

Gældsannuitet

Gældsannuitet

Princippet er lidt det samme som i opsparingsannuitet - nu trækker vi bare et fast beløb fra i stedet for at lægge et fast beløb til. Mere præcist lånes der et beløb i banken G , som vi kalder for *hovedstolen*. På lånet er der en bestemt rente r , der tilsvarende vækstraten. Til hver termin indbetaler vi et fast beløb Y , vi kalder for ydelsen. Vi vil gerne bestemme, hvor meget der fortsat skyldes efter n terminer.

Eksempel 1.1. Vi låner $G = 100.000$ kr i banken til en årlig rente på 5%. Vi betaler en terminsvis ydelse på $Y = 10.000$ kr. Efter 0 terminer er restgælden $G = 100.000$ kr. Efter 1 termin er gælden

$$G_1 = \underbrace{100.000}_{=G} \cdot 1,05 - 10.000 = 95.000.$$

Efter to terminer er gælden

$$G_2 = \underbrace{95.000}_{=G_1} \cdot 1,05 - 10.000 = 89.750.$$

Efter tre terminer gælden

$$G_3 = \underbrace{89.750}_{=G_2} \cdot 1,05 - 10.000 = 84237,5,$$

og så videre.

Vi kan bestemme restgælden efter $n + 1$ terminer, hvis vi kender restgælden efter n terminer som

$$G_{n+1} = G_n \cdot (1 + r) - Y,$$

hvor $(1 + r)$ så tilsvarende fremskrivningsfaktoren fra eksponentiel vækst.

Sætning 1.2. Låner vi G med en terminsvis rente på r og indbetaler en fast ydelse per termin på Y og skal have afbetalt vores lån på n terminer, har vi følgende sammenhæng mellem vores variable.

$$G = Y \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}.$$

Hvis ydelsen er ubekendt har vi desuden følgende formel

$$Y = G \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

Eksempel 1.3. Om et forbrugslån gælder følgende betingelser for et lån på 20000kr: Lånet skal betales tilbage efter 5 terminer, og ydelsen skal være på 6000kr. Hvad er renten på lånet? Vi opstiller ligningen

$$20000 = 6000 \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-5}}{r},$$

og løser med et CAS-værktøj. Dette giver os $r = 0.152$, altså en procentvis rente på 15,2%.

Opgave 1

- i) Vi låner 150.000 i banken til en rente på 6% og betaler en ydelse på 12.000. Hvor meget er restgælden efter 1,2,3,4 og 5 terminer?
- ii) Vi låner 50.000 til en rente på 10%, og betaler en ydelse på 80.000. Bliv ved med at fremskrive restgælden til lånet er afbetalt. Hvor lang tid går der?

Opgave 2

- i) Vi låner 1.000.000kr til en rente på 2%, og vi vil gerne betale lånet af på 20 år. Hvor meget skal vi betale i termin?
- ii) Vi betaler 15.000kr i termin til en rente på 4%, og vi har betalt vores lån af på 30 år. Hvor meget har vi lånt?
- iii) Vi låner 2.000.000 til en rente på 3%, og vi betaler 20.000 per termin. Hvornår er vores lån tilbagebetalt?