

Intro til potensfunktioner

Potensfunktioner

Vi har set på lineære funktioner, der er funktioner på formen

$$f(x) = ax + b$$

og eksponentialfunktioner, der er funktioner på formen

$$g(x) = b \cdot a^x.$$

Den næste klasse af funktioner, vi skal arbejde med er *potensfunktioner*.

Definition 1.1 (Potensfunktion). Lad $b > 0$. En funktion f på formen

$$f(x) = b \cdot x^a$$

kaldes for en *potensfunktion*.

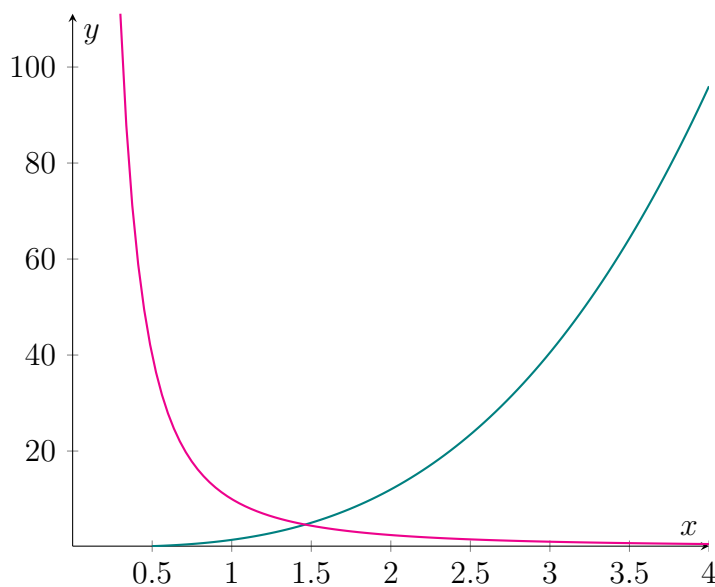
Eksempel 1.2. Funktionen f givet ved

$$f(x) = 1.5 \cdot x^3$$

samt funktionen g givet ved

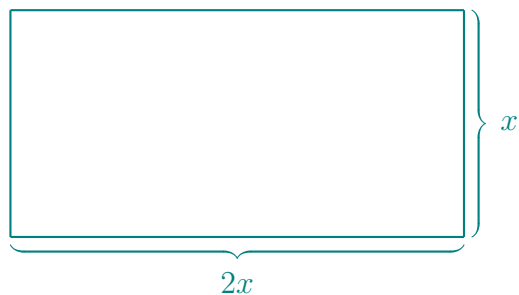
$$g(x) = 10 \cdot x^{-2}$$

er potensfunktioner. For f er $b = 1.5$ og $a = 3$. Tilsvarende for g er $b = 10$ og $a = -2$. Grafen for disse funktioner kan ses af Figur 1.



Figur 1: Grafer for potensfunktionerne f og g .

Eksempel 1.3. Vi betragter rektanglet på Figur 2.



Figur 2: Rektangel med højde x og bredde $2x$.

Dette rektangel har bredde $2x$ og højde x . Derfor er arealet A af rektanglet givet ved

$$A(x) = 2x \cdot x = 2x^2,$$

som er en potensfunktion.

Opgave 1

Afgør om følgende funktioner er lineære, eksponential- eller potensfunktioner.

a) $2 \cdot 3^x$

b) $5 \cdot x^{1.7}$

c) $\sqrt{3} \cdot x + 9$

d) $2.9 \cdot e^x$

e) $6 \cdot x^{-1}$

f) $200x^2$

g) $-10x + 13$

h) 2^x

i) x^2

j) $7 + 9x$

Opgave 2

Aflæs a og b for følgende potensfunktioner

a) $2 \cdot x^2$

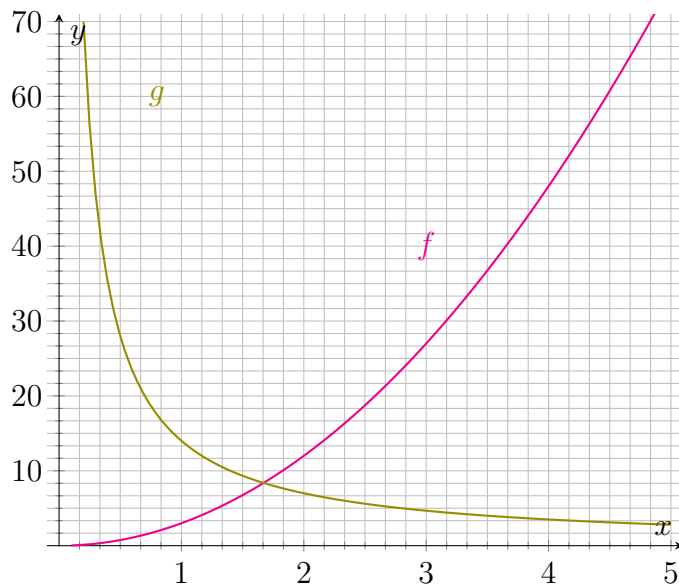
b) $5 \cdot x^{10}$

c) $\sqrt{3} \cdot x^{3.2}$

d) $x^{-0.5}$

Opgave 3

På Figur 3 kan graferne for de to potensfunktioner f og g ses.



Figur 3: Grafer for to potensfunktioner f og g .

Brug Figur 3 til at løse følgende opgaver.

- i) Bestem $f(2)$.
- ii) Bestem $g(4)$.
- iii) Løs ligningen $g(x) = 44$.
- iv) Løs ligningen $f(x) = 30$.
- v) Løs ligningen $f(x) = g(x)$.

Opgave 4

Et rektangel har højde $4x$ og bredde $3x$.

- i) Opskriv et udtryk for arealet $A(x)$ som funktion af højden og bredden.
- ii) Bestem a og b i forskriften for A .
- iii) Bestem $A(4)$.
- iv) Brug $A(x)$ til at bestemme højden og bredden af rektanglet, hvis det skal have et areal på 1200.

Opgave 5

En potensfunktion er givet ved

$$f(x) = b \cdot x^2.$$

- i) Udnyt, at $f(2) = 20$ for at bestemme b .
- ii) Bestem $f(4)$.
- iii) Løs ligningen $f(x) = 45$.

Opgave 6

To potensfunktioner f og g er givet ved

$$f(x) = 2 \cdot x^2$$

og

$$g(x) = 1 \cdot x^a.$$

- i) Det oplyses, at $2 \cdot f(4) = g(4)$. Brug dette til at bestemme tallet a .

Opgave 7 (Med Maple)

To potensfunktioner f og g er givet ved

$$f(x) = 2 \cdot x^{0.5}$$

og

$$g(x) = 10 \cdot x^{1.4}$$

- i) Bestem $g(3)$.
- ii) Tegn graferne for f og g i samme koordinatsystem.
- iii) Bestem skæringspunktet mellem f og g ved at løse en ligning.

Opgave 8 (Med Maple)

- i) En cylinder har samme diameter som højde. Bestem den potensfunktion, der beskriver rumfanget af cylinderen som funktion af cylinderens radius.
- ii) En kasse har bredde, højde og længde x . Bestem rumfanget af x , og afgør, hvad a og b er i denne potensfunktion.

- iii) For et bestemt objekt kan vindmodstanden på objektet beskrives ved

$$F(v) = \frac{1}{2}v^2,$$

hvor v er hastigheden i m/s , objektet bevæger sig med, og F er vindmodstanden målt i N . Hvad er vindmodstanden, når objektet bevæger sig med $50m/s$? Hvor hurtigt skal objektet bevæge sig, for at modstanden på objektet er $20N$?

Opgave 9

Vi betragter potensfunktionen f givet ved

$$f(x) = b \cdot x^a.$$

- i) Bestem $f(1)$. Hvordan aflæser vi b -værdien for f , hvis vi har grafen for f ?

Opgave 10

Vi ønsker at sige noget om vækstegenskaberne for en potensfunktion. Vi betragter først et eksempel. Lad derfor f være givet ved

$$f(x) = 2 \cdot x^2.$$

Vi betragter et fastholdt punkt x_0 og øger funktionsværdien med 50%.

- i) Bestem $f(x_0 \cdot 1.50)$. Hvor mange procent bliver f øget med, når x_0 øges med 50%?
- ii) Hvis $a = 3$, hvor mange procent ville f så blive øget med?

Vi betragter nu det generelle tilfælde $g(x) = b \cdot x^a$. Vi multiplicerer vores faste punkt x_0 med k

- i) Bestem $g(x_0 \cdot k)$. Hvad bliver funktionsværdien ganget med, når x_0 ganges med k ?