Fysik 1 - Noter - DTU

Matematik 1 (Danmarks Tekniske Universitet)

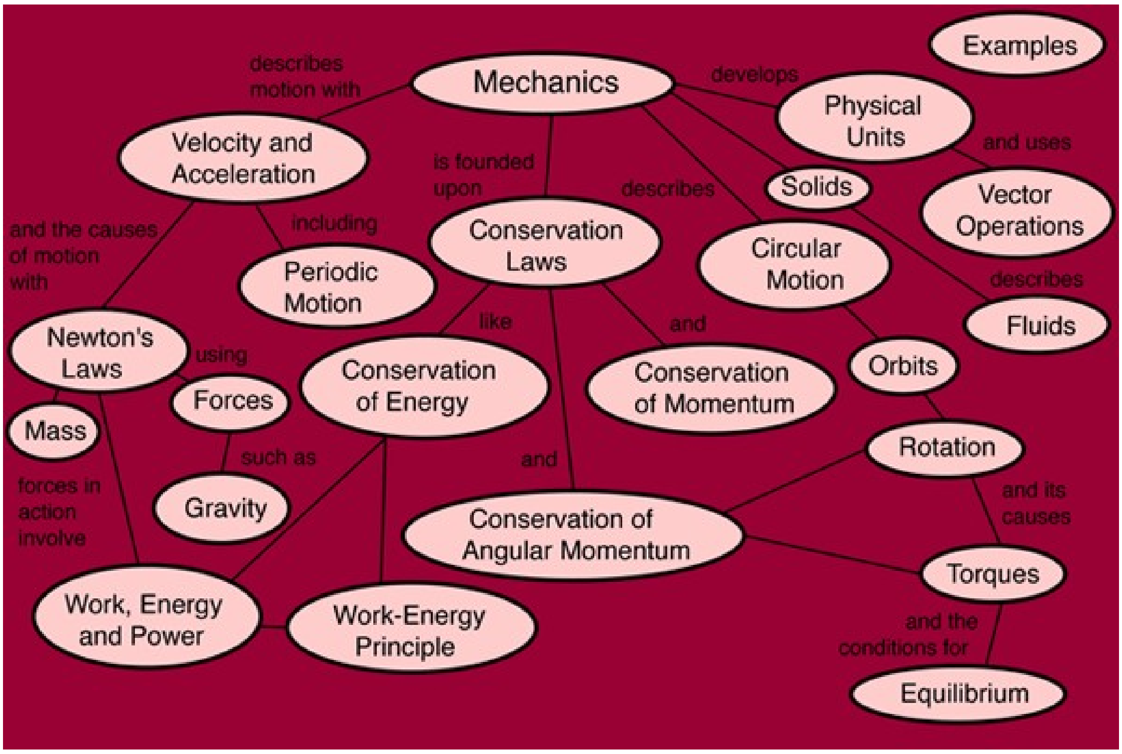
Fysik 1 – DTU

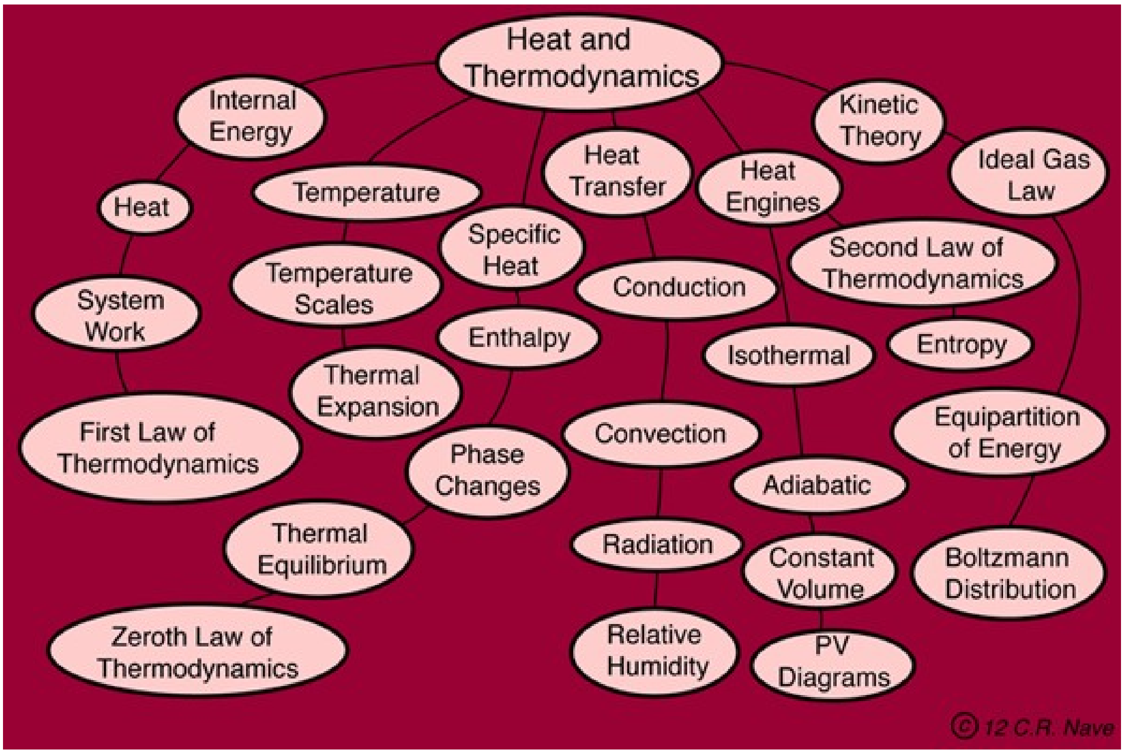
Indholdsfortegnelse

Praktisk vedr. Fysik 1

Grafer over forskellige grene af fysiks forhold til hinanden og formler:
http://www.hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html

Simulationer af kollisioner
https://phet.colorado.edu/sims/html/collision-lab/latest/collision-lab_all.html





Systematisk problemløsning

Tips til systematisk problemløsning

- Læs opgaven grundigt
- Indfør symboler for alle kendte og ukendte størrelser
- Oversæt information til ligninger
- Sørg for at der er lige mange ligninger og ukendte størrelser
- Løs og simplificer alle ligninger symbolsk! Sandsynligvis går en del symboler ud med hinanden, og det er derfor nemmest at indsætte tal til sidst.
- Undersøg grænsetilfælde og enheder/dimensioner
- Indsæt tal til sidst
- Afrund som det allersidste

Mekanikkens basis

- Energi
- Kinematik
    - Konstant acceleration
    - Projektilbevægelse
    - Cirkelbevægelse
- Newtons love
- Rotation
- Stød

Kinematik

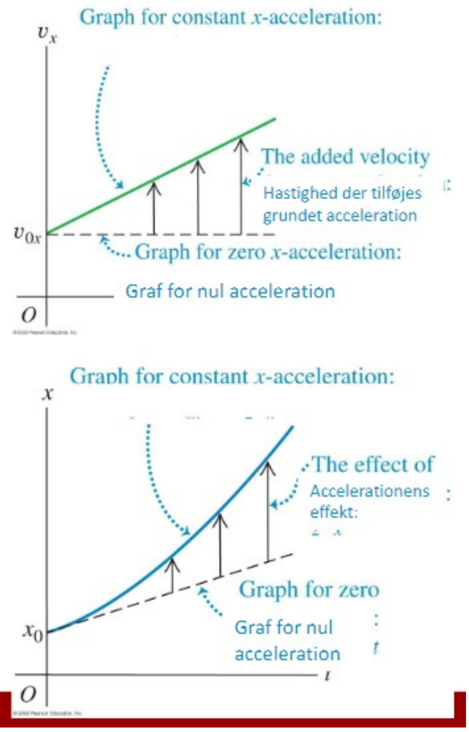
Bevægelse med *konstant* acceleration (1D bevægelse)

$$v = v_0 + at$$

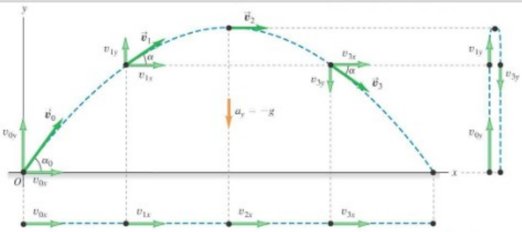
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_o^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \frac{v_0 + v}{2} t$$



Formler for projektilbevægelse (2D bevægelse)



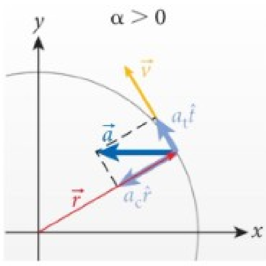
$$x = x_0 + (v_0 \cos\alpha_0)t$$
$$y = y_0 + (v_0 \sin\alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$v_x = v_0 \cos\alpha_0$$
$$v_y = v_0 \sin\alpha_0 - gt$$
$$v_y{}^2 = (v_0 \sin\alpha_0)^2 - 2g(y - y_0)$$
$$v^2 = v_0{}^2 - 2g(y - y_0)$$
$$y(x) = y_0 + \tan(\alpha_0)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha_0)}x^2$$

Bruges, når bevægelsen er retlinet, med konstant acceleration, og der kan ses bort fra luftmodstand.

Check altid en ekstra gang om der nu er konstant acceleration, fx svinger et pendul *ikke* med konstant acceleration.

Husk, at formlerne som de står kun gælder for et skråt kast, der tager udgangspunkt i origo, med *y*-aksen opad. Hvis *y*-aksen i stedet peger nedad, skal der i alle formlerne skiftes fortegn på *g*.

Kinematik for cirkelbevægelse



Relevant hvis et legeme udfører en cirkelbevægelse, hvad enten den er jævn eller ej, og hvad enten den er vandret, lodret eller noget helt tredje.

Husk koordinatsystem, brug *gerne* radial og tangentiel retning frem for sædvanlige vandrette og lodrette retninger.

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R}$$

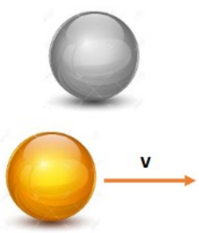
$$a_{tan} = \frac{dv}{dt}$$

Newtons love

Årsag til bevægelse

Første lov

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v} = \overrightarrow{\text{konstant}}$$



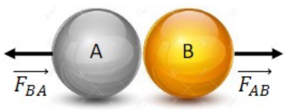
Anden lov

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

- Vektorligning
- Kun **eksterne** kræfter
- Kun for konstant *m*
- *ma* og den resulterende kraft er **ikke** kræfter

Tredje lov

$$\overrightarrow{F_{AB}} = -\overrightarrow{F_{BA}}$$

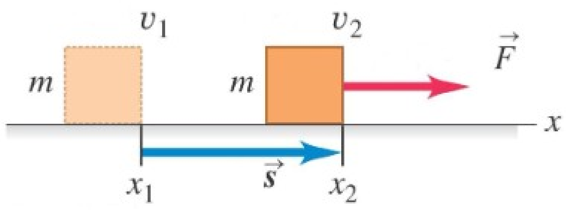


Kraft-parret virker på ***forskellige legemer***

Newtons love er kun gyldige i inertialsystemer!

Energi

Kinetisk energi og arbejdssætningen



Kinetisk energi: $$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Arbejdssætningen: $$\Delta K = W_{\text{tot}}$$

Beregning af arbejde, arbejdssætningen, og effekt

Arbejde udført af en konstant kraft for en retlinet bevægelse:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\phi$$

ϕ er vinklen mellem $\vec{F}$ og $\vec{s}$

Arbejde udført af en positionsafhængig kraft for en retlinet bevægelse:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

Eks: Fjederkraftens arbejde

$$W_{\text{fjeder}} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Arbejde udført af en kraft langs en kurvet bevægelse:

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Arbejdssætningen: Det **totale** arbejde udført af **alle** kræfter er lig ændringen i kinetisk energi

$$W_{\text{tot}} = \Delta K = K_2 - K_1 \qquad K = \frac{1}{2}mv^2$$

Effekt af en konstant kraft for en retlinet bevægelse: $P = \frac{W}{\Delta t} = F\,v$

Bevarelse af mekanisk energi

$$\Delta E_{\text{mek}} = \Delta K + \Delta U = 0$$

OBS: Kun konservative kræfter

Hvis både tyngdekraft og fjederkraft er tilstede:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

Den udvidede energisætning

Samlet potentiel energi (hørende til alle konservative kræfter) ved henholdsvis position 1 og position 2

$$K_1 + U_1 + W_{\text{andre}} = K_2 + U_2$$

Kinetisk energi af legemet ved henholdsvis position 1 og position 2

Arbejdet fra alle ikke-konservative kræfter ved bevægelsen af legemet **fra position 1 til position 2 langs en given vej**

Betydende cifre

Betydende cifre

Hvad enten man har målt eller beregnet en størrelse og angiver den med et tal (måltal) og enhed fortæller antallet af cifre hvor nøjagtigt tallet er. Til det benytter man betydende cifre.

- Det **mest** betydende ciffer er det ciffer længst til venstre der ikke er et nul. Alle nuller der står forrest i tallet er ikke betydende.
- Hvis et tal ikke indeholder decimalpunktum, er det det ciffer længst til højre der ikke er et nul det **mindst** betydende ciffer.
- Hvis et tal indeholder et decimalpunktum, er det ciffer der er længst til højre det mindste betydende ciffer, det gælder også hvis det er et nul.
- **Antallet af betydende** cifre findes ved at tælle cifre fra det mest betydende til det mindst betydende ciffer.

Eksempler Tallet 3422 har fire betydende cifre. Tallet 1230 har tre betydende cifre hvorimod tallet 1230. har fire betydende cifre; decimalpunktummet er vigtigt. 0.0025 og 25 har begge to betydende cifre. 0.0012300 har fem betydende cifre, dem til venstre er aldrig betydende, dem til højre er betydende pga. decimalpunktummet.

Multiplikation med betydende cifre. Ganges to tal sammen, har produktet kun så man betydende cifre som tallet med færrest betydende cifre.

Eksempel Givet $L_1 = 2.5\,m$ og $L_2 = 1.308\,m$

$2.5\,m$ har 2 betydende cifre og $1.308\,m$ har 4 betydende cifre

$$2.5\,m \cdot 1.308\,m = 3{,}27 \cdot m^2$$

Selvom produktet giver $3{,}27 \cdot m^2$ er det korrekte svar mht. betydende cifre $3.3\,m^2$ fordi L_1 kun havde 2 betydende cifre.

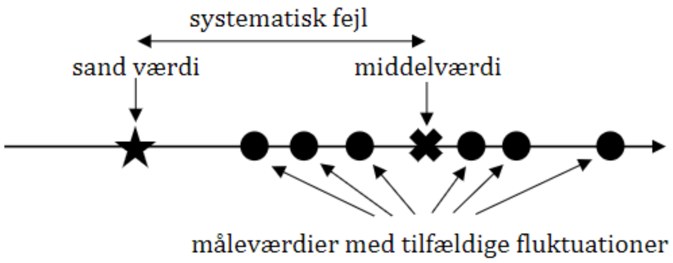
Usikkerheder og fejlophobning

Absolut usikkerhed angives delta x $\delta x > 0$

Relativ usikkerhed angives i procenter $\frac{\delta x}{¿x \vee ¿¿}$

Systematisk fejl er fx når måleudstyr måler systematisk/konsekvent for højt

Tilfældig usikkerhed kan fx skyldes aflæsningsusikkerheder, vibrationer i opstillingen og temperaturfluktuationer. Spredning af målingerne omkring gennemsnittet kaldes for tilfældige usikkerheder.



Afrunding af størrelser

Først afrundes usikkerheden. Dernæst afrundes størrelsen, så den har lige så mange cifre efter decimalpunktummet som usikkerheden har. Fx afrundes $7.1383\,s \pm 0.0336\,s$ til $7.14\,s \pm 0.03\,s$. Er det mest betydende ciffer i usikkerheden 1 eller 2, medtages et ekstra betydende ciffer. Havde usikkerheden ovenfor været 0.0236 s ville resultatet være $7.138 \pm 0.024\,s$.

Fejlophobningsloven

Uafhængige usikkerheder

Udføres den samme måling af flere størrelser, er de to usikkerheder normalt uafhængige. De fleste usikkerheder af uafhængige.

$$\delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\delta x_2\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\delta x_n\right)^2}$$

Hvor ∂ = den partielt afledede af funktionen vi beregner

Afhængige usikkerheder

Ligges to størrelser sammen, vil usikkerheden på summen være afhængig af usikkerheden på de to størrelser, der indgår i summen.

$$\delta y = \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\delta x_1\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\delta x_2\right| + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\delta x_n\right|$$

Addition og subtraktion

Ved addition og subtraktion af størrelser, findes meget simplere formler

Uafhængige usikkerheder

Usikkerhederne adderes i kvadratur

$$\delta y = \sqrt{\delta x_1^2 + \delta x_2^2 + \ldots + \delta x_n^2}$$

Afhængige usikkerheder

Usikkerhederne adderes direkte

$$\delta y = \delta x_1 + \delta x_2 + \ldots + \delta x_n$$

Multiplikation og division

Uafhængige usikkerheder

$$\frac{\delta y}{|y|} = \sqrt{\left(\frac{\delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\delta x_2}{x_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\delta x_n}{n}\right)^2}$$

Afhængige usikkerheder

$$\frac{\delta y}{¿\, y \vee ¿ = \frac{\delta x_1}{¿\, x_1 \vee ¿ + \frac{\delta x_2}{¿\, x_2 \vee ¿ + \ldots + \frac{\delta x_n}{¿\, x_n \vee ¿\, ¿}}\, ¿}\, ¿}$$

Termodynamik

Termodynamikkens 1. hovedsætning

$$\Delta U = Q - W$$

Hvor

$$U = indre\, energi$$

$$Q = varme\, tilført\, gassen$$

$$W = arbejde\, udført\, af\, gassen$$

Termodynamikkens 1. lov siger, at den indre energi i et isoleret system er konstant. Det følger, at energi skal tilføres eller afgives for at ændre et systems indre energi.

Bevægelse i 2 og 3 dimensioner

Newtons love

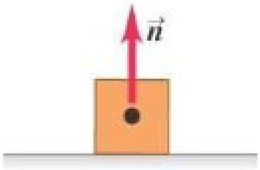
Enheden for kraft

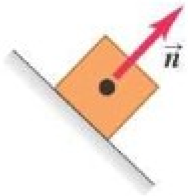
$$N = kg \cdot m/s^2$$

Vigtige kræfter

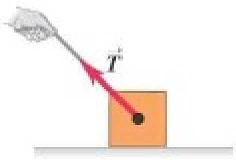
$$\vec{w} = \vec{F_g} = m\vec{g}$$

Tyngdekraft

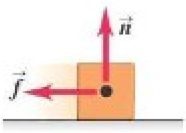




Normalkraft



Snorkraft



Gnidningskraft

Gnidningskraften my, μ er proportional med værdien af normalkraften. Statisk gnidnings maksværdi er større end den kinematiske gnidning. Det er det der gør ABS-bremser bedre.

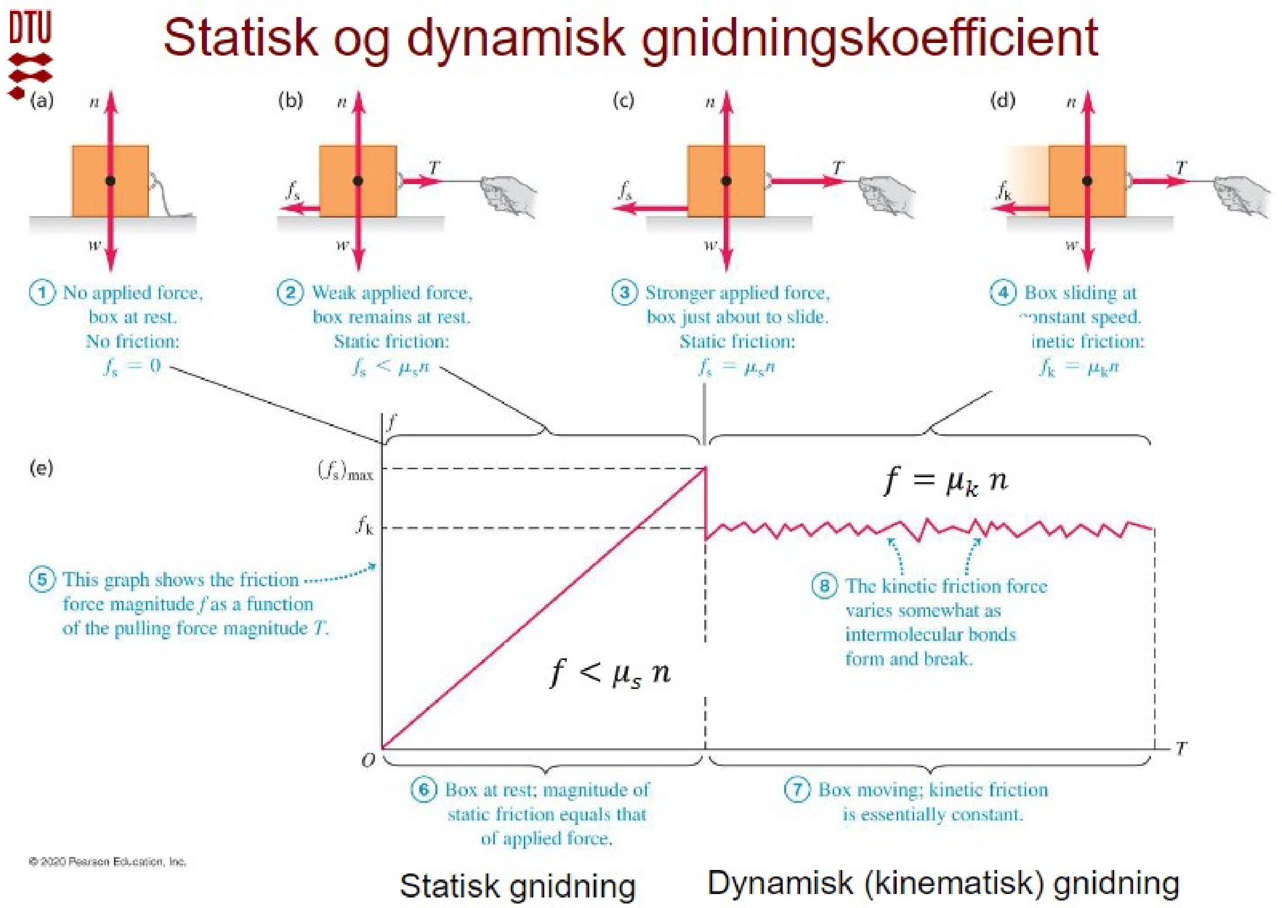
$$\mu_s > \mu_k$$

Statisk gnidning μ_s, kan være både bagudrettet og fremadrettet i forhold til bevægelsen (fx gang eller løb). Er stigende hvis den påførte kraft er stigende indtil legemet begynder at bevæge sig og dermed overgår til kinematisk gnidning.

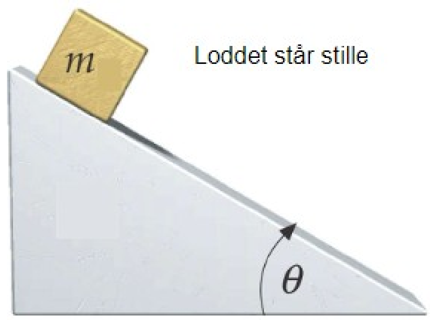
$$f_s \leq \mu_s \cdot n$$

Kinematisk gnidning μ_k, er bagudrettet i forhold til bevægelsen. Er praktisk talt konstant uanset hastighed.

$$f_k = \mu_k \cdot n$$



Eks.: Lod på skråt plan - UFÆRDIGT EKSEMPEL



Hvor stor skal vinklen, theta θ være før loddet begynder at glide ned af det skrå plan?

Newtons første lov benyttes på y-komposanten og normalkraften findes

$$0 = N - m \cdot g \cdot \cos(\theta)$$

Normalkraften, $N = m \cdot g \cdot \cos(\theta)$

Newtons anden lov benyttes på x-komposanten

$$m \cdot g = m \cdot g \cdot \sin(\theta) - f_s$$

$$\theta ¿ \tan^{-1} \cdot \mu_s$$

<u>Fjederkraft</u>

Hookes lov

$$F_{fjeder} = -k \cdot (x - x_0)$$

$$k = fjederkonstant \left[\frac{N}{m}\right],$$

$$x = ustrakte\ længde$$

hvor $x_0 = ligevægtsposition[m]$, som er den strakte længde

Fjederkraften er modsatrettet udvidelsen. 

Fjederkraftens størrelse er proportional med fjederens afvigelse fra ligevægtspositionen.

Luft- og vandmodstand (drag)

$$F_d = b \cdot v^n$$

Drag kraftens størrelse afhænger af

- v, farten af legemet i forhold til luften/væsken.
- b, legemets form og luftens/væskens egenskaber (beskrevet gennem konstanten b)

Drag kraften er bagudrettet i forhold til hastigheden.

Vindmodstand

$$F_d = C_d \cdot A \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2}$$

hvor

$$F_d = luftmodstand$$

$$C_d = drag\,koefficient$$

$$A = tværsnitsareal$$

$$\rho = rho = densiteten\ på\ væsken$$

$$V = flow\ hastigheden\ relativ\ til\ objektet$$

Newtons 1. lov

An object acted on by no net external force has a constant velocity (which may be zero) and zero acceleration.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{v} = \overrightarrow{konstant}$$

Ovenstående siger, at hvis summen af alle kræfter $\vec{F}$ er lig 0, vil hastigheden være konstant.

Newtons 2. lov

If a net external force acts on an object, the object accelerates. The direction of acceleration is the same as the direction of the net external force. The mass of the object times the acceleration vector of the object equals the net external force vector.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Ovenstående siger at jo større masse m, jo mindre acceleration a

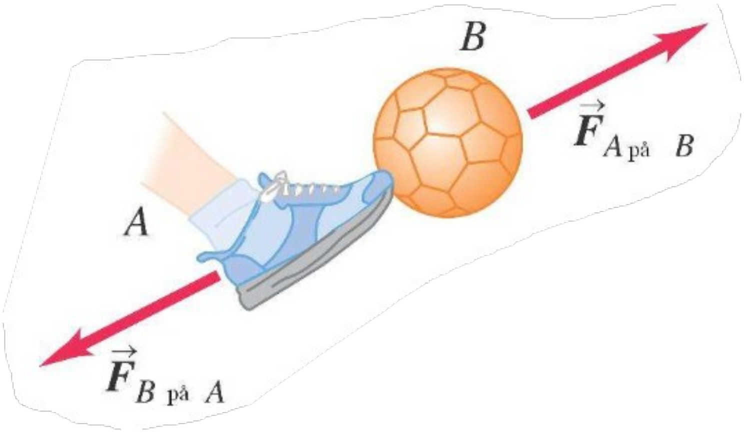
$m \cdot \vec{a}$ må ikke fejltages for en kraft! Det er ikke en kraft, men blot resultatet af en kraft.

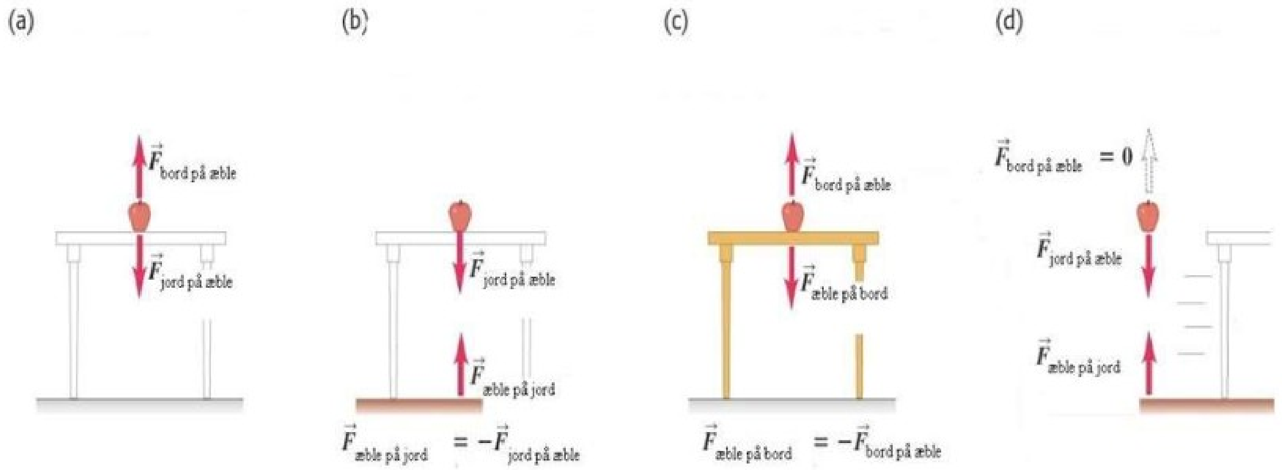
Newtons 3. lov

If object A exerts a force on object B (an "action"), then object B exerts a force on object A (a "reaction"). These two forces have the same magnitude but are opposite in direction. These two forces act on different objects.

$$\vec{F}_{A\rightarrow B} = -\vec{F}_{B\rightarrow A}$$

Aktions-reaktionskraft-parret virker på forskellige legemer! Virker to kræfter på samme legeme, kan de ikke være et aktions-reaktions-par!





På ovenstående tegning er det kun i (b) der er aktions-reaktionspar. I (a) virker begge kræfter på æblet, og er derfor ikke aktions-reaktions-par. I (c) vil æblet falde mod jorden hvis man fjerner bordet, og derfor er det altså ikke $\vec{F}_{bord\ på\ æble}$ der er en del af parret.

Standardmetoden for løsning af problemer

1. Tegn et kraftdiagram for hvert legeme
2. Indfør koordinatsystem(er)
3. Opstil Newtons 1. og Newtons 2. og i hhv. x- og y-retning for hvert legeme.
4. Kinematik/Geometrisk(e) bånd, f.eks. viden om acceleration eller cirkelbevægelse. Læs teksten og bemærk viden om systemet. Er der friktion, luftmodstand, accelerationer osv.? Bemærk enhederne og størrelserne.
5. Løs ligningerne
6. Kontroller svaret.

Om at tegne et kraftdiagram

- God stor figur
- Vælg hvilket legeme der betragtes
- Newton I og II gælder for det valgte legeme

- Kun kræfter på legemet!
- ”Free-body diagram”

PAS PÅ

Der er ingen a ”accelerationskraft”

Der er ingen $m \cdot a$ kraft

Der er ingen separat ”resulterende kraft"

Inertialsystemer

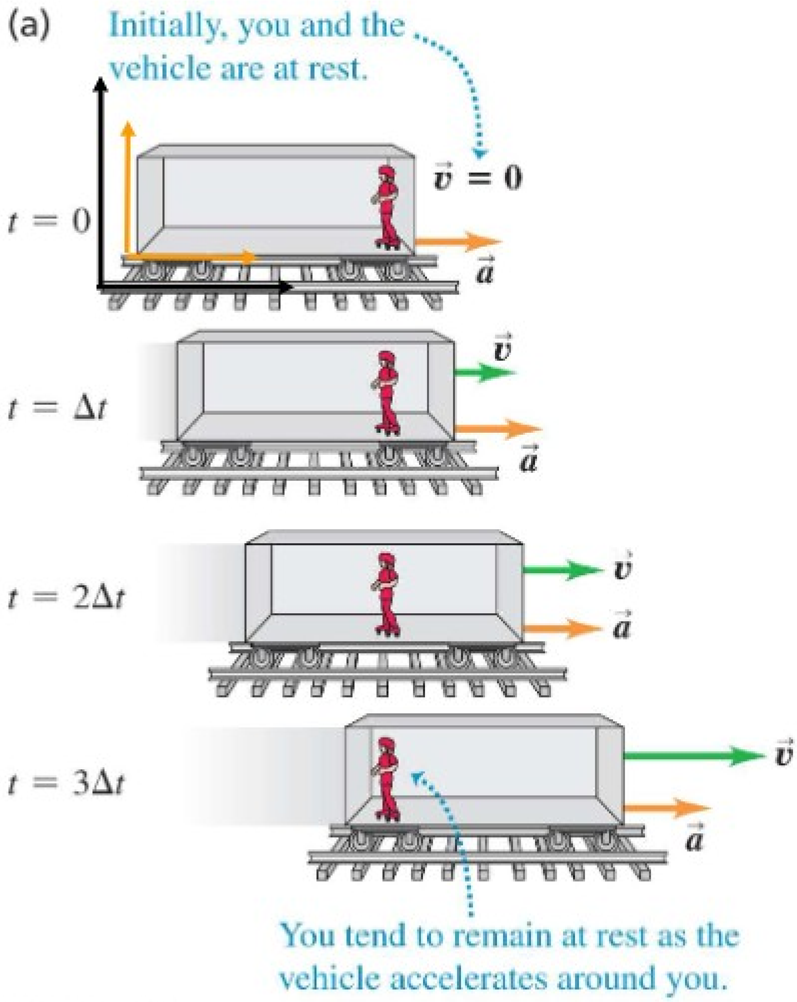
Inertialsystem = et koordinatsystem hvor Newtons 1. lov gælder. Et inertialsystem har en konstant retlinet bevægelse og altså ingen acceleration!

Figur

Sort koordinatsystem: inertialsystem (sidder fast på skinnerne)

Orange koordinatsystem: Ikke inertialsystem. Det accelererer jo, samtidig med at toget accelererer.

Vælges det orange koordinatsystem, vil det for personen på rulleskøjter, opleves som at accelerere mod bagenden af togvognen selvom personen ikke udsættes for nogen kraft.



Anvendelse af Newtons love

Cirkelbevægelse

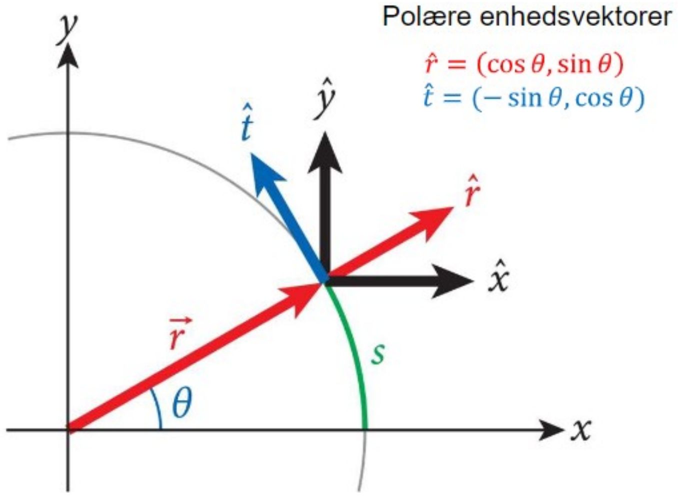
Cirkelbevægelser opstilles ofte i et polært koordinatsystem, hvor et punkt er beskrevet ved en længde og en vinkel.

$$x = r \cdot \cos(\theta)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta)$$

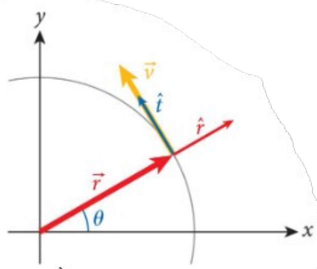
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

θ ¿ $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$



Hastighed og konstantvinkelhastighed

$$\vec{r} = (x, y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$$



$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\cos\theta, r\sin\theta) = \left(\frac{d}{dt}(r\cos\theta), \frac{d}{dt}(r\sin\theta)\right)$$

For <u>konstant baneradius</u> r og med vinkelhastighed $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ gælder:

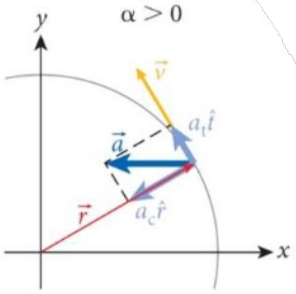
$$= \left(-r\sin\theta\frac{d\theta}{dt}, r\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\right) = r\frac{d\theta}{dt}\left(-\sin\theta, \cos\theta\right) = r\omega\hat{t}$$

$$\hat{t} = (-\sin\theta, \cos\theta)$$

$$\boxed{\vec{v} = r\,\omega\,\hat{t}} \qquad \boxed{v = |\vec{v}| = r\,\omega}$$

Tangentieldel af acceleration ved cirkelbevægelsen

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}(v\hat{t}) = \left(\frac{dv}{dt}\right)\hat{t} + v\left(\frac{d\hat{t}}{dt}\right)$$



Det tangentielle bidrag til accelerationen:

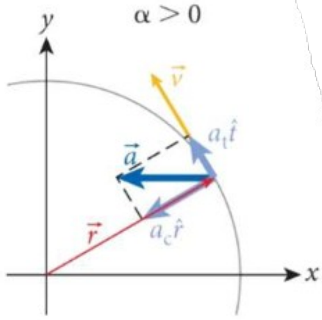
$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(r\omega) = \left(\frac{dr}{dt}\right)\omega + r\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$$

For <u>konstant baneradius</u> r og med vinkelacceleration $\frac{d\omega}{dt} = \alpha$ gælder:

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt} = r\,\alpha}$$

Radialdel af acceleration ved cirkelbevægelse

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}(v\hat{t}) = \left(\frac{dv}{dt}\right)\hat{t} + v\left(\frac{d\hat{t}}{dt}\right)$$



Det radiale bidrag til accelerationen:

$$\frac{d}{dt}\hat{t} = \frac{d}{dt}(-\sin\theta, \cos\theta) = \left(-\cos\theta\frac{d\theta}{dt}, -\sin\theta\frac{d\theta}{dt}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{t} = -\frac{d\theta}{dt}(\cos\theta, \sin\theta) = -\omega\hat{r}$$

$\hat{r} = (\cos\theta, \sin\theta)$
$\hat{t} = (-\sin\theta, \cos\theta)$

$$\boxed{a_c = v\,\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}}$$

$v = r\omega$

Kinetisk energi og arbejde

Energi er evnen til at udføre et arbejde. Arbejde er kraft gangen strækning

Kinetisk energi kan beskrives ved **arbejdssætningen**. Fremkommer ved at differentierer og integrere i Newtons 2. lov:

$$F(x)=m\cdot a$$

hvor kraft er lig masse gange acceleration. Omformes ovenstående fremkommer nedenstående arbejdssætning, hvor venstresiden er arbejdet og højresiden er den kinetiske energi.

$$\int F(x)\,dx=\frac{1}{2}m\cdot v^2 \rightarrow \Delta K=W_{total}$$

Ovenstående siger at ændringen i kinetisk energi, er lig det totale arbejde udført

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

hvor *K* er kinetisk energi, *m* er masse og *v* er fart

Potentiel energi $E=m\cdot g\cdot h$

Elektrisk energi $E=I\cdot U=\frac{U^2}{R}$

Kerneenergi $E=mc^2$

Strålingsenergi $E=\hbar\omega$

Arbejdssætningen: Løsningsmetode

1) Tegn et kraftdiagram for det valgte legeme
2) Indfør koordinatsystem for det valgte legeme
3) Opstil Newtons 1.lov/Newtons 2. lov i hhv. x- og y-retning for det valgte legeme for at bestemme de relevante kræfter, $\vec{F_i}$.

Samme som standardmetoden!

4) Overvej størrelsen og retning på vej: $\vec{s}$
5) Udregn arbejde for hver kraft: $W_i = \vec{F_i}\cdot\vec{s}$
6) Summer alle bidrag til arbejde for at udregne det total arbejde, $W_{\text{tot}} = \sum_i W_i$
7) Benyt arbejdssætningen $\Delta K = W_{\text{tot}}$ til at forbinde det totale arbejde til ændringen i den kinetiske energi.

Arbejde fra en konstant kraft

$$W=\vec{F}\circ\vec{s}$$

Ovenstående siger at arbejdet er lig kraftvektoren prikket med forskydningsvektoren.

Arbejdet der udføres afhænger altså af vinklen mellem kraften og forskydningen. Hvis kraften og forskydningen er modsatte, er arbejdet altså negativt. Er kraften vinkelret på forskydningen, er det arbejde kraften udfører lig 0.

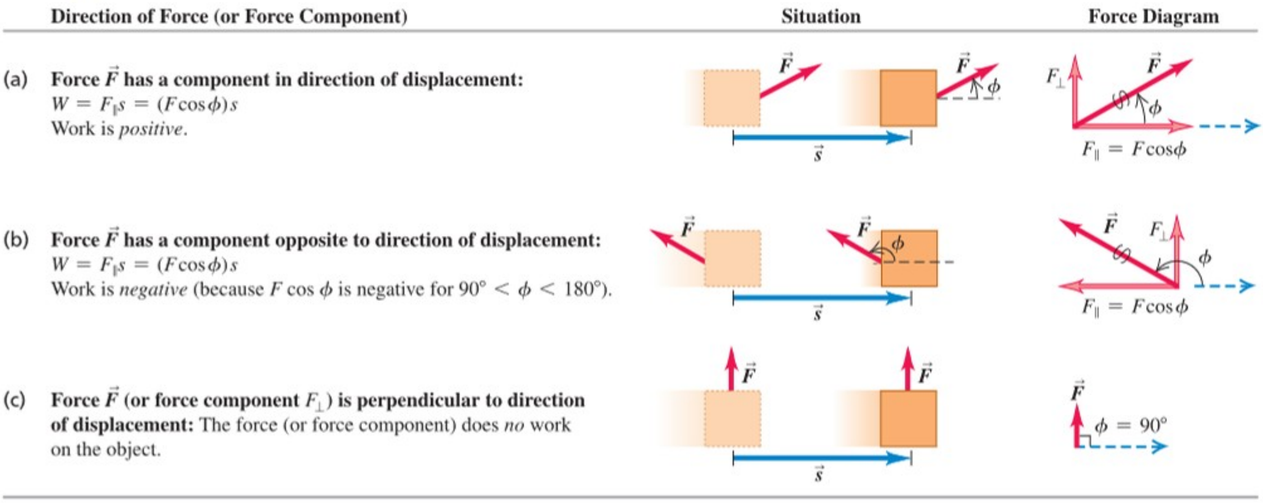


Figure 6.4 A constant force $\vec{F}$ can do positive, negative, or zero work depending on the angle between $\vec{F}$ and the displacement $\vec{s}$.

Arbejde udført af tyngdekraften

$$W_{tyngde} = -m \cdot g\left(y_2 - y_1\right)$$

Tyngdekraftens arbejde afhænger altså kun af forskellen mellem start- og sluthøjde, og ikke banens vej.

Potentiel energi

$$E = m \cdot g \cdot h$$

Potentiel energi kan omdannes til kinetisk energi. Ved ændringen ændrer summen af den kinetiske og potentielle energi sig ikke

$$\frac{1}{2} m v^2 + mgh = konstant$$

Effekt

$$P = \frac{W}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

Opsummering

Arbejde udført af en konstant kraft for en retlinet bevægelse:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\phi$$

ϕ er vinklen mellem $\vec{F}$ og $\vec{s}$

Arbejde udført af en positionsafhængig kraft for en retlinet bevægelse:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

Eks: Fjederkraftens arbejde

$$W_{\text{fjeder}} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Arbejde udført af en kraft langs en kurvet bevægelse:

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Arbejdssætningen: Det **totale** arbejde udført af **alle** kræfter er lig ændringen i kinetisk energi

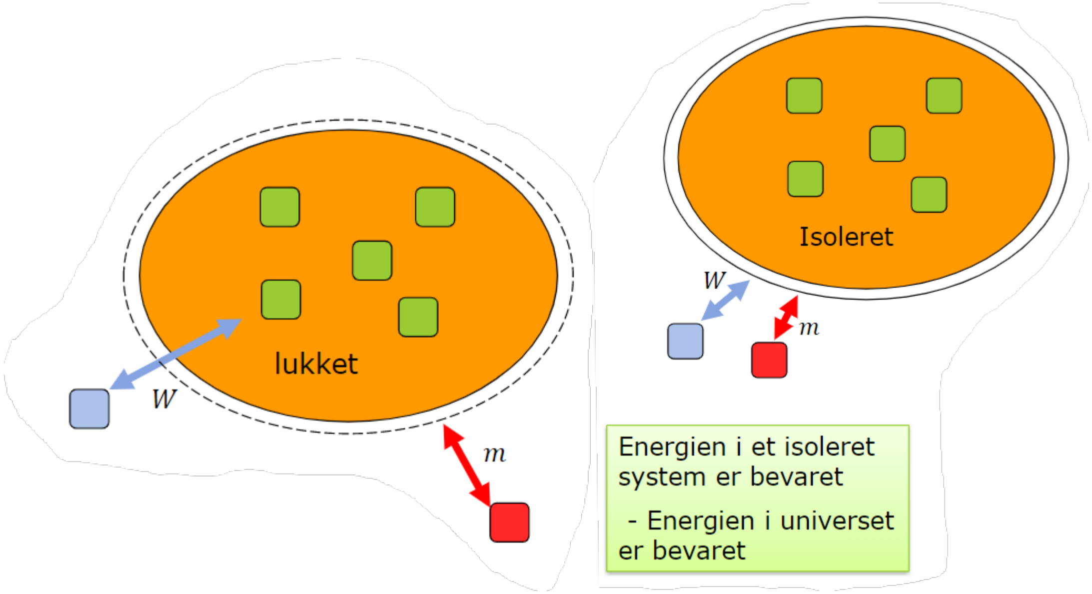
$$W_{\text{tot}} = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Effekt af en konstant kraft for en retlinet bevægelse: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = F\,v$

Potentiel energi og energibevarelse

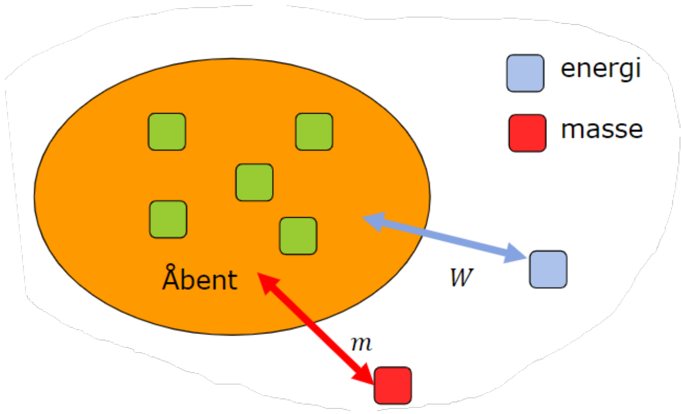
Isolerede, lukkede og åbne systemer



Et **isoleret** system veksler hverken energi eller masse/materiale med andre systemer.

Et **lukket** system veksler ikke masse/materiale, men gerne energi og arbejde med andre systemer.

Et **åbent** system veksler både energi/arbejde og masse/materiale med andre systemer.



Gravitationel potentiel energi

Gravitationel potentiel energi v. højden *y*.

$$U_g = mgy$$

Ændring i gravitationel potentiel energi v. ændring af højden

$$\Delta U_g = U_g(y) - U_g(y_0)$$

Den gravitationelle krafts arbejde på en masse, som løftes til en højde $h = y - y_0$

$$W_g = -mgh$$

Derved fås

$$\Delta U_g = -W_g$$

Mekanisk energi

Mekanisk energi er summen af kinetisk og potentiel energi

$$E = K + U$$

Konservative og ikke-konservative kræfter

Konservative kræfter: Tyngdekraften, elektrisk kraft og fjederkraften

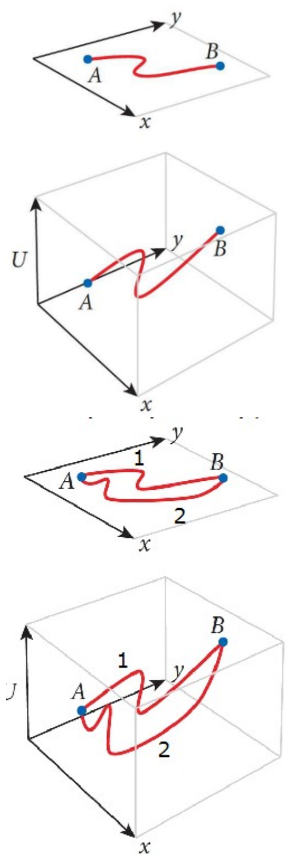
Ikke-konservative kræfter: Magnetisk kraft, friktionskraft

Definition
En **konservativ kraft** er enhver kraft, hvor arbejdet udført over en lukket kurve er nul.
En kraft, der ikke opfylder dette krav kaldes en **ikke-konservativ kraft.**

Konservative kræfter

Hvis vi kender det arbejde, som udføres af en konservativ kraft på et objekt, mens objektet bevæger sig langs en sti fra A til B, så kender vi også det arbejde, den samme kraft udfører på objektet, når det bevæger sig langs stien i den modsatte retning:

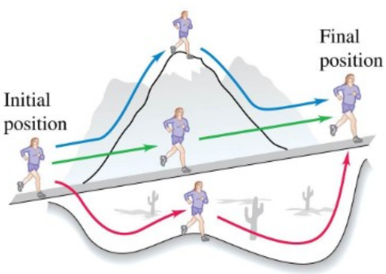
$W_{B \to A} = -W_{A \to B}$ $\quad\quad$ $W_{B \to A} + W_{A \to B} = 0$



Hvis vi kender arbejdet udført af en konservativ kraft på et objekt som bevæger sig langs stien, 1, fra A til B, så kender vi det arbejde den samme kraft udfører på objektet når det bevæger sig ad en anden sti, 2, til at gå fra A til B

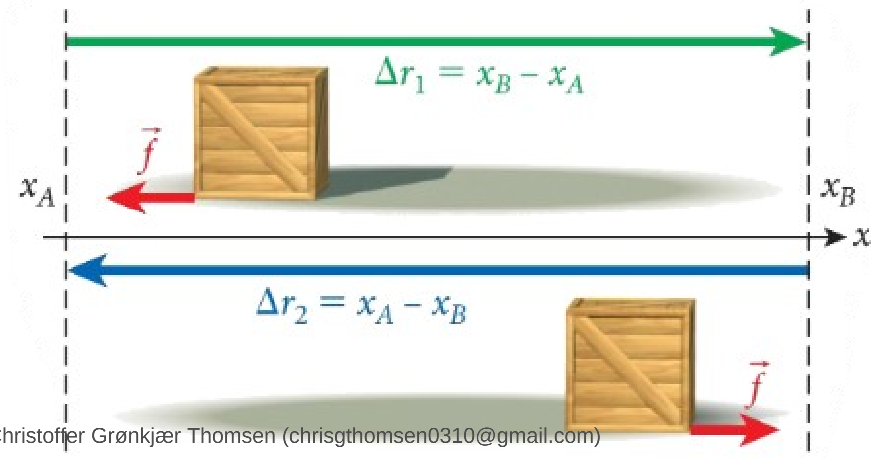
$$W_{A \to B, sti\,1} = W_{A \to B, sti\,2}$$

Fx er det arbejde tyngdekraften udfører i nedenstående situation det samme uanset hvilken vej der løbes.



Ikke-konservative kræfter

Friktion er ikke-konservativ. Flyttes kassen først til højre, udfører friktionskraften et arbejde mod venstre, og flyttes den derefter til venstre udfører friktionskraften et arbejde mod højre. Summen af de to friktionsarbejder er $\neq 0$



$$W_{f1} \neq -W_{f2}$$

Friktionskraftens arbejde er omdannet til termisk energi.

Momentum, impuls og kollisioner

Simulationer af kollisioner
https://phet.colorado.edu/sims/html/collision-lab/latest/collision-lab_all.html

BEMÆRK oversættelse ml. dansk og engelsk

Dansk	Engelsk	Fysisk størrelse
Impuls/Bevægelsesmængde	Momentum	$\vec{\boldsymbol{p}} = m\vec{\boldsymbol{v}}$
Kraftens impuls (impulsændring)	Impulse	$\vec{\boldsymbol{J}} = \Delta\vec{\boldsymbol{p}} = \int_{t_1}^{t_2} \overrightarrow{\boldsymbol{F}(t)}\, dt$

Impuls (bevægelsesmængde - kaldet momentum på engelsk) er masse gange hastighed

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Sammenhæng mellem kraft gange tid og impuls:

$$m \cdot \vec{v} = F \cdot t$$

Stød og kollisioner

Elastiske, uelastiske og fuldstændigt uelastiske kollisioner. For *alle* tre typer kollisioner er den samlede impuls før og efter stødet bevaret.

Elastiske kollisioner bevarer både kinetisk energi og impuls/momentum. Ingen mekanisk energi går tabt. Fx billardkugler. De er altså konservative. Den relative hastighed imellem objekterne er den samme før, som efter kollisionen.

Uelastiske kollisioner bevarer impuls/momentum, men noget kinetisk energi går tabt. Fx når to biler støder sammen og noget af energien går til at bøje og komprimere kofangerne. De er altså ikke-konservative.

Fuldstændig uelastiske kollisioner er når de to kolliderende objekter sidder sammen efter kollisionen og bevæger sig sammen videre. Fx et søm der hamres i en træklods. Impuls/momentum er bevaret.

$$\vec{p}_{i1} + \vec{p}_{i2} = \vec{p}_{f1} + \vec{p}_{f2}$$ hvor *i* er inital og *f* er final

Fuldstændigt elastiske stød i 1D

Et fuldstændig elastisk stød er et idealtilfælde, hvor to betingelser er opfyldt:

1. Samlede impuls er bevaret (gælde egentlig for alle stød)

$$p_{f1,x} + p_{f2,x} = p_{i1,x} + p_{i2,x}$$

2. Total kinetisk energi er bevaret (kun elastiske stød)

$$\frac{p_{f1,x}^2}{2m_1} + \frac{p_{f2,x}^2}{2m_2} = \frac{p_{i1,x}^2}{2m_1} + \frac{p_{i2,x}^2}{2m_2}$$

Finde impuls efter stød:

$$p_{f1,x} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) p_{i1,x} + \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) p_{i2,x}$$
$$p_{f2,x} = \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) p_{i1,x} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) p_{i2,x}$$

Finde hastighed efter stød vha. $p = mv$

$$v_{f1,x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{i1,x} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{i2,x}$$
$$v_{f2,x} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{i1,x} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{i2,x}$$

Elastisk stød i 2D og 3D

Fuldstændigt uelastiske kollisioner

Tab af kinetisk energi er lig med forskellen på kinetisk energi til slut *i* og til start *f*

$$\Delta K = K_i - K_f = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(\vec{v}_{i1} - \vec{v}_{i2}\right)^2$$

Impuls og kraft

For konstant masse

$$\frac{d}{dt}\vec{p} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = F$$

Newtons 2. lov for impuls. Kraften er lig med ændringen af impuls over tid.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Impuls og kinetisk energi

Kinetisk energi

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Med $p = mv$

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2 v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

Eksempel med impuls og kinetisk energi

Person 1 på 95 kg løber med en fart på 7,8 m/s, Person 2 på 74 kg løber med en fart på 9,6 m/s.

Impuls og kinetisk energi angives p_1 og K_1 for Person 1 osv.

$$p_1 : mv = 95\,kg \cdot \frac{7{,}8\,m}{s} = 741 \cdot kg \cdot m/s$$

$$p_2 = mv = 74\,kg \cdot \frac{9{,}6\,m}{s} = 710{,}4 \cdot kg \cdot m/s$$

$$K_1 : \frac{1}{2}mv^2 = \frac{95\,kg \cdot \left(\frac{7{,}8\,m}{s}\right)^2}{2} = \frac{2890 \cdot kg \cdot m^2}{s^2} = 2890\,J$$

$$K_2 : \frac{1}{2} m v^2 = \frac{74\,kg \cdot \left(\frac{9,6\,m}{s}\right)^2}{2} = \frac{3410 \cdot kg \cdot m^2}{s^2} = 3410\,J$$

Selvom *P2* har størst kinetisk energi, så har *P1* størst impuls

Inertimomenter

Inertimoment = ”masse”, men for rotationsbevægelser

Inertimoment er den rotationelle ækvivalent til masse i lineære bevægelser. Inertimomentet for bestemte geometriske former findes v. tabel 9.2 i fysikbogen.

Kraftmoment angives med tau: $\tau = r \cdot F_t$

Hvor $r = ¿$ radius og $F_t = ¿$ den tangentielle kraft

Kan findes som krydsproduktet mellem vektoren ud til angrebspunktet og kraftvektoren

$$\tau = r \times F$$

Inertimoment: $m r^2$

Kraftmomenter

Kraftmoment = ”kræfter”, men for rotationsbevægelse

Impulsmomenter

Impulsmomentbevarelse

Impulsmoment (krydsprodukt) $L = \vec{r} \times \vec{p}$ spiller samme rolle i forhold til kraftmomentet i rotationel bevægelse, som impulsen gør i forhold til kraft i translationel bevægelse.

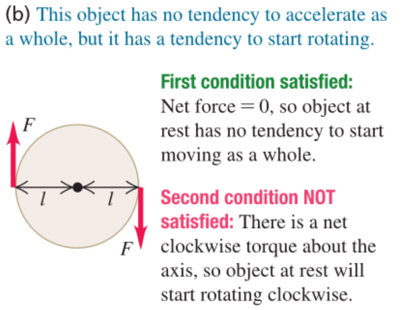
Impulsmomentsætning: ændringen i impulsmoment L l er givet ved summen af de eksterne kraftmomenter τ_{ext}

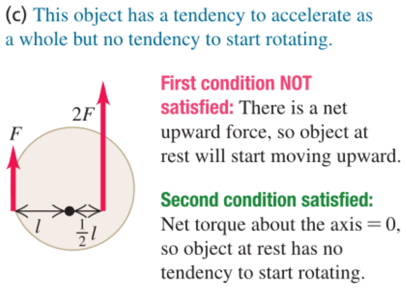
I et lukket system er impulsmomentet L bevaret

Stabilitet, deformation og gravitation

Ligevægt $\sum F = 0$ $\sum \tau = 0$

For at et system er i ligevægt, skal de to ovenstående betingelser være opfyldt! Summen af alle kræfter skal være 0, og summen af alle momenter omkring alle punkter, skal være lig 0.





Fluid mekanik

Densitet $\rho = \frac{M}{V}$ kg/m^3 Massen over et volumen

Tryk $p = \frac{F_{\perp}}{A}$ Pa (pascal) $¿ \frac{N}{m^2}$ Den vinkelrette kræft over et areal

Opdrift $F = V \cdot \rho \cdot g$ Opdrift er givet som vægten af den fortrængte volumen

Tryk ved en given dybde $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$ Trykket er lig trykket ved overflade, plus densiteten gange tyngdeaccelerationen gange højden/dybden

Flux Antal enheder pr. tid pr. areal. Fx: *N* molekyler af en væske flyder gennem et rør med tværsnitsareal *A* pr. tidsenhed *t*. Hvis væsken er usammentrykkelig, flyder der lige mange molekyler ud som flyder ind i det samme tidsrum.

Volumen der flyder gennem et rør $\frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v$

Bernoulli's ligning $p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

Ovenstående siger fx at når farten af en væske stiger, så falder trykket. Fx falder trykket ved en indsnævring i et rør fordi farten stiger fordi samme volumen pr. tid skal igennem - præcis sådan en karburator fungerer!

Væskestrøm i rør med varierende areal $A_1 v_1 = A_2 v_2$

Ordliste

Engelsk udtryk	Dansk udtryk	Type	Se også/relatere til
Acceleration	Acceleration	Vektor	
Angular acceleration	Vinkelacceleration	Vektor	
Angular momentum	Impulsmoment, angulært moment, bevægelsesmængdemoment	Vektor	
Angular position	Vinkel	Skalar	
Angular velocity	Vinkelhastighed	Vektor	
Bulk stress		Komprimering af volumen $B=\frac{-\Delta p}{\Delta V / V_0}$	
Capacitance	Kapacitans	Positiv skalar	
Capacitor	Kondensator/kapacitor		
Cavity	Hulrum/kavitet		
Center of mass	Massemidtpunkt, tyngdepunkt	Vektor	
Charge / Charge density	Ladning / Ladningstæthed	Skalar / Skalar funktion	
Charge distribution	Ladningsfordeling	Skalar funktion	
Charging/discharging	Opladning/Afladning		
Circuit	Kredsløb		
Coefficient of performance	Virkningsgrad	Skalar	
Coil	Spole		
Component	Komposant	Skalar	
Conductor	Leder/ ledning	Elektrisk ledende materiale	
Cosmic Microwave Background Radiation	Kosmisk mikrobølgebaggrundsstråling		
Damping	Dæmpning		

Dark matter	Mørkt stof		
Dielectric (material)	Dielektrikum/dielektrisk materiale		
Dielectric strength	Gennemslagsfeltstyrke	Positiv skalar	
Displacement	Forskydning	Vektor	
Distance	Afstand	Ikke-negativ skalar	
Elastic collision	Elastisk stød	Kinetisk energi er bevaret	
Electric charge	Elektrisk ladning	Skalar	
Electric current	Elektrisk strøm	Vektor	
Electric dipole(moment)	Elektrisk dipol(moment)		
Electric field	Elektrisk felt	Vektor / Vektorfunktion	
Electric field lines	Elektriske feltlinjer	Vektorfunktion	
Electric flux	Elektrisk flux	Skalar	
Electric permittivity of free space	Vacuumpermittiviteten	Skalar naturkonstant	
Electric potential	Elektrisk potential	Skalar funktion	
Equilibrium	Ligevægt	Når et legeme ikke har nogen acceleration eller vinkel-acceleration i forhold til et givent koordinatsystem. Summen af alle kraft og kraftmomenter skal altså være 0	
Equipartition	Ligefordelingsloven		
Equipotential surface	Ækvipotentialflade	Flade i 3D	
Escape speed	Undvigelsesfart	Skalar	
Fictitious force	Fiktiv kraft	Vektor	
Friction force	Friktionskraft	Et objekt glider netop når: $\mu_s = \frac{f_s}{F_n}$	
Force(s)	Kraft (kræfter)	Vektor	
Gauge	Mål		
Gaussian surface	Gaussflade/Gaussdåse	Lukket flade i 3D	
Gravity	Tyngdekraft	Vektor	
Gravitational constant	Gravitationskonstanten	$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot M^2}{kg^2}$	

Ground/grounded	Jord/jordet	Jordens elektriske potential / elektrisk forbindelse til dette	
Hysteresis	Hysterese		
Impulse	Kraftens impuls	Vektor	
Inelastic collision	Uelastisk stød	Kinetisk energi går tabt	
Inertial frame	Inertialsystem	Koordinatsystem	
Insulator	Isolator	Materiale uden ledningsevne	
Isentropic process	Isentrop, dvs. konstant entropi		
Isobaric process	Isobar, dvs. konstant tryk		
Isochoric process	Isocor, dvs. konstant volumen		
Isothermal process	Isoterm, dvs. konstant temperatur		
Kinetic friction	Kinematisk friktion	Ved relativ bevægelse	
Latent heat	Latent varme	Positiv skalar	
Lever arm	Arm,momentarm	Skalar	
Linear momentum, momentum	Impuls, bevægelsesmængde	Vektor	
Liquid	Flydende		
(Current) Loop	(Strøm)Løkke		
Magnetic dipole moment	Magnetisk dipolmoment		
Magnetic field line	Magnetisk feltlinje		
Magnetic (north/south) pole	Magnetisk (nord/syd)pol		
Magnetic permeability of free space	Vacuumpermeabiliteten	Skalar naturkonstant	
Magnetic susceptibility	Magnetisk susceptibilitet	Skalar/tensor	
Magnetization	Magnetisering		

Mean free path	Middelfri vejlængde	Skalar	
Moment of inertia	Inertimoment	Ikke-negativ skalar	
Net force, total force, resultant force, sum of forces	Resulterende kraft, summen af kræfter	Vektor	
Orbital magnetic moment	Banemagnetisk moment	Vektor	
Oscillation	Svingning		
Parallel-Axis Theorem	Parallelakseteoremet, Steiners sætning		
Parallel plate capacitor	Pladekapacitor / Pladekondensator		
Perfectly inelastic collision	Fuldstændig uelastisk stød	Legemer hænger sammen	
Planetary motion	Planetbevægelse		
Point charge	Punktladning		
Position	Position, sted	Vektor	
Power	Effekt	Skalar	
Pure rolling	Rulning, ren rulning		
Reynolds number	Reynolds tal	Positiv skalar	
Rigid object	Stift legeme		
Scalar product	Prikprodukt, skalarprodukt, indre produkt	Skalar	
Semiconductor	Halvleder	Materiale med meget ringe ledningsevne	
Shear modulus	Forskydningsmodul	$S=\frac{F_{¿\vee¿/A}}{x/h}¿$	
Shear stress	Forskydningsspænding	Skalar $\frac{F_{¿\vee¿}}{A}¿$	Shear modulus
Shear strain	Forskydningstøjning	$\frac{x}{h}$	Shear modulus
Simple harmonic motion	Harmonisk svingning		
Solenoid	Solenoide		
Solid	Faststof		

Specific heat	Specifik varmekapacitet	Positiv skalar	
Speed	Fart	Ikke-negativ skalar	
Spring	Fjeder		
Static equilibrium	Statisk ligevægt		
Strain	Tøjning	Normal en skalar, men er en tensor generelt Den deformation/forlængelse der følger af stress $\epsilon = \frac{\Delta L}{l}$ for et emne af længden L og forlængelsen ΔL	Youngs modul, stress
Stress	Mekanisk spænding	Normalt en skalar, men er en tensor generelt Kraft pr. areal $\sigma = \frac{F_\perp}{A} = \frac{N}{m^2}$ Bemærk det er kun den vinkelrette del $F_\perp$ af *F* der virker på emnet.	Youngs modul, strain
Superconductor	Superleder	Leder elektrisk strøm uden modstand	
Tension	Spænding	Ikke-negativ skalar	
Thermal energy	Termisk energi	Positiv skalar	
Toroid	Toroide		
Torque	Kraftmoment	Vektor	
Uniform circular motion	Jævn cirkelbevægelse		
Vaporization	Fordampning		
Vector product	Krydsprodukt, ydre produkt	Vektor	
Velocity	Hastighed	Vektor	
Viscosity	Viskositet	Positiv skalar	
Youngs modulus	Youngs modul	Knytter spænding til tøjning $Y = \frac{stress}{strain} = \frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{F_\perp / A}{\Delta L / L}$	
Weight	Tyngdekraft	Vektor (kraft)	
Winding (of coil)	Vinding (af spole)		
Work	Arbejde	Skalar	
Work-kinetic energy theorem	Arbejdssætningen, den levende krafts princip		

Stor beholder betyder ofte at væsken i den ene ende af beholderen IKKE HAR NOGEN FART. Altså har indstrømningsvæsken hastigheden $v_1 = 0$