

Intro til potensfunktioner

Potensfunktioner

Vi har set på lineære funktioner, der er funktioner på formen

$$f(x) = ax + b$$

og eksponentialfunktioner, der er funktioner på formen

$$g(x) = b \cdot a^x.$$

Den næste klasse af funktioner, vi skal arbejde med er *potensfunktioner*.

Definition 1.1 (Potensfunktion). Lad $b > 0$. En funktion f på formen

$$f(x) = b \cdot x^a$$

kaldes for en *potensfunktion*.

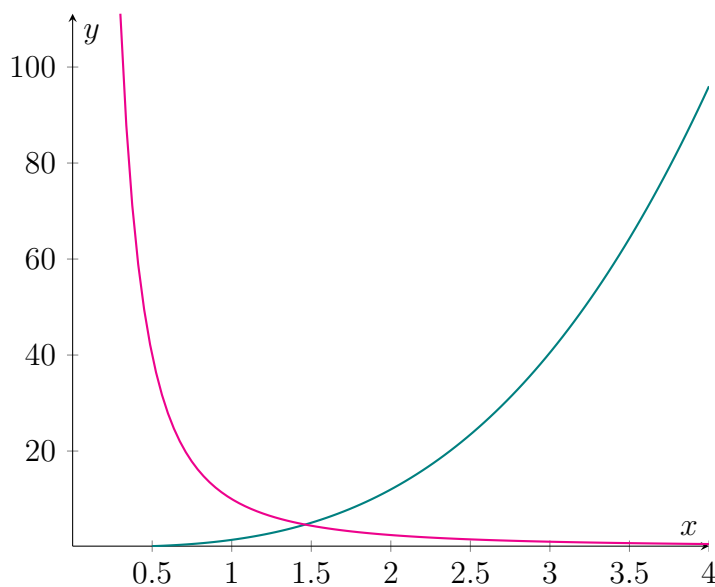
Eksempel 1.2. Funktionen f givet ved

$$f(x) = 1.5 \cdot x^3$$

samt funktionen g givet ved

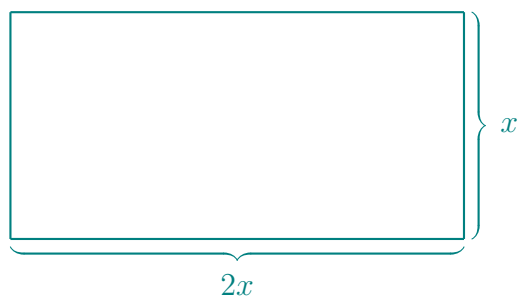
$$g(x) = 10 \cdot x^{-2}$$

er potensfunktioner. For f er $b = 1.5$ og $a = 3$. Tilsvarende for g er $b = 10$ og $a = -2$. Grafen for disse funktioner kan ses af Figur 1.



Figur 1: Grafer for potensfunktionerne f og g .

Eksempel 1.3. Vi betragter rektanglet på Figur 2.



Figur 2: Rektangel med højde x og bredde $2x$.

Dette rektangel har bredde $2x$ og højde x . Derfor er arealet A af rektanglet givet ved

$$A(x) = 2x \cdot x = 2x^2,$$

som er en potensfunktion, hvor $b = 2$ og $a = 2$.

Opgave 1

Aflæs a og b for følgende potensfunktioner

a) $2 \cdot x^2$

b) $5 \cdot x^{10}$

c) $\sqrt{3} \cdot x^{3.2}$

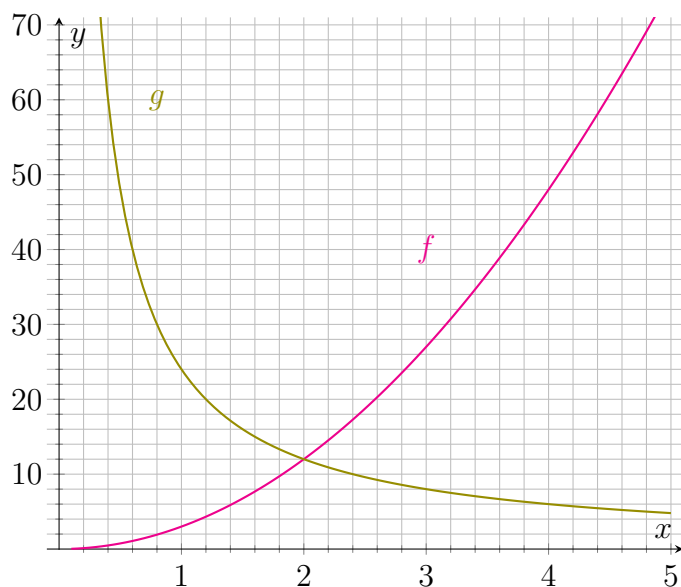
d) $1 \cdot x^{-0.5}$

e) x^1

f) $0.1 \cdot x^{\sqrt{2}}$

Opgave 2

På Figur 3 kan graferne for de to potensfunktioner f og g ses.



Figur 3: Grafer for to potensfunktioner f og g .

Brug Figur 3 til at løse følgende opgaver.

- i) Bestem $f(4)$.
- ii) Bestem $g(1)$.
- iii) Løs ligningen $g(x) = 30$.
- iv) Løs ligningen $f(x) = 20$.
- v) Løs ligningen $f(x) = g(x)$.

Opgave 3 (med Maple)

To potensfunktioner f og g er givet ved

$$f(x) = 2 \cdot x^3$$

og

$$g(x) = 10 \cdot x^2$$

- i) Bestem $g(3)$.
- ii) Tegn graferne for f og g i samme koordinatsystem.
- iii) Bestem skæringspunktet mellem f og g ved at løse en ligning.

Opgave 4

Et rektangel har højde $4x$ og bredde $3x$.

- i) Opskriv et udtryk for arealet $A(x)$ som funktion af højden og bredden.
- ii) Bestem $A(4)$.
- iii) Brug $A(x)$ til at bestemme højden og bredden af rektanglet, hvis det skal have et areal på 1200.

Opgave 5

- i) En kasse har bredde, højde og længde x . Bestem rumfanget af x , og afgør, hvad a og b er i denne potensfunktion.
- ii) En cylinder har samme diameter som højde. Bestem den potensfunktion, der beskriver rumfanget af cylinderen som funktion af cylinderens radius.
- iii) (Med Maple.) For et bestemt objekt kan vindmodstanden på objektet beskrives ved

$$F(v) = \frac{1}{2}v^2,$$

hvor v er hastigheden i m/s , objektet bevæger sig med, og F er vindmodstanden målt i N . Hvad er vindmodstanden, når objektet bevæger sig med $50m/s$? Hvor hurtigt skal objektet bevæge sig, for at modstanden på objektet er $20N$?