



BØRNE- OG  
UNDERVISNINGSMINISTERIET  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET

---

# Matematik B

---

Studentereksamen

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 1½ time kun med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 2½ time med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-6.

Til delprøve 1 hører et bilag.

Delprøve 2 består af opgave 7-11.

Til delprøve 2 hører et digitalt bilag.

Pointtallet er angivet ud for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 200 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.

Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*  
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*  
Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.
- *Notation og layout*  
Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*  
Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.  
Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

**Delprøve 1 kl. 9.00-10.30**

**Opgave 1** a) Gør rede for, at  $x = 2$  er en løsning til ligningen

(10 point)

$$x^3 + x - 10 = 0.$$

**Opgave 2** En funktion  $f$  er givet ved

$$f(x) = e^x + x^3 - 4.$$

(10 point)

a) Bestem  $f'(x)$ .

**Opgave 3** Et andengradspolynomium  $f$  er givet ved

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

Nedenstående tabel viser nogle funktionsværdier for  $f$ .

Bilag vedlagt

$x$	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5

(10 point)

a) Tegn grafen for  $f$ .

(10 point)

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet med førstekoordinat 4.

**Opgave 4** Nedenstående tabel viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel  $X$ .

$t$	1	2	3	4	5
$P(X = t)$	0,10	0,20	0,10	$a$	0,25

(10 point)

a) Bestem  $P(X \leq 3)$ .

(10 point)

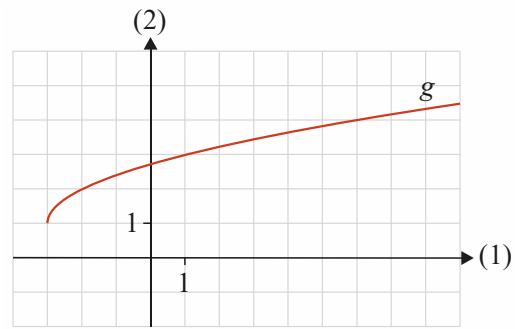
b) Bestem tallet  $a$ .

**Opgave 5** En funktion  $f$  er givet ved

$$f(x) = 4x + 2.$$

*Bilag vedlagt* Figuren viser grafen for en anden funktion  $g$ .

(10 point) a) Bestem  $f(1)$  og  $g(f(1))$ .



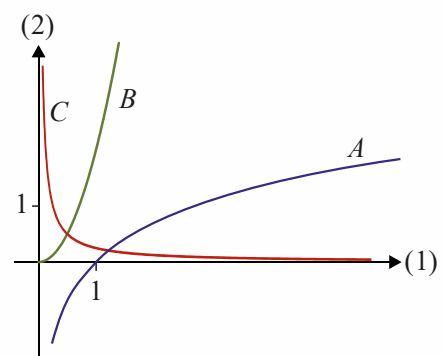
**Opgave 6** Figuren viser for  $x > 0$  graferne for funktionerne  $f$ ,  $g$  og  $h$  givet ved

$$f(x) = 2 \cdot x^2$$

$$g(x) = \frac{1}{4 \cdot x}$$

$$h(x) = \ln(x).$$

(10 point) a) Gør rede for, hvilken graf der hører til hvilken funktion.



Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 10.30

**Delprøve 2 kl. 9.00-13.00**

**Opgave 7** Nedenstående tabel viser udviklingen i benzinforbruget (målt i mia. gallon) i USA i årene 1992-2004.

Antal år efter 1992	0	1	11	12
Benzinforbrug (mia. gallon)	110	111	133	136

Alle tabellens 13 datapunkter findes i den vedhæftede fil: *Gallon.xlsx*

I en model kan udviklingen beskrives ved

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor  $f(x)$  er benzinforbruget i USA (målt i mia. gallon), og  $x$  er antal år efter 1992.

- (10 point) a) Bestem tallene  $a$  og  $b$  ved lineær regression på alle tabellens data.
- (10 point) b) Tegn et residualplot. Benyt residualplottet til at vurdere modellens anvendelighed til at beskrive udviklingen i perioden 1992-2004.

I 2019 var benzinforbruget i USA 142 mia. gallon.

- (10 point) c) Bestem  $f(27)$ , og kommentér resultatet.

**Opgave 8** I et koordinatsystem er en cirkel givet ved ligningen

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2.$$

- (10 point) a) Bestem radius og koordinatsættet til centrum for cirklen.

En linje er givet ved ligningen  $x + y - 12 = 0$ .

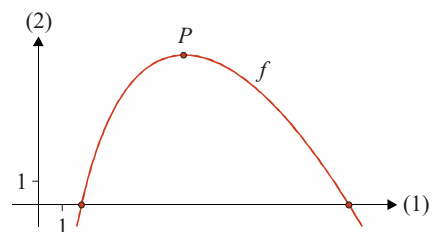
- (10 point) b) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem linjen og cirklen.
- (10 point) c) Bestem en ligning for tangenten til cirklen i punktet  $P(7, 7)$ .

**Opgave 9** Figuren viser grafen for funktionen  $f$  givet ved

$$f(x) = 10 \cdot \ln(x) - 0,05 \cdot x^2 - x - 4, \quad x > 0.$$

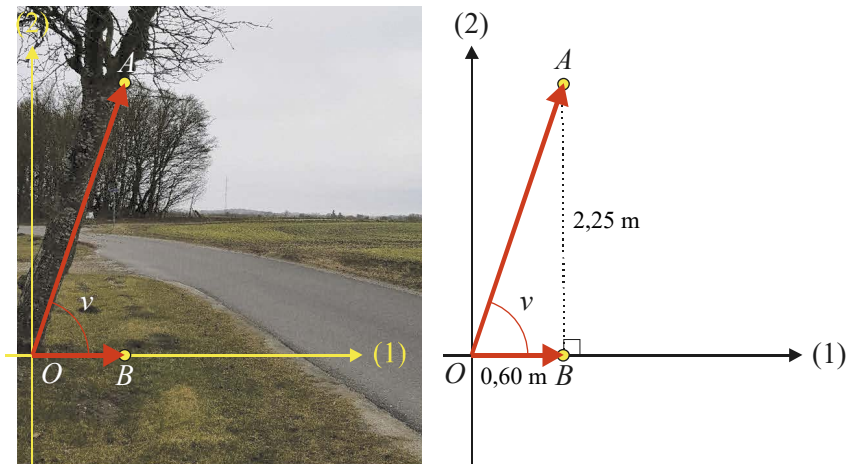
- (10 point) a) Bestem nulpunkterne for  $f$ .

Punktet  $P$  på grafen svarer til funktionens maksimum.



- (10 point) b) Benyt differentialregning til at bestemme koordinatsættet til punktet  $P$ .

### Opgave 10



Fotoet viser et træ, som vinden har fået til at hælde.  
 Der er indlagt et koordinatsystem på fotoet.  
 Den vandrette afstand fra  $O$  til punktet  $B$  på jorden er 0,60 m.  
 Den lodrette afstand fra  $B$  til punktet  $A$  på træet er 2,25 m.

(10 point)

a) Bestem koordinatsættene til vektorerne  $\overrightarrow{OA}$  og  $\overrightarrow{OB}$ .

(10 point)

b) Bestem vinkel  $v$ .

**Opgave 11** Ifølge hjemmesiden frivillighed.dk deltager 40 % af befolkningen i frivilligt arbejde.  
 Der udvælges på tilfældig måde en stikprøve på 100 personer.  
 Den stokastiske variabel  $X$  angiver antallet af personer i denne stikprøve, der deltager i frivilligt arbejde.  
 Det antages, at  $X$  er binomialfordelt med antalsparameter 100 og sandsynlighedsparameter 0,4.

(10 point)

a) Bestem sandsynligheden  $P(X \leq 30)$  for, at der højst er 30 personer i stikprøven, der deltager i frivilligt arbejde.

I en bestemt by ønsker man at teste hypotesen

$$H_0: 40 \% \text{ af indbyggerne deltager i frivilligt arbejde.}$$

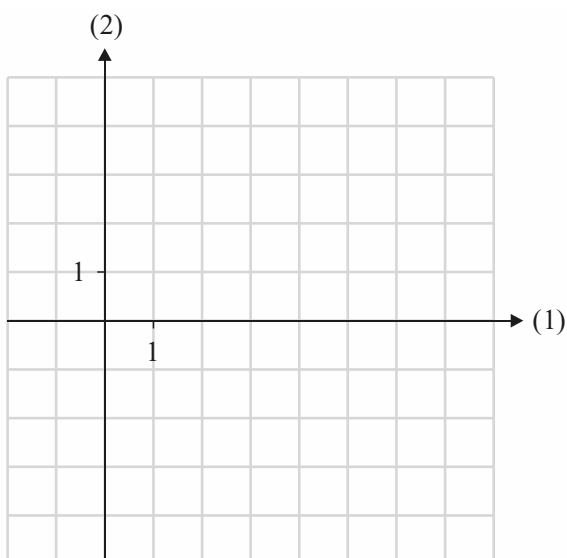
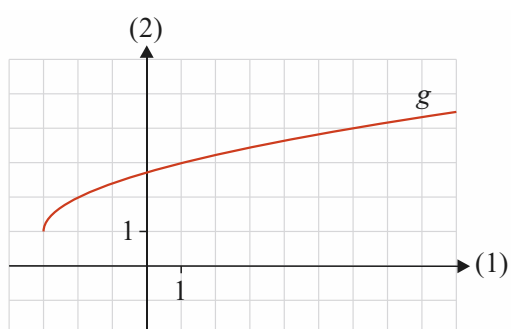
Der udvælges på tilfældig måde 300 af byens indbyggere.  
 Det viser sig, at 140 af dem deltager i frivilligt arbejde.

(10 point)

b) Undersøg med et dobbeltsidet binomialtest, om man på 5 % signifikansniveau kan forkaste hypotesen  $H_0$ .

Bilaget indgår i opgavebesvarelsen

Skole	Hold	ID	
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

**Opgave 3****Opgave 5**

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 10.30