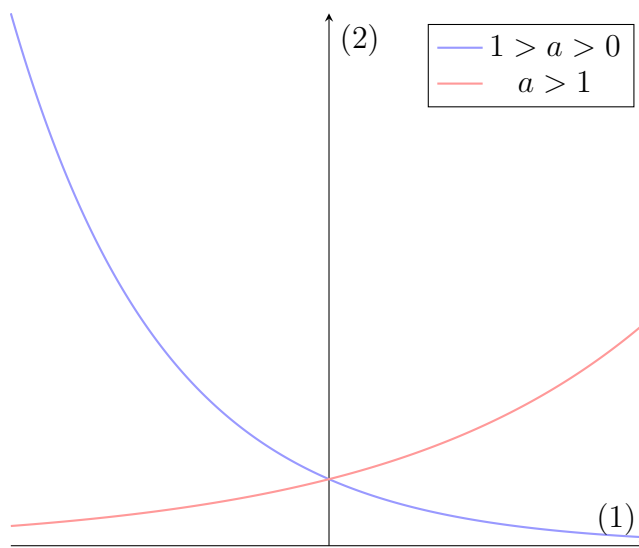


Eksponentiel regression

Vi husker på, at en eksponentiel funktion er en funktion på formen

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

hvor $a, b > 0$. Eksponentiel vækst kan se ud på forskellige måder. Der skældnes generelt mellem to tilfælde: $a > 1$ og $1 > a > 0$ (Hvad sker der, hvis $a = 1$?). Disse to tilfælde fremgår af Fig. 1.



Figur 1: Eksponentiel vækst i de to tilfælde, at $1 > a > 0$ og $a > 1$.

Eksponentiel regression

Vi har tidligere arbejdet med lineær regression af et datasæt. Dette bruger vi, når vi forventer at datasættet kan beskrives af en sammenhæng af typen

$$f(x) = ax + b.$$

I tilfældet at vi antager, at datasættet kan beskrives ved en sammenhæng af typen

$$g(x) = b \cdot a^x,$$

så skal vi bruge et andet værktøj - eksponentiel regression.

Eksempel 1.1. Af Tab. 1 fremgår et datasæt, der beskriver sammenhængen mellem antallet af bakterier i en petriskål og tiden, der er forløbet.

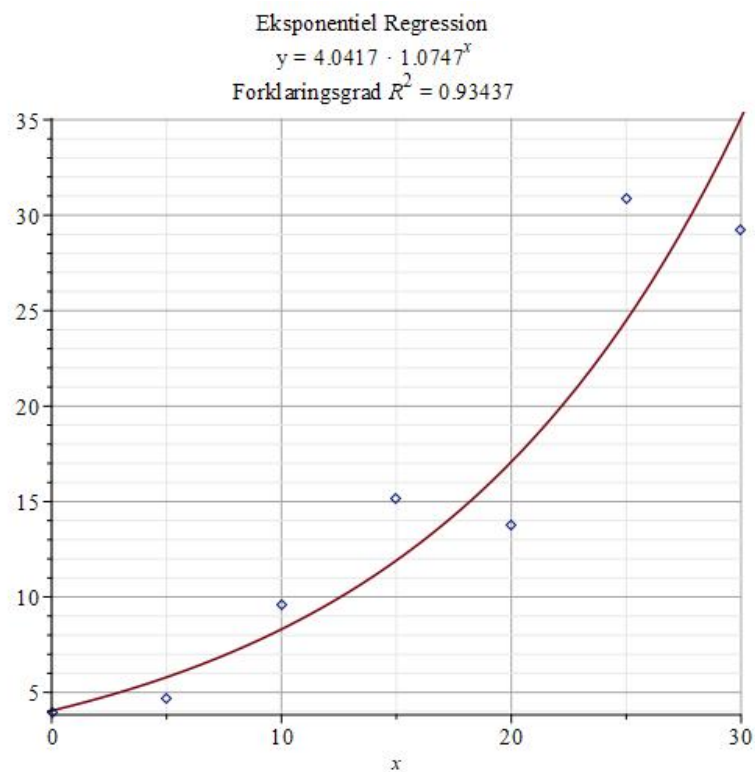
| t (tid i timer) | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
|-----------------------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| B (Antal bakterier) | 3.99 | 4.71 | 9.63 | 15.13 | 13.77 | 30.84 | 29.20 |

Tabel 1: Sammenhæng mellem forløbet tid t (i timer) og antal bakterier B (i mia.)

Vi laver eksponentiel regression i Maple ved at skrive følgende.

```
with(Gym):
X:=[0,5,10,15,20,25,30]
Y:=[3.99,4.71,9.63,15.13,13.77,30.84,29.20]
ExpReg(X,Y)
```

Resultatet af regressionen kan ses af Fig. 2.



Figur 2: Eksponentiel regression på datasæt.

Den eksponentialfunktion B , der bedst passer på datasættet er derfor

$$B(t) = 4.0417 \cdot 1.0747^t$$

Opgave 1

I [dette datasæt](#) fremgår sammenhængen mellem antallet af personer i en by (i tusinde) fra år 1900 til år 2000.

- i) Anvend eksponentiel regression på datasættet, der beskriver antallet af personer i byen.
- ii) Brug din eksponentialregression til at bestemme antallet af personer, der vil være i år 2010 ifølge modellen.
- iii) Afgør, hvornår der vil være 150.000 personer i byen ifølge modellen.

Opgave 2

To biologistuderende har brugt absorptionsen af en væske til at måle antallet af bakterier i væsken. De antager, at sammenhængen mellem den forløbne tid (i minutter) og antallet af bakterier (i mia.) kan beskrives ved en eksponentiel sammenhæng. Deres data kan findes [her](#).

- i) Lav eksponentiel regression og lineær regression på datasættet.
- ii) Lav en kvalitativ vurdering af de to modeller. Hvilken virker til at være bedst?
- iii) Sammenlign forklaringsgraderne for de to modeller. Hvilken en er bedst? Tror du, at forklaringsgrader kan bruges til at sammenligne forskellige regressionsmodeller?
- iv) Brug din valgte model til at afgøre, hvornår der vil være 1 bio. bakterier i væsken.

Opgave 3

8 kg af en radioaktiv isotop placeres på en vægt i år 1810 og vægten nedskrives hvert år indtil år 2010. Vægten af isotopen (i kg) sammen med den passerede tid fremgår af [dette datasæt](#).

- i) Lav eksponentiel regression på datasættet.

- ii) Hvor meget vil isotopen veje i år 2050 ifølge modellen.
- iii) Hvornår er vægten af isotopen halveret?
- iv) Hvis vi antager, at isotopen er helt væk efter 10 halveringstider, hvornår er isotopen så væk?