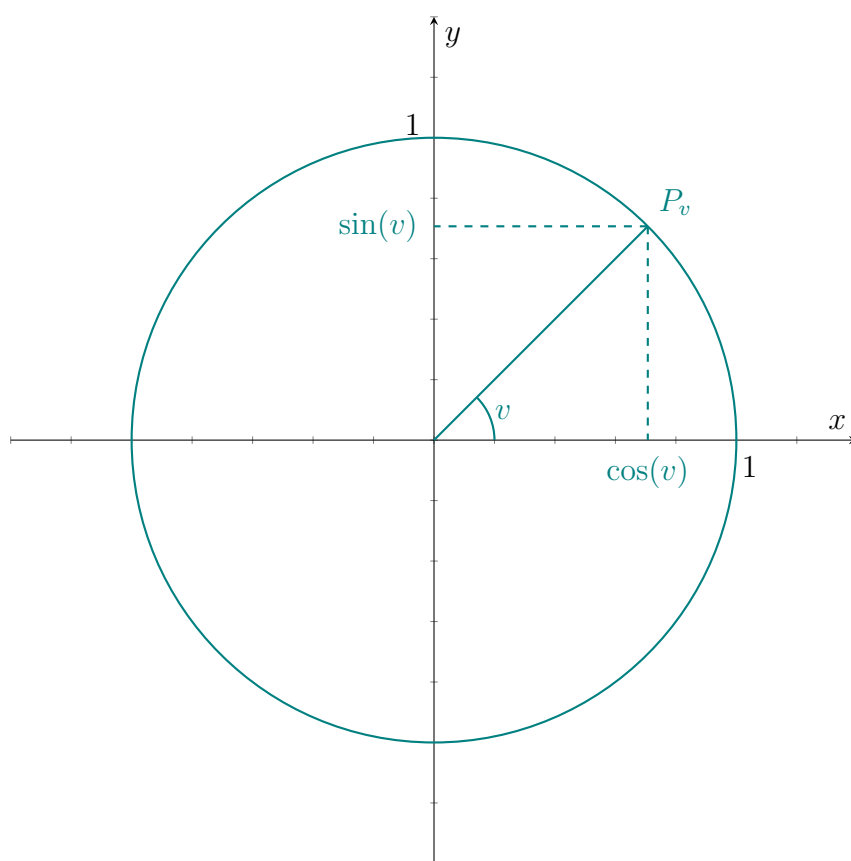


Enhedscirklen og trigonometriske funktioner

Enhedscirklen

Vi har tidligere arbejdet med de trigonometriske funktioner \cos , \sin og \tan , og vi skal nu bruge *enhedscirklen* til at definere dem. Enhedscirklen kan ses på Figur 1



Figur 1: Definition af \cos og \sin ud fra enhedscirklen

Enhedscirklen er en cirkel med centrum i origo og radius 1. Vi kan bruge enhedscirklen til at definere \cos og \sin .

Definition 1.1. Lad P_v være et punkt på enhedscirklen, så vinklen mellem stedvektoren $\overrightarrow{OP_v}$ og x -aksen er v . Så defineres funktionerne $\cos(v)$ og $\sin(v)$ som

koordinaterne til P_v :

$$P_v = (\cos(v), \sin(v)).$$

Eksempel 1.2. Det gælder, at $\cos(0) = 1$ og $\sin(0) = 0$, da koordinatsættet til P_0 er

$$P_0 = (1, 0) = (\cos(0), \sin(0)).$$

Skal vi anvende de trigonometriske funktioner i Maple og vi ønsker at anvende grader, så skal vi skrive

```
with(Gym):  
Cos(v)  
Sin(v)
```

Tangens er den sidste trigonometriske funktion, vi skal betragte. Denne er defineret som

$$\tan(v) = \frac{\sin(v)}{\cos(v)}.$$

Retvinklede trekanter

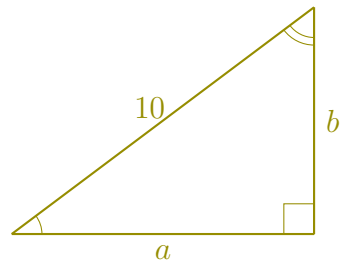
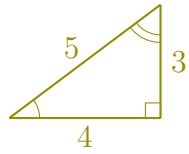
Sætning 2.1. *Lad ABC være en trekant med punkterne A , B og C som hjørner, og lad C være en ret vinkel. Så gælder der for vinklen v , der er vinklen i enten hjørnet A eller B , at*

$$\begin{aligned}\cos(v) &= \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenuse}} \\ \sin(v) &= \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenuse}} \\ \tan(v) &= \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}\end{aligned}$$

Bevis. Bevises som opgave. ■

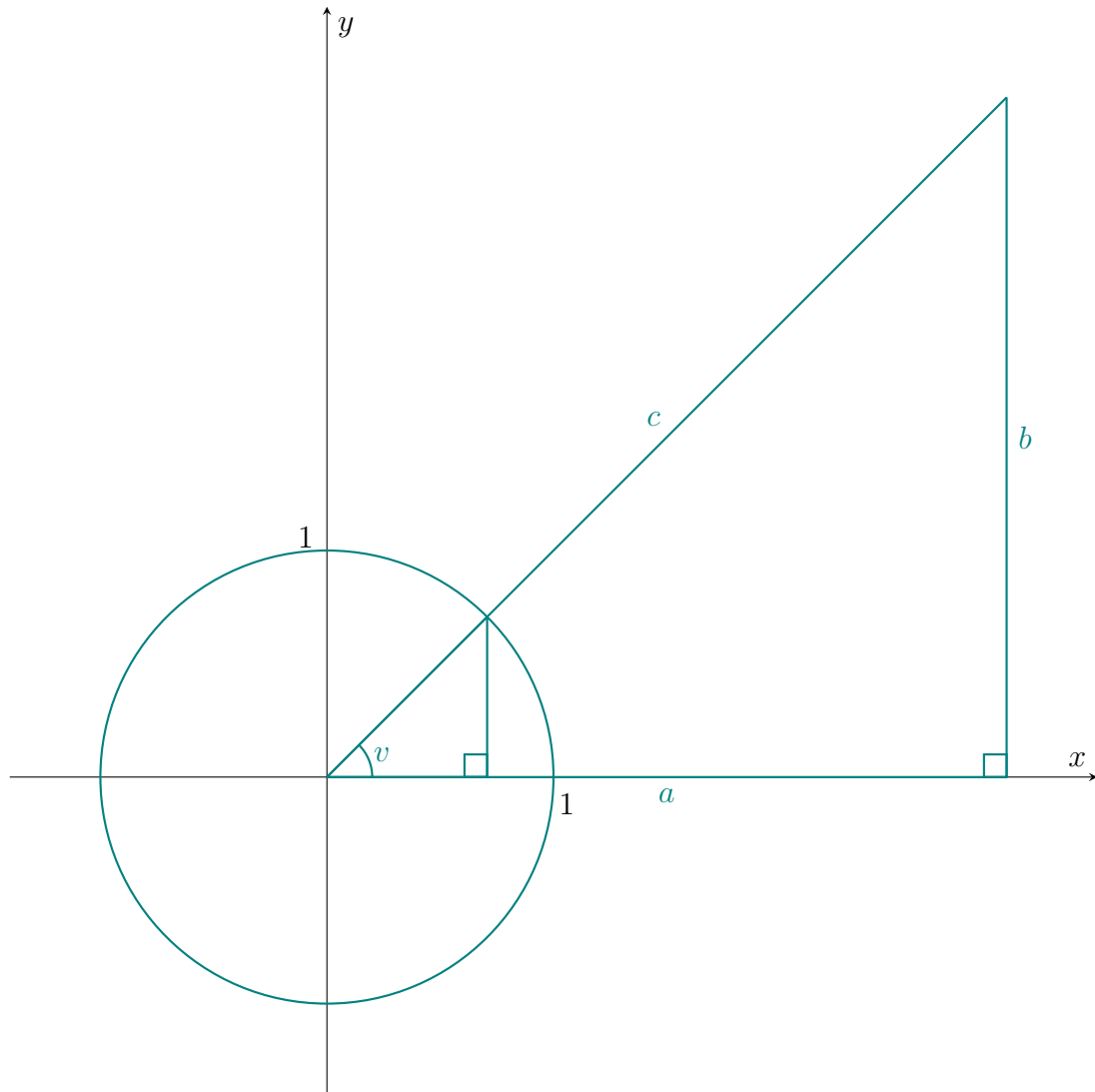
Opgave 1

Brug hvad du ved om ensvinklede trekanter til at bestemme sidelængderne a og b i følgende trekant:



Opgave 2

Vi skal nu bevise Sætning 2.1. Vi betragter derfor Figur 2



Figur 2: To ensvinklede trekanter i et koordinatsystem med enhedscirklen

- Tegn Figur 2 i jeres gruppe.
- Hvad er længden af hypotenusen for den lille trekant? Skriv det på jeres figur.
- Hvad er højden og bredden af den lille trekant? Sammenlign eventuelt med enhedscirklen på Figur 1. (Figuren er ikke målfast, så det skal ikke være et bestemt tal).

- iv) Hvor mange gange større er den store trekant end den lille trekant? Tænk på hvad I gjorde i Opgave 1 (I skal ikke måle, men regne med bogstaver).
- v) Hvad skal vi gange bredden med i den lille trekant for at få a ? Skriv det udtryk op. (Tænk på, hvad I gjorde i Opgave 1).
- vi) Hvad skal vi gange højden med i den lille trekant for at få b ? Skriv det udtryk op. (Tænk på, hvad I gjorde i Opgave 1)
- vii) Isolér $\cos(v)$ i det første udtryk.
- viii) Isolér $\sin(v)$ i det andet udtryk.
- ix) Hvad er hyp, hos og mod i den store trekant? Indsæt det i de to udtryk.
- x) Sammenlign jeres resultat med Sætning 2.1.
- xi) Indsæt jeres udtryk for $\cos(v)$ og $\sin(v)$ i udtrykket

$$\tan(v) = \frac{\sin(v)}{\cos(v)}.$$

- xii) Brug brøkgregneregler til at forkorte udtrykket og sammenlign herefter med Sætning 2.1.