Opgaver om linjer

Tværvektorer

Vi starter ud med en definition

Definition 1.1 (Tværvektor)**.** Lad $\vec{v}$ være givet ved

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

Så definerer vi *tværvektoren* til $\vec{v}$ som

$$\hat{\vec{v}} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}.$$

$\hat{\vec{v}}$ skal læses som hat-v.

Det er ikke svært at overbevise sig om, at tværvektoren $\hat{\vec{v}}$ og $\vec{v}$ er orthogonale, siden

$$\hat{\vec{v}} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = a(-b) + b \cdot a = 0.$$

Opgave 1

i) En linje l er givet ved ligningen

$$l: \; -7(x-4) + 2(y+5) = 0.$$

Bestem en parameterfremstilling for l.

ii) En linje l er givet ved parameterfremstillingen'

$$l: \; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 10 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Bestem en ligning for l på formen

$$a(x-x_0) + b(y-y_0) = 0.$$

Opgave 2

i) En linje l er givet ved ligningen

$$l: \ 2(x-2)+3(y-4)=0.$$

Afgør om følgende to punkter ligger på l:

1) $(5,2)$ 2) $(7,1)$.

Opgave 3

i) For punktet $P(2,4)$ og vektoren $\vec{v}$ givet ved

$$\vec{v}=\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$$

bestem så både en ligning for linjen l der har $\vec{v}$ som normalvektor og skærer gennem P samt en parameterfremstilling for linjen m, der har $\vec{v}$ som retningsvektor og skærer gennem P.

ii) Bestem en parameterfremstilling for linjen, der skærer gennem punkterne $(1,1)$ og $(2,-4)$.

iii) En linje l skærer gennem punktet $(2,-1)$ og har $\vec{n}$ givet ved

$$\vec{n}=\begin{pmatrix}-6\\7\end{pmatrix}$$

som normalvektor. Bestem en ligning for linjen m, der går gennem $(2,-1)$ og står vinkelret på l.

Opgave 4

i) En linje l er givet ved ligningen

$$l: \ 1(x-2)-2(y+-2)=0$$

og en linje m er givet ved parameterfremstillingen

$$m: \ \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}.$$

Bestem skæringspunktet mellem l og m.

ii) En linje l er givet ved ligningen

$$l: \ y = 4x + 1$$

og en linje m er givet ved parameterfremstillingen

$$m: \ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Bestem skæringspunktet mellem l og m.

iii) Undersøg, om I har fundet det rigtige skæringspunkt i Maple

Opgave 5

i) En linje l har ligningen

$$l: \ 6(x+2) - 4(y-1) = 0,$$

og en linje m har ligningen

$$m: \ 10(x-11) + 11(y-12) = 0.$$

Bestem vinklen v mellem l og m og bekræft dit resultat ved at tegne linjerne i GeoGebra.

ii) En linje l har parameterfremstillingen

$$l: \ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 5 \\ -11 \end{pmatrix},$$

og en linje m har parameterfremstillingen

$$m: \ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -6 \\ -13 \end{pmatrix}.$$

Bestem vinklen v mellem l og m og bekræft dit resultat ved at tegne linjerne i GeoGebra.

iii) En linje l er givet ved ligningen

$$l: \ 12(x-1) - 7(y - \frac{1}{2}) = 0,$$

og en linje m er givet ved parameterfremstillingen

$$m: \ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestem vinklen mellem l og m. Bekræft dit resultat ved at tegne linjerne i GeoGebra.