

[Tarea 08] Ejercicios Unidad 03-C mínimos cuadrados

Métodos Numéricos

Christopher Criollo

2025-01-28

Tabla de Contenidos

1. 1. Dados los datos:	1
2. 2. Repita el ejercicio 5 para los siguientes datos.	7
3. 3. La siguiente tabla muestra los promedios de puntos del colegio de 20 especialistas en matemáticas y ciencias computacionales, junto con las calificaciones que recibieron estos estudiantes en la parte de matemáticas de la prueba ACT (Programa de Pruebas de Colegios Americanos) mientras estaban en secundaria. Grafique estos datos y encuentre la ecuación de la recta por mínimos cuadrados para estos datos.	12
4. 4. El siguiente conjunto de datos, presentado al Subcomité Antimonopolio del Senado, muestra las características comparativas de supervivencia durante un choque de automóviles de diferentes clases. Encuentre la recta por mínimos cuadrados que aproxima estos datos (la tabla muestra el porcentaje de vehículos que participaron en un accidente en los que la lesión más grave fue fatal o seria).	14

Link Github:

1. 1. Dados los datos:

```
x_ej1 = [4, 4.2, 4.5, 4.7, 5.1, 5.5, 5.9, 6.3, 6.8, 7.1]
y_ej1 = [102.56, 130.11, 113.18, 142.05, 167.53, 195.14, 224.87, 256.73, 299.50, 326.72]
```

a) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de grado 1 y calcule el error.

Dentro de la librería Scipy existe una función en optimize que nos permite minimizar el error al cuadrado de la distancia entre la imagen de una función aproximada y una serie de pares ordenados. Realmente, se usa un sistema de ecuaciones para consagrar los parámetros finales de la función resultante. El error se relaja obteniendo un promedio de todos los errores relativos con ayuda de numpy. El siguiente código lo explica:

```

import sympy as sym
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

def leasts_squares_graphic(func, x_real_points, y_real_points):
    x_plot = np.linspace(min(x_real_points), max(x_real_points), 100)
    y_plot = func(x_plot)

    # Graficar los datos originales y la curva ajustada
    plt.scatter(x_real_points, y_real_points, label='Datos', color='red')
    plt.plot(x_plot, y_plot, label='Ajuste de la función final', color='blue')
    plt.xlabel('x')
    plt.ylabel('y')
    plt.legend()
    plt.show()

def calculate_error(func, x_real_points, y_real_points):
    x_real_points = np.array(x_real_points)
    y_approx_points = func(x_real_points)
    error = abs(x_real_points - y_approx_points)
    r_error = np.sum(error / y_real_points) / len(y_real_points)

    return r_error

def func(x, a, b):
    return a*x + b

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej1, y_ej1)
a, b = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(a, 2)*x_sym + round(b, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

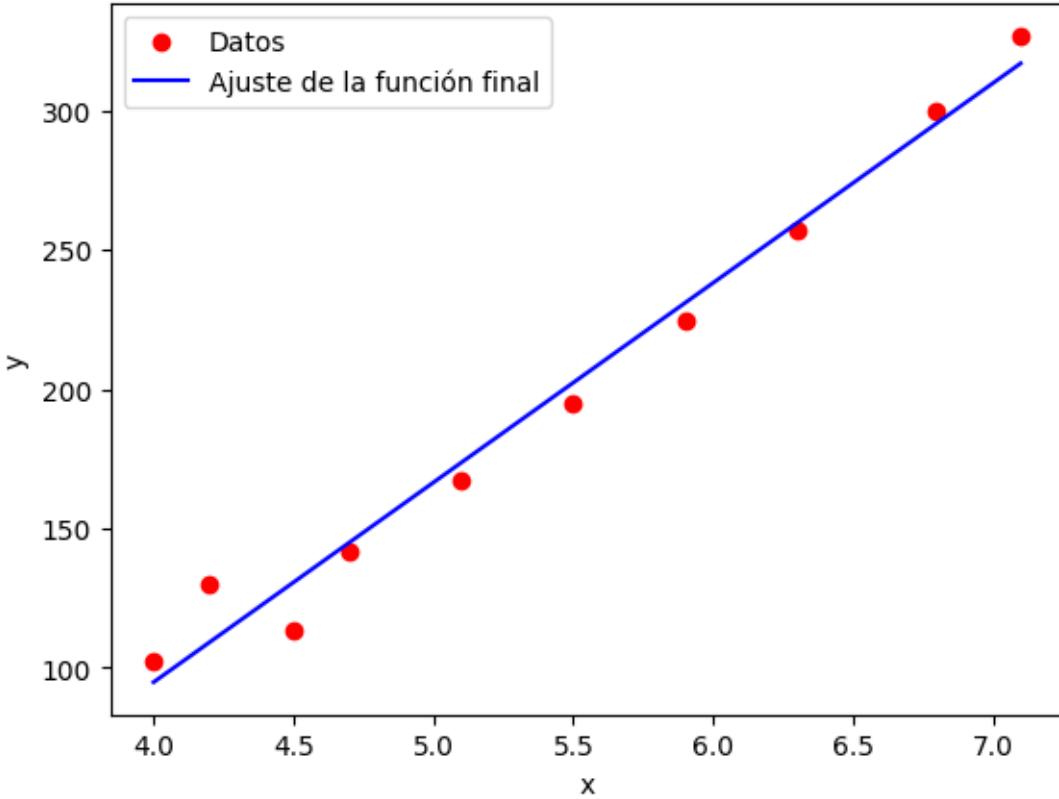
r_error = calculate_error(lambda x: a*x + b, x_ej1, y_ej1)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
leasts_squares_graphic(lambda x: a*x + b, x_ej1, y_ej1)

```

La función resultante es: $71.61*x - 191.57$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.9708703737659302



b) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de grado 2 y calcule el error.

```

def func(x, a, b, c):
    return a*x**2 + b*x + c

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej1, y_ej1)
a, b, c = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = func_sym = round(a, 2)*x_sym**2 + round(b, 2)*x_sym + round(c, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

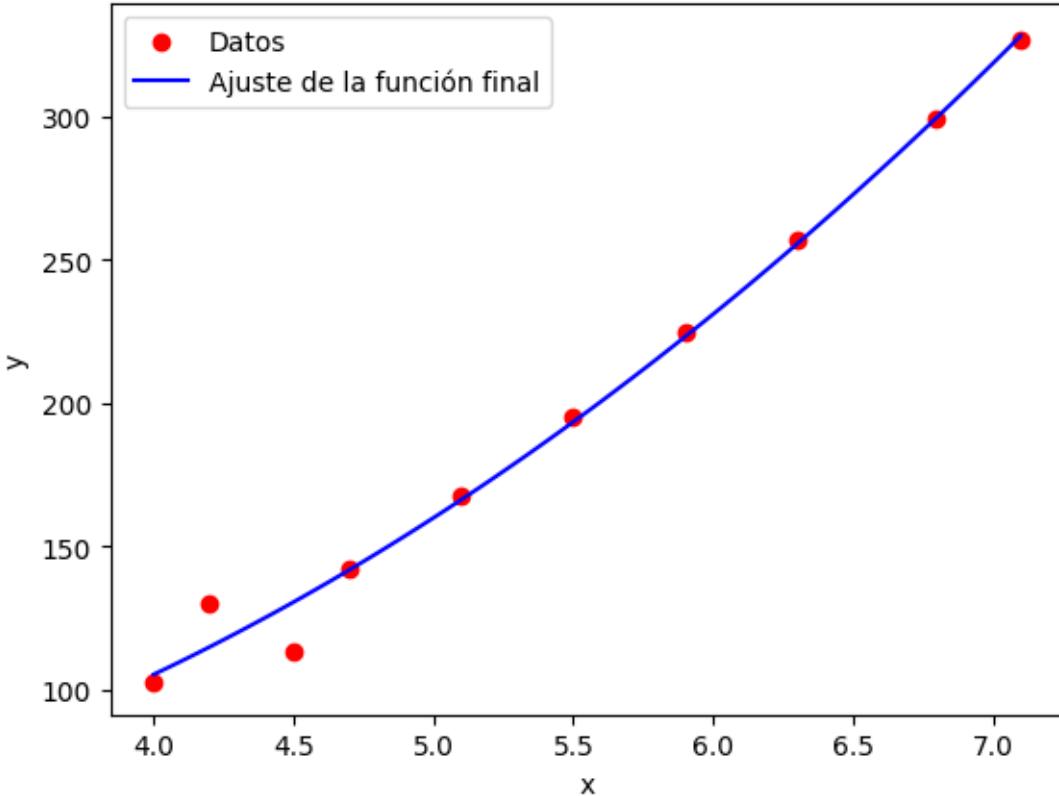
r_error = calculate_error(lambda x: a*x**2 + b*x + c, x_ej1, y_ej1)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
least_squares_graphic(lambda x: a*x**2 + b*x + c, x_ej1, y_ej1)

```

La función resultante es: $8.22*x^{**2} - 19.31*x + 51.0$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.9737540791220922



c) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de grado 3 y calcule el error.

```
def func(x, a, b, c, d):
    return a*x**3 + b*x**2 + c*x + d

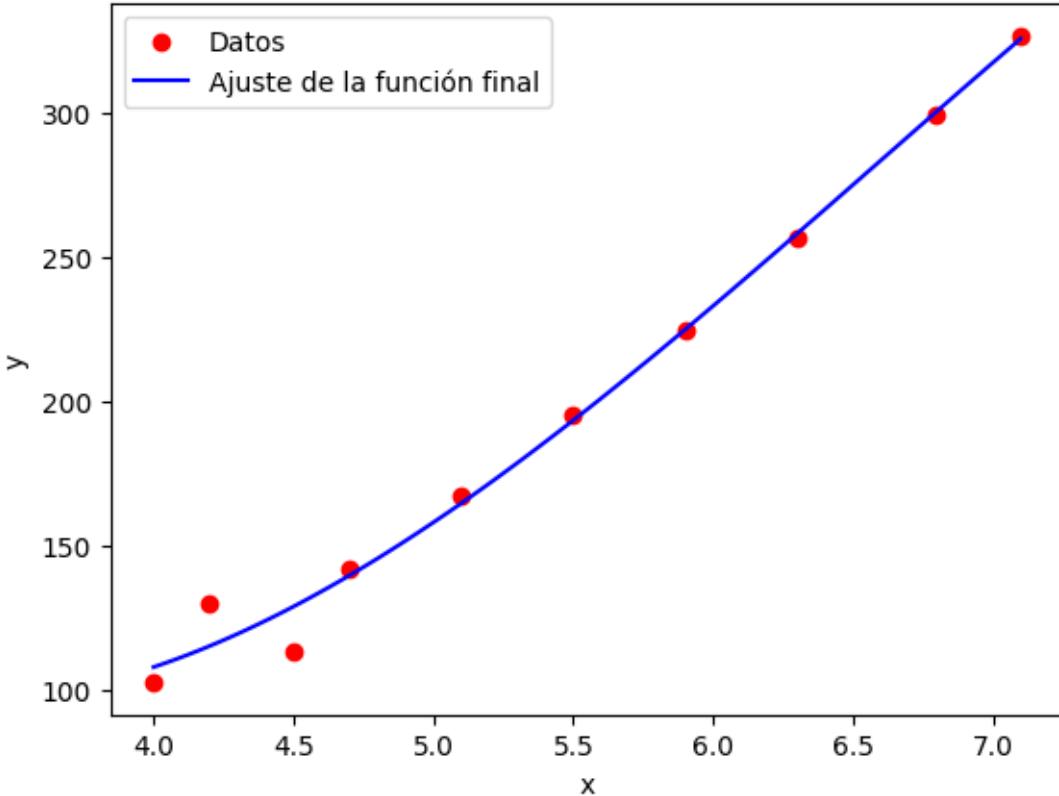
# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej1, y_ej1)
a, b, c, d = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(a, 2)*x_sym**3 + round(b, 2)*x_sym**2 + round(c, 2)*x_sym + round(d, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

r_error = calculate_error(lambda x: a*x**3 + b*x**2 + c*x + d, x_ej1, y_ej1)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
least_squares_graphic(lambda x: a*x**3 + b*x**2 + c*x + d, x_ej1, y_ej1)
```

La función resultante es: $-2.61x^3 + 51.56x^2 - 254.87x + 469.16$
 El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.9737126806573189



d) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de la forma be^{ax} y calcule el error.

```
def func(x, a, b):
    return b*np.exp(a*x)

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej1, y_ej1)
a, b = popt

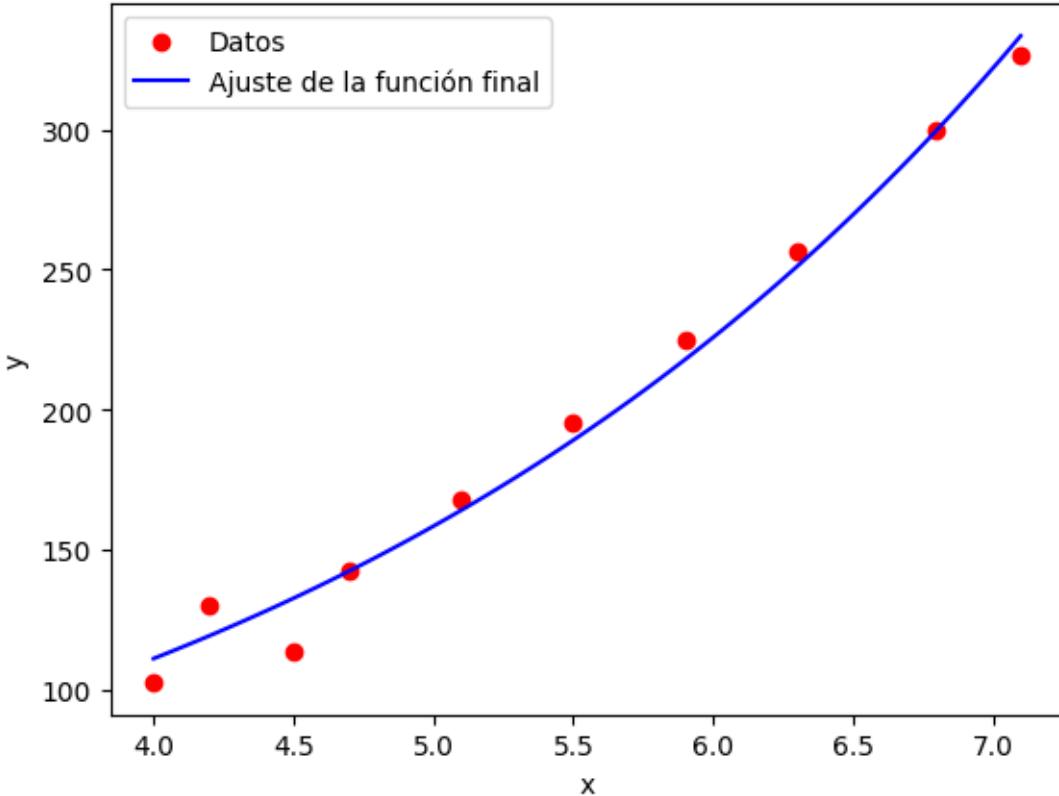
# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(b, 2)*sym.exp(round(a, 2)*x_sym)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

r_error = calculate_error(lambda x: b*np.exp(a*x), x_ej1, y_ej1)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
leasts_squares_graphic(lambda x: b*np.exp(a*x), x_ej1, y_ej1)
```

La función resultante es: $26.84 \cdot \exp(0.35 \cdot x)$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.9790995316218041



e) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de la forma bx^a y calcule el error.

```
def func(x, a, b):
    return b*x**a

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej1, y_ej1)
a, b = popt

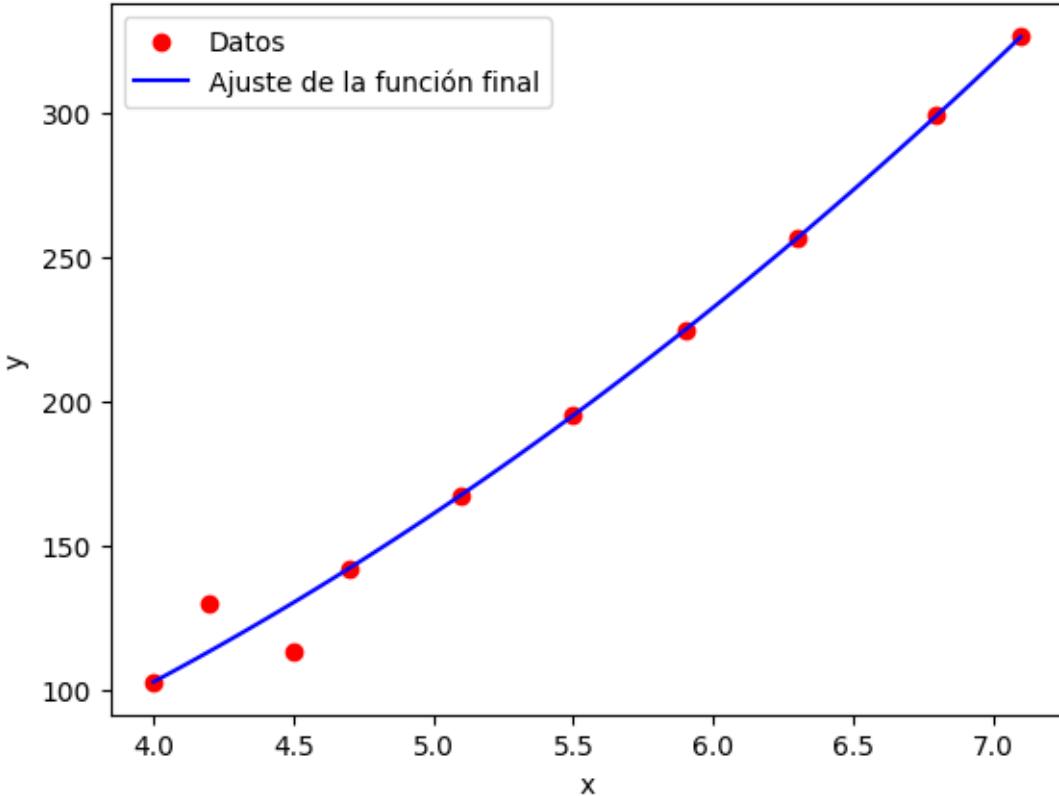
# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(b, 2)*x_sym**round(a, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

r_error = calculate_error(lambda x: b*x**a, x_ej1, y_ej1)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
least_squares_graphic(lambda x: b*x**a, x_ej1, y_ej1)
```

La función resultante es: $6.28 \cdot x^{2.02}$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.9720570278673494



2. 2. Repita el ejercicio 5 para los siguientes datos.

```

x_ej2 = [0.2, 0.3, 0.6, 0.9, 1.1, 1.3, 1.4, 1.6]
y_ej2 = [0.050446, 0.098426, 0.33277, 0.72660, 1.0972, 1.5697, 1.8487, 2.5015]

def func(x, a, b):
    return a*x + b

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej2, y_ej2)
a, b = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(a, 2)*x_sym + round(b, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

r_error = calculate_error(lambda x: a*x + b, x_ej2, y_ej2)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

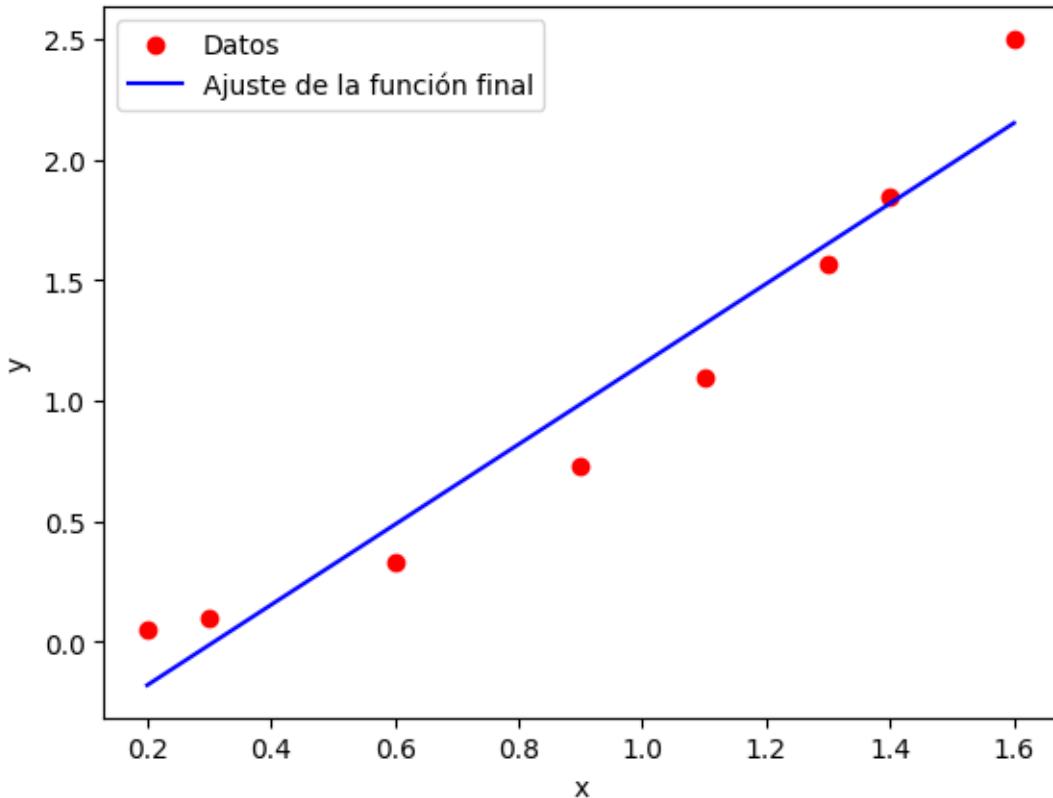
# Graficando

```

```
leasts_squares_graphic(lambda x: a*x + b, x_ej2, y_ej2)
```

La función resultante es: $1.67x - 0.51$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 1.5036834916481583



b) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de grado 2 y calcule el error.

```
def func(x, a, b, c):
    return a*x**2 + b*x + c

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej2, y_ej2)
a, b, c = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = func_sym = round(a, 2)*x_sym**2 + round(b, 2)*x_sym + round(c, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

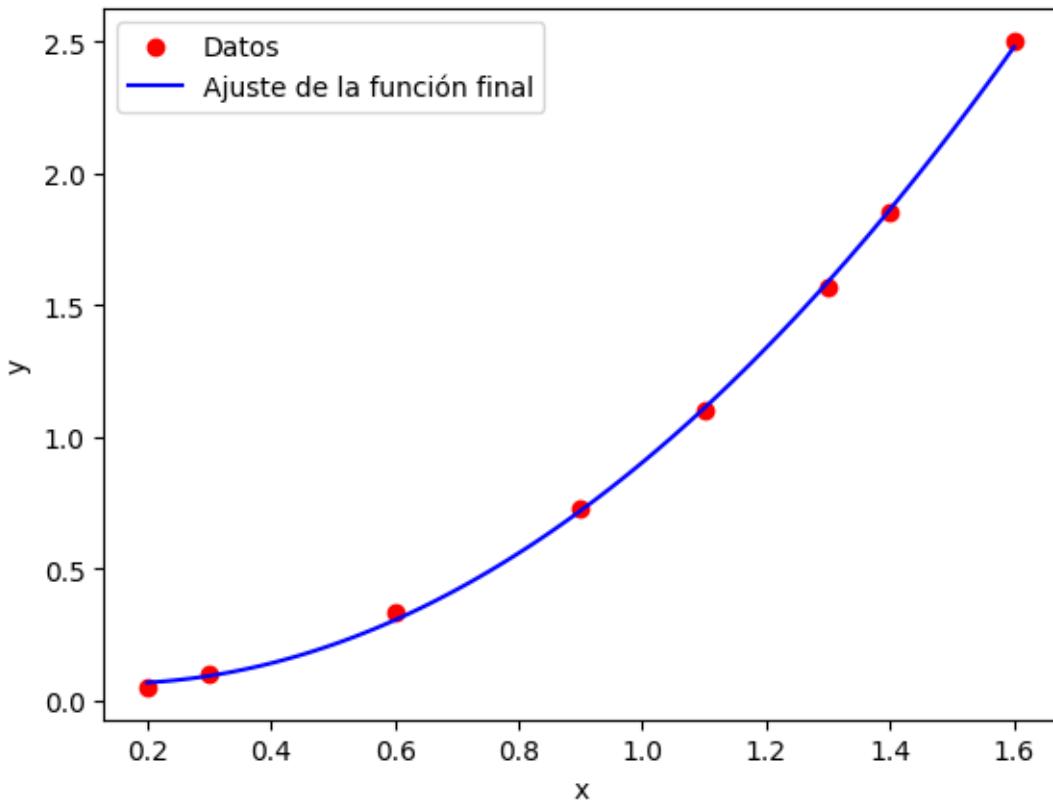
r_error = calculate_error(lambda x: a*x**2 + b*x + c, x_ej2, y_ej2)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
```

```
leasts_squares_graphic(lambda x: a*x**2 + b*x + c, x_ej2, y_ej2)
```

La función resultante es: $1.13x^2 - 0.31x + 0.09$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.8305132571433049



c) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de grado 3 y calcule el error.

```
def func(x, a, b, c, d):
    return a*x**3 + b*x**2 + c*x + d

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej2, y_ej2)
a, b, c, d = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(a, 2)*x_sym**3 + round(b, 2)*x_sym**2 + round(c, 2)*x_sym + round(d, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

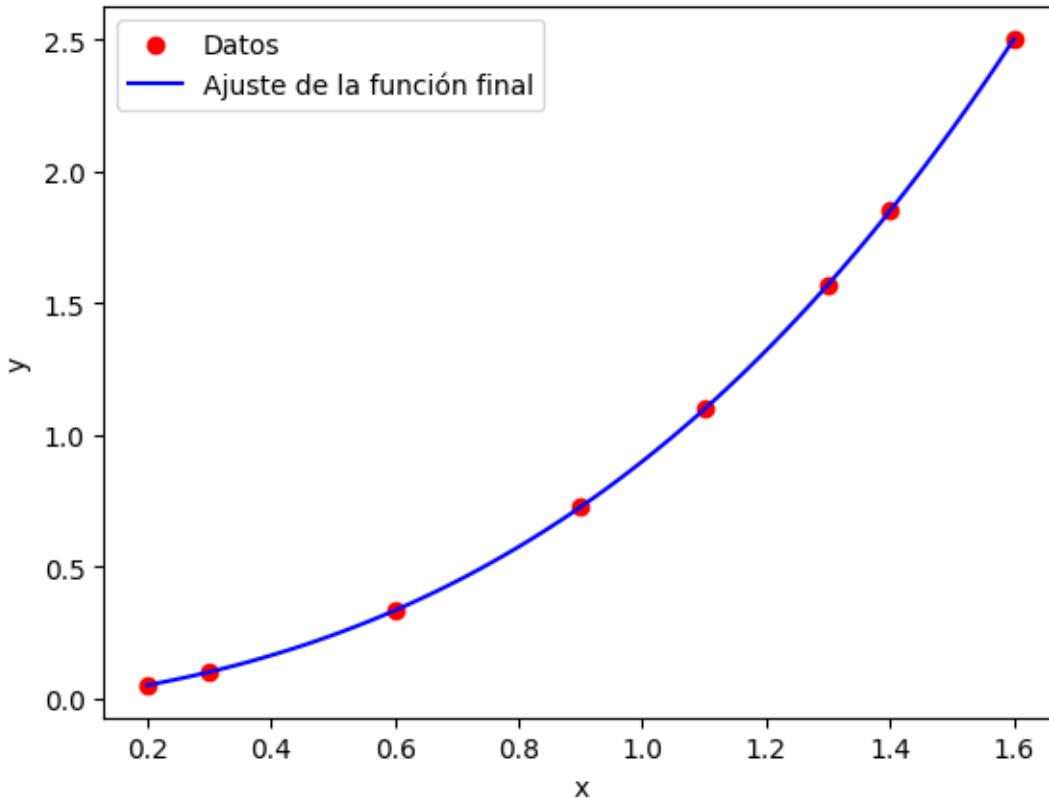
r_error = calculate_error(lambda x: a*x**3 + b*x**2 + c*x + d, x_ej2, y_ej2)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
```

```
leasts_squares_graphic(lambda x: a*x**3 + b*x**2 + c*x + d, x_ej2, y_ej2)
```

La función resultante es: $0.27x^3 + 0.4x^2 + 0.25x - 0.02$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.8549642460189941



d) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de la forma be^{ax} y calcule el error.

```
def func(x, a, b):
    return b*np.exp(a*x)

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej2, y_ej2)
a, b = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(b, 2)*sym.exp(round(a, 2)*x_sym)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

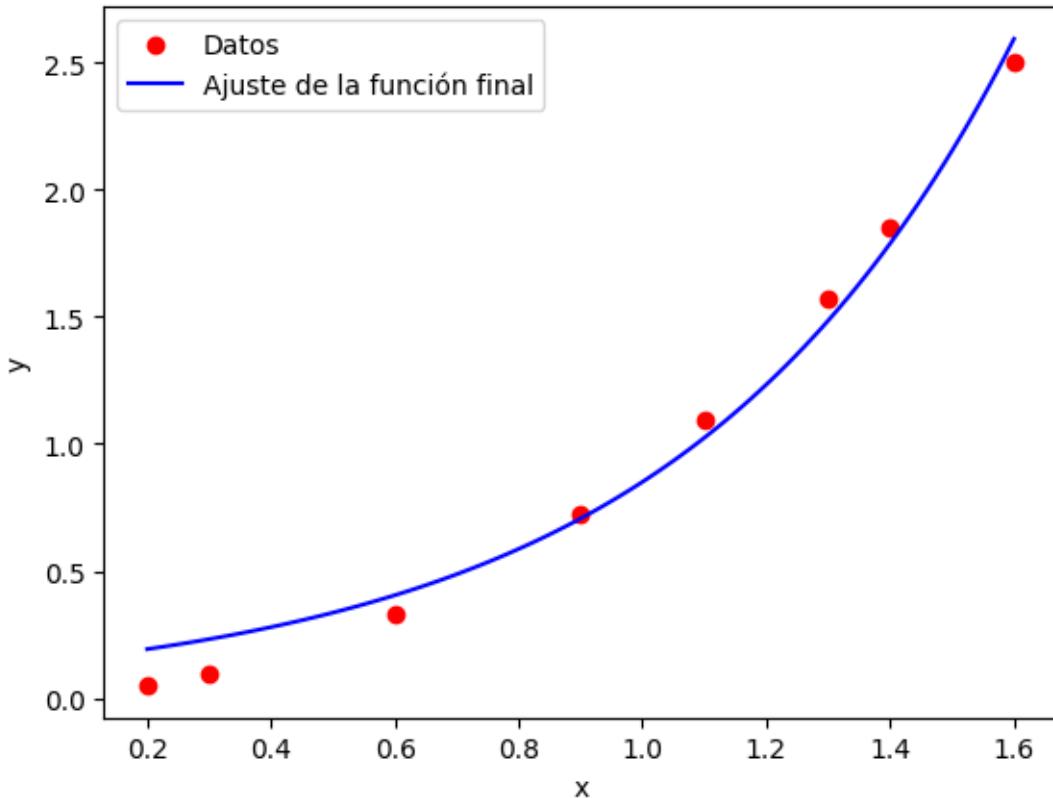
r_error = calculate_error(lambda x: b*np.exp(a*x), x_ej2, y_ej2)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
```

```
leasts_squares_graphic(lambda x: b*np.exp(a*x), x_ej2, y_ej2)
```

La función resultante es: $0.13 \cdot \exp(1.86 \cdot x)$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.3122099409699418



e) Construya el polinomio por mínimos cuadrados de la forma bx^a y calcule el error.

```
def func(x, a, b):
    return b*x**a

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, x_ej2, y_ej2)
a, b = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(b, 2)*x_sym**round(a, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

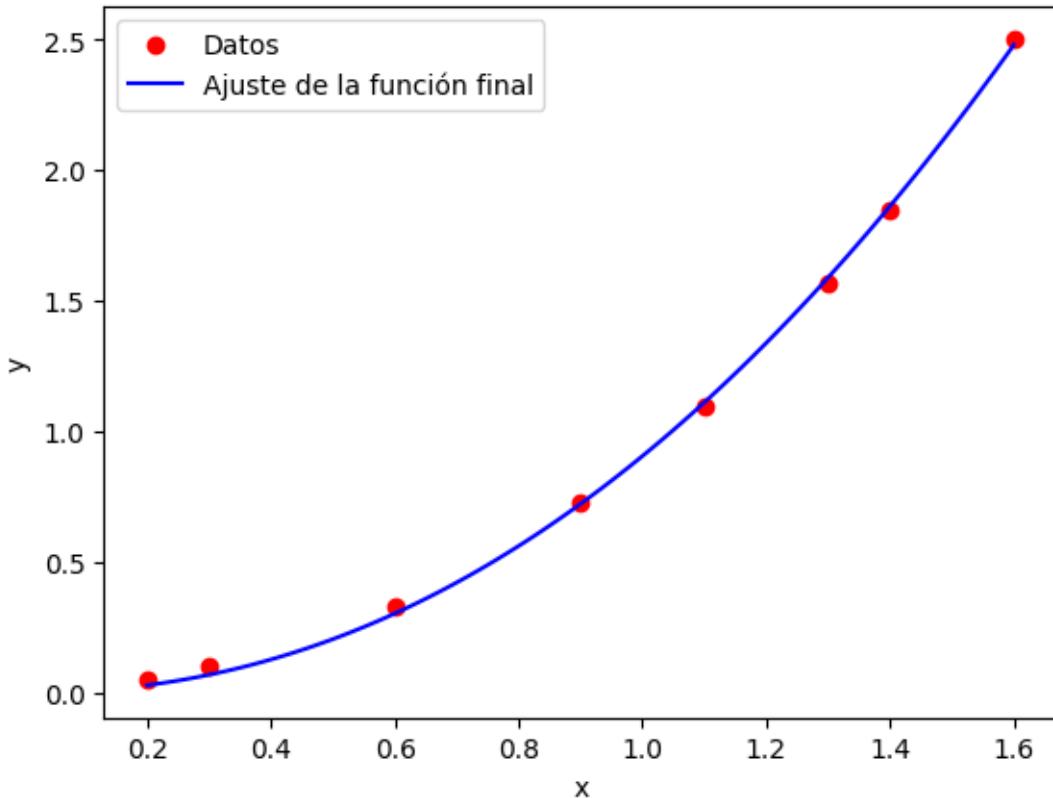
r_error = calculate_error(lambda x: b*x**a, x_ej2, y_ej2)
print(f"El error relativo en todos los puntos promedio es: {r_error}")

# Graficando
```

```
leasts_squares_graphic(lambda x: b*x**a, x_ej2, y_ej2)
```

La función resultante es: $0.91 \cdot x^{2.14}$

El error relativo en todos los puntos promedio es: 0.9595557970831411



3. La siguiente tabla muestra los promedios de puntos del colegio de 20 especialistas en matemáticas y ciencias computacionales, junto con las calificaciones que recibieron estos estudiantes en la parte de matemáticas de la prueba ACT (Programa de Pruebas de Colegios Americanos) mientras estaban en secundaria. Grafique estos datos y encuentre la ecuación de la recta por mínimos cuadrados para estos datos.

```
punt_ATC = [28, 25, 28, 27, 28, 33, 28, 29, 23, 27,  
           29, 28, 27, 29, 21, 28, 28, 26, 30, 24]  
prom_puntos = [3.84, 3.21, 3.23, 3.63, 3.75, 3.20, 3.41, 3.38, 3.53, 2.03,  
               3.75, 3.65, 3.87, 3.75, 1.66, 3.12, 2.96, 2.92, 3.1, 2.81]
```

Cálculo de la recta de promedios

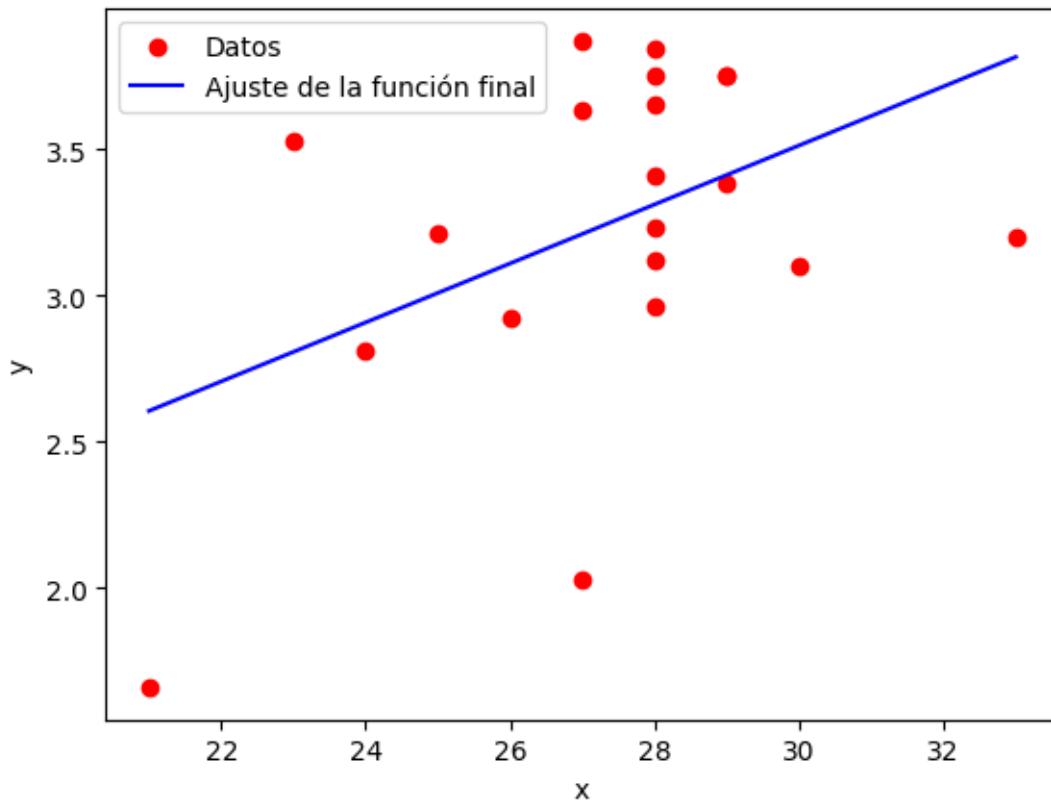
```
def func(x, a, b):
    return a*x + b

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, punt_ATC, prom_puntos)
a, b = popt

# Imprimiendo la función resultante
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(a, 2)*x_sym + round(b, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

# Graficando
least_squares_graphic(lambda x: a*x + b, punt_ATC, prom_puntos)
```

La función resultante es: $0.1*x + 0.49$

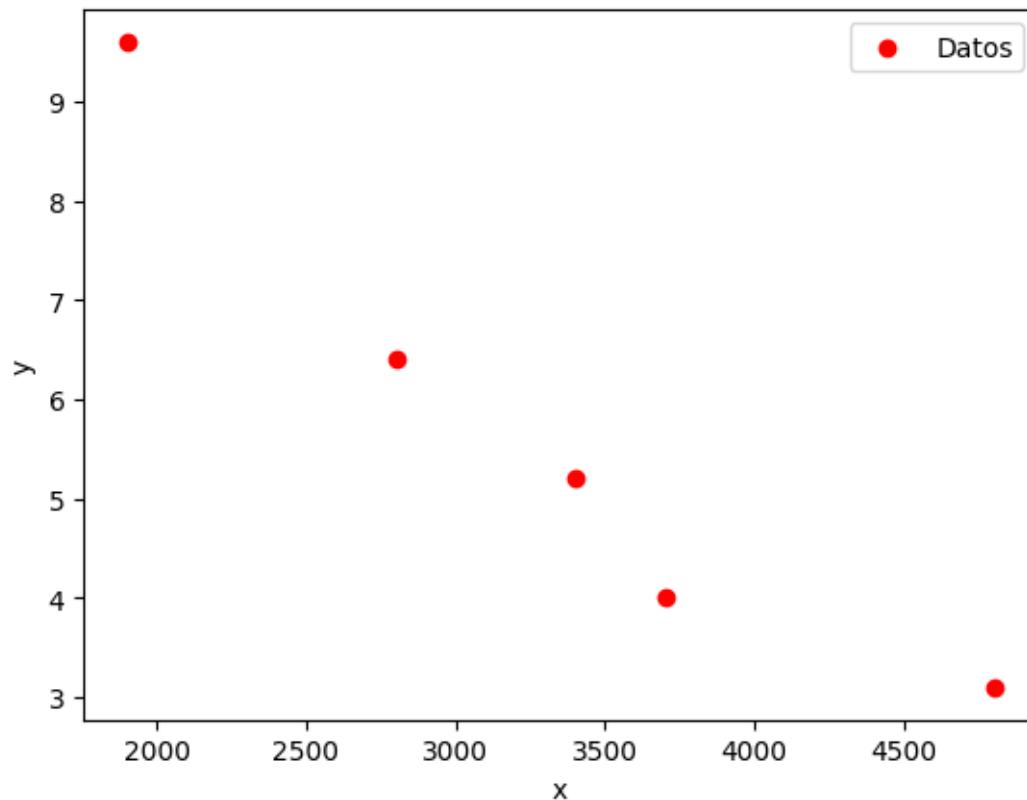


4. 4. El siguiente conjunto de datos, presentado al Subcomité Antimonopolio del Senado, muestra las características comparativas de supervivencia durante un choque de automóviles de diferentes clases. Encuentre la recta por mínimos cuadrados que aproxima estos datos (la tabla muestra el porcentaje de vehículos que participaron en un accidente en los que la lesión más grave fue fatal o seria).

```
peso_prom = [4800, 3700, 3400, 2800, 1900]
porc_pres = [3.1, 4, 5.2, 6.4, 9.6]
```

Gráfico de puntos para el análisis

```
plt.scatter(peso_prom, porc_pres, label='Datos', color='red')
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.legend()
plt.show()
```



La función que más se acopla es la función cuadrática

```

def func(x, a, b, c):
    return a*x**2 + b*x + c

# Minimizando el error
popt, pcov = curve_fit(func, peso_prom, porc_pres)
a, b, c = popt

# Imprimiendo la función resultante y el error
x_sym = sym.symbols("x")
func_sym = round(a, 2)*x_sym**2 + round(b, 2)*x_sym + round(c, 2)
print(f"La función resultante es: {func_sym}")

# Graficando
leasts_squares_graphic(lambda x: a*x**2 + b*x + c, peso_prom, porc_pres)

```

La función resultante es: $19.69 - 0.01x$

