Tarea 1

Christian Francisco Badillo Hernández

Tabla de contenidos

1	Simu	ulación de Intervalos de Confianza	1
	1.1	Estimación de la Media de la Edad	3
		1.1.1 Tamaño de Muestra 20	3
		1.1.2 Tamaño de Muestra 50	4
		1.1.3 Tamaño de Muestra 50, IC al 90%	5
		1.1.4 Tamaño de Muestra 50, IC al 99%	6
		1.1.5 Tamaño de Muestra 50, IC al 87%	7
	1.2	Conclusiones.	8
	1.2	Conclusiones	O
Li	stad	do de Figuras	
	1	IC al 95% para la media de la edad con tamaño de muestra 20	4
	2	IC al 95% para la media de la edad con tamaño de muestra 50	5
	3	IC al 90% para la media de la edad con tamaño de muestra 50	6
	4	IC al 99% para la media de la edad con tamaño de muestra 50	7
	5	IC al 87% para la media de la edad con tamaño de muestra 50	8
	0	10 ai 01/0 para la media de la cuad con tamano de muestra 50.	O
Li	stad	lo de Tablas	
	1	Datas	1
	1	Datos	1
1	Sim	nulación de Intervalos de Confianza	
Ca	rgam	os las librerías necesarias para la simulación y visualizaciones.	
		ry(ggplot2) ry(knitr)	

Importamos los datos.

```
edad.data <- read.csv("edad.csv")
set.seed(1)
```

Veamos las primeras observaciones.

```
knitr::kable(head(edad.data), caption = "Datos.")
```

Tabla 1: Datos.

id	edad
1	26
2	24
3	25
4	27
5	25
6	25

Vamos a definir una función que simule la estimación de la media y el intervalo de confianza a un nivel de confianza $100 * (1 - \alpha)\%$ especificado.

```
\label{eq:continuity} \begin{split} &\mathrm{ic\_estimation} <\text{- function}(\mathrm{data} = \mathrm{NULL}, \, \mathrm{n=NULL}, \, \mathrm{iter=1000}, \, \mathrm{alpha} = 0.05, \, \mathrm{seed} = 1) \\ &\{ &\mathrm{if}(\mathrm{is.null}(\mathrm{data})) \\ &\{ &\mathrm{stop}(\mathrm{``No} \, \mathrm{se} \, \mathrm{ha} \, \mathrm{proporcionado} \, \mathrm{un} \, \mathrm{conjunto} \, \mathrm{de} \, \mathrm{datos.''}) \\ &\} \\ &\mathrm{N} <\text{- nrow}(\mathrm{data}) \\ &\mathrm{if}(\mathrm{is.null}(\mathrm{n})) \{ \mathrm{n} <\text{- N*0.1} \} \\ &\mathrm{mean.est} <\text{- numeric}(\mathrm{iter}) \\ &\mathrm{var.est} <\text{- numeric}(\mathrm{iter}) \\ &\mathrm{lower.ci} <\text{- numeric}(\mathrm{iter}) \\ &\mathrm{upper.ci} <\text{- numeric}(\mathrm{iter}) \\ &\mathrm{set.seed}(\mathrm{seed}) \\ &\mathrm{for}(\mathrm{i} \, \mathrm{in} \, 1:\mathrm{iter}) \{ \\ &\mathrm{sample} <\text{- sample}(\mathrm{data\$edad}, \, \mathrm{n}) \\ &\mathrm{mean.est}[\mathrm{i}] <\text{- mean}(\mathrm{sample}) \\ &\mathrm{var.est}[\mathrm{i}] <\text{- (1 - n/N) * (var(\mathrm{sample})/\mathrm{n})} \end{split}
```

```
lower.ci[i] <- mean.est[i] - qnorm(1 - alpha/2) * sqrt(var.est[i]) \\ upper.ci[i] <- mean.est[i] + qnorm(1 - alpha/2) * sqrt(var.est[i]) \\ \} \\ return(data.frame(mean.est, lower.ci, upper.ci)) \\ \}
```

También vamos a crear una función que gráfique los intervalos de confianza y el valor real de la media.

1.1 Estimación de la Media de la Edad.

Estimamos la media de la edad y su intervalo de confianza para distintos tamaños de muestra.

1.1.1 Tamaño de Muestra 20.

Simulamos 100 muestras de tamaño 20 y estimamos la media y el intervalo de confianza al 95%.

```
\begin{array}{l} N <- \, \mathrm{nrow}(\mathrm{edad.data}) \\ n <- \, 20 \\ \mathrm{iter} <- \, 100 \\ \mathrm{seed} <- \, 1 \\ \\ \mathrm{df} <- \, \mathrm{ic\_estimation}(\mathrm{edad.data}, \, \mathrm{n}, \, \mathrm{iter}, \, \mathrm{seed}) \end{array}
```

```
colors <- c("#1E1E1E", "#4D6291", "#9C0824")

plot_ic(df, colors[1], colors[2], colors[3])
```

Intervalos de Confianza para la Media de la Edad

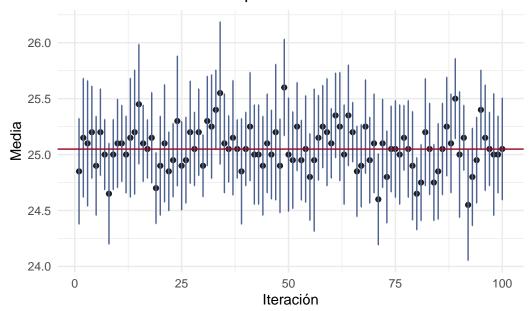


Figura 1: IC al 95% para la media de la edad con tamaño de muestra 20.

El porcentaje de los intervalos de confianza que contienen el valor real de la media es: 94%.

1.1.2 Tamaño de Muestra 50.

Simulamos 100 muestras de tamaño 50 y estimamos la media y el intervalo de confianza al 95%.

```
\begin{array}{l} n<-50\\ seed<-2\\ iter<-100\\ \\ df2<-ic\_estimation(data=edad.data,\,n=n,\,iter=iter,\,seed=seed) \end{array}
```

```
colors <- c("#1E1E1E", "#4D6291", "#9C0824")

plot_ic(df2, colors[1], colors[2], colors[3])
```

Intervalos de Confianza para la Media de la Edad

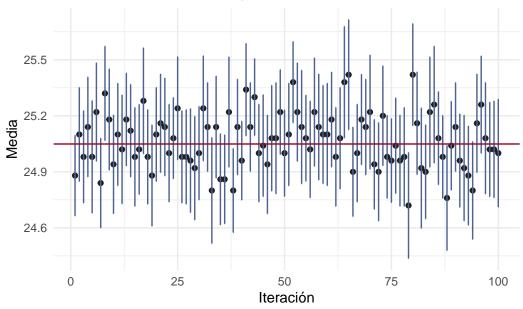


Figura 2: IC al 95% para la media de la edad con tamaño de muestra 50.

El porcentaje de los intervalos de confianza que contienen el valor real de la media es: 90%.

1.1.3 Tamaño de Muestra 50, IC al 90%.

Simulamos 100 muestras de tamaño 50 y estimamos la media y el intervalo de confianza al 90%.

```
\begin{array}{l} n<-50\\ seed<-2\\ iter<-100\\ alpha<-0.1\\ \\ df3<-ic\_estimation(data=edad.data,\,n=n,\,iter=iter,\,alpha=alpha,\,seed=seed) \end{array}
```

```
colors <- c("#1E1E1E", "#4D6291", "#9C0824")
plot_ic(df3, colors[1], colors[2], colors[3])
```

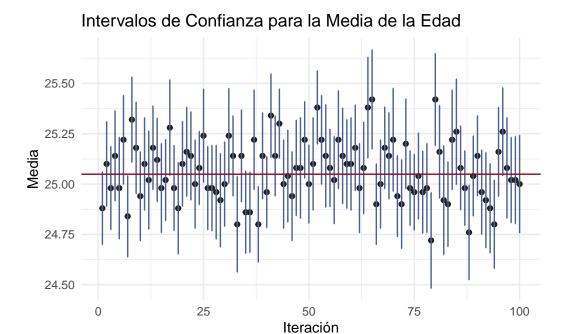


Figura 3: IC al 90% para la media de la edad con tamaño de muestra 50.

El porcentaje de los intervalos de confianza que contienen el valor real de la media es: 87%.

1.1.4 Tamaño de Muestra 50, IC al 99%.

Simulamos 100 muestras de tamaño 50 y estimamos la media y el intervalo de confianza al 99%.

```
\begin{array}{l} n<-50\\ seed<-2\\ iter<-100\\ alpha<-0.01\\ \\ df4<-ic\_estimation(data=edad.data, n=n, iter=iter, alpha=alpha, seed=seed)\\ \end{array}
```

```
colors <- c("#1E1E1E", "#4D6291", "#9C0824")
plot_ic(df4, colors[1], colors[2], colors[3])
```

Intervalos de Confianza para la Media de la Edad

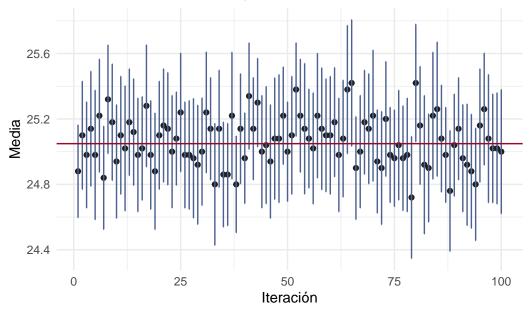


Figura 4: IC al 99% para la media de la edad con tamaño de muestra 50.

El porcentaje de los intervalos de confianza que contienen el valor real de la media es: 98%.

1.1.5 Tamaño de Muestra 50, IC al 87%.

Simulamos 100 muestras de tamaño 50 y estimamos la media y el intervalo de confianza al 87%.

```
\begin{array}{l} n<-50\\ seed<-2\\ iter<-100\\ alpha<-0.13\\ \\ df5<-ic\_estimation(\mbox{data}=edad.data,\,n=n,\,iter=iter,\,alpha=alpha,\,seed=seed) \end{array}
```

```
colors <- c("#1E1E1E", "#4D6291", "#9C0824")
plot_ic(df5, colors[1], colors[2], colors[3])
```

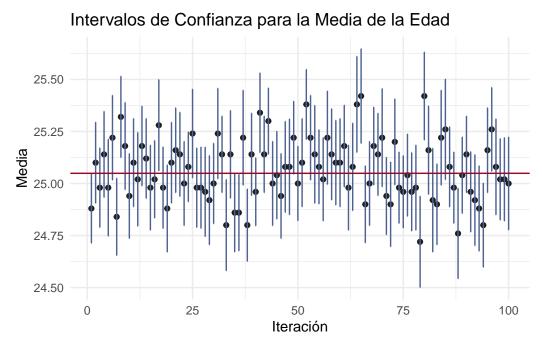


Figura 5: IC al 87% para la media de la edad con tamaño de muestra 50.

El porcentaje de los intervalos de confianza que contienen el valor real de la media es: 82%.

1.2 Conclusiones.

Los intervalos de confianza se pueden definir como el rango de valores en el que se espera que se encuentre el valor verdadero de un parámetro en un porcentaje de $(1-\alpha)*100$ veces de las que se repite la estimación del parámetro con muestras distintas de tamaño n. Como se observo en la Figura 1, los intervalos de confianza al 95% para la media de la edad con tamaño de muestra 20 son más amplios que con un tamaño de 50, esto se debe a que la varianza de la media estimada $\hat{V}(\hat{y}_{\rm Edad})$, es mayor con un tamaño de muestra menor dado que conforme $n \to N$, $\hat{V}(\hat{y}_{\rm Edad}) \to 0$.

Al aumentar el tamaño de muestra, la varianza de la media estimada disminuye y por lo tanto el intervalo de confianza es menor lo que conlleva a una estimación más precisa, como lo muestra la Figura 2.

Al variar el nivel de confianza, se observa que al disminuir el nivel de confianza, el intervalo de confianza es menor, como se observa en la Figura 3 y Figura 5. Por otro lado, al aumentar el nivel de confianza, el intervalo de confianza es mayor, como se observa en la Figura 4, dado que el cuantil de la distribución normal es mayor y por ende el intervalo de confianza es mayor a un nivel fijo de n.