Potensvækst og potensfunktioner

Potensfunktioner

Vi vil nu introducere veksttypen *potensvækst*. Denne veksttype vil for jer optræde mindre ofte en eksponentiel vækst, men optræder dog jævnligt alligevel.

Definition 1.1. Lad a og b være tal, så $b > 0$. Så kalder vi en funktion f på formen

$$f(x) = b \cdot x^a$$

for en potensfunktion. En variabelsammenhæng $y = b \cdot x^a$ kaldes tilsvarende for en potenssammenhæng.

Eksempel 1.2. Et rektangel med bredde x og længde $2 \cdot x$ har areal $A(x) = 3 \cdot x \cdot x = 3 \cdot x^2$, hvilket er en potensfunktion med $b = 3$ og $a = 2$

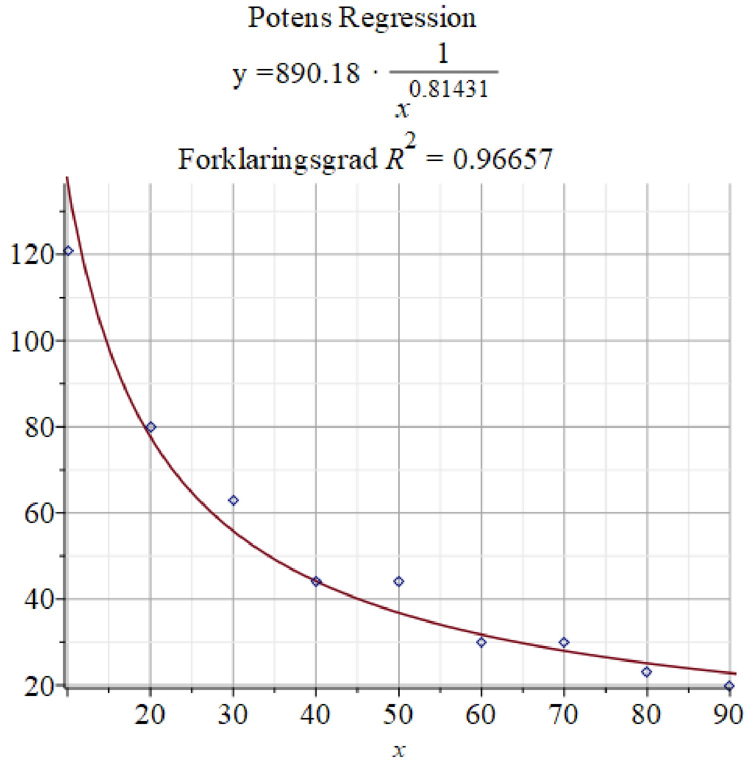
Eksempel 1.3. En kasse med bredde x, længde $2x$ og højde $3x$ har rumfang $R(x) = 3 \cdot x \cdot 2 \cdot x \cdot x = 6 \cdot x^3$, hvilket er en potensfunktion med $b = 6$ og $a = 3$.

Eksempel 1.4. I Tabel 1 fremgår antallet af målinger af radioaktivitet per sekund som funktion af afstanden til et radioaktivt emne. Vi forventer, at dette kan beskrives som en potenssammenhæng.

d (cm)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
A	121	80	63	44	44	30	30	23	20

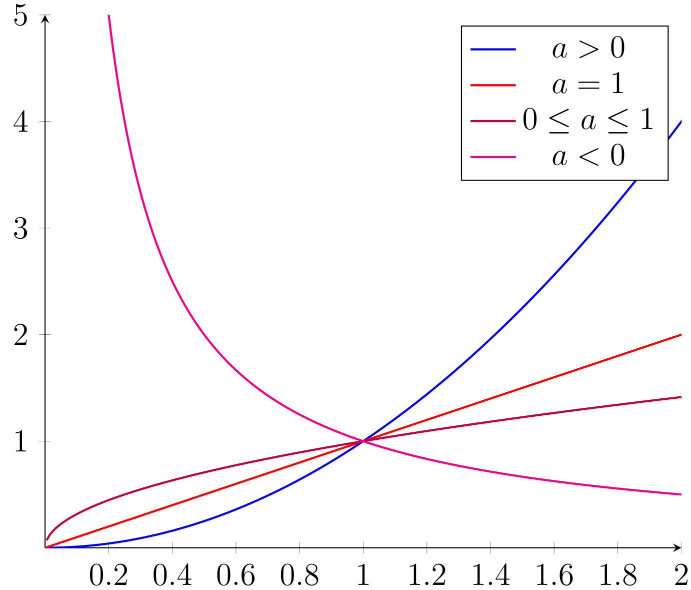
Tabel 1: Antal aktiveringer af Geigertæller per sekund som funktion af afstand til radioaktivt emne.

Af Fig. 1 kan vi se en potensregression lavet i Maple på radioaktivitetsdatasættet.



Figur 1: Potensregression på radioaktivitetsdata.

Af Fig. 2 kan de ses, hvad a betyder for en potensfunktion.



Figur 2: Figur, der viser, hvad a betyder for potensfunktionen

Opgave 1

Bestem tallene a og b for følgende potensfunktioner

1) $9x^3$	2) $1.03x^{-0.6}$
3) $7.34x^2$	4) $102x^{2.7}$
5) $60x^{0.5}$	6) $x^{0.73}$

Opgave 2

En potensfunktion f er givet ved

$$f(x) = 15x^{3.5}.$$

i) Bestem $f(4)$.

ii) Afgør, hvornår funktionen antager værdien 500.

iii) En anden potensfunktion g er givet ved

$$g(x) = 2x^4.$$

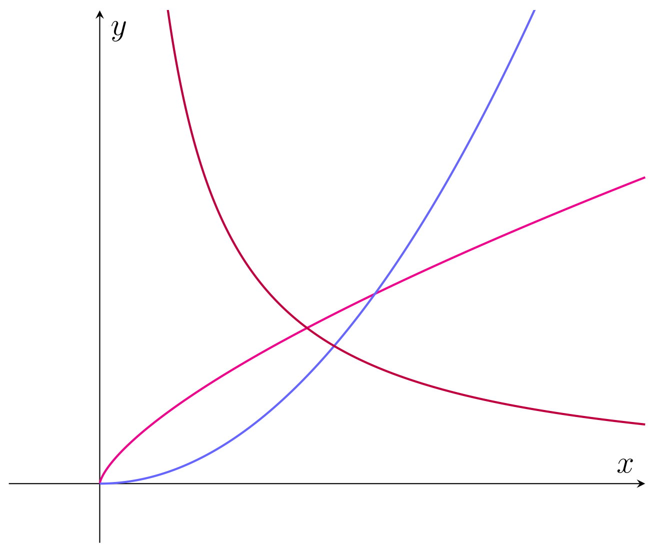
Bestem skæringspunktet mellem graferne for f og g.

Opgave 3

Følgende figur viser graferne for potensfunktionerne

$$f(x) = 1.2x^{0.7},$$
$$g(x) = 0.7x^2,$$
$$h(x) = 1.5x^{-1}.$$

Bestem hvilken af følgende grafer, der hører til funktionerne f, g og h.



Opgave 4

i) Brug regressionen fra Eksempel 1.4 til at bestemme antallet af aktiveringer med Geigertælleren der vil være ved 2 meters afstand.

ii) Brug regressionen til at bestemme ved hvilken afstand, der er 100 aktiveringer i sekundet.

Opgave 5

Det oplyses, at sammenhæng mellem et penduls længde og svingningstid kan beskrives som en potensfunktion. Data er opsamlet i følgende tabel:

Længde (m)	0.5	0.75	1.00	1.25	1.50
Svingningstid (s)	1.4	1.7	2.1	2.2	2.5

i) Lav potensregression på data fra tabellen.

ii) Bestem, hvor lang svingningstiden er, hvis pendulet er 3m

iii) Bestem, hvad pendullængden skal være, hvis svingningstiden skal være 4 sekunder.

Opgave 6

i) En cylinder har samme diameter som højde. Bestem den potensfunktion, der beskriver rumfanget af cylinderen som funktion af cylinderens radius.

ii) En kasse har bredde, højde og længde x. Bestem rumfanget af x, og afgør, hvad a og b er i denne potensfunktion.

iii) For et bestemt objekt kan vindmodstanden på objektet beskrives ved

$$F(v) = \frac{1}{2}v^2,$$

hvor v er hastigheden i m/s, objektet bevæger sig med, og F er vindmodstanden målt i N. Hvad er vindmodstanden, når objektet bevæger sig med $50m/s$? Hvor hurtigt skal objektet bevæge sig, for at modstanden på objektet er $20N$?