Aflevering 2

Opgave 1

To funktioner f og g er givet ved henholdsvist

$$f(x) = x^2 + 1,$$
$$g(x) = -2x^2 - 7x + 10.$$

i) Bestem skæringspunkterne A og B mellem funktionerne $f(x)$ og $g(x)$.

ii) Bestem ligningen for den rette linje l, der går gennem punkterne A og B.

iii) Linjen m givet ved ligningen

$$m: \; y = x$$

afgrænser sammen med linjen l og x-aksen et trekantet område. Bestem arealet af dette område.

Opgave 2

Lad f være givet ved

$$f(x) = x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x.$$

i) Bestem den afledede funktion f' af f.

ii) Bestem ligningen for tangenten for f i punktet $(1, f(1))$.

iii) Er der andre tangenter til f, der er parallelle til denne tangent? Bestem i så fald deres ligning.

Opgave 3

Lad os sige, at vi har et polynomium $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$.

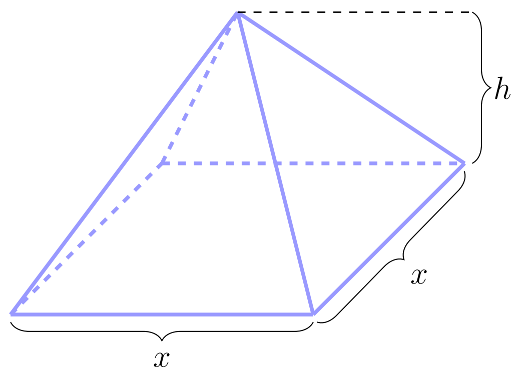
i) Hvor mange led har polynomiet p?

ii) Hvis vi differentierer p, så forsvinder leddet a_0, og konstantleddet for p hedder så a_1. Bestem hele p'.

iii) Hvis vi differentierer polynomiet en gang til, så vil leddet a_1 også forsvinde. Hvor mange gange skal vi differentiere p for at hele polynomiet forsvinder?

Opgave 4

Der skal bygges en pyramide med så stort rumfang som muligt. Der er kun sten nok til at overfladen på pyramiden kan være 2km^2. Rumfanget af en pyramide med 4 sider er givet ved $R = \frac{hbl}{3}$, hvor l er længden, h er højden og b er bredden. Vores pyramide skal have kvadratisk bund. Den kan ses på Fig. 1



Figur 1: Pyramide med kvadratisk bund

Der skal ikke være nogen bund i pyramiden.

i) Bestem et udtryk for rumfanget af pyramiden.

ii) Forklar, hvorfor overfladearealet af en af de fire sidetrekanter er givet ved

$$\frac{x}{2}\sqrt{\frac{x^2}{4} + h^2}.$$

Brug dette til at bestemme et udtryk for det samlede overfladeareal.

iii) Udnyt, at det samlede overfladeareal skal være 2km^2, og brug dette til at bestemme et udtryk for rumfanget, der kun afhænger af x. Plot dette udtryk.

iv) Bestem nu det x, der optimerer rumfanget af pyramiden.

Opgave 5 (uden hjælpemidler)

En bestemt væske stilles i et rum. Temperaturen af væsken $T(t)$ i $^\circ C$ som funktion af tiden t i minutter er tilnærmelsesvist bestemt ved udtrykket

$$T(t) = 120e^{-0.02t}.$$

i) Hvilken væksttype aftager temperaturen af væsken med?

ii) Hvad er temperaturen til tiden $t = 0$?

iii) Hvad er temperaturen i rummet, væsken stilles i?

iv) Bestem væksthastigheden for temperaturfaldet. Hvad er væksthastigheden efter 20 minutter?

v) Hvornår aftager temperaturen hurtigst?

vi) Hvad er halveringstiden for T?