# Potensvækst og potensfunktioner

## Potensfunktioner

En potensfunktion er en funktion på følgende form:

**Definition 1.1.** For $b > 0$ og $a \in \mathbb{R}$, så kalder vi en funktion $f$ på formen

$$f(x) = b \cdot x^a$$

for en potensfunktion. En variabelsammenhæng $y = b \cdot x^a$ kaldes tilsvarende for en potenssammenhæng.

Potensfunktioner er typisk kun definerede i 1. kvadrant. Selvom bestemte potensfunktioner fint kan defineres mere generelt som $f(x) = 2 \cdot x^2$, så kaldes de typisk kun potensfunktioner, når både $x$ og $f(x)$ er positive.

**Eksempel 1.2.** Et rektangel med bredde $x$ og længde $2 \cdot x$ har areal $A(x) = 3 \cdot x \cdot x = 3 \cdot x^2$, hvilket er en potensfunktion med $b = 3$ og $a = 2$

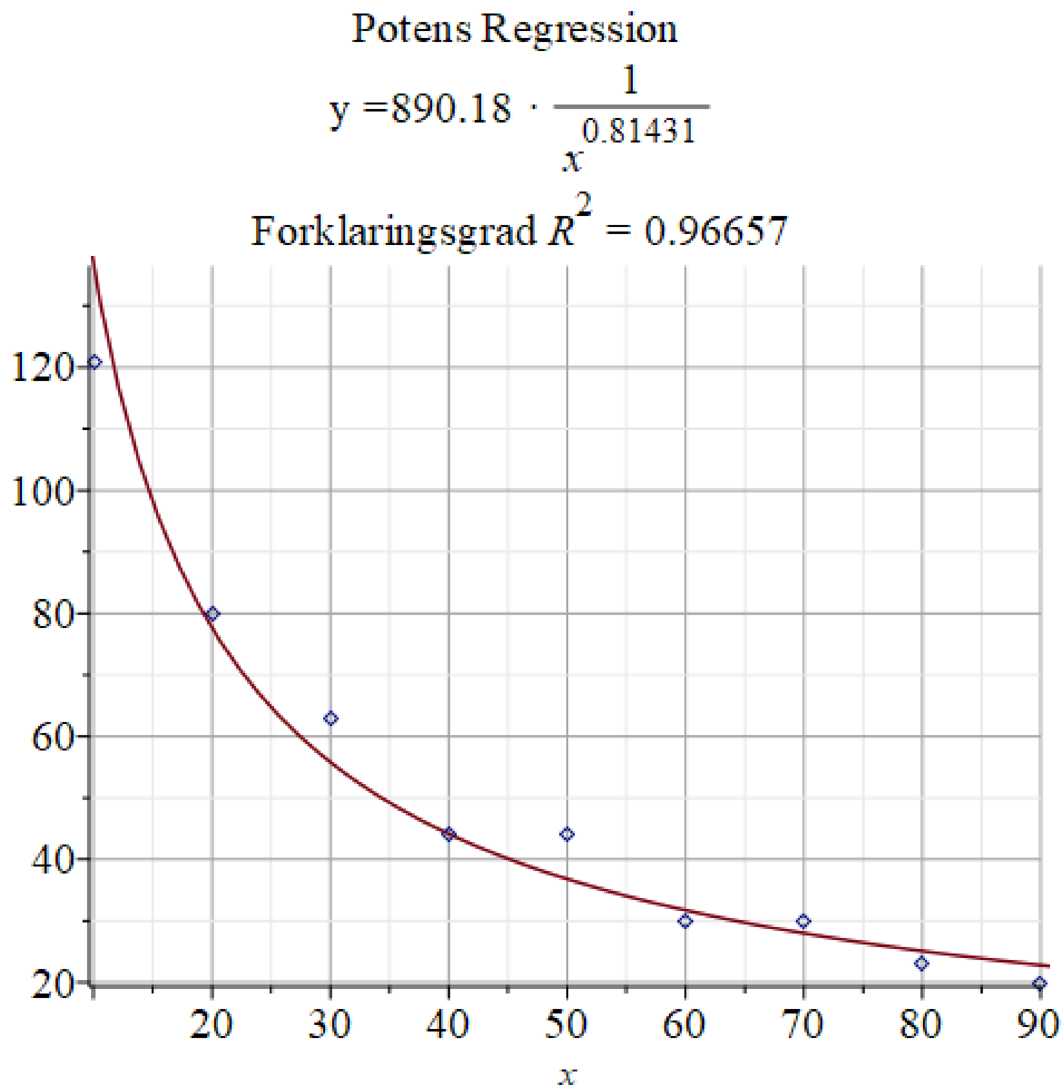
**Eksempel 1.3.** En kasse med bredde $x$, længde $2x$ og højde $3x$ har rumfang $R(x) = 3 \cdot x \cdot 2 \cdot x \cdot x = 6 \cdot x^3$, hvilket er en potensfunktion med $b = 6$ og $a = 3$.

**Eksempel 1.4.** I Tabel 1 fremgår antallet af målinger af radioaktivitet per sekund som funktion af afstanden til et radioaktivt emne. Vi forventer, at dette kan beskrives som en potenssammenhæng.

| d (cm) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 121 | 80 | 63 | 44 | 44 | 30 | 30 | 23 | 20 |

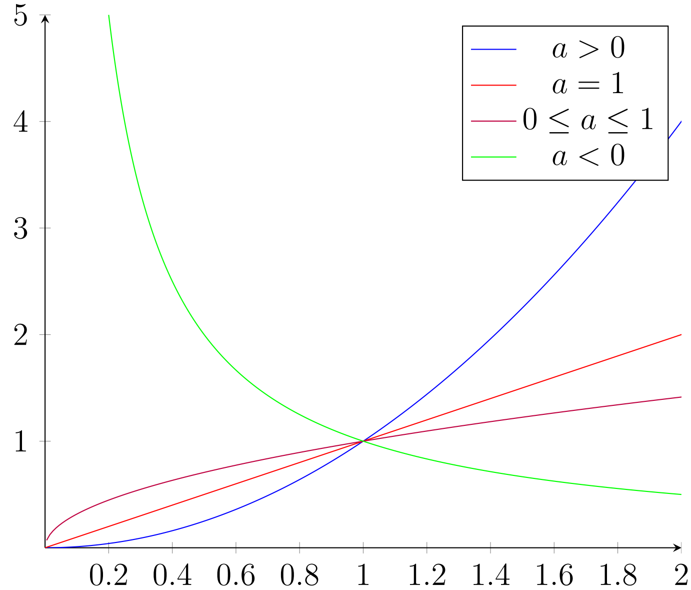
Tabel 1: Antal aktiveringer af Geigertæller per sekund som funktion af afstand til radioaktivt emne.

Af Fig. 1 kan vi se en potensregression lavet i Maple på radioaktivitetsdatasættet.




Figur 1: Potensregression på radioaktivitetsdata.

Af Fig. 2 kan de ses, hvad $a$ betyder for en potensfunktion.




Figur 2: Figur, der viser, hvad $a$ betyder for potensfunktionen

Potensfunktioner har mængden $]0, \infty[$ som både definitionsmængde og værdimængde (også kaldet domæne og codomæne). I fald $a = 0$, så er domænet kun $b$.

# Opgave 1

i) Brug regressionen fra Eksempel 1.4 til at bestemme antallet af aktiveringer med Geigertælleren der vil være ved 2 meters afstand.

ii) Brug regressionen til at bestemme ved hvilken afstand, der er 100 aktiveringer i sekundet.

# Opgave 2

Det oplyses, at sammenhæng mellem et penduls længde og svingningstid kan beskrives som en potensfunktion. Data er opsamlet i følgende tabel:

| Længde (m) | 0.5 | 0.75 | 1.00 | 1.25 | 1.50 |
|---|---|---|---|---|---|
| Svingningstid (s) | 1.4 | 1.7 | 2.1 | 2.2 | 2.5 |

i) Lav potensregression på data fra tabellen.

ii) Bestem, hvor lang svingningstiden er, hvis pendulet er 3m

iii) Bestem, hvad pendullængden skal være, hvis svingningstiden skal være 4 sekunder.

# Opgave 3

i) En cylinder har samme diameter som højde. Bestem den potensfunktion, der beskriver rumfanget af cylinderen som funktion af cylinderens radius.

ii) En kasse har bredde, højde og længde $x$. Bestem rumfanget af $x$, og afgør, hvad $a$ og $b$ er i denne potensfunktion.

iii) For et bestemt objekt kan vindmodstanden på objektet beskrives ved

$$F(v) = \frac{1}{2}v^2,$$

hvor $v$ er hastigheden i $m/s$, objektet bevæger sig med, og $F$ er vindmodstanden målt i $N$ (Newton). Hvad er vindmodstanden, når objektet bevæger sig med $50m/s$? Hvor hurtigt skal objektet bevæge sig, for at modstanden på objektet er $20N$?