

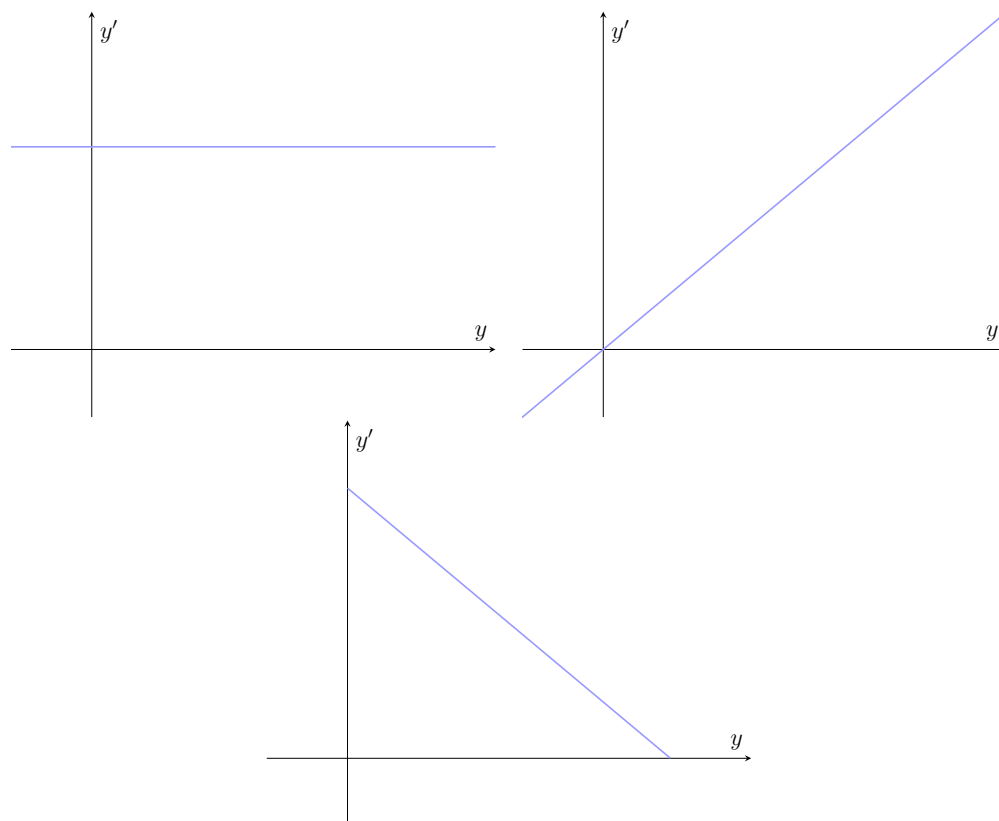
# Differentialligninger og grafer

## Grafer

Vi arbejdede sidst med tre typer af differentialligninger.

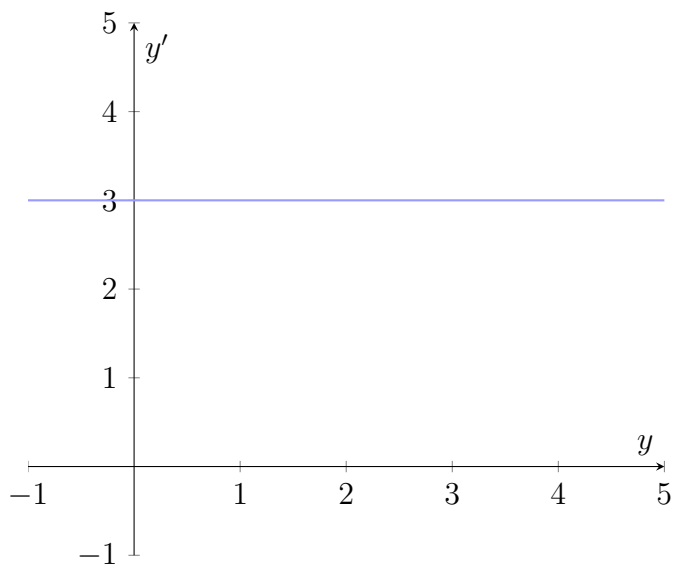
$$\begin{aligned}y' &= k, \\y' &= ky, \text{ og} \\y' &= b - ay.\end{aligned}$$

Vi kan se disse tre differentialligninger tegnet med  $y$  langs førsteaksen og  $y'$  langs andenaksen på Fig. 1



Figur 1: Differentialligningerne  $y' = k$ ,  $y' = ky$  og  $y' = b - ay$  henholdsvis.

**Eksempel 1.1.** Vi har repræsenteret en differentialligning grafisk ved



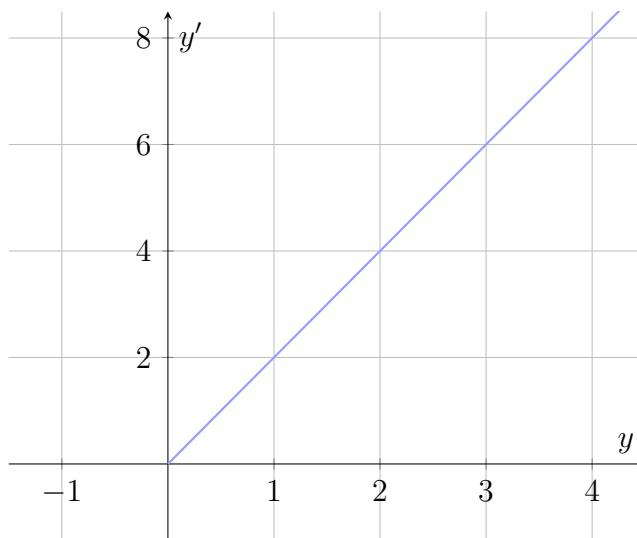
Denne differentiaalligning er derfor givet ved

$$y' = 3,$$

og derfor er den fuldstændige løsning givet ved

$$y(x) = 3x + c.$$

**Eksempel 1.2.** En differentiaalligning er repræsenteret grafisk ved



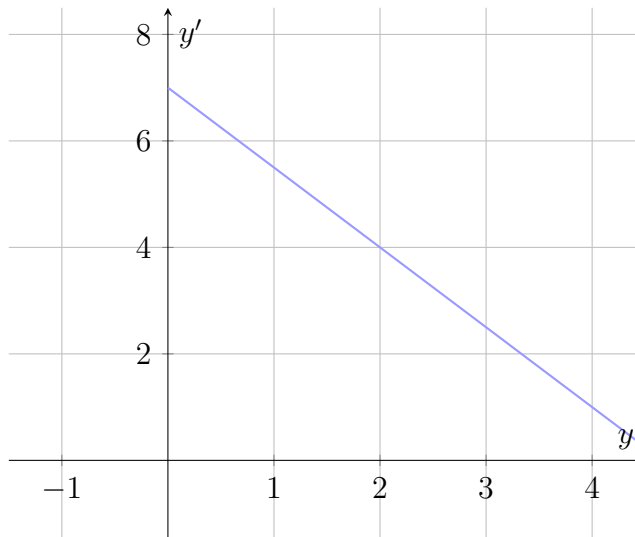
Af grafen kan vi se, at differentiaalligningen lyder

$$y' = 2y,$$

og derfor har differentiaalligningen den fuldstændige løsning

$$y(x) = ce^{2x}.$$

**Eksempel 1.3.** Vi har følgende grafiske repræsentation for en differentiaalligning.



Af grafen kan vi se, at differentiaalligningen lyder

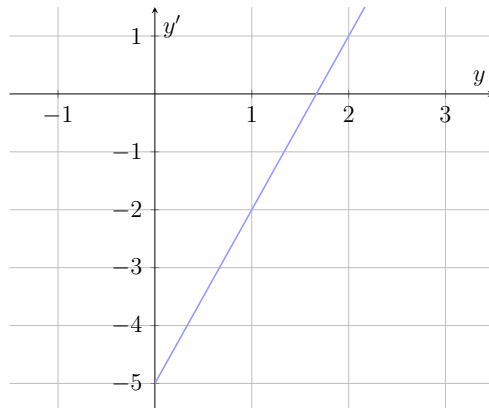
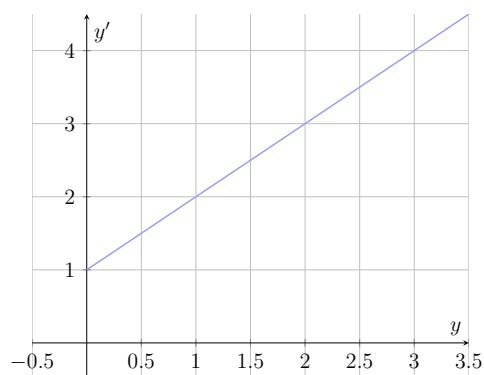
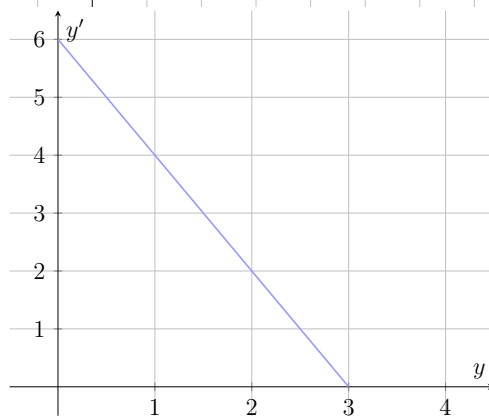
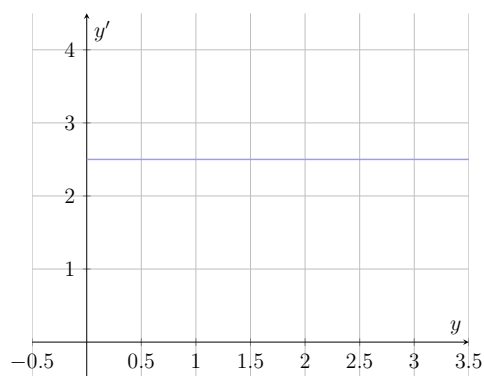
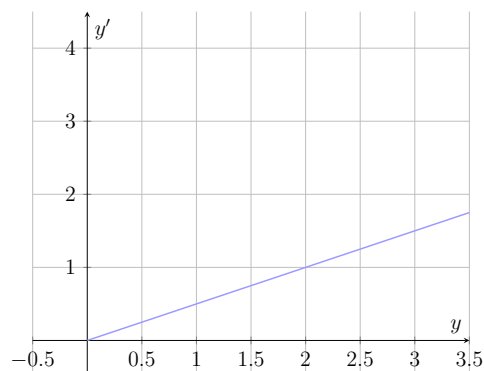
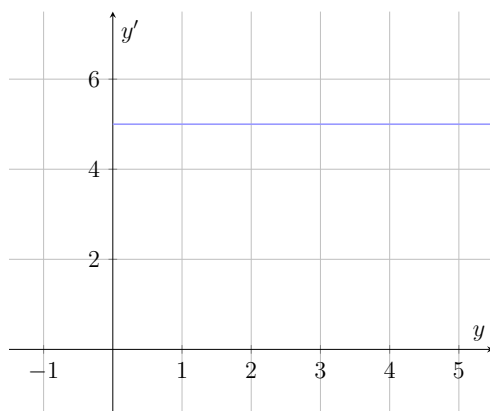
$$y' = 7 - \frac{3}{2}y,$$

og derfor har differentiaalligningen den fuldstændige løsning

$$y(x) = \frac{14}{3} + ce^{-\frac{3}{2}x}.$$

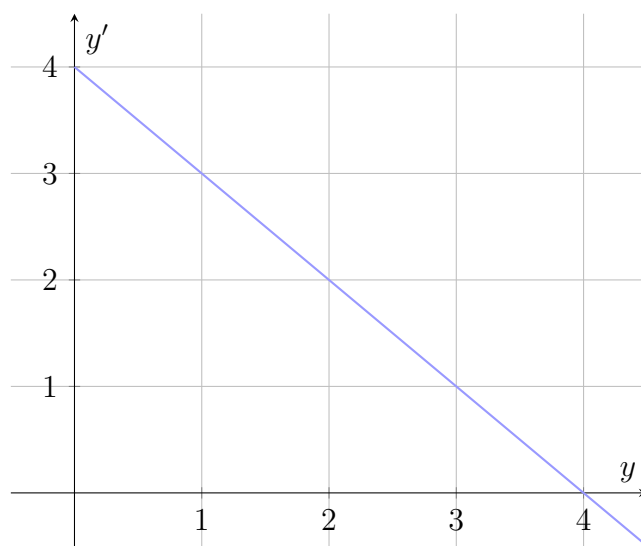
## Opgave 1

Bestem fuldstændige løsninger til følgende grafisk repræsenterede differentiaalligninger

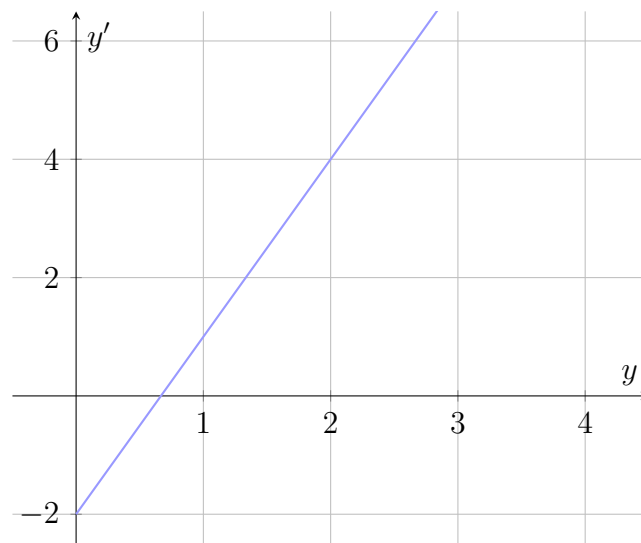


## Opgave 2

- i) Bestem den partikulære løsning til differentialligningen repræsenteret på følgende graf, der opfylder, at den går gennem punktet  $(0, 7)$ .



- ii) Bestem en partikulær løsning til differentialligningen repræsenteret på følgende graf, der går gennem punktet  $(0, \sqrt{2})$ .



### Opgave 3

- i) En ret linje  $y' = b - ay$  går gennem punkterne  $(1, 3)$  og  $(3, 9)$ . Bestem den fuldstændige løsning  $y$  til den differentialligning, der er repræsenteret ved denne rette linje.
- ii) En ret linje  $y' = b - ay$  går gennem punkterne  $(1, 2)$  og  $(2, 4)$ . Bestem den partikulære løsning  $y$  til den differentialligning, der er repræsenteret ved denne rette linje.

## Opgave 4

- i) Følgende sammenhæng mellem  $y$  og  $y'$  er givet.

$y$	1.3	3.2	5.7	6.9	10.68	11.97
$y'$	69.5	58.1	42.4	44.7	18.4	28.35

Det antages, at sammenhængen mellem  $y$  og  $y'$  er givet ved

$$y' = b - ay.$$

Brug datasættet til at bestemme den fuldstændige løsning  $y$ .

## Opgave 5

Et objekt med en temperatur på  $100^\circ\text{C}$  stilles i et lokale med en temperatur på  $19^\circ\text{C}$ . Det er oplagt, at temperaturen falder langsomme og langsommere jo nærmere temperaturen kommer på den omkringliggende temperatur. Vi antager, at temperaturfaldets hastighed er proportional med objektets temperatur eller mere præcist, at temperaturen og temperaturfaldet opfylder differentialligningen

$$y' = -k(y - 19) = -ky + 19k.$$

- i) Bestem den fuldstændige løsning til differentialligningen.
- ii) Udnyt, at  $y(0) = 100$  til at bestemme konstanten  $c$ .
- iii) Udnyt, at temperaturen efter 5 minutter er  $80^\circ\text{C}$  til at bestemme  $k$ .
- iv) Opskriv modellen  $y(t)$  for temperaturen af objektet.