

Regnearternes hierarki

Vi starter med at huske os selv på regnearternes hierarki også kaldet operatorpræcedens, der fortæller os i hvilken rækkefølge, vi skal anvende operatorerne i et givent regnestykke. Altså i hvilken rækkefølge, vi skal lægge sammen, gange, dividere, tage potenser osv.

Definition 1.1 (Regnearternes hierarki). I en udregning anvender vi operatorerne i følgende rækkefølge:

- i) Parentes. Betegnes med $()$. (Alt, der står i parentes udregnes først efter rækkefølgen bestemt for de resterende operatorer).
- ii) Fakultet. Betegnes med $!$. Vi husker på, at for $n \in \mathbb{N}$ er $n!$ defineret som

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{for } n = 0, \\ n(n-1)(n-2) \cdots 2 \cdot 1 & \text{for } n > 0. \end{cases}$$

- iii) Potenser og rødder. Et tal a i n 'te potens og n 'te rod betegnes med henholdsvis a^n og $\sqrt[n]{a}$.
- iv) Multiplikation og division. Betegnes med henholdsvis \cdot og $/$.
- v) Addition og subtraktion. Betegnes med henholdsvis $+$ og $-$.

Eksempel 1.2. Lad os betragte regnestykket

$$7 + 10 - \underbrace{\left(5 - 2 \cdot \frac{3}{6} + 3!^2\right)}_{\text{Parentes 1}} + \underbrace{(7 - 9)}_{\text{Parentes 2}} \cdot 4. \quad (1.1)$$

Vi starter med at udregne Parentes 1. Vi følger regnearternes hierarki:

$$\begin{aligned} \left(5 - 2 \cdot \frac{3}{6} + 3!^2\right) &\stackrel{\text{ii)}}{=} \left(5 - 2 \cdot \frac{3}{6} + 6^2\right) \\ &\stackrel{\text{iii)}}{=} \left(5 - 2 \cdot \frac{3}{6} + 36\right) \\ &\stackrel{\text{iv)}}{=} (5 - 1 + 36) \\ &\stackrel{\text{v)}}{=} (40). \end{aligned}$$

Og Parentes 2 tilsvarende:

$$(7 - 9) \stackrel{\text{v)}}{=} (-2).$$

Disse indsættes nu i (1.1), og vi anvender igen regnearternes hierarki til at udregne:

$$7 + 10 + \underbrace{40}_{\text{Par. 1}} + \underbrace{(-2) \cdot 4}_{\text{Par. 2}} \stackrel{\text{iv)}}{=} 7 + 10 + 40 - 8 \\ \stackrel{\text{v)}}{=} 39.$$

Opgave 1

Udregn følgende regneudtryk. Brug Maple til at undersøge jeres svar.

- | | |
|------------------------------|--|
| 1) $4(2 + 7)$ | 2) $\frac{6}{3} \cdot 7 + 3\frac{10}{2}$ |
| 3) $2!^3$ | 4) $(2 + 4)^2$ |
| 5) $\frac{12}{4} + 9$ | 6) $-5^2 + 9 - \frac{14}{7} \cdot (-2)$ |
| 7) $(-5)^3 + \frac{24}{2+2}$ | 8) $(1 + 3!)^2$ |
| 9) $(2 + 3)!$ | 10) $\sqrt{3^2 + 4^2}$ |
| 11) $\sqrt{(-6)^2 + (-8)^2}$ | 12) $\frac{(1 + 1 + 1)! + 6^2}{\sqrt{4^2 + 20}}$ |

Opgave 2

Forkort følgende udtryk så meget som muligt.

- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| 1) $(a + a)b$ | 2) $\sqrt{a^2}$ |
| 3) $(a - b)a - a^2 + ab + c$ | 4) $(\sqrt[7]{a + b})^7$ |

Opgave 3

Løs følgende ligninger.

1) $2x = 4$

3) $5x + 2x = 21$

5) $(x - 4)! = 24$

7) $3 + 4 \cdot 2x = 11x$

9) $\frac{x^2}{3} = x$

2) $(-5 + 2)x + 3!x = 2x$

4) $\sqrt{x + 2} = 2$

6) $2^x = 8$

8) $x^2 = 2x$

10) $\frac{x + x}{2} = 1$