

Eksponentiel regression

Eksponentiel regression

Vi har tidligere arbejdet med lineær regression af et datasæt. Dette bruger vi, når vi forventer at datasættet kan beskrives af en sammenhæng af typen

$$f(x) = ax + b.$$

I tilfældet at vi antager, at datasættet kan beskrives ved en sammenhæng af typen

$$g(x) = b \cdot a^x,$$

så skal vi bruge et andet værktøj - eksponentiel regression.

Eksempel 1.1. Af Tabel 1 fremgår et datasæt, der beskriver sammenhængen mellem antallet af bakterier i en opløsning og tiden, der er forløbet.

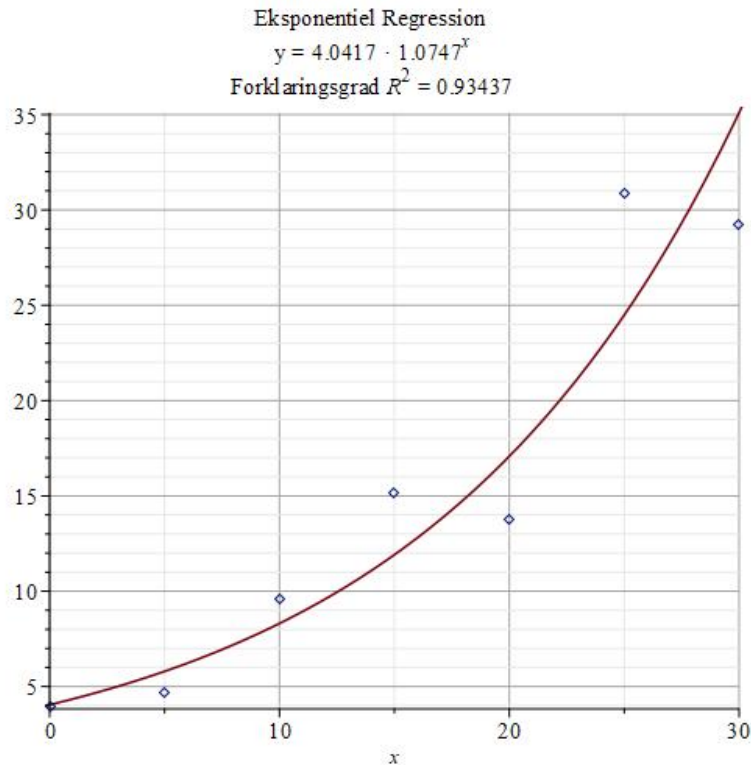
Tid (timer)	0	5	10	15	20	25	30
Antal bakterier (mia.)	3.99	4.71	9.63	15.13	13.77	30.84	29.20

Tabel 1: Sammenhæng mellem forløbet tid (målt i timer) og antal bakterier (målt i mia.)

Vi laver eksponentiel regression i Maple ved at skrive følgende.

```
with(Gym):  
X:=[0,5,10,15,20,25,30]  
Y:=[3.99,4.71,9.63,15.13,13.77,30.84,29.20]  
ExpReg(X,Y)
```

Resultatet af regressionen kan ses af Figur 1.



Figur 1: Ekspontientiel regression på datasæt.

Den eksponentialfunktion f , der bedst passer på datasættet er derfor

$$f(x) = 4.0417 \cdot 1.0747^x$$

Opgave 1

I [dette datasæt](#) fremgår sammenhængen mellem antallet af personer i en by (i tusinde) fra år 1900 til år 2000.

- Anvend eksponentiel regression på datasættet, der beskriver antallet af personer i byen.
- Brug din eksponentialregression til at bestemme antallet af personer, der vil være i år 2010 ifølge modellen.
- Afgør, hvornår der vil være 150.000 personer i byen ifølge modellen.

Opgave 2

To biologistuderende har brugt absorptionsen af en væske til at måle antallet af bakterier i væsken. De antager, at sammenhængen mellem den forløbne tid (i minutter) og antallet af bakterier (i mia.) kan beskrives ved en eksponentiel sammenhæng. Deres data kan findes [her](#).

- i) Lav eksponentiel regression og lineær regression på datasættet.
- ii) Lav en kvalitativ vurdering af de to modeller. Hvilken virker til at være bedst?
- iii) Sammenlign forklaringsgraderne for de to modeller. Hvilken en er bedst? Tror du, at forklaringsgrader kan bruges til at sammenligne forskellige regressionsmodeller?
- iv) Brug din valgte model til at afgøre, hvornår der vil være 1 bio. bakterier i væsken.

Opgave 3

8 kg af en radioaktiv isotop placeres på en vægt i år 1810 og vægten nedskrives hvert år indtil år 2010. Vægten af isotopen (i kg) sammen med den passerede tid fremgår af [dette datasæt](#).

- i) Lav eksponentiel regression på datasættet.
- ii) Hvor meget vil isotopen veje i år 2050 ifølge modellen.
- iii) Hvornår er vægten af isotopen halveret?
- iv) Hvis vi antager, at isotopen er helt væk efter 10 halveringstider, hvornår er isotopen så væk?

Opgave 4

I en by har man målt antal personer i byen henover en årrække. Befolkningstallet i byen fremgår af [dette datasæt](#).

- i) Plot datapunkterne i et koordinatsystem. Ser datasættet eksponentielt ud?
- ii) Lav eksponentiel regression og kommentér på resultatet.

En væksttype, der er eksponentiel i starten, men som flader ud på grund af mangel på plads, føde eller lignende kaldes for *logistisk vækst*. Man kan lave logistisk regression i Maple ved at skrive `LogistReg`.

- iii) Lav logistisk regression og kommentér på resultatet. Ser det bedre ud?

- iv) Brug din regression til at afgøre hvor mange mennesker, der vil være efter 110 år.
- v) Brug din regression til at afgøre, hvornår antallet af mennesker vil overstige 7000.
- vi) Bestem antallet af personer efter 110 år med den eksponentielle regression.
- vii) Kan du gennemskue, hvad den maksimale grænse er for befolkningen i den logistiske vækst?