

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ
ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #3

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Παρδάλη Χριστίνα

A.E.M. : 9039

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

Περιεχόμενα

Σχεδίαση Ζωνοφρακτικού φίλτρου	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	5
• Ρύθμιση Κέρδους.....	5
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	7
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	11

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 1.05 \text{ kHz} \quad f_1 = 950 \text{ Hz} , \quad f_2 = 1.1605 \text{ kHz} \quad f_3 = 993.1477 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 1110.1 \text{ Hz}$$

και

$$a_{\max} = 1.4 \text{ dB} , \quad a_{\min} = 24.8 \text{ dB}$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά, μετασχηματίζουμε τις συχνότητες της εκφώνησης στις αντίστοιχες κυκλικές:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 6597.2 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 5969 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 7291.8 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 6240.1 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 6975 \text{ rad/sec}$$

Σε πρώτο στάδιο θα πρέπει να υπολογίσουμε τις προδιαγραφές του πρότυπου χαμηλοπερατού φίλτρου οι οποίες είναι

$$\Omega_p = 1$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 1$$

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} [(10^{a_{\min}/10} - 1) - (10^{a_{\max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.378$$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος αριθμός αλλά μια δεκαδική τιμή θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί προς τα πάνω. Δηλαδή προκύπτει ότι :

$$\underline{n = 4}$$

Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε τις σταθερές ϵ και α καθώς και τη συχνότητα ημίσειας ισχύος :

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}} = 0.0576 \quad \text{και} \quad \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) = 0.8869$$

$$\Omega_{hp} = 1 / (\cosh(\cosh^{-1}(1/\epsilon))/n) = 2.467$$

Σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος επειδή η τάξη του φίλτρου είναι $n=4$ οι γωνίες Butterworth είναι $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$.

Οι πόλοι του φίλτρου Chebyshev προκύπτουν από τους παρακάτω τύπους σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος στο κεφάλαιο 9:

$$p_k = -\sinh(\alpha) \cdot \cos(\psi_k) \pm j \cdot \cosh(\alpha) \cdot \sin(\psi_k)$$

Με αντικατάσταση των τιμών προκύπτει ότι οι πόλοι του συστήματος είναι:

$$p_{1,2} = -0.2959 \pm 0.4018 j$$

$$p_{3,4} = -0.1226 \pm 0.9701 j$$

Από τα παραπάνω ζεύγη πόλων προκύπτουν αντίστοιχα τα μεγέθη:

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{(\text{real}(p_{1,2}))^{1/2} + (i\text{mag}(p_{1,2}))^{1/2}} = 0.499$$

$$\Omega_{3,4} = \sqrt{(\text{real}(p_{3,4}))^{1/2} + (i\text{mag}(p_{3,4}))^{1/2}} = 0.9778$$

Υπολογίζουμε τώρα τα Q των πόλων:

$$Q_{1,2} = \frac{\Omega_{01,2}}{2 \cdot |\text{real}(p_{1,2})|} = 0.8432$$

$$Q_{3,4} = \frac{\Omega_{03,4}}{2 \cdot |\text{real}(p_{3,4})|} = 3.9887$$

Τα μεγέθη που μόλις υπολογίστηκαν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

ψ_k	Q	p_k
$\pm 22.5^\circ$	0.8432	$-0.2959 \pm 0.4018j$
$\pm 67.5^\circ$	3.9887	$-0.1226 \pm 0.9701j$

Στη συνέχεια, πραγματοποιώ αντιστροφή των πόλων:

$$\Omega_{1,2_inverse} = \frac{1}{\Omega_{1,2}} = 2.0038$$

$$\Omega_{3,4_inverse} = \frac{1}{\Omega_{3,4}} = 1.0227$$

Επόμενο βήμα αποτελεί ο υπολογισμός των καινούριων γωνιών με βάση τα Q που υπολογίστηκαν πιο πάνω:

$$\psi_{k_new_1,2} = \pm \cos^{-1}(1/2 \cdot Q_{1,2}) = \pm 53.63^\circ$$

$$\psi_{k_new_3,4} = \pm \cos^{-1}(1/2 \cdot Q_{3,4}) = \pm 82.7987^\circ$$

Με τις γωνίες που μόλις βρήκαμε θα υπολογίσουμε τους καινούριους πόλους:

$$p_{1,2_new} = \Omega_{1,2_inverse} \cdot \{-\cos(\psi_{k_new_1,2}) \pm j \cdot \sin(\psi_{k_new_1,2})\} = -1.1882 \pm 1.6135j$$

$$p_{3,4_new} = \Omega_{3,4_inverse} \cdot \{-\cos(\psi_{k_new_3,4}) \pm j \cdot \sin(\psi_{k_new_3,4})\} = -0.1282 \pm 1.0146j$$

Υπολογίζω για τους καινούριους πόλους τα αντίστοιχα μεγέθη Q και Ω :

$$\Omega_{1,2_new} = \sqrt{(\text{real}(p_{1,2_new}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{1,2_new}))^{1/2}} = 2.0038$$

$$\Omega_{3,4_new} = \sqrt{(real(p_{3,4_new}))^{1/2} + (imag(p_{3,4_new}))^{1/2}} = 1.0227$$

$$Q_{1,2_new} = \frac{\Omega_{1,2_new}}{2 \cdot |real(p_{1,2_new})|} = 0.8432$$

$$Q_{3,4_new} = \frac{\Omega_{3,4_new}}{2 \cdot |real(p_{3,4_new})|} = 3.9887$$

Τα πραγματικά μέρη των πόλων που θα χρειαστούμε στη συνέχεια είναι:

$$\Sigma_{12} = |real(p_{1,2_new})| = 1.1882$$

$$\Sigma_{34} = |real(p_{3,4_new})| = 0.1282$$

Επόμενο βήμα είναι να εφαρμόσουμε τον ζωνοδιαβατό μετασχηματισμό στους πόλους και τα μηδενικά που μόλις βρήκαμε.

Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος Geffe.

Πριν την εφαρμογή του αλγορίθμου υπολογίζουμε δύο απαραίτητα μεγέθη, το bandwidth και τον συντελεστή ποιότητας:

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 1322.8$$

$$qc = \frac{\omega_0}{bw} = 4.9875$$

Εφαρμογή αλγορίθμου Geffe

Μετασχηματισμός 1^{ος} μιγαδικού πόλου $p_{1,2} = -1.1882 + 1.6135j$

$$C_1 = \Sigma_{1,2}^2 + imag(p_{1,2_new})^2 = 4.0154$$

$$D_1 = (-2 \cdot \Sigma_{1,2}) / qc = 0.4765$$

$$E_1 = 4 + (C_1 / (qc^2)) = 4.1614$$

$$G_1 = \sqrt{E_1^2 + 4 \cdot (D_1^2)} = 4.0508$$

$$Q_{1,2} = (1/D_1) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) (E_1 + G_1)} = 4.2527$$

$$k_1 = (-\Sigma_{1,2} \cdot Q_{1,2}) / (qc) = 1.0132$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{k_1^2 - 1} = 5969$$

$$\omega_{01} = (1/W_1) \cdot \omega_0 = 5609.7 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{02} = W_1 \cdot \omega_0 = 7758.9 \text{ rad/s}$$

Μετασχηματισμός 2^{ος} μιγαδικού πόλου $p_{3,4} = -0.1282 + 1.0146j$

$$C_2 = \Sigma_{3,4}^2 + \text{imag}(p_{1,2_new})^2 = 1.0459$$

$$D_2 = (-2 \cdot \Sigma_{3,4}) / qc = 0.0514$$

$$E_2 = 4 + (C_2 / (qc^2)) = 4.042$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 + 4 \cdot (D_2^2)} = 4.0407$$

$$Q_{3,4} = (1/D_2) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) (E_2 + G_2)} = 39.1057$$

$$k_2 = (-\Sigma_{3,4} \cdot Q_{3,4}) / (qc) = 1.0052$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1} = 1.1069$$

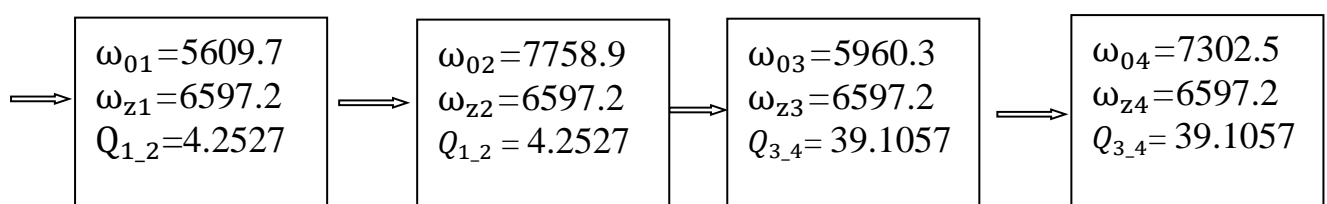
$$\omega_{03} = (1/W_2) \cdot \omega_0 = 5960.3 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{04} = W_2 \cdot \omega_0 = 7302.5 \text{ rad/s}$$

Έχοντας ολοκληρώσει τους μετασχηματισμούς πρέπει να χωρίσουμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοδιαβατικής απόκρισης.

Συνολικά, θα έχουμε 4 μονάδες, 2 μονάδες LPN ($\omega_{0x} < \omega_z$) και 2 μονάδες HPN ($\omega_{0x} > \omega_z$). Με τον δείκτη x έχει συμβολιστεί η κάθε μονάδα. Ως ω_z λαμβάνουμε την τιμή ω_0 διότι τα μηδενικά του φίλτρου βρίσκονται στο 0.

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 4 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



Μονάδα 1(I)

Μονάδα 2(II)

Μονάδα 3(III)

Μονάδα 4(IV)

•Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά $\omega_0=1\text{rad/s}$ και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες. Στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση σε κάθε μονάδα την συχνότητα με $k_f=\omega_0$ έτσι ώστε στο τέλος να υπολογίσουμε τις τιμές των πραγματικών στοιχείων.

ΜΟΝΑΔΑ 1(I)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN

$$\omega_{z01} = \omega_{z1} / \omega_{01} = 1.1761$$

$$R_{11} = 1 \Omega$$

$$R_{12} = 4 \cdot (Q_{1,2})^2 = 72.341 \Omega$$

$$R_{13} = \omega_{z01}^2 / (2 \cdot Q_{1,2}^2) = 0.0382 \Omega$$

$$R_{14} = 1 \Omega$$

$$R_{15} = (4 \cdot Q_{1,2}^2) / (\omega_{z01}^2 - 1) = 188.816 \Omega$$

$$C_{1_lpn} = 1 / (2 \cdot Q_{1,2}) = 0.1176 \text{ F}$$

$$k_{1_lpn} = 1 / (R_{13} + 1) = 0.9632$$

Το κέρδος της μονάδας LPN στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$H_1 = k_{1_lpn} \cdot \omega_{z01}^2 = 1.3322$$

Κλιμακοποίηση μονάδας (I)

Εφόσον $\omega_{01} = 5609.7\text{rad/s}$ επιλέγουμε $k_{f1} = \omega_{01} = 5609.7 \text{ rad/s}$. Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C_n = 0.01\mu\text{F}$.

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m1} = C_{1_lpn} / (C_n \cdot k_{f1}) = 2095.9$$

$$R_{11\text{new}} = R_{11} \cdot k_{m1} = 2095.9 \Omega$$

$$R_{12new} = R_{12} \cdot k_{m1} = 151.62 \text{ k}\Omega$$

$$R_{13new} = R_{13} \cdot k_{m1} = 80.1453 \Omega$$

$$R_{14new} = R_{14} \cdot k_{m1} = 2.0959 \Omega$$

$$R_{15new} = R_{15} \cdot k_{m1} = 395.74 \text{ k}\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ 2(II)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN

$$\omega_{z02} = \omega_{z2} / \omega_{02} = 0.8503$$

$$R_{21} = 1 \Omega$$

$$R_{23} = 1 \Omega$$

$$k_{21} = \frac{1}{\omega_{z02}^2} - 1 = 0.3831$$

$$k_{22} = \frac{(2+k_{21}) \cdot Q_{1,2}^2}{(2+k_{21}) \cdot Q_{1,2}^2 + 1} = 0.9773$$

$$R_{22} = (2 + k_{21})^2 \cdot Q_{1,2}^2 = 102.7117 \Omega$$

$$R_{24} = (2 + k_{21}) \cdot Q_{1,2}^2 = 43.0995 \Omega$$

$$C_{22} = 1 / ((2 + k_{21}) \cdot Q_{1,2}) = 0.0987 \text{ F}$$

$$C_{21} = k_{21} \cdot C_{22} = 0.0378 \text{ F}$$

$$k_{2_hpn} = k_{22} \cdot (1/\omega_{z02}^2) = 1.3518$$

Το κέρδος της μονάδας HPN στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$H_2 = k_{2_hpn} \cdot \omega_{z02}^2 = 0.9773$$

Κλιμακοποίηση μονάδας 2(II)

Εφόσον $\omega_{02} = 7758.9 \text{ rad/s}$ επιλέγουμε $k_{f2} = \omega_{02} = 7758.9 \text{ rad/s}$. Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C_n = 0.01 \mu\text{F}$.

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m2} = C_{22} / (C_n \cdot k_{f2}) = 1271.7$$

$$R_{21new} = R_{21} \cdot k_{m2} = 1271.7 \Omega$$

$$R_{22new} = R_{22} \cdot k_{m2} = 130.62 \text{ k}\Omega$$

$$R_{23new} = R_{23} \cdot k_{m2} = 1271.7 \Omega$$

$$R_{24new} = R_{24} \cdot k_{m2} = 54.81 \text{ k}\Omega$$

$$C_{21new} = C_{21} / (k_{m2} \cdot k_{f2}) = 3.8313 \text{ nF}$$

$$C_{22new} = C_{22} / (k_{m2} \cdot k_{f2}) = 0.01 \mu\text{F}$$

ΜΟΝΑΔΑ 3(I)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN

$$\omega_{z03} = \omega_{z3} / \omega_{03} = 1.1069$$

$$R_{31} = 1 \Omega$$

$$R_{32} = 4 \cdot (Q_{3_4})^2 = 6117 \Omega$$

$$R_{33} = \omega_{z03}^2 / (2 \cdot Q_{3_4}^2) = 0.00040058 \Omega$$

$$R_{34} = 1 \Omega$$

$$R_{35} = (4 \cdot Q_{3_4}^2) / (\omega_{z03}^2 - 1) = 27.164 \text{ k}\Omega$$

$$C_{3_lpn} = 1 / (2 \cdot Q_{3_4}) = 0.0128 \text{ F}$$

$$k_{3_lpn} = 1 / (R_{33} + 1) = 0.9996$$

Το κέρδος της μονάδας LPN στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$H_3 = k_{3_lpn} \cdot \omega_{z03}^2 = 1.2247$$

Κλιμακοποίηση μονάδας 3(I)

Εφόσον $\omega_{03} = 5960.3 \text{ rad/s}$ επιλέγουμε $k_{f3} = \omega_{1,03} = 5960.3 \text{ rad/s}$. Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C_n = 0.01 \mu\text{F}$.

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m3} = C_{3_lpn} / (C_n \cdot k_{f3}) = 214.5177$$

$$R_{31new} = R_{31} \cdot k_{m3} = 214.5177 \Omega$$

$$R_{32new} = R_{32} \cdot k_{m3} = 1312.2 \text{ k}\Omega$$

$$R_{33new} = R_{33} \cdot k_{m3} = 0.0859 \Omega$$

$$R_{34new} = R_{34} \cdot k_{m3} = 214.5177 \Omega$$

$$R_{35new} = R_{35} \cdot k_{m3} = 5827.1 \Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ 4(II)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN

$$\omega_{z04} = \omega_{z4} / \omega_{04} = 0.9034$$

$$R_{41} = 1 \Omega$$

$$R_{43} = 1 \Omega$$

$$k_{41} = \frac{1}{\omega_{z04}^2} - 1 = 0.2252$$

$$k_{42} = \frac{(2+k_{41})^2 \cdot Q_{3,4}^2}{((2+k_{41})^2 \cdot Q_{3,4}^2) + 1} = 0.9997$$

$$R_{42} = (2 + k_{41})^2 \cdot Q_{3,4}^2 = 7572.1 \Omega$$

$$R_{44} = (2 + k_{41}) \cdot Q_{3,4}^2 = 3.4029 k\Omega$$

$$C_{42} = 1 / ((2 + k_{41}) \cdot Q_{3,4}) = 0.0115 F$$

$$C_{41} = k_{41} \cdot C_{22} = 0.0026 F$$

$$k_{4_hpn} = k_{42} \cdot (1/\omega_{z04}^2) = 1.2248$$

Το κέρδος της μονάδας HPN στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$H_4 = k_{4_hpn} \cdot \omega_{z04}^2 = 0.9997$$

Κλιμακοποίηση μονάδας 4(II)

Εφόσον $\omega_{04} = 7302.5 \text{ rad/s}$ επιλέγουμε $k_{f4} = \omega_{04} = 7302.5 \text{ rad/s}$. Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C_n = 0.01 \mu\text{F}$.

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m4} = C_{42} / (C_n \cdot k_{f4}) = 157.3699$$

$$R_{41\text{new}} = R_{41} \cdot k_{m4} = 157.3699 \Omega$$

$$R_{42\text{new}} = R_{42} \cdot k_{m4} = 1191.6 k\Omega$$

$$R_{43\text{new}} = R_{43} \cdot k_{m4} = 157.3699 \Omega$$

$$R_{44\text{new}} = R_{44} \cdot k_{m4} = 535.51 k\Omega$$

$$C_{41\text{new}} = C_{41} / (k_{m4} \cdot k_{f4}) = 2.2519 \text{ nF}$$

$$C_{42\text{new}} = C_{42} / (k_{m4} \cdot k_{f4}) = 0.01 \mu\text{F}$$

• Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 0dB.

Το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$k_{total_low} = k_{1_lpn} \cdot k_{2_hpn} \cdot k_{3_hpn} \cdot k_{4_lpn} = 1.5941$$

Αντίστοιχα, στις υψηλές συχνότητες το κέρδος είναι:

$$H_{total} = H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 \cdot H_4 = 1.5941$$

Εφόσον θέλουμε το κέρδος του φίλτρου να είναι 0 dB στις χαμηλές συχνότητες:

$$20\log(a_kerdos \cdot k) = 0 \Rightarrow \log(a_kerdos \cdot k) = 0 \Rightarrow a_kerdos = 0.6273$$

Επειδή η τιμή του a που προκύπτει είναι μικρότερη του 1 θα χρειαστεί απόσβεση του κέρδους και εξασθένιση της τάσης εισόδου με παθητικό τρόπο. Αυτό θα υλοποιηθεί με μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

Ισχύει ότι $a_{kerdos} = -\frac{R_2}{R_1}$ άρα αν θεωρήσουμε ότι $R_2 = 6.273k \Omega$ τότε $R_1 = 10k\Omega$.

Επειδή η αναστρέφουσα συνδεσμολογία εισάγει αλλαγή φάσης, στο κύκλωμα του Multisim που θα δημιουργήσουμε παρακάτω ,βάζουμε μια επιπλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος 1 για να αναιρέσουμε την αλλαγή φάσης.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα (LPN) όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{k_{1_lpn} \cdot (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1,2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{0.96317 \cdot s^2 + 4.1922 \cdot 10^7}{s^2 + 1319.1 \cdot s + 3.1468 \cdot 10^7}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα (HPN) όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{k_{2_hpn} \cdot (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1,2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{1.3518 \cdot s^2 + 5.8836 \cdot 10^7}{s^2 + 1824.5 \cdot s + 6.0201 \cdot 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα (LPN) όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_3(s) = \frac{k_{3_lpn} \cdot (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1_2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{0.9996 \cdot s^2 + 4.3508 \cdot 10^7}{s^2 + 152.41 \cdot s + 3.5525 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα (HPN) όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

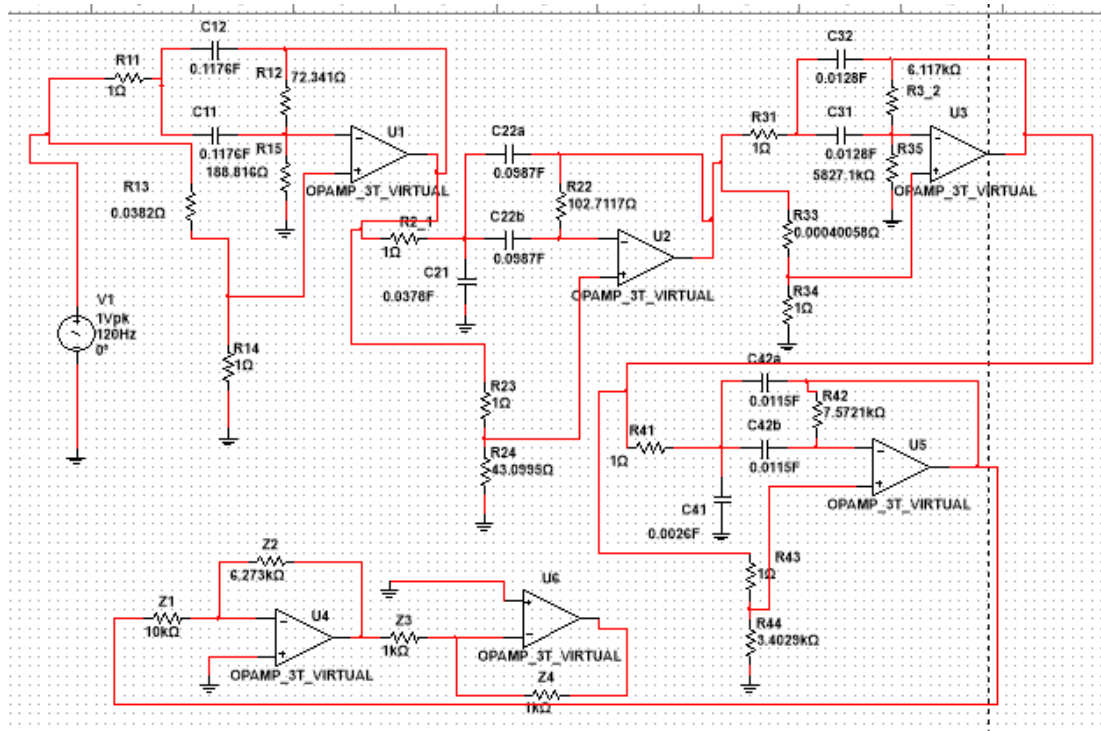
$$T_4(s) = \frac{k_{4_hpn} \cdot (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1_2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{1.2248 \cdot s^2 + 5.3311 \cdot 10^7}{s^2 + 186.74 \cdot s + 5.3326 \cdot 10^7}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου είναι:

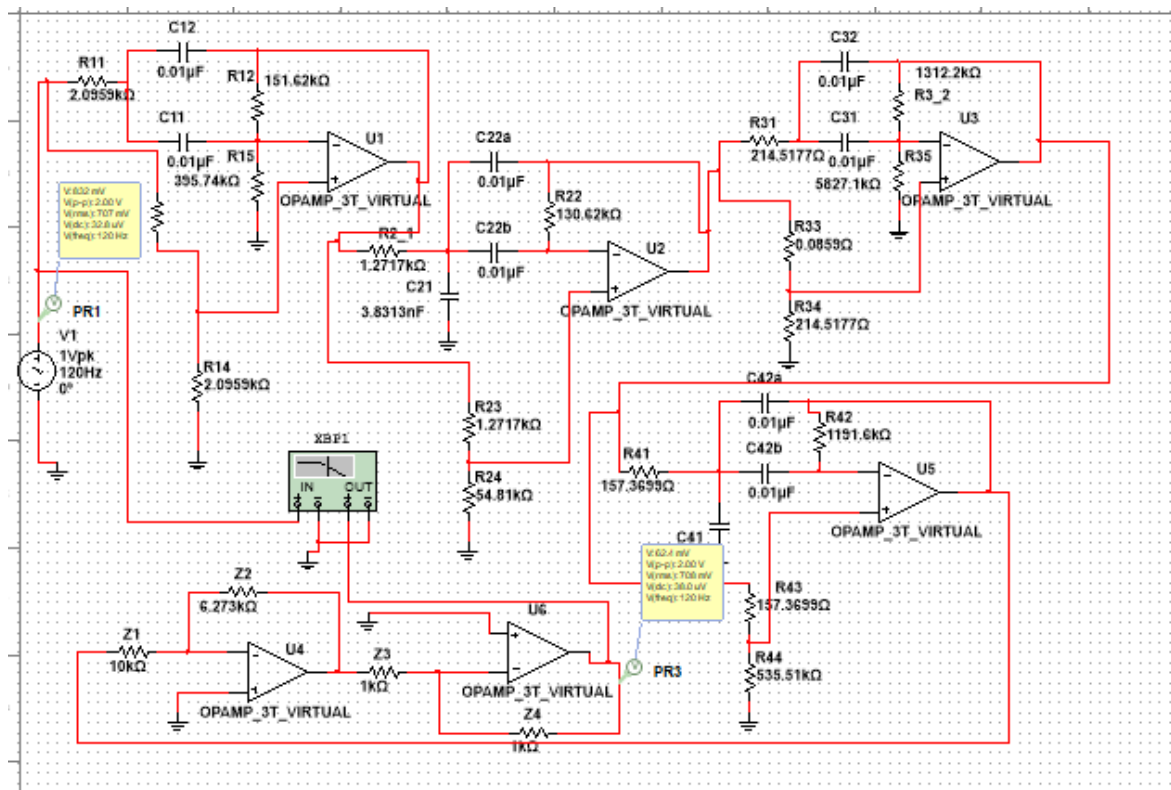
$$T_{BE}(s) = a_{kerdos} \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) \text{ άρα}$$

$$T_{BE}(s) = \frac{s^8 + 1.741 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 1.1367 \cdot 10^{16} \cdot s^4 + 3.2982 \cdot 10^{23} \cdot s^2 + 3.5888 \cdot 10^{30}}{s^8 + 3482.7 \cdot s^7 + 1.8402 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 4.6289 \cdot 10^{11} \cdot s^5 + 1.2243 \cdot 10^{16} \cdot s^4 + 2.0147 \cdot 10^{19} \cdot s^3 + 3.4861 \cdot 10^{23} \cdot s^2 + 2.8717 \cdot 10^{26} \cdot s + 3.5888 \cdot 10^{30}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τέσσερις μονάδες καθώς και η πρώτη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους. Η δεύτερη αναστρέφουσα συνδεσμολογία προστέθηκε στο κύκλωμα για να αναιρέσει την αλλαγή φάσης που εισάγει η πρώτη.



Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοφρακτικό φίλτρο Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



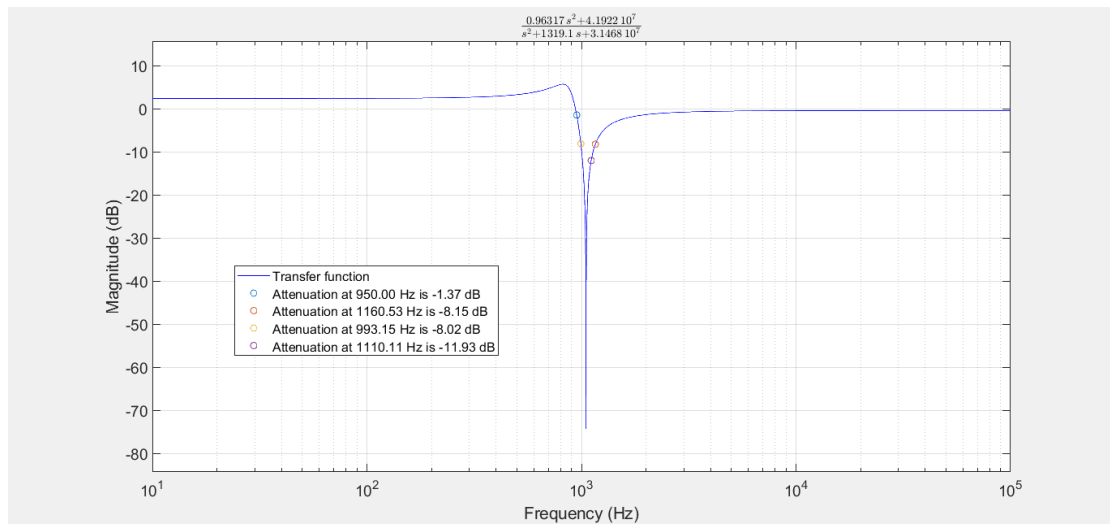
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

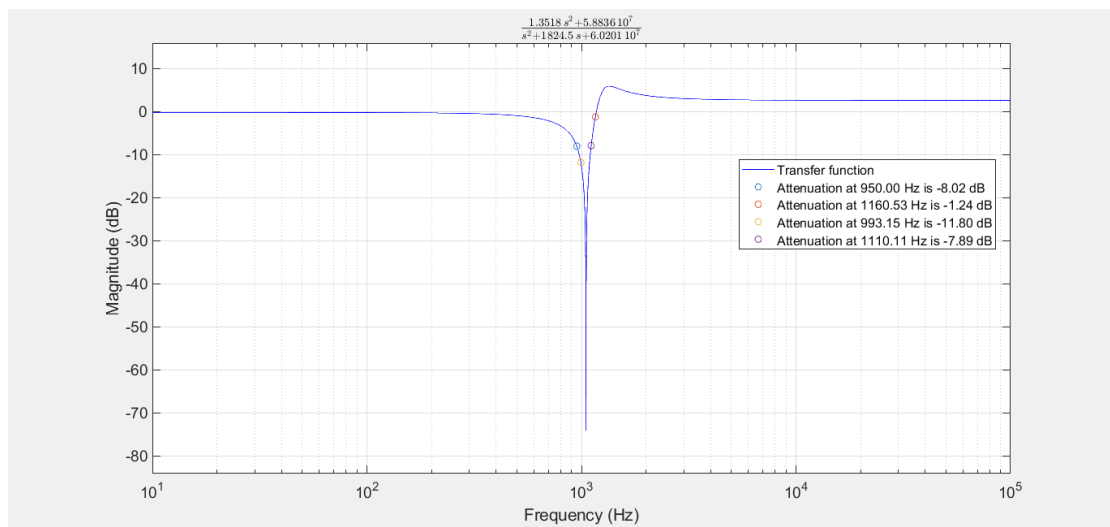
Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες.

Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

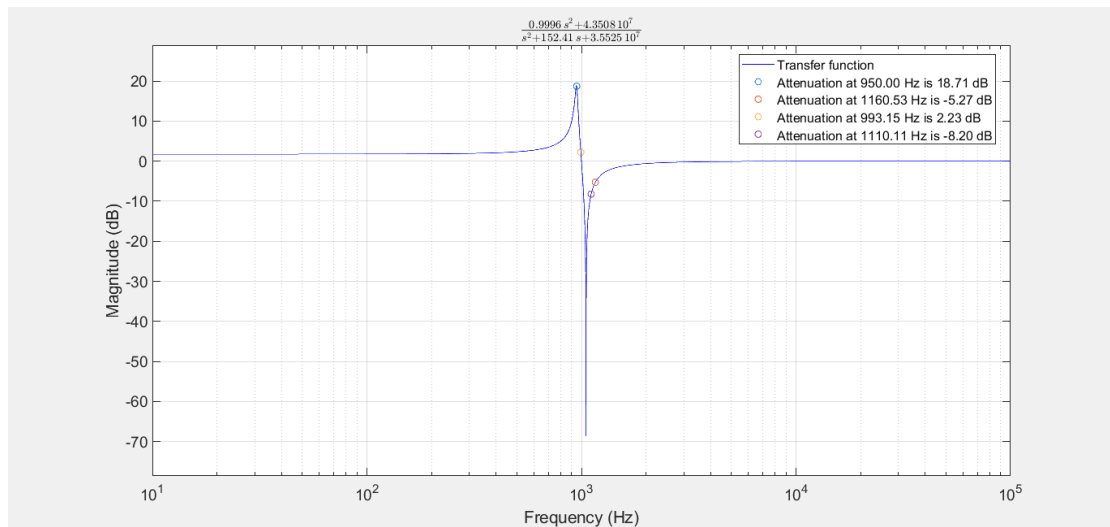
1^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο- LPN



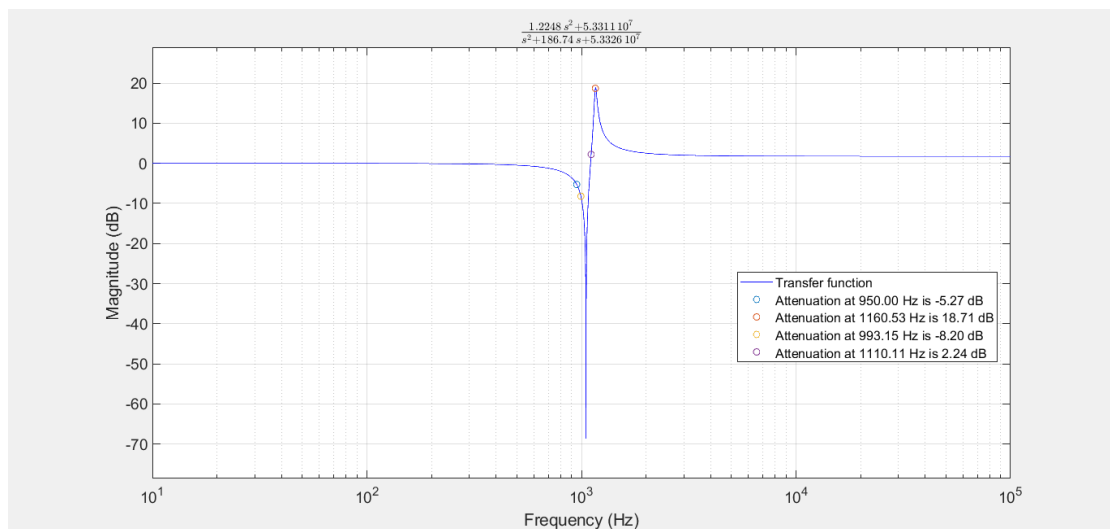
2^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο-HPN



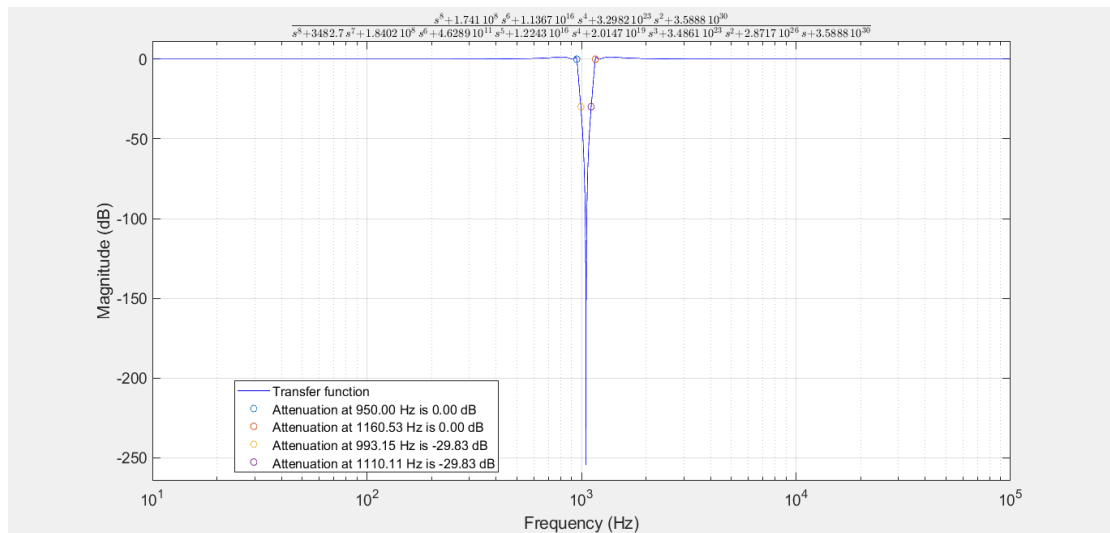
3^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο-LPN



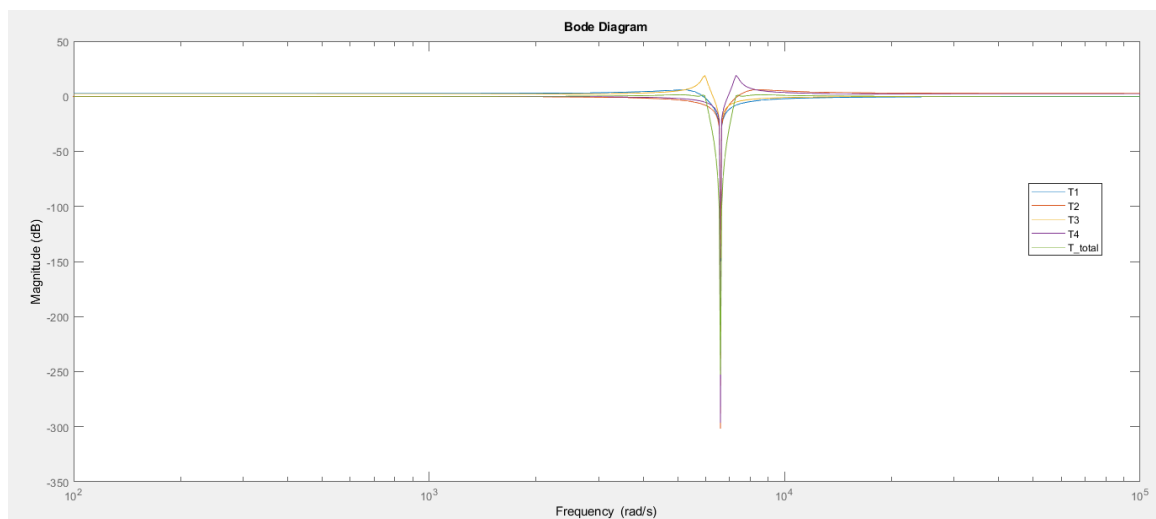
4^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο-HPN



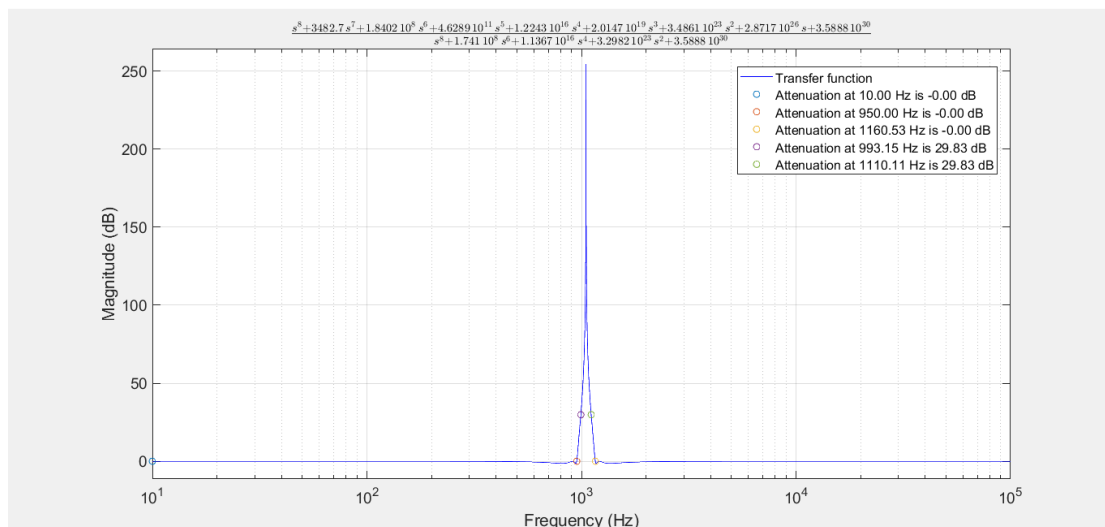
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες, $f_1=950\text{Hz}$, $f_2= 1160.53 \text{ Hz}$, $f_3= 993. 15 \text{ Hz}$ και $f_4=1110.11\text{Hz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

Στις συχνότητες f_1 και f_2 θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές $a_{\max}= 1.4\text{dB}$.

Παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται γιατί έχουμε 0 dB το οποίο είναι όντως μικρότερο από το 1.4 που θέλουμε.

Στις συχνότητες f_3 και f_4 θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές $a_{\min}= 24.8\text{dB}$.

Παρατηρούμε και εδώ ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται διότι έχουμε 29.83dB που είναι όντως μεγαλύτερη τιμή από τα ζητούμενα 24.8dB.

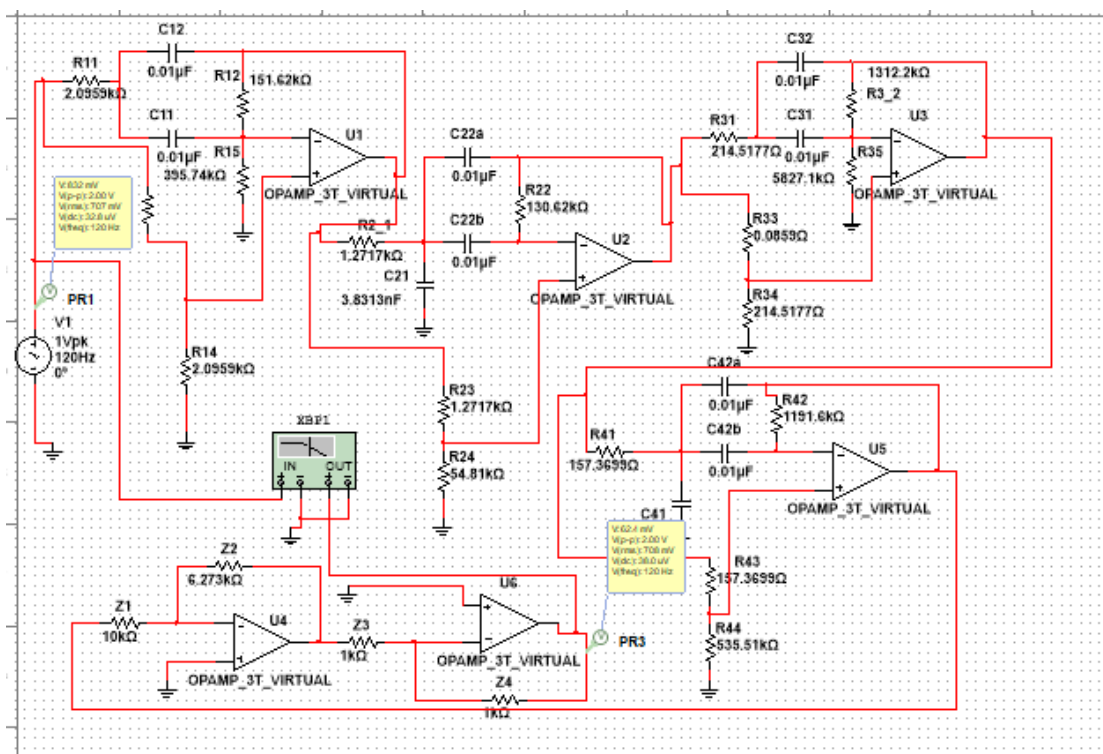
Τέλος, βλέπουμε ότι το κέρδος του φίλτρου μας είναι ακριβώς 0dB άρα καλύπτεται και η ζητούμενη προδιαγραφή για κέρδος 0dB.

Αποκλίσεις που τυχόν υπάρχουν από την θεωρητική ανάλυση που έγινε στο Matlab θεωρούνται αμελητέες και δεν επηρεάζουν την λειτουργία του φίλτρου.

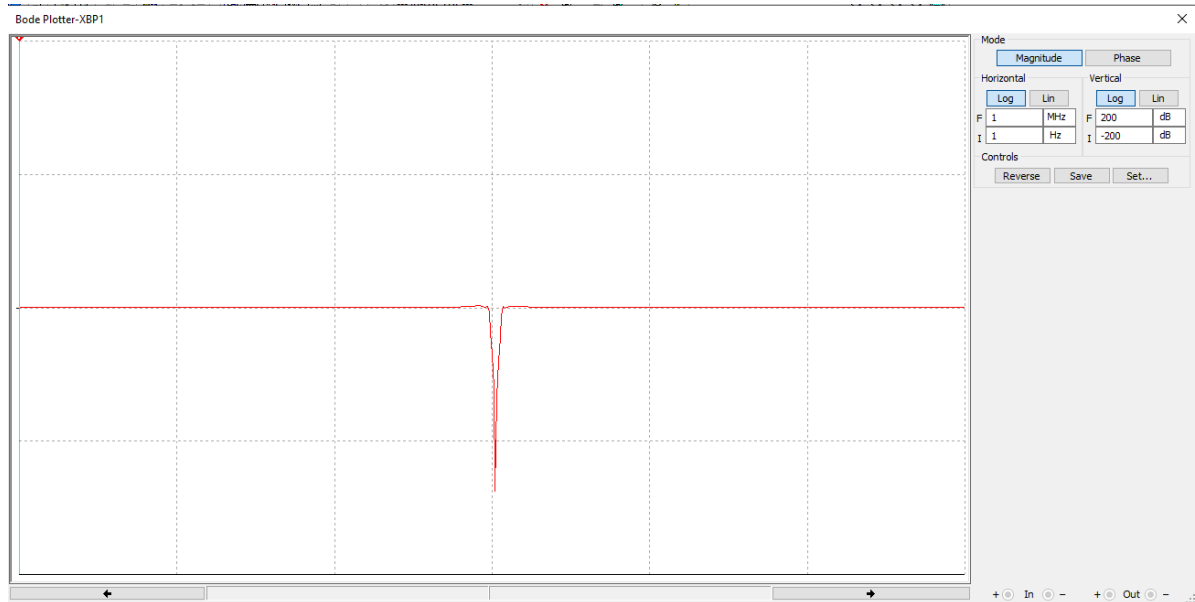
Σε αντίθεση με άλλες εργασίες δεν υπάρχει κάποιο άλλο διάγραμμα που να μας δίνει πληροφορία για ρύθμιση κέρδους στα 0dB καθώς αυτή ήταν η ανάλυση που προηγήθηκε.

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

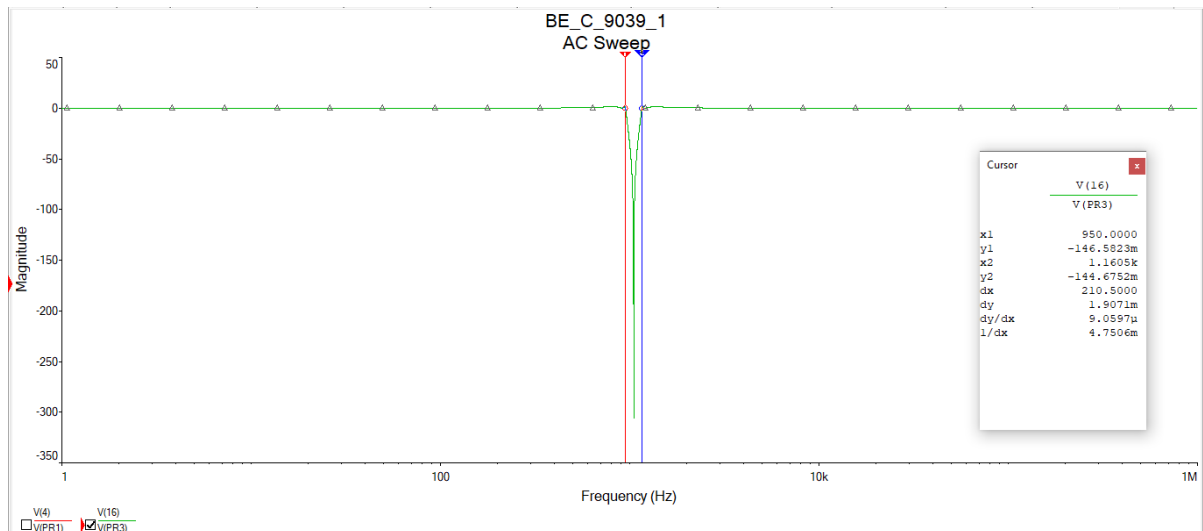


- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Έχουμε ρυθμίσει το εύρος συχνοτήτων στο ίδιο διάστημα που προέκυψε από το Matlab για να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων.
Το διάγραμμα που προκύπτει επιβεβαιώνει την μορφή ενός ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev που έχει κέρδος 0dB.
Για αναλυτικότερη επαλήθευση τήρησης των προδιαγραφών θα χρησιμοποιήσουμε AC Analysis όπου με τους κέρσορες θα έχουμε την ακριβή τιμή των μεταβλητών.

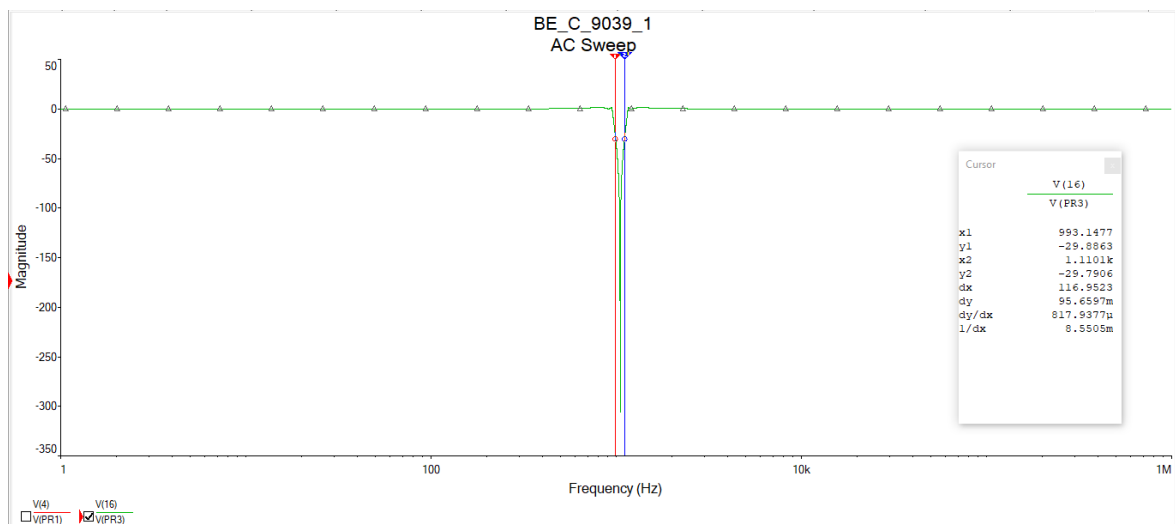
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ό,τι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Στις συχνότητες f_1 και f_2 θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές $a_{max} = 1.4\text{dB}$.

Παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται γιατί έχουμε 0.146 dB το οποίο είναι όντως μικρότερο από το 1.4 που θέλουμε.

Χρησιμοποιούμε στο ίδιο σχήμα άλλους δύο cursors για να εξάγουμε συμπεράσματα σχετικά με το a_{min} :



Στις συχνότητες f_3 και f_4 θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές $a_{min} = 24.8\text{dB}$.

Παρατηρούμε και εδώ ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται διότι έχουμε 29.88dB που είναι όντως μεγαλύτερη τιμή από τα ζητούμενα 24.8dB .

Και στα δύο παραπάνω σχήματα παρατηρεί κανείς ότι τηρείται η προδιαγραφή για κέρδος 0dB.

Επομένως, το φίλτρο τηρεί τις ζητούμενες προδιαγραφές.

Διέγερση με περιοδικό σήμα

Σε αυτό το σημείο της εργασίας , χρησιμοποιούμε ως είσοδο το σήμα

$$u_1 = 0.5 \cdot \cos((\omega_0 - ((\omega_0 - \omega_3) / 2)) \cdot t) + 0.8 \cdot \cos((\omega_0 + ((\omega_0 + \omega_3) / 3)) \cdot t) + 0.8 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_1 \cdot t) + 0.6 \cdot \cos(2.5 \cdot \omega_2 \cdot t) + 1.2 \cdot \cos(3 \cdot \omega_2 \cdot t)$$

Οι 5 συχνότητες που θα παρουσιάσει το σήμα αυτό είναι οι εξής:

$$f_{11} = 1.0216 \text{kHz}$$

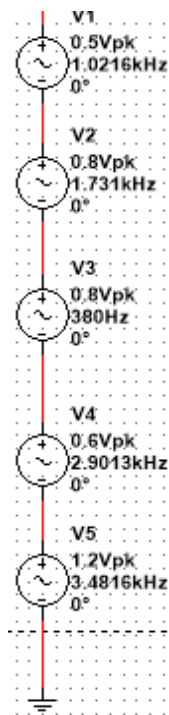
$$f_{12} = 1.731 \text{kHz}$$

$$f_{13} = 380 \text{Hz}$$

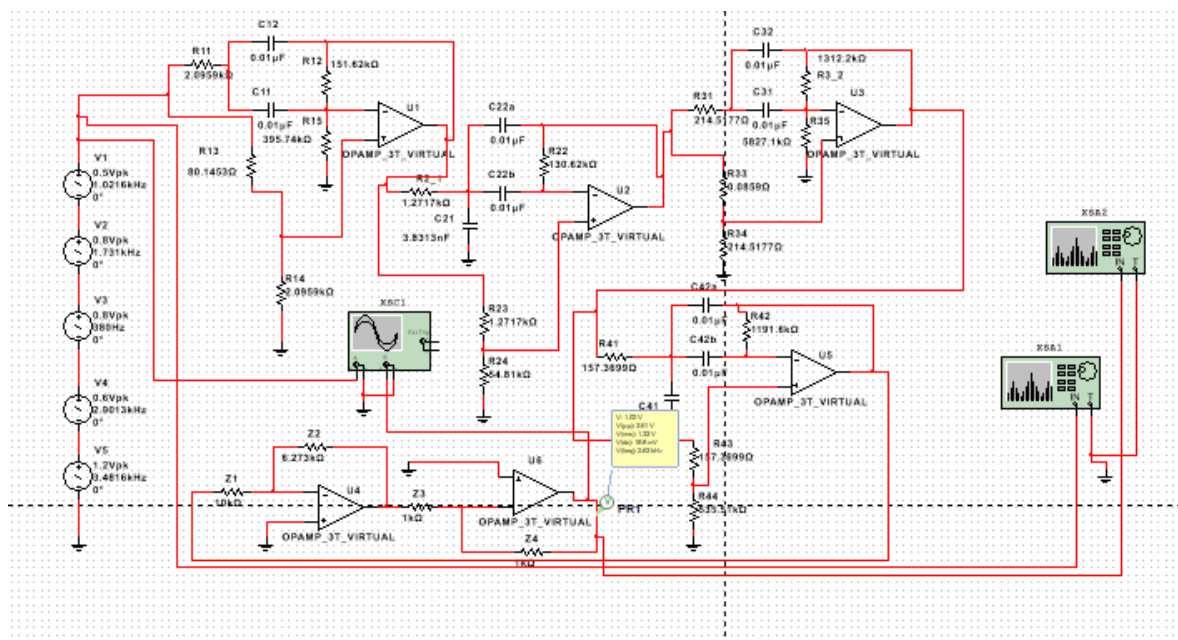
$$f_{14} = 2.9013 \text{kHz}$$

$$f_{15} = 3.4816 \text{kHz}$$

Για την δημιουργία του σήματος στο Multisim χρησιμοποιούμε 5 AC Voltage πηγές στην σειρά ,κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια συχνότητα, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

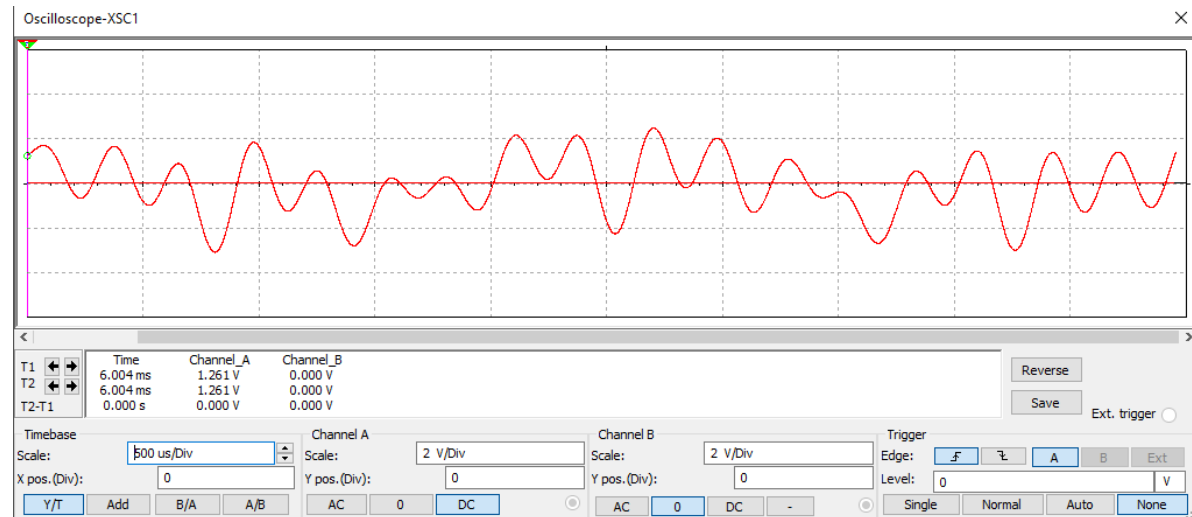


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Η συνδεσμολογία που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημάτων εισόδου και εξόδου(και των φασμάτων τους στη συνέχεια) είναι η παρακάτω:

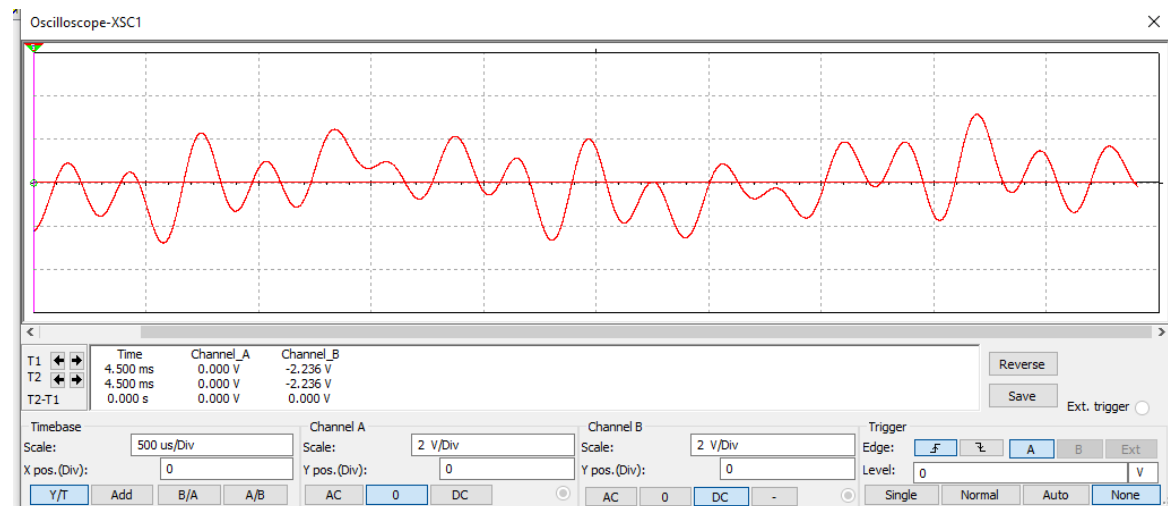


Τα σήματα που προκύπτουν είναι τόσο από Matlab όσο και από Multisim παρουσιάζονται παρακάτω:

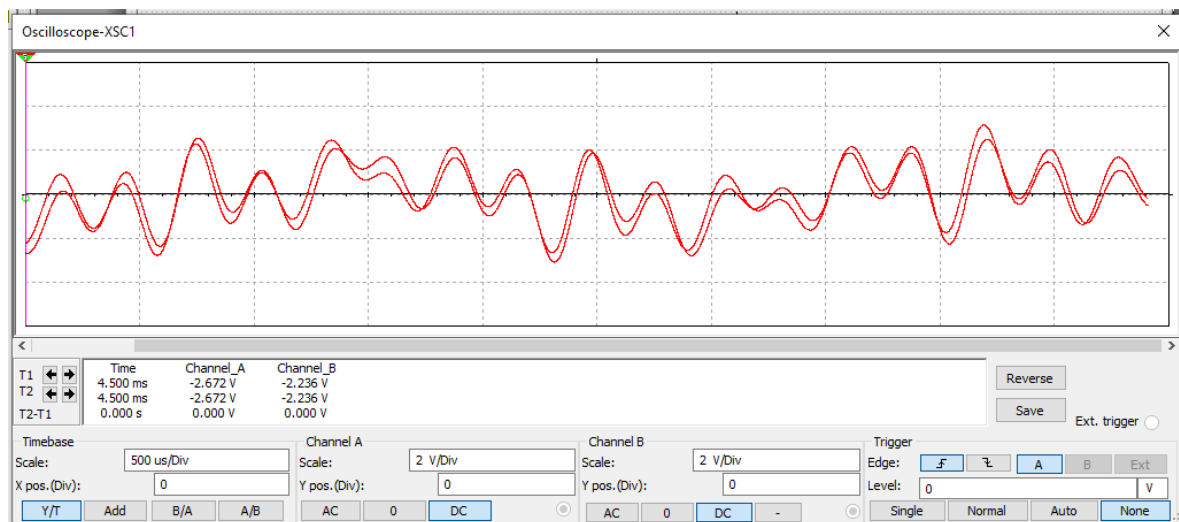
Σήμα εισόδου Multisim:



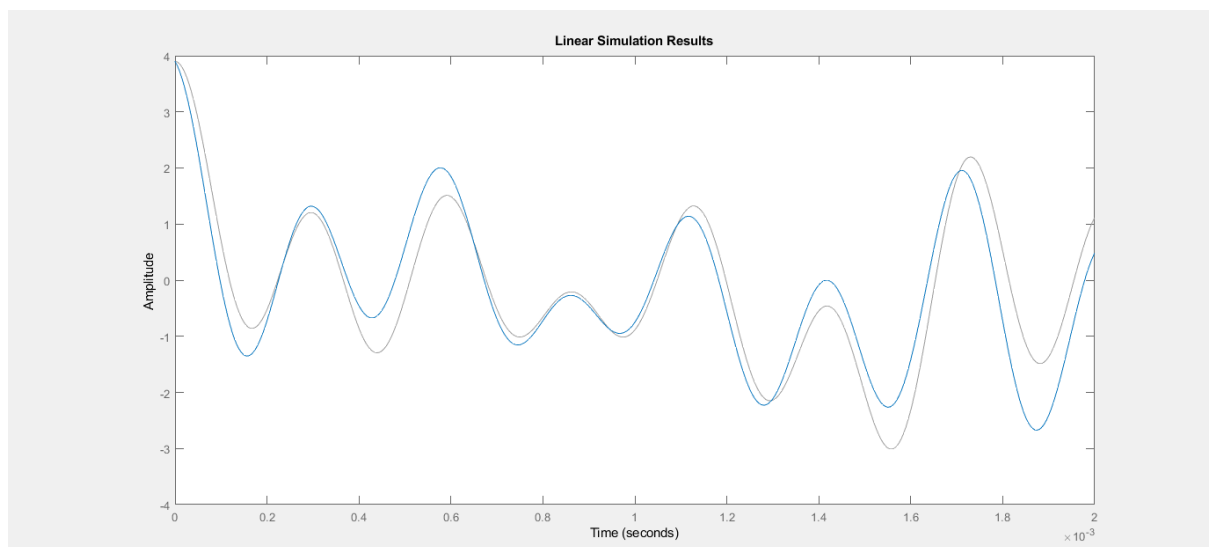
Σήμα εξόδου Multisim:



Απεικόνιση σήματος εισόδου και εξόδου μαζί Multisim:



Απεικόνιση σήματος εισόδου και εξόδου μαζί Matlab:



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου όπου φαίνεται ότι τα αποτελέσματα των αναλύσεων από Matlab και Multisim ταυτίζονται.

Και στα τρία σχήματα του Multisim φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 2V/Div , 500us/Div κτλ.).

Τηρείται όπως φαίνεται η προδιαγραφή για κέρδος 0dB.

Η μελέτη των φασμάτων στη συνέχεια θα μας δώσει περισσότερα στοιχεία.

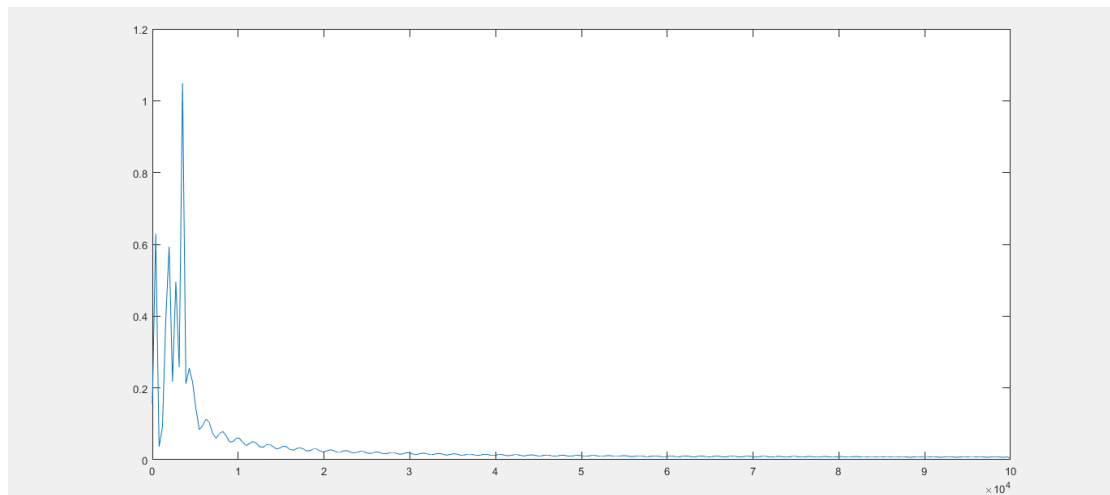
Σχεδίαση φασμάτων-Ανάλυση Fourier

Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

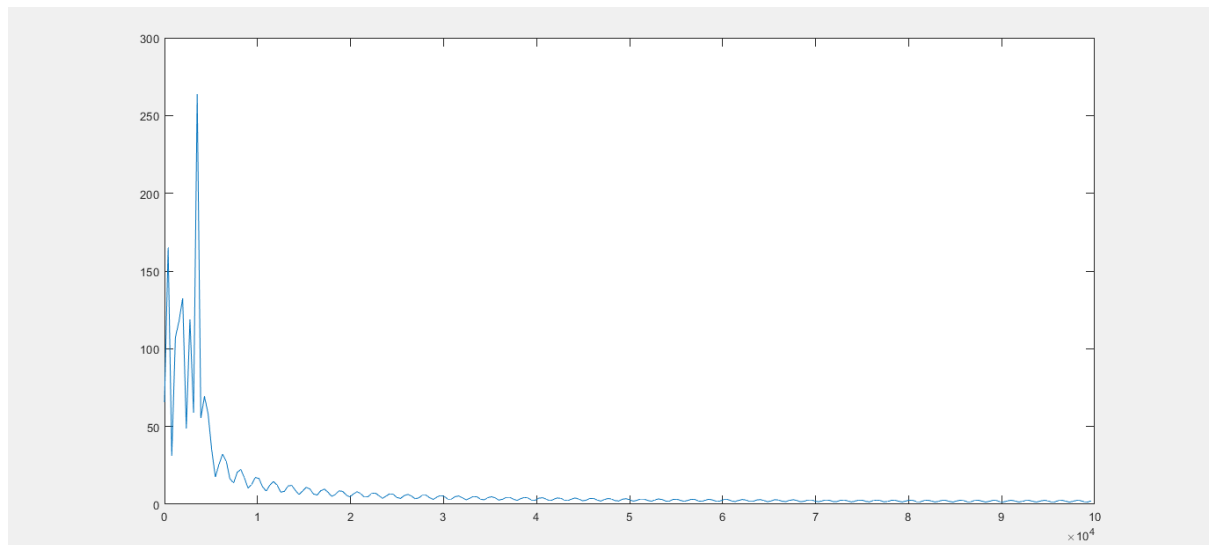
Στο Multisim για την δημιουργία των φασμάτων θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο Spectrum Analyser.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

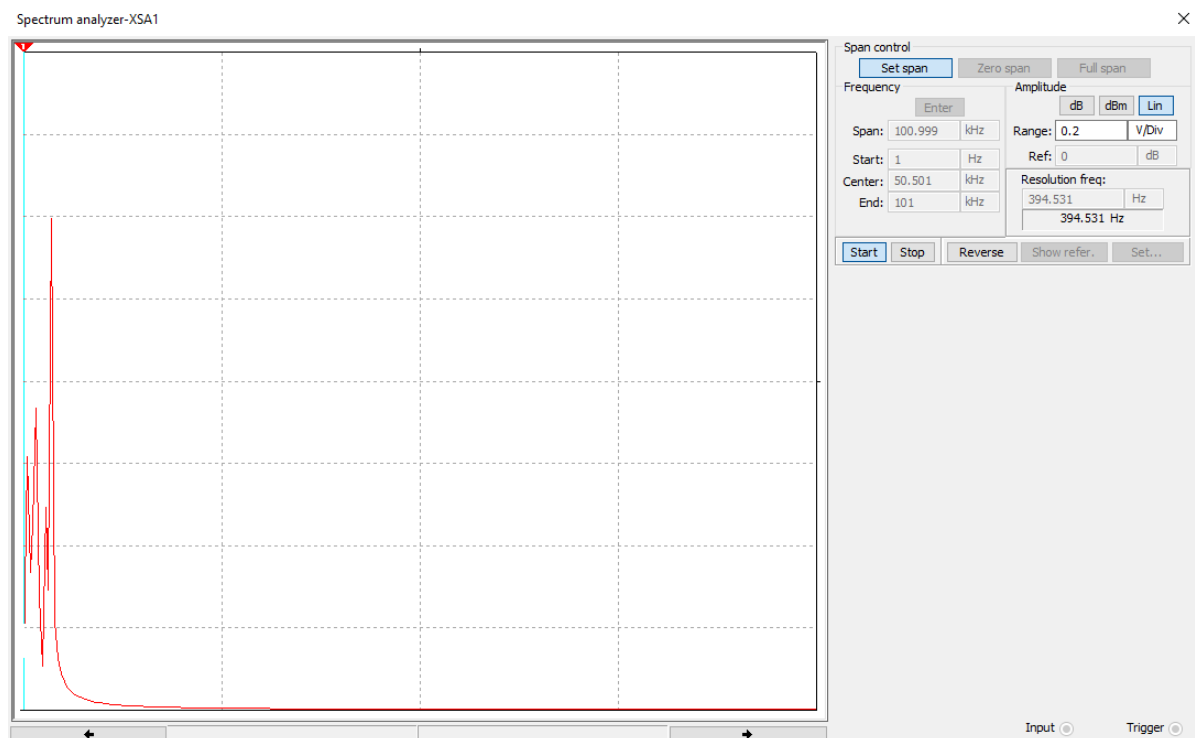
Φάσμα σήματος εισόδου Matlab:



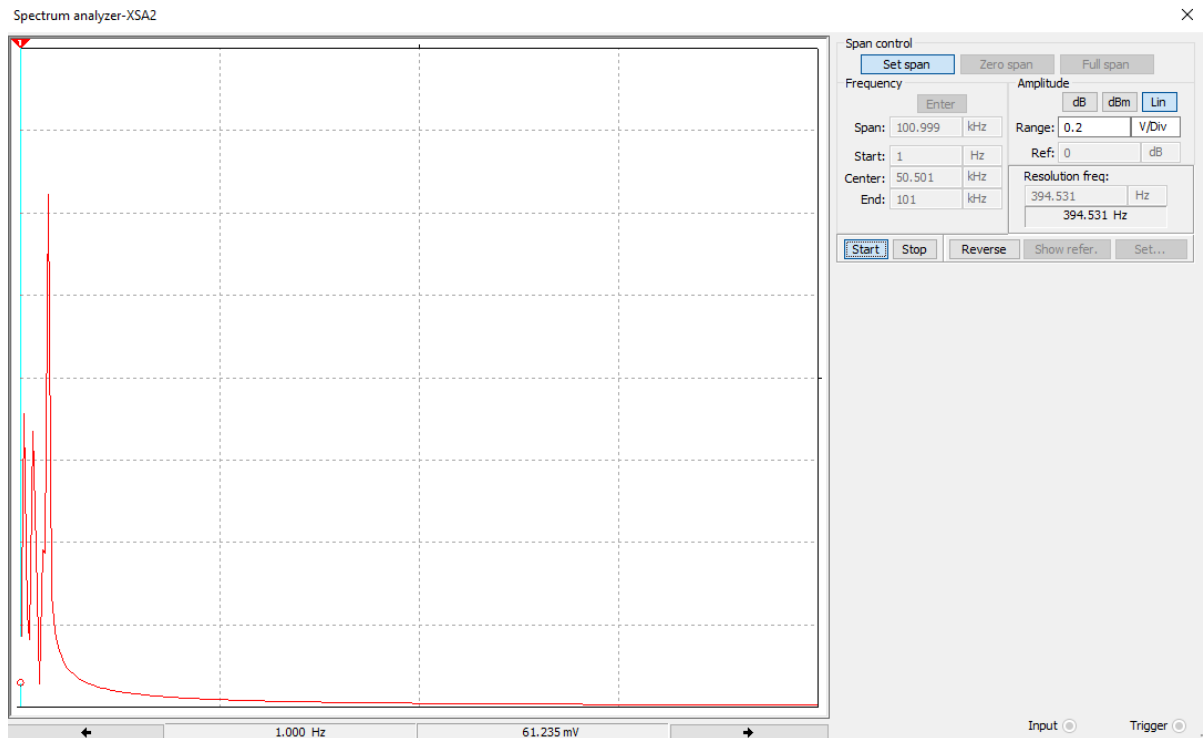
Φάσμα σήματος εξόδου Matlab:



Φάσμα σήματος εισόδου Multisim:



Φάσμα σήματος εξόδου Multisim:



Τα αποτελέσματα των αναλύσεων από Matlab και Multisim ταυτίζονται. Στο σήμα εισόδου παρατηρεί κανείς 5 ώσεις που αντιστοιχούν στις πέντε συχνότητες του σήματος εισόδου. Στο σήμα εξόδου παρατηρούμε λιγότερες ώσεις, στις συχνότητες που υπήρχαν στη ζώνη διέλευσης αντίστοιχα.

Επομένως, το φίλτρο λειτουργεί σωστά και ικανοποιεί τις ζητούμενες προδιαγραφές.