BØRNE- OG UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Studentereksamen

2stx221-MAT/A-24052022-NY

Tirsdag den 24. maj 2022
kl. 9.00-14.00

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling, herunder vedlagte indstiksark til formelsamlingen.

Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-9.
Til delprøve 1 hører et bilag.

Delprøve 2 består af opgave 10-15.
Til delprøve 2 hører et digitalt bilag.

Pointtallet er angivet ud for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 250 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.
Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.
I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1 kl. 9.00-11.00

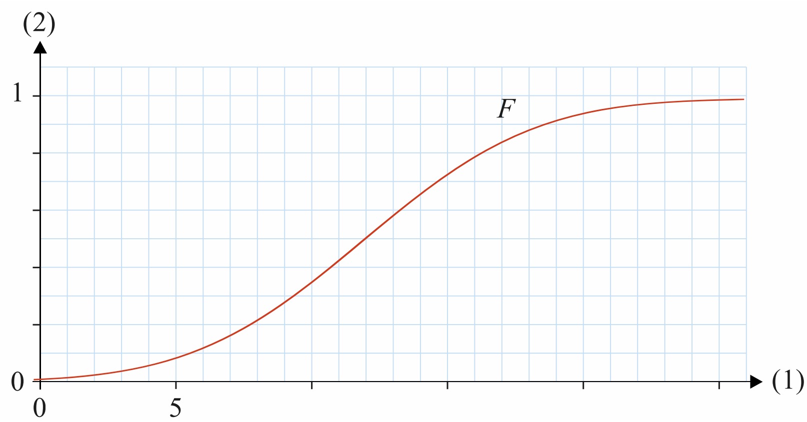
Opgave 1 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x, y) = x^2 - y^2 - 11.$$

(10 point) a) Bestem $f(5, 2)$.

Opgave 2

Bilag vedlagt



Figuren viser grafen for fordelingsfunktionen F for en normalfordelt stokastisk variabel X.

(10 point) a) Bestem middelværdien μ. Brug bilaget.

(10 point) b) Bestem $P(10 \leq X \leq 21)$. Brug bilaget.

Opgave 3 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 9 \\ t + 6 \end{pmatrix}.$$

(10 point) a) Bestem $\vec{s}(-1)$.

(10 point) b) Bestem en ligning for tangenten til banekurven for $\vec{s}$ i punktet P_0 svarende til parameterværdien $t_0 = -1$.

Opgave 4 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \ln(4 \cdot x^2 + 1).$$

(10 point) a) Bestem $f'(x)$.

Opgave 5

(10 point) a) Reducér udtrykket $\dfrac{(a^2-b^2)\cdot 5}{(a+b)\cdot 10}$.

Opgave 6 En funktion *f* er bestemt ved

$$f(x)=4x^3-2x\ .$$

(10 point) a) Bestem den stamfunktion til *f*, hvis graf går igennem punktet $P(2,18)$.

Opgave 7 En harmonisk svingning *f* er givet ved

$$f(t)=4\cdot\sin(t)+10\ .$$

(10 point) a) Bestem størsteværdi og mindsteværdi for *f*.

Opgave 8 Der er givet en parabel med ligningen $y^2=x$.

(10 point) a) Bestem brændpunkt og ledelinje for parablen.

(10 point) b) Tegn parablen i koordinatsystemet på vedlagte bilag.

Bilag vedlagt

Opgave 9 I en model kan antallet af en bestemt type bakterier i en madrest beskrives ved en funktion *B* af tiden *t*.
Den hastighed, hvormed antallet af bakterier vokser til tidspunktet *t* (målt i minutter), er proportional med antallet $B(t)$ af bakterier (målt i mio.).
Proportionalitetsfaktoren er $k=0{,}035$.

Billedkilde: Colourbox

(10 point) a) Opskriv en differentialligning, som *B* må opfylde.

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

Delprøve 2 kl. 9.00-14.00

Opgave 10 Der er givet differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = x - \frac{y}{x}\,.$$

(10 point) a) Tegn et hældningsfelt for differentialligningen.

En funktion f er løsning til differentialligningen.
Grafen for f går gennem punktet $P(2,3)$.

(10 point) b) Bestem $f'(2)$.

Opgave 11 Nedenstående tabel viser vægten af 200 tilfældigt udvalgte attenårige mænd fra Hongkong.

Vægt i kg	51,3	61,9	57,8	58,0

Alle tabellens 200 værdier findes i den vedhæftede fil: Hongkong_vægt

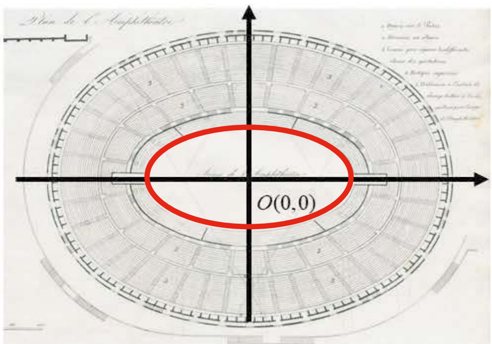
(10 point) a) Gør rede for, at mændenes vægt med god tilnærmelse kan antages at være normalfordelte.

(10 point) b) Bestem intervallet for de normale udfald i denne normalfordeling.

Kilde: SOCR Data

Opgave 12

Figur 1.
Billedkilde: Khanacademy



Figur 2.
Billedkilde: Antiqueprints

Fotoet på figur 1 viser det ældste bevarede romerske amfiteater, som ligger i Pompeji. Figur 2 viser en model af amfiteatret. Randen på arenaen beskrives i modellen ved en ellipse med en storakse på 67 meter og en lilleakse på 34 meter.
I modellen antages ellipsen at have centrum i (0, 0).

(10 point) a) Bestem en ligning for denne ellipse.

(10 point) b) Bestem arealet af Pompejis arena ifølge modellen.

Opgave 13 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 + x + 2y + 1.$$

(10 point) a) Tegn grafen for f.

Funktionen har minimum i $P(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$.

(10 point) b) Bestem koordinatsættet til punktet P.

Opgave 14 I en model kan vægten af en hund af racen Basset Hound beskrives ved differentialligningen

$$y' = 0{,}0069 \cdot y \cdot (26{,}6 - y) \ ,$$

hvor $y = f(x)$ er hundens vægt i kg x uger efter fødslen.
Hundens vægt 6 uger efter fødslen er 1,3 kg.

(10 point) a) Bestem en forskrift for $f(x)$.

(10 point) b) Hvor gammel er hunden ifølge modellen, når dens vægt vokser hurtigst?

Billedkilde: hundeo.com

Opgave 15 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 4x^2 - x^3 .$$

(10 point) a) Bestem nulpunkterne for f.

Sammen med førsteaksen afgrænser grafen for f et område M_1 i første kvadrant.

(10 point) b) Bestem arealet af M_1.

En anden funktion g er givet ved

$$g(x) = k \cdot x^2 - x^3 \quad , \text{ hvor } k \text{ er et positivt tal.}$$

Sammen med førsteaksen afgrænser grafen for g et område M_2 i første kvadrant.

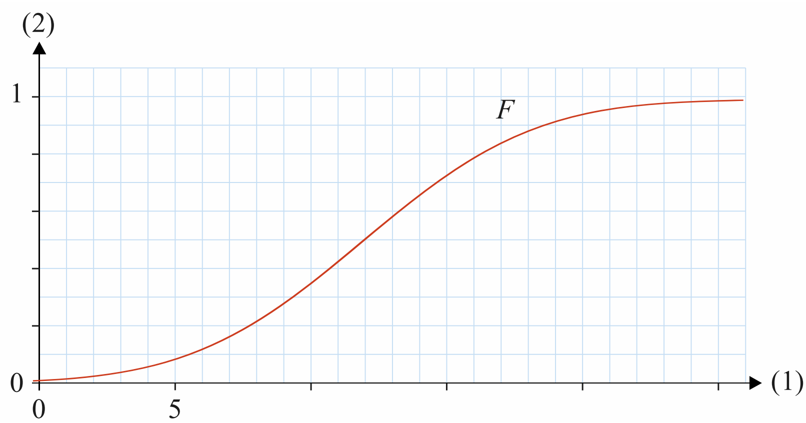
(10 point) c) Bestem tallet k, så M_2 får arealet 44.

BILAG stx matematik A (NY) 24. maj 2022

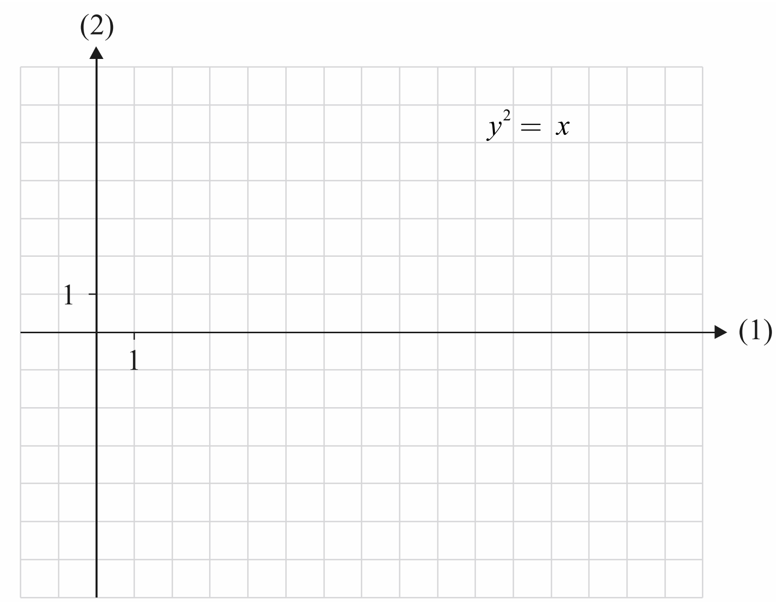
Bilaget indgår i opgavebesvarelsen

Skole		Hold	ID
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

Opgave 2



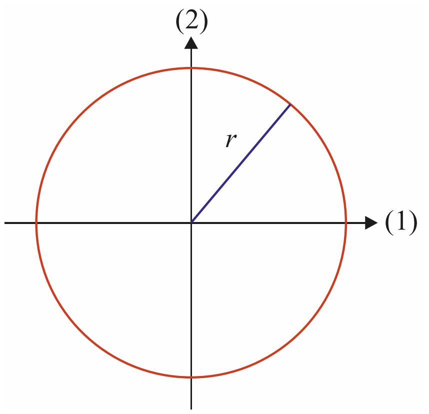
Opgave 8



Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

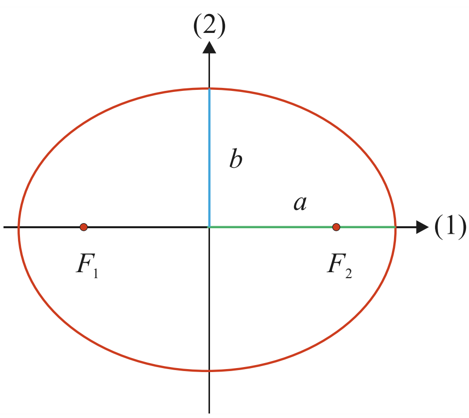
Indstiksark til formelsamlingen **stx matematik A maj 2022**

Den generelle andengradsligning i to variable	F(1)	$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$



Cirkel

Ligning på normalform for cirkel med centrum $C(0,0)$ og radius r	F(2)	$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1$



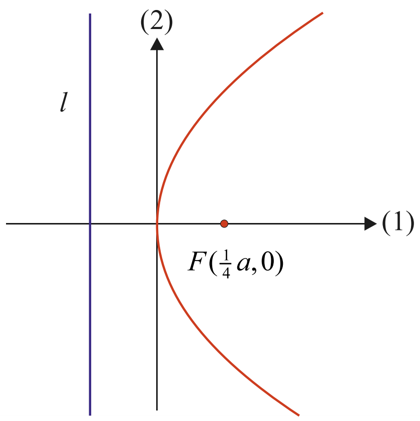
Ellipse

Areal A af ellipse med halvakser a og b	F(3)	$A = \pi \cdot a \cdot b$
Ligning på normalform for ellipse med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(4)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Koordinatsæt til brændpunkter for ellipse med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(5)	$F_1\left(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0\right)$ og $F_2\left(\sqrt{a^2 - b^2}, 0\right)$
Ligning for tangenten i punktet $P(x_0, y_0)$ til ellipsen med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(6)	$\frac{x_0 \cdot x}{a^2} + \frac{y_0 \cdot y}{b^2} = 1.$

Indstiksark til formelsamlingen — stx matematik A maj 2022

Ligning på normalform for parabel med ledelinje $l:\ y = -\frac{1}{4\cdot a}$ — F(7) $y = ax^2$

Koordinatsæt til brændpunkt for parabel med ledelinje $l:\ y = -\frac{1}{4\cdot a}$ — F(8) $F\left(0, \frac{1}{4a}\right)$



Parabel

Ligning på normalform for parabel med ledelinje $l:\ x = -\frac{1}{4}a$ — F(9) $y^2 = ax$

Koordinatsæt til brændpunkt for parabel med ledelinje $l:\ x = -\frac{1}{4}a$ — F(10) $F(\frac{1}{4}a, 0)$

Ligning for tangenten til parablen med ligningen $y^2 = ax$ i punktet $P(x_0, y_0)$ — F(11) $y \cdot y_0 = \frac{1}{2} a \cdot (x + x_0)$