

DTU



Uge 9 | Elektromagnetisme

# Magnetiske Kræfter og Felter

# Hvad lærte jeg sidst?



6. Hvad er lige nu mest uklart?

48

48 responses

Elektrisk potential

29.17%

Relationen mellem elektrisk potential og felt

75%

Elektrisk strøm og drifthastighed

18.75%

Ohms lov og afsat energi i elektriske kredsløb

6.25%

# Hvad lærte jeg sidst?



12. Hvad er lige nu mest uklart?



29

29 responses

Elektrisk potential

34.48%

Relationen mellem elektrisk potential og felt

48.28%

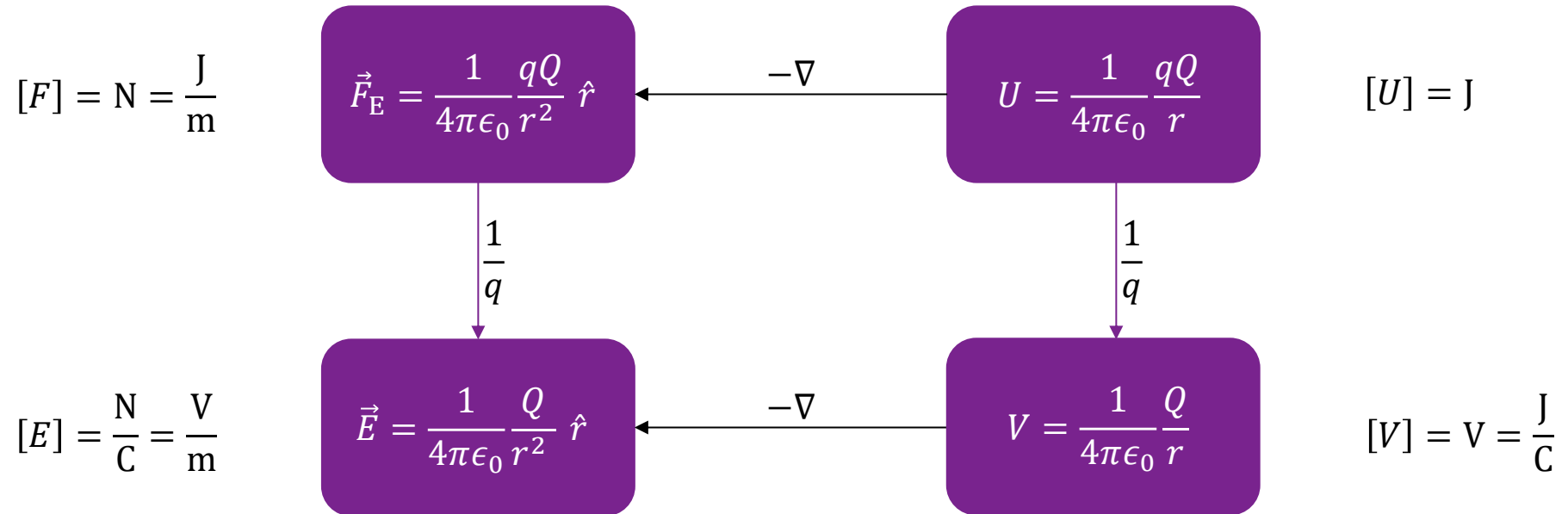
Elektrisk strøm og drifthastighed

37.93%

Ohms lov og afsat energi i elektriske kredsløb

13.79%

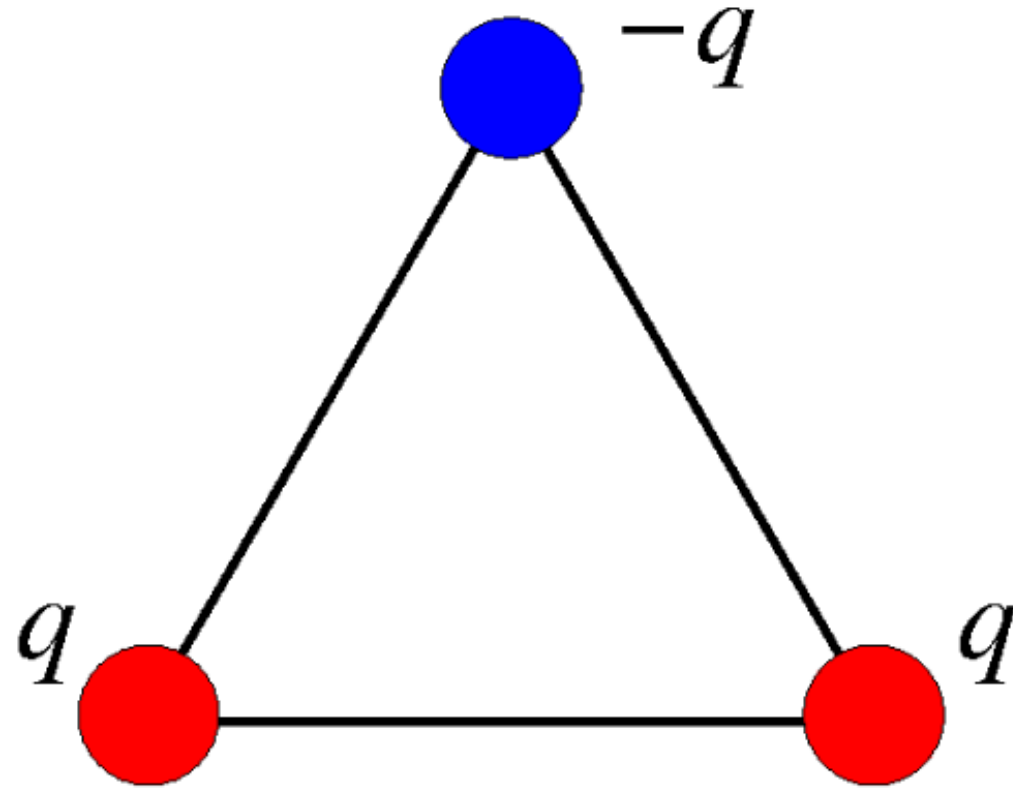
# Kraft, potentiel energi, elektrisk felt, potential



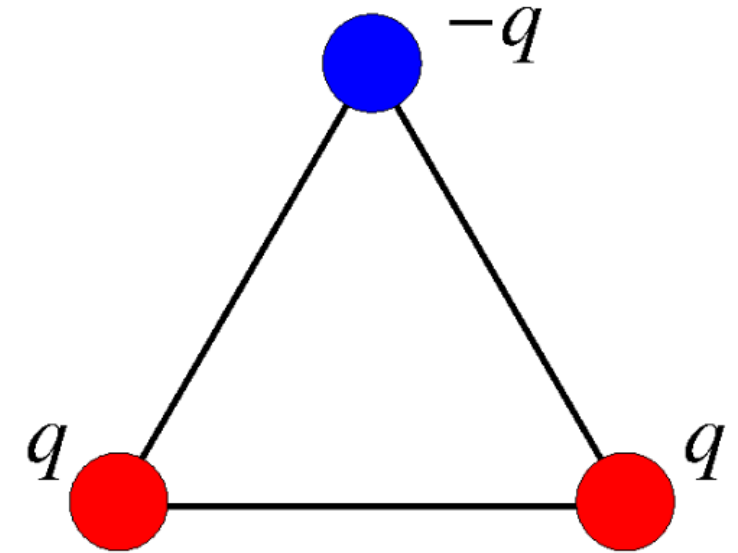
# Regneopgave fra Sidst

## Exercise 5.

Two positive point charges and one negative point charge are placed at the three corners of an equilateral triangle as shown in the figure. All charges have the same magnitude. The zero point of the electrostatic potential energy is set at infinity. Which of the following statements are correct?



## Regneopgave fra Sidst



- A) The total potential energy of the three charges is positive
- B) The total electrostatic force on the negative charge is directed vertically downward
- C) The total electrostatic force on the left positive charge is directed straight to the left
- D) The electric field at the midpoint between the two positive charges is directed straight up
- E) There are one or more zero points for the electrostatic potential within the sides of the triangle

# Regneopgave fra Sidst

## Solution:

B), D) and E) are correct. A) The total potential energy has a positive contribution from the two positive charges and two equally large, but negative, contributions from the potential energy between the negative charge and each of the two positive ones. So the total potential energy is negative. B) The negative charge is acted upon by two equal forces directed towards the center of the positive charges. Their x-components cancel, while the downward y-components have the same sign and add up. C) The force from the right positive charge is directed straight to the left, but there is also an attractive force towards the negative charge. D) The fields from the two positive charges are equal and oppositely directed at the center point. The total field is therefore the field from the negative charge, which points straight up. E) Close to the negative charge, the potential is large and negative (goes towards minus infinity when we approach the charge), similarly it is large and positive when we approach a positive charge, so zero points must be found inside the triangle.



Vektor  $A$  peger mod højre, vektor  $B$  peger opad. I hvilken retning peger vektor  $C = A \times B$

mod højre

0%

opad

0%

mod venste

0%

nedad

0%

ind i tavlen

0%

ud ad tavlen

0%



Vektor  $A$  peger mod højre, vektor  $B$  peger opad. I hvilken retning peger vektor  $C = A \times B$

mod højre

0%

opad

0%

mod venste

0%

nedad

0%

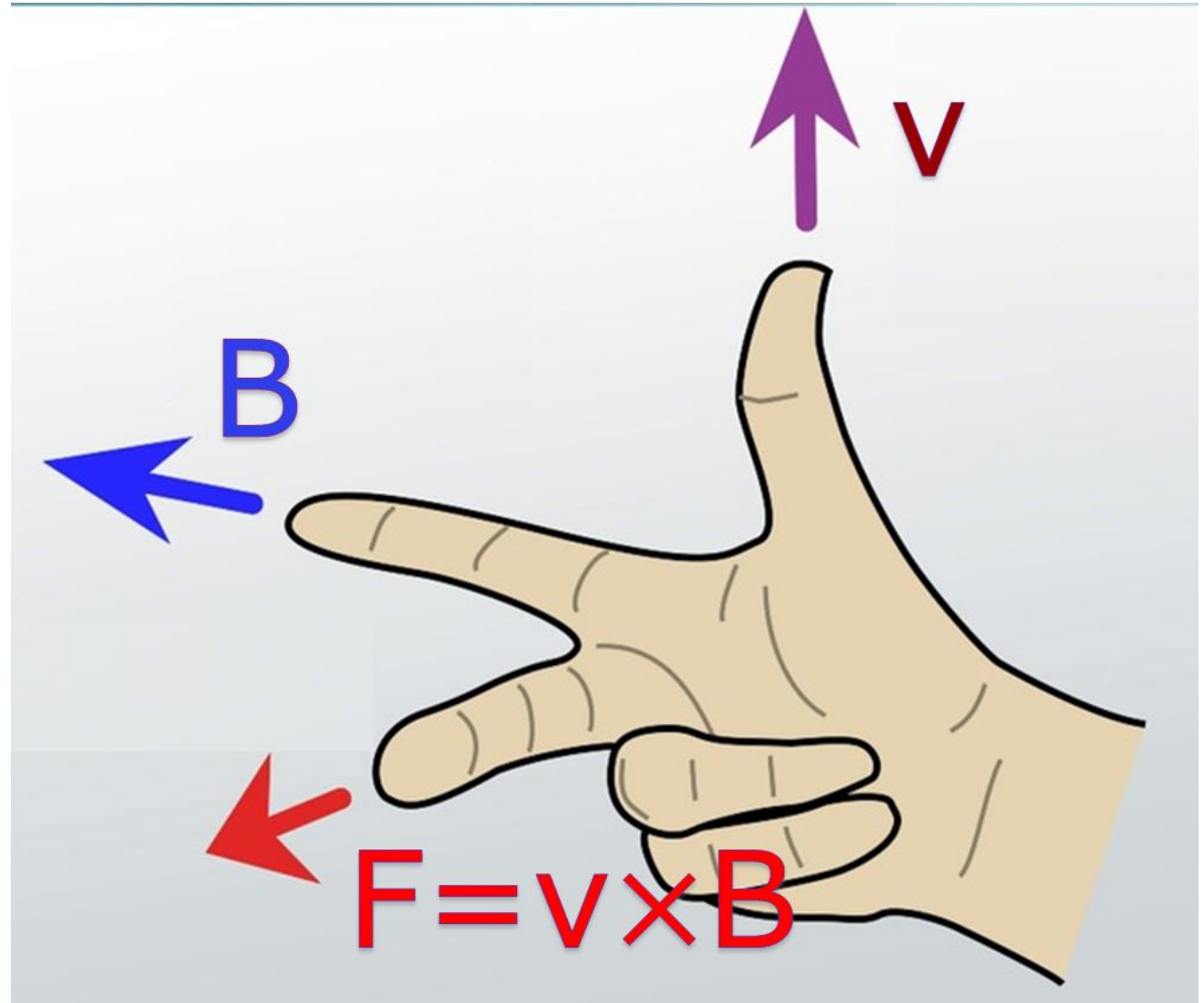
ind i tavlen

0%

ud ad tavlen

0%

# Krydsprodukt

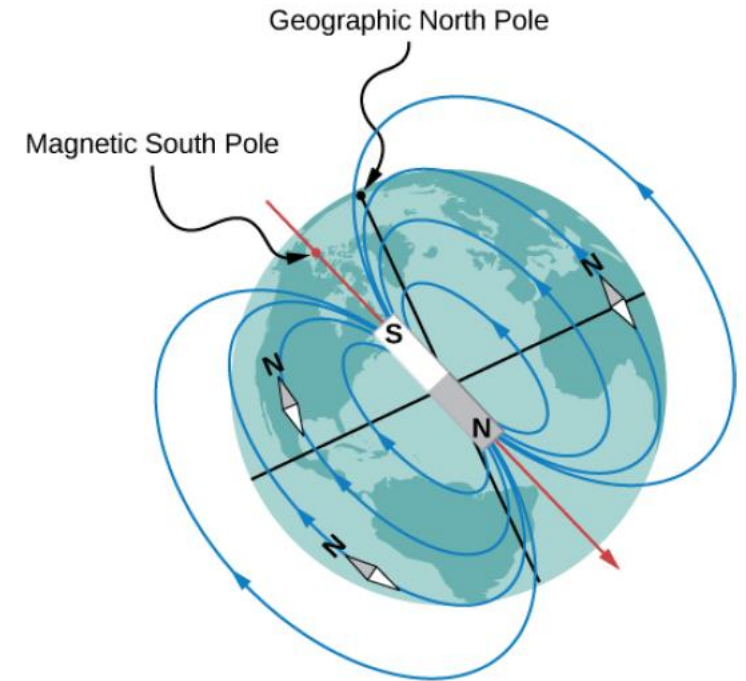


# Hvad skal jeg lære i dag?

- Tegne og fortolke magnetiske felter fra magneter
- Udregne den magnetiske kraft på en ladet partikel og beskrive partikelbanen i et uniformt magnetfelt
- Udregne størrelse og angive retning af den magnetiske kraft på en strømførende ledning
- Udregne størrelse og retning af magnetisk kraft og kraftmoment på en magnetisk dipol

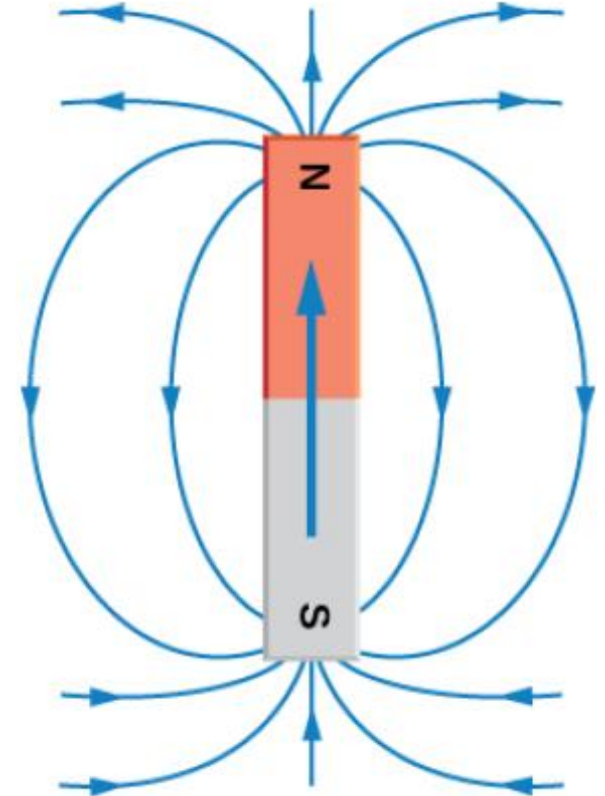
# Magnetismens opdagelse

- Magnetisme har været kendt siden oldtidens Grækenland
- Eksempel på naturligt forekommende magnet er Jorden, hvor andre frie magneters (f.eks. kompasnåles) nordpol, vil orientere sig mod Jordens magnetiske sydpol (tæt ved den geografiske nordpol)
- Bedre forståelse fra interesse efter H.C. Ørstedes (DTU's grundlægger) forsøg i 1819, hvor han viste, at strømførende ledning gav anledning til magnetisme
- Enheden for magnetisk feltstyrke er Tesla  $[B] = \text{T}$



# Det magnetiske felt

1. Retningen af det magnetiske felt er tangentielt til feltlinjen på ethvert punkt i rummet (et lille kompas vil pege i feltlinjens retning).
2. Styrken af magnetfeltet er proportional med, hvor tæt feltlinjerne ligger.
3. Magnetiske feltlinjer kan aldrig krydse hinanden.
4. Magnetiske feltlinjer er kontinuerlige og danner lukkede løkker uden begyndelse eller ende (de går fra nordpolen mod sydpolen).





# Hvad er fælles for elektriske og magnetiske feltlinjer?

Retningen af det feltet er tangential til feltlinjen på ethvert punkt i rummet

0%

Styrken af feltet er proportional med, hvor tæt feltlinjerne ligger

0%

Feltlinjer kan aldrig krydse hinanden

0%

Feltlinjer er kontinuertlige og danner lukkede løkker uden begyndelse eller ende

0%



# Hvad er fælles for elektriske og magnetiske feltlinjer?

Retningen af det feltet er tangential til feltlinjen på ethvert punkt i rummet

0%

Styrken af feltet er proportional med, hvor tæt feltlinjerne ligger

0%

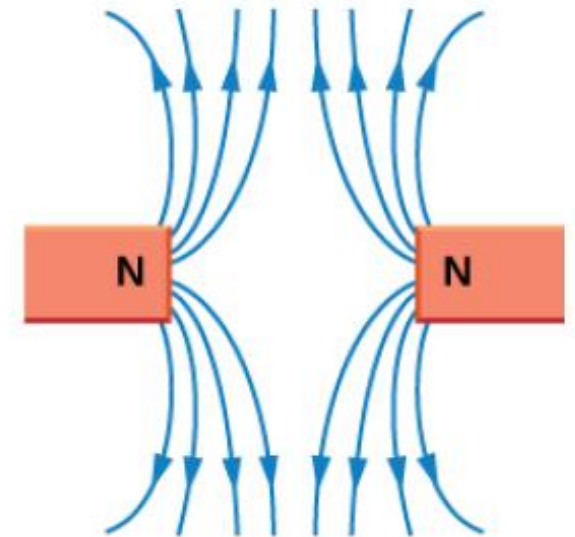
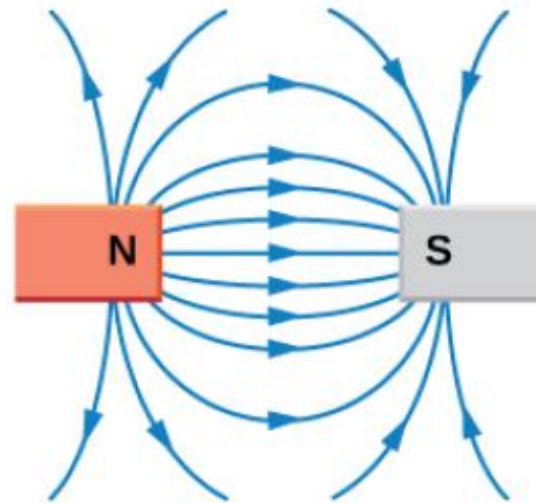
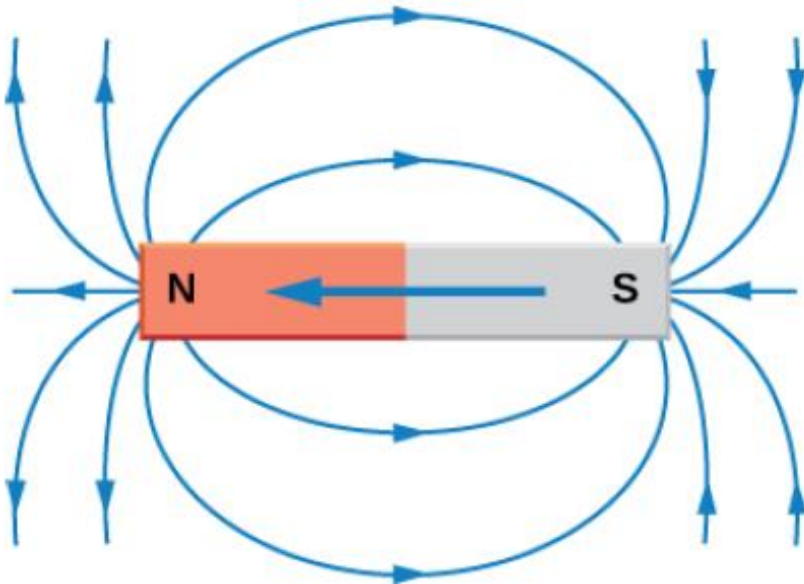
Feltlinjer kan aldrig krydse hinanden

0%

Feltlinjer er kontinuertlige og danner lukkede løkker uden begyndelse eller ende

0%

# Det magnetiske felt



# Det magnetiske kraft på en ladet partikel

Den magnetiske kraft,  $\vec{F}$ , på en ladet partikel med hastighed  $\vec{v}$  og ladning  $q$  er

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

hvor  $\vec{B}$  er magnetfeltet i punktet for partiklens position.

Størrelsen af den magnetiske kraft er

$$F = qvB \sin \theta$$

hvor  $\theta$  er vinklen mellem hastighedsvektoren og magnetfeltsvektoren

# Det magnetiske kraft på en ladet partikel

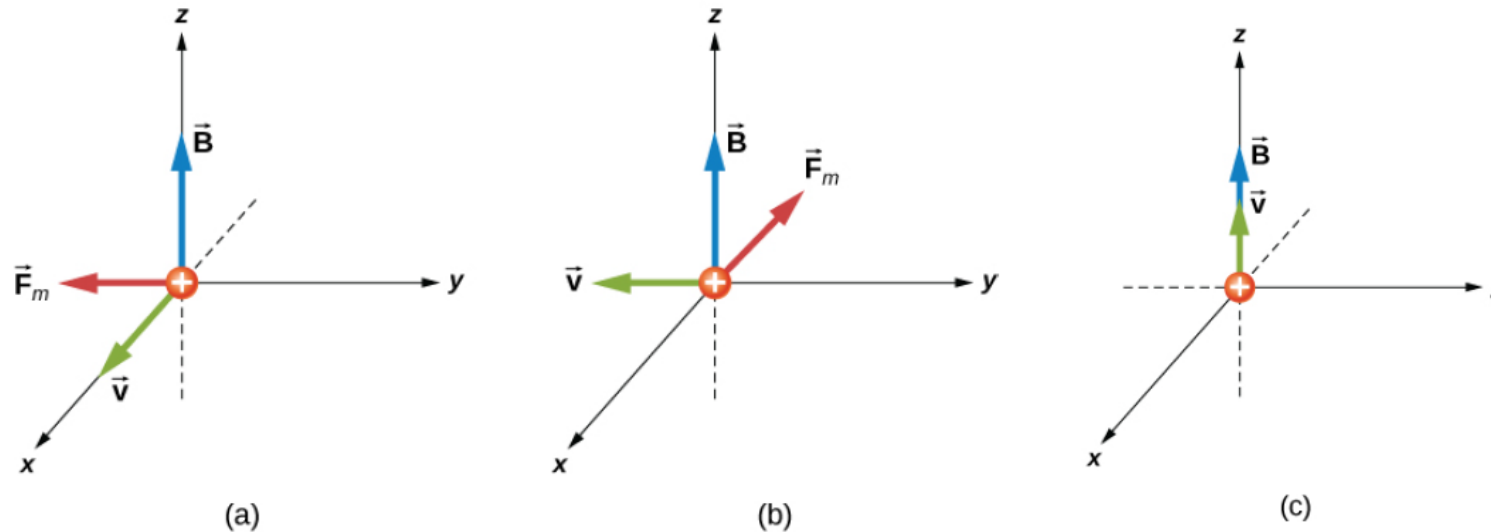
## An Alpha-Particle Moving in a Magnetic Field

An alpha-particle ( $q = 3.2 \times 10^{-19} \text{C}$ ) moves through a uniform magnetic field whose magnitude is 1.5 T. The field is directly parallel to the positive z-axis of the rectangular coordinate system of [Figure 11.5](#). What is the magnetic force on the alpha-particle when it is moving (a) in the positive x-direction with a speed of  $5.0 \times 10^4 \text{m/s}$ ? (b) in the negative y-direction with a speed of  $5.0 \times 10^4 \text{m/s}$ ? (c) in the positive z-direction with a speed of  $5.0 \times 10^4 \text{m/s}$ ?

# Det magnetiske kraft på en ladet partikel

## An Alpha-Particle Moving in a Magnetic Field

An alpha-particle ( $q = 3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) moves through a uniform magnetic field whose magnitude is 1.5 T. The field is directly parallel to the positive z-axis of the rectangular coordinate system of [Figure 11.5](#). What is the magnetic force on the alpha-particle when it is moving (a) in the positive x-direction with a speed of  $5.0 \times 10^4 \text{ m/s}$ ? (b) in the negative y-direction with a speed of  $5.0 \times 10^4 \text{ m/s}$ ? (c) in the positive z-direction with a speed of  $5.0 \times 10^4 \text{ m/s}$ ?



$$F = qvB\sin\theta = (3.2 \times 10^{-19} \text{ C})(5.0 \times 10^4 \text{ m/s})(1.5 \text{ T})\sin(90^\circ) = 2.4 \times 10^{-14} \text{ N}.$$



# Hvad gælder om en ladet partikel i et uniformt magnetfelt?

Den magnetiske kraft er altid vinkelret på hastigheden

0%

Den magnetiske kraft er altid tangentiell på hastigheden

0%

Den magnetiske kraft udfører ikke et arbejde

0%

Partiklens bane er en jævn cirkelbevægelse

0%

Den magnetiske kraft kan ikke påvirke hastigheden parallelt med magnetfeltet

0%

En ladet partikel kan ikke ligge stille i et magnetfelt

0%



# Hvad gælder om en ladet partikel i et uniformt magnetfelt?

Den magnetiske kraft er altid vinkelret på hastigheden

0%

Den magnetiske kraft er altid tangentiell på hastigheden

0%

Den magnetiske kraft udfører ikke et arbejde

0%

Partiklens bane er en jævn cirkelbevægelse

0%

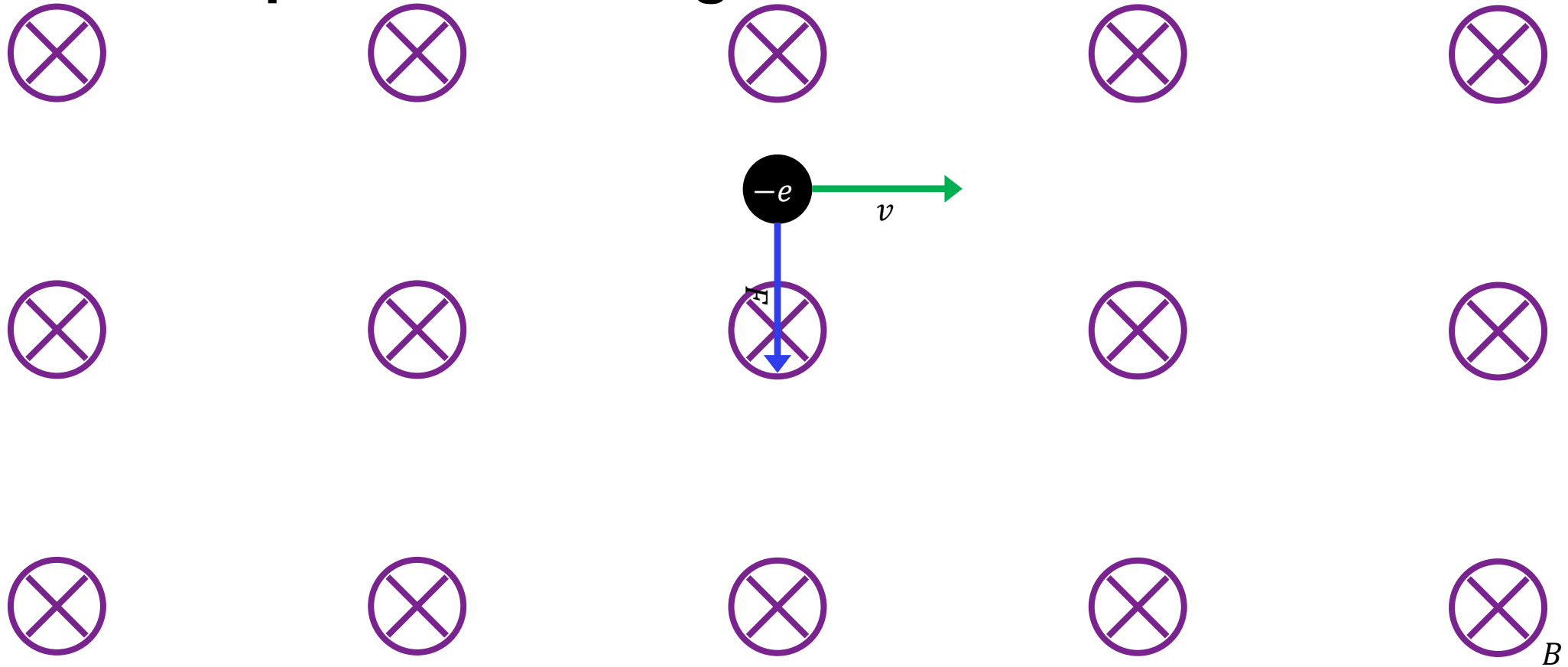
Den magnetiske kraft kan ikke påvirke hastigheden parallelt med magnetfeltet

0%

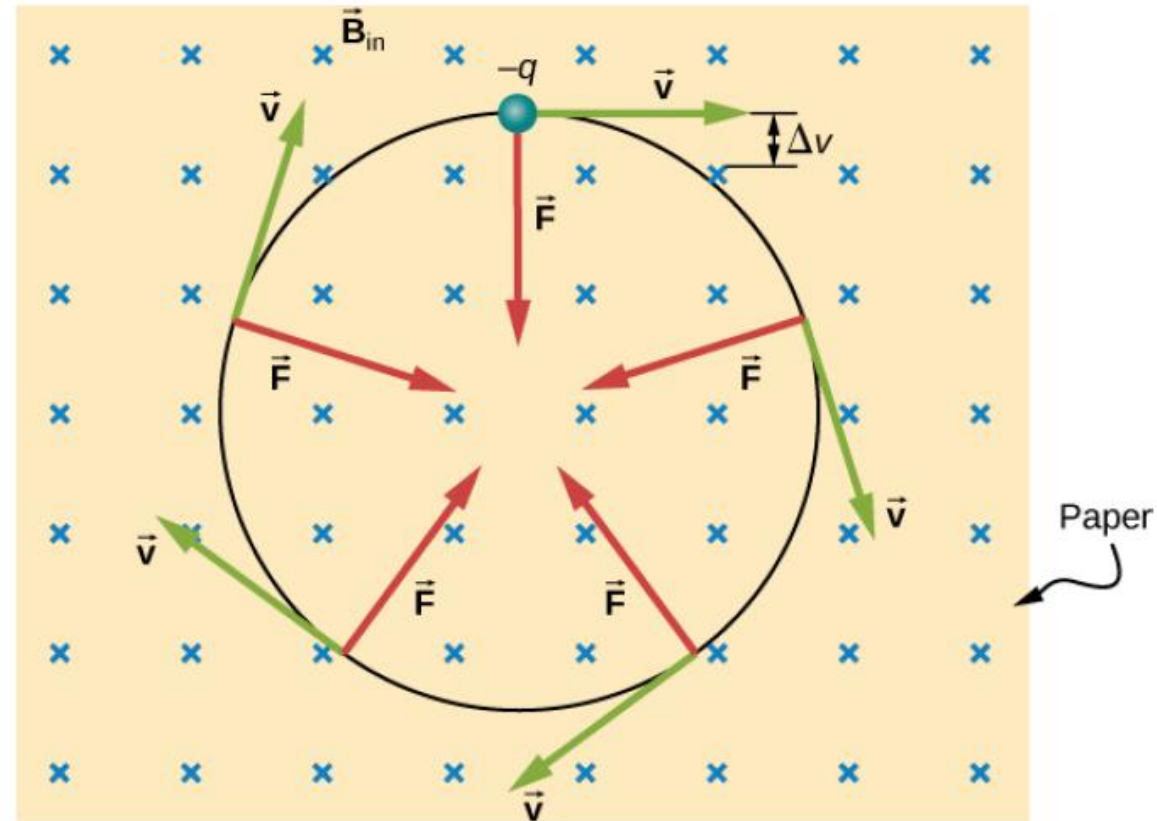
En ladet partikel kan ikke ligge stille i et magnetfelt

0%

# Ladet partikel i et magnetfelt



# Ladet partikel i et magnetfelt



**Figure 11.7** A negatively charged particle moves in the plane of the paper in a region where the magnetic field is perpendicular to the paper (represented by the small  $\times$ 's—like the tails of arrows). The magnetic force is perpendicular to the velocity, so velocity changes in direction but not magnitude. The result is uniform circular motion. (Note that because the charge is negative, the force is opposite in direction to the prediction of the right-hand rule.)

# Ladet partikel i et magnetfelt

Størrelsen af centripetalkraften for en jævn cirkelbevægelse er

$$F = \frac{mv_{\perp}^2}{r}$$

Kombineres dette med størrelsen af den magnetiske kraft ( $v_{\perp} = v \sin \theta$ )

$$F = qv_{\perp}B$$

Fås radius,  $r$ , og omløbstid,  $T$ , i cirkelbevægelsen

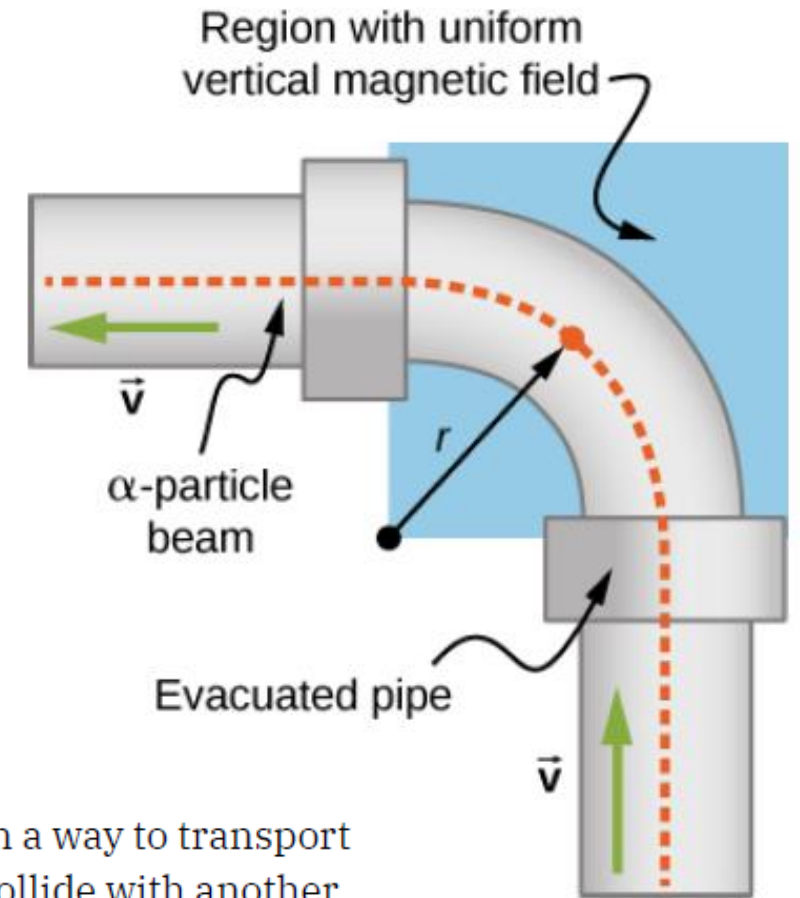
$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

$$T = 2\pi \frac{m}{qB}$$

# Ladet partikel i et magnetfelt

## Beam Deflector

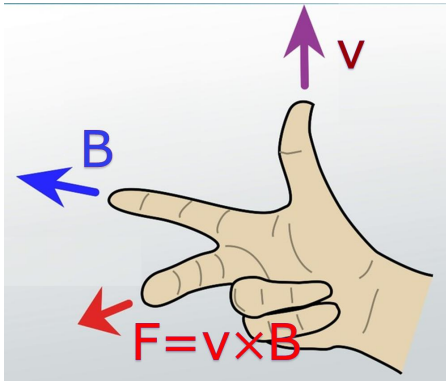
A research group is investigating short-lived radioactive isotopes. They need to design a way to transport alpha-particles (helium nuclei) from where they are made to a place where they will collide with another material to form an isotope. The beam of alpha-particles ( $m = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $q = 3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) bends through a 90-degree region with a uniform magnetic field of 0.050 T (Figure 11.10). (a) In what direction should the magnetic field be applied? (b) How much time does it take the alpha-particles to traverse the uniform magnetic field region?



# Ladet partikel i et magnetfelt

Solution

a.



- b. The period of the charged particle going around a circle is calculated by using the given mass, charge, and magnetic field in the problem. This works out to be

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi (6.64 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(3.2 \times 10^{-19} \text{ C}) (0.050 \text{ T})} = 2.6 \times 10^{-6} \text{ s}.$$

However, for the given problem, the alpha-particle goes around a quarter of the circle, so the time it takes would be

$$t = 0.25 \times 2.61 \times 10^{-6} \text{ s} = 6.5 \times 10^{-7} \text{ s}.$$

# Hvad skal jeg lære i dag?

- Tegne og fortolke magnetiske felter fra magneter
- Udregne den magnetiske kraft på en ladet partikel og beskrive partikelbanen i et uniformt magnetfelt
- Udregne størrelse og angive retning af den magnetiske kraft på en strømførende ledning
- Udregne størrelse og retning af magnetisk kraft og kraftmoment på en magnetisk dipol

# Magnetisk kraft på en ledning

I en strømførende ledning bevæger elektronerne sig i gennemsnit med farten

$$v_d = \frac{I}{neA}$$

Er ledningen placeret i et magnetfelt, er kraften på en enkelt elektron

$$\vec{F} = q\vec{v}_d \times \vec{B}$$

Mens den totale kraft på samtlige  $N = nAL$  elektroner i ledningen med længde  $L$  er

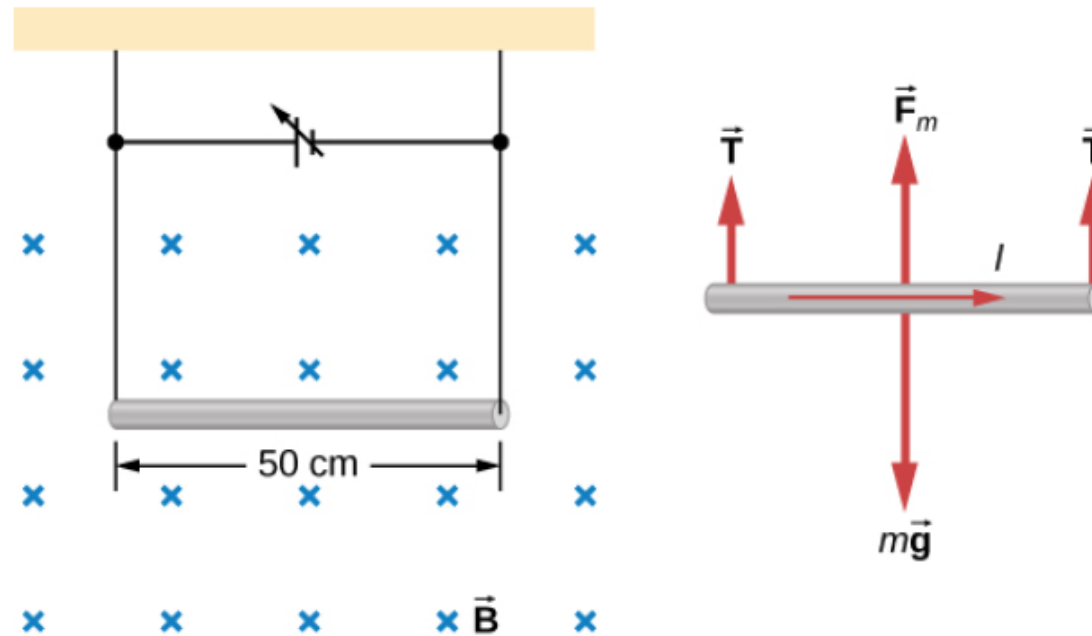
$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

hvor  $\vec{L}$  peger i strømmens retning

# Magnetisk kraft på en ledning

## Balancing the Gravitational and Magnetic Forces on a Current-Carrying Wire

A wire of length 50 cm and mass 10 g is suspended in a horizontal plane by a pair of flexible leads (Figure 11.13). The wire is then subjected to a constant magnetic field of magnitude 0.50 T, which is directed as shown. What are the magnitude and direction of the current in the wire needed to remove the tension in the supporting leads?



# Magnetisk kraft på en ledning

## Solution

Equate the two forces of weight and magnetic force on the wire:

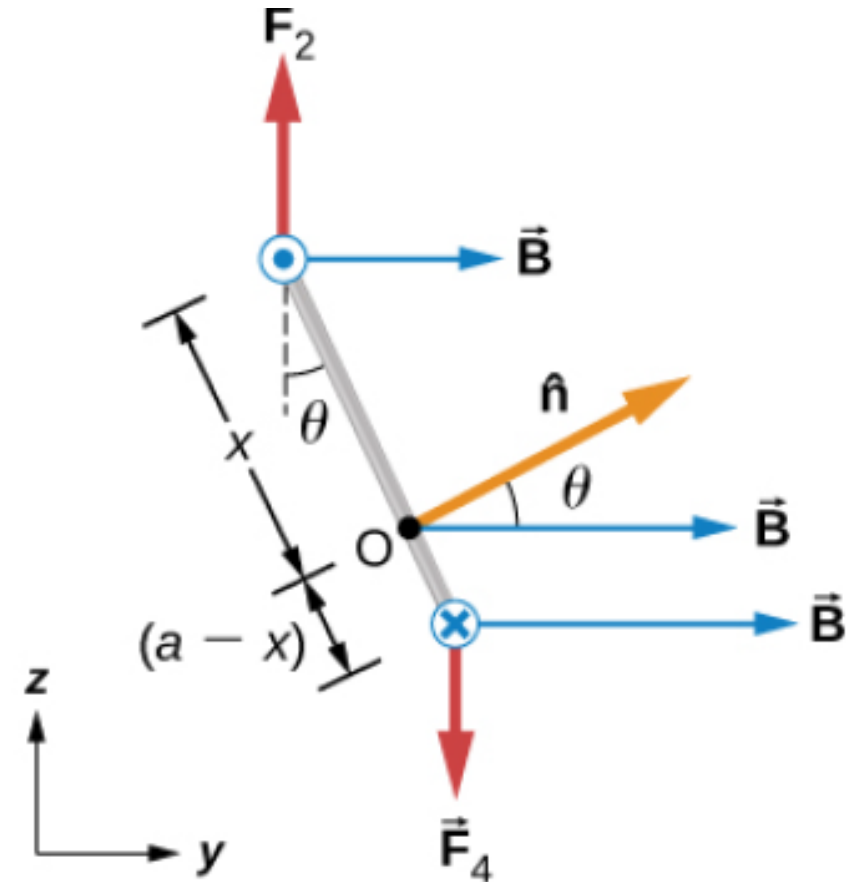
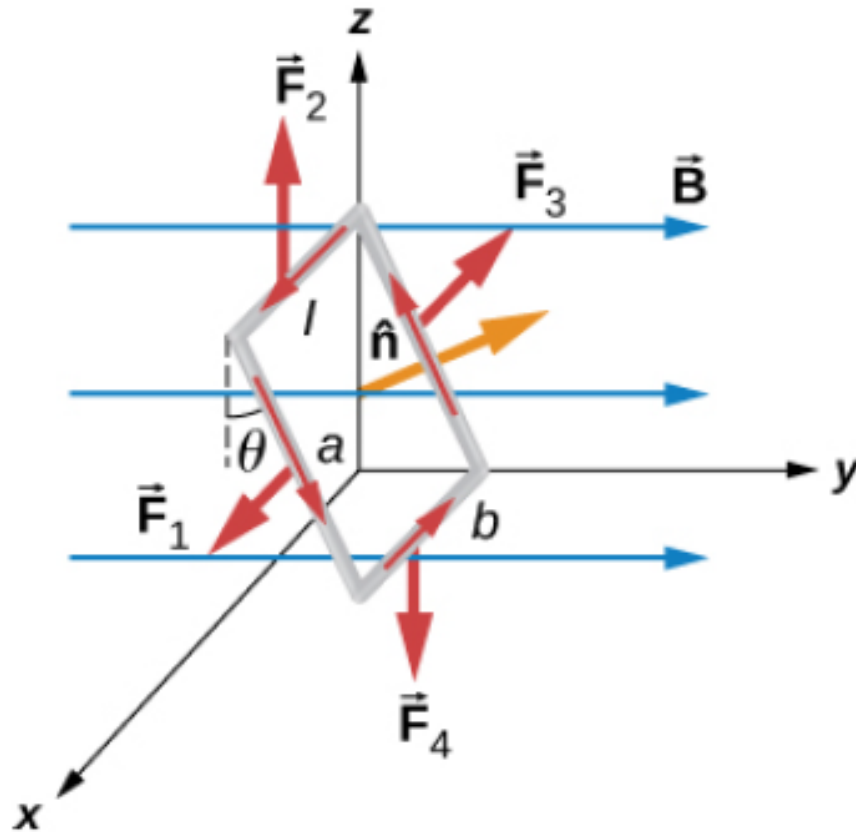
$$mg = IlB.$$

Thus,

$$I = \frac{mg}{lB} = \frac{(0.010 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(0.50 \text{ m})(0.50 \text{ T})} = 0.39 \text{ A}.$$

# Magnetisk kraft på en magnetisk dipol

En strømkreds, bestående af fire ledningssegmenter, mærker summen af kræfterne på hver af de fire dele



# Magnetisk kraft på en magnetisk dipol

Kræfterne har følgende størrelse (brug  $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ )

$$\vec{F}_1 = IaB \sin(90^\circ - \theta) \hat{x} = IaB \cos(\theta) \hat{x}$$

$$\vec{F}_2 = IbB \hat{z}$$

$$\vec{F}_3 = -IaB \sin(90^\circ + \theta) \hat{x} = -IaB \cos(\theta) \hat{x}$$

$$\vec{F}_4 = -IbB \hat{z}$$

Og summen af kræfterne er altså

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$$



##/##

Join at: [vevox.app](https://vevox.app)

ID: 193-274-526

Question slide

# Hvilke(n) kræfter giver anledning til et kraftmoment omkring rotationsaksen O?

 $F_1$ 

0%

 $F_2$ 

0%

 $F_3$ 

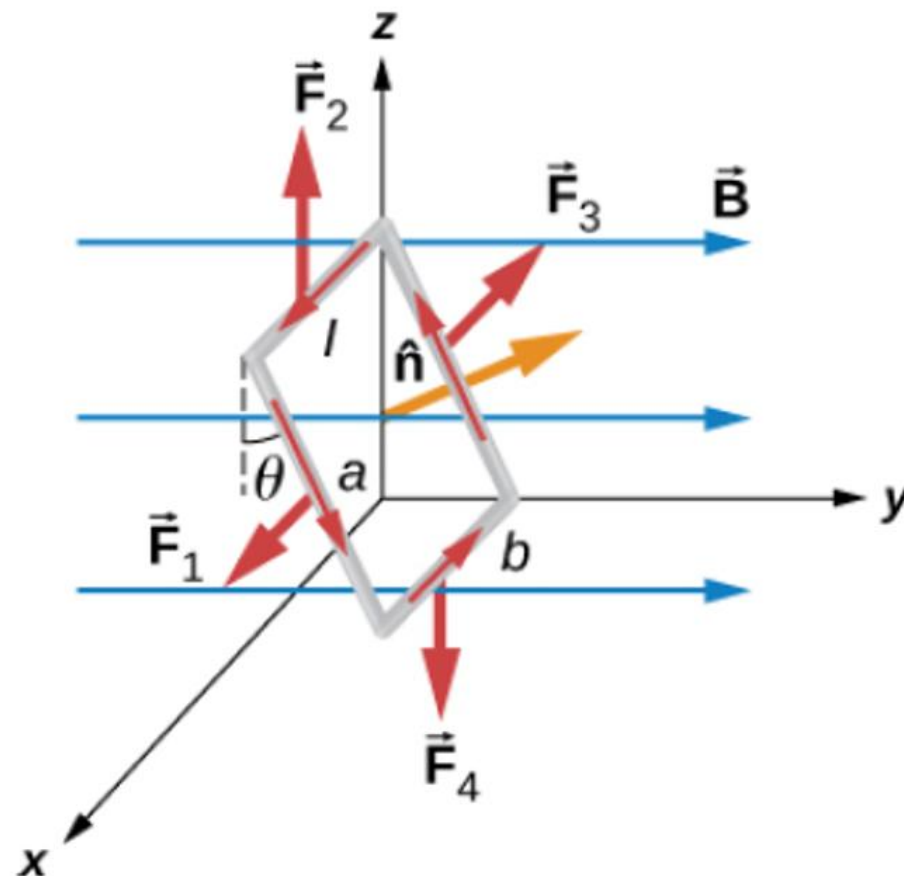
0%

 $F_4$ 

0%

Ingen

0%





##/##

Join at: **vevox.app**

ID: 193-274-526

Results slide



Hvilke(n) kræfter giver  
anledning til et kraftmoment  
omkring rotationsaksen O?

 $F_1$  $F_2$  $F_3$  $F_4$ 

Ingen

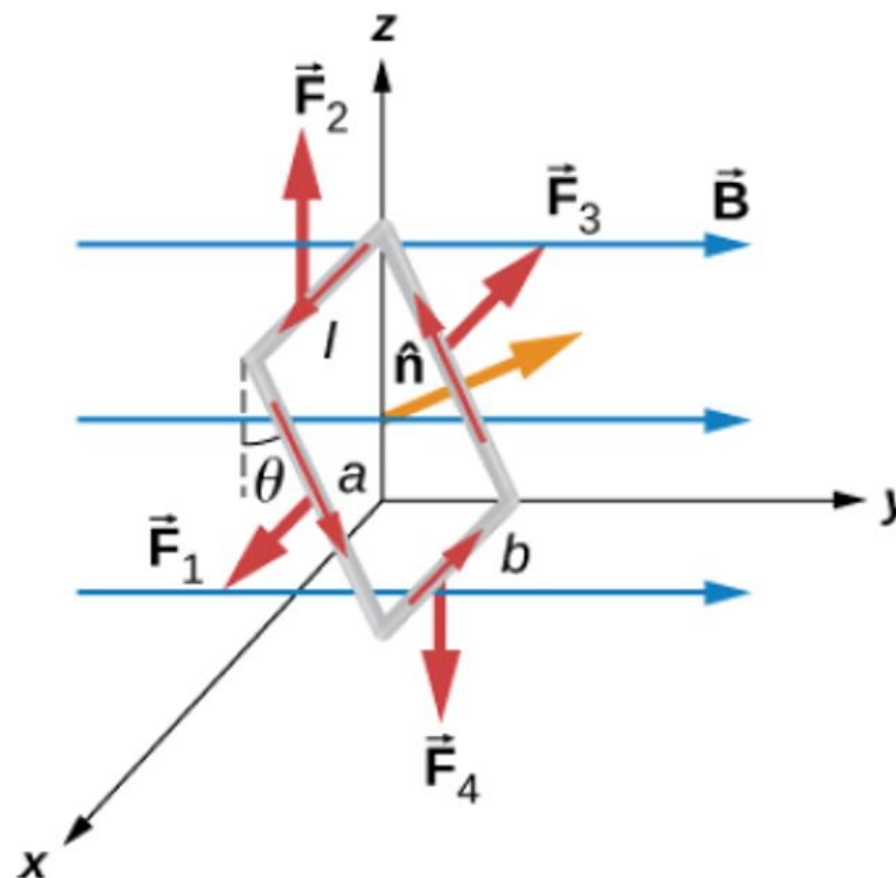
0%

0%

0%

0%

0%



# Magnetisk kraftmoment på en magnetisk dipol

Kræfterne giver dog anledning til et endeligt kraftmoment

$$\vec{\tau} = \sum_i \vec{\tau}_i = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \vec{\tau}_4$$

Kraftmomenterne fra  $F_1$  og  $F_3$  vil være lige store og modsatrettede

$$\vec{\tau}_2 = F_2 x \sin \theta \hat{x}$$

$$\vec{\tau}_4 = -F_4(a - x) \sin \theta \hat{x}$$

Indsættes udtrykkene for  $F_2$  og  $F_4$  fås kraftmomentet for en strømkreds med arealet  $A$

$$\vec{\tau} = -IAB \sin \theta \hat{x}$$

# Magnetisk kraftmoment på en magnetisk dipol

En lukket strømkreds (current loop) kaldes også en **magnetisk dipol** og størrelsen af strømmen gange arealet kaldes det magnetiske dipol moment  $\mu$

$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}$$

Hvor vi har introduceret muligheden for, at kredsen har  $N$  vindinger. Dette lader os omskrive kraftmomentet til

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Desuden har en magnetisk dipol energien

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \phi$$

# Regneeksempel med magnetisk dipol

## Forces and Torques on Current-Carrying Loops

A circular current loop of radius 2.0 cm carries a current of 2.0 mA. (a) What is the magnitude of its magnetic dipole moment? (b) If the dipole is oriented at 30 degrees to a uniform magnetic field of magnitude 0.50 T, what is the magnitude of the torque it experiences and what is its potential energy?

# Regneeksempel med magnetisk dipol

## Solution

- a. The magnetic moment  $\mu$  is calculated by the current times the area of the loop or  $\pi r^2$ .

$$\mu = IA = (2.0 \times 10^{-3} \text{ A})(\pi(0.02 \text{ m})^2) = 2.5 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

- b. The torque and potential energy are calculated by identifying the magnetic moment, magnetic field, and the angle between these two vectors. The calculations of these quantities are:

$$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu B \sin \theta = (2.5 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^2)(0.50 \text{ T}) \sin(30^\circ) = 6.3 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \theta = -(2.5 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^2)(0.50 \text{ T}) \cos(30^\circ) = -1.1 \times 10^{-6} \text{ J}.$$

# Hvad skal jeg lære i dag?

- Tegne og fortolke magnetiske felter fra magneter
- Udregne den magnetiske kraft på en ladet partikel og beskrive partikelbanen i et uniformt magnetfelt
- Udregne størrelse og angive retning af den magnetiske kraft på en strømførende ledning
- Udregne størrelse og retning af magnetisk kraft og kraftmoment på en magnetisk dipol



# Hvad er lige nu mest uklart?

Fortolkningen af magnetiske feltlinjer

0%

Den magnetiske kraft på en ladet partikel ( $F = qv \times B$ )

0%

Den magnetiske kraft på en strømførende ledning ( $F = IL \times B$ )

0%

Kraftmoment på magnetisk dipol  $\tau = \mu \times B$

0%



# Hvad er lige nu mest uklart?

Fortolkningen af magnetiske feltlinjer

0%

Den magnetiske kraft på en ladet partikel ( $F = qv \times B$ )

0%

Den magnetiske kraft på en strømførende ledning ( $F = IL \times B$ )

0%

Kraftmoment på magnetisk dipol  $\tau = \mu \times B$

0%

# Ligninger

Force on a charge in a magnetic field

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

Magnitude of magnetic force

$$F = qvB\sin\theta$$

Radius of a particle's path in a magnetic field

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Period of a particle's motion in a magnetic field

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Force on a current-carrying wire in a uniform magnetic field

$$\vec{\mathbf{F}} = I\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

Magnetic dipole moment

$$\vec{\boldsymbol{\mu}} = NIA\hat{\mathbf{n}}$$

Torque on a current loop

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\boldsymbol{\mu}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

Energy of a magnetic dipole

$$U = -\vec{\boldsymbol{\mu}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$$

# Ligninger

Average electrical current

$$I_{\text{ave}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Definition of an ampere

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$

Electrical current

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Drift velocity

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

Current density

$$I = \iint_{\text{area}} \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

Resistivity

$$\rho = \frac{E}{J}$$

Common expression of Ohm's law

$$V = IR$$

Resistivity as a function of temperature

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

Definition of resistance

$$R \equiv \frac{V}{I}$$

Resistance of a cylinder of material

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Temperature dependence of resistance

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

Electric power

$$P = IV$$

Power dissipated by a resistor

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

# Ligninger

Coulomb's law

$$\vec{\mathbf{F}}_{12}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$$

Superposition of electric forces

$$\vec{\mathbf{F}}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

Electric force due to an electric field

$$\vec{\mathbf{F}} = Q\vec{\mathbf{E}}$$

Electric field at point  $P$

$$\vec{\mathbf{E}}(P) \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

Field of an infinite wire

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z} \hat{\mathbf{k}}$$

Field of an infinite plane

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{\mathbf{k}}$$

Potential energy of a two-charge system

$$U(r) = k \frac{qQ}{r}$$

Work done to assemble a system of charges

$$W_{12\dots N} = \frac{k}{2} \sum_i^N \sum_j^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \text{ for } i \neq j$$