

# Brøker

## Brøkrekneregler

Vi skal i dag arbejde med brøkrekneregler.

- i) Addition og subtraktion af brøker. For to brøker  $\frac{a}{b}$  og  $\frac{c}{d}$  er summen og differensen givet ved

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}.$$

- ii) Multiplikation af brøker. Produktet mellem  $\frac{a}{b}$  og  $\frac{c}{d}$  er givet ved

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Specielt er produktet mellem en brøk  $\frac{a}{b}$  og et tal  $c$  givet ved

$$c \cdot \frac{a}{b} = \frac{ca}{b}.$$

- iii) Division af brøker. Forholdet mellem to brøker  $\frac{a}{b}$  og  $\frac{c}{d}$  er givet ved

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}.$$

(Vi ganger med den omvendte brøk.) Specielt er en brøk  $\frac{a}{b}$  divideret med et tal  $c$  givet ved

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc},$$

og et tal  $c$  divideret med en brøk  $\frac{a}{b}$  givet ved

$$\frac{c}{\frac{a}{b}} = \frac{ac}{a}.$$

- iv) Brøker og potenser/rødder. En brøk  $\frac{a}{b}$  opløftet i et tal  $c$  er givet ved

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}.$$

$n$ 'te roden af en brøk  $\frac{a}{b}$  er givet ved

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}.$$

**Eksempel 1.1.** Lad os se på et eksempel, hvor vi anvender nogle af disse regler:

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{5}{7}}{\frac{10}{3}} \stackrel{\text{i)}}{=} \frac{\frac{14+25}{35}}{\frac{10}{3}} = \frac{\frac{39}{35}}{\frac{10}{3}} \stackrel{\text{iii)}}{=} \frac{39 \cdot 3}{35 \cdot 10} = \frac{117}{350}.$$

## Opgave 1

Udregn følgende produkter af brøker.

$$a) 4 \cdot \frac{5}{20}$$

$$b) -3 \cdot \frac{11}{66}$$

$$c) 9 \cdot \frac{4}{18}$$

$$d) \frac{12}{2} \cdot \frac{2}{6}$$

$$e) \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{2}$$

$$f) \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{7}$$

## Opgave 2

Udregn følgende summer af brøker.

$$a) \frac{2}{3} + \frac{2}{6}$$

$$b) \frac{-1}{2} + \frac{10}{4}$$

$$c) \frac{4}{5} + 1$$

## Opgave 3

Udregn følgende divisioner af brøker.

$$a) \frac{\frac{1}{4}}{\frac{4}{1}}$$

$$b) \frac{\frac{4}{7}}{\frac{2}{3}}$$

$$c) \frac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{-4}}$$

## Opgave 4

Udregn følgende brøker og forkort så meget som muligt. Tjek dit resultat i Maple.

$$1) \frac{6}{7} + \frac{3}{1}$$

$$3) \frac{4}{5} + \frac{3}{2}$$

$$5) 2\frac{2}{3} + \frac{7+4}{2}$$

$$7) \frac{\frac{2}{3}}{6} - 2$$

$$9) \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}}$$

$$11) \frac{\frac{1}{2} - \frac{7}{10}}{\frac{2}{5} + \frac{11}{3}} - \frac{\frac{22}{3} + \frac{-23}{6}}{\frac{1}{2}}$$

$$2) \frac{7}{22} + \frac{9}{10}$$

$$4) \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$6) \frac{4}{\frac{5}{7}}$$

$$8) \frac{-7 + \frac{2}{6}}{8} + \frac{9}{5}$$

$$10) \frac{\frac{10}{3} - \frac{2}{4}}{\frac{4}{3} + \frac{5}{3}}$$

$$12) \sqrt{\frac{16}{25}} + \left(\frac{3}{2+4}\right)^2$$

## Opgave 5

Udregn følgende brøker og forkort så meget som muligt.

$$1) \frac{ab}{a}$$

$$3) \frac{(a+b)b - ab}{b}$$

$$2) \frac{a+b}{b} + \frac{a-c}{a}$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{a^3}{b^3}$$

## Opgave 6

Løs følgende ligninger.

$$1) \frac{x}{9} = \frac{4}{x}$$

$$3) \sqrt{\frac{x}{4}} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{16}{10}}{\frac{1}{2}}$$

$$2) \frac{x}{4 + \frac{2}{5}} = 2$$

$$4) \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} + \frac{x + \frac{4}{2}x}{2} = \frac{7}{\frac{1}{2}}$$

## Opgave 7

Udregn følgende brøker.

$$a) \sqrt{\frac{\frac{100}{36}}{\frac{25}{49}}}$$

$$b) \left( \frac{\sqrt{\frac{5}{7}}}{\sqrt{\frac{2}{9}}} \right)^2 + \sqrt[3]{\frac{\left( \frac{2+5}{3+11} \right)^3}{\left( \frac{5}{7-6} \right)^3}}$$