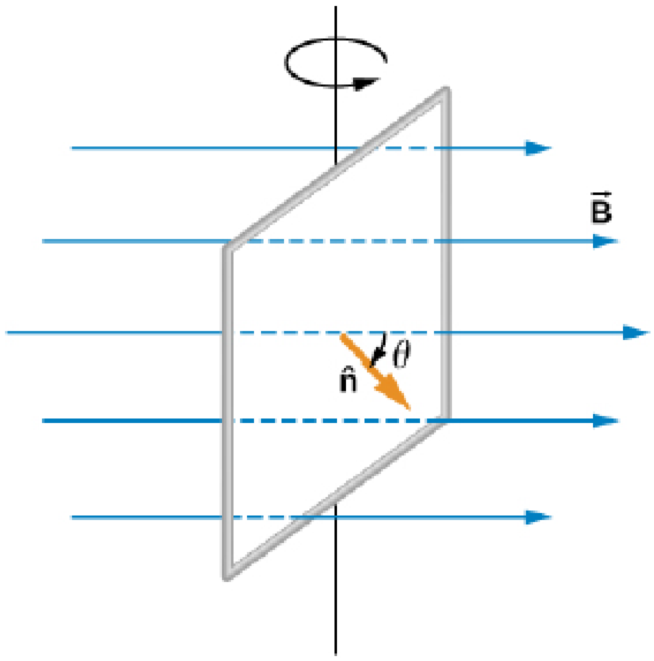
Ændre antallet af vindinger N spolen	0%
Ændre magnetfeltstyrken	0%
Ændre vinklen mellem spolen og magnetfeltet	0%
Ændre spolens areal	0%

Hvordan kan vi ændre den magnetiske flux?

Magnetisk flux

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}A = \int B \cos\theta \, \mathrm{d}A$$





Fluxændring ved ændret areal

Trækkes en ledning med længden l I en elektrisk kreds med varierende areal $A = xl$ på tværs af et magnetfelt er den magnetiske flux givet ved

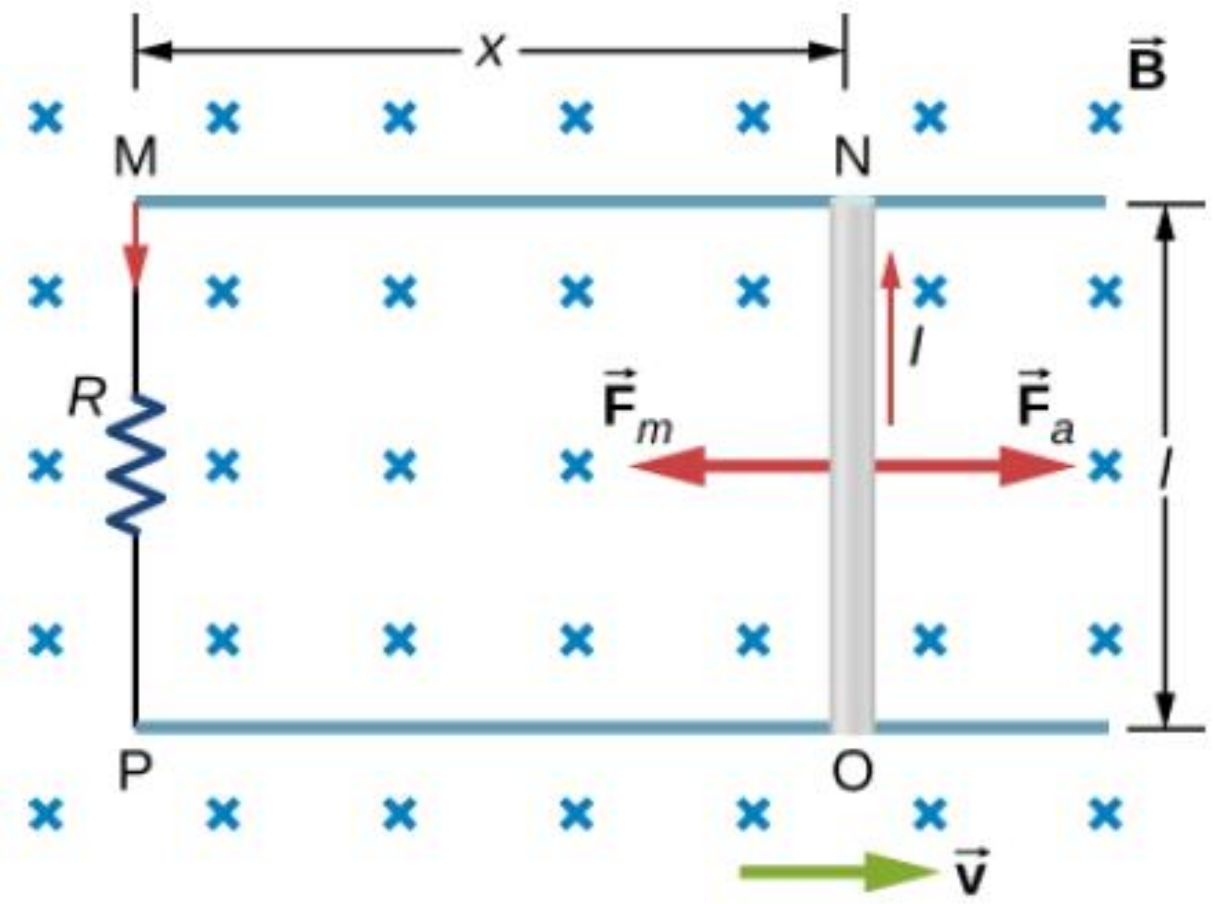
$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n}\, \mathrm{d}A = BA = Bxl$$

og tidsvariationen, og derved den elektromotoriske kraft

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = Blv$$

og ved Ohms lov den inducerede strøm

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$$



Fluxændring ved ændret areal

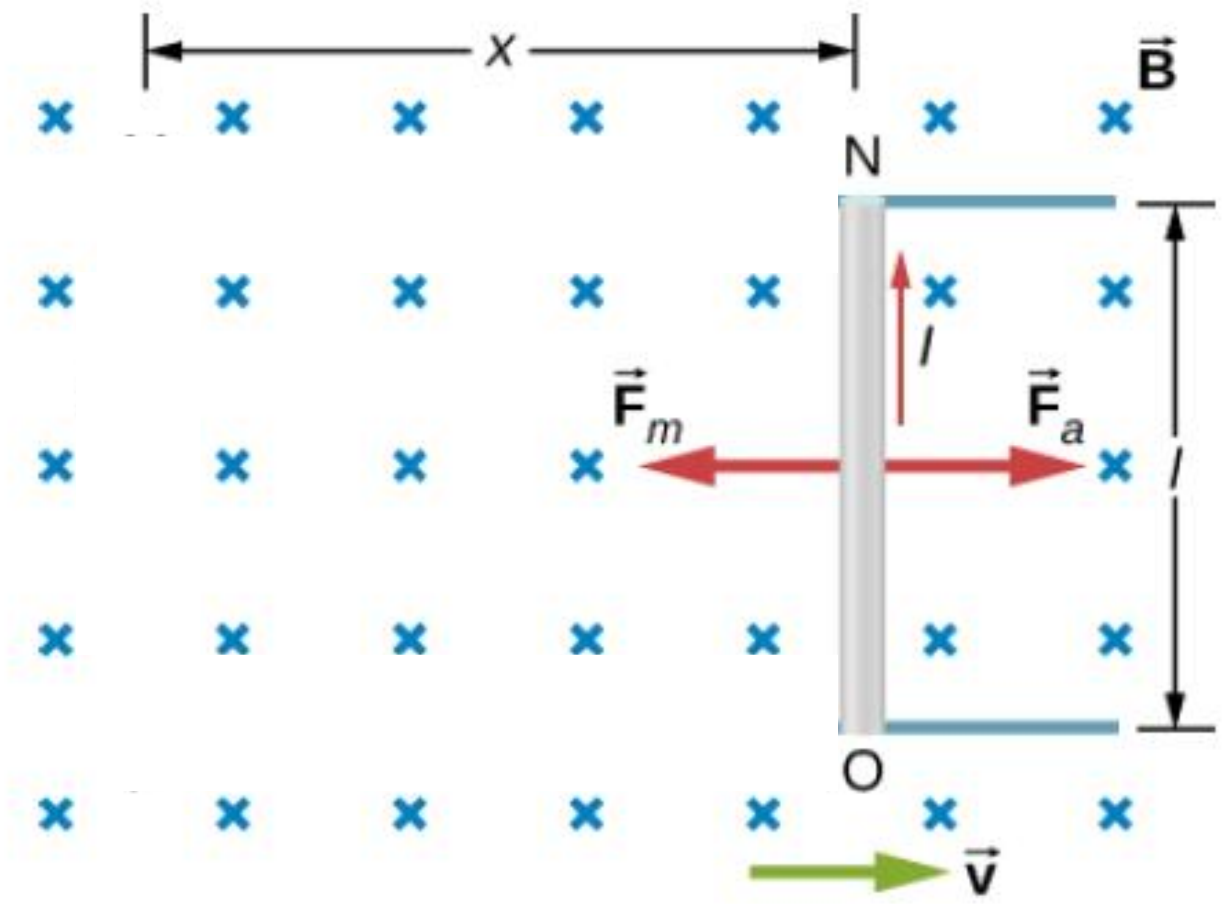
Trækkes en ledning med længden l I en elektrisk kreds med varierende areal $A = xl$ på tværs af et magnetfelt er den magnetiske flux givet ved

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}A = BA = Bxl$$

og tidsvariationen, og derved den elektromotoriske kraft

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = Blv$$

denne udledning virker også, selvom det kun er en leder (uden resten af kredsen) der bevæger sig i et magnetfelt



EXAMPLE 13.5

A Metal Rod Rotating in a Magnetic Field

Part (a) of Figure 13.16 shows a metal rod OS that is rotating in a horizontal plane around point O. The rod slides along a wire that forms a circular arc PST of radius r. The system is in a constant magnetic field $\vec{\mathbf{B}}$ that is directed out of the page. (a) If you rotate the rod at a constant angular velocity ω, what is the current I in the closed loop $OPSO$? Assume that the resistor R furnishes all of the resistance in the closed loop. (b) Calculate the work per unit time that you do while rotating the rod and show that it is equal to the power dissipated in the resistor.

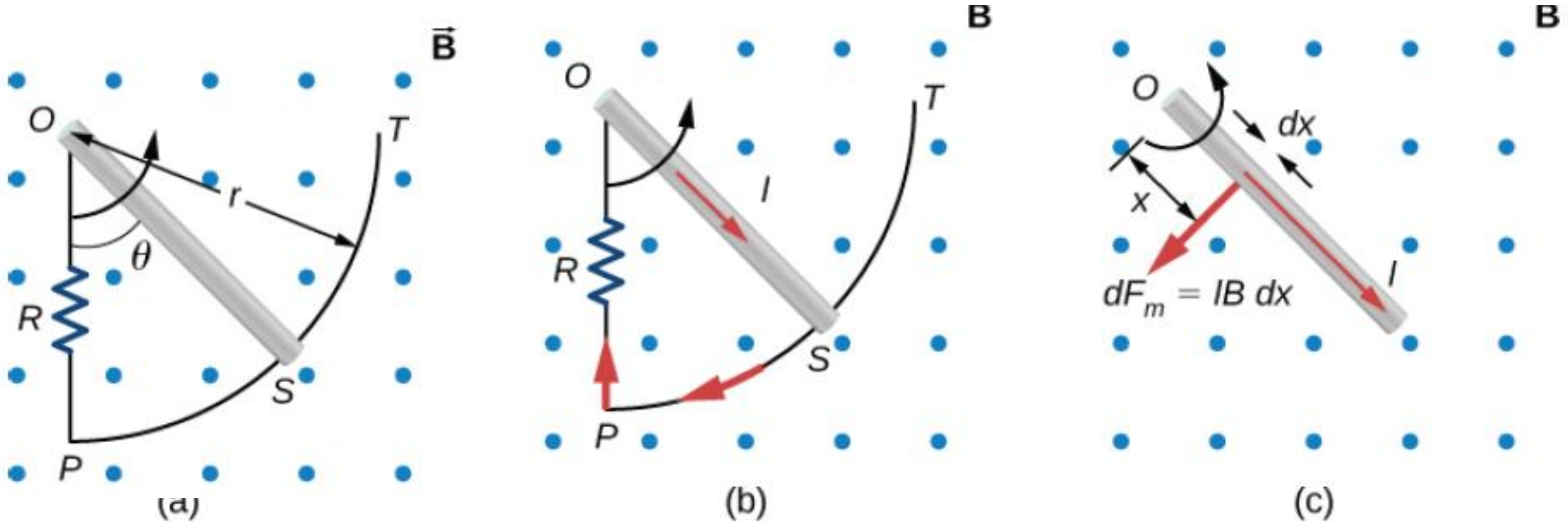


Figure 13.16 (a) The end of a rotating metal rod slides along a circular wire in a horizontal plane. (b) The induced current in the rod. (c) The magnetic force on an infinitesimal current segment.

a. From geometry, the area of the loop *OPSO* is $A = \frac{r^2\theta}{2}$. Hence, the magnetic flux through the loop is

$$\Phi_\text{m} = BA = B\frac{r^2\theta}{2}.$$

Differentiating with respect to time and using $\omega = d\theta/dt$, we have

$$\varepsilon = \left|\frac{d\Phi_\text{m}}{dt}\right| = \frac{Br^2\omega}{2}.$$

When divided by the resistance R of the loop, this yields for the magnitude of the induced current

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Br^2\omega}{2R}.$$

As θ increases, so does the flux through the loop due to $\vec{\mathbf{B}}$. To counteract this increase, the magnetic field due to the induced current must be directed into the page in the region enclosed by the loop. Therefore, as part (b) of Figure 13.16 illustrates, the current circulates clockwise.

b. You rotate the rod by exerting a torque on it. Since the rod rotates at constant angular velocity, this torque is equal and opposite to the torque exerted on the current in the rod by the original magnetic field. The magnetic force on the infinitesimal segment of length dx shown in part (c) of Figure 13.16 is $dF_m = IBdx$, so the magnetic torque on this segment is

$$d\tau_m = x \cdot dF_m = IBxdx.$$

The net magnetic torque on the rod is then

$$\tau_m = \int_0^r d\tau_m = IB\int_0^r x\,dx = \frac{1}{2}IBr^2.$$

The torque τ that you exert on the rod is equal and opposite to τ_m, and the work that you do when the rod rotates through an angle $d\theta$ is $dW = \tau d\theta$. Hence, the work per unit time that you do on the rod is

$$\frac{dW}{dt} = \tau\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}IBr^2\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{Br^2\omega}{2R}\right)Br^2\omega = \frac{B^2r^4\omega^2}{4R},$$

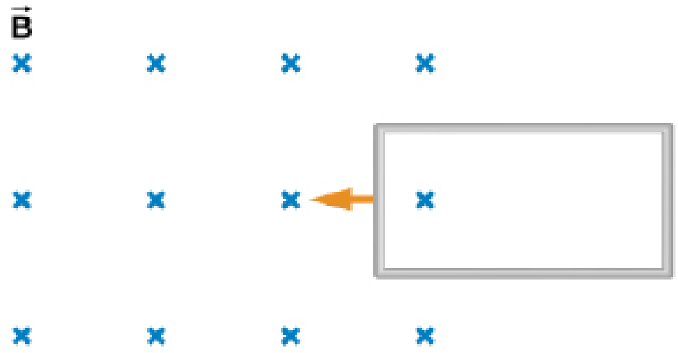
where we have substituted for I. The power dissipated in the resister is $P = I^2R$, which can be written as

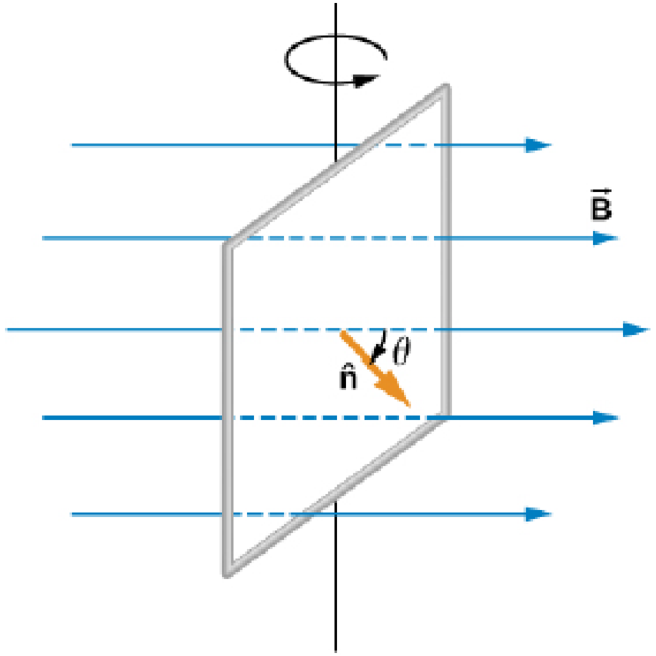
$$P = \left(\frac{Br^2\omega}{2R}\right)^2 R = \frac{B^2r^4\omega^2}{4R}.$$

Hvordan kan vi ændre den magnetiske flux?

Magnetisk flux

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \hat{n}\, \mathrm{d}A = \int B \cos\theta \, \mathrm{d}A$$





Hvad skal jeg lære i dag?

- Beregne det inducerede elektriske felt fra en tidsvarierende magnetisk flux
- Kende de tre måder hvorpå den magnetiske flux kan ændres og regne på, hvordan dette anvendes i en generator
- Udregne kraftmomentet på et magnetisk dipol moment og forstå, hvordan dette i praksis kan anvendes i elektromotorer

Kursusevaluering

evaluering.dtu.dk

Hvad skal jeg lære i dag?

- Beregne det inducerede elektriske felt fra en tidsvarierende magnetisk flux
- Kende de tre måder hvorpå den magnetiske flux kan ændres og regne på, hvordan dette anvendes i en generator
- Udregne kraftmomentet på et magnetisk dipol moment og forstå, hvordan dette i praksis kan anvendes i elektromotorer

Kan vi vende generatoren om?

Hvis det er muligt at inducere strøm ved at rotere en leder i et fast magnetfelt, kan man måske også skabe rotation fra magnetfelter og strømme?

Hvad skal være til stede for at noget begynder at rotere?

Hvad skal være til stede for at noget begynder at rotere?

Vi har brug for et kraftmoment

For et magnetisk dipolmoment i et magnetfelt gælder

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

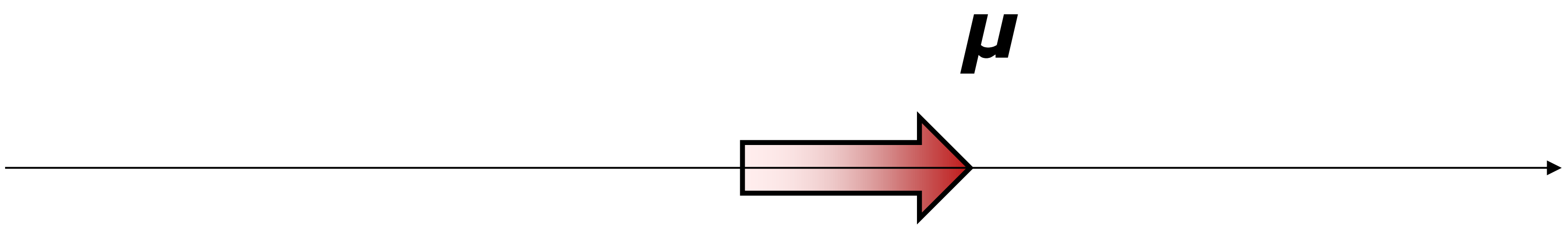
Det magnetiske moment kan enten komme fra et magnetiseret (ferromagnetisk) materiale eller fra et strømførende loop

$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}$$

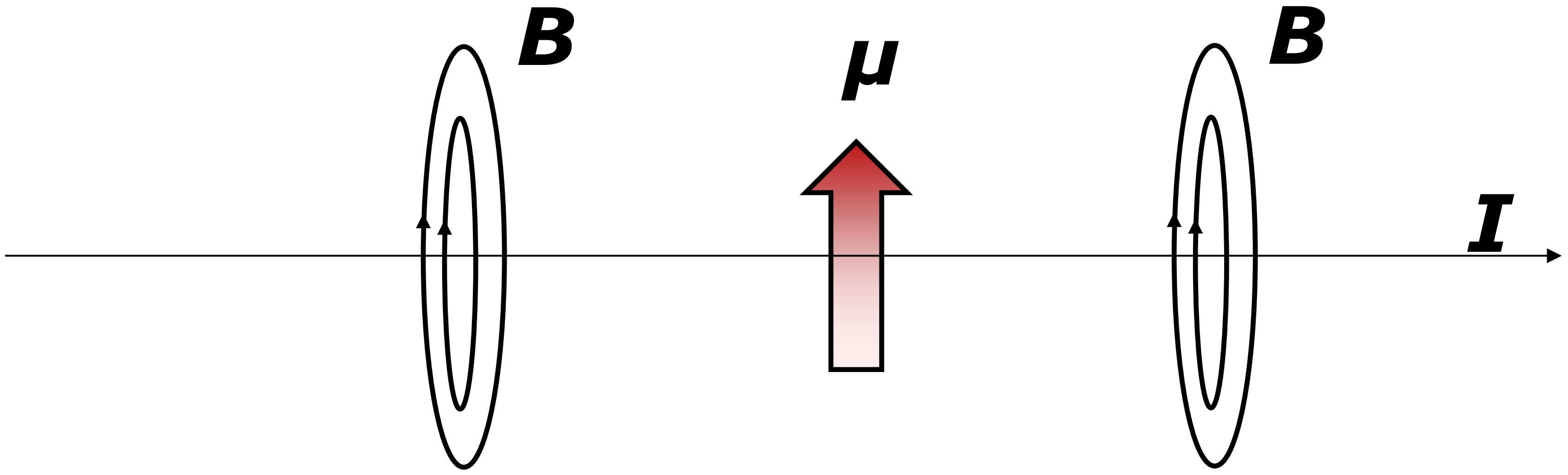
Vi kigger i det følgende på tre elektromotortyper:

1. Ørsted-motoren
2. Jævnstrømmotoren
3. Induktionsmotoren

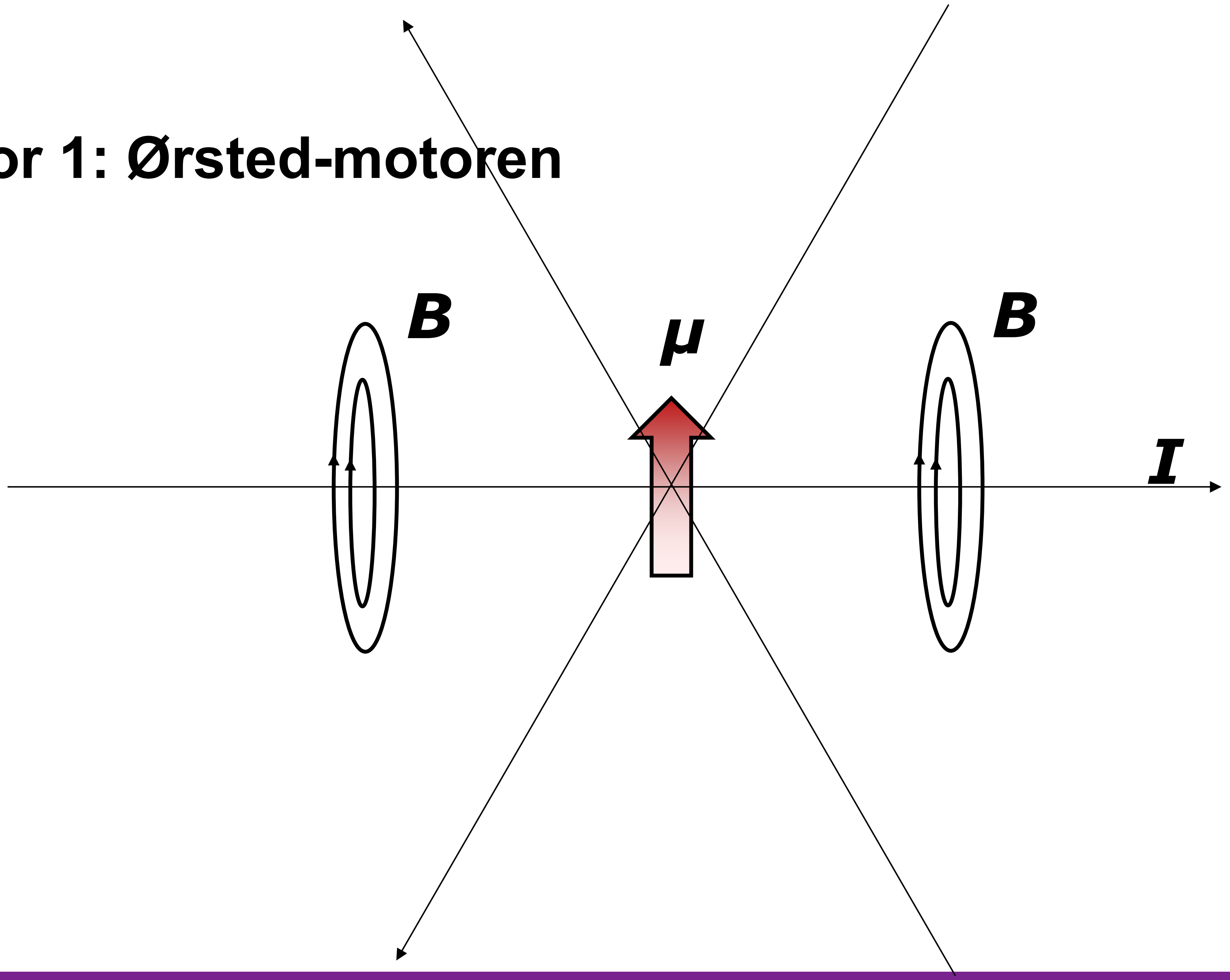
Motor 1: Ørsted-motoren



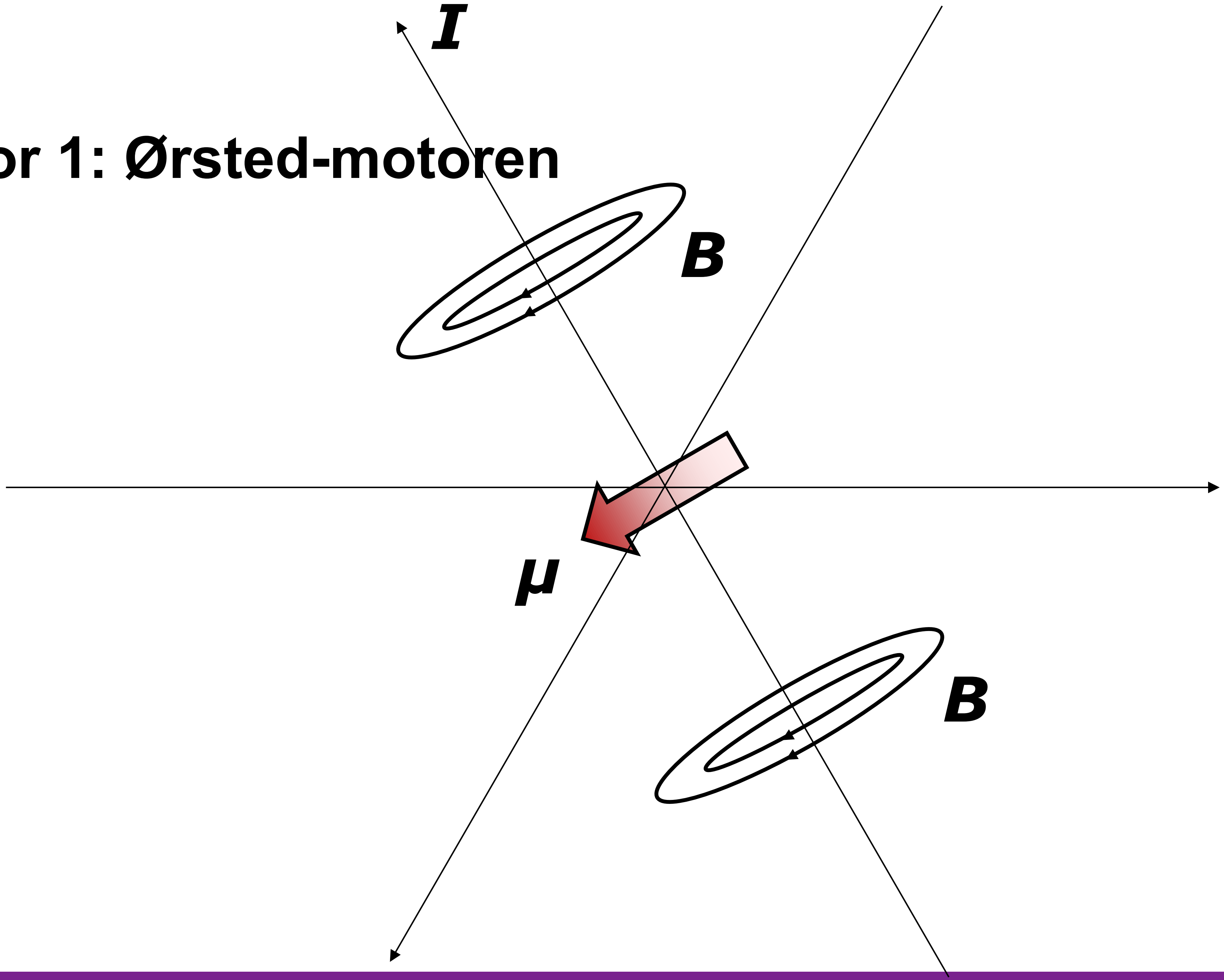
Motor 1: Ørsted-motoren



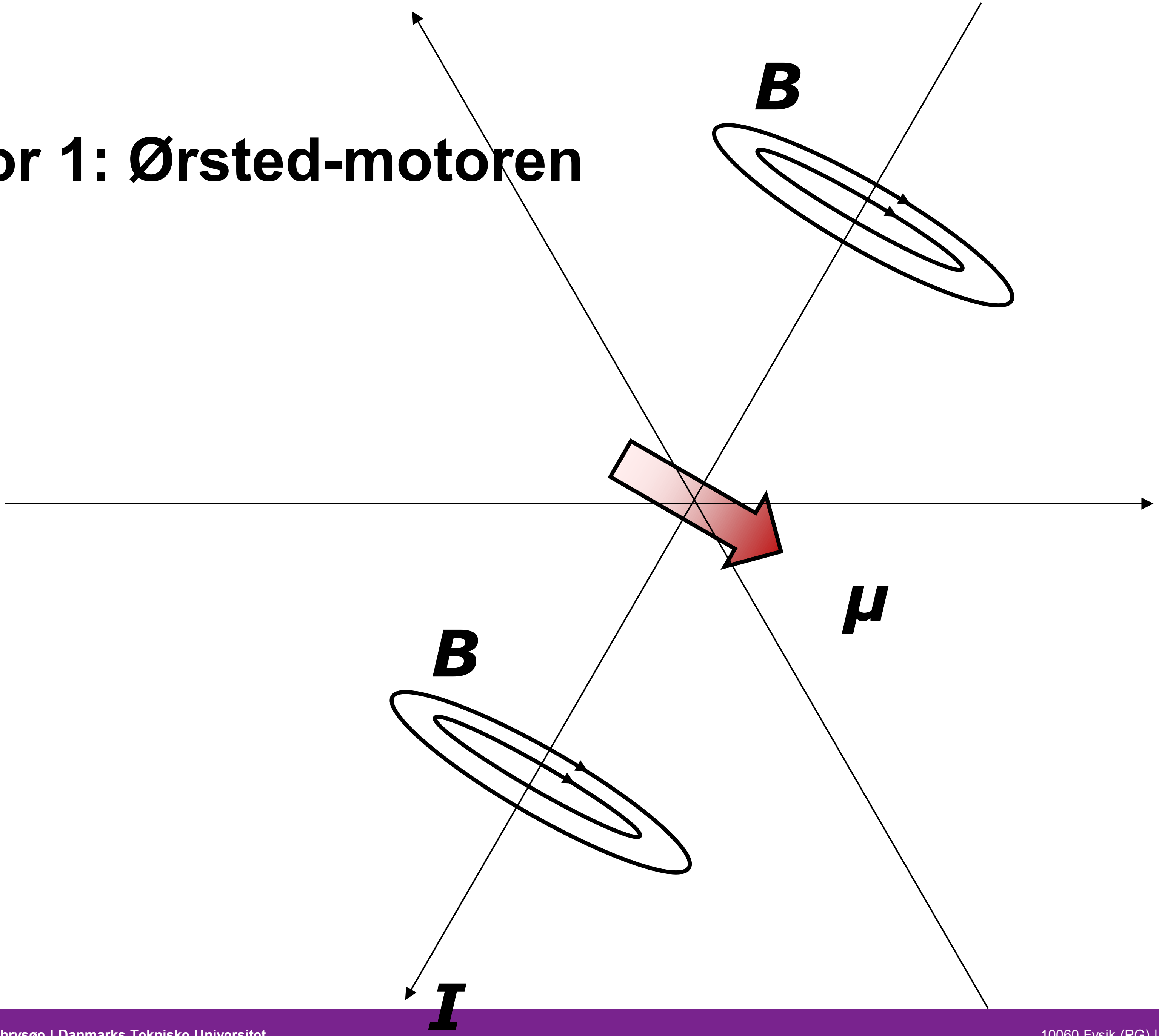
Motor 1: Ørsted-motoren



Motor 1: Ørsted-motoren



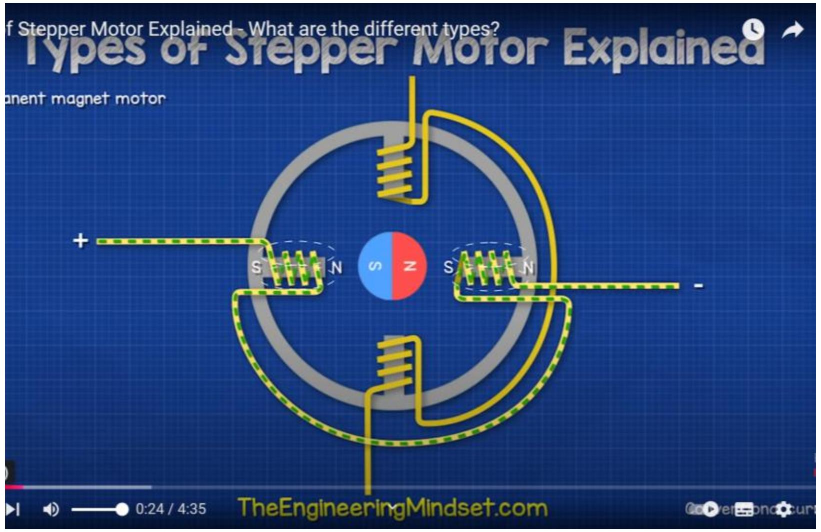
Motor 1: Ørsted-motoren



Motor 1: Lignende koncept bruges i en stepper

- En fordel ved denne type motor er præcis positionering og bruges f.eks. i industrirobotter

- I stedet for kompasnål og ledninger bruges f.eks. permanentmagneter som rotor og elektromagneter som stator



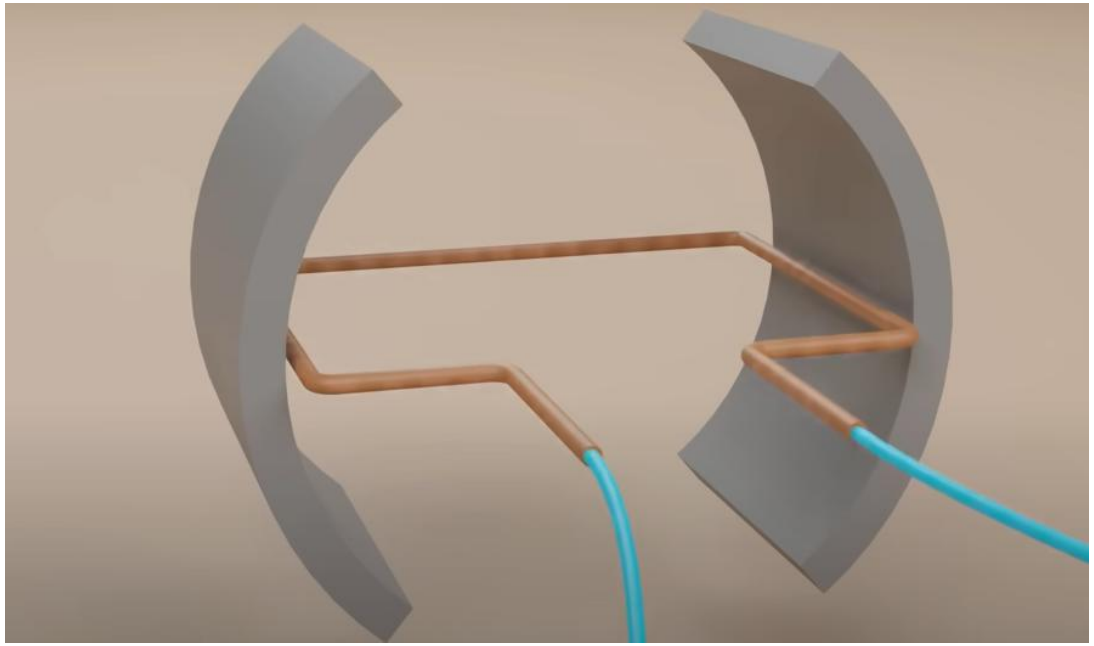
https://www.youtube.com/watch?v=s55FxmQQId4&t=3s
https://www.youtube.com/watch?v=eyqwLiowZiU&t=228s

Motor 2: Jævnstrømsmotoren

- Skab magnetisk dipolmoment fra strømførende loop

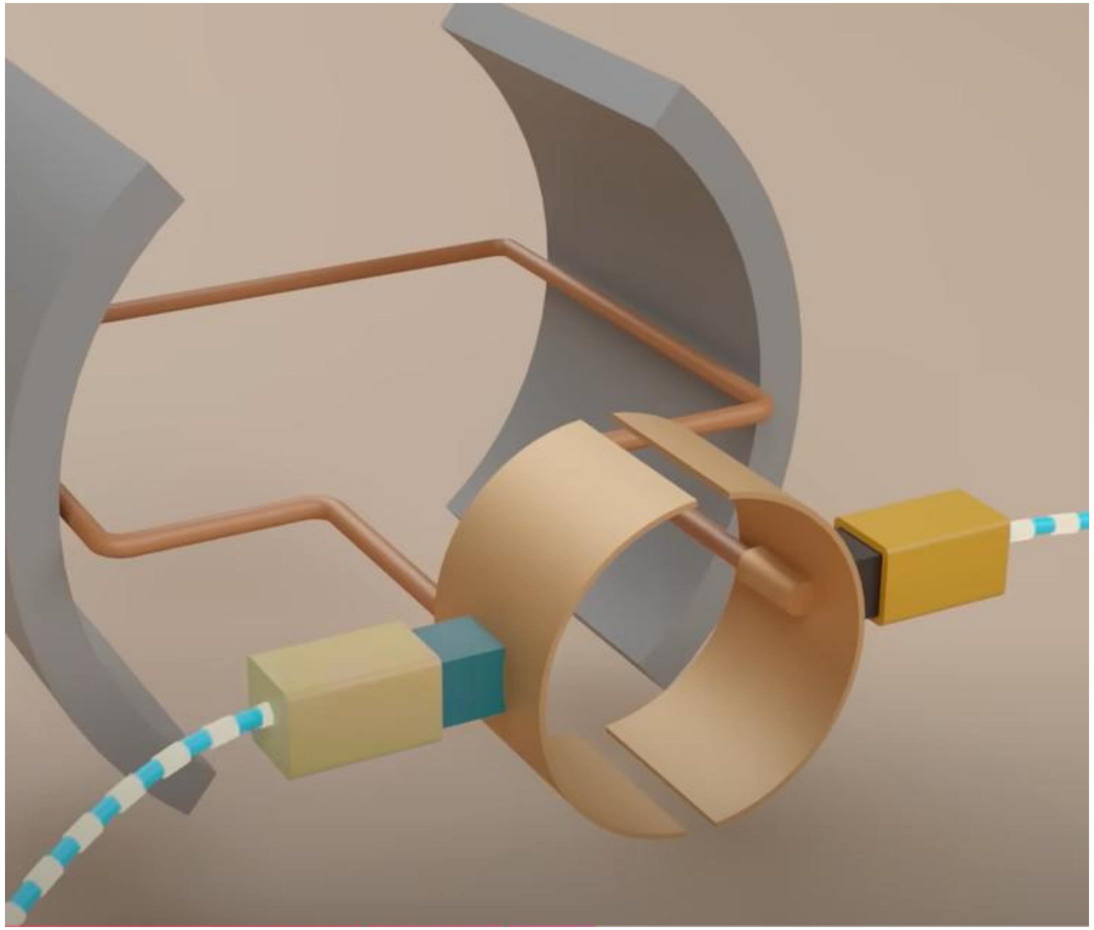
$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}$$

- Strømmen skal dog vendes, når loopet har roteret ½ omgang, ellers vil det blot stå og svinge frem og tilbage indtil dipolmomentet er ensrettet med magnetfeltet

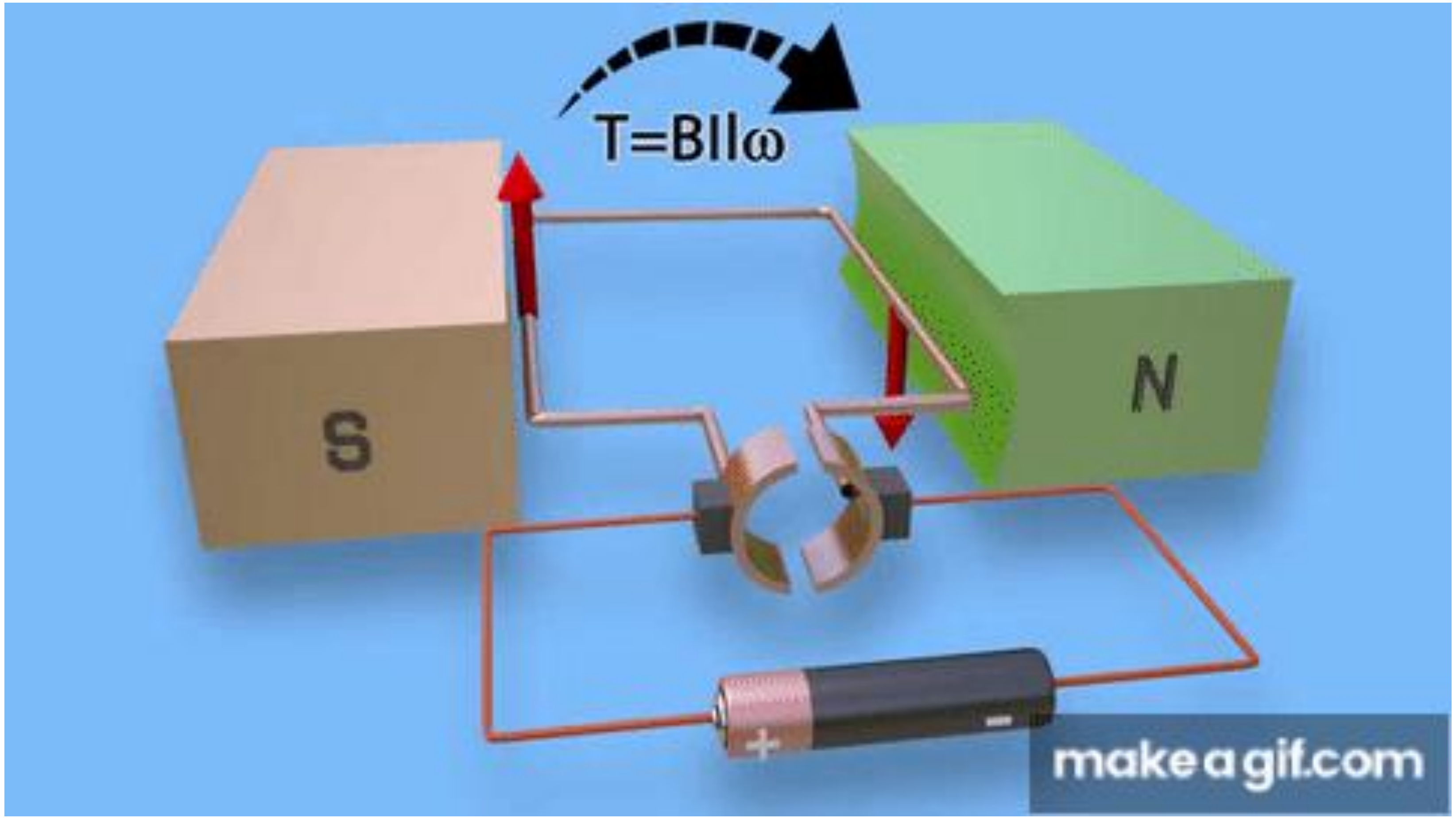


Motor 2: Jævnstrømsmotoren

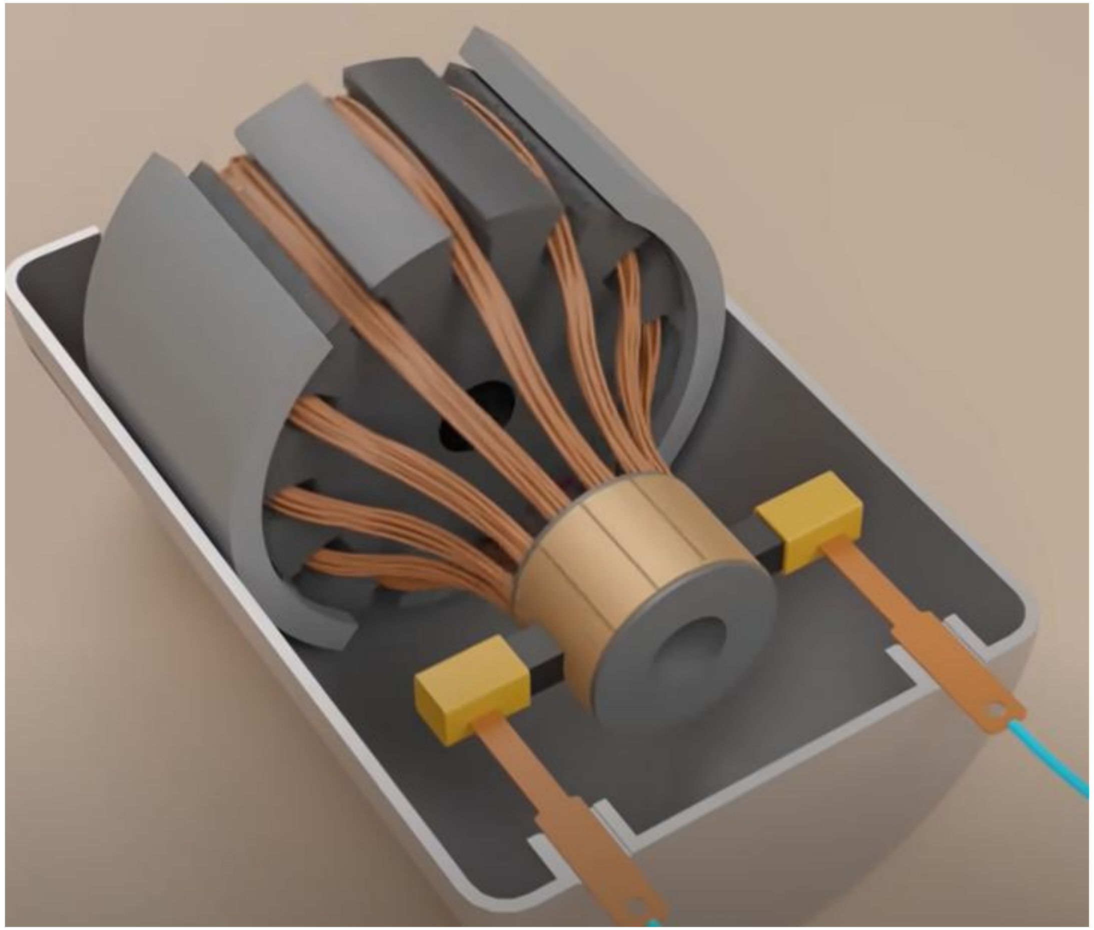
- Tilføjes en kommutator (den cylinderformede del på loopet) vil strømmen I loopet vendes hver gang det har drejet ½ omgang



Motor 2: Jævnstrømsmotoren



Motor 2: Jævnstrømsmotoren



Hvorfor giver man spolerne flere vindinger i rotoren i en DC motor?

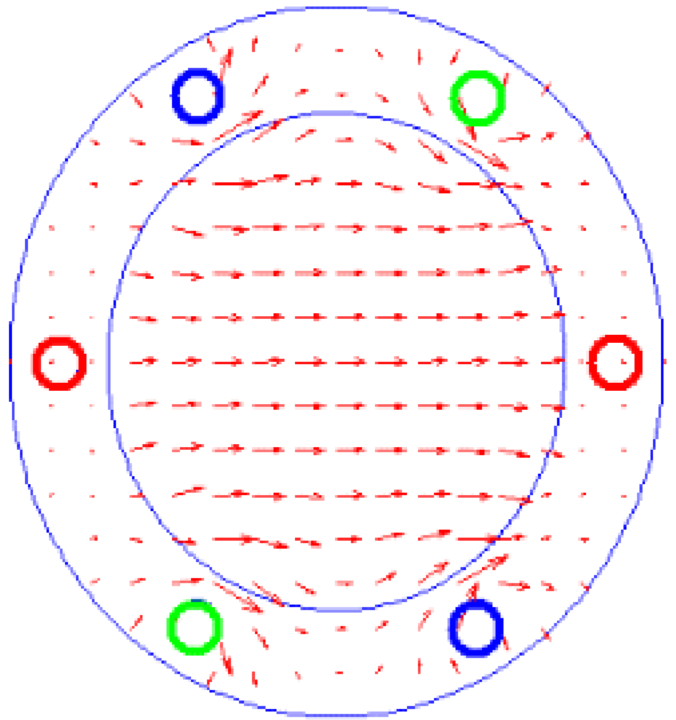
Så strømmen igennem spolen er stærkere	0%
Så der induceres en stærkere strøm i spolen	0%
Så spolens magnetiske dipolmoment er større	0%
Så spolen bliver billigere at producere	0%

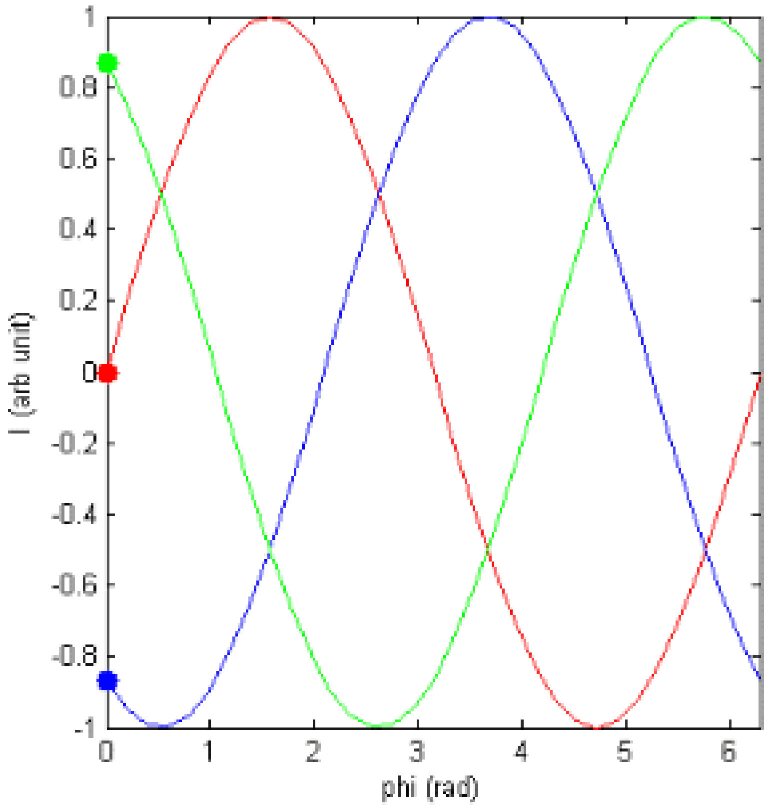
Hvorfor giver man spolerne flere vindinger i rotoren i en DC motor?

Så strømmen igennem spolen er stærkere	0%
Så der induceres en stærkere strøm i spolen	0%
Så spolens magnetiske dipolmoment er større	0%
Så spolen bliver billigere at producere	0%

Motor 3: Induktionsmotoren

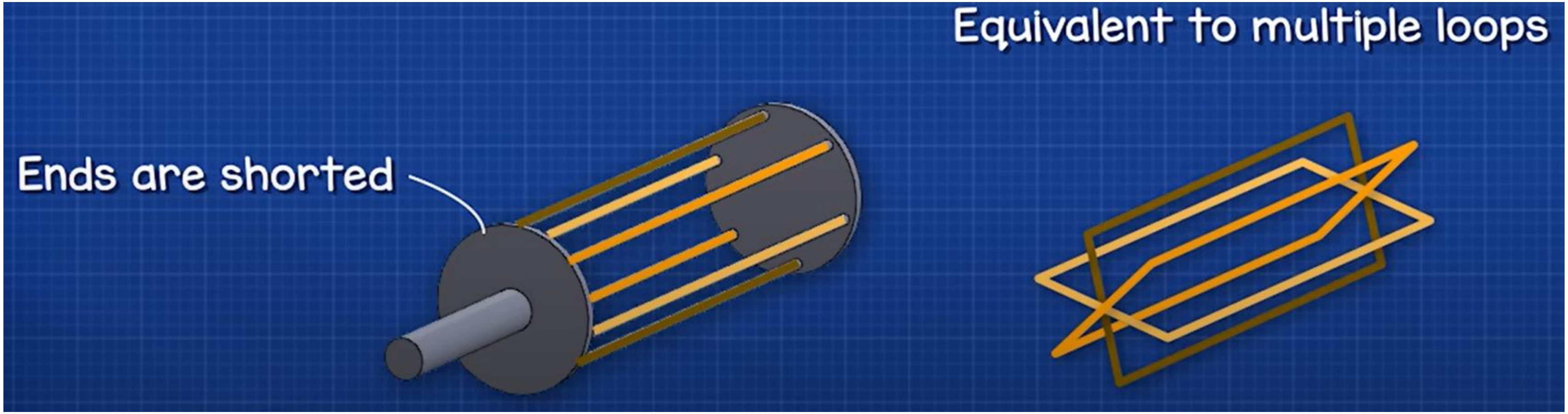
Ved at faseforskyde strømmen igennem tre spolepar, kan et roterende magnetfelt dannes. Kun én af spoleparrene har maksimal strøm ad gangen.





Motor 3: Induktionsmotoren

Det roterende magnetfelt inducerer en strøm i rotoren, som derfor får et magnetisk dipolmoment. Grundet vinklen mellem magnetfeltet og det magnetiske dipolmoment er der et kraftmomoment på rotoren, som tvinger denne rundt.



Motor 3: Induktionsmotoren

Høj effektivitet

Induktionsmotorer er meget energieffektive, hvilket er afgørende for at maksimere rækkevidden i elbiler.

Minimal vedligeholdelse

Der er ingen børster eller andre sliddele, hvilket gør motoren næsten vedligeholdelsesfri – ideelt for elbiler, der skal være driftssikre over lang tid.

Høj pålidelighed

Robust konstruktion gør dem velegnede til krævende forhold, som elbiler ofte udsættes for, fx temperaturændringer og kontinuerlig drift.

Vi har brug for et kraftmoment

For et magnetisk dipolmoment i et magnetfelt gælder

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Det magnetiske moment kan enten komme fra et magnetiseret (ferromagnetisk) materiale eller fra et strømførende loop

$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}$$

Vi kigger i det følgende på tre elektromotortyper:

1. Ørsted-motoren
2. Jævnstrømmotoren
3. Induktionsmotoren

Hvad skal jeg lære i dag?

- Beregne det inducerede elektriske felt fra en tidsvarierende magnetisk flux
- Kende de tre måder hvorpå den magnetiske flux kan ændres og regne på, hvordan dette anvendes i en generator
- Udregne kraftmomentet på et magnetisk dipol moment og forstå, hvordan dette i praksis kan anvendes i elektromotorer

Maxwells ligninger

Alt hvad vi har lært i elektromagnetisme (og mere til) kan beskrives ved $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$ og bare 4 ligninger:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Giver bl.a. mulighed for elektromagnetiske bølger i vakuum med farten

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

og indeholder et (klassisk mekanisk) paradoks, som gav anledning til udviklingen af den specielle relativitetsteori og gentænkning af vores verdensforståelse

Hvad er det vigtigste emne at repetere næste gang?

Hvad er det vigtigste emne at repetere næste gang?

Ligninger

Magnetic field of a current loop	$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ (at center of loop)
Magnetic field strength inside a solenoid	$B = \mu_0 n I$
Magnetic field strength inside a toroid	$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$
Magnetic permeability	$\mu = (1 + \chi)\mu_0$
Magnetic field of a solenoid filled with paramagnetic material	$B = \mu n I$
Magnetic flux	$\Phi_\mathrm{m} = \int_S \vec{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA$
Faraday's law	$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_\mathrm{m}}{dt}$

Ligninger

Drift velocity in crossed electric and magnetic fields $v_d = \frac{E}{B}$

Hall potential $V = \frac{IBl}{neA}$

Hall potential in terms of drift velocity $V = Blv_d$

Charge-to-mass ratio in a mass spectrometer $\frac{q}{m} = \frac{E}{BB_0R}$

Maximum speed of a particle in a cyclotron $v_{\max} = \frac{qBR}{m}$

Permeability of free space $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$

Contribution to magnetic field from a current element $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2}$

Biot–Savart law $\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\text{wire}} \frac{Id\vec{\mathbf{l}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

Magnetic field due to a long straight wire $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

Force between two parallel currents $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$

Ligninger

Force on a charge in a magnetic field	$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$
Magnitude of magnetic force	$F = qvB\sin\theta$
Radius of a particle's path in a magnetic field	$r = \frac{mv}{qB}$
Period of a particle's motion in a magnetic field	$T = \frac{2\pi m}{qB}$
Force on a current-carrying wire in a uniform magnetic field	$\vec{\mathbf{F}} = I\,\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{B}}$
Magnetic dipole moment	$\vec{\boldsymbol{\mu}} = NIA\hat{\mathbf{n}}$
Torque on a current loop	$\vec{\tau} = \vec{\boldsymbol{\mu}} \times \vec{\mathbf{B}}$
Energy of a magnetic dipole	$U = -\vec{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$

Ligninger

Average electrical current	$I_{\text{ave}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$
Definition of an ampere	$1\ \text{A} = 1\ \text{C/s}$
Electrical current	$I = \frac{dQ}{dt}$
Drift velocity	$v_d = \frac{I}{nqA}$
Current density	$I = \iint\limits_{\text{area}} \vec{\mathbf{J}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$
Resistivity	$\rho = \frac{E}{J}$

Common expression of Ohm's law	$V = IR$
Resistivity as a function of temperature	$\rho = \rho_0 \left[1 + \alpha (T - T_0)\right]$
Definition of resistance	$R \equiv \frac{V}{I}$
Resistance of a cylinder of material	$R = \rho \frac{L}{A}$
Temperature dependence of resistance	$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$
Electric power	$P = IV$
Power dissipated by a resistor	$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

Ligninger

Coulomb's law $\vec{\mathbf{F}}_{12}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12}$

Superposition of electric forces $\vec{\mathbf{F}}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2}\hat{\mathbf{r}}_i$

Electric force due to an electric field $\vec{\mathbf{F}} = Q\vec{\mathbf{E}}$

Electric field at point P $\vec{\mathbf{E}}(P) \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{\mathbf{r}}_i$

Field of an infinite wire $\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\lambda}{z}\hat{\mathbf{k}}$

Field of an infinite plane $\vec{\mathbf{E}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\mathbf{k}}$

Potential energy of a two-charge system $U(r) = k\frac{qQ}{r}$

Work done to assemble a system of charges $W_{12\cdots N} = \frac{k}{2}\sum_{i}^{N}\sum_{j}^{N}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$ for $i \neq j$