Segundo Examen Parcial
(Lic. | Ing.) en Ciencias de la Computación
M. C. Miguel Ángel Vargas Lomelí

Análisis y Diseño de Algoritmos

Nombre del Alumno:

Realice los siguientes problemas:

1. Demostrar que la notación O es transitiva. Considere que

$$f(n) \in O(g(n)) \text{ y } g(n) \in O(h(n))$$

entonces $f(n) \in O(h(n))$ para cualesquiera funciones $f, g, h : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^{\geq 0}$

2. Demostrar que la notación Ω es reflexiva y transitiva. Considere lo anterior, para cualesquiera funciones $f, g, h : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^{\geq 0}$:

   (a) $f(n) \in \Omega(f(n))$

   (b) Si $f(n) \in \Omega(g(n))$ y $g(n) \in \Omega(h(n))$ entonces $f(n) \in \Omega(h(n))$

3. Hallar el error en la siguiente "demostración" de que $O(n) = O(n^2)$. Sea $f(n) = n^2$, $g(n) = n$ y $h(n) = g(n) - f(n)$. Está claro que $h(n) \leq g(n) \leq f(n)$ para todo $n \geq 0$. Por tanto, $f(n) = \text{máx}(f(n), h(n))$. Empleando la regla del máximo, concluiríamos que

$$O(g(n)) = O(f(n) + h(n)) = O(\text{máx}(f(n), h(n))) = O(f(n)).$$

4. Hallar el error en la siguiente "demostración" de que $O(n) = O(n^2)$.

$$O(n) = O(\text{máx}(\underbrace{n, n, \ldots, n}_{n \text{ veces}})) = O(\text{máx}(\underbrace{n + n + \ldots + n}_{n \text{ veces}})) = O(n^2)$$

en donde la igualdad en la parte central viene de la regla del máximo generalizada que se vio en clase.

5. Demostrar que la notación Θ es reflexiva, simétrica y transitiva, para cualesquiera funciones $f, g, h : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^{\geq 0}$:

   (a) $f(n) \in \Theta(f(n))$

   (b) Si $f(n) \in \Theta(g(n))$ entonces $g(n) \in \Theta(f(n))$

   (c) Si $f(n) \in \Theta(g(n))$ y $g(n) \in \Theta(h(n))$ entonces $f(n) \in \Theta(h(n))$