

# Cirkler og linjer

## Skæring mellem cirkel og linje

Vi skal afgøre, hvordan vi bestemmer skæringspunkter mellem cirkler og linjer. Vi ser derfor på et eksempel.

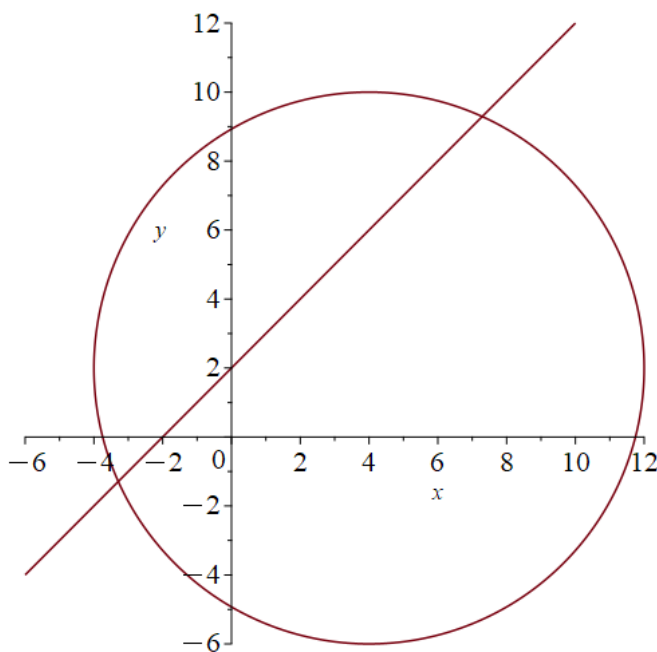
**Eksempel 1.1.** Lad os betragte en cirkel  $C$  med centrum i  $(4, 2)$  og radius 8. Denne cirkel har ligningen

$$(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 64.$$

Lad os desuden betragte en linje  $l$  med ligningen

$$l : 2(x - 1) - 2(y - 3) = 0.$$

Disse kan ses på Fig. 1.

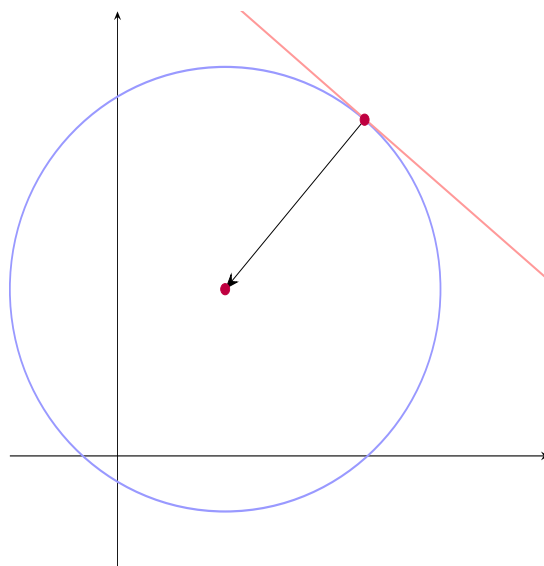


Figur 1: Cirklen  $C$  og linjen  $l$ .

Vi kan bestemme skæringspunkterne mellem disse i Maple. De bestemmes til at være  $(-3.3, -1.3)$  og  $(7.3, 9.3)$ .

## Tangent til cirkel

En tangent til en cirkel er en ret linje, der følger langs en cirkel og som rører cirklen i netop ét punkt. Kender vi centrum til en cirkel samt et punkt, hvor vi ønsker en tangent, så kan vi bestemme en tangent til cirklen i lige netop det punkt. Lad os betragte et eksempel. Idéen kan ses på Fig. ??.



**Eksempel 2.1.** En cirkel med centrum i  $C(-2, 3)$  og radius 4 er givet. Punktet  $P(1.94, 3.68)$  ligger på cirklen. Vi skal bestemme ligningen for tangenten til cirklen, der går gennem dette punkt. En normalvektor til tangenten er givet ved

$$\overrightarrow{CP} = \begin{pmatrix} -3.94 \\ -0.68 \end{pmatrix}.$$

Desuden går tangentlinjen selvfølgelig igennem punktet  $P$ . Derfor kan vi indsætte dette i cirkelns ligning

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0,$$

og vi får

$$-3.94(x - 1.94) - 0.68(y - 3.68) = 0$$

som tangentens ligning.

## Opgave 1

- i) En cirkel har ligningen  $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ , og en linje har ligningen  $y = -x$ . Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen.
- ii) En cirkel har ligningen  $(x)^2 + (y - 3)^2 = 16$ , og en linje har ligningen  $1(x - 2) - 2(y - 1) = 0$ . Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen.
- iii) En cirkel har ligningen  $x^2 + 2x + y^2 + 4y = 4$ , og en linje har ligningen  $4(x+3)+3(y+3) = 0$ . Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen.
- iv) En cirkel har ligningen  $x^2 + y^2 = 1$ , og en linje har ligningen  $y = 1$ . Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen.

## Opgave 2

- i) En cirkel har centrum i  $(-5, 4)$  og radius 3, og en linje har ligningen  $y = 2x + 10$ . Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og ligningen
- ii) En cirkel har ligningen  $(x+2)^2 + (y-7)^2 = 100$  og en linje har normalvektoren

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

og går gennem punktet  $(-5, 4)$ . Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og linjen.

- iii) En cirkel har centrum i  $(1, 1)$  og radius 2, og en linje har normalvektor

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \end{pmatrix}$$

og går gennem punktet  $(1, 3)$ . Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og linjen

## Opgave 3

- i) En cirkel er givet ved ligningen  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$  og punktet  $(3.14, 4.64)$  ligger på cirklen. Bestem ligningen for tangenten til cirklen gennem dette punkt.
- ii) En cirkel er givet ved ligningen  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 25$  og punktet  $(-5.75, -3.56)$  ligger på cirklen. Bestem ligningen for tangenten til cirklen gennem dette punkt.

- iii) En cirkel har centrum i  $(-3, 6)$  og punktet  $(-10, 9)$  ligger på cirklen. Bestem ligningen for tangenten til cirklen gennem dette punkt.
- iv) En cirkel er givet ved ligningen  $x^2 - 4x + y^2 - 8y = 16$  og punktet  $(4.70, -1.36)$  ligger på cirklen. Bestem ligningen for tangenten til cirklen gennem dette punkt.

## Opgave 4

- i) En cirkel har centrum i  $(2, y_0)$  og radius 5. Bestem tallet  $y_0$ , så linjen  $2(x - 2) + 4(y - 1) = 0$  er tangent til cirklen.
- ii) En cirkel har centrum i  $(5, 4)$  og radius 7. Bestem tallet  $k$ , så linjen  $-6(x - k) - 9(y + 3) = 0$  er tangent til cirklen.
- iii) En cirkel har centrum i  $(7, 1)$ . Bestem radius for cirklen, så linjen  $-2(x + 3) - 5(y - 11)$  er tangent til cirklen.