

Den naturlige eksponentialfunktion

Eksponentialfunktionen som e^{kx}

Vi husker på, at en eksponentialfunktion er en funktion på formen

$$f(x) = b \cdot a^x.$$

Målet er at omskrive dette til formen

$$f(x) = b \cdot e^{kx},$$

hvor $e \approx 2.7182$ er Eulers tal. Hvis vi har en eksponentialfunktion

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

så kan vi skrive

$$\begin{aligned} f(x) &= b \cdot a^x \\ &= b \cdot (e^{\ln(a)})^x \\ &= b \cdot e^{\ln(a) \cdot x} \\ &= b \cdot e^{kx}, \end{aligned}$$

hvor $k = \ln(a)$. For at omskrive eksponentialfunktionen til formen

$$f(x) = b \cdot e^{kx},$$

er opgaven altså at bestemme $k = \ln(a)$, som gøres med Maple.

Eksempel 1.1. En eksponentialfunktion f er givet ved

$$f(x) = b \cdot 1.2^x.$$

For at omskrive den til formen

$$f(x) = b \cdot e^{kx},$$

så bestemmes $\ln(1.2) = 0.182$, og vi kan omskrive eksponentialfunktionen til

$$f(x) = b \cdot e^{0.182x}$$

Eksempel 1.2. En eksponentialfunktion g er givet ved

$$g(x) = 3 \cdot e^{-0.5x}.$$

Vi vil gerne omskrive den til formen

$$g(x) = 3 \cdot a^x.$$

Vi går derfor den omvendte vej og bestemmer $e^{-0.5} = 0.606$. Eksponentialfunktionen g kan derfor skrives som

$$g(x) = 3 \cdot 0.606^x$$

Vi kan opsamle på de to eksempler. Kender vi en eksponentialfunktion på formen

$$f(x) = b \cdot a^x$$

og vil omskrive den til

$$f(x) = b \cdot e^{kx},$$

så findes k som $\ln(a) = k$.

Kender vi derimod en eksponentialfunktion på formen

$$g(x) = b \cdot e^{kx}$$

og vil omskrive den til formen

$$g(x) = b \cdot a^x,$$

så findes a som $a = e^k$.

Opgave 1

Omskriv følgende eksponentialfunktioner til formen

$$f(x) = b \cdot e^{kx}.$$

1) $f(x) = 1.7 \cdot 2^x$

2) $f(x) = 10 \cdot 0.9^x$

3) $f(x) = \sqrt{2} \cdot 1.79^x$

4) $f(x) = 7 \cdot 0.2^x$

5) $f(x) = 6 \cdot 10^x$

6) $f(x) = 2.13 \cdot 7.389^x$

Opgave 2

Omskriv følgende eksponentialfunktioner til formen

$$f(x) = b \cdot a^x$$

1) $f(x) = 2 \cdot e^{2x}$

2) $f(x) = b \cdot e^{-2.3x}$

3) $f(x) = 0.1 \cdot e^x$

4) $f(x) = 6 \cdot e^{10x}$

Opgave 3

Prøv at tegne nogle af eksponentialfunktionerne på formen

$$f(x) = b \cdot e^{kx}$$

fra Opgave 1 og Opgave 2 i Maple.

- i) Kan du gennemskue, hvad der skal være opfyldt for k for at f er voksende?
- ii) Hvad skal gælde for at f er voksende?
- iii) Hvilken betydning har k for grafens forløb?