Brøker

Brøkregneregler

Vi skal i dag arbejde med brøkregneregler.

i) Addition og subtraktion af brøker. For to brøker $\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{d}$ er summen og differensen givet ved

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}.$$

ii) Multiplikation af brøker. Produktet mellem $\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{d}$ er givet ved

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Specielt er produktet mellem en brøk $\frac{a}{b}$ og et tal c givet ved

$$c \cdot \frac{a}{b} = \frac{ca}{b}.$$

iii) Division af brøker. Forholdet mellem to brøker $\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{d}$ er givet ved

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}.$$

(Vi ganger med den omvendte brøk.) Specielt er en brøk $\frac{a}{b}$ divideret med et tal c givet ved

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc},$$

og et tal c divideret med en brøk $\frac{a}{b}$ givet ved

$$\frac{c}{\frac{a}{b}} = \frac{ac}{b}$$

iv) Brøker og potenser/rødder. En brøk $\frac{a}{b}$ opløftet i et tal c er givet ved

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}.$$

n'te roden af en brøk $\frac{a}{b}$ er givet ved

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}.$$

Eksempel 1.1. Lad os se på et eksempel, hvor vi anvender nogle af disse regler:

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{5}{7}}{\frac{10}{3}} \stackrel{\text{i})}{=} \frac{\frac{14+25}{35}}{\frac{10}{3}} = \frac{\frac{39}{35}}{\frac{10}{3}} \stackrel{\text{iii})}{=} \frac{39 \cdot 3}{35 \cdot 10} = \frac{117}{350}.$$

Opgave 1

Udregn følgende brøker (forkort så meget som muligt). Brug Maple til at tjekke jeres svar

1)
$$\frac{6}{7} + 3$$

3)
$$\frac{4}{5} + \frac{3}{2}$$

5)
$$2\frac{2}{3} + \frac{7+4}{2}$$

7)
$$\frac{\frac{2}{3}}{6} - \frac{2}{18}$$

9)
$$\frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}}$$

11)
$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{7}{10}}{\frac{2}{5} + \frac{11}{3}} - \frac{\frac{22}{3} + \frac{-23}{6}}{\frac{1}{2}}$$

13)
$$\sqrt{\frac{\frac{100}{36}}{\frac{25}{49}}}$$

2)
$$\frac{7}{22} + \frac{9}{10}$$

4)
$$\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$
6) $\frac{4}{\frac{5}{7}}$

6)
$$\frac{4}{\frac{5}{7}}$$

$$8) \; \frac{-7 + \frac{2}{6}}{8} + \frac{9}{5}$$

$$10) \ \frac{\frac{10}{3} - \frac{2}{4}}{\frac{4}{3} + \frac{5}{3}}$$

12)
$$\sqrt{\frac{16}{25}} + \left(\frac{3}{2+4}\right)^2$$

14)
$$\left(\frac{\sqrt{\frac{5}{7}}}{\sqrt{\frac{2}{9}}}\right)^2 + \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{2+5}{3+11}\right)^3}{\left(\frac{5}{7-6}\right)^3}}$$

Opgave 2

Udregn følgende brøker og forkort så meget som muligt.

1)
$$\frac{ab}{a}$$

3)
$$\frac{(a+b)b-ab}{b}$$

$$2) \ \frac{a+b}{b} + \frac{a-c}{a}$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{a^3}{b^3}$$

Opgave 3

Løs følgende ligninger.

1)
$$\frac{x}{9} = \frac{4}{x}$$

$$3) \sqrt{\frac{x}{4}} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{16}{10}}{\frac{1}{2}}$$

2)
$$\frac{x}{4+\frac{2}{5}}=2$$

4)
$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} + \frac{x + \frac{4}{2}x}{2} = \frac{7}{\frac{1}{2}}$$