

Aflevering 5

Opgave 1

Et taxafirma *TaxA* har følgende prissætning på sine rejser:

- Det koster 50kr at påbegynde en rejse.
- De første 5 km koster 15kr per km.
- Fra 5 til 10 km koster rejsen 10kr per km.
- Resten af rejsen koster 8kr per km.

i) Lad f , g og h være givet ved følgende stykvist definerede funktionsforskrifter

$$f(x) = \begin{cases} 15 \cdot x, & 0 \leq x < 5, \\ 10 \cdot x, & 5 \leq x < 10, \\ 8 \cdot x, & 10 \leq x, \end{cases}$$
$$g(x) = \begin{cases} 15 \cdot x + 50, & 0 \leq x < 5, \\ 10 \cdot x, & 5 \leq x < 10, \\ 8 \cdot x, & 10 \leq x, \end{cases}$$
$$h(x) = \begin{cases} 15 \cdot x + 50, & 0 \leq x < 5, \\ 10 \cdot x + 75, & 5 \leq x < 10, \\ 8 \cdot x + 95, & 10 \leq x. \end{cases}$$

Bestem hvilken af funktionerne f , g og h , der bedst beskriver prisen af en rejse med taxafirmaet. Begrund dit svar.

- ii) Brug din valgte funktion til at bestemme prisen på en rejse på 2km, 7km og 25km.
- iii) Et andet taxafirma *TaxB* har prissætning bestemt af følgende stykvist defineret funktion

$$p(x) = \begin{cases} 15 \cdot x & 0 \leq x < 5, \\ 10 \cdot x + 25 & 5 \leq x, \end{cases}$$

hvor x er antallet af kørte km og $p(x)$ er prisen i kr. Hvor langt skal du køre, før prisen på TaxB er højere end prisen for TaxA?

Opgave 2

To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = 2 \cdot x^2 \text{ og } g(x) = 3 \cdot x - 4.$$

- i) Bestem de sammensatte funktioner $f(g(x))$ og $g(f(x))$.
- ii) Bestem rødderne til funktionerne $f(g(x))$ og $g(f(x))$. (Husk, at rødderne til en funktion er der, hvor funktionen skærer x -aksen.)

Opgave 3

Vi har fået opgivet et datasæt, der beskriver befolkningstallet i tusinder i en by som funktion af tid i årtier efter år 1800. Dette kan ses af Tabel 1.

x (Tid i årtier)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y (Befolkning i tusinder)	12,3	0,1	1,3	1,9	7,2	18,4	15,0	23,1	55,4	73,5

Tabel 1: Datasæt

- i) Lav både lineær regression og eksponentiel regression på datasættet, og kommentér på, hvad der ser ud til at passe bedst.
- ii) Sammenlign dit kvalitative svar med forklaringsgraderne for regressionerne. Hvilken regression er bedst i følge forklaringsgraden?
- iii) Bestem et residualplot for hver af de to regressioner. Hvilken af disse passer bedst?
- iv) Brug både den lineære model og den eksponentielle model til at bestemme antallet af personer i år 1900.
- v) Det rigtige antal personer i år 1900 er 110,7 tusinde. Hvilken model rammer dette bedst?

Opgave 4

Lad $P_1 = (1, 3)$ og $Q_1 = (4, 6)$, og lad $P_2 = (0, 1)$ og $Q_2 = (1, e)$.

- i) Brug topunksformlen for potensfunktioner til at bestemme den potensfunktion f , der går gennem punkterne P_1 og Q_1 .

- ii) Brug topunktsformlen for eksponentialfunktioner til at bestemme den eksponentialfunktion g , der går gennem punkterne P_2 og Q_2 .
- iii) Bestem skæringspunkterne A og B mellem graferne for f og g .
- iv) Brug topunktsformlen for lineære funktioner til at bestemme den lineære funktion, der går gennem punkterne A og B . Hvad er hældningen af denne funktion?

Opgave 5

På en konto indsætter vi hvert år 3000kr, og på kontoen er der en årlig rente på 3%.

- i) Hvor meget står der på kontoen efter 15 år?
- ii) Hvad har vi i alt tjent på renter på de 15 år?
- iii) Hvis vi i stedet havde indsat 45000kr på en gang ind på kontoen og så ikke indsat mere efterfølgende, hvor meget ville der så stå på kontoen efter 15 år?