

Cirkler og linjer

Skæring mellem cirkel og linje

Vi skal afgøre, hvordan vi bestemmer skæringspunkter mellem cirkler og linjer. Vi ser derfor på et eksempel.

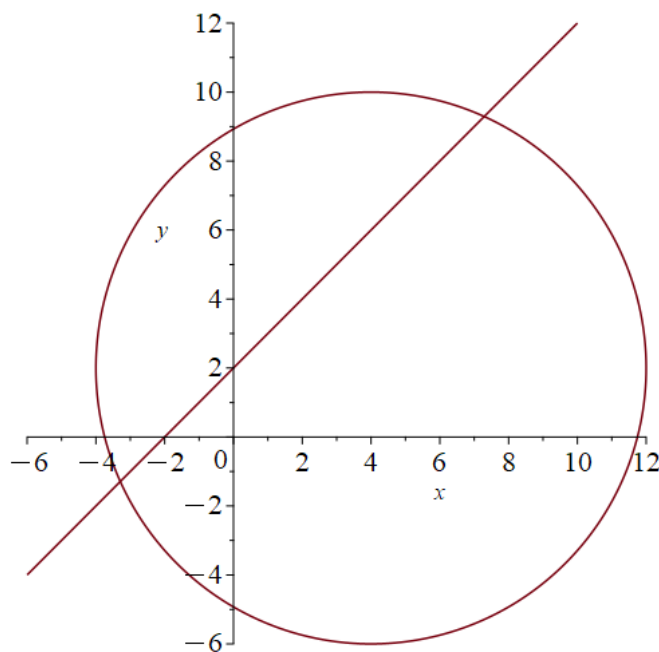
Eksempel 1.1. Lad os betragte en cirkel C med centrum i $(4, 2)$ og radius 8. Denne cirkel har ligningen

$$(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 64.$$

Lad os desuden betragte en linje l med ligningen

$$l : 2(x - 1) - 2(y - 3) = 0.$$

Disse kan ses på Fig. 1.

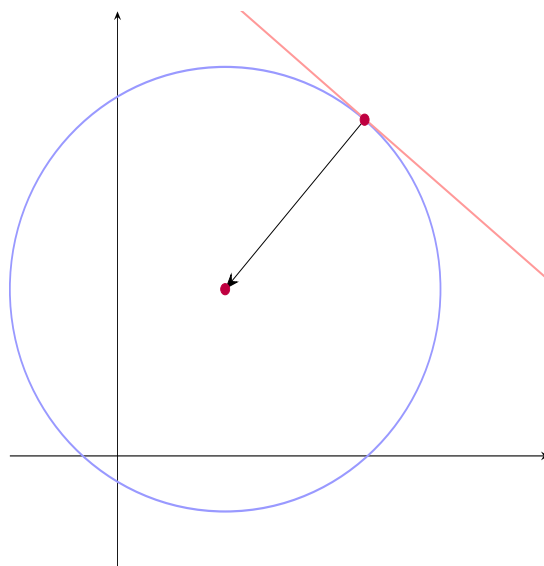


Figur 1: Cirklen C og linjen l .

Vi kan bestemme skæringspunkterne mellem disse i Maple. De bestemmes til at være $(-3.3, -1.3)$ og $(7.3, 9.3)$.

Tangent til cirkel

En tangent til en cirkel er en ret linje, der følger langs en cirkel og som rører cirklen i netop ét punkt. Kender vi centrum til en cirkel samt et punkt, hvor vi ønsker en tangent, så kan vi bestemme en tangent til cirklen i lige netop det punkt. Lad os betragte et eksempel. Idéen kan ses på Fig. ??.



Eksempel 2.1. En cirkel med centrum i $C(-2, 3)$ og radius 4 er givet. Punktet $P(1.94, 3.68)$ ligger på cirklen. Vi skal bestemme ligningen for tangenten til cirklen, der går gennem dette punkt. En normalvektor til tangenten er givet ved

$$\overrightarrow{CP} = \begin{pmatrix} -3.94 \\ -0.68 \end{pmatrix}.$$

Desuden går tangentlinjen selvfølgelig igennem punktet P . Derfor kan vi indsætte dette i cirkelns ligning

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0,$$

og vi får

$$-3.94(x - 1.94) - 0.68(y - 3.68) = 0$$

som tangentens ligning.

Opgave 1

- i) En cirkel har ligningen $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$, og en linje har ligningen $y = -x$. Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen.
- ii) En cirkel har ligningen $(x)^2 + (y - 3)^2 = 16$, og en linje har ligningen $1(x - 2) - 2(y - 1) = 0$. Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen.
- iii) En cirkel har ligningen $x^2 + 2x + y^2 + 4y = 4$, og en linje har ligningen $4(x+3)+3(y+3) = 0$. Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen.
- iv) En cirkel har ligningen $x^2 + y^2 = 1$, og en linje har ligningen $y = 1$. Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen.

Opgave 2

- i) En cirkel har centrum i $(-5, 4)$ og radius 3, og en linje har ligningen $y = 2x + 10$. Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen
- ii) En cirkel har ligningen $(x+2)^2 + (y-7)^2 = 100$ og en linje har normalvektoren

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

og går gennem punktet $(-5, 4)$. Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og linjen.

- iii) En cirkel har centrum i $(1, 1)$ og radius 2, og en linje har normalvektor

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \end{pmatrix}$$

og går gennem punktet $(1, 3)$. Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og linjen

Opgave 3

- i) En cirkel er givet ved ligningen $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$ og punktet $(3.14, 4.64)$ ligger på cirklen. Bestem ligningen for tangenten til cirklen gennem dette punkt.
- ii) En cirkel er givet ved ligningen $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 25$ og punktet $(-5.75, -3.56)$ ligger på cirklen. Bestem ligningen for tangenten til cirklen gennem dette punkt.

- iii) En cirkel har centrum i $(-3, 6)$ og punktet $(-10, 9)$ ligger på cirklen. Bestem ligningen for tangenten til cirklen gennem dette punkt.
- iv) En cirkel er givet ved ligningen $x^2 - 4x + y^2 - 8y = 16$ og punktet $(4.70, -1.36)$ ligger på cirklen. Bestem ligningen for tangenten til cirklen gennem dette punkt.

Opgave 4

- i) En cirkel har centrum i $(2, y_0)$ og radius 5. Bestem tallet y_0 , så linjen $2(x - 2) + 4(y - 1) = 0$ er tangent til cirklen.
- ii) En cirkel har centrum i $(5, 4)$ og radius 7. Bestem tallet k , så linjen $-6(x - k) - 9(y + 3) = 0$ er tangent til cirklen.
- iii) En cirkel har centrum i $(7, 1)$. Bestem radius for cirklen, så linjen $-2(x + 3) - 5(y - 11)$ er tangent til cirklen.