

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

*ΣΥΝΘΕΣΗ*  
*ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ*

**ΕΡΓΑΣΙΑ #1,#2,#3,#4**

**ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.**

**7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ**

**Όνομα : Παρδάλη Χριστίνα**

**A.E.M. : 9039**

**ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020**

## Περιεχόμενα

Περιεχόμενα.....	2
Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων .....	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου .....	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Ρύθμιση Κέρδους.....	8
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	10
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	14
Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων .....	23
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου .....	23
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	23
• Ρύθμιση Κέρδους.....	33
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	36
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	41
Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων .....	51
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου .....	51
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	51
• Ρύθμιση Κέρδους.....	60
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	63
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	68
Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων .....	78
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου .....	78
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	78
• Ρύθμιση Κέρδους.....	83
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	86
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	90

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

### ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_p = 3 \text{ KHz} \quad f_s = 6 \text{ KHz}$$

και

$$a_{\max} = 0.6 \text{ dB} \quad a_{\min} = 19.5 \text{ dB}$$

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

##### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\log \left[ \left( 10^{\left( \frac{a_{\min}}{10} \right)} - 1 \right) / \left( 10^{\left( \frac{a_{\max}}{10} \right)} - 1 \right) \right]}{2 \log \left( \frac{\omega_s}{\omega_p} \right)}$$

Θα μετατρέψουμε πρώτα τις συχνότητες  $f_p$  και  $f_s$  που δίνονται στην εκφώνηση στις αντίστοιχες κυκλικές άρα θα έχουμε :

$$\omega_p = 2\pi f_p = 18.850 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 2\pi f_s = 37.699 \text{ rad/sec}$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας στον τύπο προκύπτει η τιμή  $n=4.6082$ . Επειδή το  $n$  που προέκυψε δεν είναι μια ακέραια τιμή αλλά μια δεκαδική θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στην αμέσως μεγαλύτερη ακέραια. Δηλαδή ,

$$\underline{n=5}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο:

$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{\left[10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1\right]^{\frac{1}{2n}}}$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε  $\omega = \omega_s$ , δηλαδή οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής υπερκαλύπτονται.

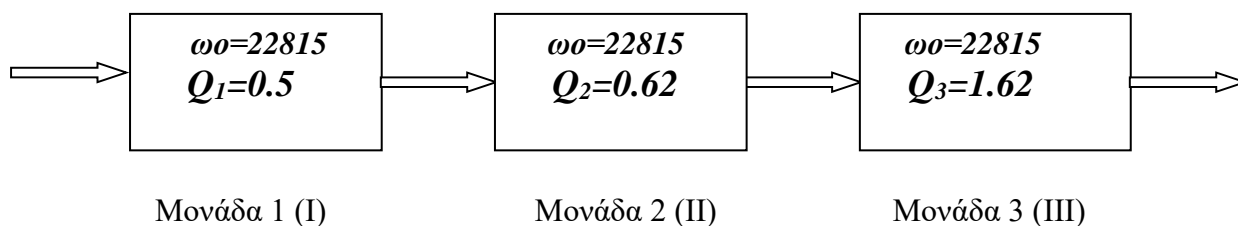
Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση στον τύπο θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος  $\omega_0$  είναι :

$$\omega_0 = 22815 \text{ rad/sec}$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς, οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών προκύπτουν από τις σημειώσεις του μαθήματος και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

$\psi_k$	Q	$p_k$
$0^\circ$	0.50	-1.0000
$\pm 36^\circ$	0.62	$0.8090 \pm j0.587$
$\pm 72^\circ$	1.62	$0.3090 \pm j0.950$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 3 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



## •Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά  $\omega_0=1\text{rad/s}$  και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες. Στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση την συχνότητα με  $k_f=\omega_0=22815\text{rad/s}$  έτσι ώστε στο τέλος να υπολογίσουμε τις τιμές των πραγματικών στοιχείων.

Η πρώτη (I) μονάδα του φίλτρου είναι ένα κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης , η υλοποίηση του οποίου φαίνεται παρακάτω. Η δεύτερη (II) και η τρίτη(III) μονάδα θα υλοποιηθούν με το κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key σύμφωνα με την στρατηγική 2. Ακολουθεί η ανάλυση της κάθε μονάδας του φίλτρου.

### ΜΟΝΑΔΑ 1 (I)

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης, δηλαδή ένα φίλτρο RC και η συνάρτηση μεταφοράς του έχει έναν πραγματικό πόλο στο  $-1$ .

$$T_1(s) = \frac{p_1}{s+p_1} \text{ όπου } p_1 = -\frac{1}{RC} = -1 \text{ και } \omega_0 = 1 \text{ rad/s}$$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος είναι λοιπόν  $R=C=1$  .

### Κλιμακοποίηση μονάδας 1 (I)

Εφόσον  $\omega_0 = 22815 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_f = \omega_0 = 22815 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01\mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$C_n = \frac{1}{k_f k_{m1}} = 10^{-8} \Rightarrow k_{m1} = \frac{1}{k_f \cdot 10^{-8}} = 4383$$

Επομένως, οι τιμές των καινούριων στοιχείων είναι  $C_{11} = C_n \cdot C = 0.01\mu\text{F}$  και  $R_{11} = R \cdot k_{m1} = 4383\Omega$ .

## **ΜΟΝΑΔΑ 2 (II)**

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key με βάση την στρατηγική 2. Στην στρατηγική αυτή έχουμε κέρδος ίσο με τη μονάδα και ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned}k_2 &= 1 \\R_{21} &= R_{22} = 1 \\C_{21} &= 2 \cdot Q_2 \\C_{22} &= \frac{1}{2 \cdot Q_2}\end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας, βρίσκουμε ότι  $C_{21} = 1.24F$  και  $C_{22} = 0.8065F$ .

## **Κλιμακοποίηση μονάδας 2 (II)**

Εφόσον  $\omega_0 = 22815 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_f = \omega_0 = 22815 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01\mu F$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m2} = \frac{C_{21}}{C_n \cdot k_f} = 5434.9$$

Επομένως, οι τιμές των πραγματικών στοιχείων είναι :

$$\begin{aligned}C_{21} &= C_n = 0.01\mu F \\C_{22} &= \frac{1}{k_f \cdot k_{m2}} \cdot C_{22} = 6.5036 \cdot 10^{-9} F \\R_{21} &= R_{21} = R_{21} \cdot k_{m2} = 5434.9 \Omega\end{aligned}$$

### **ΜΟΝΑΔΑ 3 (III)**

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key με βάση την στρατηγική 2. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ίδια με την μονάδα 2(II).

Στην στρατηγική αυτή έχουμε κέρδος ίσο με τη μονάδα και ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned}k_2 &= 1 \\R_{31} &= R_{32} = 1 \\C_{31} &= 2 \cdot Q_3 \\C_{32} &= \frac{1}{2 \cdot Q_3}\end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε ότι  $C_{31} = 3.24F$  και  $C_{32} = 0.3086F$

### **Κλιμακοποίηση μονάδας 3 (III)**

Εφόσον  $\omega_0 = 22815 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_f = \omega_0 = 22815 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01\mu F$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m3} = \frac{C_{31}}{C_n \cdot k_f} = 14201$$

Επομένως, οι τιμές των πραγματικών στοιχείων είναι :

$$\begin{aligned}C_{31} &= C_n = 0.01\mu F \\C_{32} &= \frac{1}{k_f \cdot k_{m3}} \cdot C_{32} = 9.526 \cdot 10^{-10} F \\R_{31} &= R_{31} = R_{31} \cdot k_{m3} = 14201\Omega\end{aligned}$$

## • Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 0dB.

Έχοντας υλοποιήσει τις τρεις μονάδες παρατηρούμε ότι στη συχνότητα  $\omega_0$  έχουν όλες κέρδος 1, δηλαδή 0dB. Επομένως, το συνολικό κύκλωμα δρα σαν φίλτρο και όχι σαν ενισχυτής. Δεν χρειάζεται λοιπόν να γίνει κάποια περαιτέρω ρύθμιση κέρδους.

## Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} = \frac{22815}{s + 22815}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα που είναι Sallen-Key η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_2}s + \omega_0^2} = \frac{22815^2}{s^2 + \frac{22815}{0.62}s + 22815^2} = \frac{5.2055 \cdot 10^8}{s^2 + 36799s + 5.2055 \cdot 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_3(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_2}s + \omega_0^2} = \frac{22815^2}{s^2 + \frac{22815}{1.62}s + 22815^2} = \frac{5.2055 \cdot 10^8}{s^2 + 14084s + 5.2055 \cdot 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου είναι:

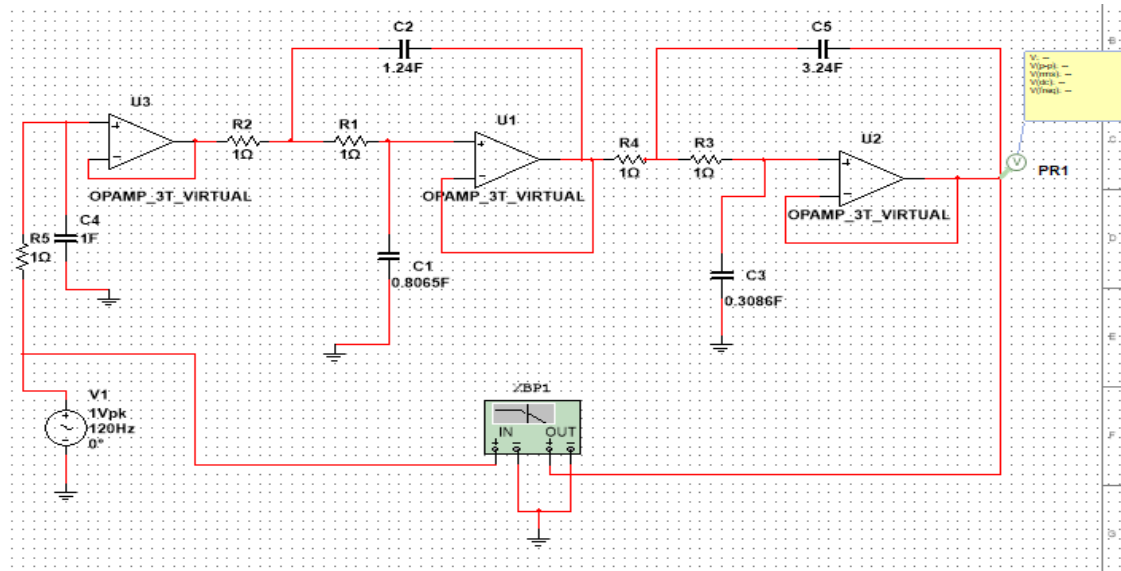
$$T_{LP}(s) = T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s)$$

$$T_{LP}(s) = \frac{6.1823 \cdot 10^{21}}{s^5 + 73698s^4 + 2.7203 \cdot 10^9s^3 + 6.2064 \cdot 10^{13}s^2 + 8.7528 \cdot 10^{17}s + 6.1823 \cdot 10^{21}}$$

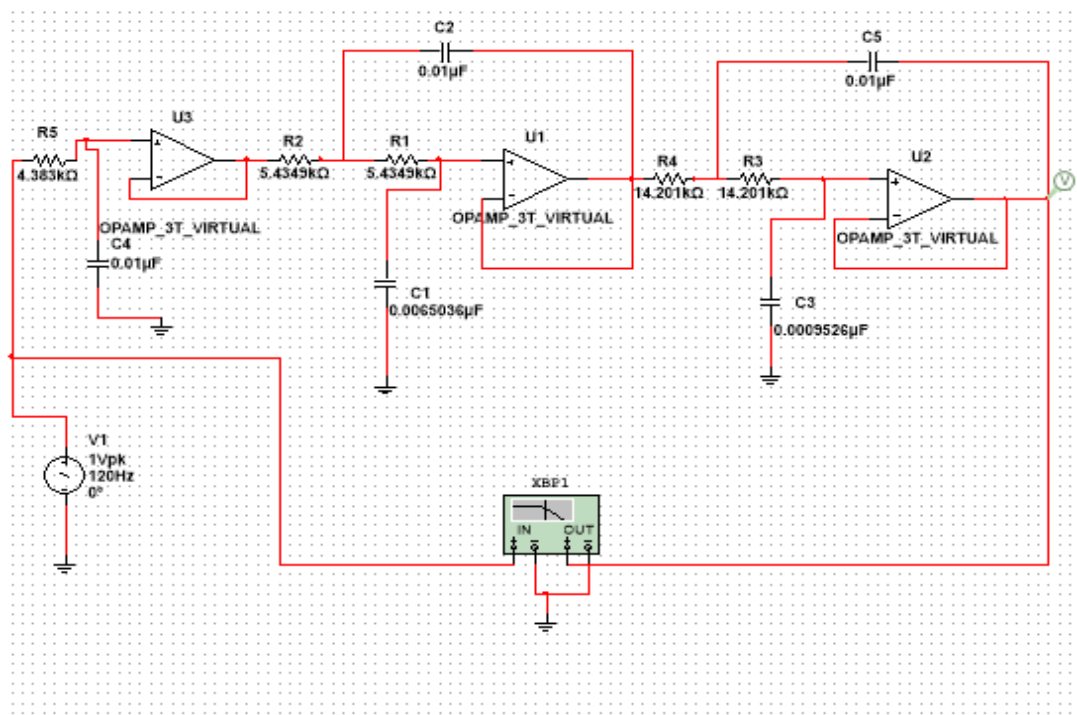
Δεν έχει τοποθετηθεί κάποιος συντελεστής k αφού δεν χρειάστηκε ρύθμιση κέρδους.



Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες.



Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



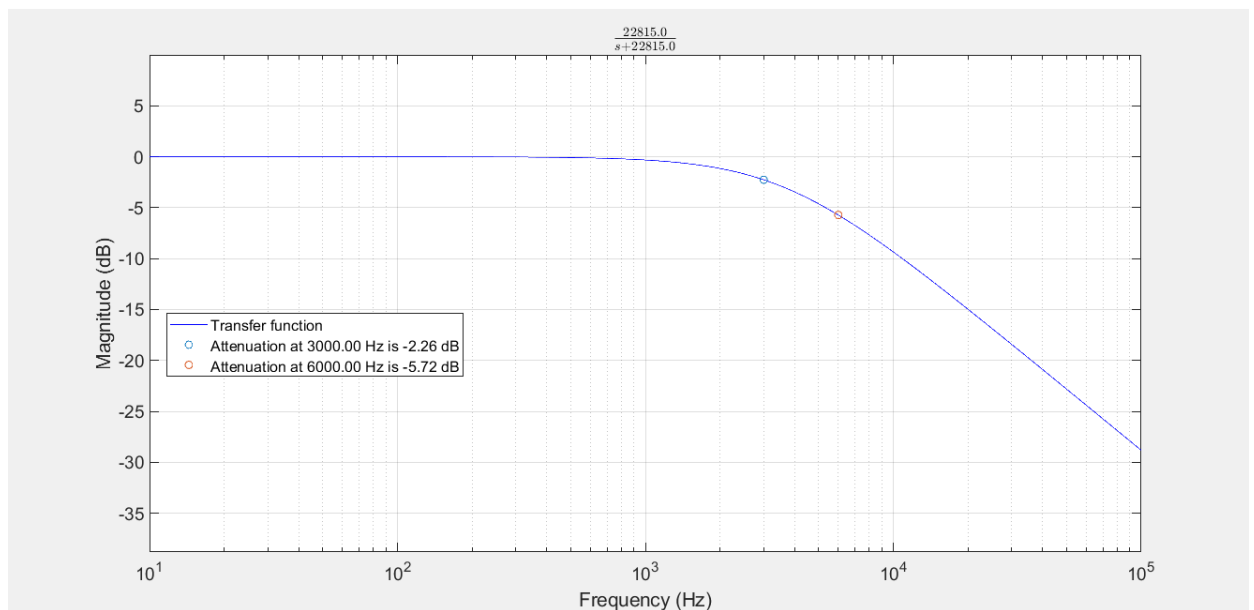
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

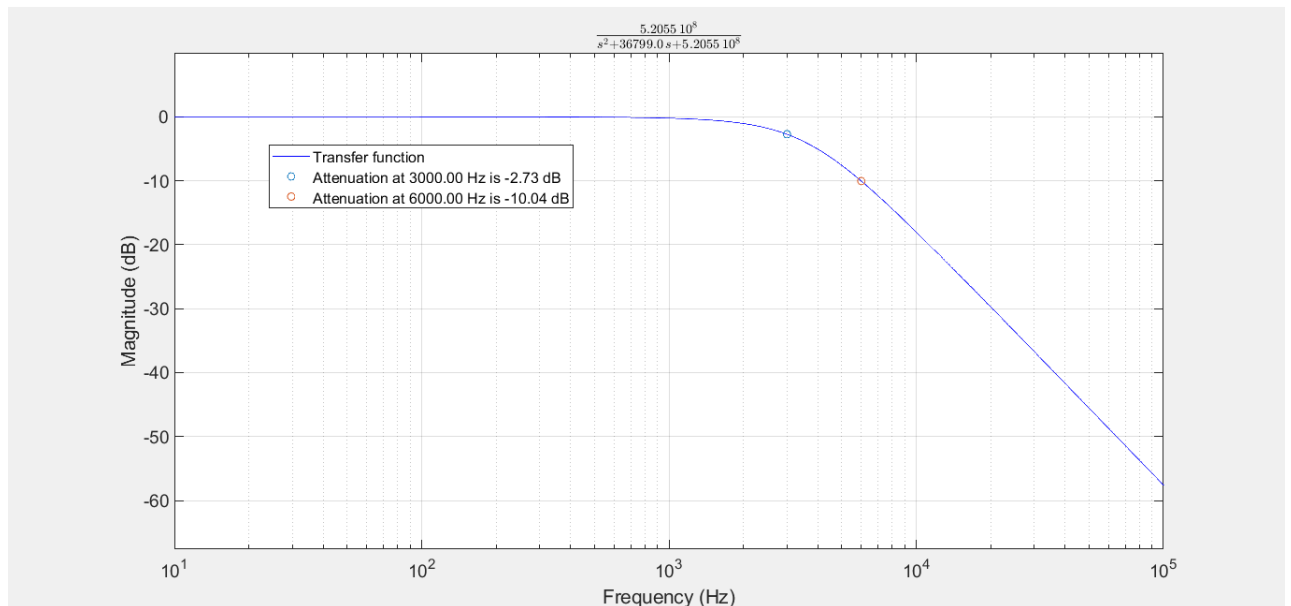
Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες.

Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

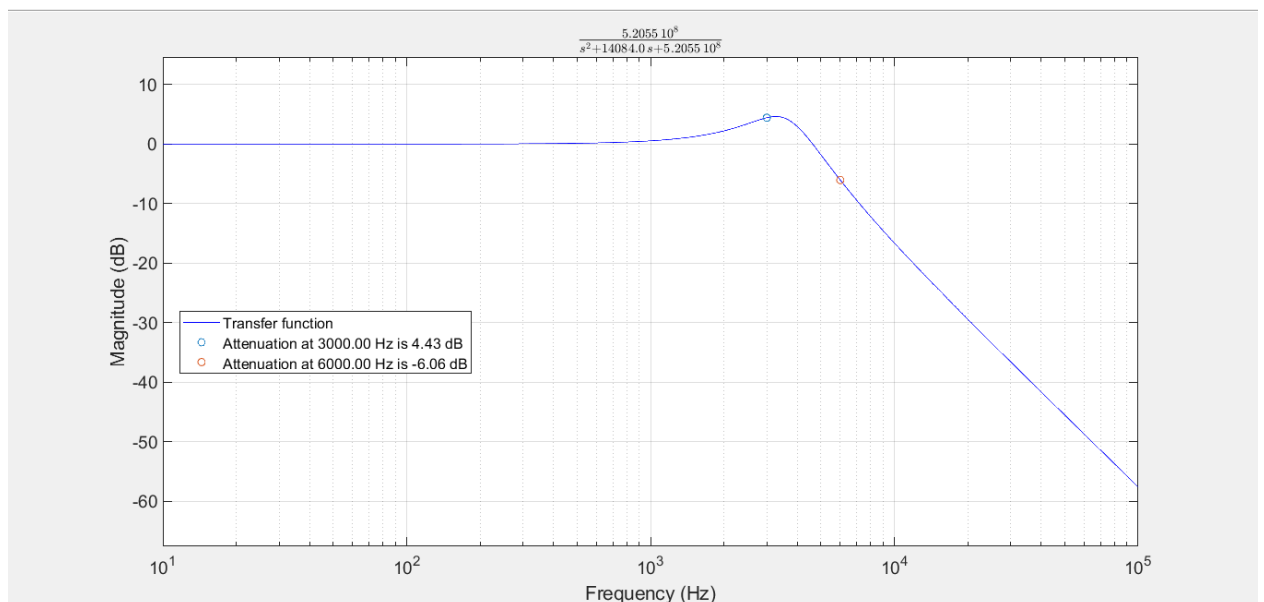
### 1<sup>η</sup> Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης



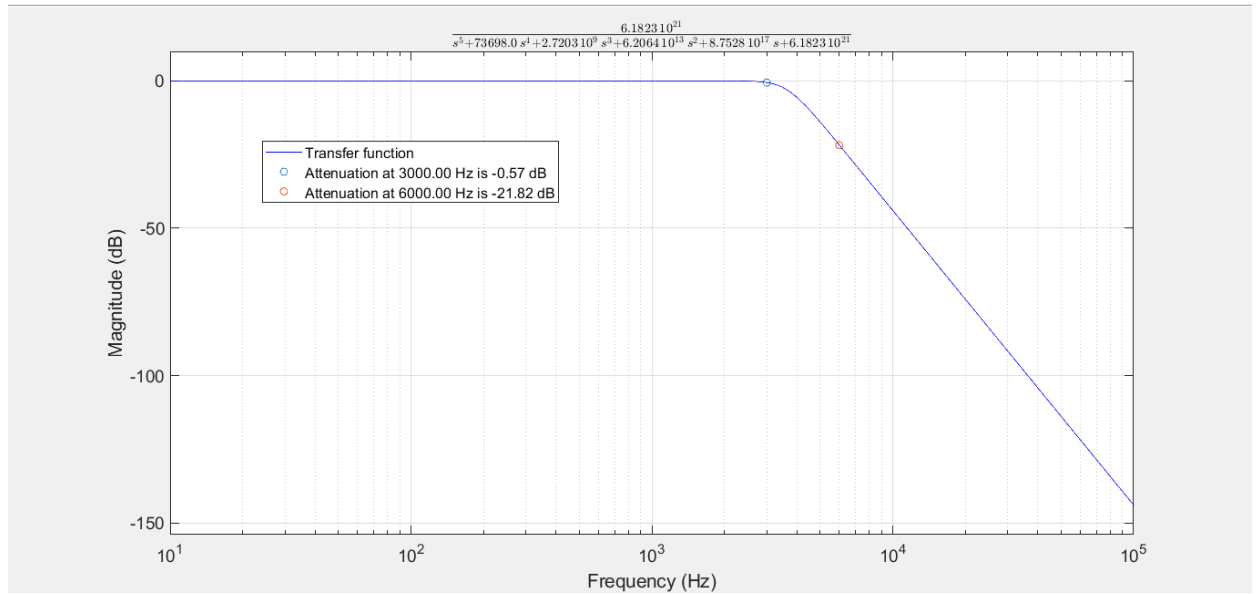
## 2<sup>η</sup> Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



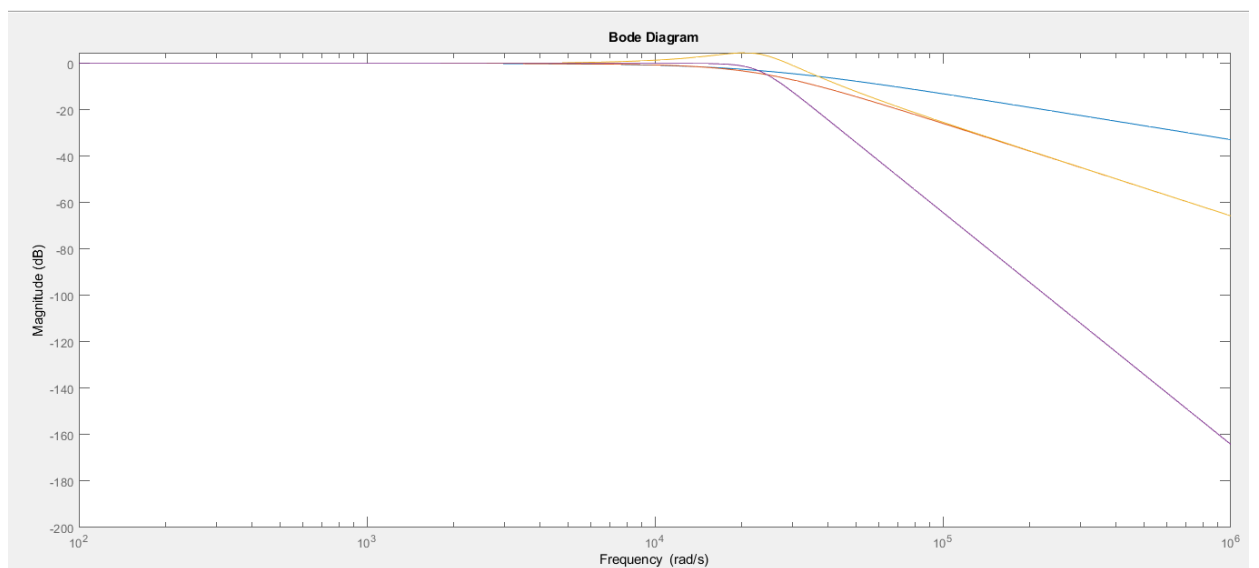
## 3<sup>η</sup> Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



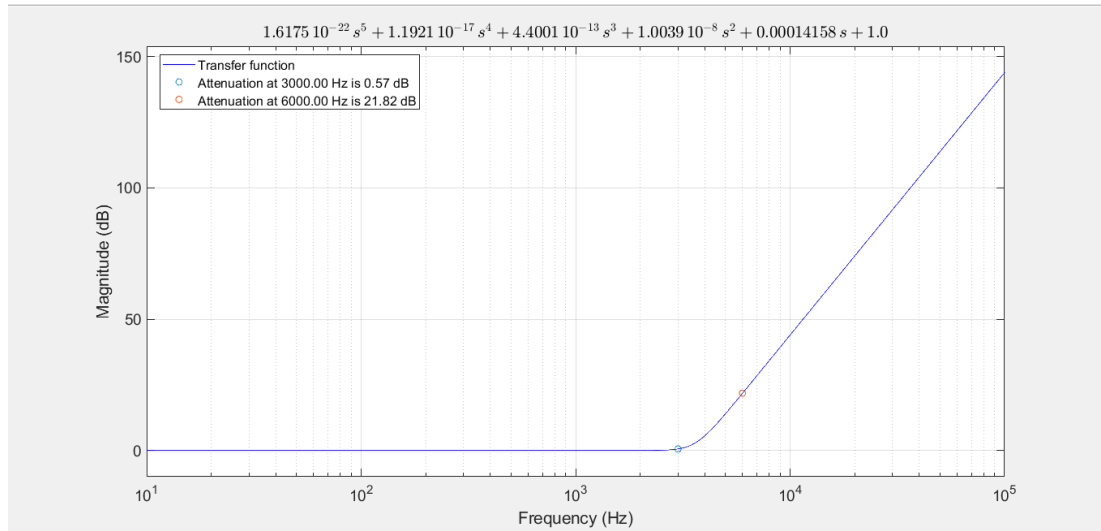
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode. Η  $T_1$  αντιστοιχεί στο γαλάζιο χρώμα, η  $T_2$  στο κόκκινο, η  $T_3$  στο πορτοκαλί και η συνολική  $T_{lp}$  του φίλτρου στο μωβ.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την  $f_p=3\text{kHz}$  και την  $f_s=6\text{kHz}$ , καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

Παρατηρούμε ότι η απόκριση στη συχνότητα  $f_p=3\text{kHz}$  είναι 0.57dB. Άρα τηρείται η προδιαγραφή του φίλτρου που θέλει  $a_{\max}=0.6\text{dB}$  αφού  $0.57 < 0.6$ .

Αντίστοιχα, στην συχνότητα  $f_s=6\text{kHz}$  η απόκριση είναι 21.82dB. Σύμφωνα με τις προδιαγραφές, εμείς επιθυμούμε  $a_{\min}=19.5\text{dB}$  άρα και πάλι καλύπτεται η προδιαγραφή αφού  $21.82 > 19.5$ .

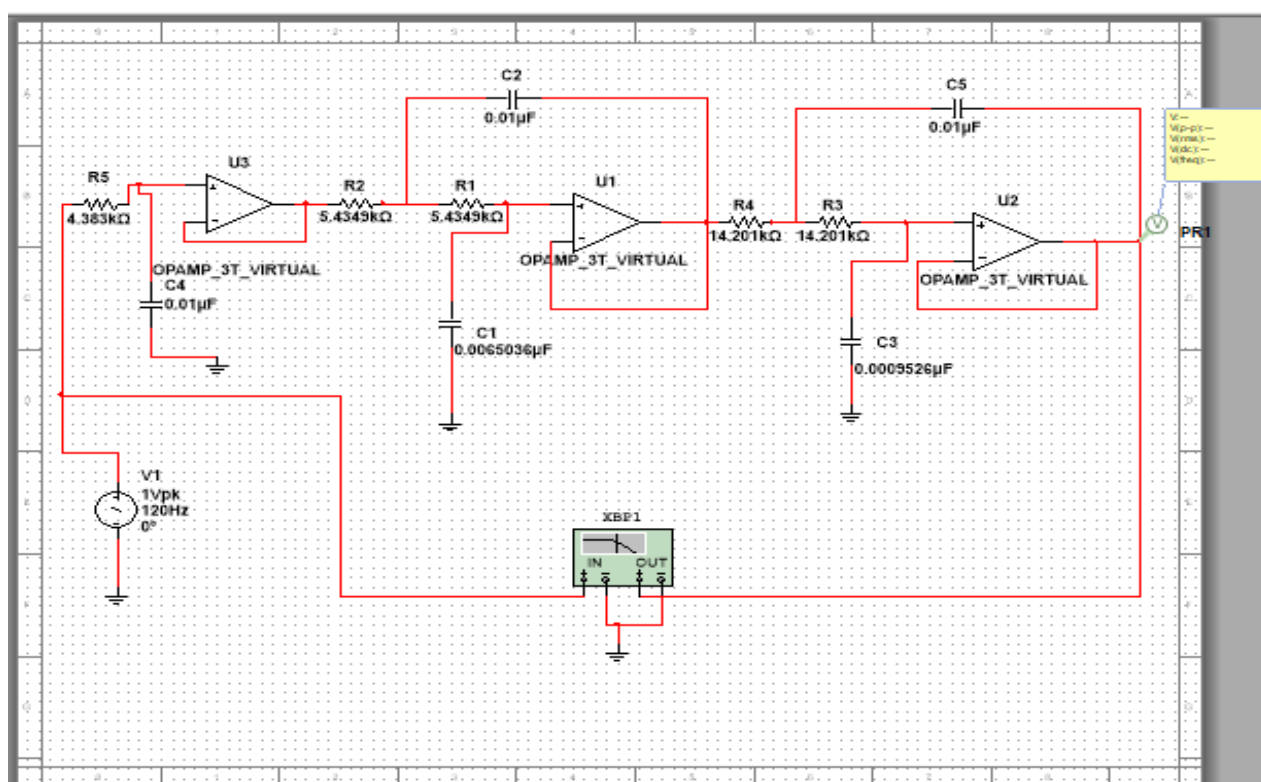
Επομένως, το φίλτρο ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

Εφόσον το κέρδος του φίλτρου είναι με βάση την παραπάνω ανάλυση 0 dB, δεν υπάρχει κάποιο άλλο διάγραμμα που να μας δίνει περισσότερες πληροφορίες.

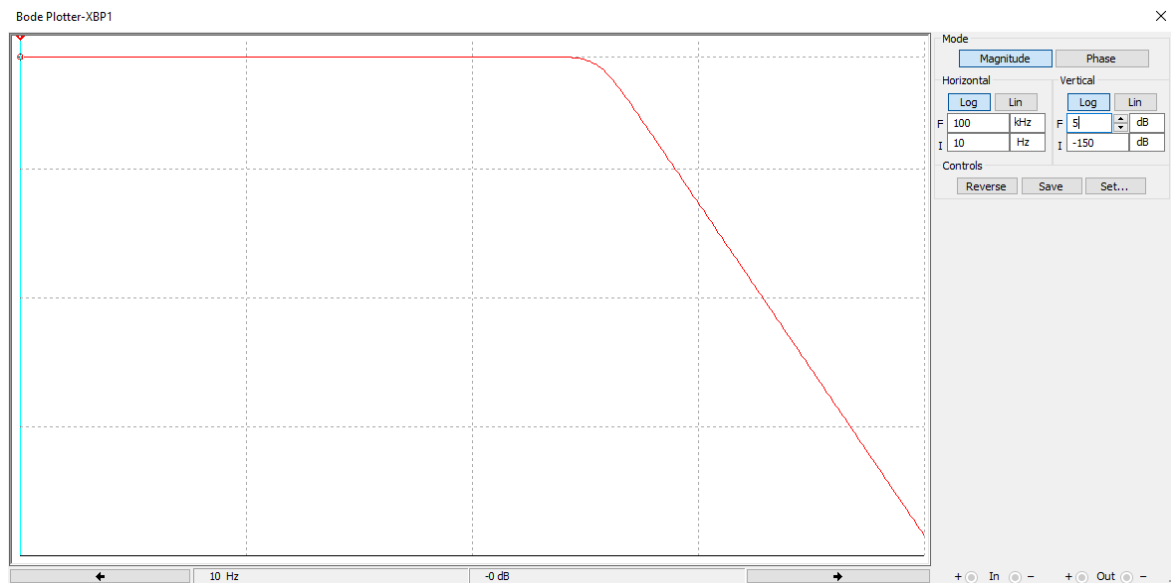
## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις τρεις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



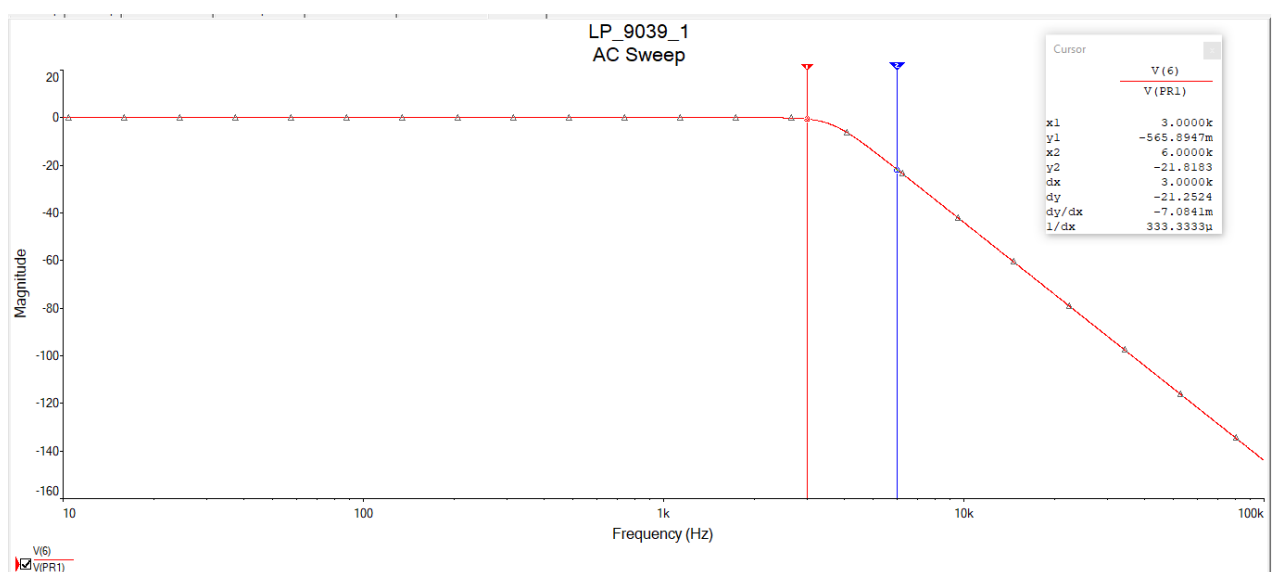
- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Έχουμε ρυθμίσει το εύρος συχνοτήτων στο ίδιο διάστημα που προέκυψε από το Matlab για να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων.  
Το διάγραμμα που προκύπτει επιβεβαιώνει την μορφή ενός χαμηλοπερατού φίλτρου Butterworth που έχει κέρδος 0dB.

Για αναλυτικότερη επαλήθευση τήρησης των προδιαγραφών θα χρησιμοποιήσουμε AC Analysis όπου με τους κέρσορες θα έχουμε την ακριβή τιμή των μεταβλητών.

Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ό,τι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Πραγματοποιούμε την ίδια ανάλυση με αυτή του Matlab για να επιβεβαιώσουμε την τήρηση των προδιαγραφών.

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή την  $f_p=3\text{kHz}$  και την  $f_s=6\text{kHz}$ , καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

Παρατηρούμε ότι η απόκριση στη συχνότητα  $f_p=3\text{kHz}$  είναι  $0.565\text{dB}$  .Άρα τηρείται η προδιαγραφή του φίλτρου που θέλει  $a_{\max}=0.6\text{dB}$  αφού  $0.565<0.6$ .

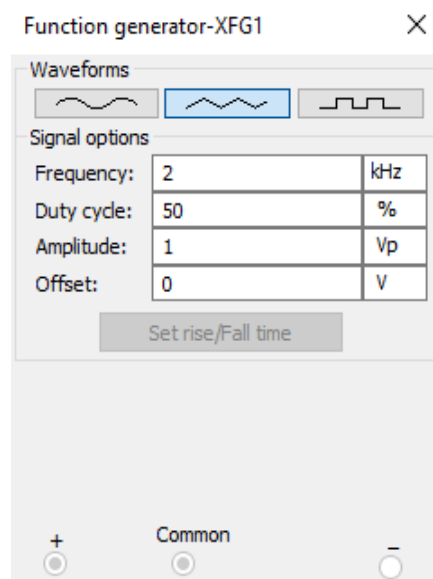
Αντίστοιχα, στην συχνότητα  $f_s=6\text{kHz}$  η απόκριση είναι  $21.81\text{dB}$ . Σύμφωνα με τις προδιαγραφές ,εμείς επιθυμούμε  $a_{\min}=19.5\text{dB}$  άρα και πάλι καλύπτεται η προδιαγραφή αφού  $21.81>19.5$ .

Επομένως, το φίλτρο ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί. Οι αποκλίσεις που υπάρχουν από τα αποτελέσματα του Matlab είναι πάρα πολύ μικρές και για αυτό θεωρούνται αμελητέες.

### Διέγερση με τριγωνικό σήμα

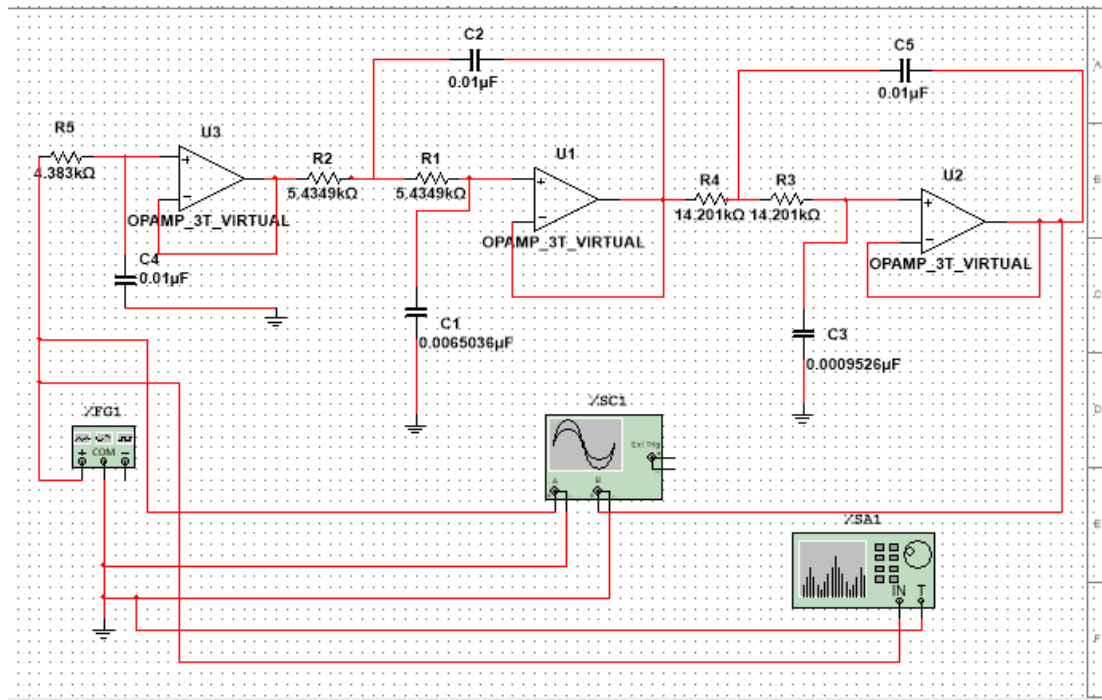
Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μια πηγή διέγερσης τριγωνικού περιοδικού σήματος με θεμελιώδη συχνότητα  $2\text{kHz}$ .

Για την δημιουργία του τριγωνικού σήματος χρησιμοποιούμε την επιλογή Function Generator με τα παρακάτω χαρακτηριστικά όπως φαίνεται στην εικόνα:



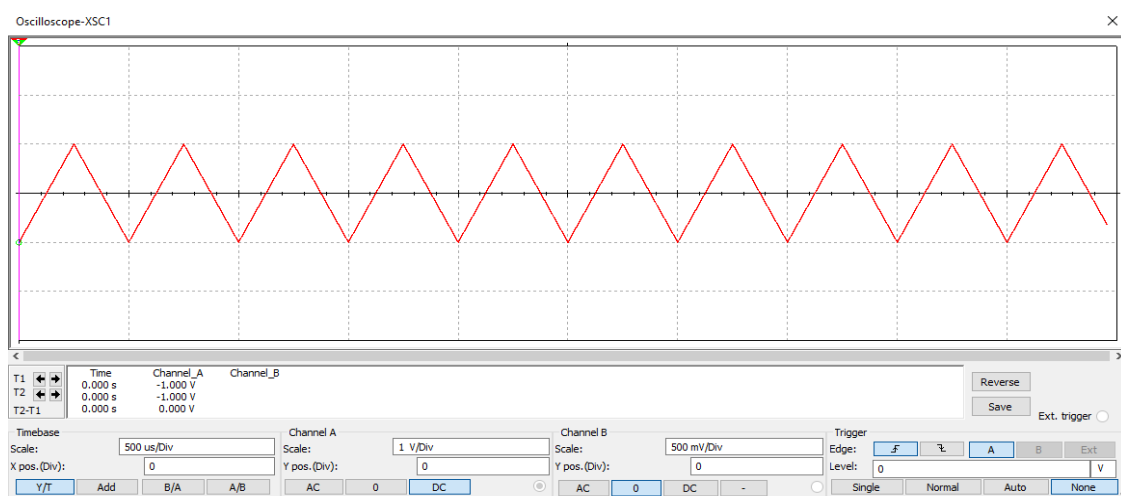


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Η συνδεσμολογία που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημάτων εισόδου και εξόδου είναι η παρακάτω:

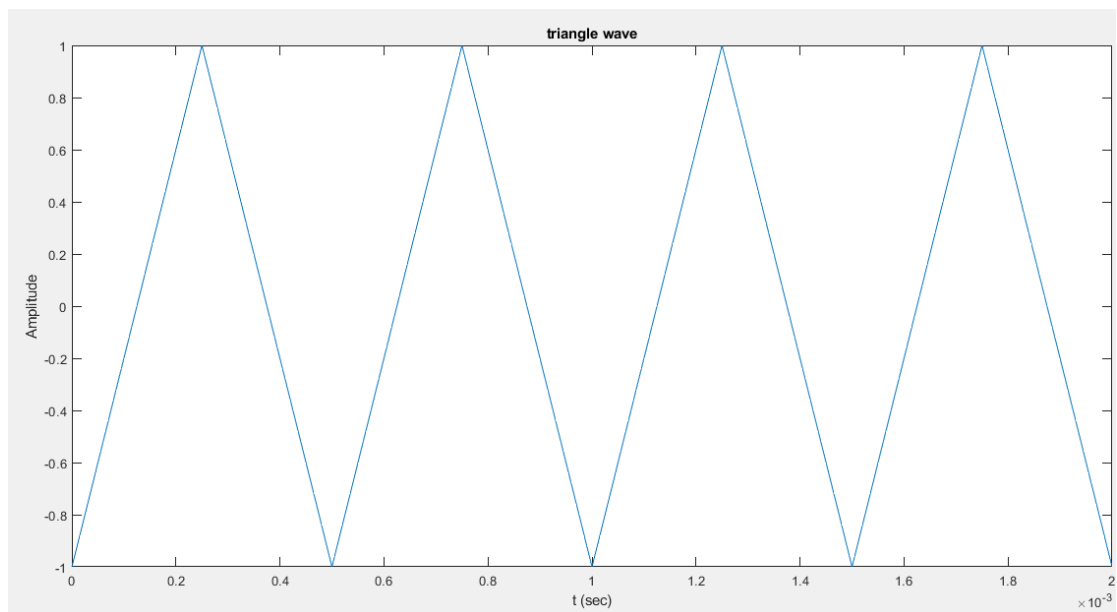


Τα σήματα που προκύπτουν είναι:

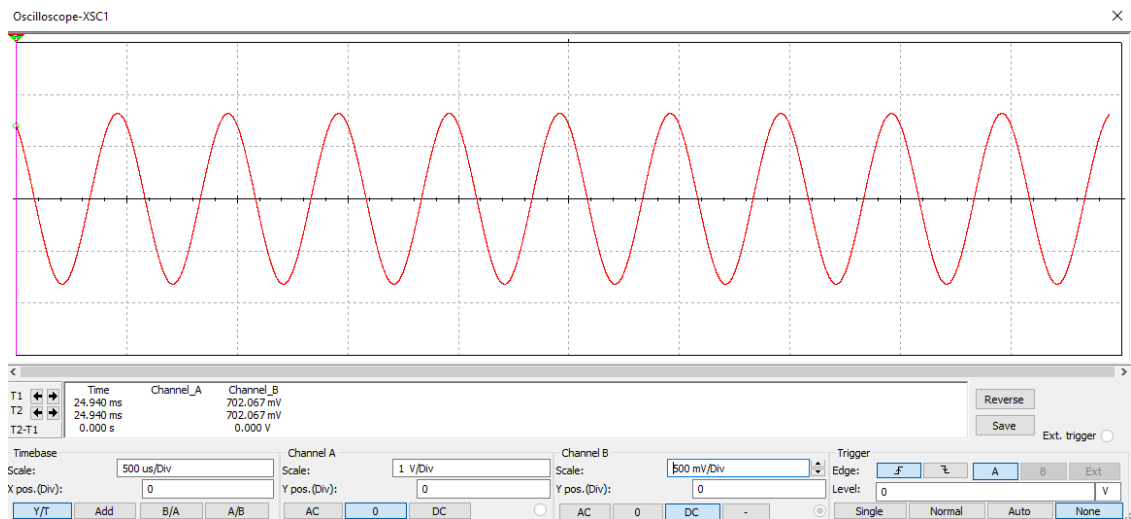
Σήμα εισόδου Multisim:



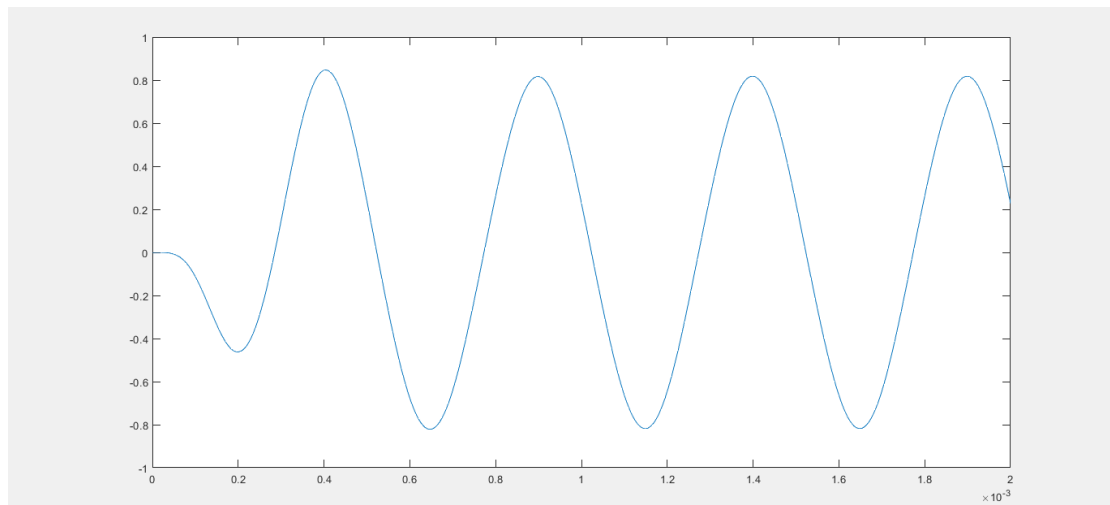
### Σήμα εισόδου Matlab:



### Σήμα εξόδου Multisim:



### Σήμα εξόδου Matlab:



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου όπου φαίνεται ότι τα αποτελέσματα των αναλύσεων από Matlab και Multisim ταυτίζονται.

Και στα τρία σχήματα του Multisim φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 1V/Div , 500us/Div ).

Τηρείται όπως φαίνεται η προδιαγραφή για κέρδος 0dB.

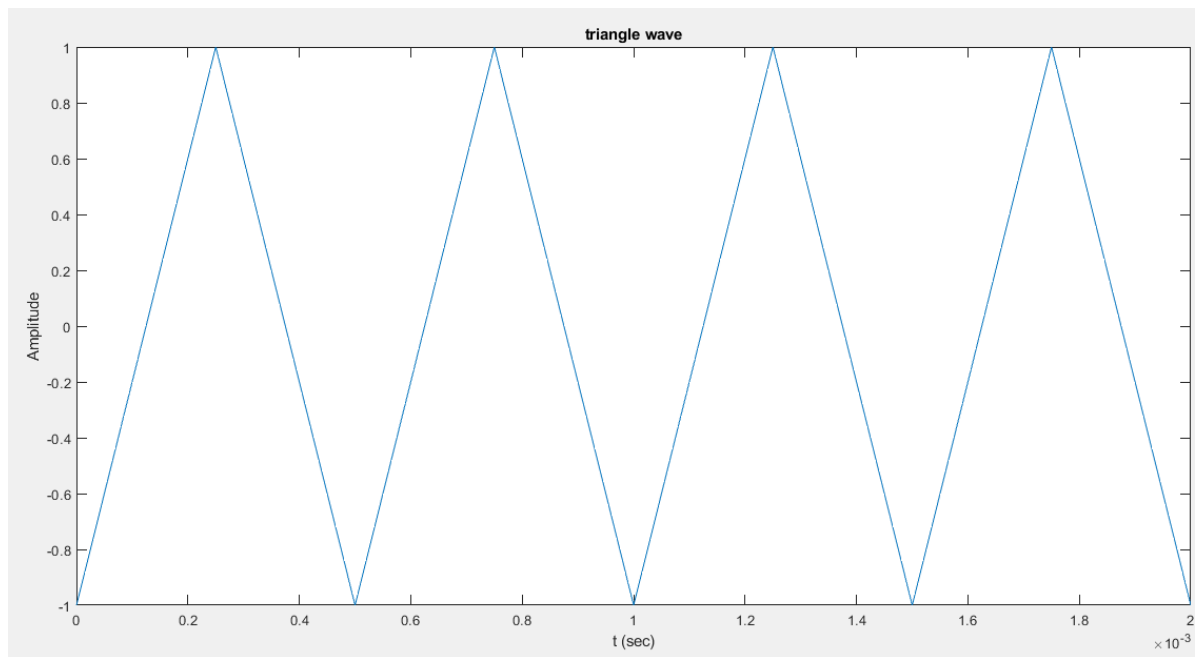
Η μελέτη των φασμάτων στη συνέχεια θα μας δώσει περισσότερα στοιχεία.

### Σχεδίαση φασμάτων-Ανάλυση Fourier

Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του κατωδιαβατού φίλτρου Butterworth. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

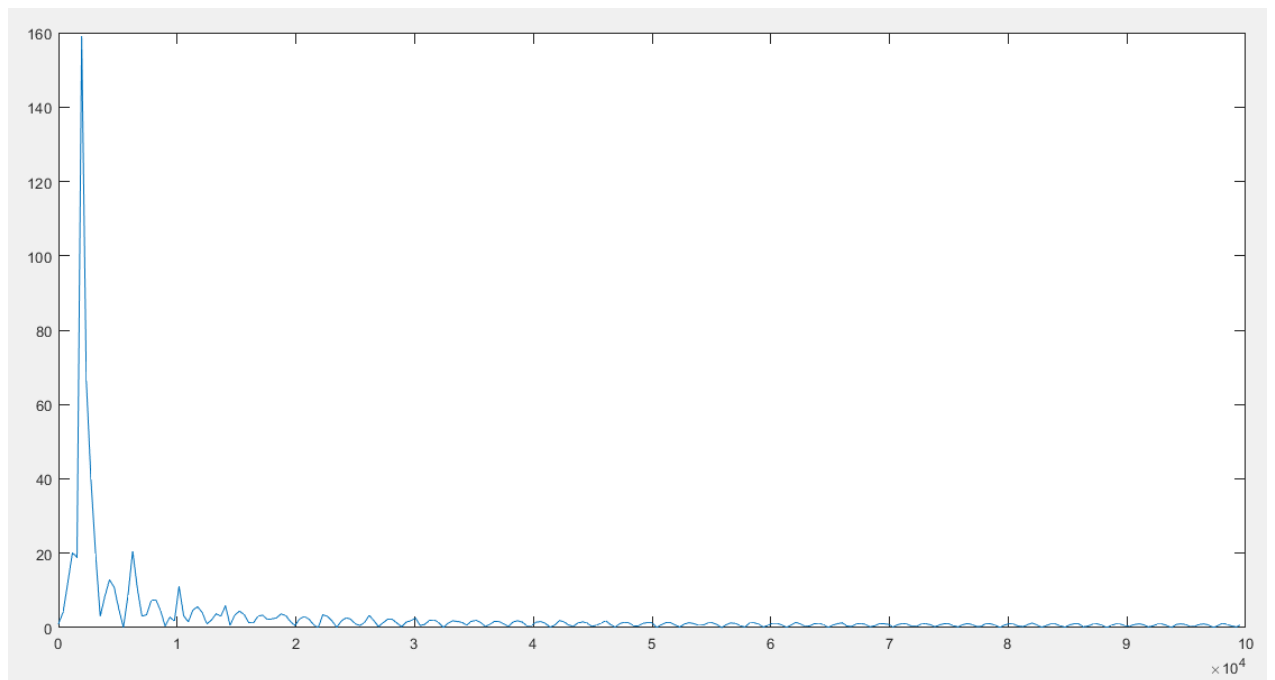
Στο Multisim για την δημιουργία των φασμάτων θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο Spectrum Analyser

Το τριγωνικό σήμα που δίνουμε ως είσοδο είναι στο πεδίο του χρόνου(ανάλυση Matlab):

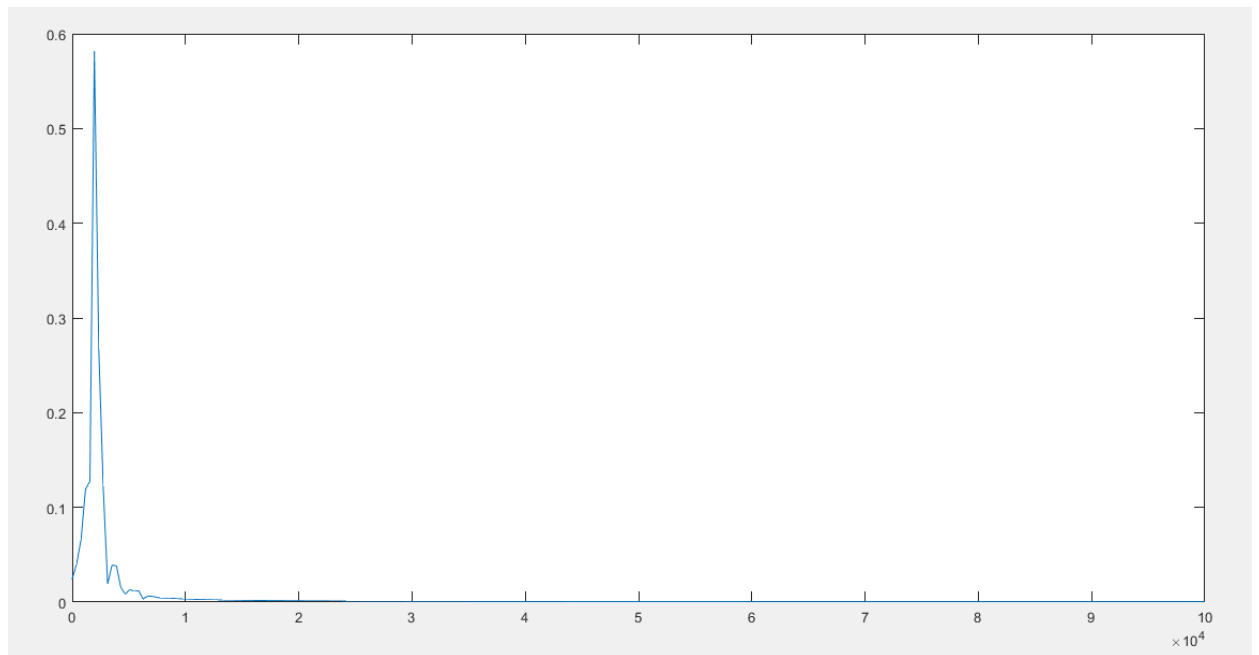


Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

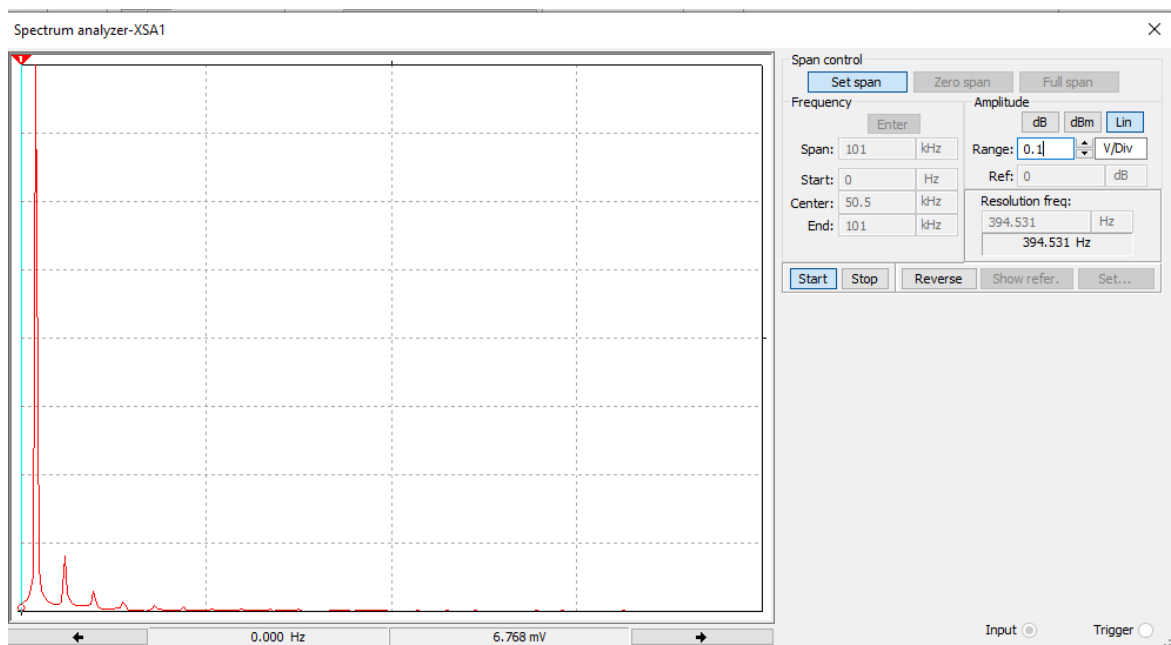
Φάσμα σήματος εισόδου Matlab:



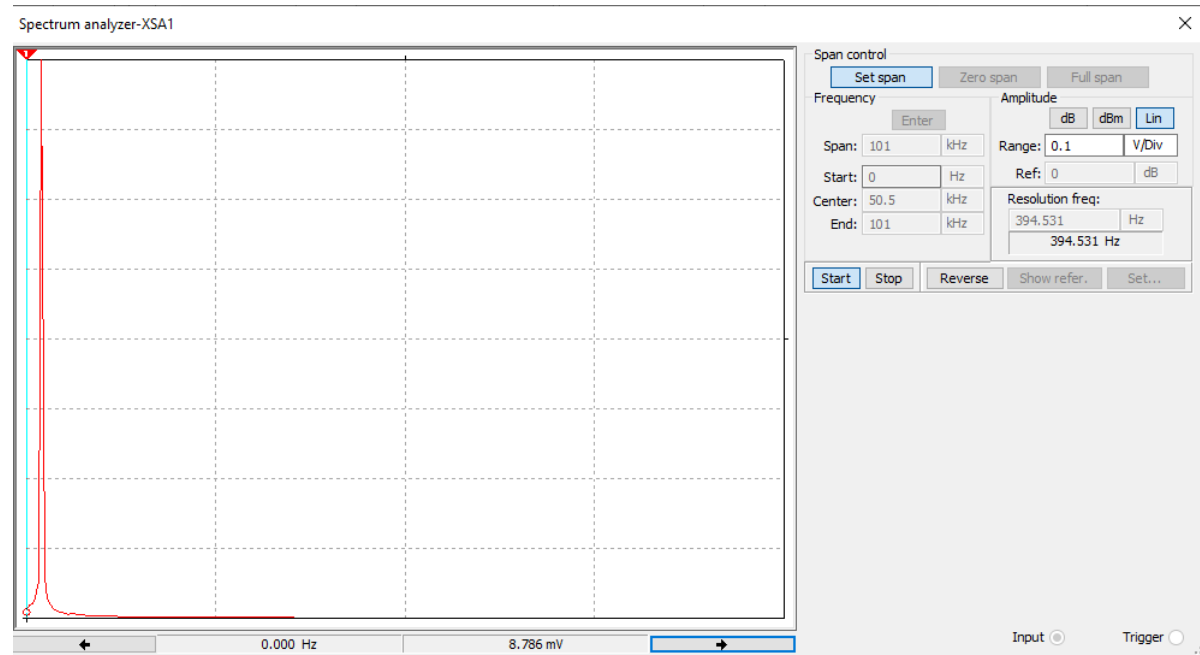
### Φάσμα σήματος εξόδου Matlab:



### Φάσμα σήματος εισόδου Multisim:



### Φάσμα σήματος εξόδου Multisim:



Παρατηρούμε ότι τόσο το Matlab όσο και το Multisim δίνουν τα ίδια φάσματα. Στο φάσμα εισόδου μπορεί να παρατηρήσει κανείς την ώση της θεμελιώδους συχνότητας 2kHz καθώς και κάποιες μικρότερες ώσεις. Στο φάσμα εξόδου παρατηρεί κανείς την λειτουργία του κατωδιαβατού φίλτρου καθώς μετά την συχνότητα αποκοπής που είναι τα 6 kHz δεν υπάρχουν ώσεις.

Το φίλτρο λοιπόν ικανοποιεί τις προδιαγραφές και από αυτή την πλευρά της ανάλυσης.

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

### ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

$$f_0 = 1000\text{Hz}$$

$$f_1 = 650 + (25 \cdot \alpha_4) = 875 \text{ Hz}$$

$$f_2 = (f_0^2) / f_1 = 1142.9 \text{ Hz}$$

$$D = 2.1 \cdot ((f_0^2 - f_1^2) / f_3) = 562.5$$

$$f_3 = (-D + \sqrt{(D^2 + 4 \cdot f_0^2)}) / 2 = 757.5481 \text{ Hz}$$

$$f_4 = (f_0^2) / f_3 = 1320 \text{ Hz}$$

και

$$a_{\min} = 35 - \alpha_3 = 32 \text{ dB}$$

$$a_{\max} = 0.4 + (\alpha_4/36) = 0.65 \text{ dB}$$

### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

#### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Υπολογίζουμε αρχικά τις κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 6283.2 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 5497.8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 7180.8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 4759.8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 8294.1 \text{ rad/s}$$

Σε πρώτο στάδιο θα πρέπει να υπολογίσουμε τις προδιαγραφές του πρότυπου χαμηλοπερατού φίλτρου οι οποίες είναι :

$$\Omega_p = 1$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.1$$

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} [(10^{a_{min}/10} - 1) - (10^{a_{max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.8523$$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος αριθμός αλλά μια δεκαδική τιμή θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί προς τα πάνω. Δηλαδή προκύπτει ότι :

$$\underline{n = 4}$$

Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε τις σταθερές ε και α καθώς και τη συχνότητα ημίσειας ισχύος :

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}} = 0.0251 \quad \text{και} \quad \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) = 1.0943$$

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh \left( \frac{1}{n} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \right)} = 0.6021$$

Σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος επειδή η τάξη του φίλτρου είναι n=4 οι γωνίες Butterworth είναι  $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$ .

Οι πόλοι του φίλτρου Chebyshev προκύπτουν από τους παρακάτω τύπους σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος στο κεφάλαιο 9:

$$p_k = -\sinh(a) \cdot \cos(\psi_k) \pm j \cosh(a) \cdot \sin(\psi_k)$$



Με αντικατάσταση των τιμών προκύπτει ότι οι πόλοι του συστήματος είναι:

$$p_{1,2} = -1.2252 \pm 0.6356j$$

$$p_{3,4} = -0.5075 \pm 1.5345j$$

Από τους πόλους προκύπτει ότι :

$$\Omega_{01,2} = \sqrt{(\text{real}(p_{1,2}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{1,2}))^{1/2}} = 1.3802$$

$$\Omega_{03,4} = \sqrt{(\text{real}(p_{3,4}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{3,4}))^{1/2}} = 1.6162$$

Υπολογίζουμε τώρα τα Q των πόλων:

$$Q_{1,2} = \frac{\Omega_{01,2}}{2 \cdot |\text{real}(p_{1,2})|} = 0.5633$$

$$Q_{3,4} = \frac{\Omega_{03,4}}{2 \cdot |\text{real}(p_{3,4})|} = 1.5924$$

Με βάση τις τιμές που υπολογίσαμε παραπάνω προκύπτει ο παρακάτω συγκεντρωτικός πίνακας:

$\psi_k$	Q	$p_k$
$\pm 22.5^\circ$	0.5633	$-1.2252 \pm 0.6356j$
$\pm 67.5^\circ$	1.5924	$-0.5075 \pm 1.5345j$

Σε επόμενο στάδιο οι πόλοι της απόκρισης ICH προκύπτουν δια αντιστροφής των πόλων της απόκρισης CH ως εξής:

$$\widetilde{\Omega}_{01,2} = \frac{1}{\Omega_{01,2}} = 0.7245$$

$$\widetilde{\Omega}_{03,4} = \frac{1}{\Omega_{03,4}} = 0.6187$$

Στη συνέχεια, κλιμακοποιούμε για να βρεθούμε στο πεδίο συχνοτήτων της απόκρισης CH :

$$\widetilde{\Omega}_{01,2} = \widetilde{\Omega}_{01,2} \cdot \Omega_s = 1.5215$$

$$\widetilde{\Omega}_{03,4} = \widetilde{\Omega}_{03,4} \cdot \Omega_s = 1.2993$$

Η θέση των πόλων λοιπόν είναι:

$$\hat{\Sigma}_{1,2} = - \frac{\widetilde{\Omega}_{01,2}}{2 \cdot Q_{1,2}} = - 1.3506$$

$$\hat{\Omega}_{1,2} = \sqrt{\widetilde{\Omega}_{01,2}^2 - \hat{\Sigma}_{1,2}^2} = 0.7006$$

Άρα έχουμε :

$$p_{1,2} = -1.3506 \pm 0.7006j$$

Για το δεύτερο ζευγάρι πόλων αντίστοιχα:

$$\hat{\Sigma}_{3,4} = \frac{\widetilde{\Omega}_{03,4}}{2 \cdot Q_{3,4}} = - 0.408$$

$$\hat{\Omega}_{3,4} = \sqrt{\widetilde{\Omega}_{03,4}^2 - \hat{\Sigma}_{3,4}^2} = 1.2336$$

Άρα έχουμε :

$$p_{3,4} = - 0.408 \pm 1.2336 j$$

Η θέση των μηδενικών βρίσκεται ως εξής:

$$\omega_k = \sec\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \text{ για } k= 1, 3$$

Άρα, τα μηδενικά είναι :

$$\widetilde{\Omega}_{z1,2} = 1.0824$$

$$\widetilde{\Omega}_{z3,4} = 2.6131$$

Κλιμακοποιούμε τα μηδενικά:

$$\widetilde{\Omega}_{z1,2} = \widetilde{\Omega}_{z1,2} \cdot \Omega_s = 2.273$$

$$\widetilde{\Omega_{z3,4}} = \widetilde{\Omega_{z3,4}} \cdot \Omega_s = 5.4876$$

Επόμενο βήμα είναι να εφαρμόσουμε τον ζωνοδιαβατό μετασχηματισμό στους πόλους και τα μηδενικά που μόλις βρήκαμε. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος Geffe.

Πριν την εφαρμογή του αλγορίθμου υπολογίζουμε δύο απαραίτητα μεγέθη, το bandwidth και τον συντελεστή ποιότητας:

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 1683$$

$$qc = \frac{\omega_0}{bw} = 3.7733$$

### **Εφαρμογή αλγορίθμου Geffe**

#### **1. Μετασχηματισμός 1<sup>ου</sup> μιγαδικού πόλου $p_{1,2} = -1.3506 \pm 0.7006j$**

$$C_1 = \hat{\Sigma}_{1,2}^2 + \hat{\Omega}_{1,2}^2 = 2.3149$$

$$D_1 = (-2 \cdot \hat{\Sigma}_{1,2}) / qc = 0.7235$$

$$E_1 = 4 + (C_1 / (qc^2)) = 4.1661$$

$$G_1 = \sqrt{E_1^2 + 4 \cdot (D_1^2)} = 3.9067$$

$$Q_{1,2} = (1/D_1) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) (E_1 + G_1)} = 2.7769$$

$$k_1 = (-\hat{\Sigma}_{1,2} \cdot Q_{1,2}) / (qc) = 1.0045$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{k_1^2 - 1} = 1.0999$$

$$\omega_{01} = (1/W_1) \cdot \omega_0 = 5712.3 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{02} = W_1 \cdot \omega_0 = 6911.1 \text{ rad/s}$$

Από το μετασχηματισμό αυτό προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο 0.

#### **2. Μετασχηματισμός 2<sup>ου</sup> μιγαδικού πόλου $p_{3,4} = -0.408 \pm 1.2336j$**

$$C_2 = \hat{\Sigma}_{3,4}^2 + \hat{\Omega}_{3,4}^2 = 1.6883$$

$$D_2 = (-2 \cdot \hat{\Sigma}_{3,4}) / qc = 0.2186$$

$$E_2 = 4 + (C_2 / (qc^2)) = 4.1211$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 + 4 \cdot (D_2^2)} = 4.0979$$

$$Q_{3,4} = (1/D_2) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) (E_2 + G_2)} = 9.2751$$

$$k_2 = (-\hat{\Sigma}_{3,4} \cdot Q_{3,4}) / (qc) = 1.0136$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1} = 1.1791$$

$$\omega_{03} = (1/W_2) \cdot \omega_0 = 5329 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{04} = W_2 \cdot \omega_0 = 7408.2 \text{ rad/s}$$

Από το μετασχηματισμό αυτό προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο 0 .

### **3. Μετασχηματισμός 1<sup>ου</sup> φανταστικού μηδενικού**

$$K_{zero1} = 2 + ((\widetilde{\Omega}_{z1,2})^2 / q_c^2) = 2.3707$$

$$x_1 = (K_{zero1} + \sqrt{K_{zero1}^2 - 4}) / 2 = 1.8218$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \cdot \sqrt{x_1} = 8480.6 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{z2} = \omega_0 / \sqrt{x_1} = 4655.1 \text{ rad/s}$$

Από το μετασχηματισμό αυτό προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο 0 .

### **4. Μετασχηματισμός 2<sup>ου</sup> φανταστικού μηδενικού**

$$K_{zero2} = 2 + ((\widetilde{\Omega}_{z3,4})^2 / q_c^2) = 4.1606$$

$$x_2 = (K_{zero2} + \sqrt{K_{zero2}^2 - 4}) / 2 = 3.9044$$

$$\omega_{z3} = \omega_0 \cdot \sqrt{x_2} = 12415 \text{ rad/s}$$

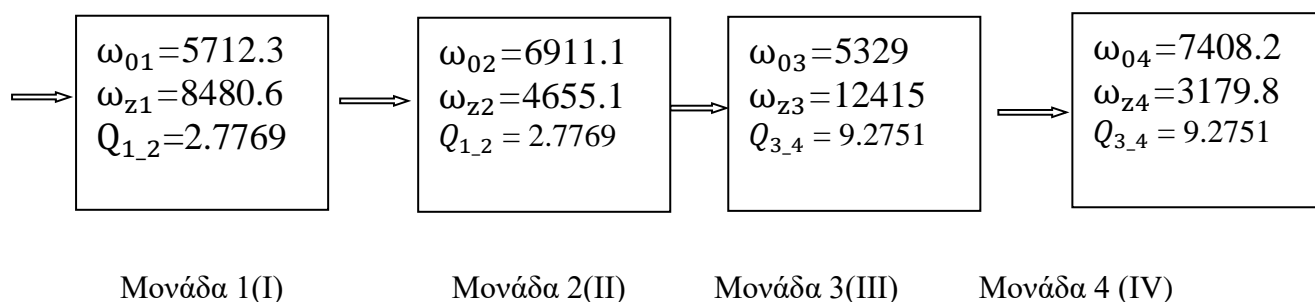
$$\omega_{z4} = \omega_0 / \sqrt{x_2} = 3179.8 \text{ rad/s}$$

Από το μετασχηματισμό αυτό προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο 0 .

Έχοντας ολοκληρώσει τους μετασχηματισμούς πρέπει να χωρίσουμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοδιαβατής απόκρισης.

Συνολικά , θα έχουμε 4 μονάδες, 2 μονάδες LPN( $\omega_0 < \omega_z$ ) και 2 μονάδες HPN( $\omega_0 > \omega_z$ ).

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 4 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



### •Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά  $\omega_0=1\text{rad/s}$  και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες. Στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση έτσι ώστε στο τέλος να υπολογίσουμε τις τιμές των πραγματικών στοιχείων.

Για την υλοποίηση των μονάδων 1(I) και 3(III) χρησιμοποιούμε LPN κύκλωμα όπως αυτό ορίζεται στο κεφάλαιο 7 των σημειώσεων και συγκεκριμένα στο σχήμα 7.23 .

Ομοίως, για την υλοποίηση των μονάδων 2 (II) και 4 (IV) χρησιμοποιούμε HPN κύκλωμα όπως αυτό ορίζεται στο κεφάλαιο 7 των σημειώσεων και συγκεκριμένα στο σχήμα 7.21 .

### **ΜΟΝΑΔΑ 1(I)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN**

$$\omega_{z01} = \omega_{z1} / \omega_{01} = 1.4846$$

$$R_{11} = 1 \Omega$$

$$R_{12} = 4 \cdot (Q_{1-2}^2) = 30.8436 \Omega$$

$$R_{13} = \omega_{z01}^2 / (2 \cdot Q_{1-2}^2) = 0.1429 \Omega$$

$$R_{14} = 1 \Omega$$

$$R_{15} = (4 \cdot Q_{1-2}^2) / (\omega_{z01}^2 - 1) = 25.6157 \Omega$$

$$C_{1\_lpn} = 1 / (2 \cdot Q_{1-2}) = 0.1801 \text{ F}$$

Το κέρδος της μονάδας είναι:

$$k_{1\_lpn} = 1 / (1 + (\omega_{z01}^2 / (2 \cdot Q_{1-2}^2))) = 0.875$$

### **Κλιμακοποίηση μονάδας (I)**

Εφόσον  $\omega_{01} = 5712.3 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f1} = \omega_{01} = 5712.3 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης τα πραγματικά στοιχεία προκύπτουν ως εξής:

$$k_{m1} = C_{1\_lpn} / (C_n \cdot k_{f1}) = 315.2131$$

$$R_{11new} = R_{11} \cdot k_{m1} = 315.2131 \Omega$$

$$R_{12new} = R_{12} \cdot k_{m1} = 9722.3 \Omega$$

$$R_{13new} = R_{13} \cdot k_{m1} = 45.0503 \Omega$$

$$R_{14new} = R_{14} \cdot k_{m1} = 315.2131 \Omega$$

$$R_{15new} = R_{15} \cdot k_{m1} = 8074.4 \Omega$$

### **ΜΟΝΑΔΑ 2(II)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN**

$$\omega_{z02} = \omega_{z2} / \omega_{02} = 0.6736$$

$$R_{21} = 1 \Omega$$

$$R_{23} = 1 \Omega$$

$$k_{21} = \frac{1}{\omega_{z02}^2} - 1 = 1.2041$$

$$k_{22} = \frac{(2+k_{21})^2 \cdot Q_{1-2}^2}{((2+k_{21})^2 \cdot Q_{1-2}^2) + 1} = 0.9875$$

$$R_{22} = (2 + k_{21})^2 \cdot Q_{1-2}^2 = 79.1618 \Omega$$

$$R_{24} = (2 + k_{21}) \cdot Q_{1-2}^2 = 24.7065 \Omega$$

$$C_{22} = 1 / ((2 + k_{21}) \cdot Q_{1-2}) = 0.1124 \text{ F}$$

$$C_{21} = k_{21} \cdot C_{22} = 0.1353 \text{ F}$$

### **Κλιμακοποίηση μονάδας 2(II)**

Εφόσον  $\omega_{02} = 6911.1 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f2} = \omega_{02} = 6911.1 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m2} = C_{22} / (C_n \cdot k_{f2}) = 162.62$$

$$R_{21\text{new}} = R_{21} \cdot k_{m2} = 162.628 \Omega$$

$$R_{22\text{new}} = R_{22} \cdot k_{m2} = 12874 \Omega$$

$$R_{23\text{new}} = R_{23} \cdot k_{m2} = 162.628 \Omega$$

$$R_{24\text{new}} = R_{24} \cdot k_{m2} = 4018 \Omega$$

$$C_{21\text{new}} = C_{21} / (k_{m2} \cdot k_{f2}) = 0.12041 \mu\text{F}$$

$$C_{22\text{new}} = C_{22} / (k_{m2} \cdot k_{f2}) = 0.1 \mu\text{F}$$

### **ΜΟΝΑΔΑ 3(I)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN**

$$\omega_{z03} = \omega_{z3} / \omega_{03} = 2.3298$$

$$R_{31} = 1 \Omega$$

$$R_{32} = 4 \cdot (Q_{3-4}^2) = 344.1094 \Omega$$

$$R_{33} = \omega_{z03}^2 / (2 \cdot Q_{3-4}^2) = 0.0315 \Omega$$

$$R_{34} = 1 \Omega$$

$$R_{35} = (4 \cdot Q_{3-4}^2) / (\omega_{z03}^2 - 1) = 77.7155 \Omega$$

$$C_{3\_lpn} = 1 / (2 \cdot Q_{3\_4}) = 0.0539 \text{ F}$$

$$k_{3\_lpn} = 1 / (1 + (\omega_{z03}^2 / (2 \cdot Q_{3\_4}^2))) = 0.9694$$

### **Κλιμακοποίηση μονάδας 3(I)**

Εφόσον  $\omega_{03} = 33914 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f3} = \omega_{1,03} = 33914 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m3} = C_{3\_lpn} / (C_n \cdot k_{f3}) = 101.1591$$

$$R_{31new} = R_{31} \cdot k_{m3} = 101.1591 \Omega$$

$$R_{32new} = R_{32} \cdot k_{m3} = 34810 \Omega$$

$$R_{33new} = R_{33} \cdot k_{m3} = 3.1913 \Omega$$

$$R_{34new} = R_{34} \cdot k_{m3} = 101.1591 \Omega$$

$$R_{35new} = R_{35} \cdot k_{m3} = 7861.6 \Omega$$

### **ΜΟΝΑΔΑ 4(II)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN**

$$\omega_{z04} = \omega_{z4} / \omega_{04} = 0.4292$$

$$R_{41} = 1 \Omega$$

$$R_{43} = 1 \Omega$$

$$k_{41} = \frac{1}{\omega_{z04}^2} - 1 = 4.4278$$

$$k_{42} = \frac{(2+k_{41})^2 \cdot Q_{3\_4}^2}{((2+k_{41})^2 \cdot Q_{3\_4}^2) + 1} = 0.9997$$

$$R_{42} = (2 + k_{41})^2 \cdot Q_{3\_4}^2 = 3554.4 \Omega$$

$$R_{44} = (2 + k_{41}) \cdot Q_{3\_4}^2 = 552.9674 \Omega$$

$$C_{42} = 1 / ((2 + k_{41}) \cdot Q_{3\_4}) = 0.0168 \text{ F}$$

$$C_{41} = k_{41} \cdot C_{22} = 0.0743 \text{ F}$$



### Κλιμακοποίηση μονάδας 4(II)

Εφόσον  $\omega_{04} = 7408.2 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f4} = \omega_{04} = 7408.2 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m4} = C_{42} / (C_n \cdot k_{f4}) = 22.6415$$

$$R_{41\text{new}} = R_{41} \cdot k_{m4} = 22.6415 \Omega$$

$$R_{42\text{new}} = R_{42} \cdot k_{m4} = 80476 \Omega$$

$$R_{43\text{new}} = R_{43} \cdot k_{m4} = 22.6415 \Omega$$

$$R_{44\text{new}} = R_{44} \cdot k_{m4} = 12520$$

$$C_{41\text{new}} = C_{41} / (k_{m4} \cdot k_{f4}) = 0.044278 \mu\text{F}$$

$$C_{42\text{new}} = C_{42} / (k_{m4} \cdot k_{f4}) = 0.1 \mu\text{F}$$

### • Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος του φίλτρου ώστε στις χαμηλές συχνότητες να είναι 10dB.

Το συνολικό κέρδος στις χαμηλές συχνότητες μπορεί να βρεθεί από τον παρακάτω τύπο (όπου η συνάρτηση μεταφοράς  $T_{total}$  υπολογίζεται στην επόμενη ενότητα):

$$K_{total} = |T_{total}(j\omega_0)| = 398.8185$$

Εμείς επιθυμούμε:

$$20 \log(a_{keros} \cdot k) = 10 \Rightarrow \log(a_{keros} \cdot k) = 0.5 \Rightarrow a_{keros} = 0.0079.$$

Επειδή η τιμή του  $a$  που προκύπτει είναι μικρότερη του 1 θα χρειαστεί απόσβεση του κέρδους και εξασθένιση της τάσης εισόδου με παθητικό τρόπο. Αυτό θα υλοποιηθεί με μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

Ισχύει ότι  $a_{keros} = -\frac{R_2}{R_1}$  άρα αν θεωρήσουμε ότι  $R_2 = 79 \Omega$  τότε  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ .

Επειδή η αναστρέφουσα συνδεσμολογία εισάγει αλλαγή φάσης, στο κύκλωμα του Multisim που θα δημιουργήσουμε παρακάτω ,βάζουμε μια επιπλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος 1 για να αναιρέσουμε την αλλαγή φάσης.

### Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{k_{1\_lpn} \cdot (s^2 + \omega_{z1}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1,2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{0.87495 \cdot s^2 + 6.2927 \cdot 10^7}{s^2 + 2057.1 \cdot s + 3.2631 \cdot 10^7}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{k_{2\_hpn} \cdot (s^2 + \omega_{z2}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q_{1,2}} \cdot s + \omega_{02}^2} = \frac{2.1766 \cdot s^2 + 4.7167 \cdot 10^7}{s^2 + 2488.8 \cdot s + 4.7763 \cdot 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_3(s) = \frac{k_{3\_lpn} \cdot (s^2 + \omega_{z3}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_{3,4}} \cdot s + \omega_{03}^2} = \frac{0.96942 \cdot s^2 + 1.4943 \cdot 10^8}{s^2 + 574.55 \cdot s + 2.8398 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_4(s) = \frac{k_{4\_hpn} \cdot (s^2 + \omega_{z4}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{04}}{Q_{3,4}} \cdot s + \omega_{04}^2} = \frac{5.4263 \cdot s^2 + 5.4866 \cdot 10^7}{s^2 + 798.72 \cdot s + 5.4881 \cdot 10^7}$$

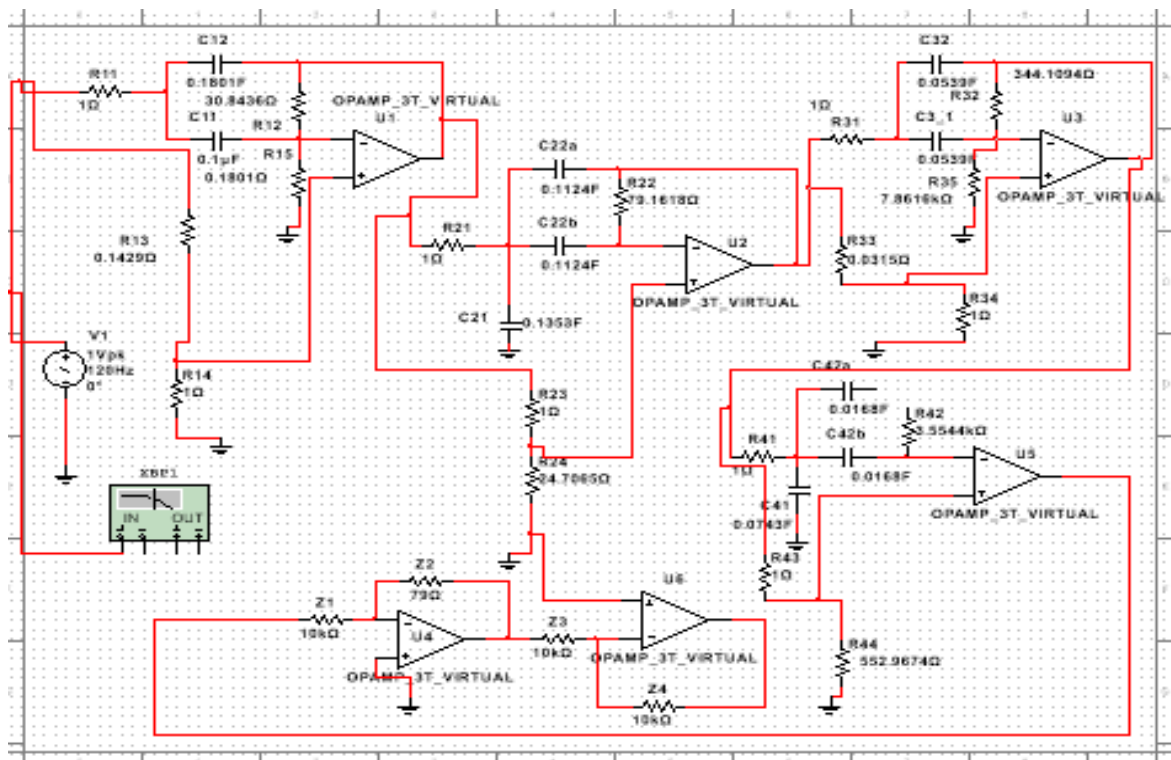
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev προκύπτει ότι είναι :

$$T_{BE}(s) = a_{kerdos} \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) \text{ άρα}$$

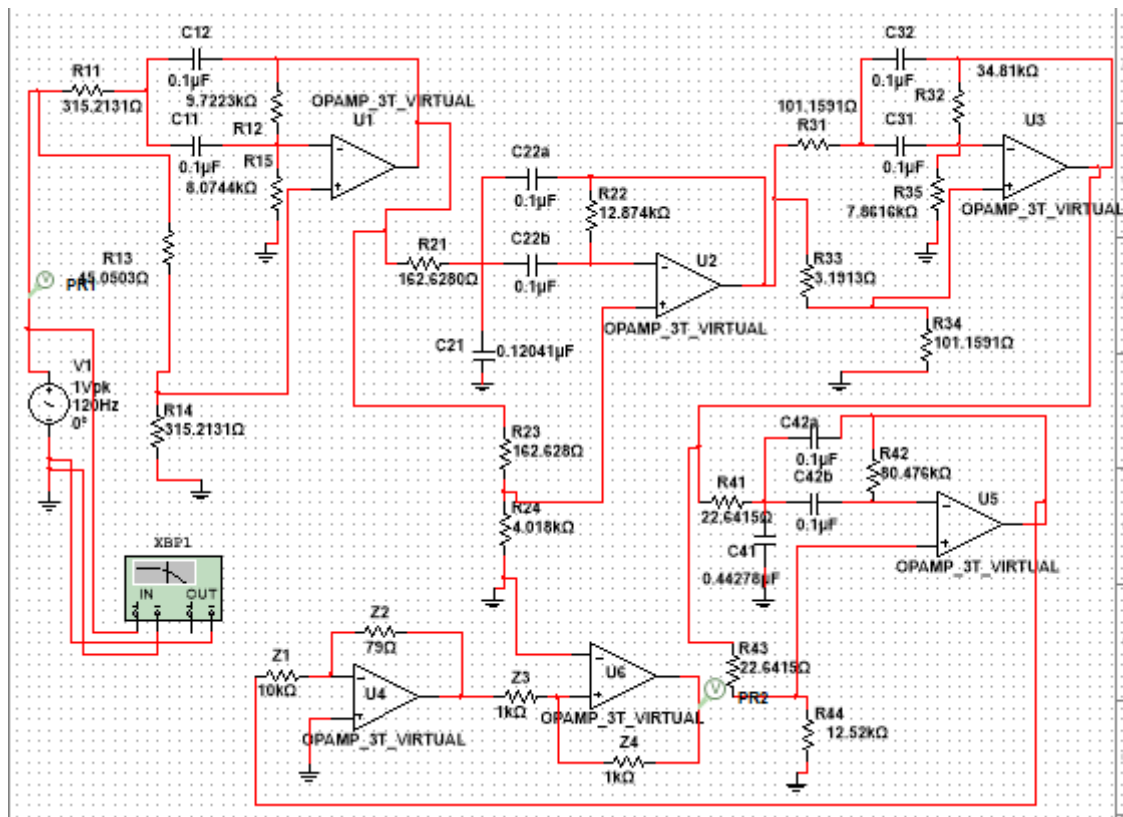
$$T_{BE}(s) =$$

$$\frac{0.079433 \cdot s^8 + 2.0481 \cdot s^6 + 1.4687 \cdot 10^{15} \cdot s^4 + 3.1921 \cdot 10^{22} \cdot s^2 + 1.9295 \cdot 10^{29}}{s^8 + 5919.2 \cdot s^7 + 1.755 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 7.3179 \cdot 10^{11} \cdot s^5 + 1.0771 \cdot 10^{16} \cdot s^4 + 2.889 \cdot 10^{19} \cdot s^3 + 2.7352 \cdot 10^{23} \cdot s^2 + 3.642 \cdot 10^{26} \cdot s + 2.4291 \cdot 10^{29}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τέσσερις μονάδες.



Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



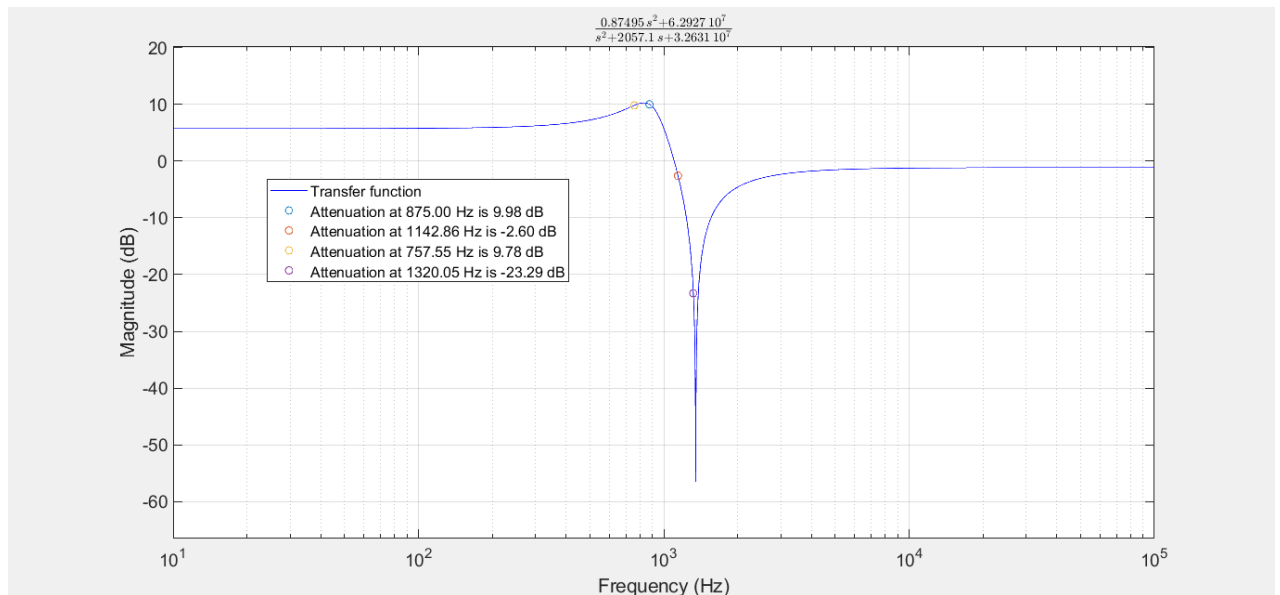
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

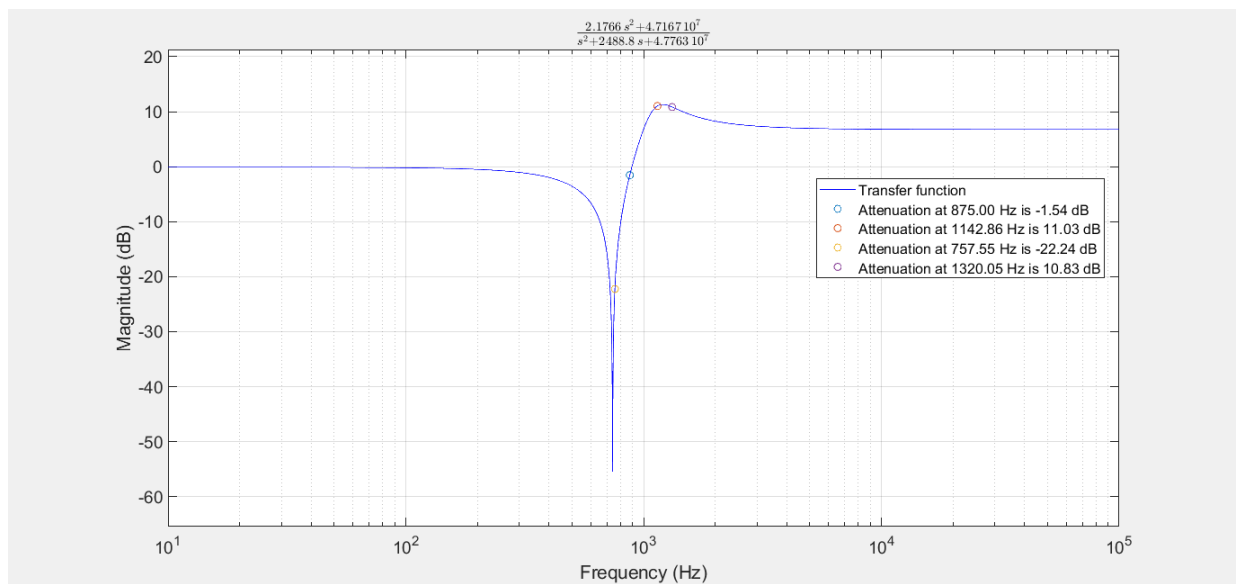
Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες.

Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

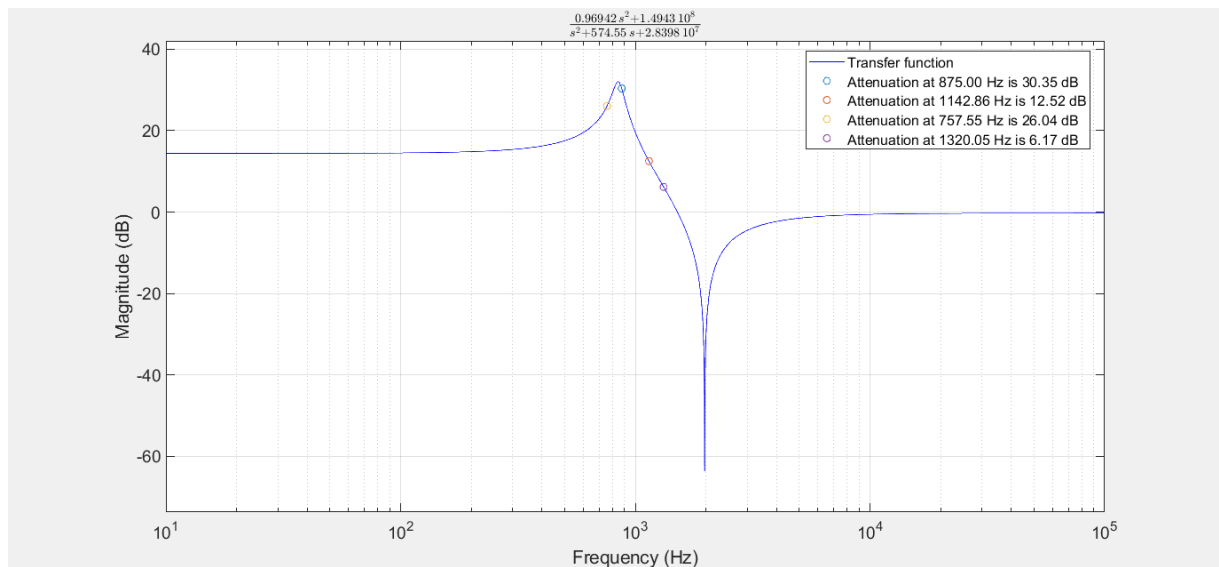
## 1<sup>η</sup> Μονάδα- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN :



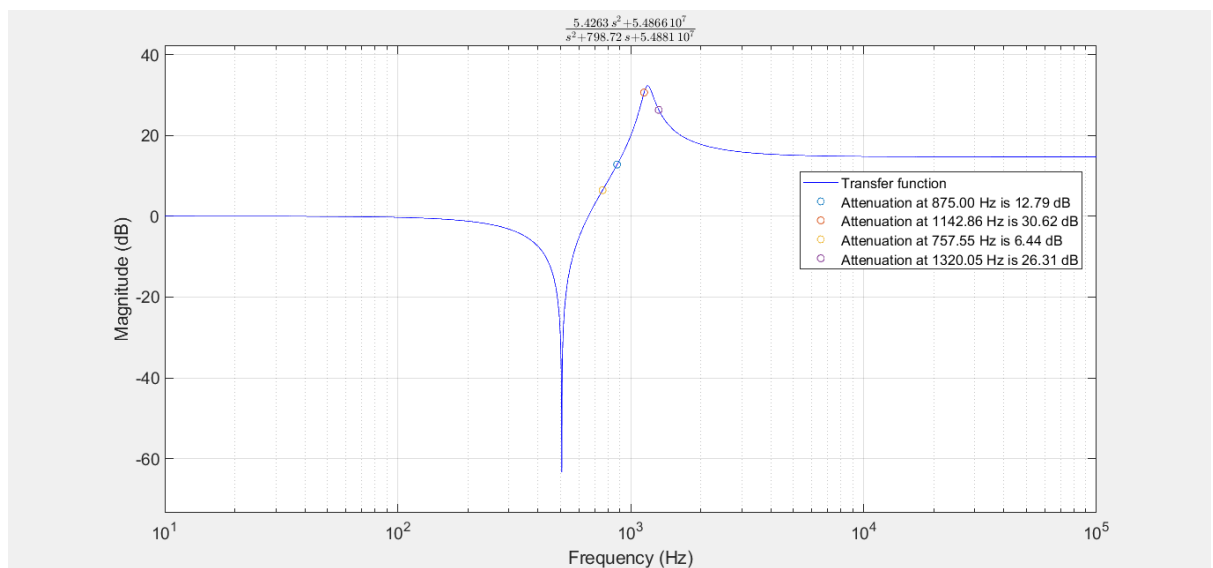
## 2<sup>η</sup> Μονάδα-Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN:



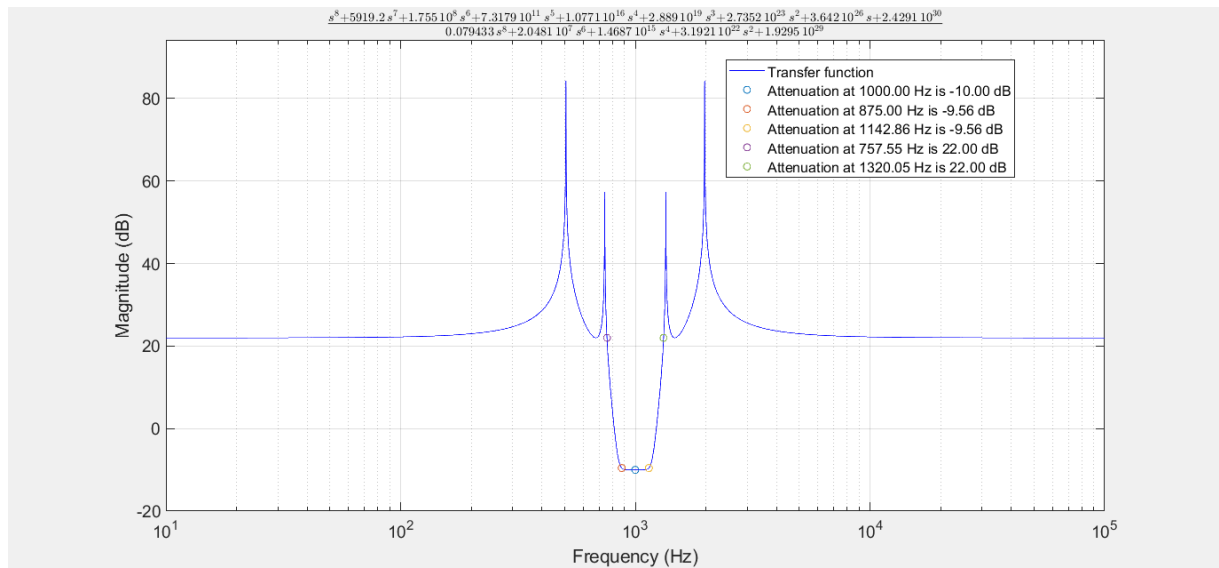
### 3<sup>η</sup> Μονάδα- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN :



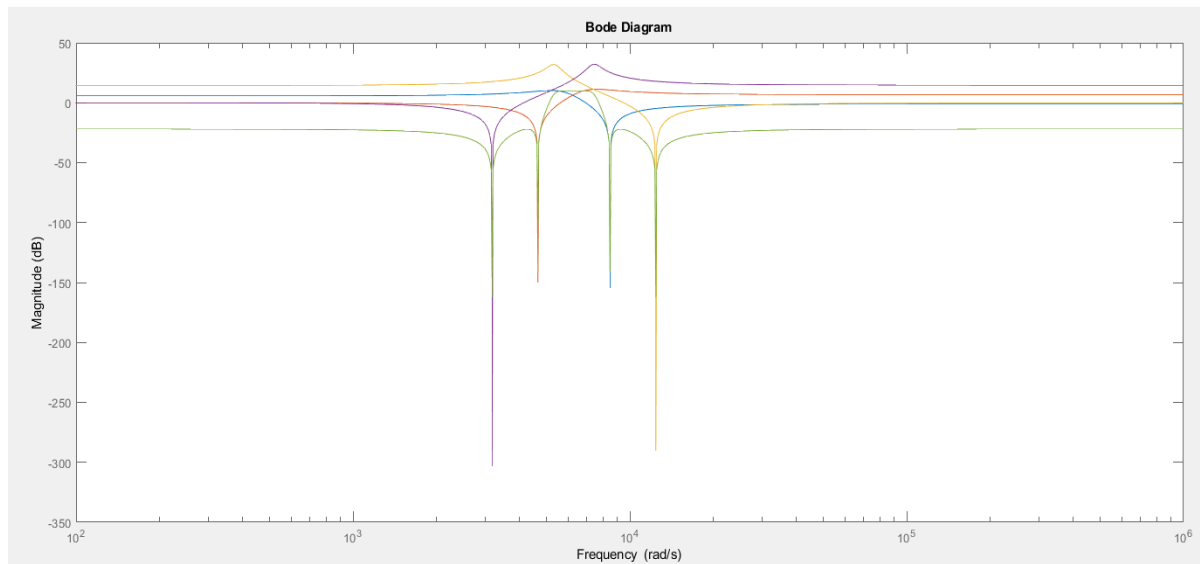
### 4<sup>η</sup> Μονάδα- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN :



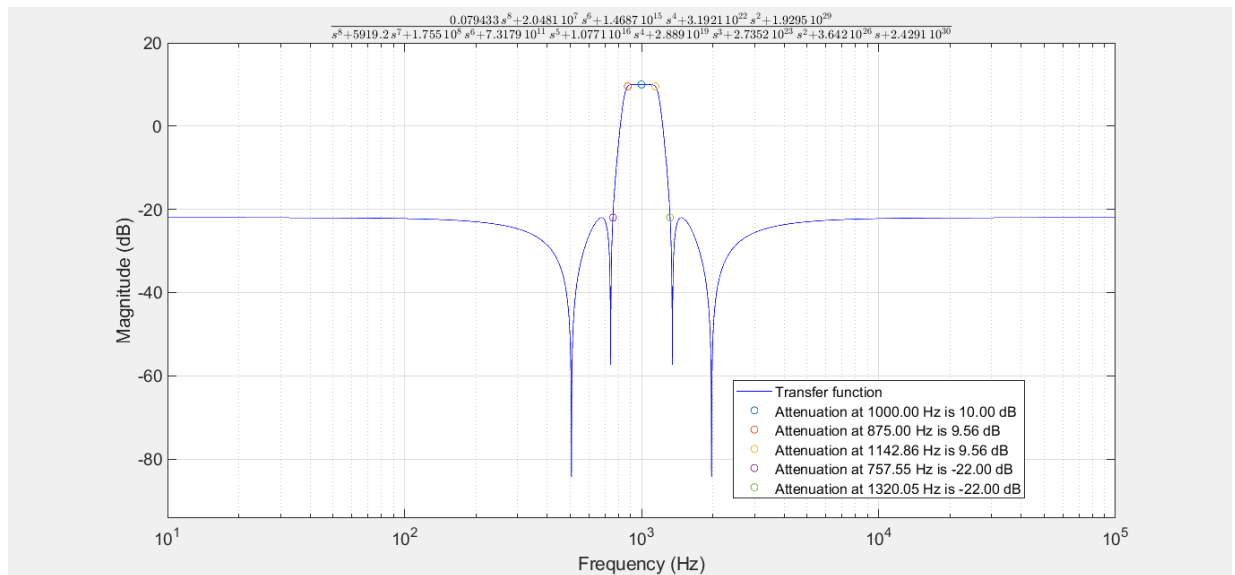
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode. Η  $T_1$  αντιστοιχεί στο γαλάζιο χρώμα, η  $T_2$  στο κόκκινο, η  $T_3$  στο πορτοκαλί, η  $T_4$  στο μωβ και η συνολική  $T_{total}$  του φίλτρου στο πράσινο.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες,  $f_1=875$  Hz,  $f_2=1142.86$  Hz,  $f_3=757.55$  Hz και  $f_4=1320.05$  Hz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

Στις συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές  $a_{max}=0.65$  dB.

Παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται γιατί έχουμε  $10-9.56=0.44$  το οποίο είναι όντως μικρότερο από το 0.65 που θέλουμε.

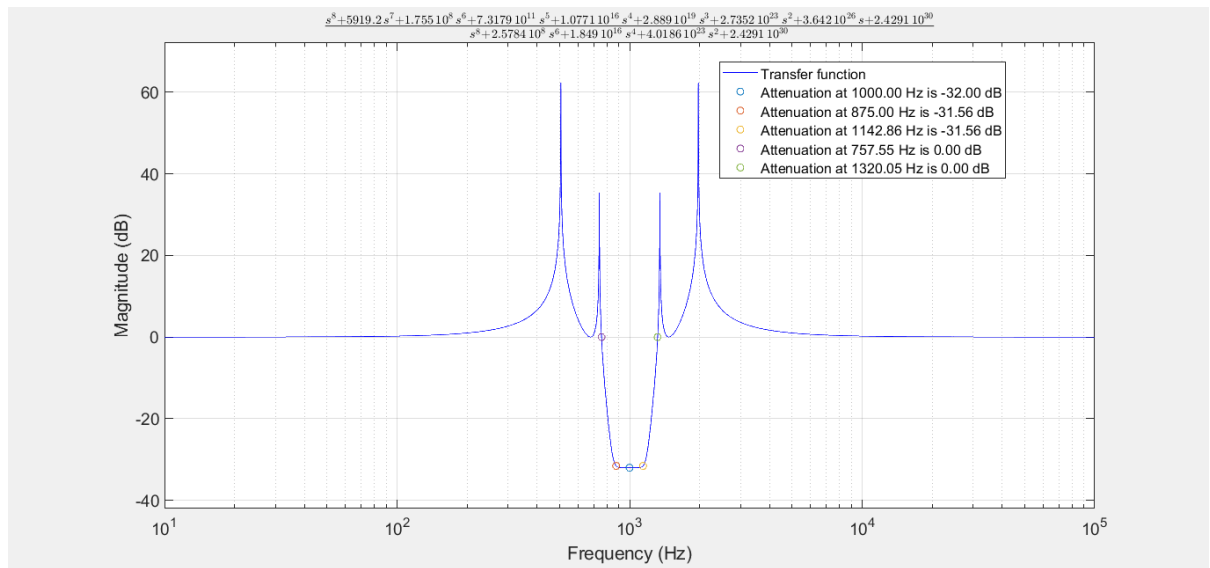
Στις συχνότητες  $f_3$  και  $f_4$  θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές  $a_{min}=32$  dB.

Παρατηρούμε και εδώ ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται οριακά γιατί έχουμε  $22+10=32$  dB.

Τέλος, στη συχνότητα  $f_0$  βλέπουμε ότι το κέρδος του φίλτρου μας είναι ακριβώς 10 dB άρα καλύπτεται και η ζητούμενη προδιαγραφή για κέρδος 10 dB.

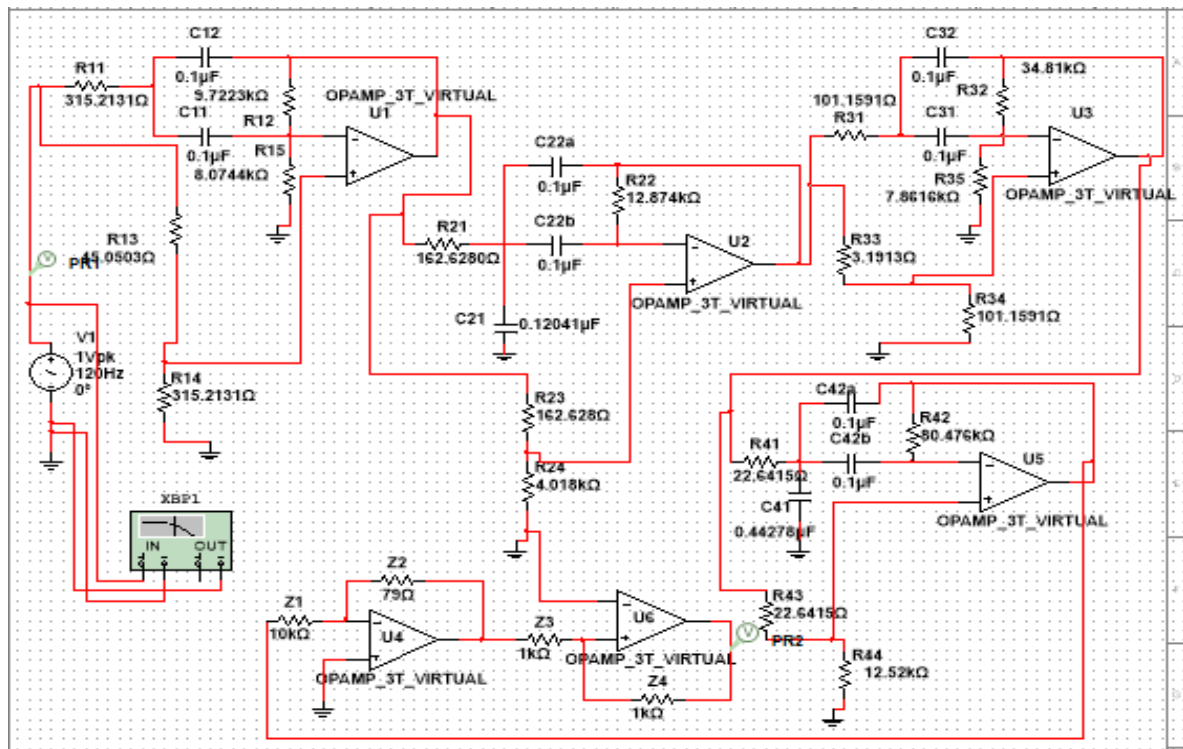
Με ρύθμιση κέρδους στα 0 dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.





### Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

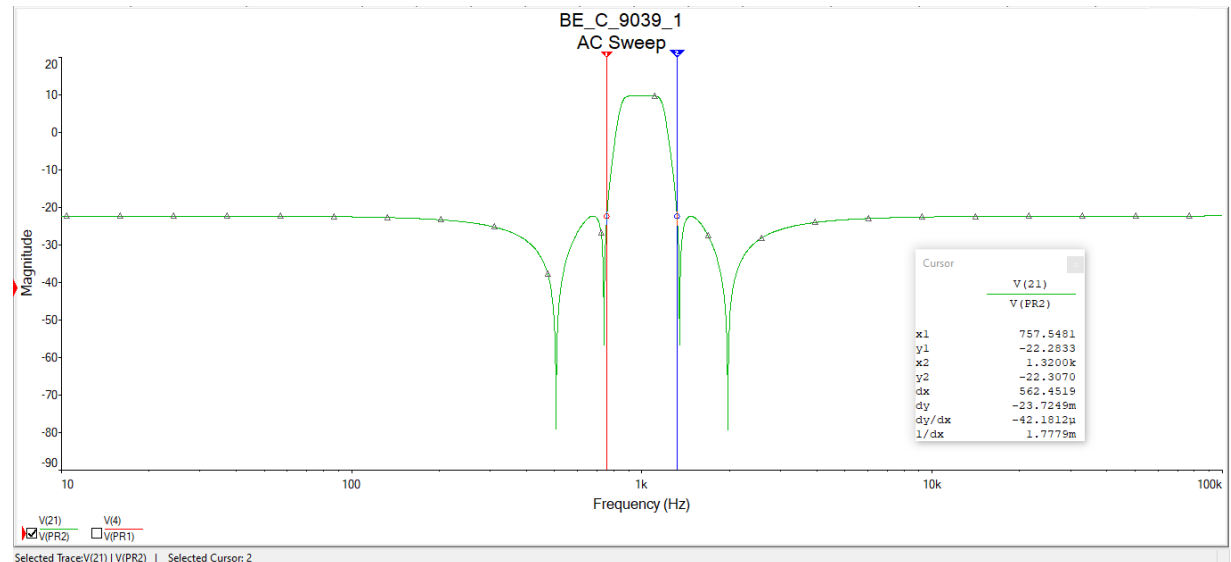


- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Από το σχήμα αυτό καταλαβαίνει κανείς ότι πρόκειται για ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev.

Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ό,τι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Στις συχνότητες  $f_3$  και  $f_4$  θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές  $a_{min} = 32\text{dB}$ . Παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται γιατί έχουμε  $22.2833 + 10 = 32.2833\text{dB}$  που είναι μεγαλύτερο του  $32\text{dB}$ . Με την ίδια λογική, καλύπτεται και η προδιαγραφή για το  $a_{max}$ .

Τέλος, στη συχνότητα  $f_0$  βλέπουμε ότι το κέρδος του φίλτρου μας είναι περίπου  $10\text{dB}$  άρα καλύπτεται και η ζητούμενη προδιαγραφή για κέρδος  $10\text{dB}$ .

Αποκλίσεις που τυχόν υπάρχουν από την θεωρητική ανάλυση που έγινε στο Matlab θεωρούνται αμελητέες και δεν επηρεάζουν την λειτουργία του φίλτρου.

### Διέγερση με περιοδικό σήμα

Σε αυτό το σημείο της εργασίας αναλύεται η απόκριση του κυκλώματος όταν χρησιμοποιούμε ως είσοδο το σήμα :

$$f(t) = \cos(\omega_0 - ((\omega_0 - \omega_1)/2)) \cdot t + 0.8 \cdot \cos((\omega_0 + ((\omega_0 + \omega_1)/3)) \cdot t) + 0.8 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_3 \cdot t) + 0.6 \cdot \cos(2.5 \cdot \omega_4 \cdot t) + 0.5 \cdot \cos(3 \cdot \omega_4 \cdot t)$$

Οι πέντε συχνότητες που θα παρουσιάσει το σήμα αυτό είναι οι εξής:

$$f_{11}=937.5\text{Hz}$$

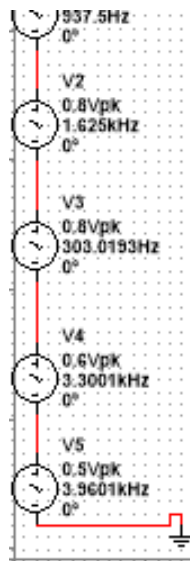
$$f_{12}=16250\text{Hz}$$

$$f_{13} = 303.0193\text{Hz}$$

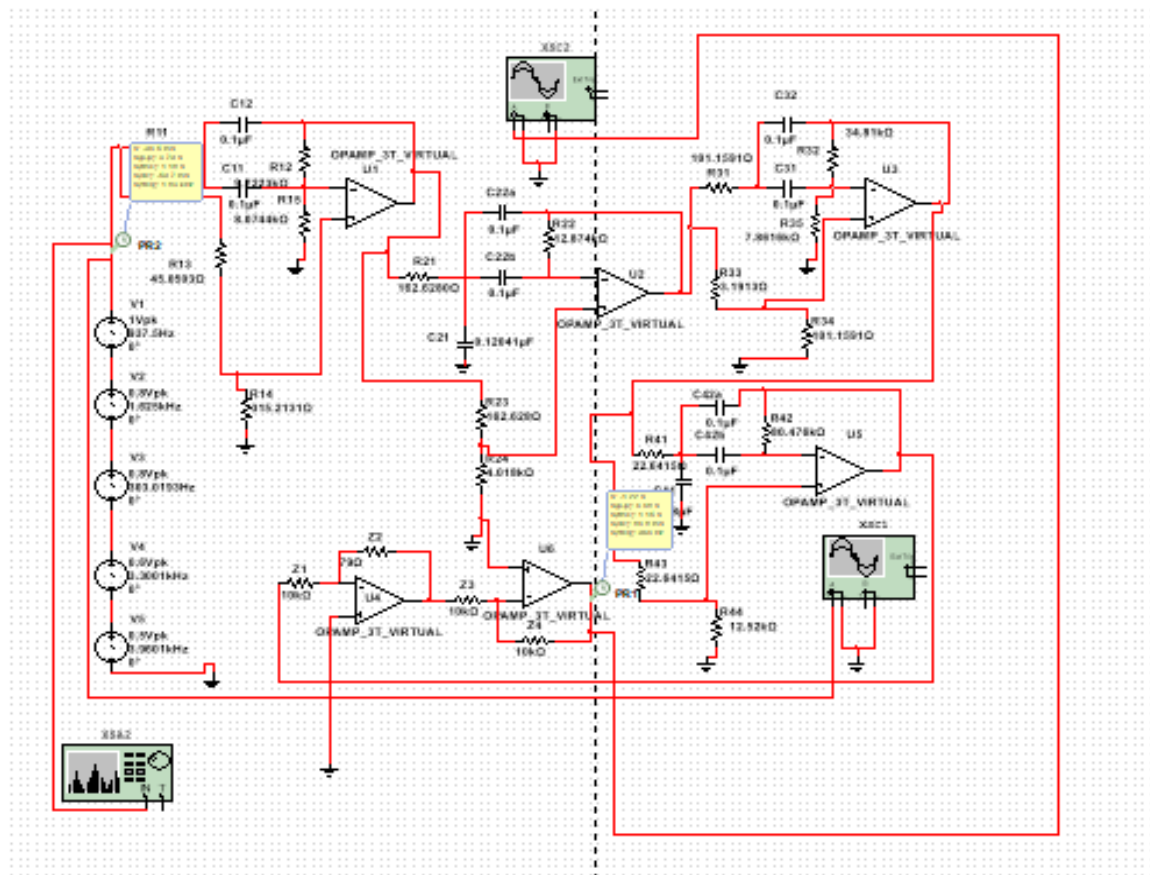
$$f_{14} = 3300.1\text{Hz}$$

$$f_{15}=3960.1\text{Hz}$$

Για την δημιουργία του σήματος στο Multisim χρησιμοποιούμε 5 AC Voltage πηγές στην σειρά ,κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια συχνότητα, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

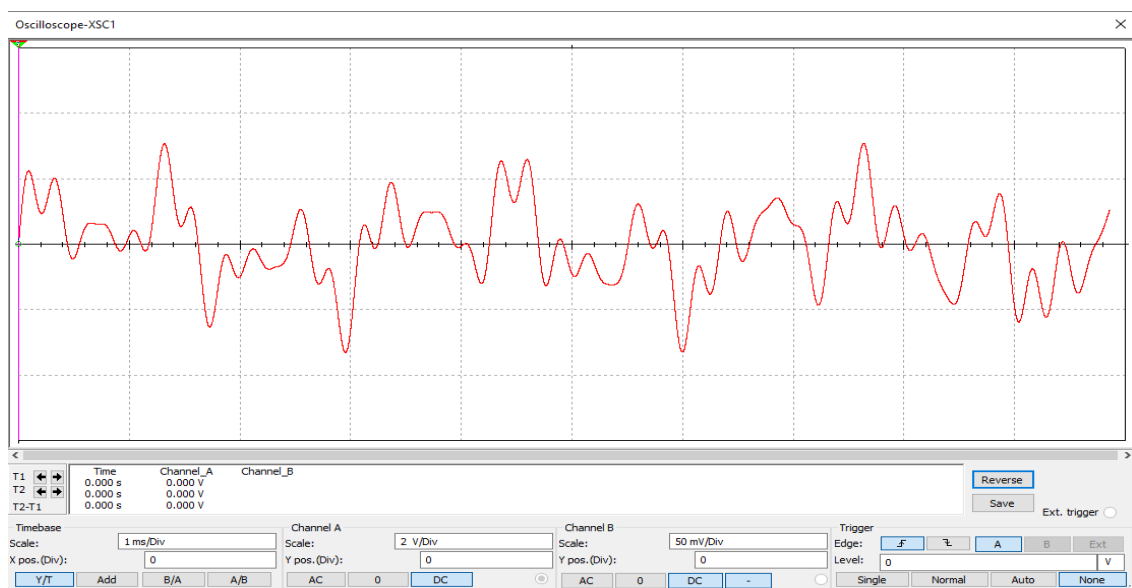


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Η συνδεσμολογία που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημάτων εισόδου και εξόδου(και των φασμάτων τους αργότερα) είναι η παρακάτω:

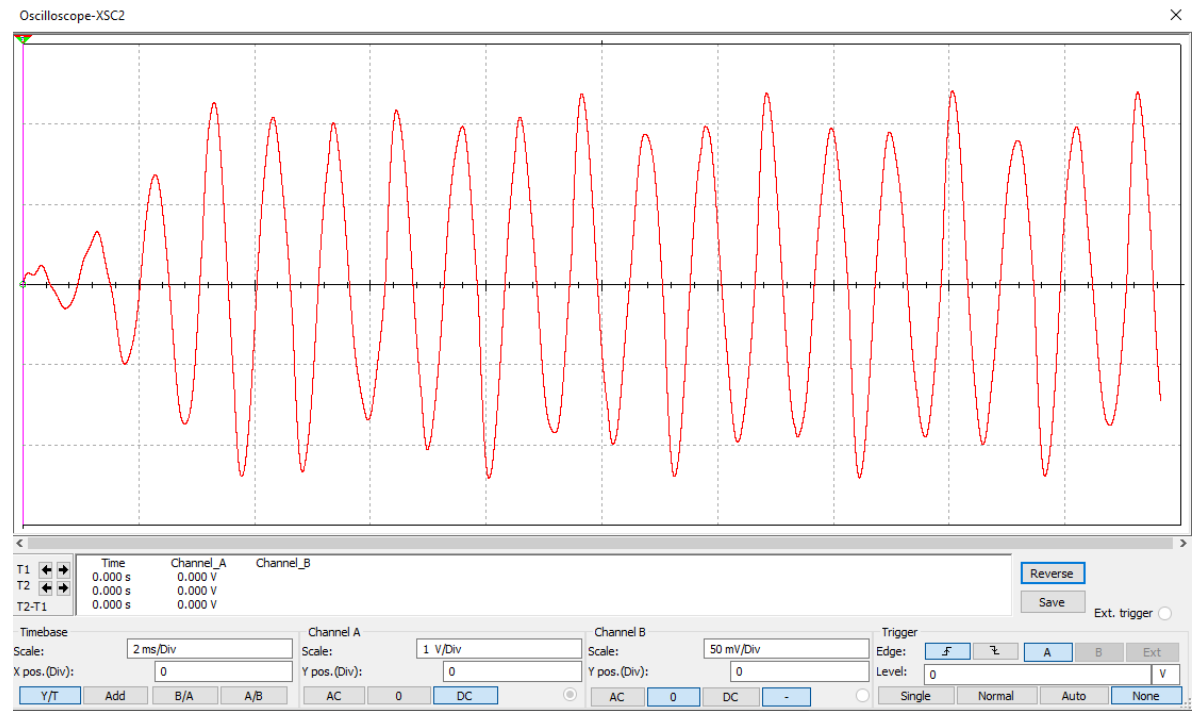


Τα σήματα που προκύπτουν τόσο από Matlab όσο και από Multisim παρουσιάζονται παρακάτω:

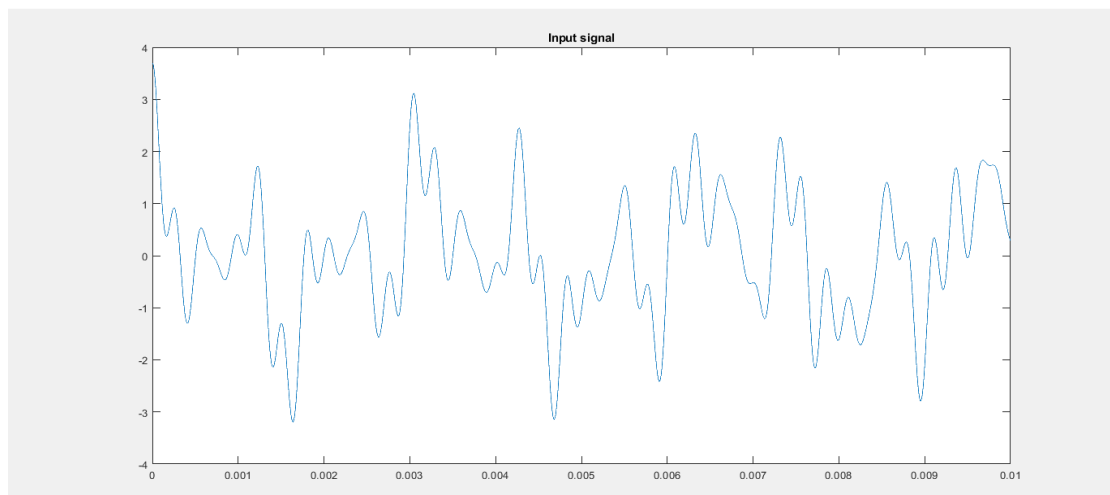
Σήμα εισόδου Multisim:



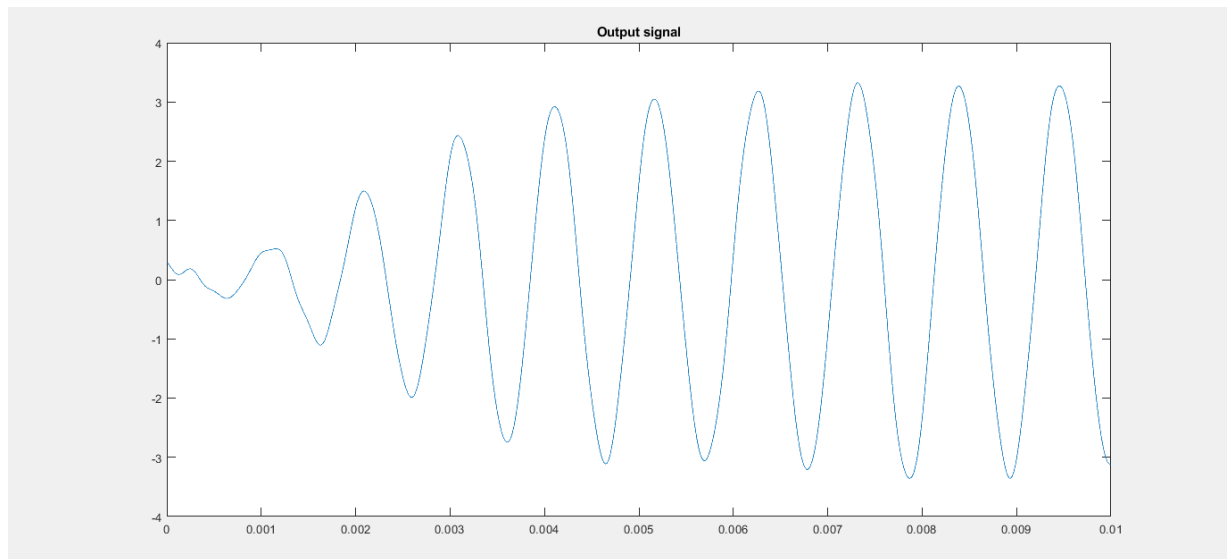
### Σήμα εξόδου Multisim:



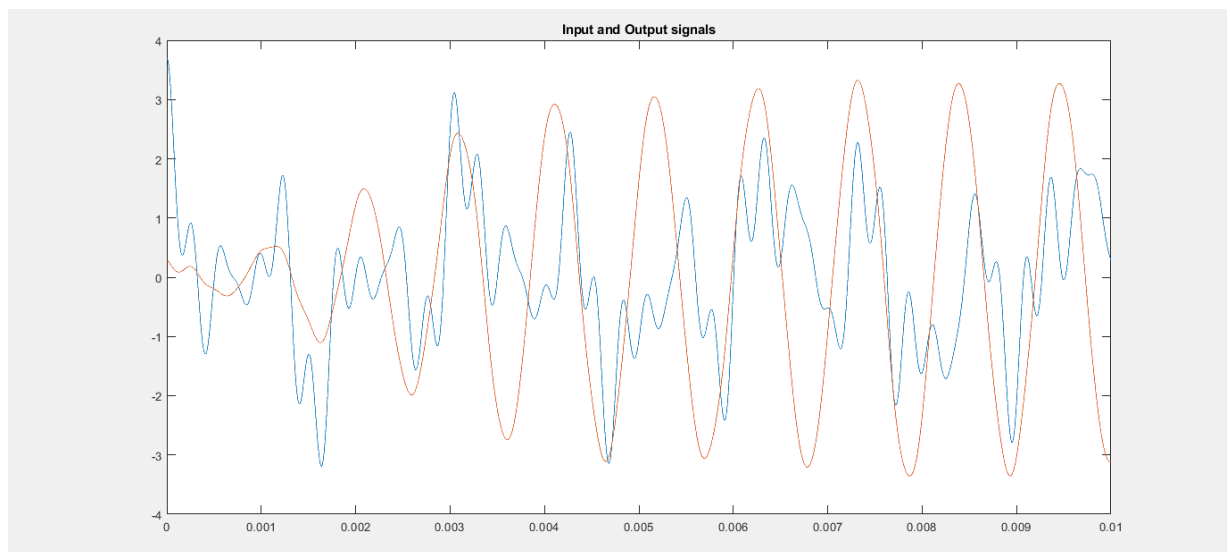
### Σήμα εισόδου Matlab:



### Σήμα εξόδου Matlab:



### Απεικόνιση σημάτων εισόδου και εξόδου μαζί στο Matlab:



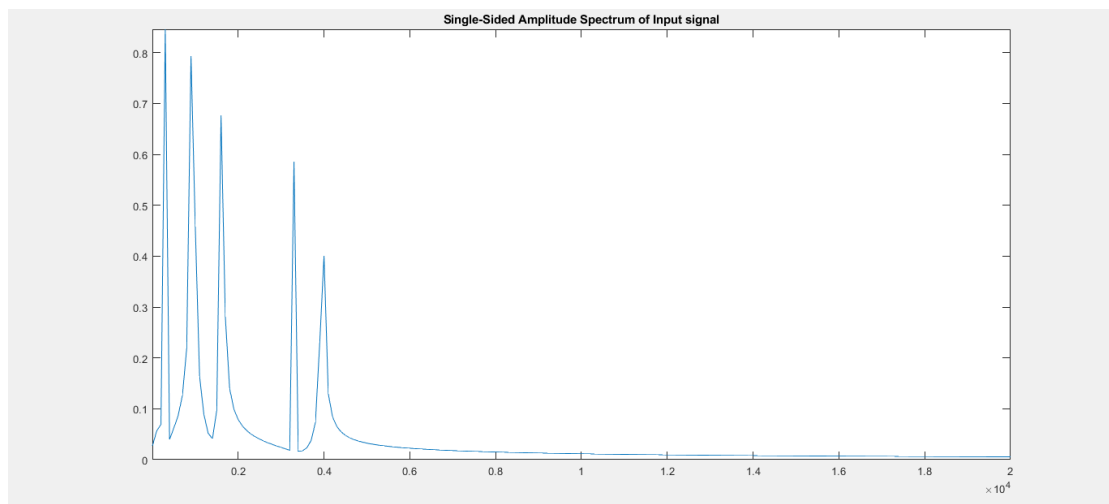
Παρατηρούμε ότι οι αναλύσεις των σημάτων στο Multisim ταυτίζονται με τις θεωρητικές του Matlab. Το κέρδος είναι όντως 10dB και το σήμα εξόδου εμφανίζεται ενισχυμένο.

## Σχεδίαση φασμάτων-Ανάλυση Fourier

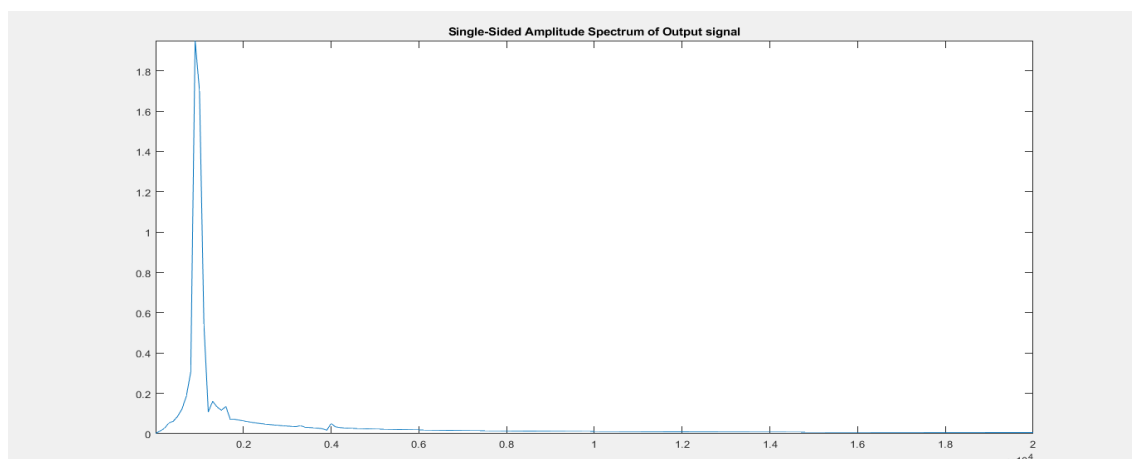
Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Στο Multisim για την δημιουργία των φασμάτων θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο Spectrum Analyser.

### Φάσμα σήματος εισόδου Matlab:



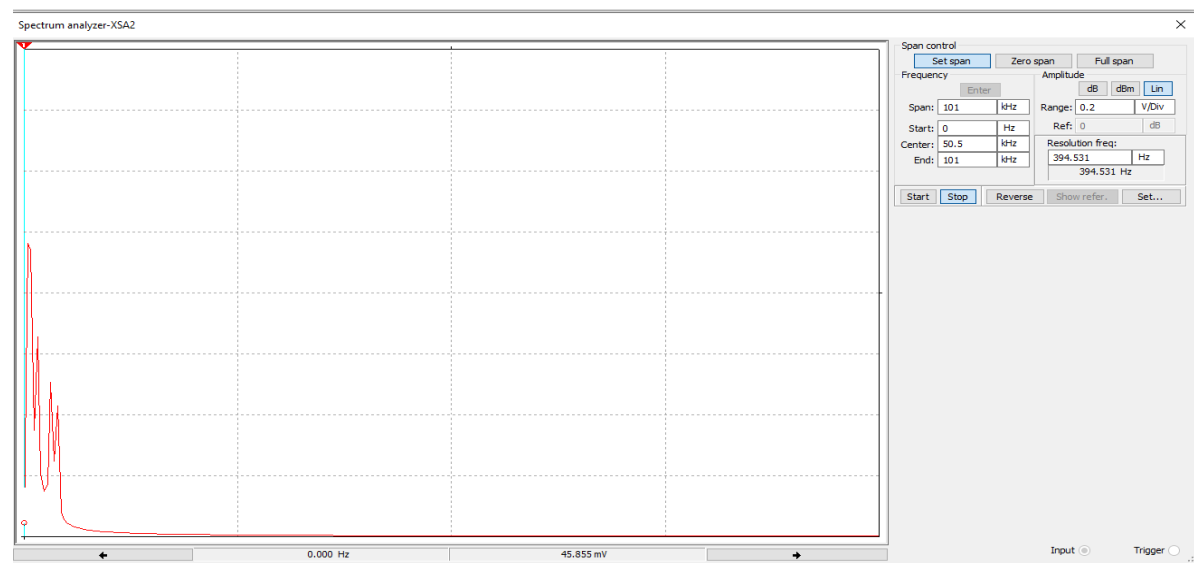
### Φάσμα σήματος εξόδου Matlab:





Η ανάλυση στο Matlab επιβεβαιώνει την ζωνοδιαβατή λειτουργία του φίλτρου. Όπως φαίνεται στο φάσμα εισόδου υπάρχουν 5 ώσεις που αντιστοιχούν στις θεμελιώδεις συχνότητες ενώ στο φάσμα εξόδου μόνο μια που βρίσκεται στη ζώνη διέλευσης. Επαληθεύουμε τα παραπάνω αποτελέσματα στο Multisim με χρήση του Spectrum Analyzer:

### Φάσμα σήματος εισόδου Multisim:



### Φάσμα σήματος εξόδου Multisim:



Επιβεβαιώνονται τα θεωρητικά αποτελέσματα του Matlab με το φάσμα του σήματος εξόδου να δείχνει και πάλι τον ζωνοδιαβατό χαρακτήρα του φίλτρου. Ενώ στην είσοδο έχουμε 5 ώσεις, στην έξοδο παρατηρούμε μόνο μία, αυτή που βρίσκεται δηλαδή στη ζώνη διέλευσης. Επομένως, το φίλτρο λειτουργεί σωστά ικανοποιώντας τις προδιαγραφές που τέθηκαν.

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

### ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 1.05 \text{ kHz} \quad f_1 = 950 \text{ Hz} \quad , \quad f_2 = 1.1605 \text{ kHz} \quad f_3 = 993.1477 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 1110.1 \text{ Hz}$$

και

$$a_{\max} = 1.4 \text{ dB} \quad , \quad a_{\min} = 24.8 \text{ dB}$$

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

##### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά, μετασχηματίζουμε τις συχνότητες της εκφώνησης στις αντίστοιχες κυκλικές:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 6597.2 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 5969 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 7291.8 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 6240.1 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 6975 \text{ rad/sec}$$

Σε πρώτο στάδιο θα πρέπει να υπολογίσουμε τις προδιαγραφές του πρότυπου χαμηλοπερατού φίλτρου οι οποίες είναι

$$\Omega_p = 1$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 1$$

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} [(10^{a_{\min}/10} - 1) - (10^{a_{\max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.378$$

Επειδή το  $n$  που προέκυψε δεν είναι ακέραιος αριθμός αλλά μια δεκαδική τιμή θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί προς τα πάνω. Δηλαδή προκύπτει ότι :

$$\underline{n = 4}$$

Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε τις σταθερές  $\varepsilon$  και  $\alpha$  καθώς και τη συχνότητα ημίσειας ισχύος :

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}} = 0.0576 \quad \text{και} \quad \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.8869$$

$$\Omega_{hp} = 1 / (\cosh(\cosh^{-1}(1/\varepsilon))/n) = 2.467$$

Σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος επειδή η τάξη του φίλτρου είναι  $n=4$  οι γωνίες Butterworth είναι  $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$ .

Οι πόλοι του φίλτρου Chebyshev προκύπτουν από τους παρακάτω τύπους σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος στο κεφάλαιο 9:

$$p_k = -\sinh(\alpha) \cdot \cos(\psi_k) \pm j \cdot \cosh(\alpha) \cdot \sin(\psi_k)$$

Με αντικατάσταση των τιμών προκύπτει ότι οι πόλοι του συστήματος είναι:

$$p_{1,2} = -0.2959 \pm 0.4018 j$$

$$p_{3,4} = -0.1226 \pm 0.9701 j$$

Από τα παραπάνω ζεύγη πόλων προκύπτουν αντίστοιχα τα μεγέθη:

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{(\text{real}(p_{1,2}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{1,2}))^{1/2}} = 0.499$$

$$\Omega_{3,4} = \sqrt{(\text{real}(p_{3,4}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{3,4}))^{1/2}} = 0.9778$$

Υπολογίζουμε τώρα τα Q των πόλων:

$$Q_{1,2} = \frac{\Omega_{01,2}}{2 \cdot |\text{real}(p_{1,2})|} = 0.8432$$

$$Q_{3,4} = \frac{\Omega_{03,4}}{2 \cdot |\text{real}(p_{3,4})|} = 3.9887$$

Τα μεγέθη που μόλις υπολογίστηκαν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

$\psi_k$	Q	$p_k$
$\pm 22.5^\circ$	0.8432	$-0.2959 \pm 0.4018j$
$\pm 67.5^\circ$	3.9887	$-0.1226 \pm 0.9701j$

Στη συνέχεια, πραγματοποιώ αντιστροφή των πόλων:

$$\Omega_{1,2\_inverse} = \frac{1}{\Omega_{1,2}} = 2.0038$$

$$\Omega_{3,4\_inverse} = \frac{1}{\Omega_{3,4}} = 1.0227$$

Επόμενο βήμα αποτελεί ο υπολογισμός των καινούριων γωνιών με βάση τα Q που υπολογίστηκαν πιο πάνω:

$$\psi_{k\_new\_1,2} = \pm \cos^{-1}(1/2 \cdot Q_{1,2}) = \pm 53.63^\circ$$

$$\psi_{k\_new\_3,4} = \pm \cos^{-1}(1/2 \cdot Q_{3,4}) = \pm 82.7987^\circ$$

Με τις γωνίες που μόλις βρήκαμε θα υπολογίσουμε τους καινούριους πόλους:

$$p_{1,2\_new} = \Omega_{1,2\_inverse} \cdot \{-\cos(\psi_{k\_new\_1,2}) \pm j \cdot \sin(\psi_{k\_new\_1,2})\} = -1.1882 \pm 1.6135j$$

$$p_{3,4\_new} = \Omega_{3,4\_inverse} \cdot \{-\cos(\psi_{k\_new\_3,4}) \pm j \cdot \sin(\psi_{k\_new\_3,4})\} = -0.1282 \pm 1.0146j$$

Υπολογίζω για τους καινούριους πόλους τα αντίστοιχα μεγέθη Q και  $\Omega$  :

$$\Omega_{1,2\_new} = \sqrt{(real(p_{1,2\_new}))^{1/2} + (imag(p_{1,2\_new}))^{1/2}} = 2.0038$$

$$\Omega_{3,4\_new} = \sqrt{(real(p_{3,4\_new}))^{1/2} + (imag(p_{3,4\_new}))^{1/2}} = 1.0227$$

$$Q_{1,2\_new} = \frac{\Omega_{1,2\_new}}{2 \cdot |real(p_{1,2\_new})|} = 0.8432$$

$$Q_{3,4\_new} = \frac{\Omega_{3,4\_new}}{2 \cdot |real(p_{3,4\_new})|} = 3.9887$$

Τα πραγματικά μέρη των πόλων που θα χρειαστούμε στη συνέχεια είναι:

$$\Sigma_{12} = |real(p_{1,2\_new})| = 1.1882$$

$$\Sigma_{34} = |real(p_{3,4\_new})| = 0.1282$$

Επόμενο βήμα είναι να εφαρμόσουμε τον ζωνοδιαβατό μετασχηματισμό στους πόλους και τα μηδενικά που μόλις βρήκαμε.

Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος Geffe.

Πριν την εφαρμογή του αλγορίθμου υπολογίζουμε δύο απαραίτητα μεγέθη, το bandwidth και τον συντελεστή ποιότητας:

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 1322.8$$

$$qc = \frac{\omega_0}{bw} = 4.9875$$

### **Εφαρμογή αλγορίθμου Geffe**

#### **Μετασχηματισμός 1<sup>ου</sup> μιγαδικού πόλου $p_{1,2} = -1.1882 + 1.6135j$**

$$C_1 = \Sigma_{1,2}^2 + imag(p_{1,2\_new})^2 = 4.0154$$

$$D_1 = (-2 \cdot \Sigma_{1,2}) / qc = 0.4765$$

$$E_1 = 4 + (C_1 / (qc^2)) = 4.1614$$

$$G_1 = \sqrt{E_1^2 + 4 \cdot (D_1^2)} = 4.0508$$

$$Q_{1,2} = (1/D_1) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) (E_1 + G_1)} = 4.2527$$

$$k_1 = (-\Sigma_{1,2} \cdot Q_{1,2})/(qc) = 1.0132$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{k_1^2 - 1} = 5969$$

$$\omega_{01} = (1/W_1) \cdot \omega_0 = 5609.7 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{02} = W_1 \cdot \omega_0 = 7758.9 \text{ rad/s}$$

**Μετασχηματισμός 2<sup>ο</sup> μιγαδικού πόλου  $p_{3,4} = -0.1282 + 1.0146j$**

$$C_2 = \Sigma_{3,4}^2 + \text{imag}(p_{1,2\_new})^2 = 1.0459$$

$$D_2 = (-2 \cdot \Sigma_{3,4})/qc = 0.0514$$

$$E_2 = 4 + (C_2 / (qc^2)) = 4.042$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 + 4 \cdot (D_2^2)} = 4.0407$$

$$Q_{3,4} = (1/D_2) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) (E_2 + G_2)} = 39.1057$$

$$k_2 = (-\Sigma_{3,4} \cdot Q_{3,4})/(qc) = 1.0052$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1} = 1.1069$$

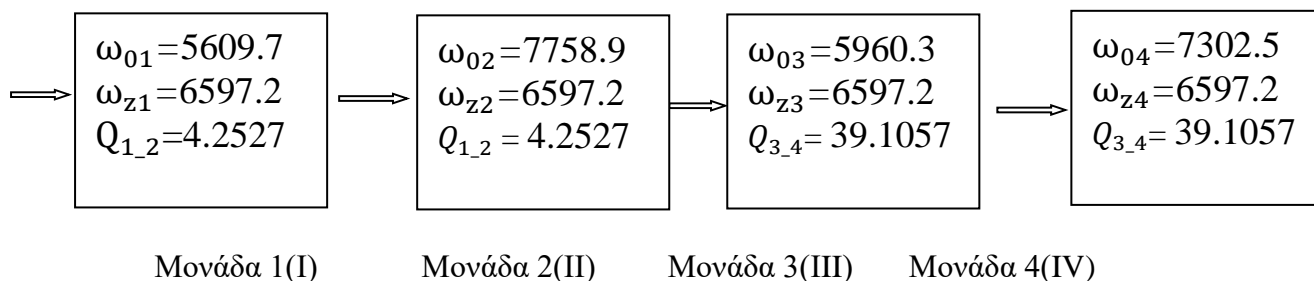
$$\omega_{03} = (1/W_2) \cdot \omega_0 = 5960.3 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{04} = W_2 \cdot \omega_0 = 7302.5 \text{ rad/s}$$

Έχοντας ολοκληρώσει τους μετασχηματισμούς πρέπει να χωρίσουμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοδιαβατής απόκρισης.

Συνολικά, θα έχουμε 4 μονάδες, 2 μονάδες LPN( $\omega_{0x} < \omega_z$ ) και 2 μονάδες HPN( $\omega_{0x} > \omega_z$ ). Με τον δείκτη x έχει συμβολιστεί η κάθε μονάδα. Ως  $\omega_z$  λαμβάνουμε την τιμή  $\omega_0$  διότι τα μηδενικά του φίλτρου βρίσκονται στο 0.

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 4 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



### •Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά  $\omega_0=1\text{rad/s}$  και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες. Στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση σε κάθε μονάδα την συχνότητα με  $k_f = \omega_0$  έτσι ώστε στο τέλος να υπολογίσουμε τις τιμές των πραγματικών στοιχείων.

#### ΜΟΝΑΔΑ 1(I)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN

$$\omega_{z01} = \omega_{z1} / \omega_{01} = 1.1761$$

$$R_{11} = 1 \Omega$$

$$R_{12} = 4 \cdot (Q_{1\_2})^2 = 72.341 \Omega$$

$$R_{13} = \omega_{z01}^2 / (2 \cdot Q_{1\_2}) = 0.0382 \Omega$$

$$R_{14} = 1 \Omega$$

$$R_{15} = (4 \cdot Q_{1\_2}^2) / (\omega_{z01}^2 - 1) = 188.816 \Omega$$

$$C_{1\_lpn} = 1 / (2 \cdot Q_{1\_2}) = 0.1176 \text{ F}$$

$$k_{1\_lpn} = 1 / (R_{13} + 1) = 0.9632$$

Το κέρδος της μονάδας LPN στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$H_1 = k_{1\_lpn} \cdot \omega_{z01}^2 = 1.3322$$



### **Κλιμακοποίηση μονάδας (I)**

Εφόσον  $\omega_{01} = 5609.7 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f1} = \omega_{01} = 5609.7 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m1} = C_{1\_lpn} / (C_n \cdot k_{f1}) = 2095.9$$

$$R_{11\text{new}} = R_{11} \cdot k_{m1} = 2095.9 \Omega$$

$$R_{12\text{new}} = R_{12} \cdot k_{m1} = 151.62 \text{ k}\Omega$$

$$R_{13\text{new}} = R_{13} \cdot k_{m1} = 80.1453 \Omega$$

$$R_{14\text{new}} = R_{14} \cdot k_{m1} = 2.0959 \Omega$$

$$R_{15\text{new}} = R_{15} \cdot k_{m1} = 395.74 \text{ k}\Omega$$

### **ΜΟΝΑΔΑ 2(II)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN**

$$\omega_{z02} = \omega_{z2} / \omega_{02} = 0.8503$$

$$R_{21} = 1 \Omega$$

$$R_{23} = 1 \Omega$$

$$k_{21} = \frac{1}{\omega_{z02}^2} - 1 = 0.3831$$

$$k_{22} = \frac{(2+k_{21}) \cdot Q_{1\_2}^2}{(2+k_{21}) \cdot Q_{1\_2}^2 + 1} = 0.9773$$

$$R_{22} = (2 + k_{21})^2 \cdot Q_{1\_2}^2 = 102.7117 \Omega$$

$$R_{24} = (2 + k_{21}) \cdot Q_{1\_2}^2 = 43.0995 \Omega$$

$$C_{22} = 1 / ((2 + k_{21}) \cdot Q_{1\_2}) = 0.0987 \text{ F}$$

$$C_{21} = k_{21} \cdot C_{22} = 0.0378 \text{ F}$$

$$k_{2\_hpn} = k_{22} \cdot (1/\omega_{z02}^2) = 1.3518$$

Το κέρδος της μονάδας HPN στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$H_2 = k_{2\_hpn} \cdot \omega_{z02}^2 = 0.9773$$

### **Κλιμακοποίηση μονάδας 2(II)**

Εφόσον  $\omega_{02} = 7758.9 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f2} = \omega_{02} = 7758.9 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m2} = C_{22} / (C_n \cdot k_{f2}) = 1271.7$$

$$R_{21\text{new}} = R_{21} \cdot k_{m2} = 1271.7 \Omega$$

$$R_{22\text{new}} = R_{22} \cdot k_{m2} = 130.62 \text{ k}\Omega$$

$$R_{23\text{new}} = R_{23} \cdot k_{m2} = 1271.7 \Omega$$

$$R_{24\text{new}} = R_{24} \cdot k_{m2} = 54.81 \text{ k}\Omega$$

$$C_{21\text{new}} = C_{21} / (k_{m2} \cdot k_{f2}) = 3.8313 \text{ nF}$$

$$C_{22\text{new}} = C_{22} / (k_{m2} \cdot k_{f2}) = 0.01 \mu\text{F}$$

### **ΜΟΝΑΔΑ 3(I)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN**

$$\omega_{z03} = \omega_{z3} / \omega_{03} = 1.1069$$

$$R_{31} = 1 \Omega$$

$$R_{32} = 4 \cdot (Q_{3_4})^2 = 6117 \Omega$$

$$R_{33} = \omega_{z03}^2 / (2 \cdot Q_{3_4}) = 0.00040058 \Omega$$

$$R_{34} = 1 \Omega$$

$$R_{35} = (4 \cdot Q_{3_4}^2) / (\omega_{z03}^2 - 1) = 27.164 \text{ k}\Omega$$

$$C_{3\_lpn} = 1 / (2 \cdot Q_{3_4}) = 0.0128 \text{ F}$$

$$k_{3\_lpn} = 1 / (R_{33} + 1) = 0.9996$$

Το κέρδος της μονάδας LPN στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$H_3 = k_{3\_lpn} \cdot \omega_{z03}^2 = 1.2247$$

### **Κλιμακοποίηση μονάδας 3(I)**

Εφόσον  $\omega_{03} = 5960.3 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f3} = \omega_{1,03} = 5960.3 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m3} = C_{3\_lpn} / (C_n \cdot k_{f3}) = 214.5177$$

$$R_{31\text{new}} = R_{31} \cdot k_{m3} = 214.5177 \Omega$$

$$R_{32\text{new}} = R_{32} \cdot k_{m3} = 1312.2 \text{ k}\Omega$$

$$R_{33\text{new}} = R_{33} \cdot k_{m3} = 0.0859 \Omega$$

$$R_{34\text{new}} = R_{34} \cdot k_{m3} = 214.5177 \Omega$$

$$R_{35\text{new}} = R_{35} \cdot k_{m3} = 5827.1 \Omega$$

### **ΜΟΝΑΔΑ 4(II)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN**

$$\omega_{z04} = \omega_{z4} / \omega_{04} = 0.9034$$

$$R_{41} = 1 \Omega$$

$$R_{43} = 1 \Omega$$

$$k_{41} = \frac{1}{\omega_{z04}^2} - 1 = 0.2252$$

$$k_{42} = \frac{(2+k_{41})^2 \cdot Q_{3\_4}^2}{((2+k_{41})^2 \cdot Q_{3\_4}^2) + 1} = 0.9997$$

$$R_{42} = (2 + k_{41})^2 \cdot Q_{3\_4}^2 = 7572.1 \Omega$$

$$R_{44} = (2 + k_{41}) \cdot Q_{3\_4}^2 = 3.4029 \text{ k}\Omega$$

$$C_{42} = 1 / ((2 + k_{41}) \cdot Q_{3\_4}) = 0.0115 \text{ F}$$

$$C_{41} = k_{41} \cdot C_{22} = 0.0026 \text{ F}$$

$$k_{4\_hpn} = k_{42} \cdot (1/\omega_{z04}^2) = 1.2248$$

Το κέρδος της μονάδας HPN στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$H_4 = k_{4\_hpn} \cdot \omega_{z04}^2 = 0.9997$$

#### Κλιμακοποίηση μονάδας 4(II)

Εφόσον  $\omega_{04} = 7302.5 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f4} = \omega_{04} = 7302.5 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m4} = C_{42} / (C_n \cdot k_{f4}) = 157.3699$$

$$R_{41\text{new}} = R_{41} \cdot k_{m4} = 157.3699 \Omega$$

$$R_{42\text{new}} = R_{42} \cdot k_{m4} = 1191.6 \text{ k}\Omega$$

$$R_{43\text{new}} = R_{43} \cdot k_{m4} = 157.3699 \Omega$$

$$R_{44\text{new}} = R_{44} \cdot k_{m4} = 535.51 \text{ k}\Omega$$

$$C_{41\text{new}} = C_{41} / (k_{m4} \cdot k_{f4}) = 2.2519 \text{ nF}$$

$$C_{42\text{new}} = C_{42} / (k_{m4} \cdot k_{f4}) = 0.01 \mu\text{F}$$

#### • Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 0dB.

Το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες είναι :

$$k_{\text{total\_low}} = k_{1\_lpn} \cdot k_{2\_hpn} \cdot k_{3\_hpn} \cdot k_{4\_lpn} = 1.5941$$

Αντίστοιχα, στις υψηλές συχνότητες το κέρδος είναι:

$$H_{\text{total}} = H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 \cdot H_4 = 1.5941$$

Εφόσον θέλουμε το κέρδος του φίλτρου να είναι 0 dB στις χαμηλές συχνότητες:

$$20 \log(a_{\text{kerdos}} \cdot k) = 0 \Rightarrow \log(a_{\text{kerdos}} \cdot k) = 0 \Rightarrow a_{\text{kerdos}} = 0.6273$$

Επειδή η τιμή του  $\alpha$  που προκύπτει είναι μικρότερη του 1 θα χρειαστεί απόσβεση του κέρδους και εξασθένιση της τάσης εισόδου με παθητικό τρόπο. Αυτό θα υλοποιηθεί με μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

Ισχύει ότι  $a_{kerdos} = -\frac{R_2}{R_1}$  άρα αν θεωρήσουμε ότι  $R_2 = 6.273\text{k}\Omega$  τότε  $R_1 = 10\text{k}\Omega$ .

Επειδή η αναστρέφουσα συνδεσμολογία εισάγει αλλαγή φάσης, στο κύκλωμα του Multisim που θα δημιουργήσουμε παρακάτω, βάζουμε μια επιπλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος 1 για να αναιρέσουμε την αλλαγή φάσης.

### Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα (LPN) όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{k_{1,lpn} \cdot (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1,2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{0.96317 \cdot s^2 + 4.1922 \cdot 10^7}{s^2 + 1319.1 \cdot s + 3.1468 \cdot 10^7}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα (HPN) όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{k_{2,hpn} \cdot (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1,2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{1.3518 \cdot s^2 + 5.8836 \cdot 10^7}{s^2 + 1824.5 \cdot s + 6.0201 \cdot 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα (LPN) όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_3(s) = \frac{k_{3,lpn} \cdot (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1,2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{0.9996 \cdot s^2 + 4.3508 \cdot 10^7}{s^2 + 152.41 \cdot s + 3.5525 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα (HPN) όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_4(s) = \frac{k_{4,hpn} \cdot (s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1,2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{1.2248 \cdot s^2 + 5.3311 \cdot 10^7}{s^2 + 186.74 \cdot s + 5.3326 \cdot 10^7}$$

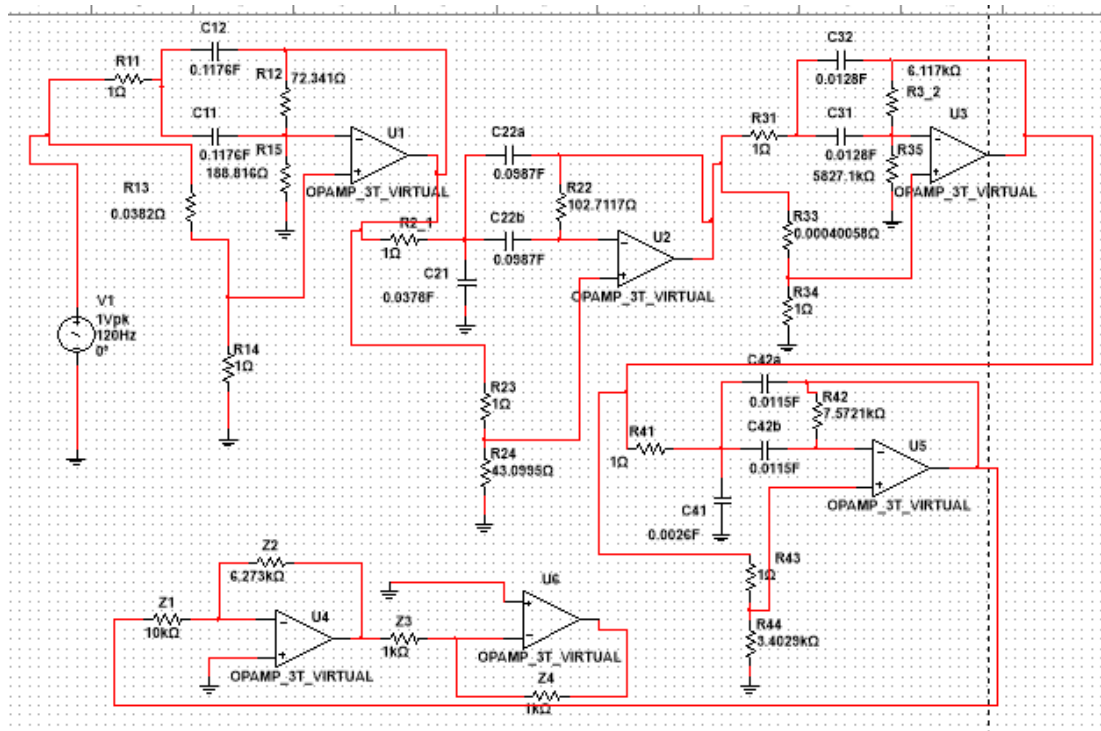
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου είναι:

$$T_{BE}(s) = a_{kerdos} \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) \text{ άρα}$$

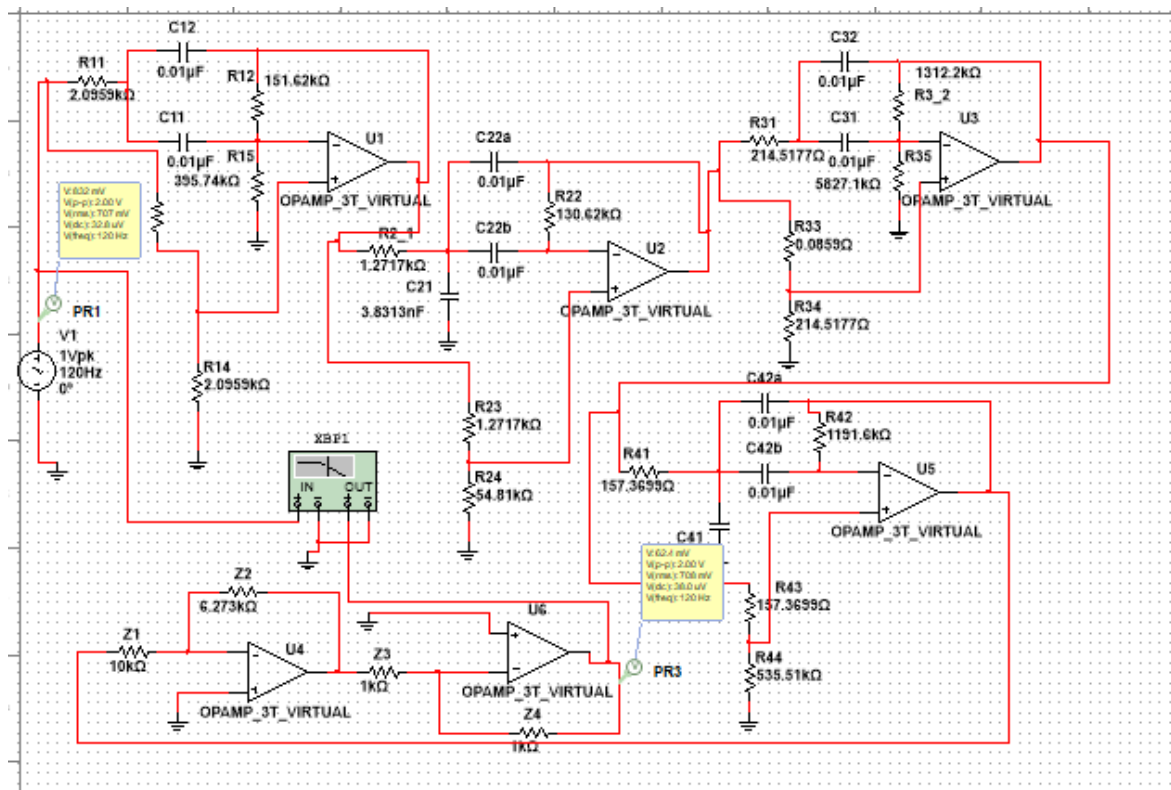
$T_{BE}(s)=$

$$\frac{s^8 + 1.741 \cdot 10^8 s^6 + 1.1367 \cdot 10^{16} s^4 + 3.2982 \cdot 10^{23} s^2 + 3.5888 \cdot 10^{30}}{s^8 + 3482.7 s^7 + 1.8402 \cdot 10^8 s^6 + 4.6289 \cdot 10^{11} s^5 + 1.2243 \cdot 10^{16} s^4 + 2.0147 \cdot 10^{19} s^3 + 3.4861 \cdot 10^{23} s^2 + 2.8717 \cdot 10^{26} s + 3.5888 \cdot 10^{30}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τέσσερις μονάδες καθώς και η πρώτη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους. Η δεύτερη αναστρέφουσα συνδεσμολογία προστέθηκε στο κύκλωμα για να αναιρέσει την αλλαγή φάσης που εισάγει η πρώτη.



Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοφρακτικό φίλτρο Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



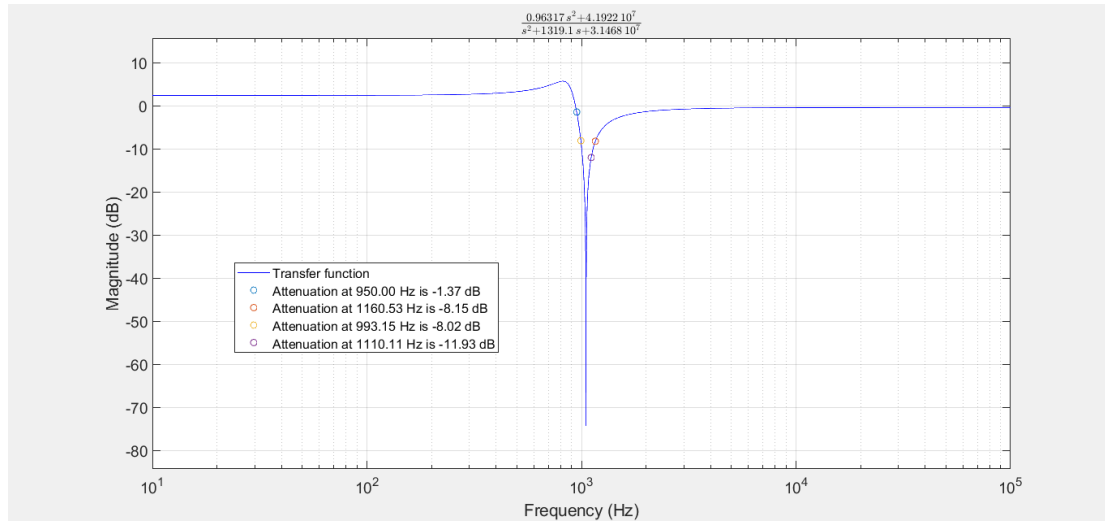
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

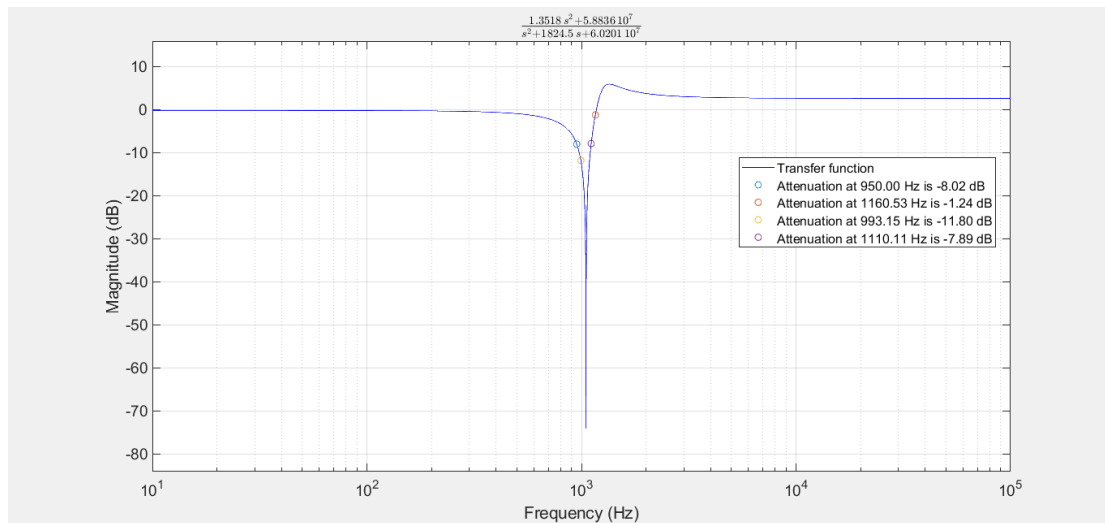
Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες.

Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

## 1<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο- LPN

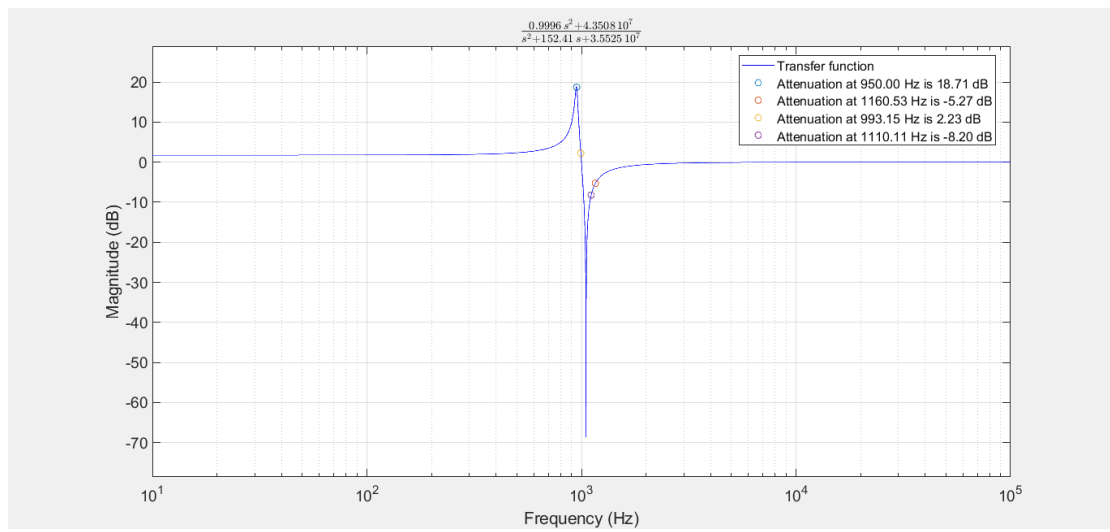


## 2<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο-HPN

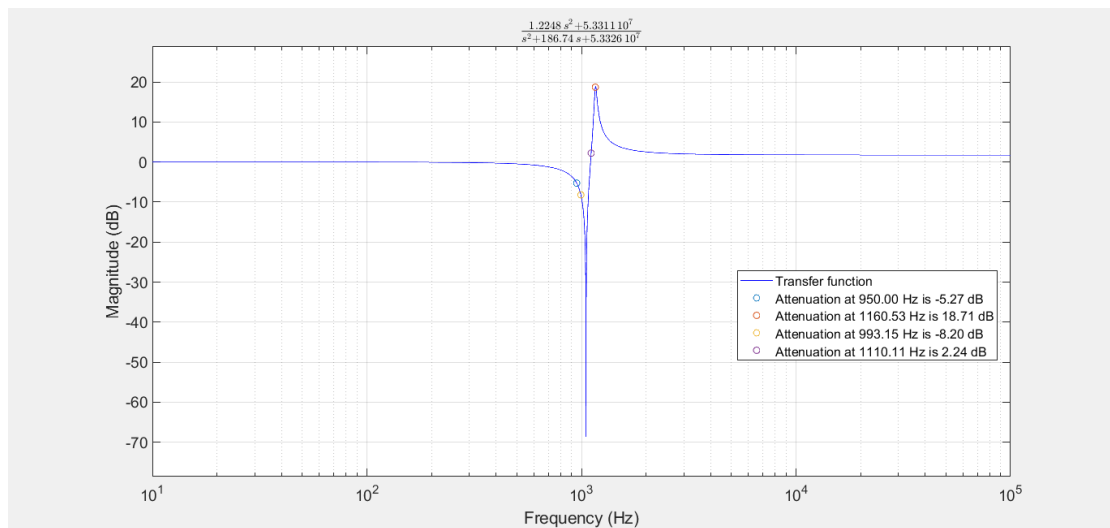




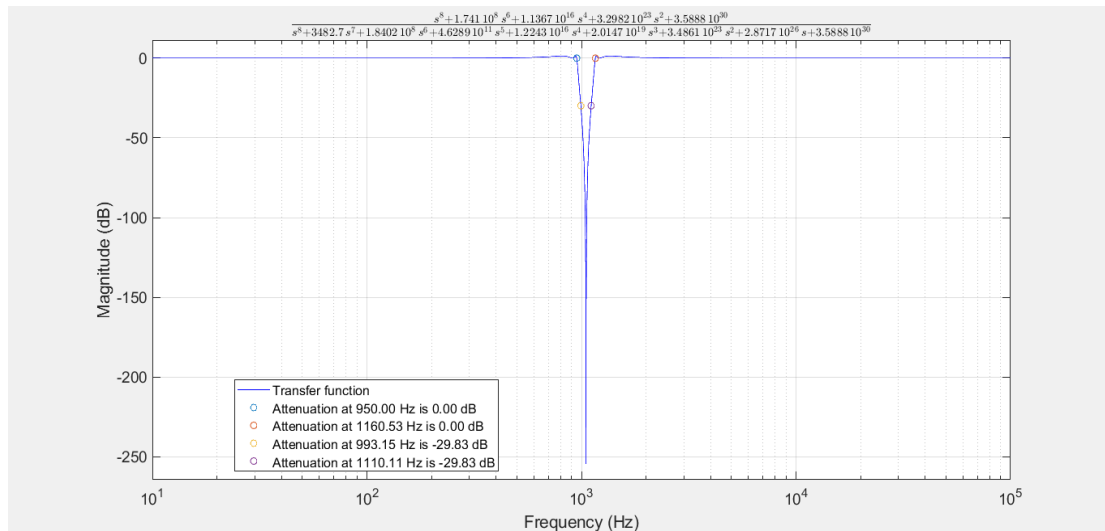
### 3<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο-LPN



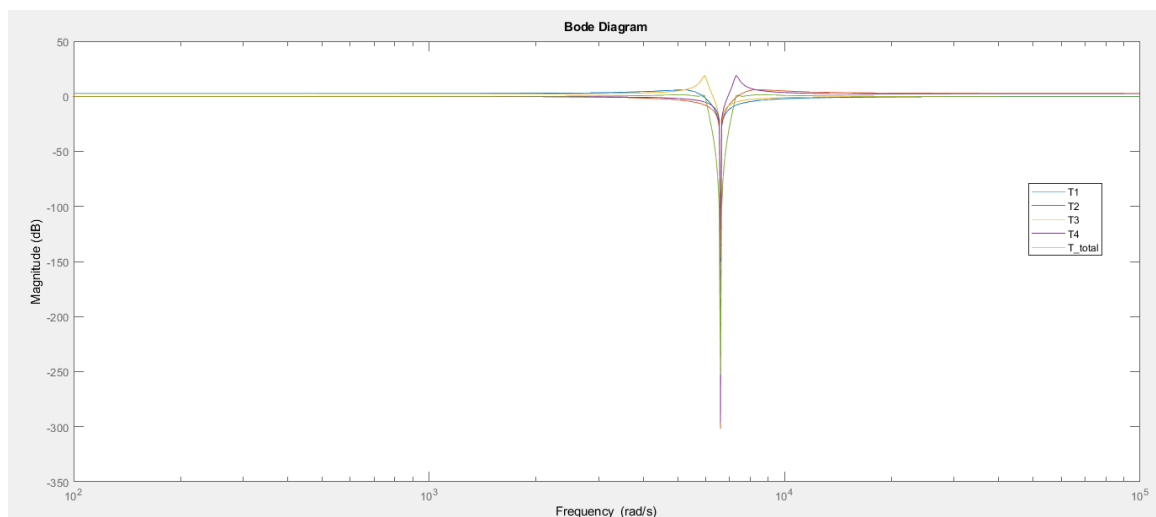
### 4<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο-HPN



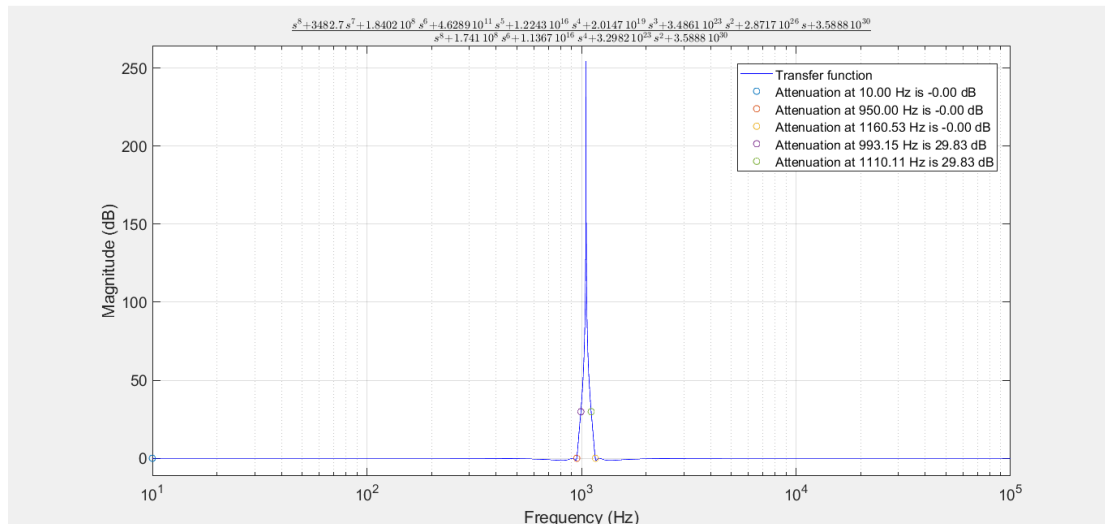
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες,  $f_1=950\text{Hz}$ ,  $f_2= 1160.53 \text{ Hz}$ ,  $f_3= 993.15 \text{ Hz}$  και  $f_4=1110.11\text{Hz}$ , καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

Στις συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές  $a_{\max}= 1.4\text{dB}$ .

Παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται γιατί έχουμε 0 dB το οποίο είναι όντως μικρότερο από το 1.4 που θέλουμε.

Στις συχνότητες  $f_3$  και  $f_4$  θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές  $a_{\min}= 24.8\text{dB}$ .

Παρατηρούμε και εδώ ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται διότι έχουμε 29.83dB που είναι όντως μεγαλύτερη τιμή από τα ζητούμενα 24.8dB.

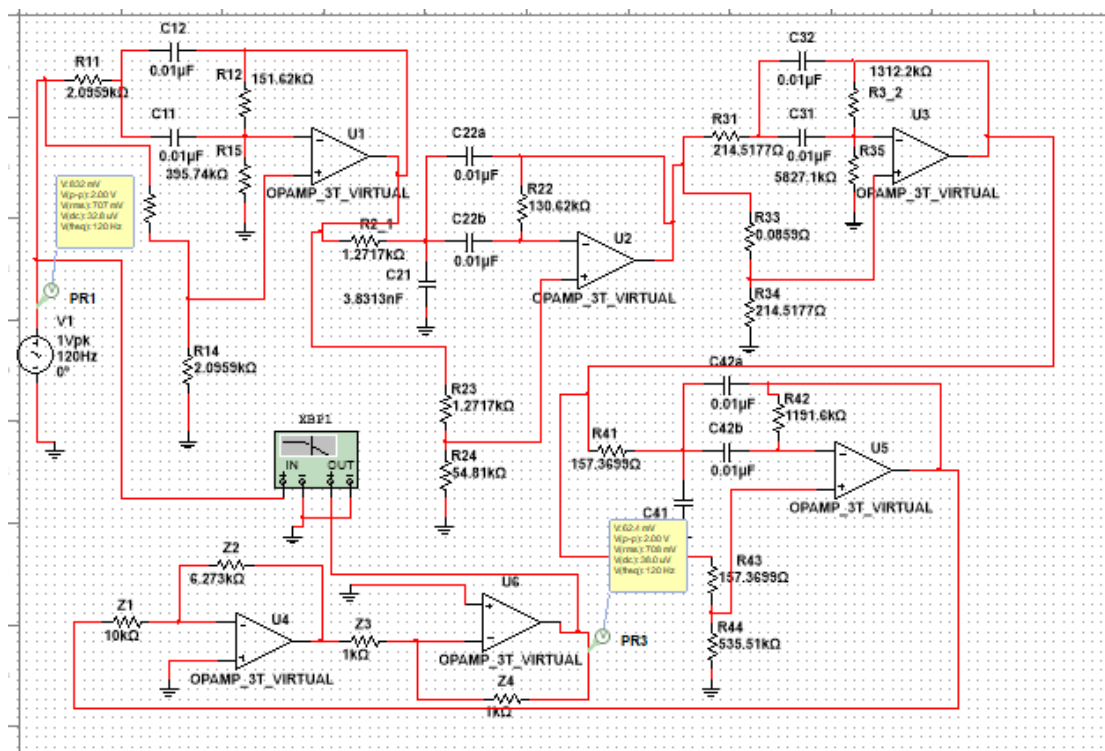
Τέλος, βλέπουμε ότι το κέρδος του φίλτρου μας είναι ακριβώς 0dB άρα καλύπτεται και η ζητούμενη προδιαγραφή για κέρδος 0dB.

Αποκλίσεις που τυχόν υπάρχουν από την θεωρητική ανάλυση που έγινε στο Matlab θεωρούνται αμελητέες και δεν επηρεάζουν την λειτουργία του φίλτρου.

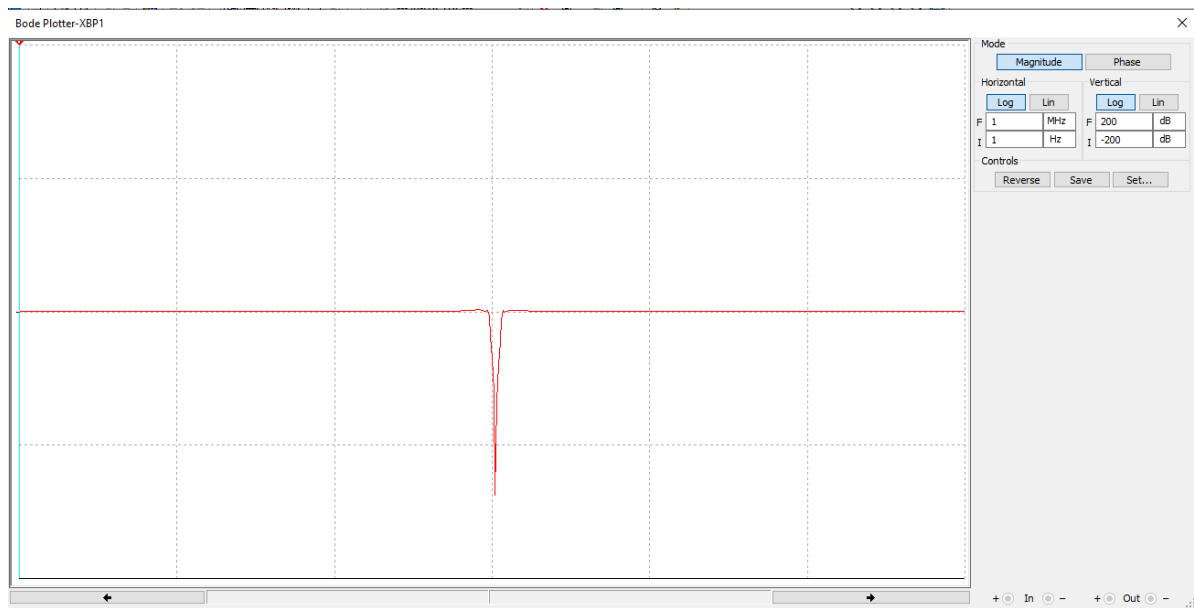
Σε αντίθεση με άλλες εργασίες δεν υπάρχει κάποιο άλλο διάγραμμα που να μας δίνει πληροφορία για ρύθμιση κέρδους στα 0dB καθώς αυτή ήταν η ανάλυση που προηγήθηκε.

### Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

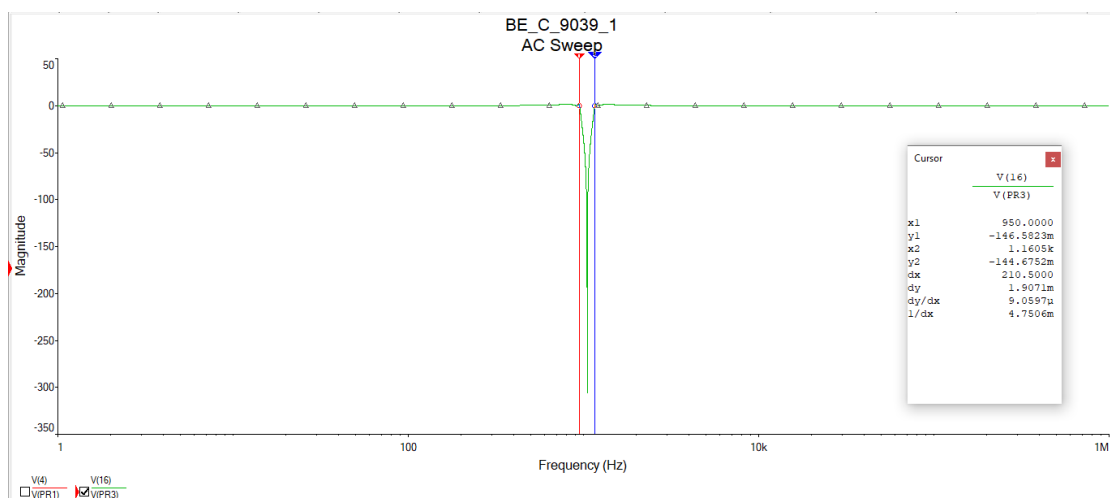


- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω:



Έχουμε ρυθμίσει το εύρος συχνοτήτων στο ίδιο διάστημα που προέκυψε από το Matlab για να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων.  
 Το διάγραμμα που προκύπτει επιβεβαιώνει την μορφή ενός ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev που έχει κέρδος 0dB.  
 Για αναλυτικότερη επαλήθευση τήρησης των προδιαγραφών θα χρησιμοποιήσουμε AC Analysis όπου με τους κέρσορες θα έχουμε την ακριβή τιμή των μεταβλητών.

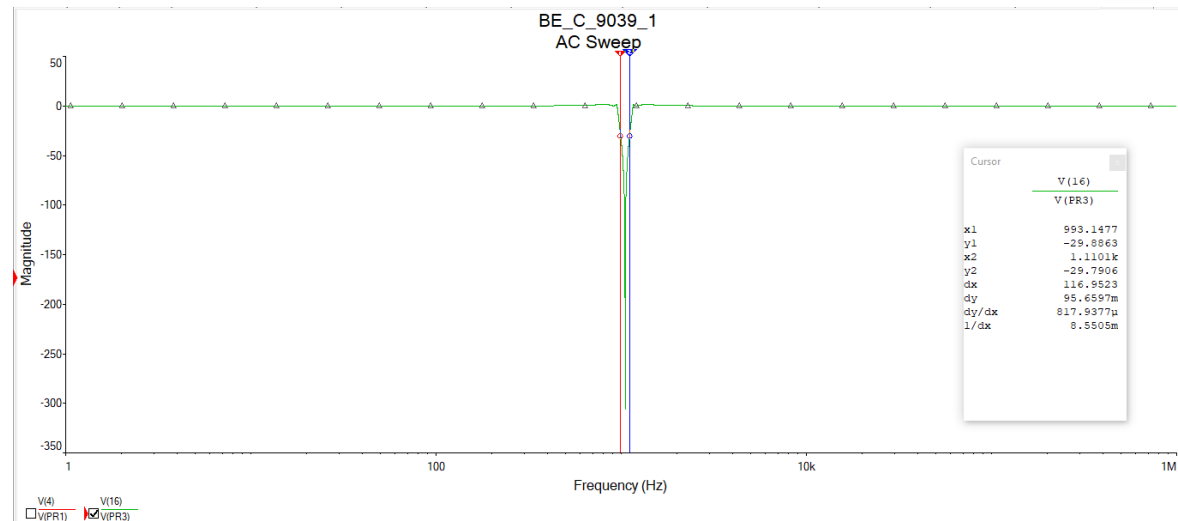
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ό,τι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Στις συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές  $a_{max} = 1.4\text{dB}$ .

Παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται γιατί έχουμε  $0.146\text{ dB}$  το οποίο είναι όντως μικρότερο από το  $1.4$  που θέλουμε.

Χρησιμοποιούμε στο ίδιο σχήμα άλλους δύο cursors για να εξάγουμε συμπεράσματα σχετικά με το  $a_{min}$ :



Στις συχνότητες  $f_3$  και  $f_4$  θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές  $a_{min} = 24.8\text{dB}$ .

Παρατηρούμε και εδώ ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται διότι έχουμε  $29.88\text{dB}$  που είναι όντως μεγαλύτερη τιμή από τα ζητούμενα  $24.8\text{dB}$ .

Και στα δύο παραπάνω σχήματα παρατηρεί κανείς ότι τηρείται η προδιαγραφή για κέρδος  $0\text{dB}$ .

Επομένως, το φίλτρο τηρεί τις ζητούμενες προδιαγραφές.

### Διέγερση με περιοδικό σήμα

Σε αυτό το σημείο της εργασίας, χρησιμοποιούμε ως είσοδο το σήμα

$$u_1 = 0.5 \cdot \cos((\omega_0 - ((\omega_0 - \omega_3) / 2)) \cdot t) + 0.8 \cdot \cos((\omega_0 + ((\omega_0 + \omega_3) / 3)) \cdot t) + 0.8 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_1 \cdot t) + 0.6 \cdot \cos(2.5 \cdot \omega_2 \cdot t) + 1.2 \cdot \cos(3 \cdot \omega_2 \cdot t)$$

Οι 5 συχνότητες που θα παρουσιάσει το σήμα αυτό είναι οι εξής:

$$f_{11}= 1.0216\text{kHz}$$

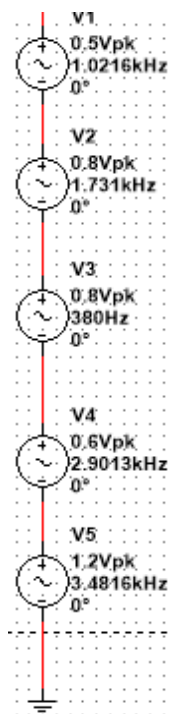
$$f_{12}=1.731\text{kHz}$$

$$f_{13} = 380\text{Hz}$$

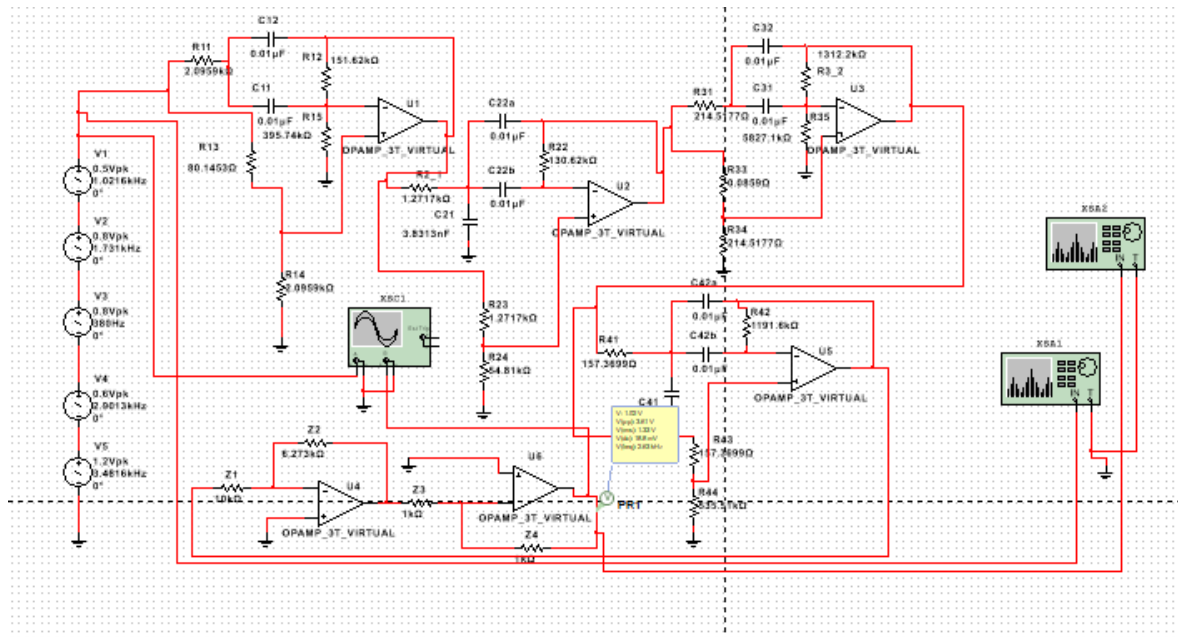
$$f_{14} =2.9013\text{kHz}$$

$$f_{15}=3.4816\text{kHz}$$

Για την δημιουργία του σήματος στο Multisim χρησιμοποιούμε 5 AC Voltage πηγές στην σειρά ,κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια συχνότητα, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

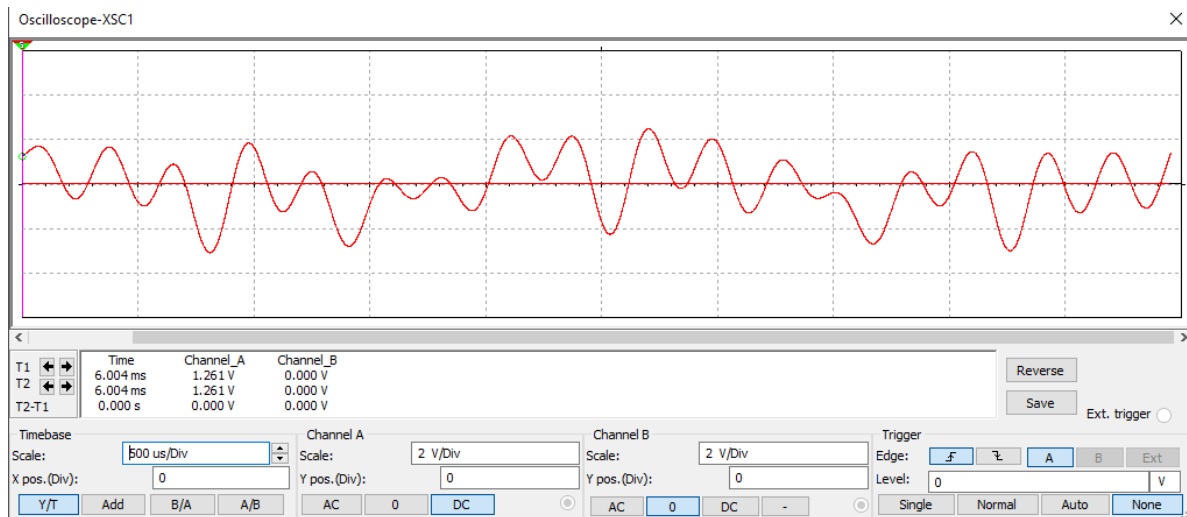


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Η συνδεσμολογία που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημάτων εισόδου και εξόδου(και των φασμάτων τους στη συνέχεια) είναι η παρακάτω:



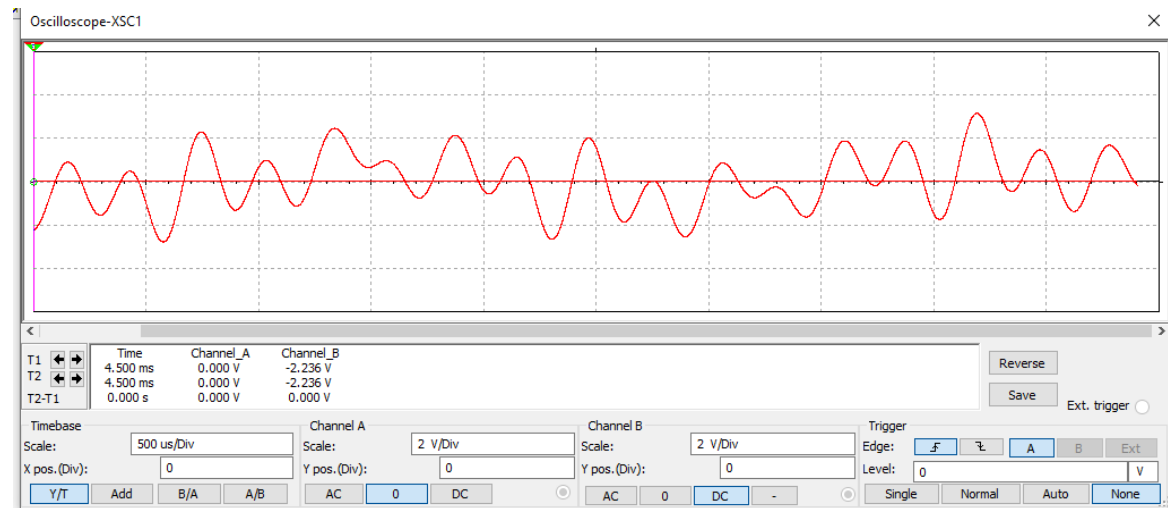
Τα σήματα που προκύπτουν είναι τόσο από Matlab όσο και από Multisim παρουσιάζονται παρακάτω:

Σήμα εισόδου Multisim:

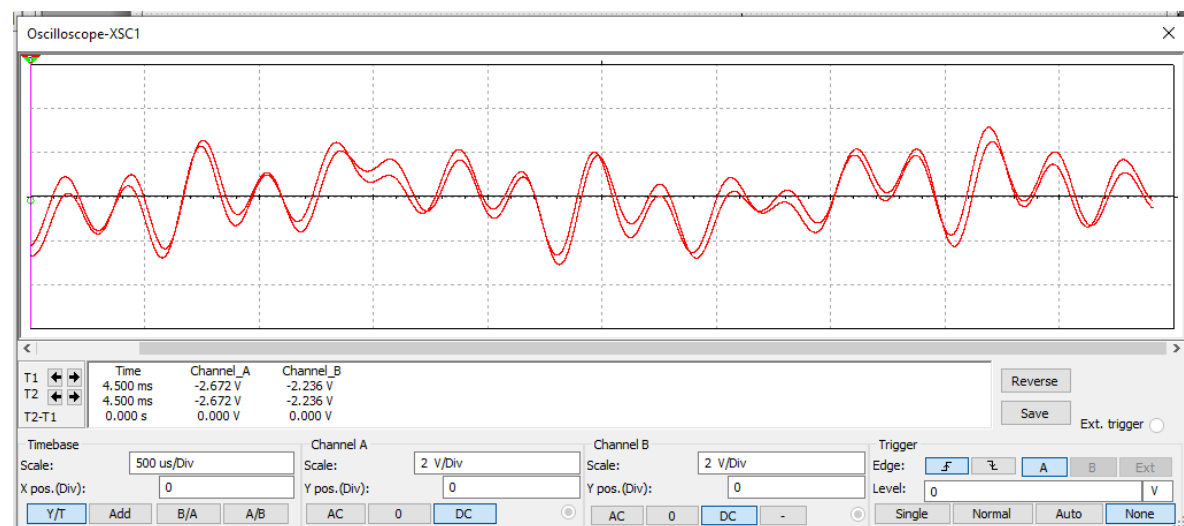




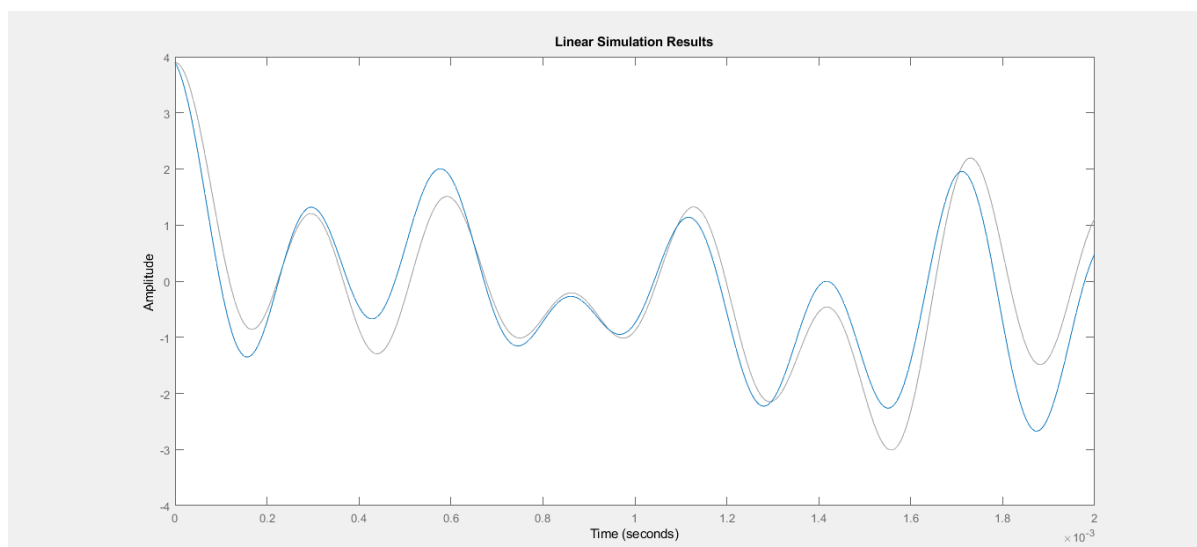
### Σήμα εξόδου Multisim:



### Απεικόνιση σήματος εισόδου και εξόδου μαζί Multisim:



### Απεικόνιση σήματος εισόδου και εξόδου μαζί Matlab:



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου όπου φαίνεται ότι τα αποτελέσματα των αναλύσεων από Matlab και Multisim ταυτίζονται.

Και στα τρία σχήματα του Multisim φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 2V/Div , 500us/Div κτλ.).

Τηρείται όπως φαίνεται η προδιαγραφή για κέρδος 0dB.

Η μελέτη των φασμάτων στη συνέχεια θα μας δώσει περισσότερα στοιχεία.

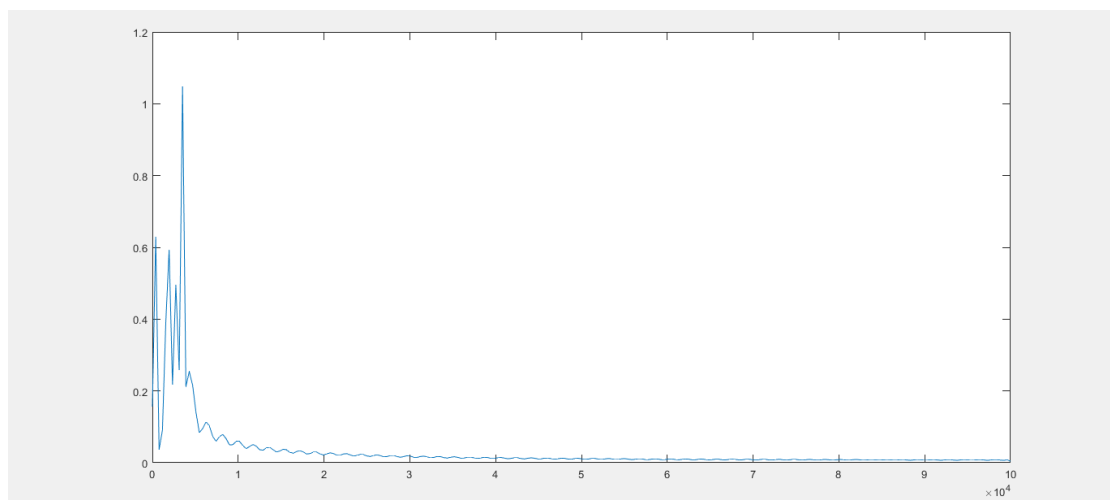
### **Σχεδίαση φασμάτων-Ανάλυση Fourier**

Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

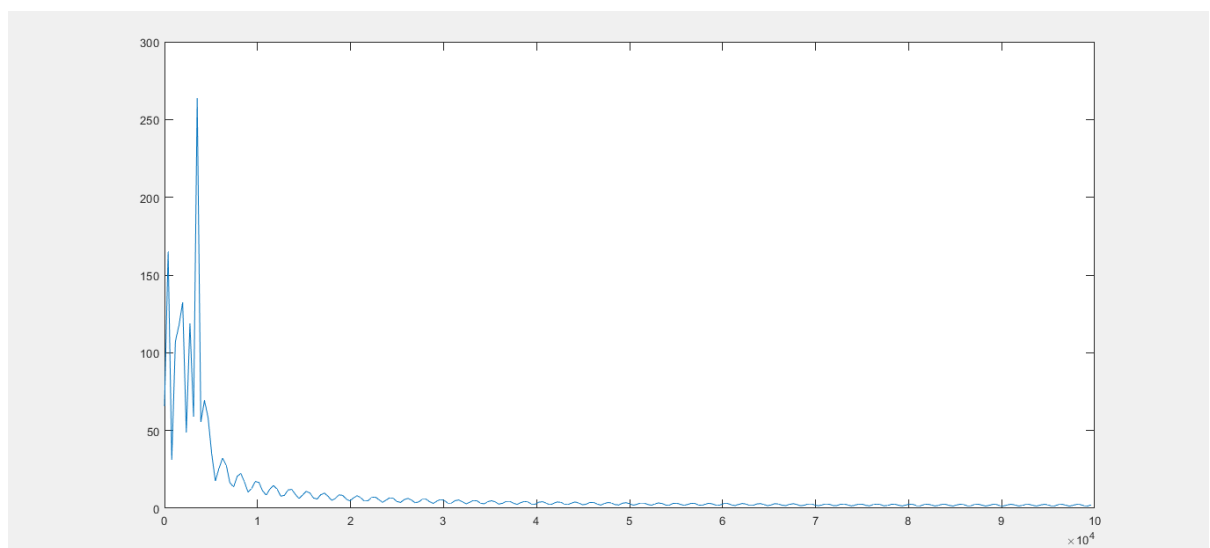
Στο Multisim για την δημιουργία των φασμάτων θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο Spectrum Analyser.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

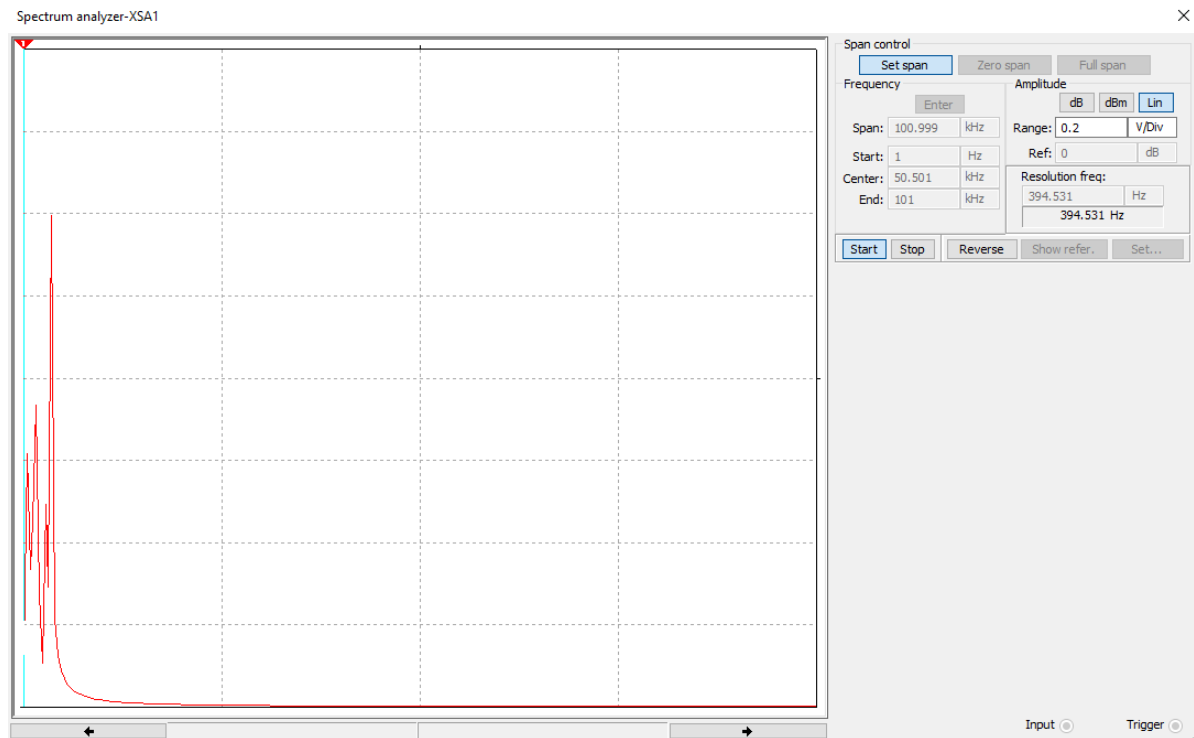
### Φάσμα σήματος εισόδου Matlab:



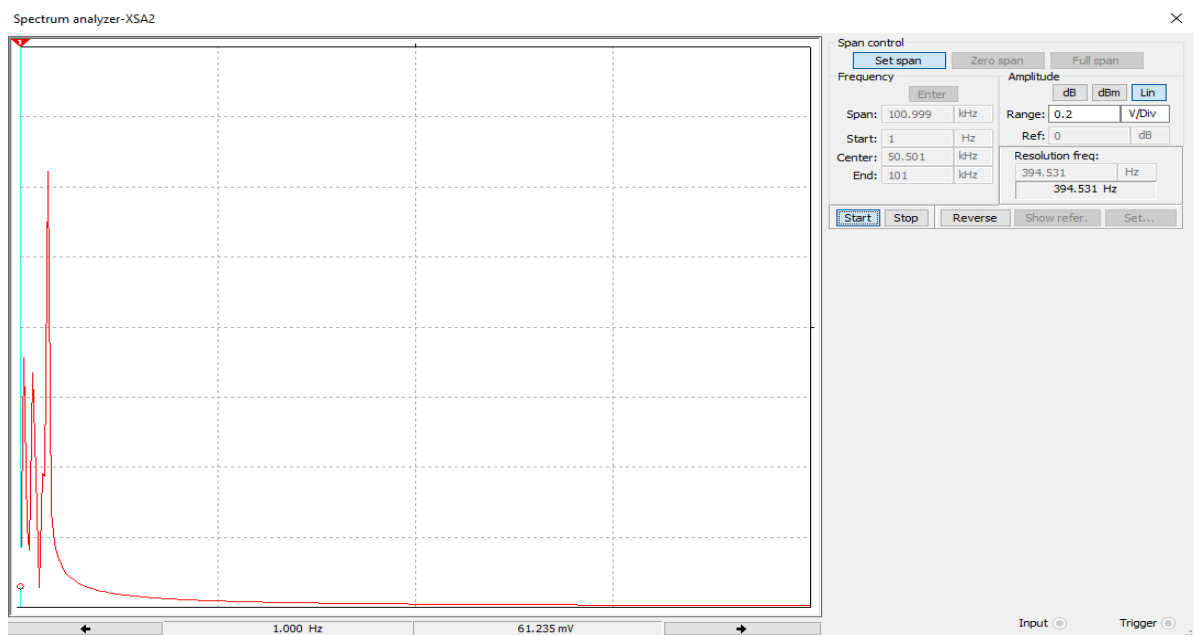
### Φάσμα σήματος εξόδου Matlab:



## Φάσμα σήματος εισόδου Multisim:



## Φάσμα σήματος εξόδου Multisim:



Τα αποτελέσματα των αναλύσεων από Matlab και Multisim ταυτίζονται. Στο σήμα εισόδου παρατηρεί κανείς 5 ώσεις που αντιστοιχούν στις πέντε συχνότητες του σήματος εισόδου. Στο σήμα εξόδου παρατηρούμε λιγότερες ώσεις, στις συχνότητες που υπήρχαν στη ζώνη διέλευσης αντίστοιχα.

Επομένως, το φίλτρο λειτουργεί σωστά και ικανοποιεί τις ζητούμενες προδιαγραφές.

## ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

### Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

#### ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_p = 3\text{kHz} \quad f_s = 1.6667\text{kHz} ,$$

$$\mu=0$$

και

$$a_{\max} = 0.75 \text{ dB} , \quad a_{\min} = 26.33 \text{ dB} .$$

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

##### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά, μετασχηματίζουμε τις συχνότητες  $f_p$  και  $f_s$  στις αντίστοιχες κυκλικές:

$$\omega_p = 2\pi f_p = 18850 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 2\pi f_s = 10472 \text{ rad/sec}$$

Μετασχηματίζουμε τις προδιαγραφές του ανωδιαβατού φίλτρου χρησιμοποιώντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό  $HP \rightarrow LP$  και έτσι καταλήγουμε στις προδιαγραφές του κατωδιαβατού πρωτότυπου φίλτρου. Υπολογίζουμε λοιπόν:

$$\Omega_p = 1 \quad \text{και} \quad \Omega_s = \frac{\omega_p}{\omega_s} = 1.8$$

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} [(10^{amin/10}-1)-(10^{amax/10}-1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.8208$$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι μια ακέραια τιμή αλλά μια δεκαδική θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στην αμέσως μεγαλύτερη ακέραια. Δηλαδή ,

$$\underline{\mathbf{n = 4}}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος  $\Omega_{hp}$  από τον τύπο:

$$\Omega_{hp} = \cosh\left\{\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1}\left(10^{\left(\frac{amax}{10}\right)} - 1\right)^{(-1/2)}\right\} = 1.0689$$

Υπολογίζουμε επίσης τις σταθερές ε και α ως εξής:

$$\varepsilon = (10^{\frac{amax}{10}} - 1)^{1/2} = 0.4342 \text{ και } \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = 0.3929$$

Σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος επειδή η τάξη του φίλτρου είναι n=4 οι γωνίες Butterworth είναι  $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$ .

Οι πόλοι του φίλτρου Chebyshev προκύπτουν από τους παρακάτω τύπους σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος στο κεφάλαιο 9:

$$p_k = -\sinh(a) \cdot \cos(\psi_k) \pm j \cosh(a) \cdot \sin(\psi_k)$$

Με αντικατάσταση των τιμών προκύπτει ότι οι πόλοι του συστήματος είναι:

$$p_{1,2} = -0.3724 \pm 0.4126j$$

$$p_{3,4} = -0.1543 \pm 0.9961j$$

Από τους πόλους προκύπτει ότι :

$$\Omega_{01,2} = \sqrt{(\text{real}(p_{1,2}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{1,2}))^{1/2}} = 0.5558$$

$$\Omega_{03,4} = \sqrt{(\text{real}(p_{3,4}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{3,4}))^{1/2}} = 1.008$$

Υπολογίζουμε τώρα τα Q των πόλων:

$$Q_{1,2} = \frac{\Omega_{01,2}}{2 \cdot |\text{real}(p_{1,2})|} = 0.7463$$

$$Q_{3,4} = \frac{\Omega_{03,4}}{2 \cdot |\text{real}(p_{3,4})|} = 3.2673$$

$\psi_k$	Q	$p_k$
$\pm 22.5^\circ$	0.7463	$-0.3724 \pm 0.4126j$
$\pm 67.5^\circ$	3.2673	$-0.1543 \pm 0.9961j$

Στη συνέχεια, πραγματοποιώ αντιστροφή των πόλων έτσι ώστε να αποκτήσουμε τα στοιχεία του ανωδιαβατού φίλτρου όπως ορίζει η θεωρία.

Η συχνότητα ημίσειας ισχύος του ανωδιαβατού φίλτρου είναι:

$$\omega_{hp} = \frac{\omega_p}{\Omega_{hp}} = 17634$$

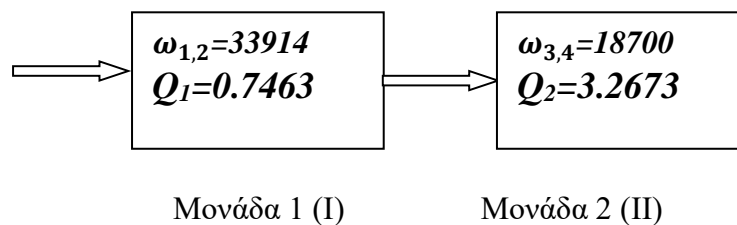


Οι πόλοι του ανωδιαβατού φίλτρου είναι:

$$\omega_{1,2} = \frac{\omega_p}{\Omega_{o1,2}} = 33914$$

$$\omega_{3,4} = \frac{\omega_p}{\Omega_{o3,4}} = 18700$$

Επομένως, η συνάρτηση μεταφοράς που θα υλοποιηθεί θα αποτελείται από δύο μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή:



### •Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά  $\omega_0=1\text{rad/s}$  και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες. Στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση έτσι ώστε στο τέλος να υπολογίσουμε τις τιμές των πραγματικών στοιχείων.

Για την υλοποίηση των μονάδων 1(I) και 2(II) χρησιμοποιούμε το ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key σύμφωνα με την στρατηγική σχεδίασης (1).

#### **ΜΟΝΑΔΑ 1 (I)**

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key. Σύμφωνα με την στρατηγική (1) ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$R_{11}=R_{12}=1$$

$$C_{11}=C_{12}=1$$

$$r_{11}=1$$

$$r_{12}=2-(1/Q_{1,2})=0.66$$

$$k_1=3-(1/Q_{1,2})=1.66$$

### **Κλιμακοποίηση μονάδας 1 (I)**

Εφόσον  $\omega_{1,2} = 33914 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f1} = \omega_{1,2} = 33914 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01\mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$C_{11\text{new}}=C_{12\text{new}}=0.01\mu\text{F}$$

$$k_{m1}=C_{11}/(C_{11\text{new}} \cdot k_{f1})=2948.6$$

$$R_{11\text{new}}=R_{11} \cdot k_{m1}=2948.6\Omega$$

$$R_{12\text{new}}=R_{12} \cdot k_{m1}=2948.6\Omega$$

$$r_{11\text{new}}=r_{11} \cdot k_{m1}=2948.6\Omega$$

$$r_{12\text{new}}=r_{12} \cdot k_{m1}=1946\Omega$$

### **ΜΟΝΑΔΑ 2 (II)**

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key. Σύμφωνα με την στρατηγική (1) ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$R_{21}=R_{22}=1$$

$$C_{21}=C_{22}=1$$

$$r_{21}=1$$

$$r_{22}=2-(1/Q_{3,4})=1.6939$$

$$k_2=3-(1/Q_{3,4})=2.6939$$

## Κλιμακοποίηση μονάδας 2 (II)

Εφόσον  $\omega_0 = 18700 \text{ rad/s}$  επιλέγουμε  $k_{f1} = \omega_{1,2} = 18700 \text{ rad/s}$ . Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C_n = 0.01 \mu\text{F}$ .

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$C_{21\text{new}} = C_{22\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$$

$$k_{m2} = C_{21} / (C_{21\text{new}} \cdot k_{f2}) = 5347.5$$

$$R_{21\text{new}} = R_{21} \cdot k_{m2} = 5347.5 \Omega$$

$$R_{22\text{new}} = R_{22} \cdot k_{m2} = 5347.5 \Omega$$

$$r_{21\text{new}} = r_{21} \cdot k_{m2} = 5347.5 \Omega$$

$$r_{22\text{new}} = r_{22} \cdot k_{m2} = 9058.4 \Omega$$

### • Ρύθμιση Κέρδους

Σκοπός μας είναι να ρυθμίσουμε το κέρδος ώστε το συνολικό κέρδος του φίλτρου να είναι 10dB. Οι δύο μονάδες που υλοποιήσαμε έχουν συνολικό κέρδος  $k_{\text{total}} = k_1 \cdot k_2 = 4.4719$

Προκειμένου να φτάσουμε τα επιθυμητά 10dB πρέπει να αυξήσουμε το κέρδος του συνολικού φίλτρου. Επομένως, ισχύει :

$$20 \cdot \log(a_{\text{kerdos}} \cdot k_{\text{total}}) = 10 \Rightarrow a_{\text{kerdos}} = (10^{1/2} / k_{\text{total}}) = 0.7071$$

Εφόσον το  $a_{\text{kerdos}}$  είναι μικρότερο του 1 θα πρέπει να πραγματοποιηθεί εξασθένιση του κέρδους παθητικά. Αυτό συμβαίνει γιατί η τάση εξόδου είναι μεγαλύτερη από αυτή που ζητάμε. Ως αποτέλεσμα, πρέπει να εξασθενήσουμε την τάση εισόδου και για αυτό κρίνεται σκόπιμο να χρησιμοποιήσουμε μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

Ισχύει ότι  $a_{\text{kerdos}} = -\frac{R_2}{R_1}$  άρα αν θεωρήσουμε ότι  $R_2 = 7.07 \text{ k}\Omega$  τότε  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ . Το αποτέλεσμα της ρύθμισης κέρδους φαίνεται στα διαγράμματα που ακολουθούν.

Επειδή η αναστρέφουσα συνδεσμολογία εισάγει αλλαγή φάσης, στο κύκλωμα του Multisim που θα δημιουργήσουμε παρακάτω ,βάζουμε μια επιπλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος 1 για να αναιρέσουμε την αλλαγή φάσης.

### Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα που είναι ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{k_1 \cdot \omega_{01,2}^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_1} \cdot s + \omega_{01,2}^2} = \frac{33914^2}{s^2 + \frac{33914}{0.7463} \cdot s + 33964^2} = \frac{1.66 \cdot s^2}{s^2 + 45446 \cdot s + 1.1502 \cdot 10^9}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα που είναι ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

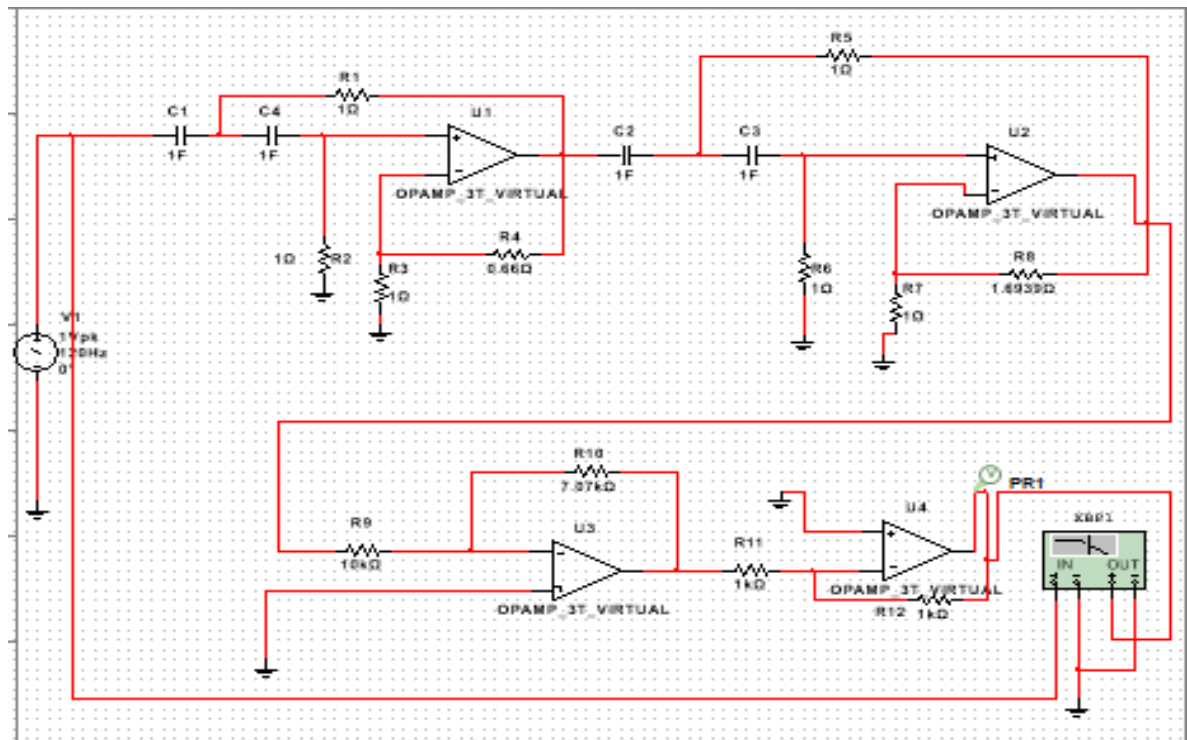
$$T_2(s) = \frac{k_2 \cdot \omega_{03,4}^2}{s^2 + \frac{\omega_{03,4}}{Q_2} \cdot s + \omega_{03,4}^2} = \frac{18700^2}{s^2 + \frac{18700}{3.2673} \cdot s + 18700^2} = \frac{2.6939 \cdot s^2}{s^2 + 5723.4 \cdot s + 3.497 \cdot 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού φίλτρου είναι:

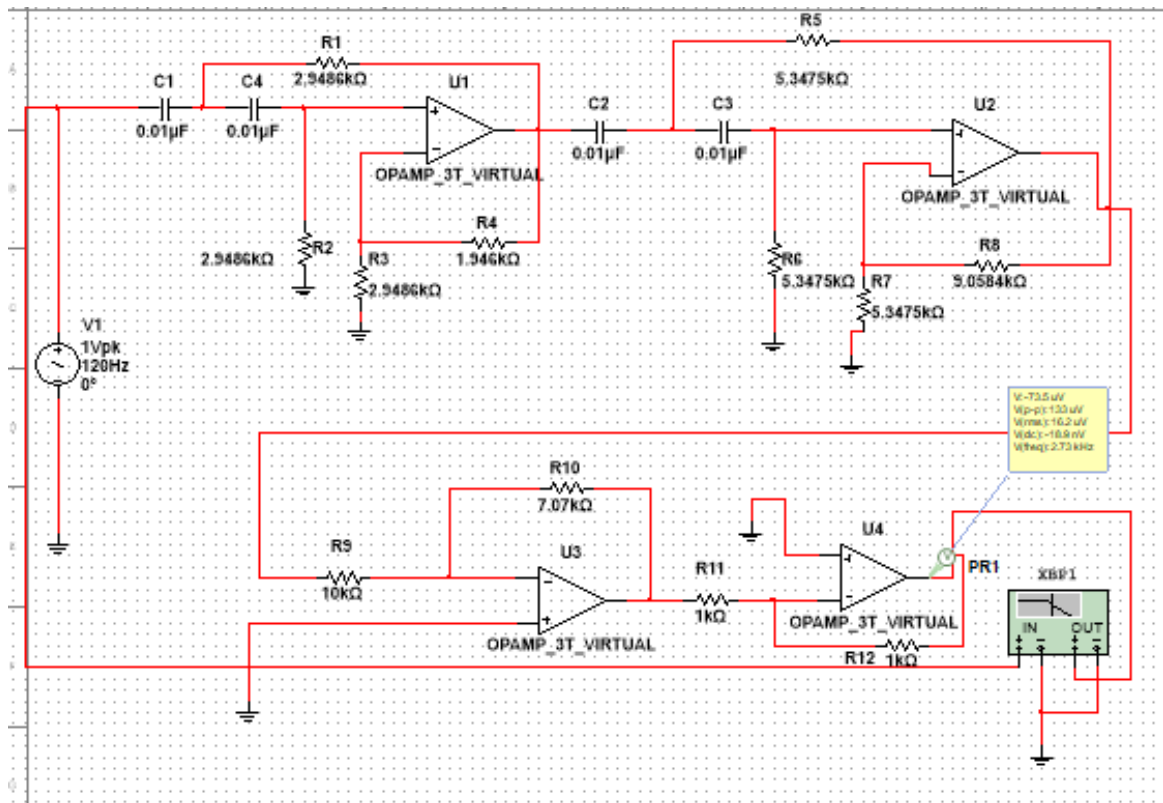
$$T_{HP}(s) = a_{kerdos} \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s)$$

$$T_{HP}(s) = \frac{3.1623 \cdot s^4}{s^4 + 51169 \cdot s^3 + 1.76 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 2.2475 \cdot 10^{13} \cdot s + 4.0221 \cdot 10^{17}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες καθώς και η πρώτη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους. Η δεύτερη αναστρέφουσα συνδεσμολογία προστέθηκε στο κύκλωμα για να αναιρέσει την αλλαγή φάσης που εισάγει η πρώτη.



Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των πραγματικών στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



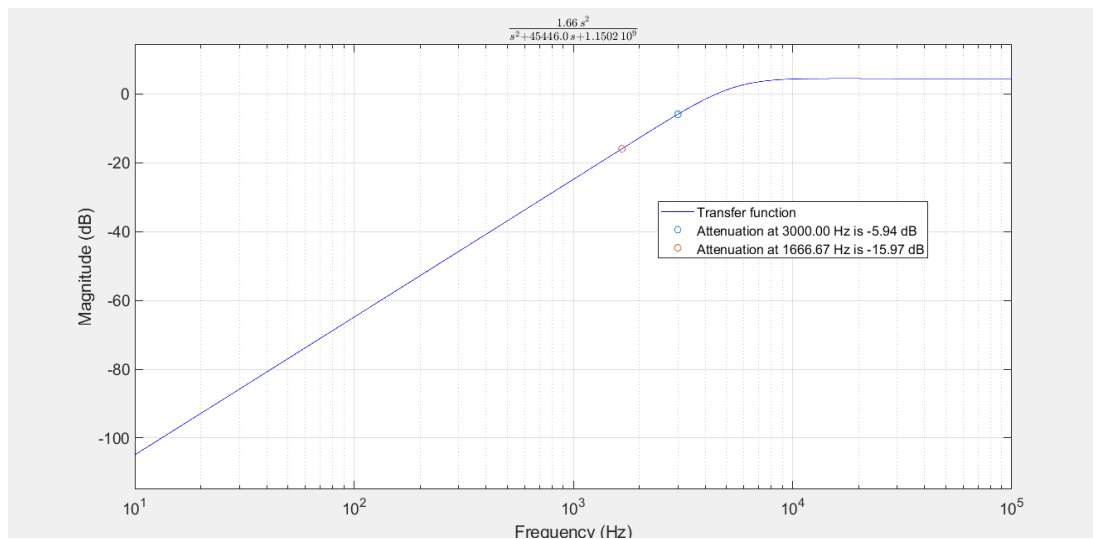
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

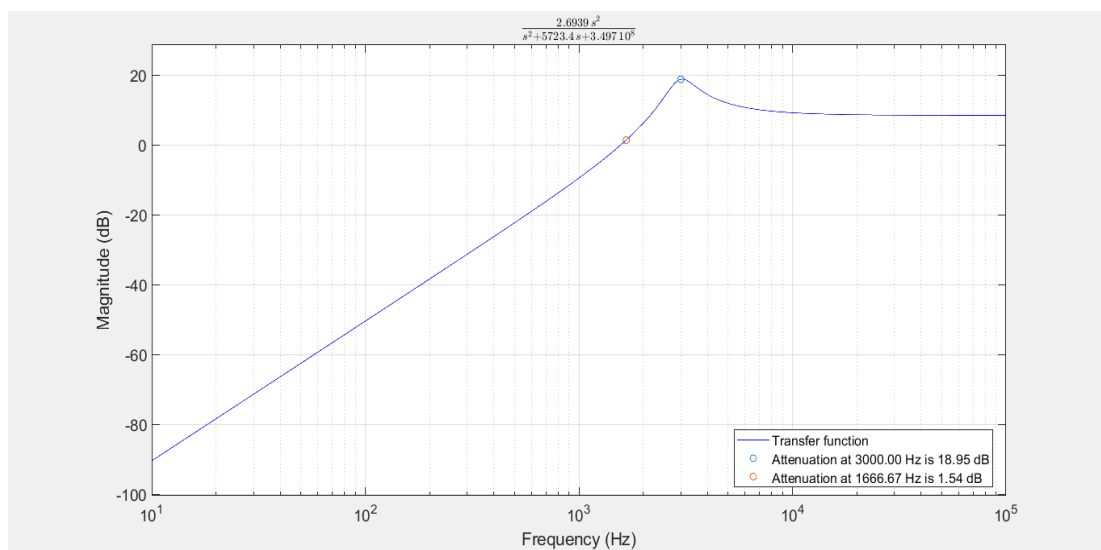
Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες.

Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

## 1<sup>η</sup> Μονάδα-Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key

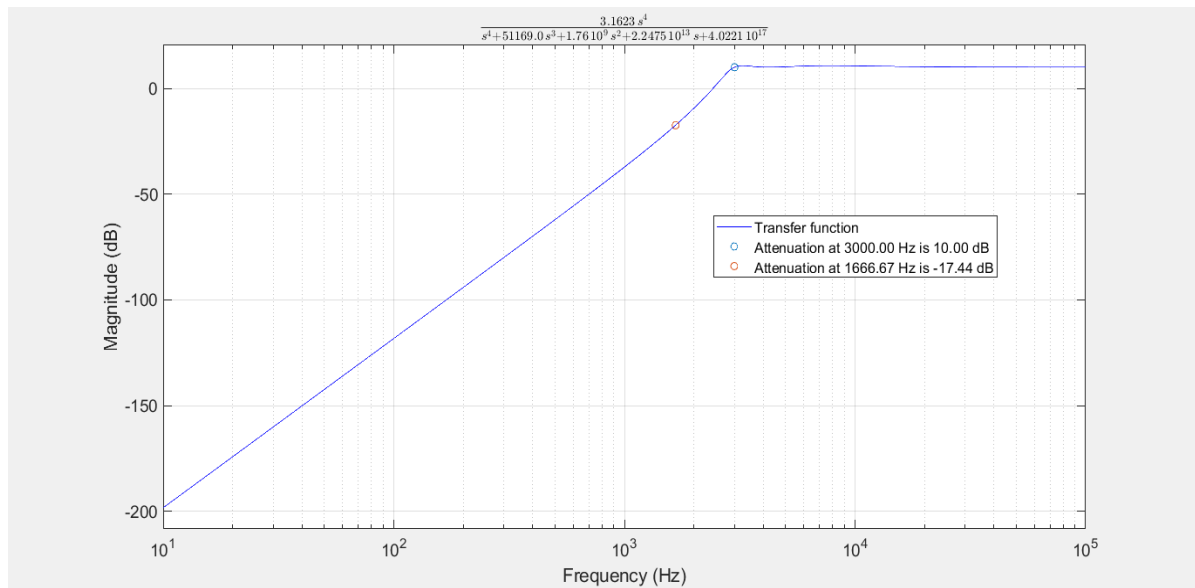


## 2<sup>η</sup> Μονάδα-Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key

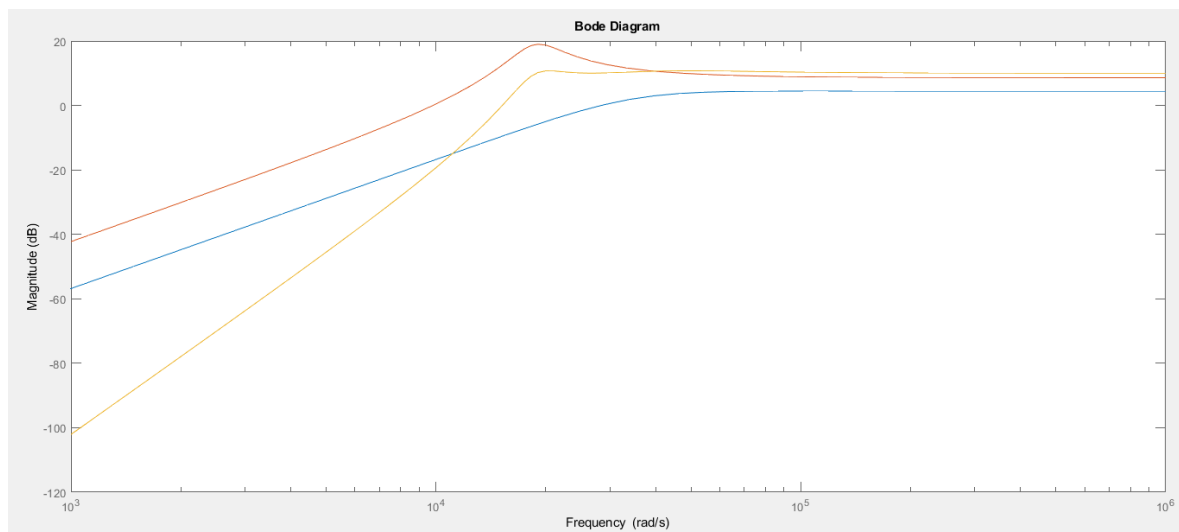


Και στις δύο παραπάνω μονάδες παρατηρεί κανείς την ανωδιαβατή λειτουργία.

Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.

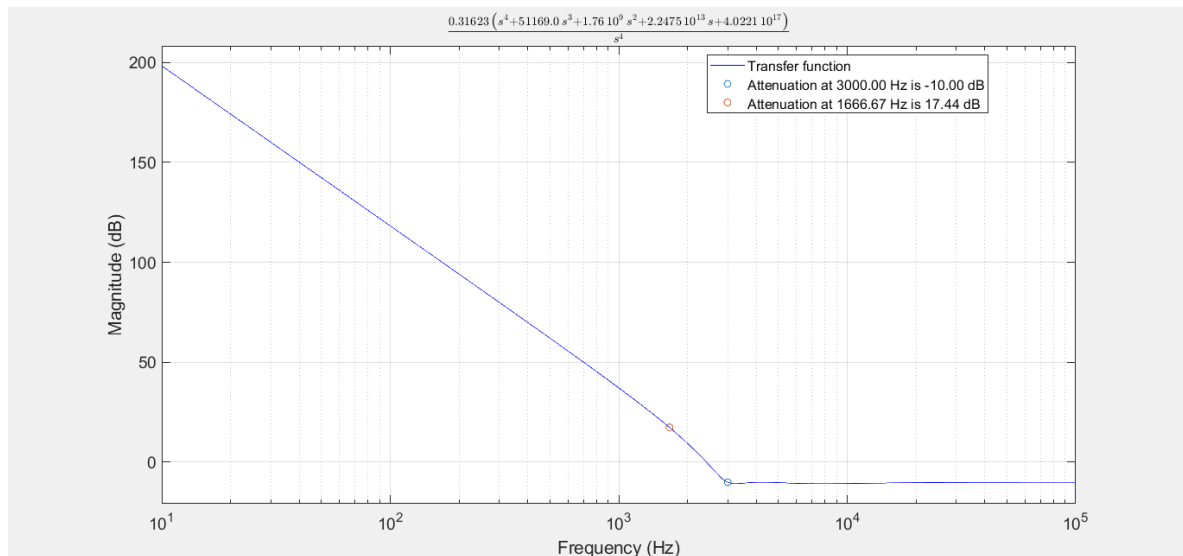


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode. Η  $T_1$  αντιστοιχεί στο γαλάζιο χρώμα, η  $T_2$  στο κόκκινο και η συνολική  $T_{HP}$  του φίλτρου στο κίτρινο.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.





Μέσω του διαγράμματος αυτού θα ελέγξουμε αν τηρούνται οι προδιαγραφές του φίλτρου. Παρατηρούμε αρχικά ότι το κέρδος του φίλτρου είναι 10dB άρα ικανοποιείται αυτή η προδιαγραφή.

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την  $f_p=3\text{kHz}$  και την  $f_s=1.66\text{kHz}$ , καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

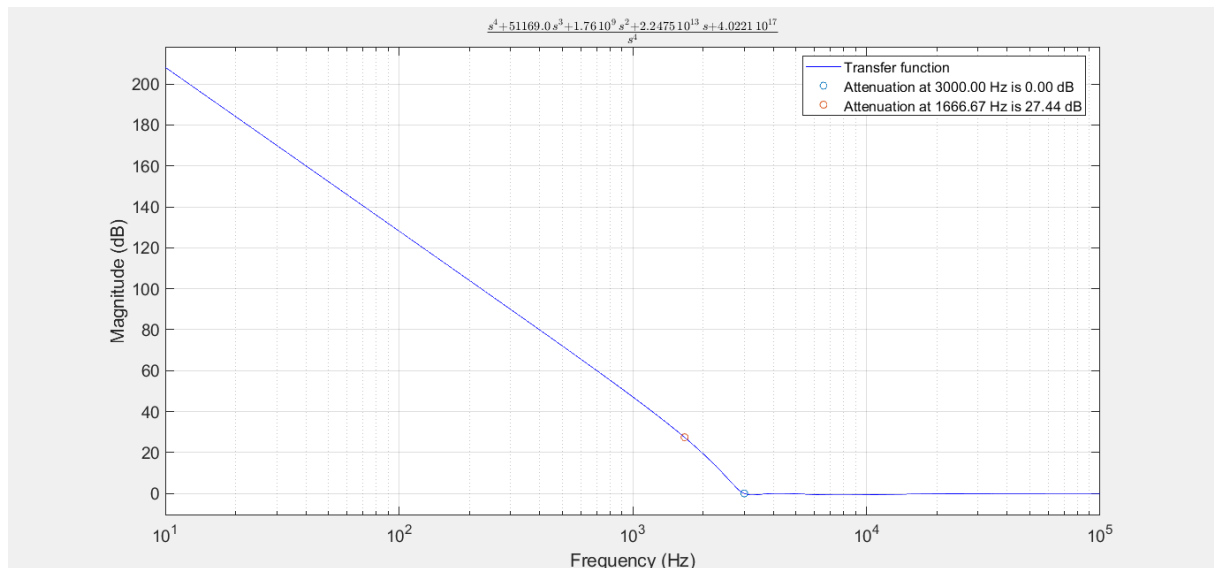
Παρατηρούμε ότι η απόκριση στη συχνότητα  $f_p=3\text{kHz}$  είναι  $-10-(-10)=0\text{dB}$ . Άρα τηρείται η προδιαγραφή του φίλτρου που θέλει  $a_{\max}=0.75\text{dB}$  αφού  $0<0.75$ .

Αντίστοιχα, στην συχνότητα  $f_s=1.66\text{kHz}$  η απόκριση είναι  $17.44-(-10)=27.44$ .

Σύμφωνα με τις προδιαγραφές, εμείς επιθυμούμε  $a_{\min}=26.33\text{dB}$  άρα και πάλι καλύπτεται η προδιαγραφή αφού  $27.44>26.33$ .

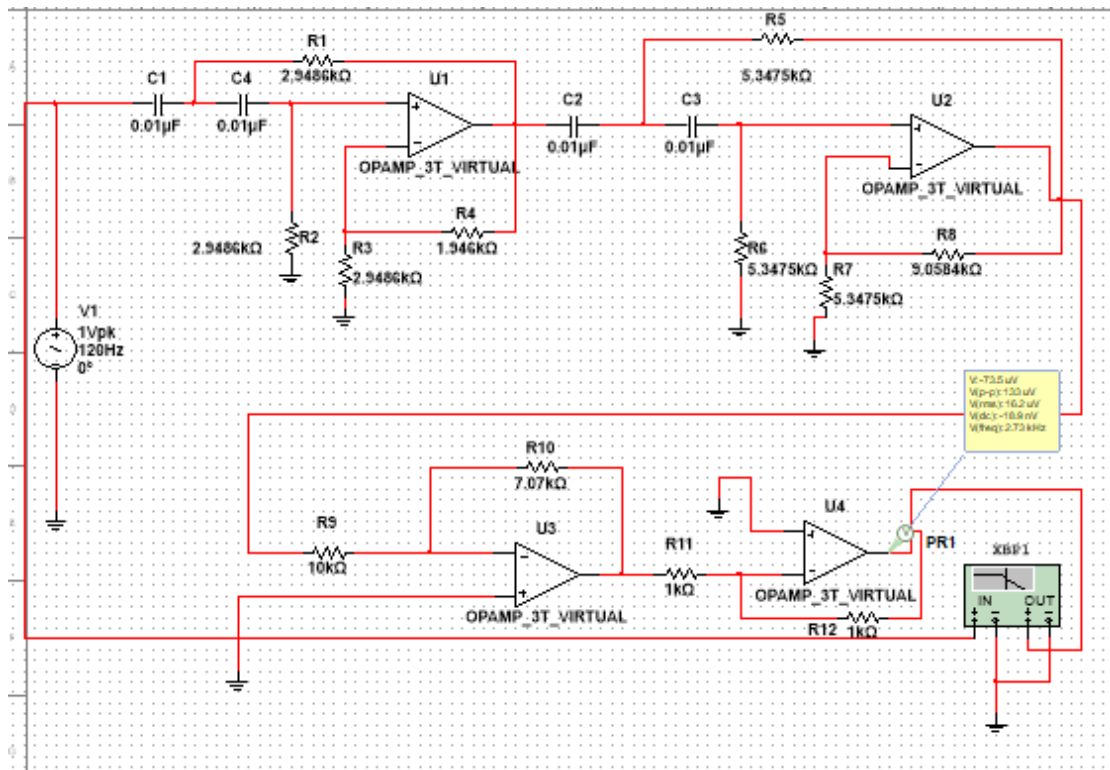
Επομένως, το φίλτρο ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

Με ρύθμιση κέρδους στα 0dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

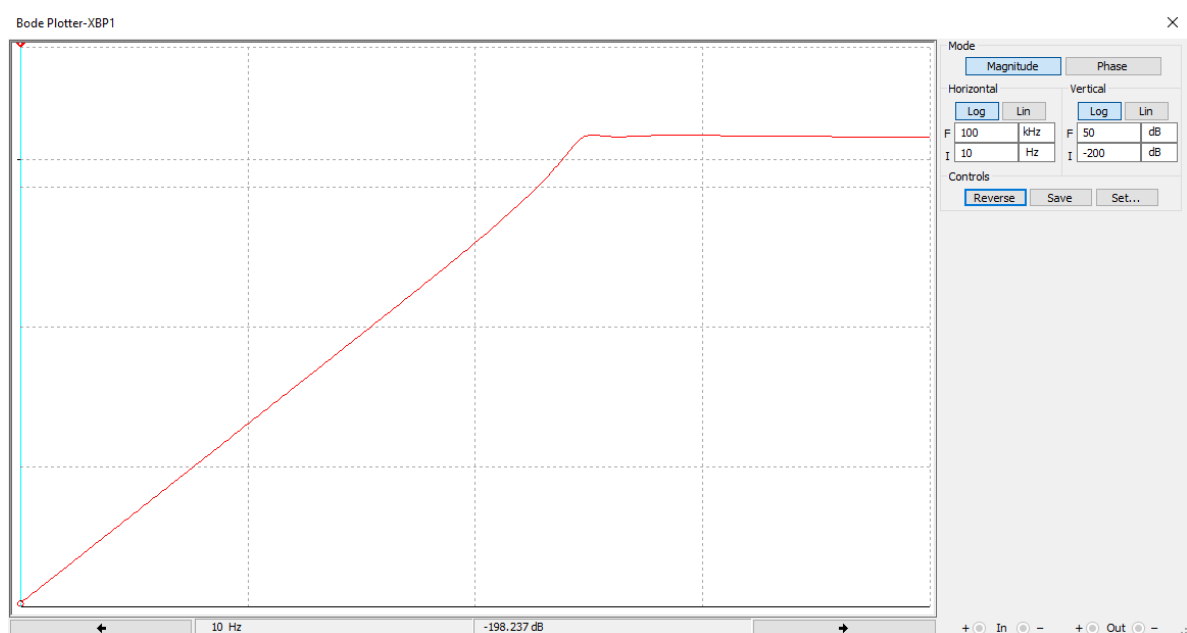


### Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις τρεις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

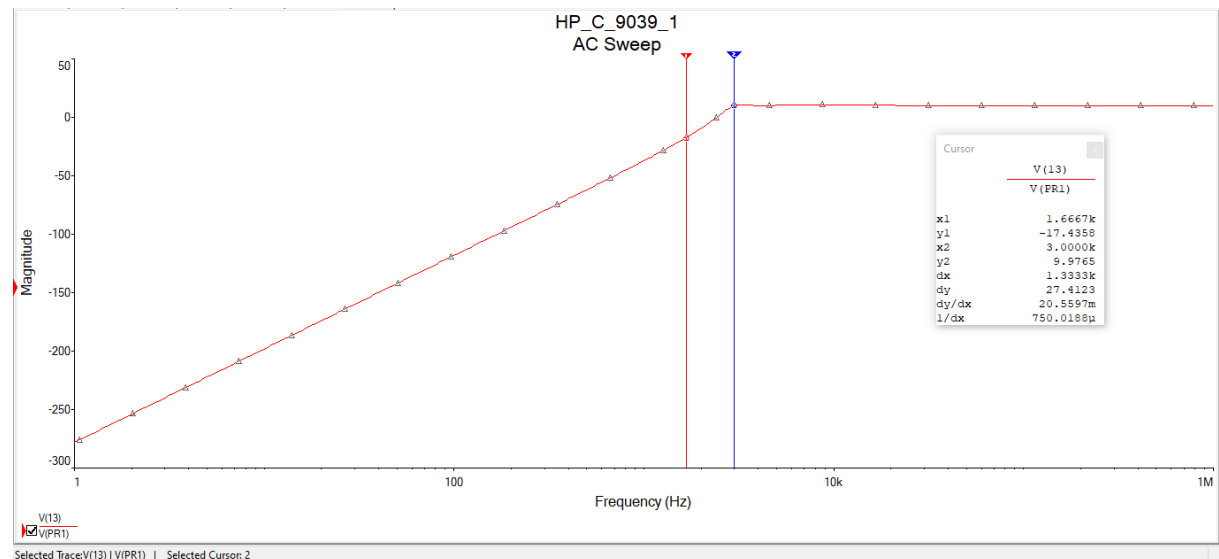


- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνουμε ότι πρόκειται όντως για ένα ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev.

Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ό,τι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Μέσω του διαγράμματος αυτού θα ελέγξουμε αν τηρούνται οι προδιαγραφές του φίλτρου όπως έγινε και στην ανάλυση Matlab.

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την  $f_p=3\text{kHz}$  και την  $f_s=1.66\text{kHz}$ , καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

Παρατηρούμε ότι η απόκριση στη συχνότητα  $f_p=3\text{kHz}$  είναι  $-9.97-(-10)=0.03\text{dB}$ . Άρα τηρείται η προδιαγραφή του φίλτρου που θέλει  $a_{\max}=0.75\text{dB}$  αφού  $0.03<0.75$ .

Αντίστοιχα, στην συχνότητα  $f_s=1.66\text{kHz}$  η απόκριση είναι  $17.6-(-10)=27.6$ . Σύμφωνα με τις προδιαγραφές, εμείς επιθυμούμε  $a_{\min}=26.33\text{dB}$  άρα και πάλι καλύπτεται η προδιαγραφή αφού  $27.6>26.33$ .

Επίσης, το κέρδος του φίλτρου κυμαίνεται στις υψηλές συχνότητες περίπου στα 10 dB άρα ικανοποιείται η προδιαγραφή κέρδους 10dB.

Επομένως, το φίλτρο ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί. Οι αποκλίσεις που υπάρχουν από τα αποτελέσματα του Matlab είναι πάρα πολύ μικρές και για αυτό θεωρούνται αμελητέες.

### Διέγερση με περιοδικό σήμα

Σε αυτό το σημείο της εργασίας, χρησιμοποιούμε ως είσοδο το σήμα

$$f(t) = \cos(0.4 \cdot \omega_s \cdot t) + 0.5 \cos(0.9 \cdot \omega_s \cdot t) + \cos(1.4 \omega_p \cdot t) + 0.7 \cdot \cos(2.4 \cdot \omega_p \cdot t) + 0.5 \cos(4.5 \cdot \omega_p \cdot t)$$

Οι συχνότητες που θα παρουσιάσει το σήμα αυτό είναι οι εξής:

$$f_{11} = 666.6667 \text{ Hz}$$

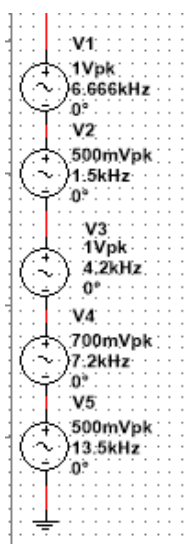
$$f_{12} = 1500 \text{ Hz}$$

$$f_{13} = 4200 \text{ Hz}$$

$$f_{14} = 7200 \text{ Hz}$$

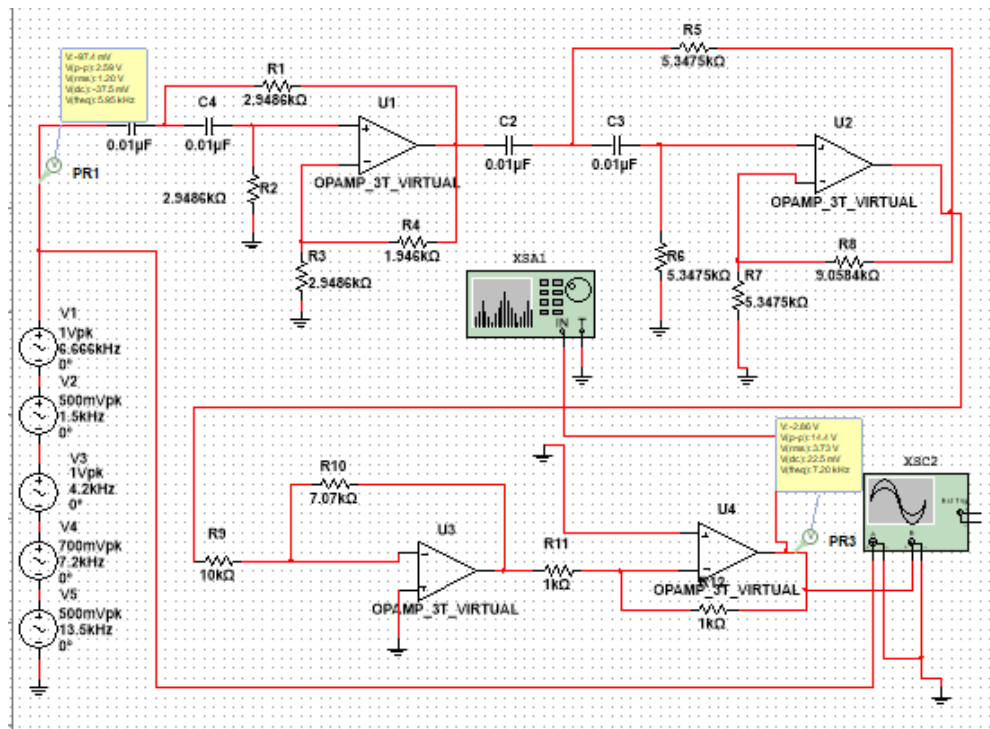
$$f_{15} = 13500 \text{ Hz}$$

Για την δημιουργία του σήματος στο Multisim χρησιμοποιούμε 5 AC Voltage πηγές στην σειρά, κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια συχνότητα, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



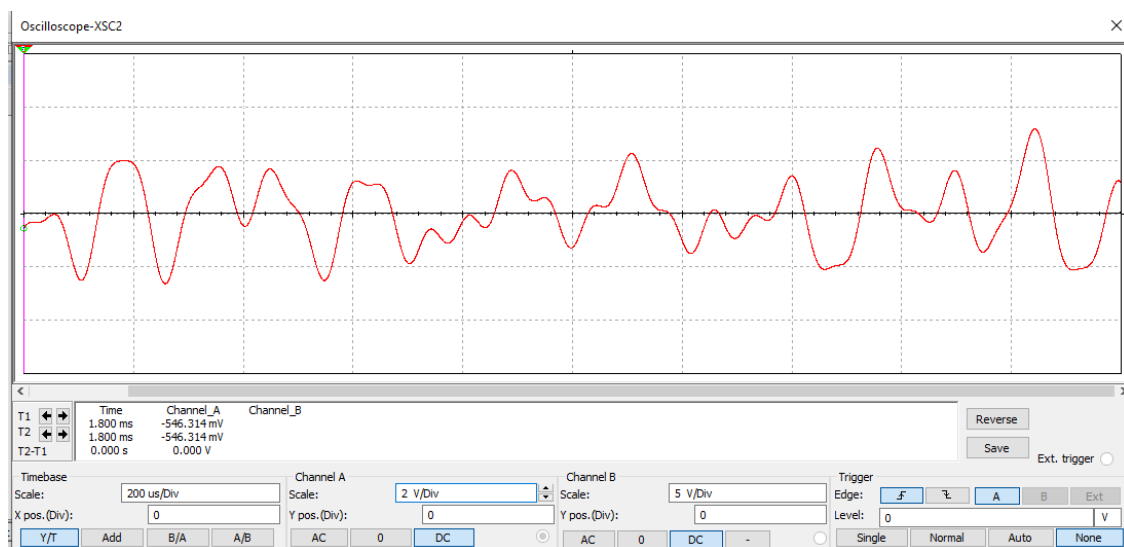
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Η συνδεσμολογία που

χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημάτων εισόδου και εξόδου(καθώς και τα φάσματα τους στη συνέχεια) είναι η παρακάτω:

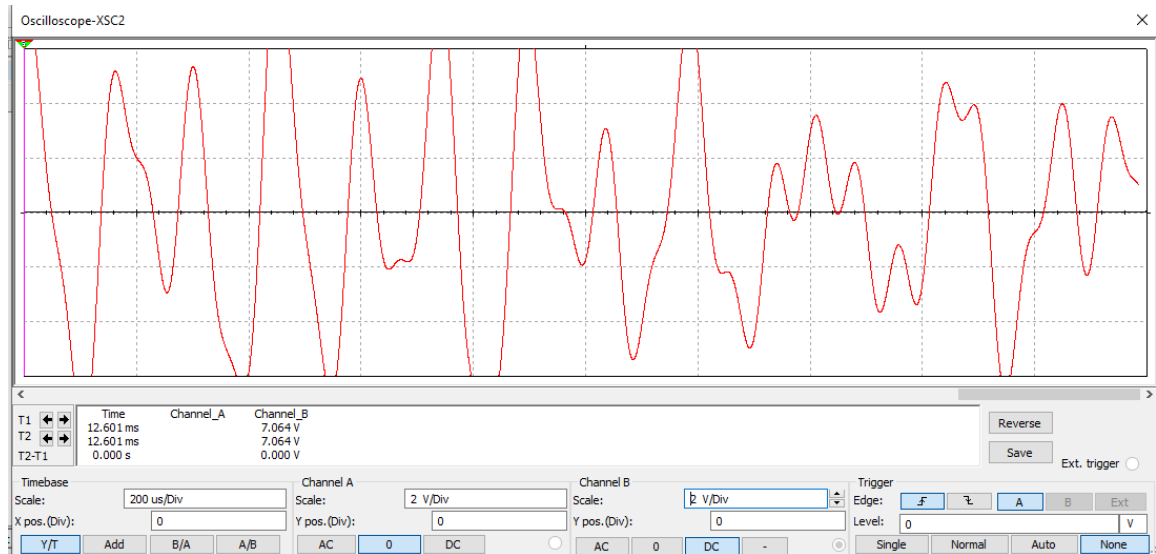


Τα σήματα που προκύπτουν είναι:

Σήμα εισόδου Multisim:



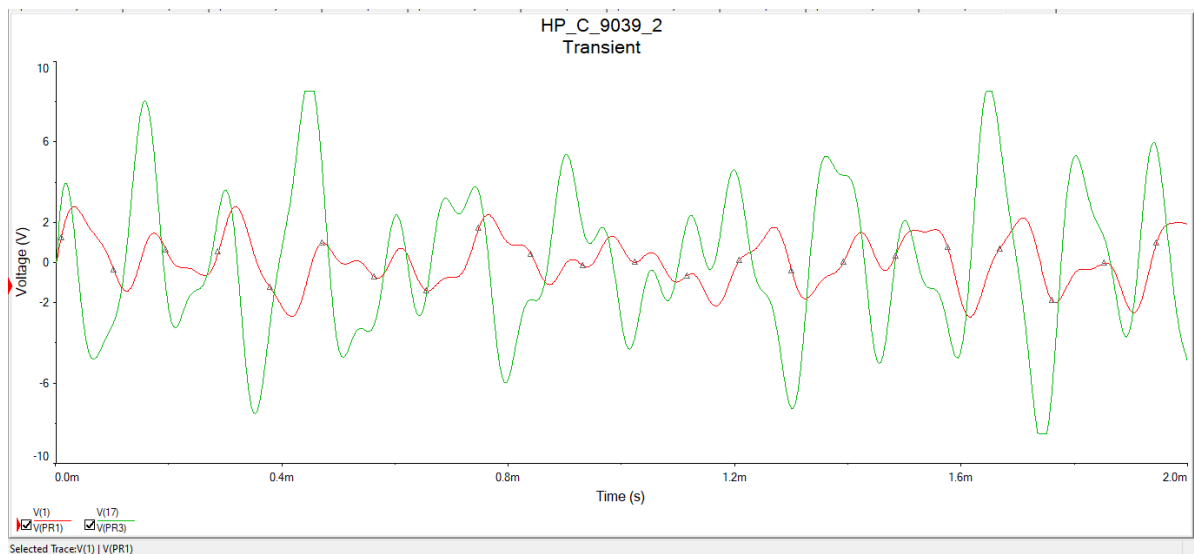
### Σήμα εξόδου Multisim:



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου. Και στα δύο σχήματα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 5V/Div , 500us/Div ).

Παρατηρούμε επίσης ότι η έξοδος είναι όντως ενισχυμένη σε σχέση με την είσοδο.

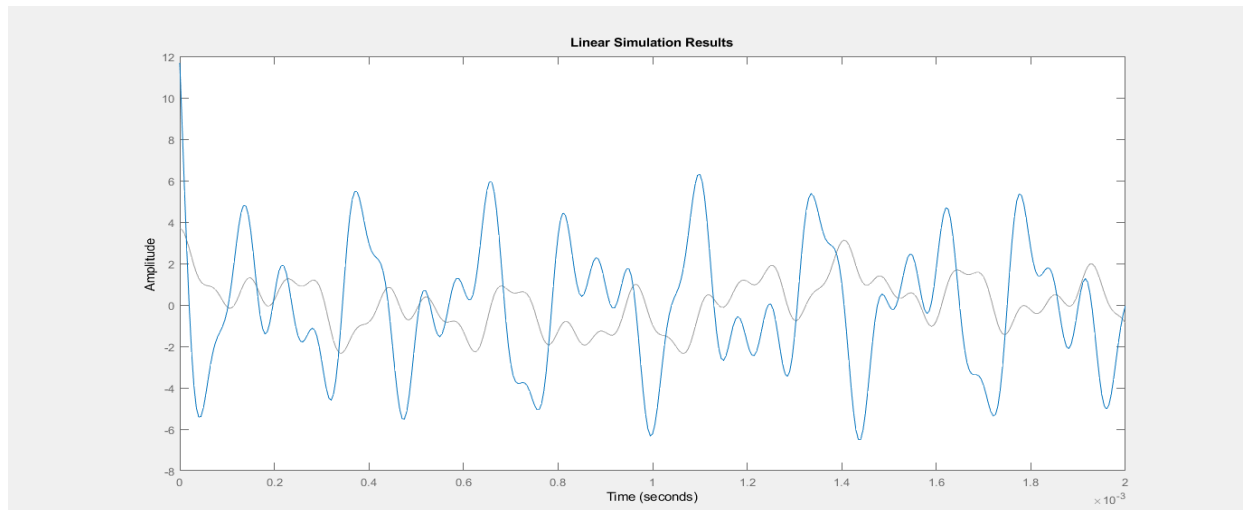
### Απεικόνιση σημάτων εισόδου και εξόδου μαζί στο Multisim:



Στο παραπάνω σχήμα με πράσινο απεικονίζεται το σήμα εισόδου ενώ με κόκκινο το σήμα εξόδου.

Καταλαβαίνουμε και από εδώ ότι τηρείται η προδιαγραφή για το επιθυμητό κέρδος.

Απεικόνιση σημάτων εισόδου και εξόδου μαζί στο Matlab:



Στο παραπάνω σχήμα με γκρι απεικονίζεται το σήμα εισόδου ενώ με γαλάζιο το σήμα εξόδου.

Το αντίστοιχο σχήμα που έχει προκύψει από την ανάλυση στο Matlab εμφανίζει τις ίδιες μορφές των σημάτων εισόδου και εξόδου.

Με την παρακάτω φασματική ανάλυση ορισμένα στοιχεία διαφαίνονται καλύτερα.

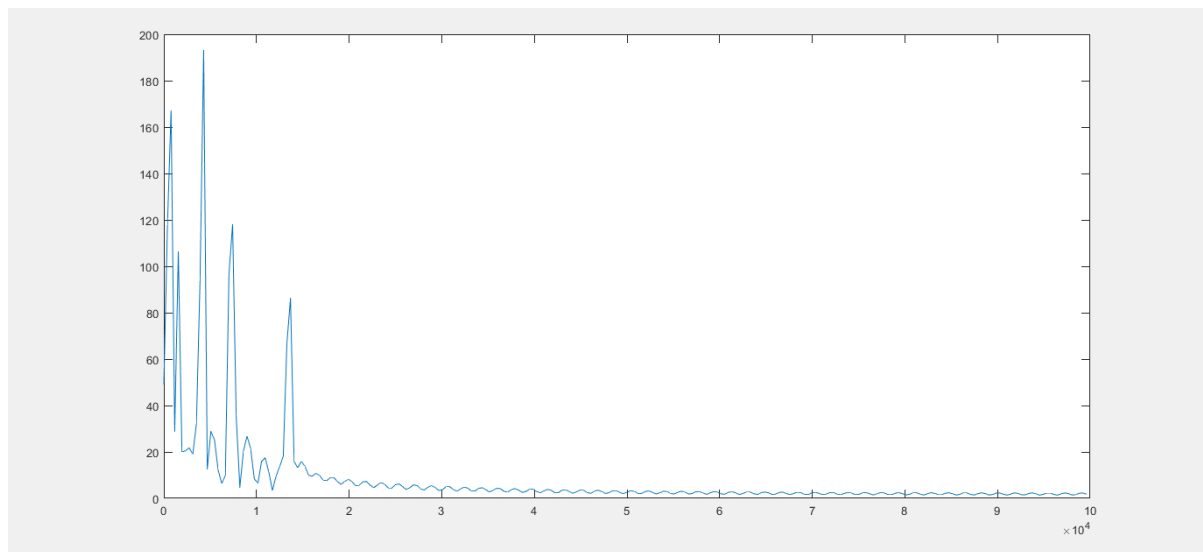
### Σχεδίαση φασμάτων-Ανάλυση Fourier

Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του ανωδιαβατού φίλτρου Chebyshev . Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

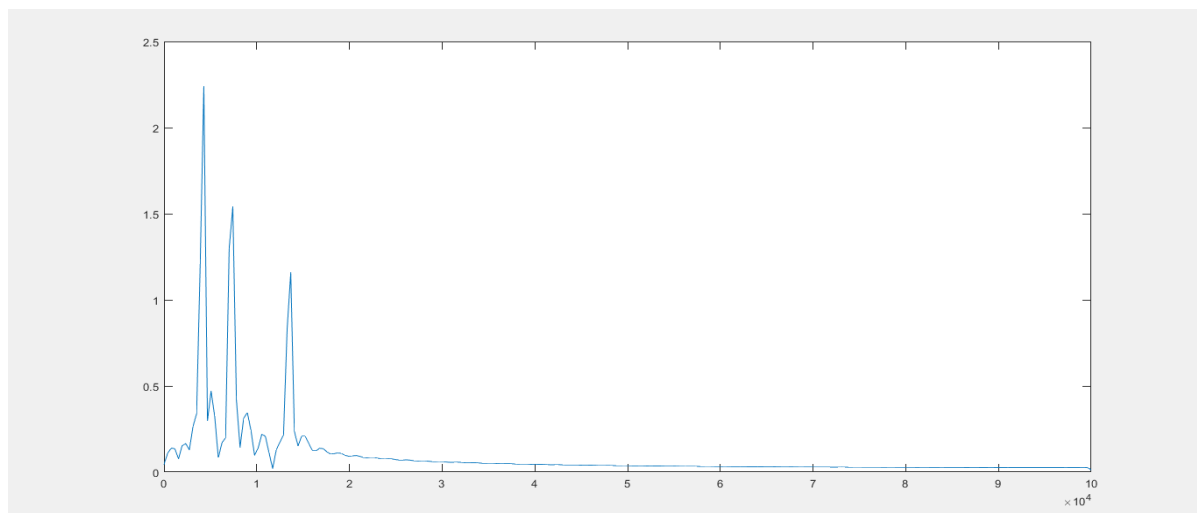
Στο Multisim για την δημιουργία των φασμάτων θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο Spectrum Analyzer.



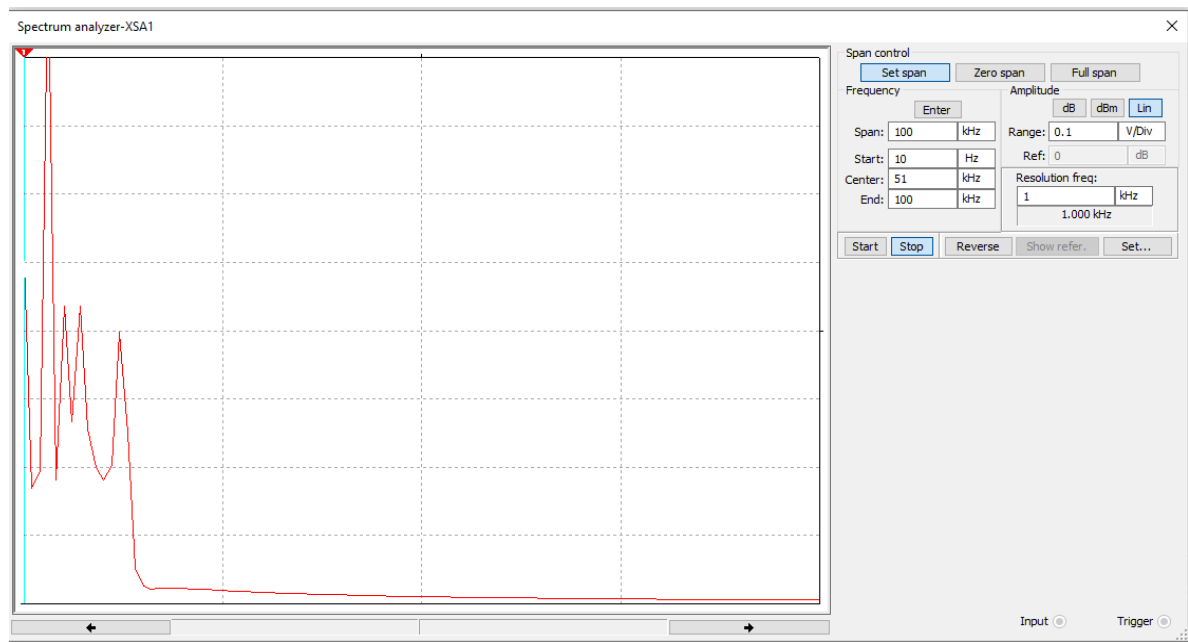
### Φάσμα σήματος εισόδου Matlab:



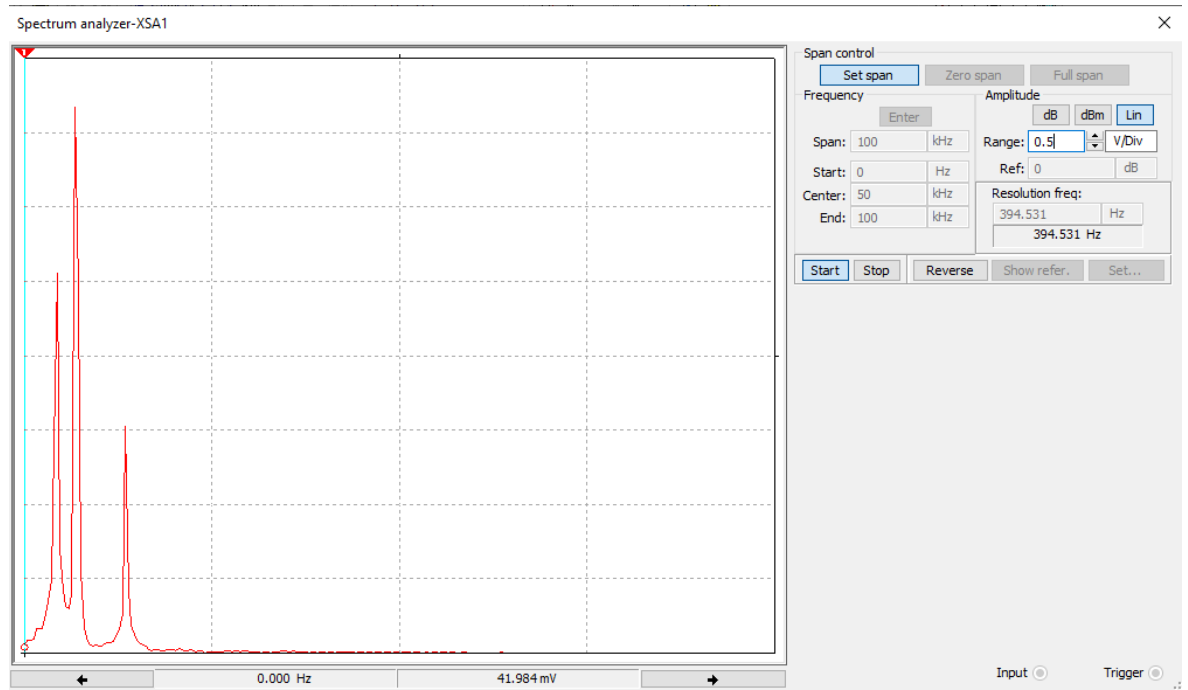
### Φάσμα σήματος εξόδου Matlab:



### Φάσμα σήματος εισόδου Multisim:



### Φάσμα σήματος εξόδου Multisim:



Παρατηρούμε αρχικά ότι τα αποτελέσματα των παραπάνω αναλύσεων τόσο σε Matlab όσο και σε Multisim παράγουν τα ίδια αποτελέσματα.

Στο φάσμα εισόδου μπορεί να παρατηρήσει κανείς 5 ώσεις που αντιστοιχούν στις 5 συχνότητες του σήματος εισόδου όπως τις είχαμε ορίσει στην αρχή των αναλύσεων. Αντίστοιχα, στο φάσμα εξόδου παρατηρούμε ότι το ανωδιαβατό φίλτρο “κόβει” τις πρώτες δυο ώσεις και αφήνει να περάσουν μόνο τις τρεις επόμενες.

Έτσι, επιβεβαιώνεται η λειτουργία του φίλτρου ως ένα ανωδιαβατό φίλτρο καθώς και η τήρηση των ζητούμενων προδιαγραφών.