RC Krets

Introduksjon

I denne teksten skal jeg bruke en difflikning som beskriver oppførselen til en kondensator sin spenning over tid og sammenlikne den med målte verdier. Jeg har valgt å bruke en 100 mikro farad kondensator, en motstand på 1 Mohm, og ett nivoltsbatteri.

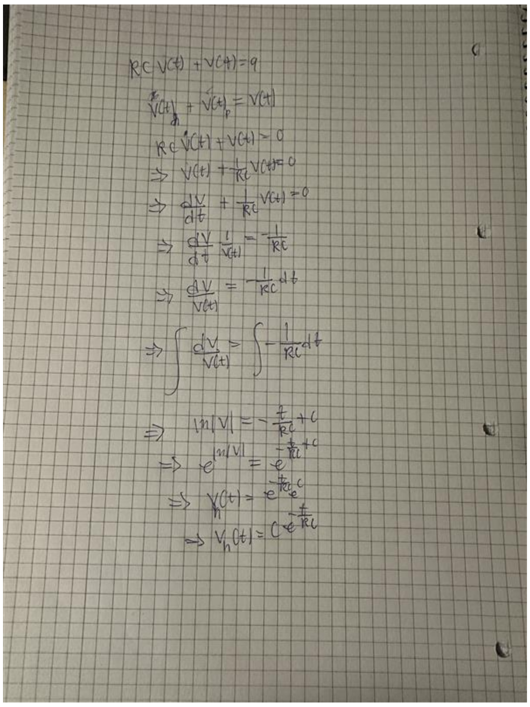
Teori

Før jeg forklarer løsningen til denne difflikningen og plotter den i python kan det være lurt å forklare hvordan jeg forventer at denne kondensatoren oppfører seg og i tillegg hvilke verdier som kan sies til å være forventet av dette prosjektet. En formel som er ganske nyttig for dette prosjektet er

Tau=R*C

Denne formelen tyder på at kondensatoren vil nå 63% av stasjonærverdien sin når t=tau. Ved å sette inn verdiene for motstanden og kapasitansen vil man kunne se at når t= 100 sekunder vil kondensatoren da nå denne verdien. Med andre ord bør målingene tilsi at kondensatoren når denne verdien etter 100 sekunder.

Nå som det er sagt kan jeg gå videre til selve differensiallikningen.



$RC\,\dot{V}(t) + V(t) = 9$

$V(t)_h + V(t)_p = V(t)$

$RC\,\dot{V}(t) + V(t) = 0$

$\Rightarrow \dot{V}(t) + \frac{1}{RC}V(t) = 0$

$\Rightarrow \frac{dV}{dt} + \frac{1}{RC}V(t) = 0$

$\Rightarrow \frac{dV}{dt}\frac{1}{V(t)} = -\frac{1}{RC}$

$\Rightarrow \frac{dV}{V(t)} = -\frac{1}{RC}dt$

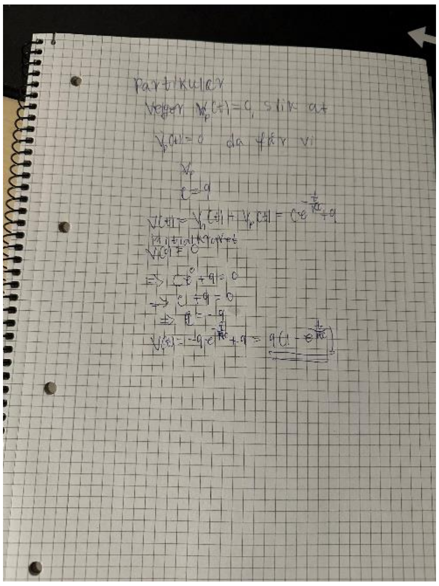
$\Rightarrow \int \frac{dV}{V(t)} = \int -\frac{1}{RC}dt$

$\Rightarrow \ln|V| = -\frac{t}{RC} + c$

$\Rightarrow e^{\ln|V|} = e^{-\frac{t}{RC}+c}$

$\Rightarrow V_h(t) = e^{-\frac{t}{RC}}e^{c}$

$\Rightarrow V_h(t) = Ce^{-\frac{t}{RC}}$



Partikulær

Velger $V_p(t) = C$, slik at

$\dot{V}_p(t) = 0$ da får vi

$C = 9$

$V(t) = V_h(t) + V_p(t) = Ce^{-\frac{t}{RC}} + 9$

Initialkravet

$V(0) = 0$

$\Rightarrow Ce^{0} + 9 = 0$

$\Rightarrow C + 9 = 0$

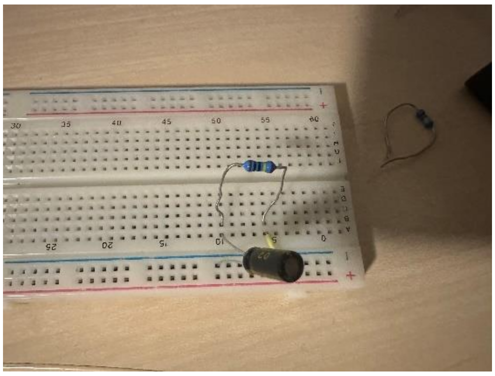
$\Rightarrow C = -9$

$V(t) = -9e^{-\frac{t}{RC}} + 9 = \underline{\underline{9\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}}$

Her har jeg løst en førsteordens separabel differensiallikning. Først har jeg løst for den homogene løsningen, deretter har jeg løst for den partikulære, ved å anta at løsningen er på formen v(t)=C for å få det deriverte leddet lik null. Deretter har jeg addert begge løsningene og løst for initialkravet v(0)=0.

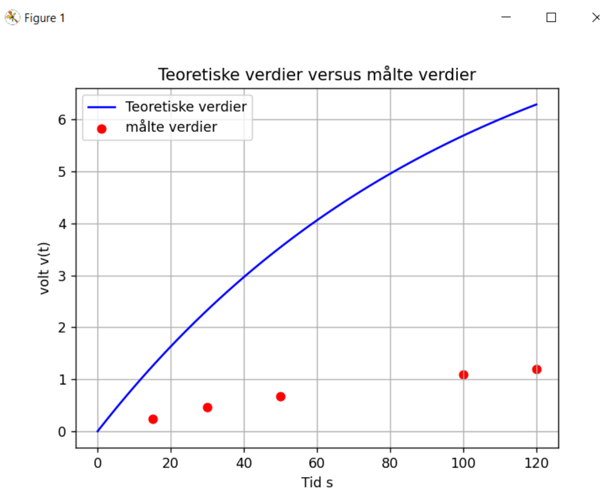
Gjennomføring

For å faktisk gjøre dette prosjektet ordentlig begynte jeg å nedlade kondensatoren min med motstanden for å forsikre at initialkravet v(0)=0 blir oppfylt. Videre kobler jeg opp kretsen og måler spenningen til kondensatoren over tid. Etter å ha gjort målingene lagde jeg et pythonscript som plotter de målte verdiene som punkter og v(t) som graf.



```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
start=0
stop=120
interval=100
x=np.linspace(start,stop,interval)

time=[15,30,50,100,120]

values=[0.24,0.46,0.681,1.10,1.2]


def v(t):
    return 9*(1-np.e**(-t/100))


plt.plot(x,v(x),color="blue",label="Teoretiske verdier")
plt.scatter(time,values,color="red",label="målte verdier")
plt.xlabel("Tid s")
plt.ylabel("volt v(t)")
plt.title("Teoretiske verdier versus målte verdier")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

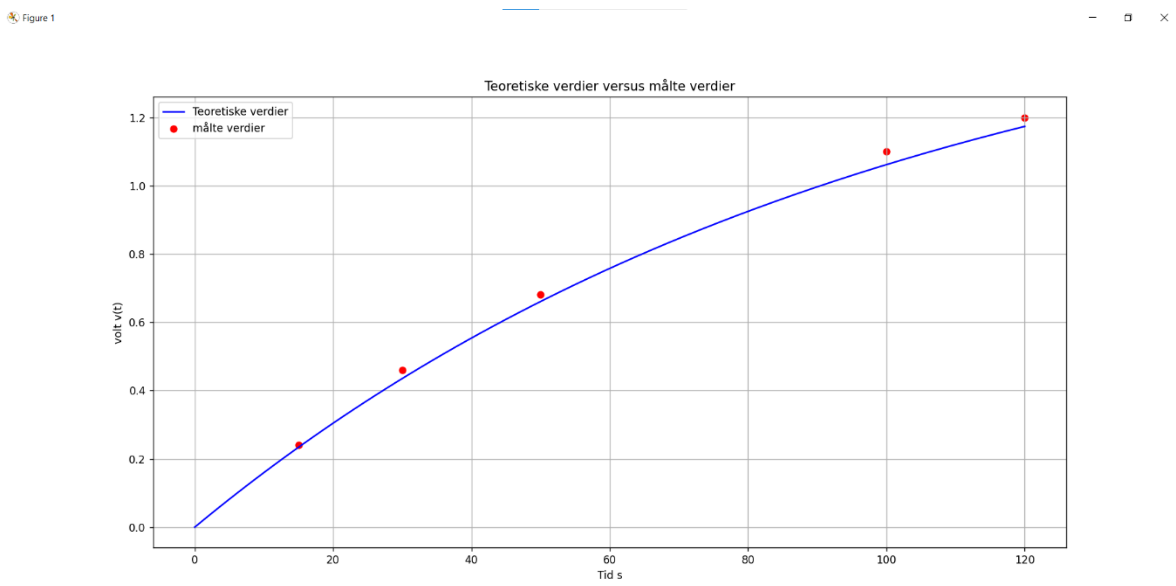
I koden over har jeg laget verdier for v(t) i variabelen x og laget to lister time og values som da tilsvarer tiden og spenningen for de målte verdiene



Her ser man at kondensatoren oppfører seg helt annerledes enn antatt.

Jeg fikk inntrykket av at det var noe feil med engang jeg så de faktiske verdiene på multimeteret. For å finne en mulig løsning til denne feilen målte jeg spenningen til 9v batteriet. Jeg fant da ut at batteriet så si er tomt. Multimeteret mitt viste at batteriet gav ut 1.68v som da var problematisk.

Hvis man videre ser på v(t) ser man at tallet «9» i uttrykket tilsvarer spenningen til spenningskilden. Man kan da beskrive v(t) som v(t)=V_s*(1-e^(-t/RC)). Jeg bestemte meg da for å endre uttrykket til V_s=1.68v og da plotte dette istedenfor. Resultatet kan du se under.



Her ser man at grafen virker til å skjære punktene en del og er ganske nær hver av punktene. Likevel er det noen avvik og v(100) var ikke akkurat nær den målte verdien.

Konklusjon

Differensiallikningen til RC kretsen virker til å modellere spenningen til en kondensator ganske godt, men det viste seg at spenningskilden min ikke oppførte seg som forventet. Ved å ta til høyde for den lave spenningen til spenningskilden ble resultatene ganske like som jeg først antok.