

Proportionalitet

Ligefrem proportionalitet

Definition 1.1 (Ligefrem proportionalitet). To variable x og y siges at være *lige-frem proportionale* eller blot *proportionale*, hvis $y = a \cdot x$. Konstanten a kaldes for *proportionalitetsfaktoren* eller *proportionalitetskonstanten*.

Eksempel 1.2. Prisen på 100g bland-selv-slik er 12 kr. Prisen på bland-selv-slik i kr er dermed proportional med vægten i gram. Proportionalitetsfaktoren er 0.12. Derfor kan prisen P opskrives som funktion af vægten x som

$$P(x) = 0.12 \cdot x$$

Eksempel 1.3. Hvis vi har en sammenhæng mellem x og y givet ved

$$\frac{y}{x} = 2,$$

så vil x og y være proportionale med proportionalitetsfaktoren 2, da vi kan omskrive ligningen til

$$y = 2x.$$

Omvendt proportionalitet

Definition 2.1 (Omvendt proportionalitet). To variable x og y siges at være *omvendt proportionale*, hvis $y \cdot x = a$.

Vi bemærker, at vi i tilfældet af, at x og y er omvendt proportionale kan skrive

$$y = a \cdot \frac{1}{x}.$$

Da $\frac{1}{x} = x^{-1}$, så er omvendt proportionalitet faktisk et særtilfælde af en potenssammenhæng, da

$$\begin{aligned} y &= a \cdot \frac{1}{x} \\ &= a \cdot x^{-1}, \end{aligned}$$

hvor b -værdien er lig a , og a -værdien er lig -1 for omvendt proportionalitet som en potenssammenhæng.

Eksempel 2.2. Sammenhængen mellem y og x givet ved

$$y \cdot x = 10$$

er omvendt proportional.

Eksempel 2.3. Sammenhængen mellem y og x givet ved

$$y = -4 \cdot \frac{1}{x}$$

er omvendt proportional, da vi kan omskrive den til

$$y \cdot x = -4.$$

Hvilke af følgende variabelsammenhænge er proportionale, omvendt proportionale eller ingen af delene

Opgave 1

- | | |
|------------------------|---------------------|
| 1) $y = 3x$ | 2) $7 = -7.32x$ |
| 3) $\frac{y}{x} = 1.2$ | 4) $y \cdot x = -1$ |
| 5) $y = \frac{1}{x}$ | 6) $x \cdot y = 27$ |
| 7) $\frac{y}{x} = 27$ | 8) $y = x^2$ |
| 9) $2y = 3x$ | 10) $10x^3 = x^2y$ |

Opgave 2

For følgende beskrivelser opskriv da en sammenhæng mellem de beskrevne variable lig Eksempel 1.2.

- Prisen på tyggegummi er proportional med antallet af købte pakker. Proportionalitetskonstanten er 12.
- Den tid, det tager at køre 20km i en bil er omvendt proportional med den kørte hastighed.
- Den mængde mel, du kan købe for 100 kroner er omvendt proportional med kiloprisen på melet.

Opgave 3

For en person på 80kg er BMI (body-mass index) omvendt proportional med højden i meter h i anden. Dette kan skrives som

$$\text{BMI} \cdot h^2 = 80$$

- i) Hvad er BMI for en person på 1.7 meter med denne vægt?
- ii) Hvad er BMI for en person på 2.0 meter med denne vægt?
- iii) Hvor høj er man, hvis man har en BMI på 25?

Opgave 4

For en bil er bremselængden f (i meter) proportional med hastigheden x (i m/s) i anden. Proportionalitetskonstanten er 0.01.

- i) Opstil en sammenhæng mellem f og x .
- ii) Bestem bremselængden for en bil, der kører 30m/s
- iii) Hvor stærkt kører en bil, der har en bremselængde på 100m?