

**STX**

**STUDENTEREKSAMEN**



**BØRNE- OG  
UNDERVISNINGSMINISTERIET**  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET

# MATEMATIK B

Torsdag den 10. august 2023  
Kl. 9.00-13.00

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 1½ time kun med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 2½ time med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-6.

Til delprøve 1 hører et bilag.

Delprøve 2 består af opgave 7-11.

Der gives 10 point for hvert spørgsmål.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.

Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*  
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*  
Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.
- *Notation og layout*  
Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*  
Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.  
Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

**Delprøve 1 kl. 9.00-10.30**

**Opgave 1** En funktion  $f$  er bestemt ved

$$f(x) = \ln(x) + 4 \cdot x^2.$$

a) Bestem  $f'(x)$ .

**Opgave 2** En stokastisk variabel  $X$  er binomialfordelt med antalsparameter  $n = 40$  og sandsynlighedsparameter  $p = 0,25$ .

a) Bestem middelværdien for  $X$ .

**Opgave 3** En cirkel har centrum i  $C(2, 3)$  og radius  $r = 5$ .

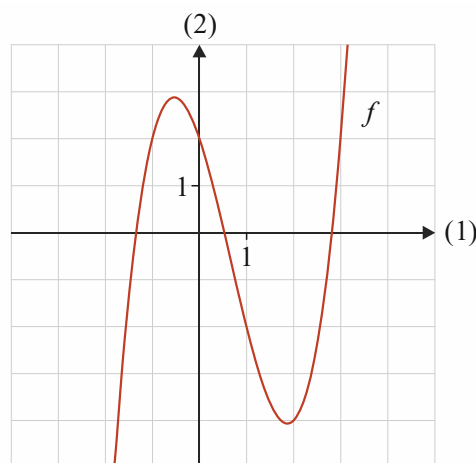
a) Bestem en ligning for cirklen.

Punktet  $P(5, 7)$  ligger på cirklen.

b) Bestem en ligning for tangenten til cirklen i punktet  $P$ .

**Opgave 4**

Bilag  
vedlagt



På figuren ses grafen for tredjegradspolynomiet  $f$ .

a) Gør for hver af følgende påstande rede for, om den er korrekt eller forkert.

Påstand 1:  $f(1) = -2$

Påstand 2:  $f'(0) > 0$

Påstand 3: Ligningen  $f(x) = 0$  har netop 3 løsninger.

Benyt bilaget.

**Opgave 5** Udviklingen i Danmarks eksport af lægemidler kan beskrives ved en eksponentiel model

$$f(x) = 15 \cdot 1,096^x,$$

hvor  $f(x)$  er eksporten i mia. kr. og  $x$  er antal år efter 1997.

- a) Hvad fortæller tallene 15 og 1,096 om eksporten af danske lægemidler?

Kilde: watchmedier

**Opgave 6** En parabel er graf for andengradspolynomiet  $f$  givet ved

$$f(x) = x^2 + 4x - 5.$$

- a) Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt.
- b) Bestem en ligning for den tangent til grafen for  $f$ , der har en hældning på 10.

<b>Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 10.30</b>
--

**Delprøve 2 kl. 9.00-13.00**

**Opgave 7**



Billedkilde: <http://www.lemvigmotionscenter.dk>

Tabellen viser antallet af medlemmer i danske bowlingklubber fra 2014 til 2021.

Antal år efter 2014	0	1	2	3	4	5	6	7
Antal medlemmer	23628	21115	19723	18172	16742	16024	12890	10672

Kilde: Statistikbanken

Antallet af medlemmer i danske bowlingklubber kan beskrives med en lineær model

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor  $f(x)$  er antallet af medlemmer  $x$  år efter 2014.

- Benyt alle tabellens oplysninger til at bestemme tallene  $a$  og  $b$  ved lineær regression.
- Tegn et residualplot, og bestem det største residual.

**Opgave 8** For en bestemt population af delfinarten øresvin har man målt sammenhørende værdier af delfinernes længde og alder. I en model kan denne sammenhæng beskrives ved

$$f(x) = 257 - 133 \cdot 0,748^x, \quad 0 \leq x \leq 35,$$

hvor  $f(x)$  er delfinens længde (målt i cm), og  $x$  er delfinens alder (målt i år).



Billedkilde: Wikipedia/NASA

- Tegn grafen for  $f$ .
- Benyt modellen til at bestemme alderen af en delfin med længden 200 cm.
- Bestem  $f'(7)$ , og gør rede for, hvad dette tal fortæller om delfinens længde.

Kilde: Marine Mammal Science

**Opgave 9** I et koordinatsystem er vektorerne  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$  givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestem skalarproduktet  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .
- b) Bestem koordinatsættet til projektionen  $\vec{b}_a$  af vektor  $\vec{b}$  på vektor  $\vec{a}$ .

**Opgave 10** En lufthavn har to bagagebånd til udlevering af kufferter - et stort og et lille.

Båndene er indstillet, så  $\frac{1}{3}$  af kufferterne

udleveres på det lille bagagebånd.

En dag skal der udleveres 510 kufferter.

Den stokastiske variabel  $X$  betegner det antal kufferter, der udleveres på det lille bagagebånd.

Det antages, at  $X$  er binomialfordelt med antalsparameter  $n = 510$  og sandsynligheds-

parameter  $p = \frac{1}{3}$ .

- a) Bestem sandsynligheden  $P(X = 170)$ .

Et år senere skal en statistiker undersøge, om indstillingen af båndene har ændret sig. Statistikeren udfører et tosidet binomialtest med et signifikansniveau på 5 % og nulhypotesen

$$H_0: \frac{1}{3} \text{ af kufferterne bliver udleveret på det lille bagagebånd.}$$

I en stikprøve på 90 tilfældigt udvalgte kufferter viser det sig, at 21 kufferter bliver udleveret på det lille bagagebånd.

- b) Bestem acceptområdet for dette test, og afgør, om nulhypotesen kan forkastes.



Billedkilde: pixtastock

**Opgave 11** En funktion  $f$  er givet ved

$$f(x) = -x^4 + x^3 + 2x^2.$$

- a) Bestem monotoniforholdene for  $f$ .

- b) Løs ligningen  $f(x) = 2$ .

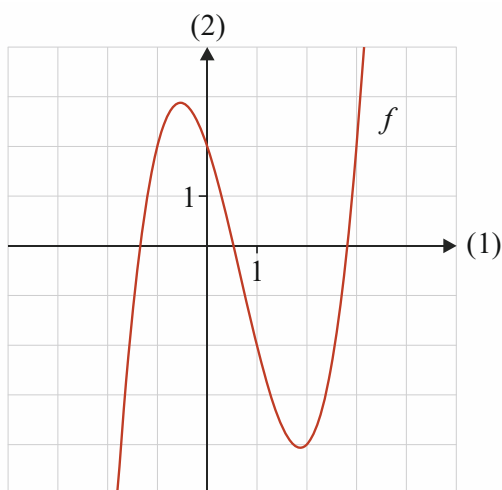
En vandret linje  $l$  har ligningen  $y = k$ , hvor  $k$  er et tal.

- c) Bestem de værdier af tallet  $k$ , for hvilke linjen  $l$  har netop 3 punkter fælles med grafen for  $f$ .

Bilaget indgår i opgavebesvarelsen

Skole	Hold		ID
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

Opgave 4



**Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 10.30**