

Forberedelse til prøve

Mængder

Uden hjælpemidler

Niveau 1

Bestem følgende mængder.

a) $\{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 4, 6, 9\}$

b) $\{2, 5, 9, a, b\} \cup \{9, b, 3, 5\}$

c) $\{99, 100\} \setminus \{97, 98, 99, 100, 101\}$

d) $\{9, 8, 7, 4\} \times \{p, q\}$

Niveau 2

i) Bestem følgende mængder

a) $(\{\text{banan}, \text{pære}\} \cup \{6, 10\}) \cup (\{6\} \cap \{\text{citron}, 11\})$

b) $\{(11, 12), (11, 13), (17, 13), (10, 10)\} \cap (\{10, 11\} \times \{12, 13\})$

ii) For mængden $A = \{2, 5, 6, 9\}$ afgør da hvilken af følgende mængder, der ikke er lig A . (Der er kun én).

$$B = \{1, 2, \dots, 10\} \setminus \{1, 3, 4, 7, 8, 10\}$$

$$C = \{2, 5, 6, 9\} \cup \emptyset$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 10 \text{ og } 2 \text{ eller } 3 \text{ går op i } x\}$$

$$E = (\{2, 5\} \cup \{6, 7, 9\}) \setminus \{7, 10, 12, 13\}$$

iii) Opskriv elementerne i mængden $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 20\}$.

iv) Opskriv elementerne i mængden $\{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x \leq 7\}$.

Niveau 3

- i) For mængden $A = \{2, 4, 6, 8\}$ afgør da hvilke af følgende mængder, der er lig A . (Der kan være flere).

$$B = \{2, 2, 2, 4, 6, 6, 6, 8, 8\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 10 \text{ og } 2 \text{ går ikke op i } x\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ er et positivt lige tal mindre end } 10\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 10\} \setminus \{x \mid x \text{ er et ulige tal}\}$$

- ii) For mængden $A = \{1, 2, 4, 6, 7, 9, 10, 11\}$ Opskriv da følgende mængder

$$1) \{(a, b) \in A^2 \mid a/b \in \mathbb{Z}\} \quad 2) \{(a, b) \in A^2 \mid a + b \text{ er et lige tal}\}$$

$$3) \{(a, b) \in A^2 \mid a/b \in \mathbb{Z}\} \quad 4) \{(a, b) \in A^2 \mid a + b \text{ er et lige tal}\}$$

- iii) For hvert af følgende udsagn afgør da, om de er sande eller falske

$$a) x \in \emptyset$$

$$b) \{x\} \in \{x\}$$

$$c) x \in \{x\}$$

$$d) \{x\} \subseteq \{x\}$$

$$c) \emptyset \in \{x\}$$

$$d) \emptyset \subseteq \{x\}$$

$$c) \{x\} \cup \emptyset = \{x\}$$

$$d) \{x\} \in \{\{x\}\}$$

Kombinatorik

Uden hjælpemidler

Niveau 1

- i) På hvor mange måder kan vi arrangere en følge af elementerne i mængden $\{a, b, c, d, e\}$, hvis rækkefølgen har betydning?
- ii) På hvor mange måder kan vi konstruere en delmængde på to elementer af mængden $\{a, b, c, d, e\}$?
- iii) På hvor mange forskellige måder kan du vælge en is, hvis du skal have tre forskellige kugler, og der er 6 forskellige smage?
- iv) Bestem tallet $K(6, 2)$.
- v) Bestem tallet $K(200, 1)$.
- vi) I en klasse på 28 personer, på hvor mange måder kan man så lave netværksgrupper på 4 personer? (Du behøver ikke udregne svaret)
- vii) Hvis der i hver netværksgruppe skal være en ordstyrer, referant, formand og kagebager, på hvor mange måder kan man så lave netværksgrupper? (Du behøver ikke udregne svaret)

Niveau 2

Med hjælpemidler

Opgave 1

Du er på restaurant og skal vælge en menu blandt 14 forretter, 7 hovedretter og 4 desserter.

- i) På hvor mange måder kan du vælge en forret, en hovedret og en dessert, hvis du skal have alle tre dele?
- ii) Hvis du kun har råd til enten en hovedret *eller* en dessert, på hvor mange måder kan du så sammensætte dit måltid?
- iii) Hvor mange muligheder har du, hvis du kun har råd til én ret.

Opgave 2

En mand har i sit klædeskab 7 skjorter, 5 par bukser og 3 jakker.

- i) Han har en meget lille kuffert og kan kun vælge én beklædningsgenstand. På hvor mange måder kan dette gøres?
- ii) Han beslutter sig for at købe en større kuffert og vil tage 3 skjorter, 2 par bukser og én jakke med på ferie. På hvor mange måder kan dette gøres?
- iii) Da han skal afsted har han så travlt, at han ikke tjekker hvilke beklædningsgenstande han pakker. Han pakker 6 genstande i alt. På hvor mange måder kan dette gøres?

Opgave 3

Fire svenskere ved navn Agneta, Annifrid, Benny og Björn lavede i 1972 et band. De brugte deres initialer til at lave deres bandnavn.

- i) På hvor mange forskellige måder kunne de vælge deres bandnavn?
- ii) Lad os sige, at Björn var vild med surstrømning, og at bandet derfor besluttede sig for at erstatte ham med en fyr ved navn Henning. På hvor mange måder kan de så lave et bandnavn?

Sandsynlighedsregning

Uden hjælpemidler

Niveau 1

Opgave 1

En stokastisk variabel X har følgende fordeling.

x	1	4	5	7	11	13
$P(X = x)$	0.1	0.5	$P(X = 5)$	0.05	0.1	0.2

- i) Bestem $P(X = 1)$.
- ii) Bestem $P(X = 5)$.
- iii) Bestem $P(X > 8)$.

Opgave 2

Opskriv udfaldsrummene for følgende stokastiske eksperimenter.

- a) slag med 6-sidet terning
- b) To kast med mønt
- c) Nedbørstype i morgen
- d) Fraværende elever i 2.x
- e) Udfald af prøve
- f) Første solskinsdag i 2024

Niveau 2

Med hjælpemidler

Opgave 1

En terning kastes 10 gange.

- i) Hvad er sandsynligheden for at få netop 4 seksere?
- ii) Hvad er sandsynligheden for at få 4 eller færre seksere?
- iii) Hvad er sandsynligheden for at få mere end 7 seksere?

Opgave 2

Et lægemiddel helbreder 70 procent af de patienter, det anvendes på. Det anvendes på 200 personer

- i) Hvad er sandsynligheden for at netop 140 personer helbredes?
- ii) Hvad er sandsynligheden for at færre end 100 helbredes?
- iii) Hvad er sandsynligheden for at mellem 120 og 160 helbredes?

Opgave 3

På en skole er der 900 elever, hvoraf 700 er piger. I 2.b er 23 ud af 28 drenge.

- i) Bestem sandsynligheden for, at en tilfældigt udvalgt person er en dreng givet at personen går i 2.b
- ii) Bestem sandsynligheden for, at en tilfældigt udvalgt person går i 2.b givet at personen er en dreng.

Niveau 3

- i) En person har to børn, hvoraf én er en dreng født på en tirsdag. Hvad er sandsynligheden for, at det andet barn er en dreng? (Det er ikke 0.5).

Middelværdi og spredning

Med hjælpemidler

Niveau 2

- i) En mønt lander på krone 70 procent af tiden og plat ellers. Lad $X = 1$, hvis resultatet er krone og $X = 0$ ellers. Bestem middelværdien og spredningen for denne stokastiske variabel.
- ii) Kast en 20-sidet terning og lad X betegne antallet af øjne. Hvad er middelværdien og spredningen for X ?

En stokastisk variabel X har følgende fordeling.

x	1	4	5	7	11	13
$P(X = x)$	0.1	0.5	0.05	0.05	0.1	0.2

- i) Bestem middelværdien for X .
- ii) Bestem spredningen for X .

Niveau 3

En stokastisk variabel X har følgende fordeling

x	-2	3	x_3	6	9	11
$P(X = x)$	0.2	0.2	0.1	0.2	0.15	0.15

- i) Bestem x_3 , så middelværdien for X bliver 0.
- ii) Bestem x_3 , så spredningen for X bliver så lille som mulig.

Binomialtest og konfidensinterval

Niveau 2

Opgave 1

En sjusket producent af chokoldejulekalendre sælger en julekalender med lys chokolade og en julekalender med mørk chokolade. Han holder ikke styr på hvor meget han sælger af hver, og han ved derfor ikke, hvor meget han skal købe af forskellige ingredienser. Sidste år var andelen af solgte chokoladekalendre med lys chokolade 71.2%.

Han laver en stikprøve af solgte chokoladekalendre og opdager, at 351 ud af 522 chokoladekalendre er med lys chokolade.

- i) Opstil en nulhypotese, der kan bruges til at afgøre, om andelen af chokoladekalendre med lys chokolade har ændret sig
- ii) Opstil en binomialmodel, der beskriver andelen af kalendre med lys chokolade givet at nulhypotesen er sand og brug denne model til at bestemme p -værdien for andelen af chokoladekalendre med lys chokolade. Skal vi forkaste nulhypotesen med et signifikansniveau på 5%?
- iii) Bestem den kritiske mængde for eksperimentet.

Opgave 2

En butik har et klientel, der består af 30% mænd.

- i) Opstil en binomialmodel, der beskriver antallet af mænd i en stikprøve på 50 personer.
- ii) Hvad er sandsynligheden for, at 12 af personerne i stikprøven er mænd?
- iii) En dag havde butikken 220 kunder. 79 af disse var mænd. Opstil en nulhypotese, der beskriver undersøgelsen, og brug en binomialtest med et signifikansniveau på 5% til at undersøge nulhypotesen.

Opgave 3

Laver vi krydsninger med en bestemt type hvide og violette blomster siger Mendels love, at 25% af blomsterne vil være hvide og 75% af blomsterne vil være violette. I et krydsningsforsøg har vi 705 violette blomster og 224 hvide blomster.

- i) Opstil en nulhypotese, der kan benyttes til at afgøre, om blomsternes farve følger Mendels love
- ii) Bestem de forventede antal violette og hvide blomster, hvis nulhypotesen er sand
- iii) Benyt binomialtest for at afgøre, om vi skal forkaste nulhypotesen. Signifikansniveauet er som altid 5%.
- iv) Hvad er den kritiske mængde for dette eksperiment?

Opgave 4

I en skov er fordelingen af løvtræer og nåletræer fordelt omtrent ligeligt. En gruppe biologistuderende antager, at spættearten *den store flagspætte* er ligeglad med, om den laver bo i et udgået løvtræ eller et udgået nåletræ. I skoven finder de 201 spætteboer i nåletræer og 167 i løvtræer.

- i) Bestem en nulhypotese og opstil en binomialmodel, som beskriver antallet af flagspætter, der har bo i et løvtræ.
- ii) Lav binomialtest og bestem den kritiske mængde for antallet af bo i løvtræer.
- iii) Brug binomialtesten til at afgøre, om vi accepterer eller forkaster nulhypotesen med et signifikansniveau på 5%.

Niveau 3

Opgave 5

Meyer er et terningespil, hvor hver spiller skiftes til at slå med to terninger. Det bedste slag er Meyer, der er en toer og en etter. Du spiller Meyer med en gruppe af dine venner, og du synes, at en af dem får Meyer lidt for ofte. Du tæller, at han ud af 93 slag har fået Meyer 11 gange.

- i) Hvad er sandsynligheden for at slå Meyer med to terninger?
- ii) Hvilken fordeling vil du forvente, at antallet af Meyere i 93 slag vil følge? Hvad er parametrene for fordelingen?
- iii) Opstil en nulhypotese, der undersøger din formodning.
- iv) Undersøg din nulhypotese med en passende test.
- v) Du spiller med 10 venner. Kan du med et signifikansniveau på 5% sige, at ingen af disse bør få 11 eller flere gange Meyer?

Opgave 6

En medicinalvirksomhed med dårlig moral tester et nyt præparat op mod placebo. De giver 500 personer placebo, og det viser sig, at 15% af disse personer opnår fremgang i henseende A. De tester nu deres nye præparat på en tilsvarende gruppe af 500 personer, og oplever, at 90 personer opnår fremgang i henseende A.

- i) Hvis præparatet hverken er bedre eller værre end placebo, hvor mange forventer vi så at helbrede?
- ii) Under nulhypotesen, at præparatet ikke er bedre end placebo, test så med binomialtest om denne nulhypotese kan forkastes med et signifikansniveau på 5%.

I virksomheden har de glemmt at slette deres indbyrdes sms'er, og det kommer frem, at virksomheden udover at teste for henseende A også har testet for forbedring inden for 26 andre henseender uden at kunne se en effekt. Det kaldes en type I fejl at forkaste en sand nulhypotese, og med et signifikansniveau på 5% er sandsynligheden for at lave en type I fejl generelt mindre end 5%.

- iii) Hvad er sandsynligheden for at lave en type I fejl, hvis man tester for forbedring i 27 forskellige henseender op mod placebo hver med et signifikansniveau på 5%?