

Polynomiell regression

Trivia om polynomier

Før vi ser på polynomiell regression ser vi på lidt *nice to know* omkring polynomier. Vi vil ikke bevise nogen af dem, men blot påstå, at det er tilfældet.

Sætning 1.1. *Et polynomium af grad n har højst n rødder*

Sætning 1.2. *Et polynomium af ulige grad har mindst en rod.*

Skal vi knytte lidt intuition til denne sætning, så kan vi notere os, at det største led går mod ∞ , når $x \rightarrow \infty$. Tilsvarende går det største led mod $-\infty$, når $x \rightarrow -\infty$. Idéen er så at alle andre led bliver domineret af det største led, så det for store nok x kun er det største led der giver et signifikant bidrag. Derfor må polynomiet skære x -aksen et eller andet sted.

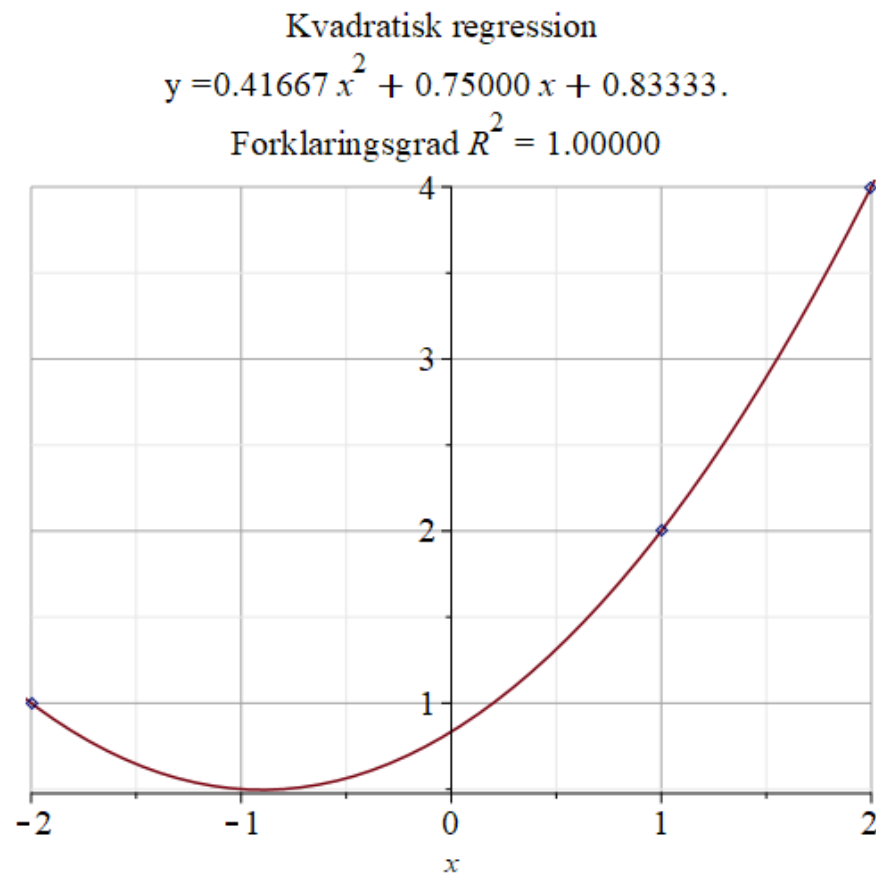
Sætning 1.3. *Har vi n punkter, så er der et entydigt polynomium, der går gennem disse n punkter af grad højst $n - 1$.*

Polynomiell regression

Vi kan som sagt finde et entydigt andengradspolynomium gennem tre punkter. Har vi eksempelvis tre punkter $(1, 2)$, $(2, 4)$ og $(-2, 1)$, så kan vi bestemme et andengradspolynomium, der går gennem disse punkter. Dette gøres i Maple med `PolyReg`, hvor vi skal give tre argumenter: En liste med x -værdier `X:=[-2,1,2]`, en liste med y -værdier `Y:=[1,2,4]` og en regressionsgrad `n := 2`. Regressionen laves så som

`PolyReg(X,Y,2)`

Dette giver os så regressionslinjen på Fig. 1



Figur 1: Polynomiel regression lavet i Maple

Opgave 1

Afgør, hvad det mindste og største antal rødder følgende polynomier har.

1) $x^2 - x + 1$

2) x^7

3) $x^6 - 10x + 3$

4) $x^{1001} + 2x + 1$

5) $x^5 - x^4 + x^3 + x^2 - x + 1$

6) $(x - 1)^{1000}$

Opgave 2

Brug et CAS-værktøj til at bestemme rødderne til følgende polynomier:

1) $7x^{10} - 2x^3 + 1$

2) $4x^4 - 2x + 10$

3) $6x^6 - 1$

4) $(x - 1)^3 + (2x - 10)^7$

Opgave 3

- i) Find det andengradspolynomium, der går gennem punkterne $(1, 1)$, $(2, 4)$ og $(3, 9)$.
- ii) Find det tredjegradspolynomium, der går gennem punkterne $(-1, 2)$, $(0, 4)$, $(3, 10)$ og $(4, -2)$.
- iii) Find det fjerdegradspolynomium, der går gennem punkterne $(-10, 1)$, $(-4, 10)$, $(6, 2)$, $(2, 5)$, og $(7, 30)$.

Opgave 4

Et datasæt

0	1	2	3	4	5	6
2.13	9.09	6.40	32.43	45.29	59.73	90.14

er givet. Bestem det andengradspolynomium, der bedst passer på punkterne.

Opgave 5

Et datasæt

-3	-2	-1	0	1	2	3
-21.30	-2.22	7.33	-0.64	2.33	7.88	27.94

er givet. Bestem det tredjegradspolynomium, der bedst passer på punkterne.