Matematik-aflevering

2022

3.e MA

Opgavesætter er delt i to dele:
Delprøve 1 kun med den centralt udmeldte formelsamling.
Delprøve 2 med alle hjælpemidler.

Krav til formidling af din besvarelse

Ved bedømmelse af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- **Redegørelse og dokumentation for metode**
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstragegi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- **Figurer, grafer og andre illustrationer**
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- **Notation og layout**
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog, og med en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres stil standardviden.

- **Formidling og forklaring**
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.

  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve uden hjælpemidler

Opgave 1

Overfladen for en kugle K kan beskrives ved ligningen

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + z^2 - 6z = -13.$$

i) Afgør, om punktet $P(2,4,7)$ ligger på K

ii) Bestem centrum $C(x_0, y_0, z_0)$ og radius r for K

Opgave 2

En plan L har normalvektoren $\vec{n}$ givet ved

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

og går gennem punktet $P(-7,2,3)$.

i) Bestem en ligning for L.

xy-planen har som bekendt ligningen $z = 0$.

ii) Bestem ligningen for den linje l, der dannes af skæringen mellem L og xy-planen.

iii) Afgør, om punktet $Q(1074, -51034, 1)$ ligger på l.

Opgave 3

i) Løs følgende ubestemte integral:

$$\int \frac{3x+1}{3x^2+2x+1} \mathrm{d}x$$

Opgave 4

i) Differentier følgende funktion:

$$\ln(x) \cdot 3x^5$$

ii) Differentier følgende funktion:

$$\cos(x^7 + \sqrt{x})$$

Opgave 5

i) Bestem værdien af følgende bestemte integral:

$$\int_{-\pi}^{2\pi} \sin(x) + \cos(x)\mathrm{d}x.$$

Opgave 6

En funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er givet ved

$$f(x) = 2x + 9.$$

Funktionen f er bijektiv.

i) Bestem en invers funktion $f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ til f.

ii) Bestem urbilledet for f til mængden $[-4, 1]$.

Delprøve med hjælpemidler

Opgave 7

I en bakteriekoloni kan bakterieantallet B i de første 24 timer beskrives ved en eksponentiel sammenhæng. Et datasæt hvori bakterieantallet B til tiden t er givet i Tab. 1.

t (timer)	1	2	3	4	5	6	7
B (bakterier i mio.)	19.1	22.6	29.1	32.9	44.0	50.4	65.1

Tabel 1: Antallet af bakterier (B) i mio. som funktion af tiden (t) i timer.

i) Brug datasættet fra Tab. 1 til at bestemme en forskrift for $B(t)$.

ii) Afgør, hvornår antallet af bakterier overstiger 1 mia.

iii) Afgør, hvornår bakterievæksten overstiger 100 mio bakterier pr. time.

Opgave 8

En særlig vase udformes ved at dreje funktionen f givet ved

$$f(x) = 0.1(x^5 + 3x^4 + x^2 + 40)$$

omkring x-aksen på intervallet $[-3.38992, b]$.

i) Tegn funktionen f på intervallet $[-3.38992, 3]$.

ii) Bestem rumfanget af vasen, hvis $b = 2$.

iii) Bestem hvad b skal være, hvis vasen skal have et rumfang på 700.