Aflevering om eksponentialfunktioner og eksponentiel vækst

Opgave 1

To funktioner f og g er givet ved henholdsvist

$$f(x) = 0,7 \cdot (1,04)^x \text{ og } g(x) = 1,2 \cdot (0,47)^x.$$

i) Hvilke typer funktioner er f og g?

ii) Hvad er fremskrivningsfaktoren og vækstraten for de to funktioner?

iii) Hvor skærer de to funktioner y-aksen?

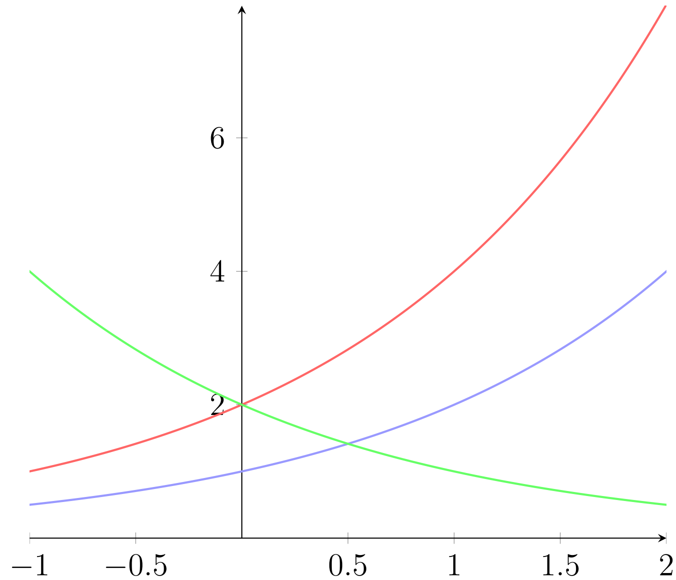
iv) Er funktionerne voksende eller aftagende?

v) Hvilken type funktion er produktet af de to funktioner $f \cdot g$? Bestem skæringen med y-aksen for $f \cdot g$.

Opgave 2

Graferne for tre eksponentialfunktioner f, g og h er tegnet på Fig. 1. Forskrifterne for funktionerne er

$$\begin{aligned} f(x) &= 2^x, \\ g(x) &= 2 \cdot 2^x, \\ h(x) &= 2 \cdot (0.5)^x. \end{aligned}$$



Figur 1: Grafer for de tre funktioner f, g og h.

i) Par funktionerne f, g og h med graferne på Fig. 1. Argumentér ved at bruge betydningen af konstanterne a og b for funktionerne.

Opgave 3

I Tabel 1 er to datapunkter givet.

x	2	5
y	18	486

Tabel 1: To punkter

i) Brug topunktsformlen for eksponentialvækst til at bestemme forskriften til den eksponentialfunktion f , der skærer de to punkter.

ii) Bestem fordoblingskonstanten/halveringskonstanten for f.

iii) Tag den naturlige logaritme ln af y-værdierne. Dette kan ses af Tabel 2.

x	2	5
y	$\ln(18)$	$\ln(486)$

Tabel 2: ln-transformation af punkter

iv) Brug topunktsformlen for lineære funktioner på disse punkter. Du får så et udtryk $y = a \cdot x + b$.

v) Bestem e^a og e^b. Sammenlign med fremskrivningsfaktoren og skæringen med y-aksen for f.

Opgave 4

Tabel 3 beskriver antallet af bakterier N i en opløsning efter tid t. Enheden for N er mio. bakterier og t er tid i timer.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$N(t)$	2,8	3	3	3,4	3,7	4,2	4,7	4,8	5,8	6,4	7,5	9,2

Tabel 3: Bakterievækst

i) Bestem den eksponentialfunktion $\hat{N}$, der passer bedst på datasættet Tabel 3.

ii) Hvad er fremskrivningsfaktoren for $\hat{N}$? Hvad med skæringen med y-aksen?

iii) Bestem fordoblingskonstanten for $\hat{N}$, og fortæl, hvad den betyder for modellen af bakterievæksten.

iv) Hvor mange bakterier fortæller modellen os, at der er efter et døgn? Hvad med en uge?

v) Kan vi forvente, at denne model bliver ved med at beskrive den rigtige bakterievækst $N(t)$ for evigt?