Forberedelse til årsprøve

Uden hjælpemidler

Opgave 1

En eksponentialfunktion f er givet ved

$$f(x) = 1.3 \cdot 0.97^x$$
.

Bestem fremskrivningsfaktoren og vækstraten for f. Afgør desuden hvor mange procent f stiger/falder med, hvis x øges med 1.

Opgave 2

Bestem forskriften for den eksponentialfunktion, der går gennem punkterne (1,3) og (3,27).

Opgave 3

Bestem følgende

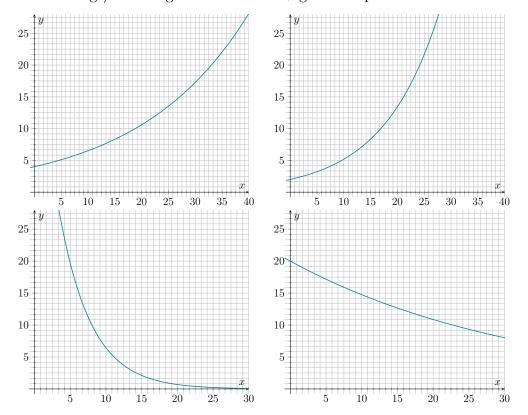
1) $\log_{10}(1000)$

2) $\log_5(25)$

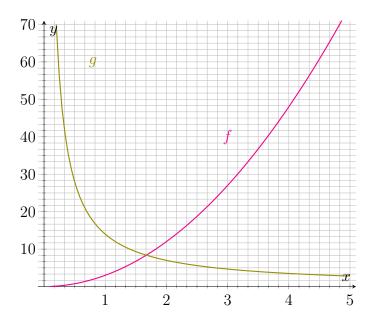
3) $\log_2(16)$

4) $\log_3(9)$

Aflæs fordoblings/halveringskonstanten for følgende eksponentialfunktioner.



På Figur 1 kan graferne for de to potensfunktioner f og g ses.



Figur 1: Grafer for to potens funktioner f og g.

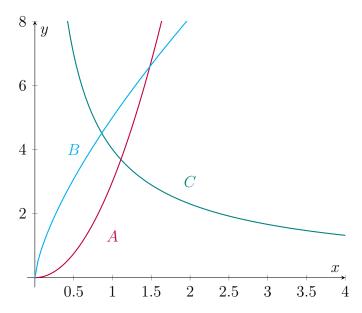
Brug Figur 1 til at løse følgende opgaver.

- i) Bestem f(2).
- ii) Bestem g(4).
- iii) Løs ligningen g(x) = 44.
- iv) Løs ligningen f(x) = 30.
- v) Løs ligningen f(x) = g(x).

Tre potensfunktioner f, g og h er givet ved

$$f(x) = 3 \cdot x^2$$
$$g(x) = 5 \cdot x^{0.7}$$
$$h(x) = 4 \cdot x^{-0.8}$$

Deres grafer er givet på Figur 2.



Figur 2: Graferne for de tre potensfunktioner $f,\,g$ og h.

i) Afgør hvilke af graferne $A,\,B$ og C der passer med funktionerne $f,\,g$ og h.

Opgave 7

For $f(x) = x^2$ og g(x) = 2x + 3 løs ligningen

$$f(g(x)) = 0.$$

Opgave 8

En stykvist defineret funktion f er givet ved

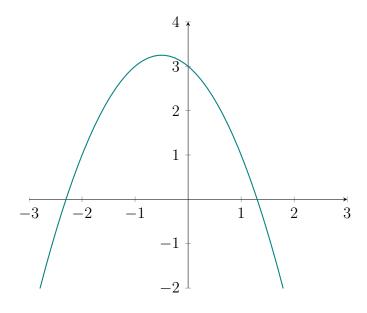
$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{hvis } x \ge 0, \\ -x^2, & \text{hvis } x < 0. \end{cases}$$

Side 4 af 9

- i) Bestem f(3).
- ii) Bestem f(-4).
- iii) Løs ligningen f(x) = -64.

For parablen i Figur 3

- i) Bestem fortegnet på koefficienterne a og b.
- ii) Bestem c.
- iii) Bestem fortegnet på diskriminanten d.



Figur 3: Parabel

Opgave 10

Løs ligningen

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

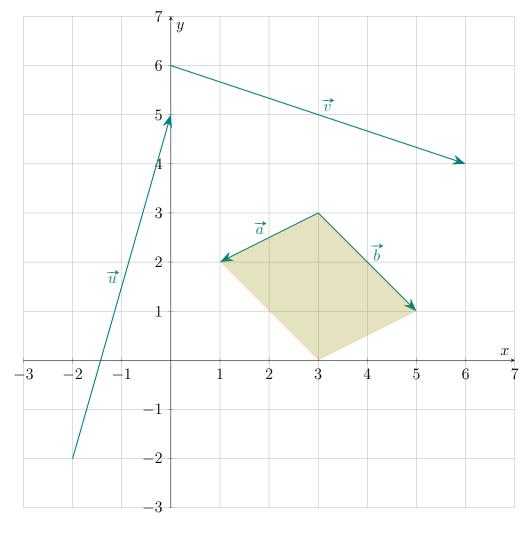
Opgave 11

Fire punkter er givet ved A(4,2), B(2,-1), C(-5,-3) og D(9,7).

i) Bestem koordinaterne til vektorerne $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AC}$ og \overrightarrow{BC} .

- ii) Udregn $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}$ og $\overrightarrow{AC} \overrightarrow{BC}$.
- iii) Bestem $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{BA}$.
- iv) Bestem are alet af parallelogrammet udspændt af vektorerne \overrightarrow{CD} og \overrightarrow{BC} .

På følgende figur er fire vektorer givet



- i) Afgør, om vektorerne \overrightarrow{u} og \overrightarrow{v} er orthogonale.
- ii) Bestem arealet af det farvede område.
- iii) Vis, at \overrightarrow{u} og \overrightarrow{v} ikke er parallelle.

Med Hjælpemidler

Opgave 1

Vi har efter 3 år 6750kr på en konto og efter 7 år 7433kr på samme konto. Beløbet på kontoen kan beskrives ved eksponentiel vækst.

- i) Bestem den eksponentialfunktion, der beskriver beløbet på kontoen efter x år.
- ii) Afgør, hvornår meget der står på kontoen efter 12 år.
- iii) Hvornår står der 10.000kr på kontoen?

Opgave 2

I dette datasæt fremgår sammenhængen mellem antallet af personer i en by (i tusinde) fra år 1900 til år 2000.

- i) Anvend eksponentiel regression på datasættet, der beskriver antallet af personer i byen.
- ii) Brug din eksponentialregression til at bestemme antallet af personer, der vil være i år 2010 ifølge modellen.
- iii) Afgør, hvornår der vil være 150.000 personer i byen ifølge modellen.

Opgave 3

Bestem enten fordoblings eller halveringskonstanten for følgende eksponentialfunktioner

1)
$$f_1(x) = 0.5 \cdot 2^x$$

2)
$$f_2(x) = 2 \cdot 0.5^x$$

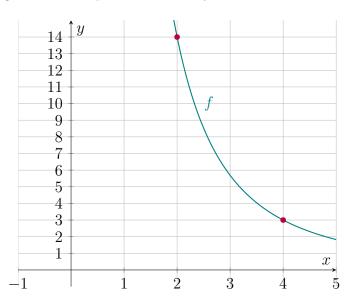
Opgave 4

I dette datasæt fremgår højde og vægt for 30 personer. Det antages, at sammenhængen mellem højde og vægt kan beskrives af en sammenhæng af typen

$$f(x) = b \cdot x^a.$$

- i) Lav regression på datasættet.
- ii) Brug regressionen til at afgøre, hvad en person på 210 cm vil veje
- iii) Hvor høj vil en person være, hvis personen vejer 35 kg?

På Figur 4 kan grafen for en potensfunktion f ses.



Figur 4: Graf for potensfunktion f.

- i) Bestem en forskrift for f ved at bruge topunnktsformlen for potensfunktioner
- ii) Bestem f(3) og undersøg, om dette passer med Figur 4.
- iii) Løs ligningen f(x) = 12.

Opgave 6

Et datasæt er givet her.

- i) Brug residualplots til at bestemme den mindste polynomielle grads regression, der beskriver datasættet godt.
- ii) Lav polynomiel regression med den grad, du har bestemt i i) og bestem forskriften for det polynomium, der beskriver datasættet.
- iii) Brug forskriften til at bestemme f(4).
- iv) Brug Maple til at finde rødderne for f.

To vektorer \overrightarrow{a} og \overrightarrow{b} er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} x^2 \\ -2 \end{pmatrix}$$
 og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ x+4 \end{pmatrix}$

- i) Bestem prikproduktet mellem \vec{a} og \vec{b} , hvis x = 6.
- ii) Bestem de værdier for x, der gør \overrightarrow{a} og \overrightarrow{b} orthogonale.