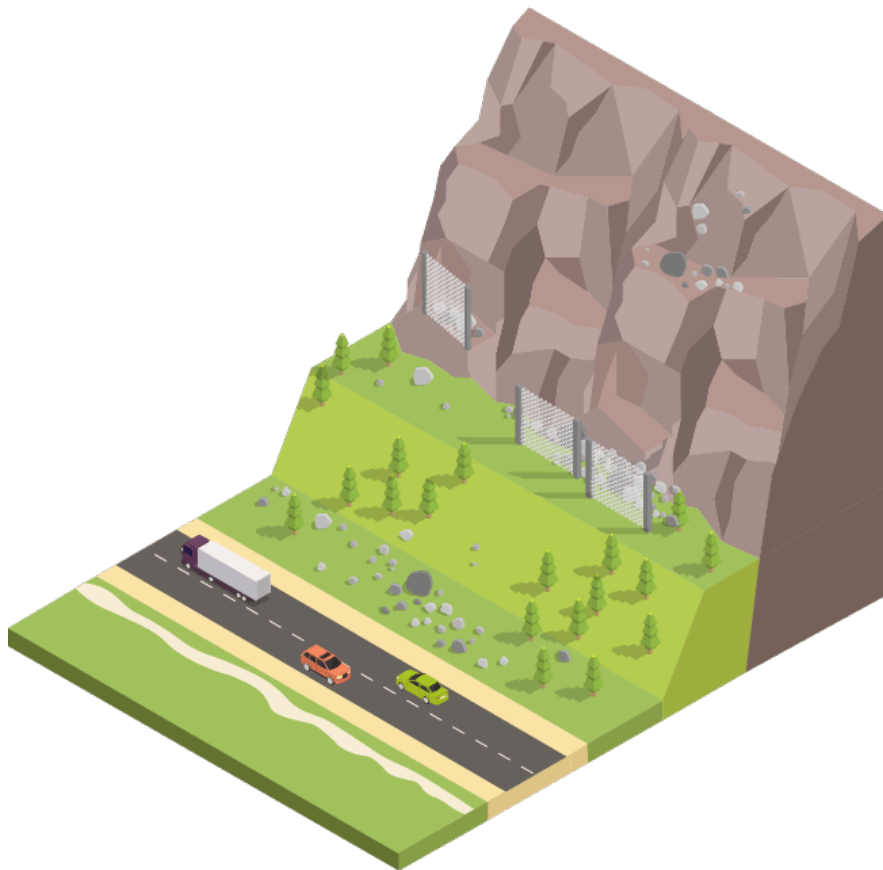


## Challenge: Wahrscheinlichkeitmodellierung FS23

cwm1



Autoren: Aaron Studer, Christian Heeb, Luca Gisler

Experte: Prof. Dr. Rocco Custer

Ort, Datum: Brugg, 16.06.2023

## Inhaltsverzeichnis

|          |  |          |
|----------|--|----------|
| <b>1</b> | <b>Überblick</b>                           | <b>2</b> |
| 1.1      | Aufgabenstellung                           | 2        |
| 1.2      | Die Ausgangslage                           | 2        |
| <b>2</b> | <b>Aufbereitung der Daten</b>              | <b>3</b> |
| 2.1      | Grundlegende Manipulationen                | 3        |
| 2.2      | Ablösezone 1                               | 3        |
| 2.3      | Ablösezone 2                               | 4        |
| 2.4      | Ablösezone 1 und Ablösezone 2 im Vergleich | 4        |
| <b>3</b> | <b>Zeitabstände</b>                        | <b>5</b> |
| <b>4</b> | <b>Simulation</b>                          | <b>5</b> |
| 4.1      | Optimale Verteilungsfunktionen definieren  | 5        |
| 4.1.1    | Ablösezone 1                               | 5        |
| 4.1.2    | Ablösezone 2                               | 6        |
| 4.2      | Simulation der Daten                       | 7        |
| <b>5</b> | <b>Durchbruch</b>                          | <b>7</b> |
| <b>6</b> | <b>Verkehrsaufkommen und Berechnung</b>    | <b>8</b> |
| <b>7</b> | <b>Beurteilung</b>                         | <b>8</b> |
| <b>8</b> | <b>Literaturverzeichnis</b>                | <b>9</b> |

# 1 Überblick

## 1.1 Aufgabenstellung

Die Kantonsstrasse unterhalb Schiers (GR) ist vom Steinschlag betroffen. Steine lösen sich von zwei unterschiedlichen Stellen an der Felswand ab (Ablösungszone 1 und Ablösungszone 2). Der betroffene Strassenabschnitt ist mit Steinfangnetzen gesichert, die jedoch in die Jahre gekommen sind und die angestrebte Sicherheit nicht mehr gewährleisten können. Die Planung für Ersatznetze hat bereits begonnen, kann aber frühestens in einem Jahr umgesetzt werden.

In den letzten Monaten haben sich mehrere Steinschlagereignisse ereignet. Kommt es im Lauf des nächsten Jahres zu weiteren vergleichbaren Ereignissen, könnten die alten Sicherheitsnetze versagen und die Verkehrsteilnehmer einem grossen Sicherheitsrisiko ausgesetzt sein. Die Bevölkerung ist verunsichert und der Kantonsingenieur muss schnell entscheiden, ob das Risiko für die Verkehrsteilnehmer zu gross ist und die Kantonsstrasse vorübergehend gesperrt werden muss. Der Kantonsingenieur hat sie beauftragt, anhand von vorhanden Daten die Wahrscheinlichkeit eines Todesfalls zu berechnen und eine Empfehlung bezüglich der Schliessung beziehungsweise Offenhaltung der Strasse auszusprechen. Das Kriterium für eine Schliessung ist, dass die jährliche Wahrscheinlichkeit von Todesfällen infolge Steinschlags kleiner als 0.0001 also  $10^{-4}$  ist.

## 1.2 Die Ausgangslage

Für die Planung der neuen Sicherheitsnetze, hat ein beauftragter Geologe, über drei Monate Daten zu den Steinschlagereignissen aufgenommen. Dabei wurde Steingeschwindigkeit, Steinmasse und Zeitpunkt und der Zeitpunkt des Ereignisses registriert. Die Geschwindigkeit wurde durch ein Radar aufgenommen und ist somit sehr präzise. Die Masse ist eine Schätzung unseres Geologen. Ein beauftragtes Ingenieurbüro hat geschätzt, dass die Sicherheitsnetze bis zu einer Aufprallenergie von 1000 kJ sicher sind. Falls bereits ein Stein mit über 2000kg in den Sicherheitsnetzen liegt, beträgt die Aufprallenergie, die von den Sicherheitsnetzen aufgenommen werden kann, nur noch 500 kJ. Steine in den Sicherheitsnetzen werden vom Unterhaltsteam entfernt (die Reaktionszeit beträgt 24 Stunden). Das tägliche Verkehrsaufkommen beträgt 1200 Autos. Stau kommt auf der Strecke nicht vor. Das Tempolimit beträgt 60 km/h. Aufgrund dieser Angaben ergibt sich untenstehende Flowchart.

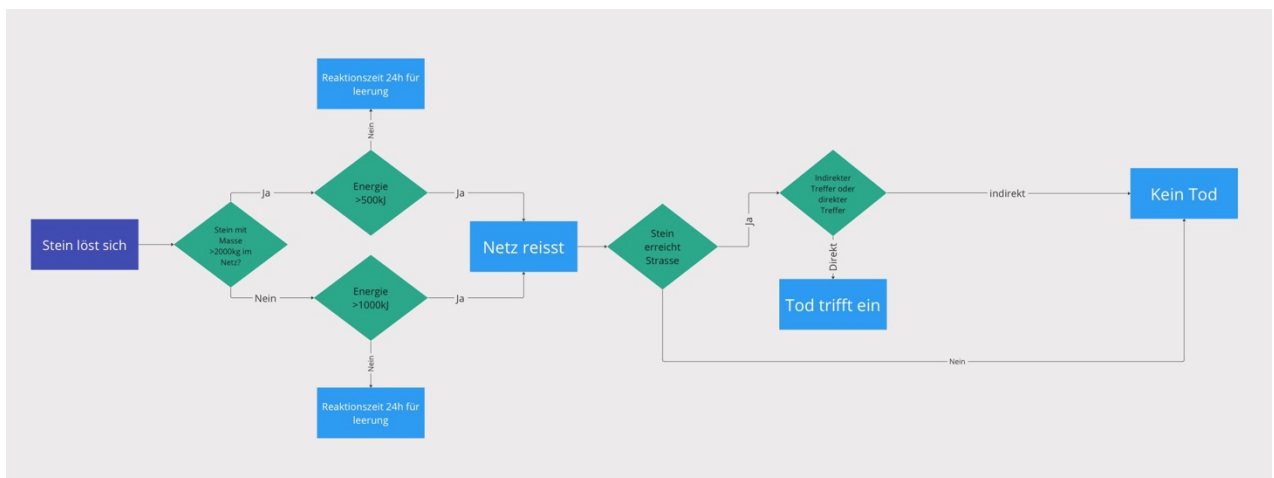


Abbildung 1: Flowchart Steinschlag

## 2 Aufbereitung der Daten

### 2.1 Grundlegende Manipulationen

Für die optimale Berechnungsgrundlage müssen die Daten inspiziert und vorbereitet werden. Die Daten des Experten wurden empfangen und mit Hilfe eines Jupyter Notebooks eingelesen. Anfangs erfolgte eine Bereinigung der Datensätze von Ablösezone 1 und 2. Dabei setzten wir neue Attributnamen fest und transformierten Zeit- sowie Datumsinformationen in entsprechende Formate. In der bezeichneten Zone 2 wurde bei der Datenerfassung vom 10. März 2019 eine Masse von 0.0 Kg dokumentiert. Da diese Eintragung unmöglich ist, impliziert sie einen Fehler innerhalb des Datensatzes. Zur Korrektur dieses offenkundigen Fehlers stehen uns verschiedene Optionen zur Verfügung, einschliesslich der Löschung des fehlerhaften Eintrags oder der Ersetzung durch einen geeigneten Ersatzwert, wie beispielsweise den Median aller vorhandenen Messwerte. In Anbetracht der Grösse unseres Datensatzes, der als klein klassifiziert wird, erscheint eine Imputation als geeignete Lösung. Durch diesen Prozess werden fehlende oder fehlerhafte Daten durch plausible Werte ersetzt, wodurch die Stichprobengrösse beibehalten und Verzerrungen minimiert werden können.

### 2.2 Ablösezone 1

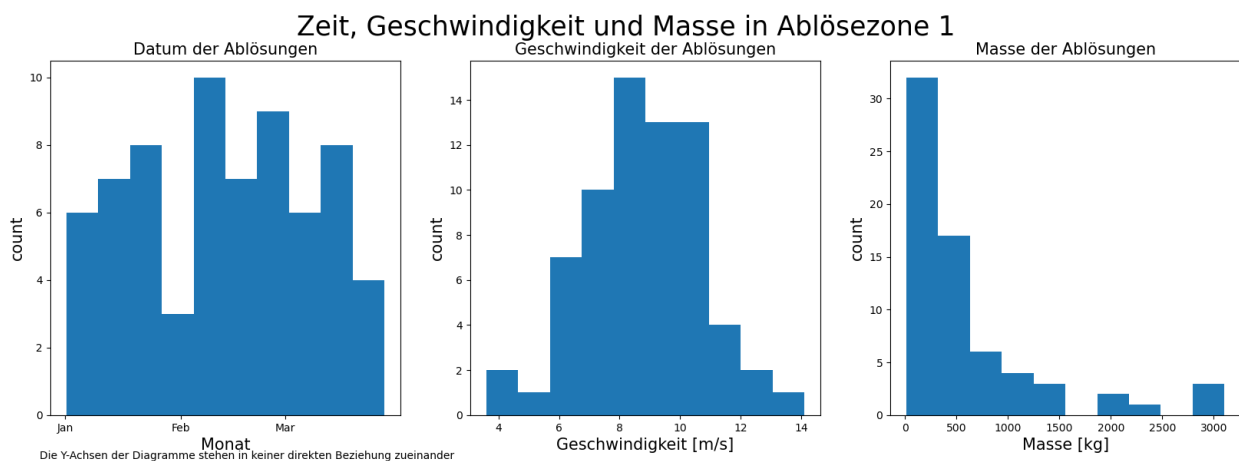


Abbildung 2: Ablösezone 1

Zu beobachten ist bezüglich der Geschwindigkeit, dass sich ein Gros der Messungen im Bereich von 6m/s bis 11m/s befindet. Bei der Masse der gemessenen Steine fällt auf, dass wir es in der Ablösezone mit überwiegend «kleinen» Massen zu tun haben. Steine <500kg verzeichnen die meisten Aufzeichnungen. Der Februar ist der Monat mit den wenigsten Steinschlägen.

## 2.3 Ablösezone 2

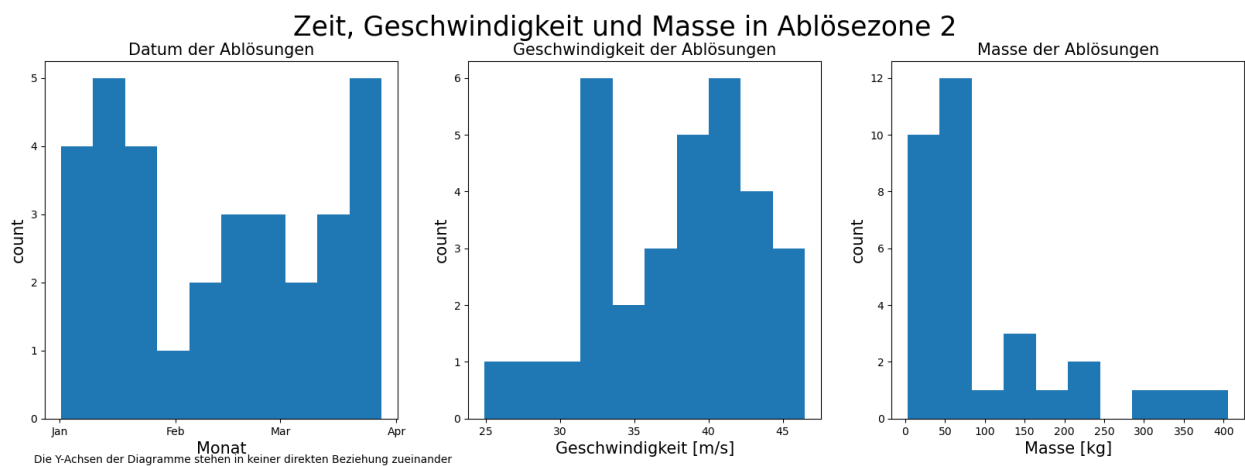


Abbildung 3: Ablösezone 2

In Ablösezone 2 fällt auf, dass das Gros sich von 30m/s bis 46m/s erstreckt. Die geschätzte Masse ist klein. Keine Schätzung liegt oberhalb 500kg.

## 2.4 Ablösezone 1 und Ablösezone 2 im Vergleich

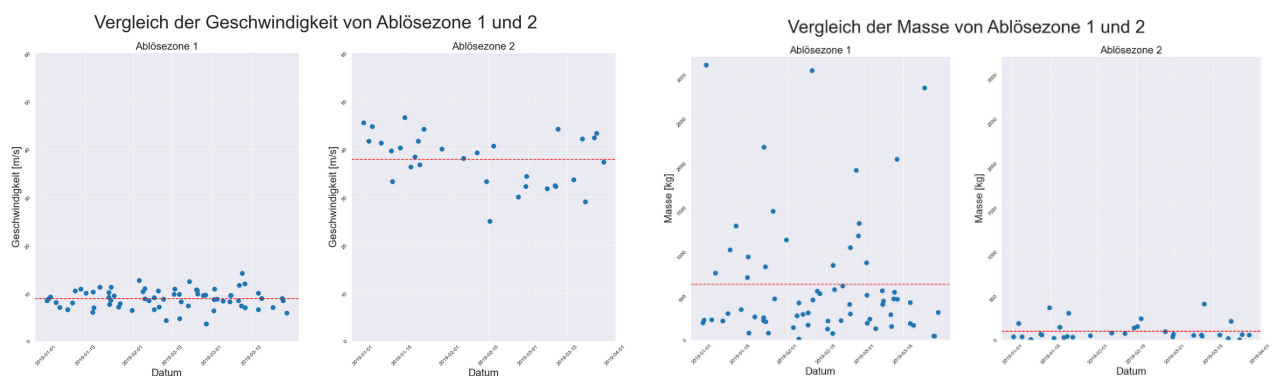


Abbildung 5: Vergleich der Geschwindigkeit

Abbildung 4: Vergleich der Masse

Eine Gegenüberstellung der beiden Ablösezonen zeigt, dass Steinschläge in Zone 1 häufiger vorkommen als in Zone 2. Weiter wird ersichtlich, dass sich im Zone 1 Steine mit grösserer Masse ablösen und Steine welche sich aus Zone 1 ablösen, eine geringere Geschwindigkeit aufweisen als jene die sich aus Zone 2 ablösen.

### 3 Zeitabstände

Bei der Kategorisierung der Ereignisse in Relation zur zugehörigen Uhrzeit ist eine signifikante Konzentration von Steinschlagvorfällen, um die Mittagszeit zu erkennen, gefolgt von einer nachmittäglichen Abnahme. Der Grossteil der Steine fällt gegen 12 Uhr. Aufgrund der Tatsache, dass sich sowohl die Vorfälle als auch die Verkehrsdichte im Laufe des Tages wandeln, erscheint es logisch, den Verkehr in unsere Berechnungen miteinzubeziehen.

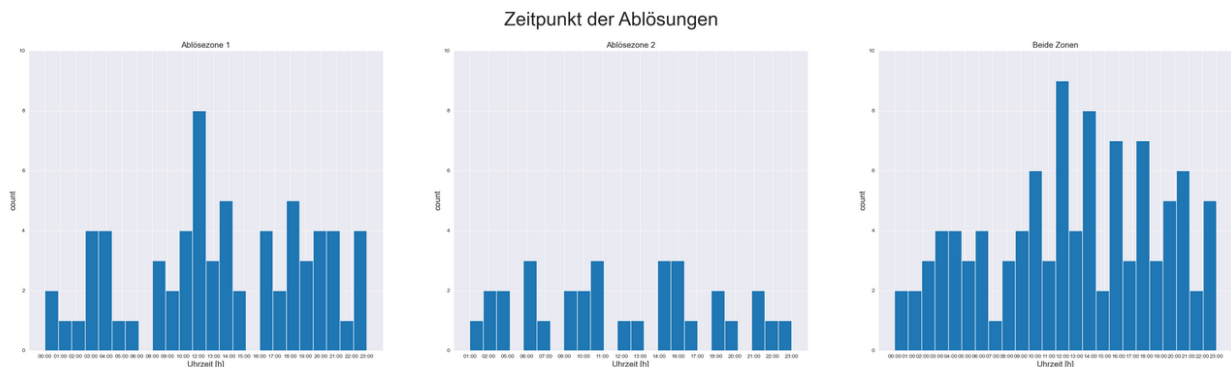


Abbildung 6: Zeitanalyse der Ablösezeiten

### 4 Simulation

Die Monte-Carlo-Simulation ist eine computergeschützte Methode, die aus zufälligen Stichproben, eine Vielzahl von weiteren Datensätzen generiert und damit eine statistische Schätzung liefert. In unseren Datensätzen haben wir drei Attribute, welche generiert werden müssen. Für die Durchführung der Simulation müssen wir von allen Attributen, die optimale Verteilungsfunktion finden, da die Ergebnisse auf der Basis der definierten Verteilungsfunktion generiert werden. Da wir verschiedene Datengrundlagen haben definieren wir die optimale Verteilungsfunktion von beiden Zonen separat.

#### 4.1 Optimale Verteilungsfunktionen definieren

Für die Bestimmung der idealen Wahrscheinlichkeitsverteilung generieren wir kumulative Verteilungsfunktionen (CDFs) auf der Grundlage diverser theoretischer Verteilungen. Die korrekte Wahl der Verteilungen ist kritisch, da diese massgeblich in die Modellierungen einfließen und demzufolge einen bedeutenden Einfluss auf das finale Resultat ausüben.

##### 4.1.1 Ablösezone 1

###### 4.1.1.1 Geschwindigkeit

Im Zusammenhang mit der Geschwindigkeit erweist sich der obere Bereich der Werte als von grösserer Bedeutung. Dies ist darauf zurückzuführen, dass Steine mit höherer Geschwindigkeit eine grössere Aufprallenergie aufweisen, was potenziell dazu beitragen kann, das Netz durchzubreaken. Unter Berücksichtigung dieser Faktoren wird die Exponpow-Verteilung als die geeignetste Option ausgewählt.

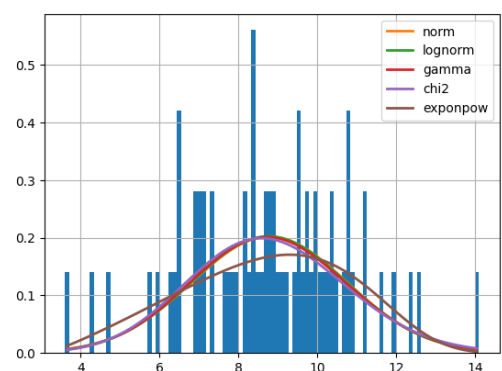


Abbildung 7: Verteilungsfunktionen Zone 1 Geschwindigkeit

#### 4.1.1.2 Masse

Wie auch bei der Geschwindigkeit, sind hier die höheren Werte von Wichtigkeit, da diese auch ein erhöhtes Potenzial zur Durchbrechung des Sicherheitsnetzes aufweisen. Deshalb eignet sich für diese Daten die Gamma-Verteilung am besten.

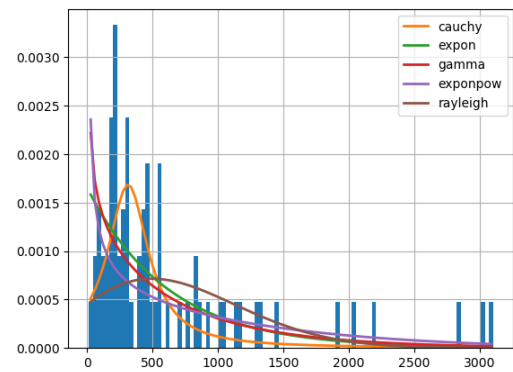


Abbildung 8: Verteilungsfunktionen Zone 1 Masse

#### 4.1.1.3 Zeitdifferenz

Im Unterschied zu Massen- und Geschwindigkeitsparametern ist im Kontext der Zeitabstände der untere Bereich von besonderem Interesse. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass bei geringeren Zeitabständen zwischen den Steinschlägen mehr Steine auf das Netz treffen können, bevor eine Leerung stattfindet. Deshalb wird hier die Expon-Verteilung getroffen.

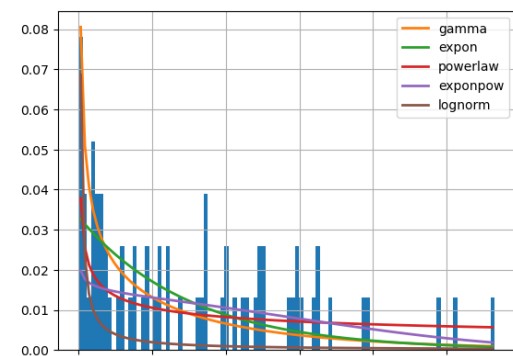


Abbildung 9: Verteilungsfunktionen Zone 1 Zeitdifferenz

### 4.1.2 Ablösezone 2

#### 4.1.2.1 Geschwindigkeit

Da die Powerlaw-Verteilung im Bereich der hohen Geschwindigkeiten ( $> 40$  m/s) eine gute Anpassung aufweist, haben wir diese Verteilungsfunktion ausgewählt.

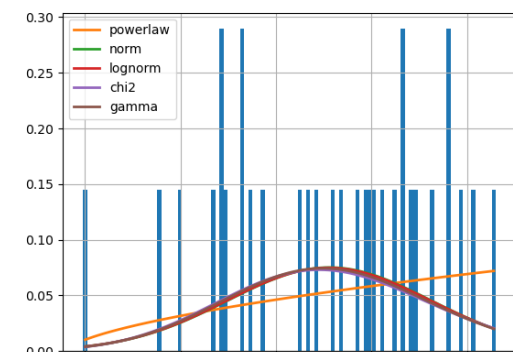


Abbildung 10: Verteilungsfunktionen Zone 2 Geschwindigkeit

#### 4.1.2.2 Masse

Selbe Entscheidungsgrundlage wie bei der Verteilungsfunktion der Ablösezone 1 und dem Attribut Geschwindigkeit. Die Gamma-Verteilung wurde gewählt.

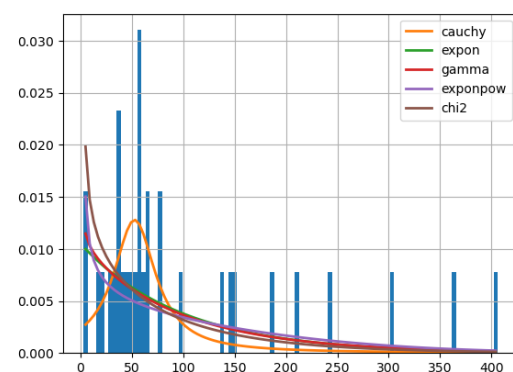


Abbildung 11: Verteilungsfunktionen Zone 2 Masse

### 4.1.2.3 Zeitdifferenz

Die Analyse zeigt, dass die Expon-Verteilung eine signifikante Übereinstimmung mit den vorliegenden Daten aufweist. Im Gegensatz zu Parametern wie Masse und Geschwindigkeit ist im Kontext der Zeitintervalle der untere Bereich besonders relevant. Dies ergibt sich aus der Gegebenheit, dass bei geringeren Zeitintervallen zwischen Steinabwürfen mehr Steine das Netz treffen können, bevor eine Entleerung erfolgt. Aus diesem Grund wird die Wahl auf die Exponentialverteilung als geeignetes Modell getroffen.

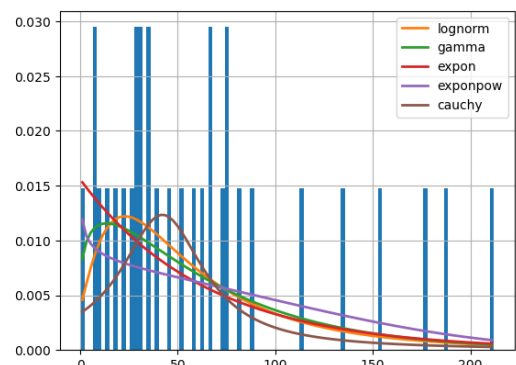


Abbildung 12: Verteilungsfunktionen Zone 2 Zeitdifferenz

## 4.2 Simulation der Daten

Für die Simulation kommt die Monte-Carlo-Methodik zum Einsatz. Hierbei erfolgt die Simulation numerischer Werte auf der Grundlage vorab definierter Verteilungen durch Einsatz der Funktionen von `scipy.stats`.

Die Zuverlässigkeit einer Monte-Carlo-Simulation ist stark von der Anzahl der Durchläufe abhängig. Ideal für die Analyse wäre eine möglichst hohe Anzahl von Durchläufen. Allerdings steigt mit zunehmender Anzahl der Durchläufe auch der Rechenaufwand. Unter Berücksichtigung dieser Aspekte wurde ein Kompromiss gefunden und die Durchlaufanzahl auf 10 Millionen pro Ablösezone festgelegt.

## 5 Durchbruch

Die Bedingungen der Ausgangslage wurden für den Aufbau des Modells in den Simulationen angewendet. Wir vertrauen auf die Schätzungen des Ingenieurbüros und haben im Modell die folgende Geschäfts-Logik angewendet für die Berechnung der Anzahl Steine, die im Jahr durch die Sicherheitsnetze durchreißen.

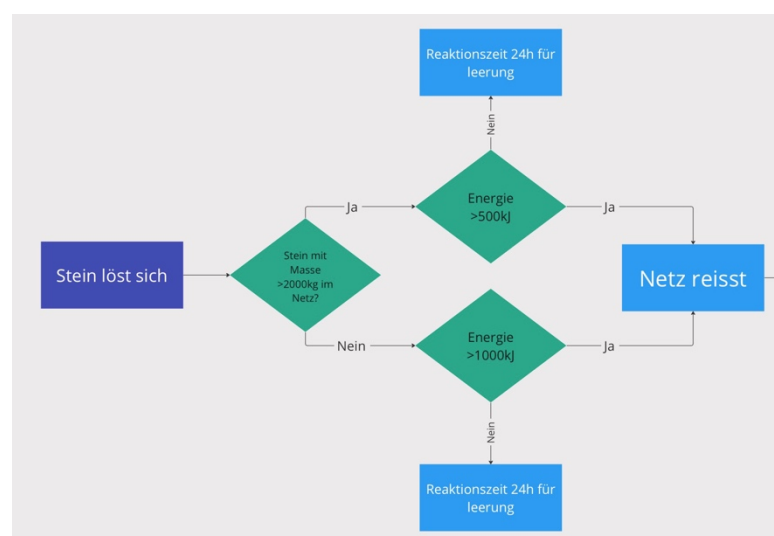


Abbildung 13: Wahrscheinlichkeit Steinschlag

Nach der Simulierung mit den Simulationsdaten, welche von der Verteilung der einzelnen Attribute abhängig generiert wurden, haben wir folgende Ergebnisse erhalten: Bei der Simulation von **73378 Jahren** und **774 Durchbrüchen** erhalten wir ein Simulationsergebnis von **0.010548 Durchbrüchen pro Jahr**.



## 6 Verkehrsaufkommen und Berechnung

Für die Berechnung der Todeswahrscheinlichkeit bei einem Durchbruch müssen wir die Wahrscheinlichkeit berechnen, bei der ein Durchbruch ein tödlicher Treffer sein kann. Sobald ein Stein die Strasse erreicht, kann es zu folgenden Szenarien kommen: Stein liegt auf der Strasse und wird von Verkehrsteilnehmern bemerkt, Stein liegt auf der Strasse und ein Auto fährt in den Stein und Stein trifft ein Auto. Da Szenario 2 erhebliche Ungewissheiten birgt und nur ungenau berechnet werden kann, liegt der Fokus bei Szenario 3 'Stein trifft Auto'. Für die Berechnung müssen die Parameter Länge des Autos, Geschwindigkeit des Autos und die Anzahl Autos auf dieser Strasse in die Gleichung einbeziehen. Wir haben die folgende Werte für die Parameter gesetzt:

- Länge des Autos: Durchschnitt 4,60 Meter lang (Christ, 2020)
- Geschwindigkeit Autos: 60 km/h, Limitation der Strasse
- Anzahl Autos: Nach Ausgangslage 1200 Autos täglich (50/h)

Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass ein Durchbruch zu einem tödlichen Treffer führt, sind wir auf das Resultat **0.003833** gekommen.

## 7 Beurteilung

Damit die Strasse offenbleiben kann, muss die jährliche Wahrscheinlichkeit von Todesfällen infolge Steinschlags kleiner als 0.0001 sein. Für diese Beurteilung müssen die Wahrscheinlichkeiten aus den beiden vorherigen Kapiteln zusammengerechnet werden. Zusätzlich müssen wir den Faktor in die Berechnung reinnehmen, dass sich mehr als eine Person in einem Fahrzeug befinden kann. Für diesen Faktor nehmen wir den Durchschnitt 1.56 Personen per Fahrzeug (Biedermann, 2017). Daraus berechnet sich die Gefahr für einen tödlichen Treffer wie folgt: Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Fahrzeug in der Gefahrenzone befindet, multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, dass ein Stein das Sicherheitsnetz durchschlägt, multipliziert mit den Anzahl Personen in einem Fahrzeug.

Mithilfe der Simulation und Berechnung Wahrscheinlichkeiten sind wir auf die folgende Wahrscheinlichkeit und Entscheidung gekommen: Die Todeswahrscheinlichkeit durch Steinschlag auf der Kantonstrasse von Schiers beträgt **0.0000630773**. Da dieser Wert unter dem Akzeptanzminimum von 0.0001 liegt, kann die Strasse weiterhin geöffnet bleiben.

Es ist jedoch zu beachten, dass in unserem Modell nicht berücksichtigt wurde, dass ein Fahrzeug unmittelbar in einen herabfallenden oder auf der Fahrbahn liegenden Stein fährt. Aus diesem Grund ist es dringend erforderlich, die betroffene Strasse kontinuierlich zu überwachen und im Falle einer Beschädigung der Sicherheitsnetze unverzüglich zu sperren.

## 8 Literaturverzeichnis

Porträt—(Cwm1) Steinschlagrisiko—Spaces. (o. J.). Abgerufen 16. Juni 2023, von <https://spaces.technik.fhnw.ch/spaces/steinschlagrisiko>

Biedermann, F. (2017). *Verkehrsverhalten der Bevölkerung 2015*. Bundesamt für Statistik (BFS).

Christ, J. (2020, Februar 15). *Datenanalyse: Autos werden nicht erst seit dem SUV-Boom größer*. Abgerufen 16. Juni 2023, von <https://www.rnd.de/wirtschaft/datenanalyse-autos-werden-nicht-erst-seit-dem-suv-boom-grosser-6GTM66RRNJEC7EYHR3FQS7Y24Y.html>