BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik B

Studentereksamen

Ny ordning

ny-1stx211-MAT/B-26052021

Onsdag den 26. maj 2021
kl. 9.00-13.00

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 1½ time kun med den centralt udmeldte formelsamling.
Delprøve 2: 2½ time med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1 – 5.

Delprøve 2 består af opgave 6 – 11.

Pointtallet er angivet ud for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 200 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.
Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.
I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1

Kl. 09.00 – 10.30

Opgave 1 En ret linje er bestemt ved parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

(10 point) a) Angiv en retningsvektor for linjen.

(10 point) b) Bestem koordinatsættet til punktet på linjen, når $t = 2$.

Opgave 2

Foto: www.colourbox.dk

En bestyrelse består af 8 medlemmer. Der skal vælges 3 personer blandt bestyrelsens medlemmer til et udvalg.

(10 point) a) Bestem antallet af måder, hvorpå man kan danne udvalget.

Opgave 3 En parabel er bestemt ved ligningen

Til opgaven hører et bilag

$$y = x^2 - 4x + 5.$$

(10 point) a) Bestem førstekoordinaten til toppunktet T for parablen.

(10 point) b) Tegn parablen. Benyt eventuelt vedlagte bilag.

Opgave 4 a) Reducér udtrykket

(10 point)

$$(a-b)^2 + 2a \cdot b.$$

Opgave 5 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1.$$

(10 point) a) Bestem $f'(x)$.

(10 point) b) Bestem monotoniforholdene for f.

Besvarelsen afleveres kl. 10:30

Delprøve 2

Kl. 09.00 – 13.00

Opgave 6 En funktion f er givet ved

$$f(x)=0{,}5\cdot x\cdot\sqrt{144-x^2}\,,\quad 0\leq x\leq 12.$$

(10 point) a) Tegn grafen for f.

(10 point) b) Bestem maksimum for f.

Opgave 7 Linjerne l og m er givet ved ligningerne

$$l:\quad 2x+3y=-1$$
$$m:\quad -x+2y=4.$$

(10 point) a) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem l og m.

(10 point) b) Bestem den spidse vinkel mellem l og m.

Opgave 8

Foto: www.colourbox.dk

I en model kan udviklingen i det årlige antal nedlagte råvildt i Danmark beskrives ved

$$f(x)=\frac{150000}{1+2{,}6\cdot e^{-0{,}1\cdot x}}\,,$$

hvor $f(x)$ angiver det årlige antal nedlagte råvildt til tidspunktet x (målt i antal år efter 1980).

(10 point) a) Benyt modellen til at bestemme det årstal, hvor det årlige antal nedlagte råvildt var 120000.

(10 point) b) Bestem væksthastigheden for det årlige antal nedlagte råvildt til tidspunktet $x=40$.

Opgave 9

Grafik: www.colourbox.dk

Tabellen viser udviklingen i gennemsnitsalderen for førstegangsfødende kvinder i Danmark i perioden 2004 – 2018.

Årstal	2004	2005	2006	…	2017	2018
Gennemsnitsalder (år)	28,8	28,8	28,9	…	29,2	29,3

(*Hele tabellen med alle* 15 *datapunkter findes i bilaget Foerstegangsfoedende.xlsx*)

I en model kan udviklingen beskrives ved

$$f(t) = a \cdot t + b\,,$$

hvor $f(t)$ betegner gennemsnitsalderen (målt i år) til tidspunktet t (målt i antal år efter 2004).

(10 point) a) Bestem tallene a og b ved regression på tabellens data.

(10 point) b) Bestem residualspredningen.

Kilde: statistikbanken.dk

Opgave 10

Foto: Mette Blomsterbergs jul (Lars Ranek)

En chokoladefabrik påstår, at de producerer lige mange stykker lys og mørk chokolade. Alle chokoladestykkerne fyldes på tilfældig måde i julekalendere. Hver julekalender indeholder i alt 24 stykker chokolade.

Den stokastiske variabel X angiver antallet af stykker mørk chokolade i en julekalender. X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 24$ og sandsynlighedsparameter $p = \frac{1}{2}$.

(10 point) a) Bestem middelværdien af X.

En person ønsker at undersøge nulhypotesen:

> *Chokoladefabrikken producerer lige mange stykker lys og mørk chokolade, dvs.* $p = \frac{1}{2}$.

Personen køber en julekalender fra fabrikken med 24 stykker chokolade, hvoraf 7 er mørk chokolade.

(10 point) b) Benyt et tosidet binomialtest til at undersøge, om man kan forkaste nulhypotesen på et 5% signifikansniveau.

Opgave 11 En cirkel er givet ved ligningen

$$x^2 - 8x + y^2 + 2y = 83.$$

(10 point) a) Undersøg, om punktet $P(12,5)$ ligger på cirklen.

En omskrivning af cirklens ligning ses nedenfor.

1. $x^2 - 8x + y^2 + 2y = 83$
2. $x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = 83 + 16 + 1$
3. $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 83 + 16 + 1$
4. $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 100$
5. $C(4,-1) \quad \text{og} \quad r = 10$

(10 point) b) Beskriv linje for linje de omskrivninger eller konklusioner, der er foretaget.

BILAG

Bilaget kan indgå i besvarelsen.

Skole		Hold	ID
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

Opgave 3