Funktionstyper i Maple

Stykvist definerede funktioner i Maple

Skal vi definere stykvist definerede funktioner i Maple, kan vi gøre det på to måder. Vi betragter et eksempel, der viser begge metoder.

Eksempel 1.1. En stykvist defineret funktion f er givet ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{hvis } x < 3, \\ -2x + 11 & \text{hvis } x \ge 3. \end{cases}$$

Skal vi definere denne funktion i Maple, skal vi skrive følgende

restart with(Gym): $f(x):=piecewise(x<3,x^2-4,x>3,-2x+11)$

Mere generelt så skriver vi

f(x):=piecewise(betingelse 1,forskrift 1,...,betingelse n, forskrift n).

Vi kan også definere en stykvist defineret funktion ved at bruge gaffelfunktionen fra paletten under *expressions*.

Vi skriver så følgende i Maple

$$f(x) := \begin{cases} x^2 - 4 & x < 3 \\ -2x + 11 & x \ge 3 \end{cases}$$

$$f := x \mapsto \begin{cases} x^2 - 4 & x < 3 \\ -2x + 11 & 3 \le x \end{cases}$$

Skal vi definere flere stykker af en funktion på denne måde, så er det blot at højreklikke (dobbeltklikke på Mac) og vælge muligheden *insert row below*.

$$\log_b(a) \sin(a) \cos(a)$$

$$\tan(a) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad a_n$$

$$a_n \quad f(a) \quad f(a,b)$$

$$f := a \to y \quad f := (a,b) \to z$$

$$f(x) \Big|_{x = a} \begin{cases} -x \quad x < a \\ x \quad x \ge a \end{cases}$$

$$\sum_{i=k}^n f \quad \frac{d}{dx} f$$

$$\int f \, dx \quad \int_a^b f \, dx$$

Sammensatte funktioner i Maple

Sammensatte funktioner i Maple er ganske ligetil at definere. Vi tager som før udgangspunkt i et eksempel.

Eksempel 2.1. Vi betragter funktionerne $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2 - 4x + 5$. Vi ønsker at definere den sammensatte funktion h(x) = f(g(x)) i Maple. Vi gør det som følgende

restart
with(Gym):
$$f(x) := \operatorname{sqrt}(x)$$

$$f := x \mapsto \sqrt{x}$$

$$g(x) := x^2 - 4x + 5$$

$$g := x \mapsto x^2 - 4 \cdot x + 5$$

$$h(x) := f(g(x))$$

$$h := x \mapsto f(g(x))$$

Opgave 1

For følgende funktioner f og g, bestem så den sammensatte funktion f(g(x)) og g(f(g)).

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ og } g(x) = x^2$$

 $f(x) = 2x^3 \text{ og } g(x) = 10x + 3$
 $f(x) = \ln(x) \text{ og } g(x) = \frac{1}{x}$
 $f(x) = \sqrt[10]{x} \text{ og } g(x) = x^{20}$

Opgave 2 (Maple)

For $f(x) = x^2$ og g(x) = 2x + 3 løs ligningen

$$f(g(x)) = 0.$$

Opgave 3

Bestem for følgende funktion den indre og ydre funktion

1)
$$\sqrt{2x+1}$$

2)
$$2^{x^2-7}$$

3)
$$\frac{1}{-4x+12}$$

4)
$$e^{2x-4}$$

$$5) \ln(2x)$$

6)
$$\log_5(7x^2)$$

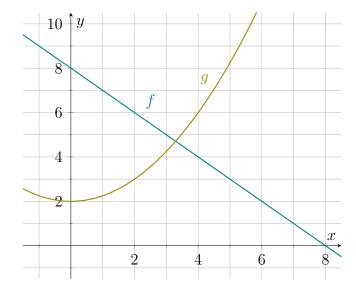
7)
$$(x+10)^3$$

8)
$$3^{\log_{10}(2x)+7}$$

Opgave 4

To funktioner ses på Figur 1.

- i) Bestem f(-1).
- ii) Bestem g(0).
- iii) Løs ligningen f(x) = 7.
- iv) Bestem g(f(1)).
- v) Bestem f(g(6)).
- vi) Løs ligningen g(f(x)) = 6.



Figur 1: Grafer for funktionerne f og g.

Opgave 5

En stykvist defineret funktion f er givet ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{hvis } x \ge 0, \\ -x^2, & \text{hvis } x < 0. \end{cases}$$

- i) Bestem f(3).
- ii) Bestem f(-4).
- iii) Løs ligningen f(x) = -64.

Opgave 6 (Maple)

Prisen for at rejse x kilometer med taxafirmaet taxA kan beskrives ved funktionen f givet ved

$$f(x) = \begin{cases} 20x + 50, & \text{hvis } x \le 8, \\ 16x + 82, & \text{hvis } 8 < x \le 15, \\ 12x + 142, & \text{hvis } 15 < x. \end{cases}$$

i) Bestem prisen for at køre 10km med taxA.

- ii) Afgør, hvor langt man kan køre for 250 kr.
- iii) Tegn grafen for f og verificér dit svar fra i) og ii).