

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Εργασία #1 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

$$f_0 = 1000\text{Hz}$$

$$f_1 = 650 + (25 \cdot \alpha_4) = 875 \text{ Hz}$$

$$f_2 = (f_0^2) / f_1 = 1142.9 \text{ Hz}$$

$$D = 2.1 \cdot ((f_0^2 - f_1^2) / f_3) = 562.5$$

$$f_3 = (-D + \sqrt{(D^2 + 4 \cdot f_0^2)}) / 2 = 757.5481 \text{ Hz}$$

$$f_4 = (f_0^2) / f_3 = 1320 \text{ Hz}$$

και

$$a_{\min} = 35 - \alpha_3 = 32 \text{ dB}$$

$$a_{\max} = 0.4 + (\alpha_4/36) = 0.65 \text{ dB}$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

- Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Υπολογίζουμε αρχικά τις κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 6283.2 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 5497.8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 7180.8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 4759.8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 8.294.1 \text{ rad/s}$$

Σε πρώτο στάδιο θα πρέπει να υπολογίσουμε τις προδιαγραφές του πρότυπου χαμηλοπερατού φίλτρου οι οποίες είναι :

$$\Omega_p = 1$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.1$$

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} [(10^{a_{\min}/10} - 1) - (10^{a_{\max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.8523$$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος αριθμός αλλά μια δεκαδική τιμή θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί προς τα πάνω. Δηλαδή προκύπτει ότι :

$$\underline{n = 4}$$

Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε τις σταθερές ε και α καθώς και τη συχνότητα ημίσειας ισχύος :

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}} = 0.0251 \quad \text{και} \quad \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = 1.0943$$

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh \left(\frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right)} = 0.6021$$

Σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος επειδή η τάξη του φίλτρου είναι n=4 οι γωνίες Butterworth είναι $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$.

Οι πόλοι του φίλτρου Chebyshev προκύπτουν από τους παρακάτω τύπους σύμφωνα με τις σημειώσεις του μαθήματος στο κεφάλαιο 9:

$$p_k = -\sinh(a) \cdot \cos(\psi_k) \pm j \cosh(a) \cdot \sin(\psi_k)$$

Με αντικατάσταση των τιμών προκύπτει ότι οι πόλοι του συστήματος είναι:

$$p_{1,2} = -1.2252 \pm 0.6356j$$

$$p_{3,4} = -0.5075 \pm 1.5345j$$

Από τους πόλους προκύπτει ότι :

$$\Omega_{01,2} = \sqrt{(\text{real}(p_{1,2}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{1,2}))^{1/2}} = 1.3802$$

$$\Omega_{03,4} = \sqrt{(\text{real}(p_{3,4}))^{1/2} + (\text{imag}(p_{3,4}))^{1/2}} = 1.6162$$

Υπολογίζουμε τώρα τα Q των πόλων:

$$Q_{1,2} = \frac{\Omega_{01,2}}{2 \cdot |\text{real}(p_{1,2})|} = 0.5633$$

$$Q_{3,4} = \frac{\Omega_{03,4}}{2 \cdot |\text{real}(p_{3,4})|} = 1.5924$$

Με βάση τις τιμές που υπολογίσαμε παραπάνω προκύπτει ο παρακάτω συγκεντρωτικός πίνακας:

| ψ_k | Q | p_k |
|------------------|--------|-----------------------|
| $\pm 22.5^\circ$ | 0.5633 | $-1.2252 \pm 0.6356j$ |
| $\pm 67.5^\circ$ | 1.5924 | $-0.5075 \pm 1.5345j$ |

Σε επόμενο στάδιο οι πόλοι της απόκρισης ICH προκύπτουν δια αντιστροφής των πόλων της απόκρισης CH ως εξής:

$$\widetilde{\Omega}_{01,2} = \frac{1}{\Omega_{01,2}} = 0.7245$$

$$\widetilde{\Omega}_{03,4} = \frac{1}{\Omega_{03,4}} = 0.6187$$

Στη συνέχεια, κλιμακοποιούμε για να βρεθούμε στο πεδίο συχνοτήτων της απόκρισης CH :

$$\widetilde{\Omega}_{01,2} = \widetilde{\Omega}_{01,2} \cdot \Omega_s = 1.5215$$

$$\widetilde{\Omega}_{03,4} = \widetilde{\Omega}_{03,4} \cdot \Omega_s = 1.2993$$

Η θέση των πόλων λοιπόν είναι:

$$\hat{\Sigma}_{1,2} = - \frac{\widetilde{\Omega}_{01,2}}{2 \cdot Q_{1,2}} = - 1.3506$$

$$\hat{\Omega}_{1,2} = \sqrt{\widetilde{\Omega}_{01,2}^2 - \hat{\Sigma}_{1,2}^2} = 0.7006$$

Άρα έχουμε :

$$p_{1,2} = -1.3506 \pm 0.7006j$$

Για το δεύτερο ζευγάρι πόλων αντίστοιχα:

$$\hat{\Sigma}_{3,4} = \frac{\widetilde{\Omega}_{03,4}}{2 \cdot Q_{3,4}} = - 0.408$$

$$\hat{\Omega}_{3,4} = \sqrt{\widetilde{\Omega}_{03,4}^2 - \hat{\Sigma}_{3,4}^2} = 1.2336$$

Άρα έχουμε :

$$p_{3,4} = - 0.408 \pm 1.2336 j$$

Η θέση των μηδενικών βρίσκεται ως εξής:

$$\omega_k = \sec\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \text{ για } k= 1, 3$$

Άρα, τα μηδενικά είναι :

$$\widetilde{\Omega}_{z1,2} = 1.0824$$

$$\widetilde{\Omega}_{z3,4} = 2.6131$$

Κλιμακοποιούμε τα μηδενικά:

$$\widetilde{\Omega}_{z1,2} = \widetilde{\Omega}_{z1,2} \cdot \Omega_s = 2.273$$

$$\widetilde{\Omega_{z3,4}} = \widetilde{\Omega_{z3,4}} \cdot \Omega_s = 5.4876$$

Επόμενο βήμα είναι να εφαρμόσουμε τον ζωνοδιαβατό μετασχηματισμό στους πόλους και τα μηδενικά που μόλις βρήκαμε. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος Geffe.

Πριν την εφαρμογή του αλγορίθμου υπολογίζουμε δύο απαραίτητα μεγέθη, το bandwidth και τον συντελεστή ποιότητας:

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 1683$$

$$qc = \frac{\omega_0}{bw} = 3.7733$$

Εφαρμογή αλγορίθμου Geffe

1. Μετασχηματισμός 1^{ου} μιγαδικού πόλου $p_{1,2} = -1.3506 \pm 0.7006j$

$$C_1 = \hat{\Sigma}_{1,2}^2 + \hat{\Omega}_{1,2}^2 = 2.3149$$

$$D_1 = (-2 \cdot \hat{\Sigma}_{1,2}) / qc = 0.7235$$

$$E_1 = 4 + (C_1 / (qc^2)) = 4.1661$$

$$G_1 = \sqrt{E_1^2 + 4 \cdot (D_1^2)} = 3.9067$$

$$Q_{1,2} = (1/D_1) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) (E_1 + G_1)} = 2.7769$$

$$k_1 = (-\hat{\Sigma}_{1,2} \cdot Q_{1,2}) / (qc) = 1.0045$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{k_1^2 - 1} = 1.0999$$

$$\omega_{01} = (1/W_1) \cdot \omega_0 = 5712.3 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{02} = W_1 \cdot \omega_0 = 6911.1 \text{ rad/s}$$

Από το μετασχηματισμό αυτό προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο 0 .

2. Μετασχηματισμός 2^{ου} μιγαδικού πόλου $p_{3,4} = -0.408 \pm 1.2336j$

$$C_2 = \hat{\Sigma}_{3,4}^2 + \hat{\Omega}_{3,4}^2 = 1.6883$$

$$D_2 = (-2 \cdot \hat{\Sigma}_{3,4}) / qc = 0.2186$$

$$E_2 = 4 + (C_2 / (qc^2)) = 4.1211$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 + 4 \cdot (D_2^2)} = 4.0979$$

$$Q_{3,4} = (1/D_2) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) (E_2 + G_2)} = 9.2751$$

$$k_2 = (-\hat{\Sigma}_{3,4} \cdot Q_{3,4}) / (q_c) = 1.0136$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1} = 1.1791$$

$$\omega_{03} = (1/W_2) \cdot \omega_0 = 5329 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{04} = W_2 \cdot \omega_0 = 7408.2 \text{ rad/s}$$

Από το μετασχηματισμό αυτό προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο 0 .

3. Μετασχηματισμός 1^{ου} φανταστικού μηδενικού

$$K_{zero1} = 2 + ((\widetilde{\Omega_{z1,2}})^2 / q_c^2) = 2.3707$$

$$x_1 = (K_{zero1} + \sqrt{K_{zero1}^2 - 4}) / 2 = 1.8218$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \cdot \sqrt{x_1} = 8480.6 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{z2} = \omega_0 / \sqrt{x_1} = 4655.1 \text{ rad/s}$$

Από το μετασχηματισμό αυτό προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο 0 .

4. Μετασχηματισμός 2^{ου} φανταστικού μηδενικού

$$K_{zero2} = 2 + ((\widetilde{\Omega_{z3,4}})^2 / q_c^2) = 4.1606$$

$$x_2 = (K_{zero2} + \sqrt{K_{zero2}^2 - 4}) / 2 = 3.9044$$

$$\omega_{z3} = \omega_0 \cdot \sqrt{x_2} = 12415 \text{ rad/s}$$

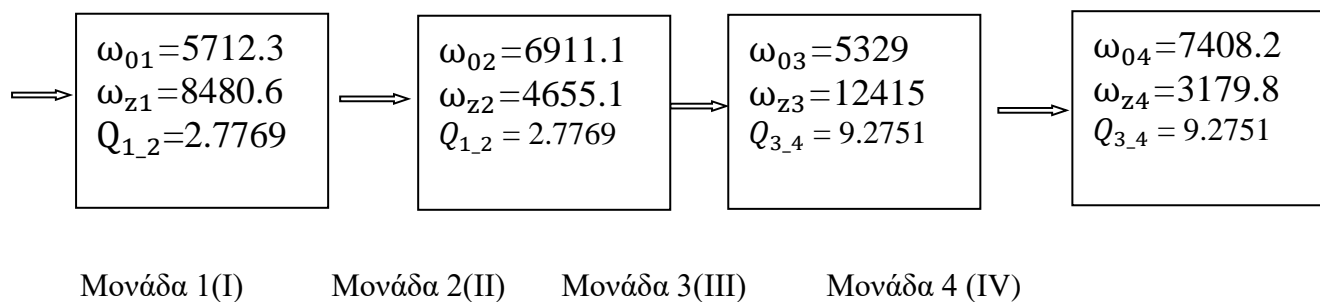
$$\omega_{z4} = \omega_0 / \sqrt{x_2} = 3179.8 \text{ rad/s}$$

Από το μετασχηματισμό αυτό προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο 0 .

Έχοντας ολοκληρώσει τους μετασχηματισμούς πρέπει να χωρίσουμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοδιαβατής απόκρισης.

Συνολικά , θα έχουμε 4 μονάδες, 2 μονάδες LPN($\omega_0 < \omega_z$) και 2 μονάδες HPN($\omega_0 > \omega_z$).

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 4 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



•Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά $\omega_0=1\text{rad/s}$ και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες. Στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση έτσι ώστε στο τέλος να υπολογίσουμε τις τιμές των πραγματικών στοιχείων.

Για την υλοποίηση των μονάδων 1(I) και 3(III) χρησιμοποιούμε LPN κύκλωμα όπως αυτό ορίζεται στο κεφάλαιο 7 των σημειώσεων και συγκεκριμένα στο σχήμα 7.23 .

Ομοίως, για την υλοποίηση των μονάδων 2 (II) και 4 (IV) χρησιμοποιούμε HPN κύκλωμα όπως αυτό ορίζεται στο κεφάλαιο 7 των σημειώσεων και συγκεκριμένα στο σχήμα 7.21 .

ΜΟΝΑΔΑ 1(I)- Ζωνοφρατικό φίλτρο LPN

$$\omega_{z01} = \omega_{z1} / \omega_{01} = 1.4846$$

$$R_{11} = 1 \Omega$$

$$R_{12} = 4 \cdot (Q_{1,2})^2 = 30.8436 \Omega$$

$$R_{13} = \omega_{z01}^2 / (2 \cdot Q_{1,2})^2 = 0.1429 \Omega$$

$$R_{14} = 1 \Omega$$

$$R_{15} = (4 \cdot Q_{1,2})^2 / (\omega_{z01}^2 - 1) = 25.6157 \Omega$$

$$C_{1,lpn} = 1 / (2 \cdot Q_{1,2}) = 0.1801 \text{ F}$$

Το κέρδος της μονάδας είναι:

$$k_{1,lpn} = 1 / (1 + (\omega_{z01}^2 / (2 \cdot Q_{1,2})^2)) = 0.875$$

Κλιμακοποίηση μονάδας (I)

Εφόσον $\omega_{01} = 5712.3 \text{ rad/s}$ επιλέγουμε $k_{f1} = \omega_{01} = 5712.3 \text{ rad/s}$. Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C_n = 0.01 \mu\text{F}$.

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης τα πραγματικά στοιχεία προκύπτουν ως εξής:

$$k_{m1} = C_{1,lpn} / (C_n \cdot k_{f1}) = 315.2131$$

$$R_{11new} = R_{11} \cdot k_{m1} = 315.2131 \Omega$$

$$R_{12new} = R_{12} \cdot k_{m1} = 9722.3 \Omega$$

$$R_{13new} = R_{13} \cdot k_{m1} = 45.0503 \Omega$$

$$R_{14new} = R_{14} \cdot k_{m1} = 315.2131 \Omega$$

$$R_{15new} = R_{15} \cdot k_{m1} = 8074.4 \Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ 2(II)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN

$$\omega_{z02} = \omega_{z2} / \omega_{02} = 0.6736$$

$$R_{21} = 1 \Omega$$

$$R_{23} = 1 \Omega$$

$$k_{21} = \frac{1}{\omega_{z02}^2} - 1 = 1.2041$$

$$k_{22} = \frac{(2+k_{21})^2 \cdot Q_{1,2}^2}{((2+k_{21})^2 \cdot Q_{1,2}^2) + 1} = 0.9875$$

$$R_{22} = (2 + k_{21})^2 \cdot Q_{1,2}^2 = 79.1618 \Omega$$

$$R_{24} = (2 + k_{21}) \cdot Q_{1,2}^2 = 24.7065 \Omega$$

$$C_{22} = 1 / ((2 + k_{21}) \cdot Q_{1,2}) = 0.1124 \text{ F}$$

$$C_{21} = k_{21} \cdot C_{22} = 0.1353 \text{ F}$$

Κλιμακοποίηση μονάδας 2(II)

Εφόσον $\omega_{02} = 6911.1 \text{ rad/s}$ επιλέγουμε $k_{f2} = \omega_{02} = 6911.1 \text{ rad/s}$. Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C_n = 0.01 \mu\text{F}$.

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m2} = C_{22} / (C_n \cdot k_{f2}) = 162.62$$

$$R_{21\text{new}} = R_{21} \cdot k_{m2} = 162.628 \Omega$$

$$R_{22\text{new}} = R_{22} \cdot k_{m2} = 12874 \Omega$$

$$R_{23\text{new}} = R_{23} \cdot k_{m2} = 162.628 \Omega$$

$$R_{24\text{new}} = R_{24} \cdot k_{m2} = 4018 \Omega$$

$$C_{21\text{new}} = C_{21} / (k_{m2} \cdot k_{f2}) = 0.12041 \mu\text{F}$$

$$C_{22\text{new}} = C_{22} / (k_{m2} \cdot k_{f2}) = 0.1 \mu\text{F}$$

ΜΟΝΑΔΑ 3(I)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN

$$\omega_{z03} = \omega_{z3} / \omega_{03} = 2.3298$$

$$R_{31} = 1 \Omega$$

$$R_{32} = 4 \cdot (Q_{3,4}^2) = 344.1094 \Omega$$

$$R_{33} = \omega_{z03}^2 / (2 \cdot Q_{3,4}^2) = 0.0315 \Omega$$

$$R_{34} = 1 \Omega$$

$$R_{35} = (4 \cdot Q_{3,4}^2) / (\omega_{z03}^2 - 1) = 77.7155 \Omega$$

$$C_{3_lpn} = 1 / (2 \cdot Q_{3,4}) = 0.0539 \text{ F}$$

$$k_{3_lpn} = 1 / (1 + (\omega_{z03}^2 / (2 \cdot Q_{3,4}^2))) = 0.9694$$

Κλιμακοποίηση μονάδας 3(I)

Εφόσον $\omega_{03} = 33914 \text{ rad/s}$ επιλέγουμε $k_{f3} = \omega_{1,03} = 33914 \text{ rad/s}$. Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C_n = 0.01 \mu\text{F}$.

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m3} = C_{3_lpn} / (C_n \cdot k_{f3}) = 101.1591$$

$$R_{31\text{new}} = R_{31} \cdot k_{m3} = 101.1591 \Omega$$

$$R_{32\text{new}} = R_{32} \cdot k_{m3} = 34810 \Omega$$

$$R_{33\text{new}} = R_{33} \cdot k_{m3} = 3.1913 \Omega$$

$$R_{34\text{new}} = R_{34} \cdot k_{m3} = 101.1591 \Omega$$

$$R_{35\text{new}} = R_{35} \cdot k_{m3} = 7861.6 \Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ 4(II)- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN

$$\omega_{z04} = \omega_{z4} / \omega_{04} = 0.4292$$

$$R_{41} = 1 \Omega$$

$$R_{43} = 1 \Omega$$

$$k_{41} = \frac{1}{\omega_{z04}^2} - 1 = 4.4278$$

$$k_{42} = \frac{(2+k_{41})^2 \cdot Q_{3_4}^2}{((2+k_{41})^2 \cdot Q_{3_4}^2) + 1} = 0.9997$$

$$R_{42} = (2 + k_{41})^2 \cdot Q_{3_4}^2 = 3554.4 \Omega$$

$$R_{44} = (2 + k_{41}) \cdot Q_{3_4}^2 = 552.9674 \Omega$$

$$C_{42} = 1 / ((2 + k_{41}) \cdot Q_{3_4}) = 0.0168 \text{ F}$$

$$C_{41} = k_{41} \cdot C_{22} = 0.0743 \text{ F}$$

Κλιμακοποίηση μονάδας 4(II)

Εφόσον $\omega_{04} = 7408.2 \text{ rad/s}$ επιλέγουμε $k_{f4} = \omega_{04} = 7408.2 \text{ rad/s}$. Επιπλέον, με βάση την εκφώνηση θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C_n = 0.01 \mu\text{F}$.

Με βάση τους τύπους κλιμακοποίησης έχουμε:

$$k_{m4} = C_{42} / (C_n \cdot k_{f4}) = 22.6415$$

$$R_{41new} = R_{41} \cdot k_{m4} = 22.6415 \Omega$$

$$R_{42new} = R_{42} \cdot k_{m4} = 80476 \Omega$$

$$R_{43new} = R_{43} \cdot k_{m4} = 22.6415 \Omega$$

$$R_{44new} = R_{44} \cdot k_{m4} = 12520$$

$$C_{41new} = C_{41} / (k_{m4} \cdot k_{f4}) = 0.044278 \mu F$$

$$C_{42new} = C_{42} / (k_{m4} \cdot k_{f4}) = 0.1 \mu F$$

• Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος του φίλτρου ώστε στις χαμηλές συχνότητες να είναι 10dB.

Το συνολικό κέρδος στις χαμηλές συχνότητες μπορεί να βρεθεί από τον παρακάτω τύπο(όπου η συνάρτηση μεταφοράς T_{total} υπολογίζεται στην επόμενη ενότητα):

$$K_{total} = |T_{total}(j\omega_0)| = 398.8185$$

Εμείς επιθυμούμε:

$$20\log(a_{kerdos} \cdot k) = 10 \Rightarrow \log(a_{kerdos} \cdot k) = 0.5 \Rightarrow a_{kerdos} = 0.0079.$$

Επειδή η τιμή του a που προκύπτει είναι μικρότερη του 1 θα χρειαστεί απόσβεση του κέρδους και εξασθένιση της τάσης εισόδου με παθητικό τρόπο. Αυτό θα υλοποιηθεί με μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

$$\text{Ισχύει ότι } a_{kerdos} = -\frac{R_2}{R_1} \text{ άρα αν θεωρήσουμε ότι } R_2 = 79 \Omega \text{ τότε } R_1 = 10k\Omega.$$

Επειδή η αναστρέφουσα συνδεσμολογία εισάγει αλλαγή φάσης, στο κύκλωμα του Multisim που θα δημιουργήσουμε παρακάτω ,βάζουμε μια επιπλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος 1 για να αναιρέσουμε την αλλαγή φάσης.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{k_{1_l p n} \cdot (s^2 + \omega_{z1}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{1_2}} \cdot s + \omega_{01}^2} = \frac{0.87495 \cdot s^2 + 6.2927 \cdot 10^7}{s^2 + 2057.1 \cdot s + 3.2631 \cdot 10^7}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{k_{2_h p n} \cdot (s^2 + \omega_{z2}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q_{1_2}} \cdot s + \omega_{02}^2} = \frac{2.1766 \cdot s^2 + 4.7167 \cdot 10^7}{s^2 + 2488.8 \cdot s + 4.7763 \cdot 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_3(s) = \frac{k_{3_l p n} \cdot (s^2 + \omega_{z3}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_{3_4}} \cdot s + \omega_{03}^2} = \frac{0.96942 \cdot s^2 + 1.4943 \cdot 10^8}{s^2 + 574.55 \cdot s + 2.8398 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_4(s) = \frac{k_{4_h p n} \cdot (s^2 + \omega_{z4}^2)}{s^2 + \frac{\omega_{04}}{Q_{3_4}} \cdot s + \omega_{04}^2} = \frac{5.4263 \cdot s^2 + 5.4866 \cdot 10^7}{s^2 + 798.72 \cdot s + 5.4881 \cdot 10^7}$$

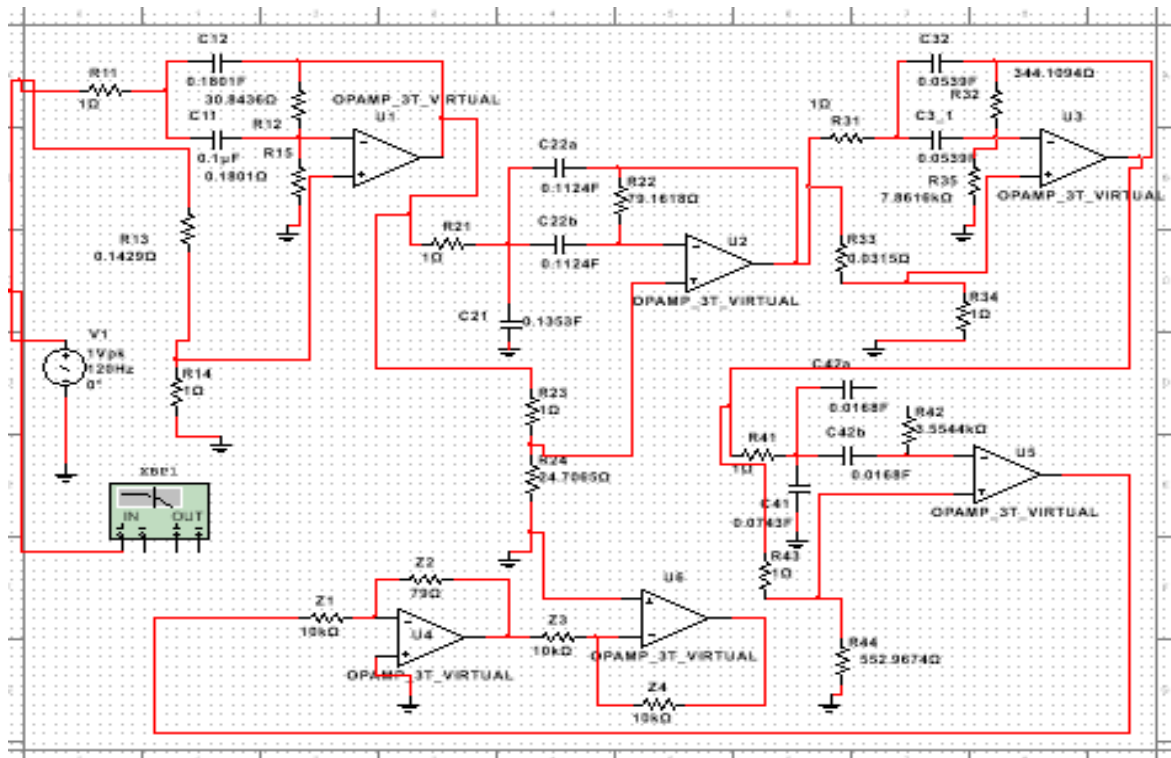
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev προκύπτει ότι είναι :

$$T_{BE}(s) = a_{kerdos} \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) \text{ άρα}$$

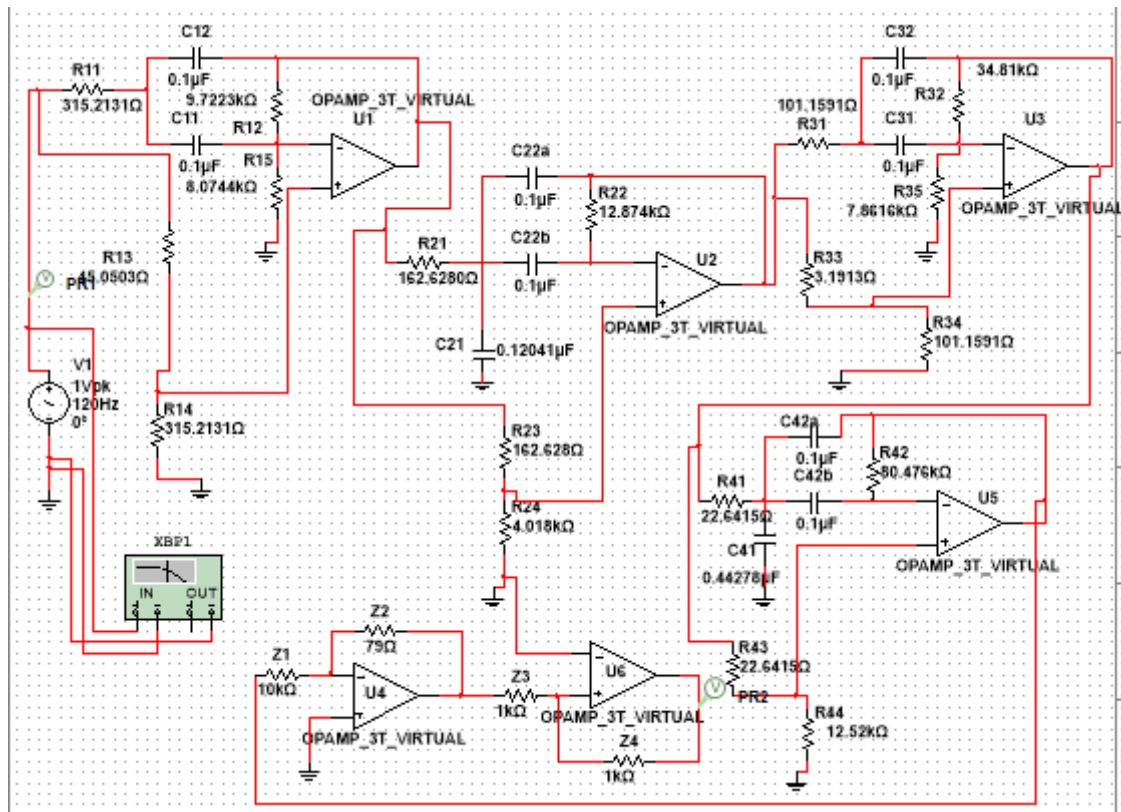
$$T_{BE}(s) =$$

$$\frac{0.079433 \cdot s^8 + 2.0481 \cdot s^6 + 1.4687 \cdot 10^{15} \cdot s^4 + 3.1921 \cdot 10^{22} \cdot s^2 + 1.9295 \cdot 10^{29}}{s^8 + 5919.2 \cdot s^7 + 1.755 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 7.3179 \cdot 10^{11} \cdot s^5 + 1.0771 \cdot 10^{16} \cdot s^4 + 2.889 \cdot 10^{19} \cdot s^3 + 2.7352 \cdot 10^{23} \cdot s^2 + 3.642 \cdot 10^{26} \cdot s + 2.4291 \cdot 10^{29}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τέσσερις μονάδες.



Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



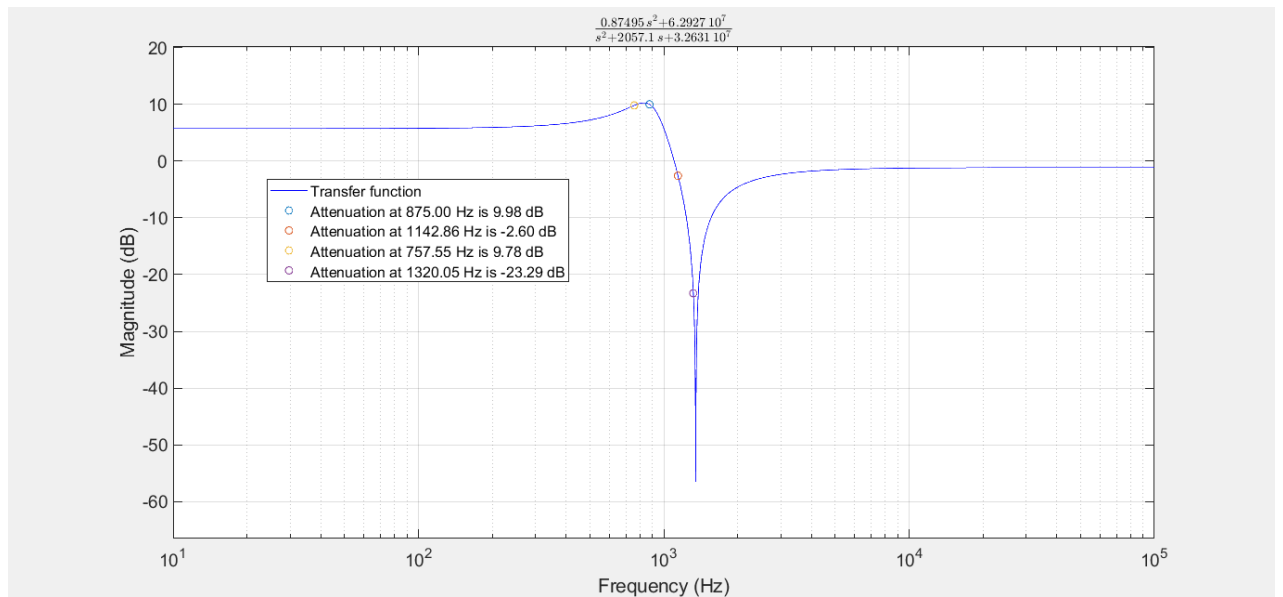
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

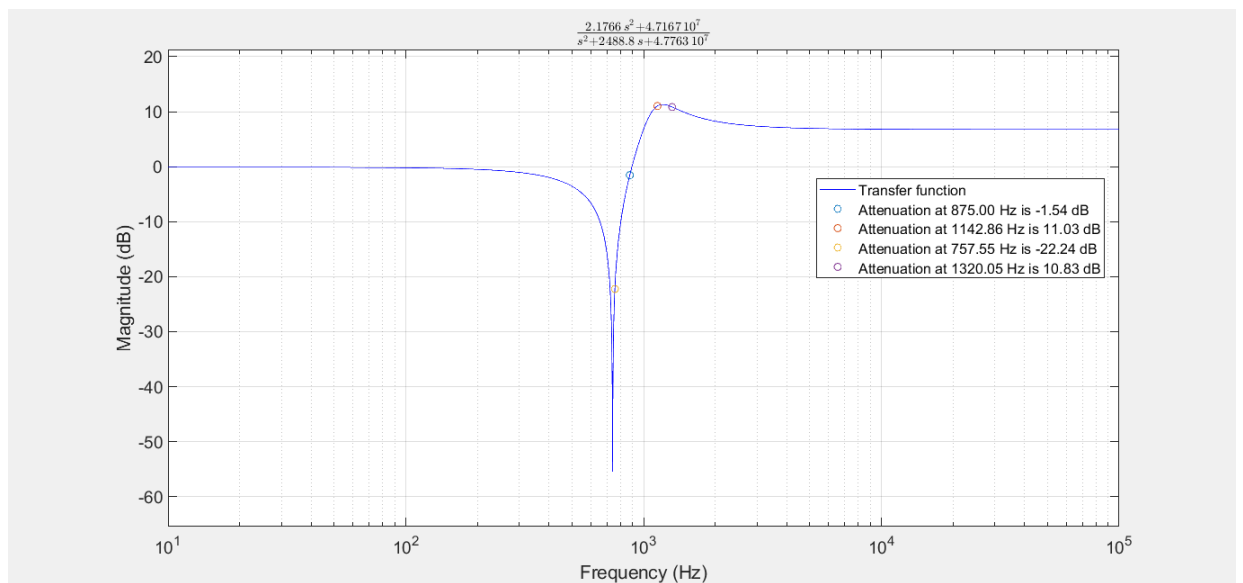
Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες.

Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

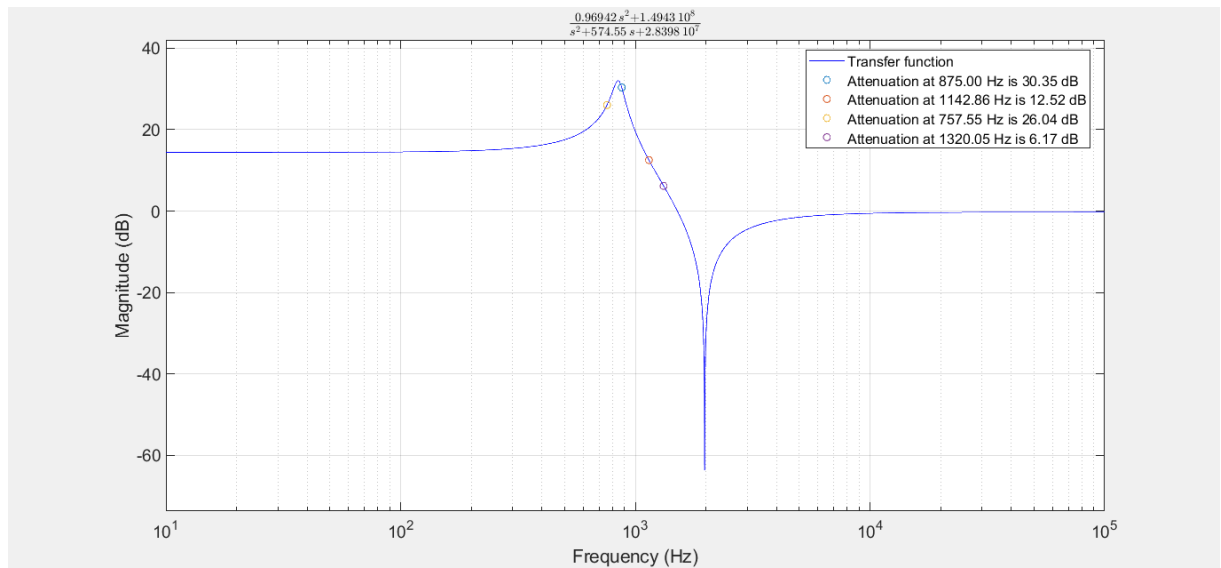
1^η Μονάδα- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN :



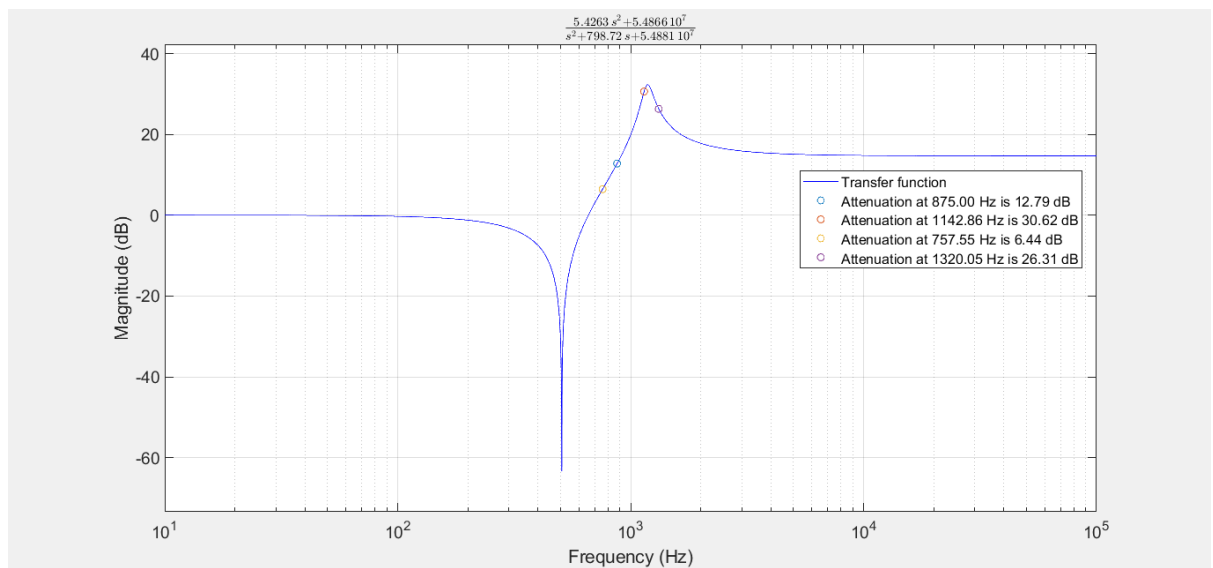
2^η Μονάδα-Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN:



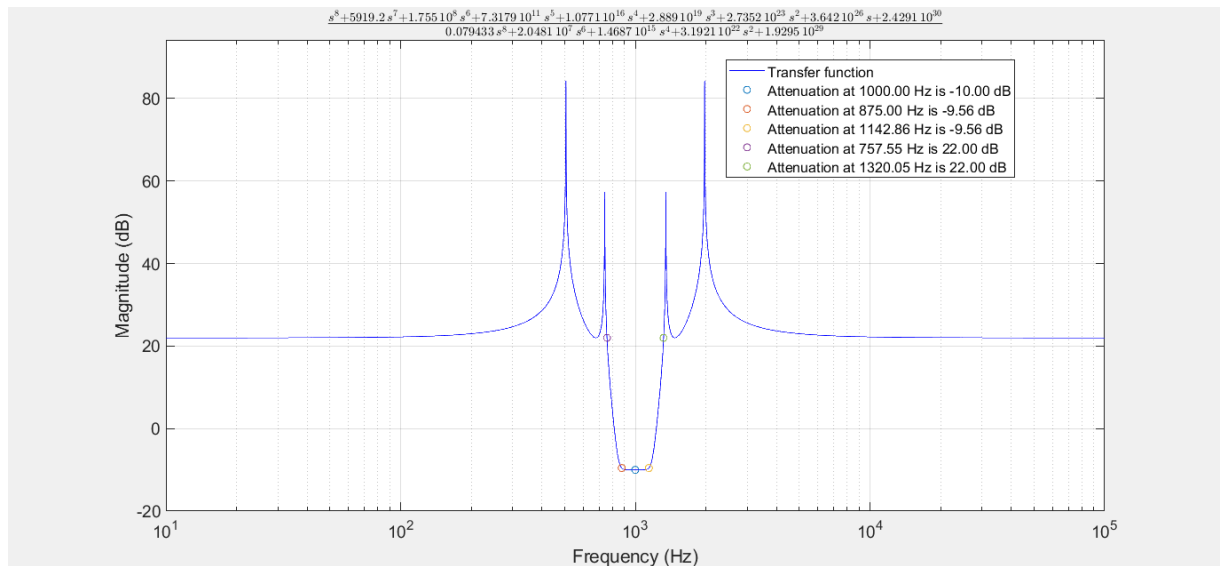
3^η Μονάδα- Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN :



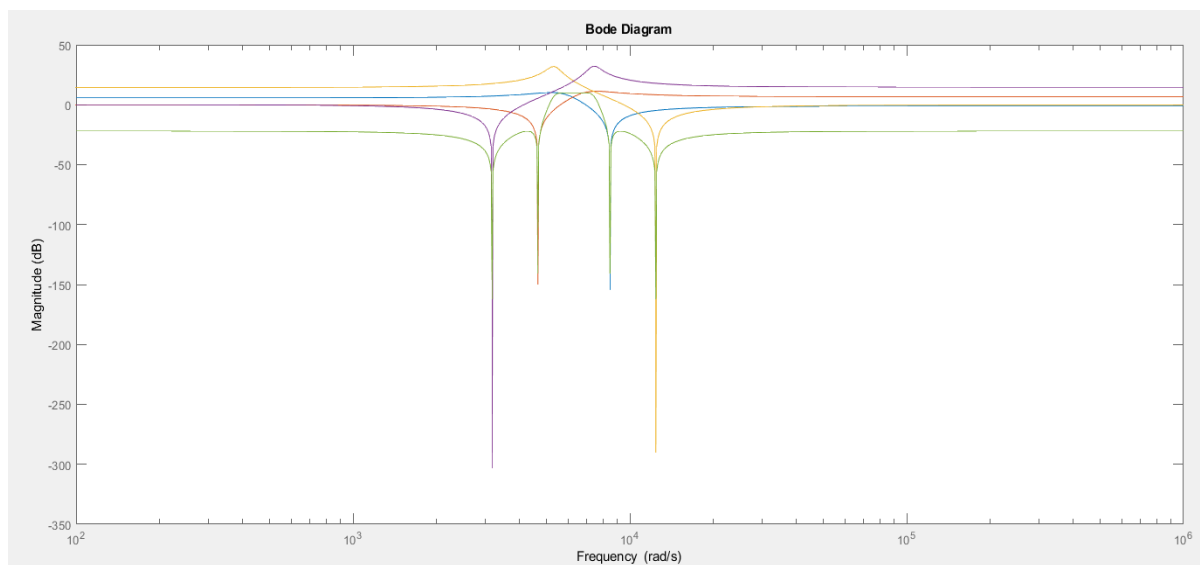
4^η Μονάδα- Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN :



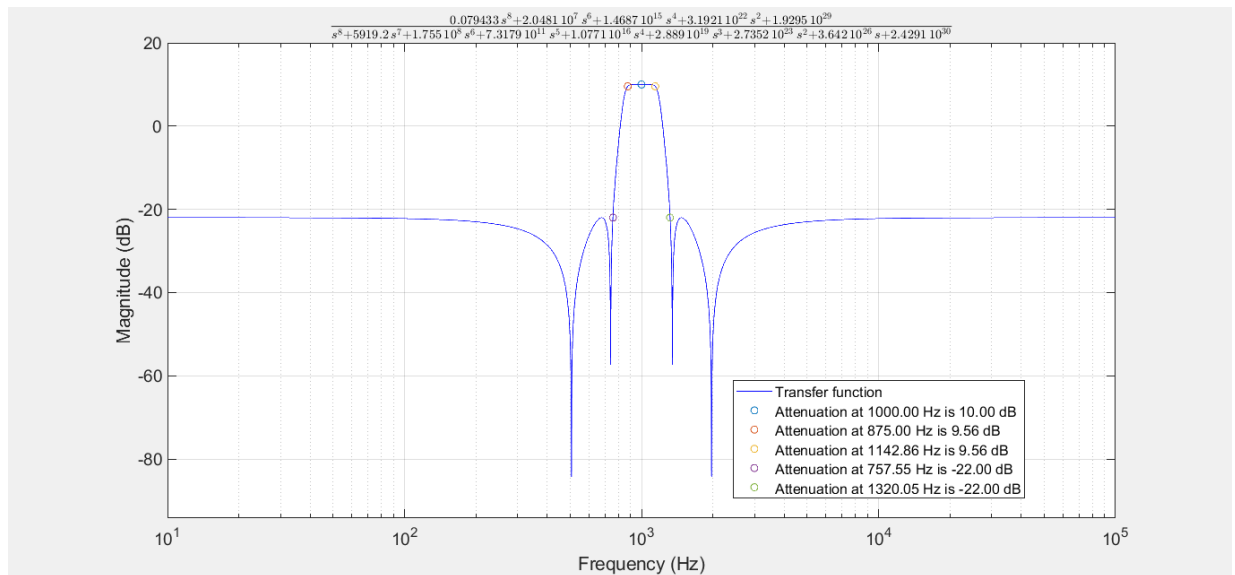
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode. Η T_1 αντιστοιχεί στο γαλάζιο χρώμα, η T_2 στο κόκκινο, η T_3 στο πορτοκαλί, η T_4 στο μωβ και η συνολική T_{total} του φίλτρου στο πράσινο.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες, $f_1=875$ Hz, $f_2=1142.86$ Hz, $f_3=757.55$ Hz και $f_4=1320.05$ Hz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

Στις συχνότητες f_1 και f_2 θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές $a_{max}=0.65$ dB.

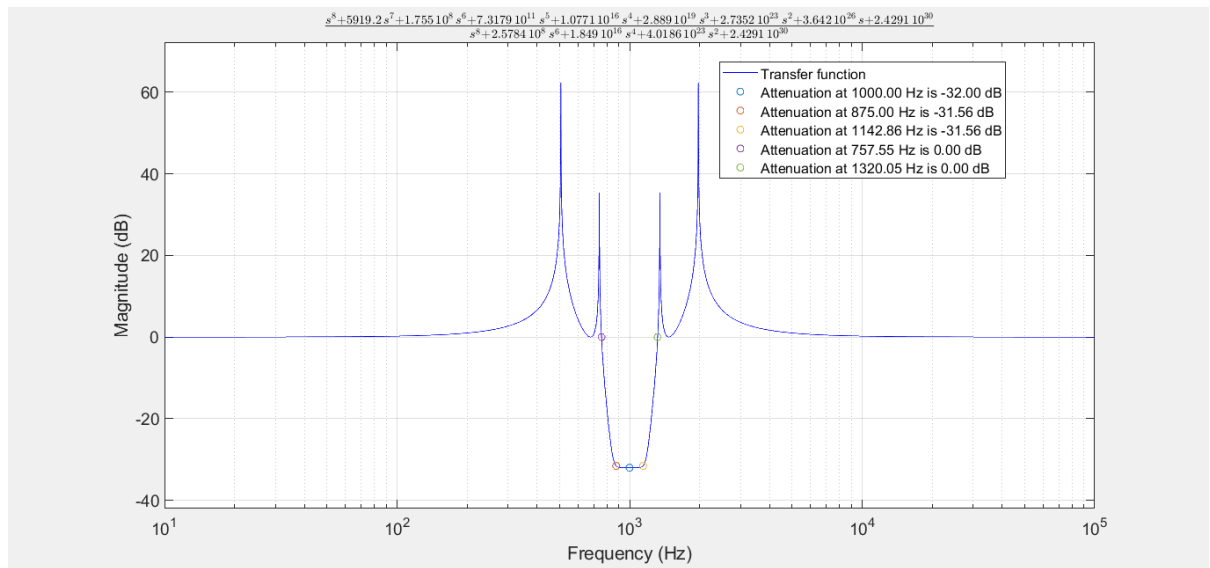
Παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται γιατί έχουμε $10-9.56=0.44$ το οποίο είναι όντως μικρότερο από το 0.65 που θέλουμε.

Στις συχνότητες f_3 και f_4 θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές $a_{min}=32$ dB.

Παρατηρούμε και εδώ ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται οριακά γιατί έχουμε $22+10=32$ dB.

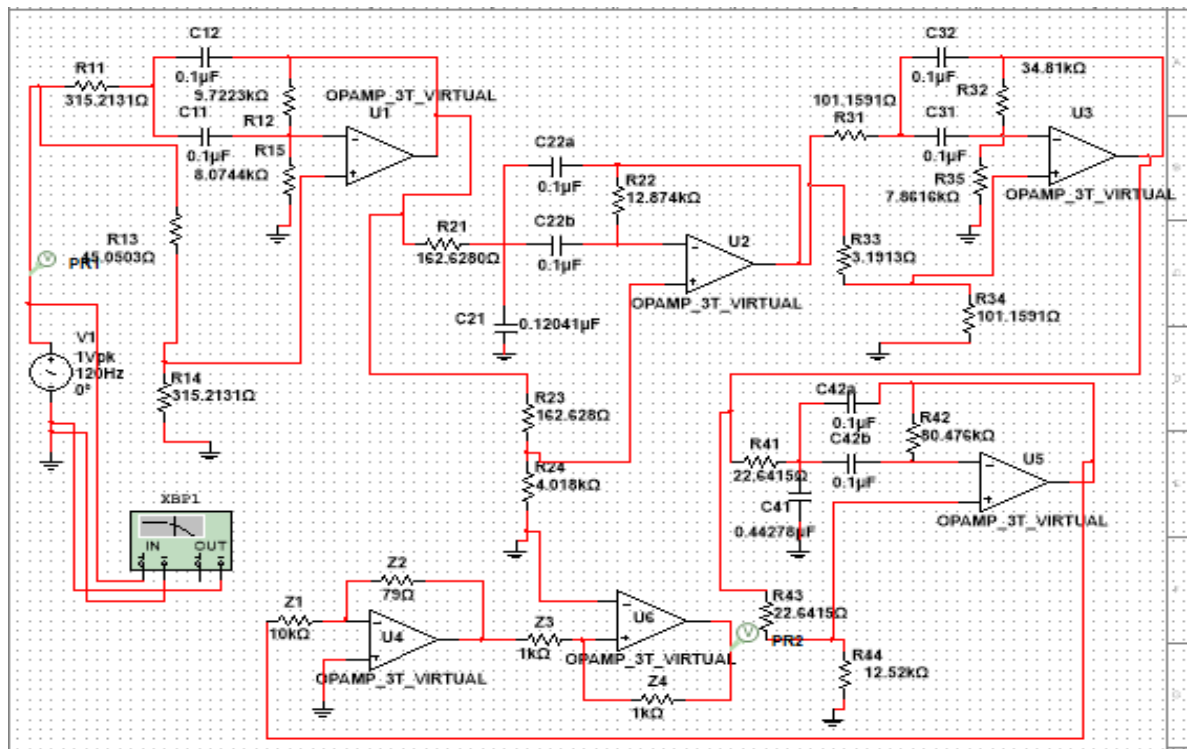
Τέλος, στη συχνότητα f_0 βλέπουμε ότι το κέρδος του φίλτρου μας είναι ακριβώς 10 dB άρα καλύπτεται και η ζητούμενη προδιαγραφή για κέρδος 10 dB.

Με ρύθμιση κέρδους στα 0 dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

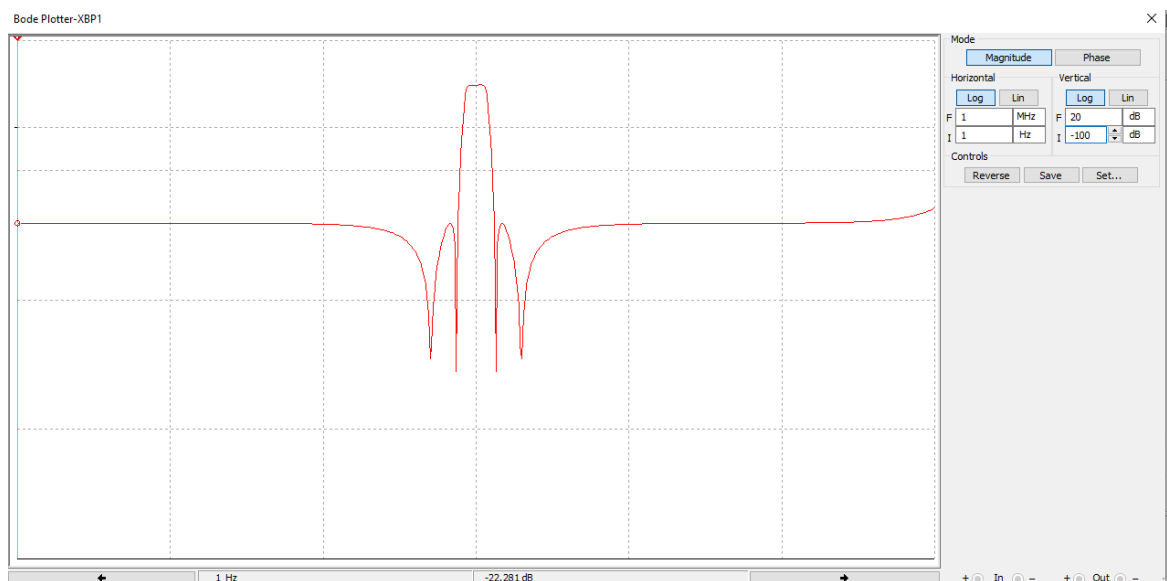


Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

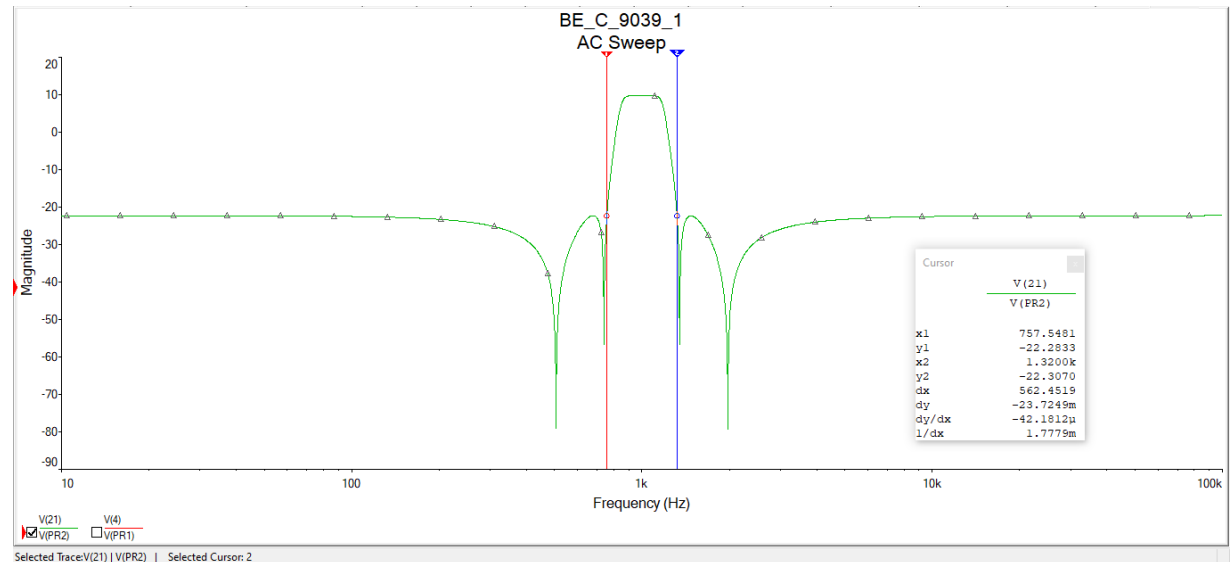


- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Από το σχήμα αυτό καταλαβαίνει κανείς ότι πρόκειται για ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev.

Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ό,τι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Στις συχνότητες f_3 και f_4 θέλουμε με βάση τις προδιαγραφές $a_{min} = 32\text{dB}$. Παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται γιατί έχουμε $22.2833 + 10 = 32.2833\text{dB}$ που είναι μεγαλύτερο του 32dB . Με την ίδια λογική, καλύπτεται και η προδιαγραφή για το a_{max} .

Τέλος, στη συχνότητα f_0 βλέπουμε ότι το κέρδος του φίλτρου μας είναι περίπου 10dB άρα καλύπτεται και η ζητούμενη προδιαγραφή για κέρδος 10dB .

Αποκλίσεις που τυχόν υπάρχουν από την θεωρητική ανάλυση που έγινε στο Matlab θεωρούνται αμελητέες και δεν επηρεάζουν την λειτουργία του φίλτρου.

Διέγερση με περιοδικό σήμα

Σε αυτό το σημείο της εργασίας αναλύεται η απόκριση του κυκλώματος όταν χρησιμοποιούμε ως είσοδο το σήμα :

$$f(t) = \cos(\omega_0 - ((\omega_0 - \omega_1)/2)) \cdot t + 0.8 \cdot \cos((\omega_0 + ((\omega_0 + \omega_1)/3)) \cdot t) + 0.8 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_3 \cdot t) + 0.6 \cdot \cos(2.5 \cdot \omega \cdot t) + 0.5 \cdot \cos(3 \cdot \omega_4 \cdot t)$$

Οι πέντε συχνότητες που θα παρουσιάσει το σήμα αυτό είναι οι εξής:

$$f_{11} = 937.5\text{Hz}$$

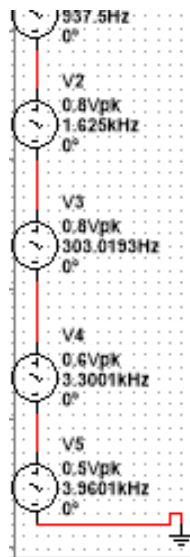
$$f_{12} = 16250\text{Hz}$$

$$f_{13} = 303.0193\text{Hz}$$

$$f_{14} = 3300.1\text{Hz}$$

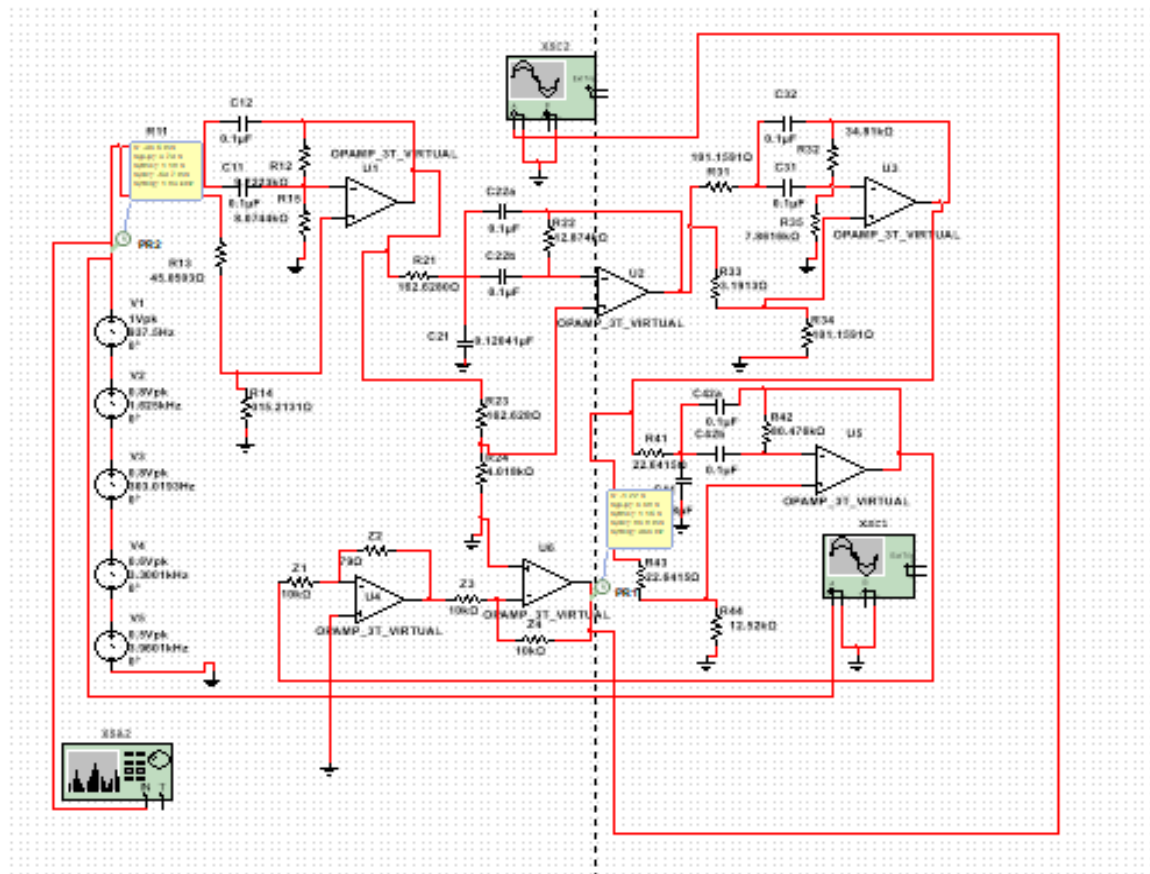
$$f_{15} = 3960.1\text{Hz}$$

Για την δημιουργία του σήματος στο Multisim χρησιμοποιούμε 5 AC Voltage πηγές στην σειρά, κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια συχνότητα, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



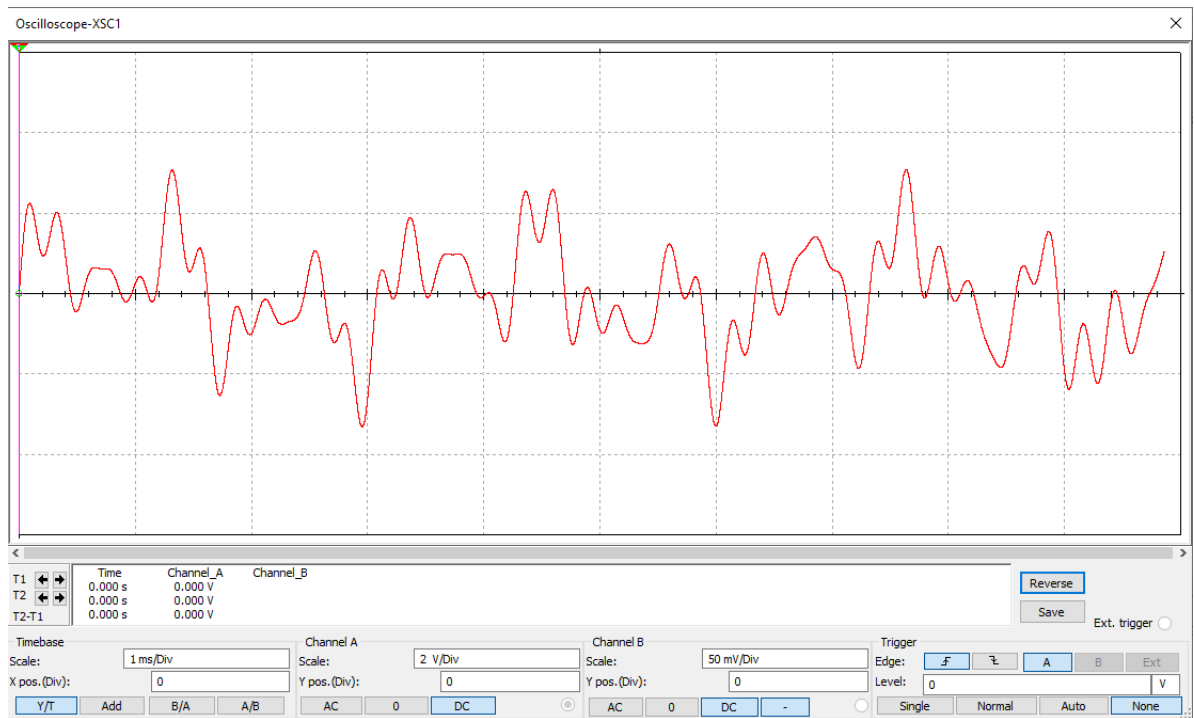
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Η συνδεσμολογία που

χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημάτων εισόδου και εξόδου(και των φασμάτων τους αργότερα) είναι η παρακάτω:

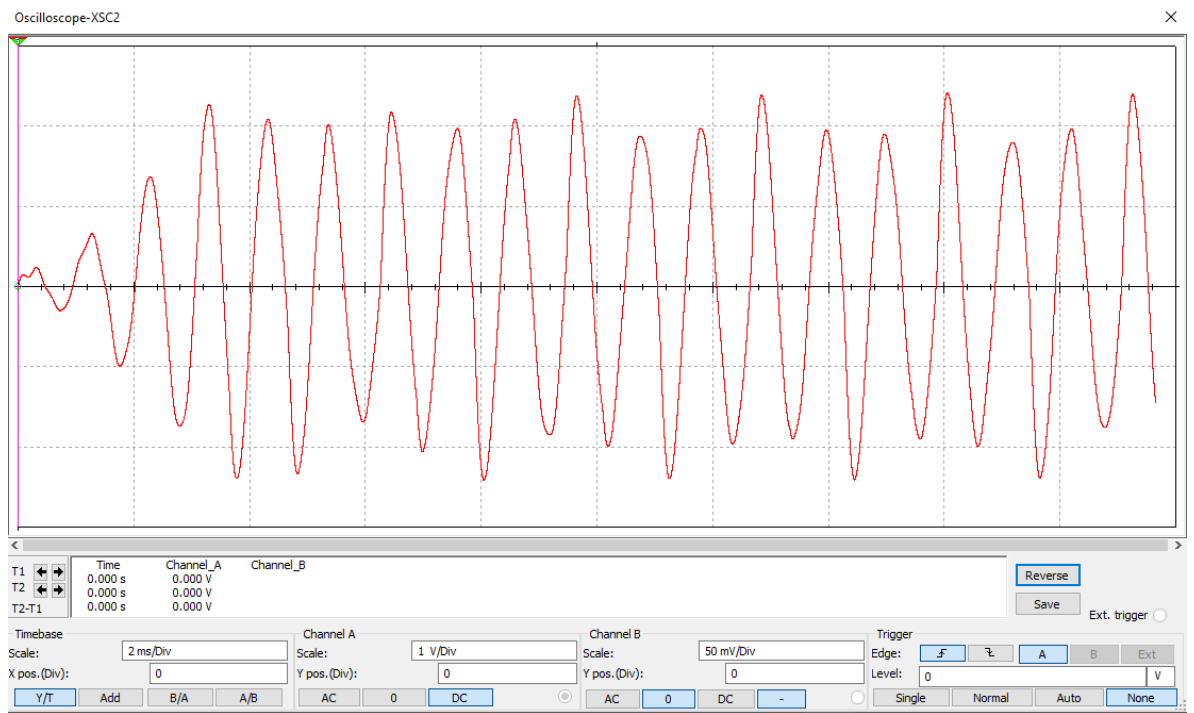


Τα σήματα που προκύπτουν τόσο από Matlab όσο και από Multisim παρουσιάζονται παρακάτω:

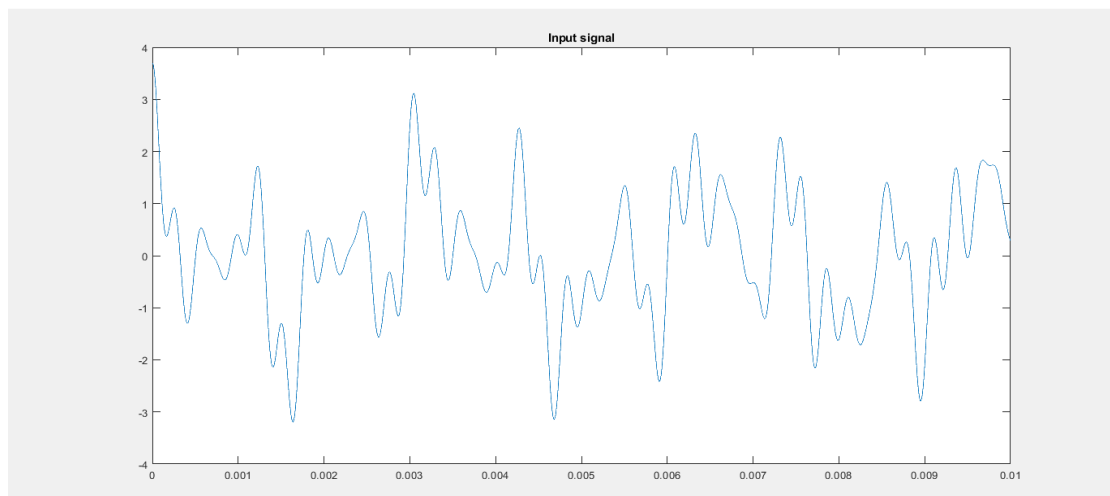
Σήμα εισόδου Multisim:



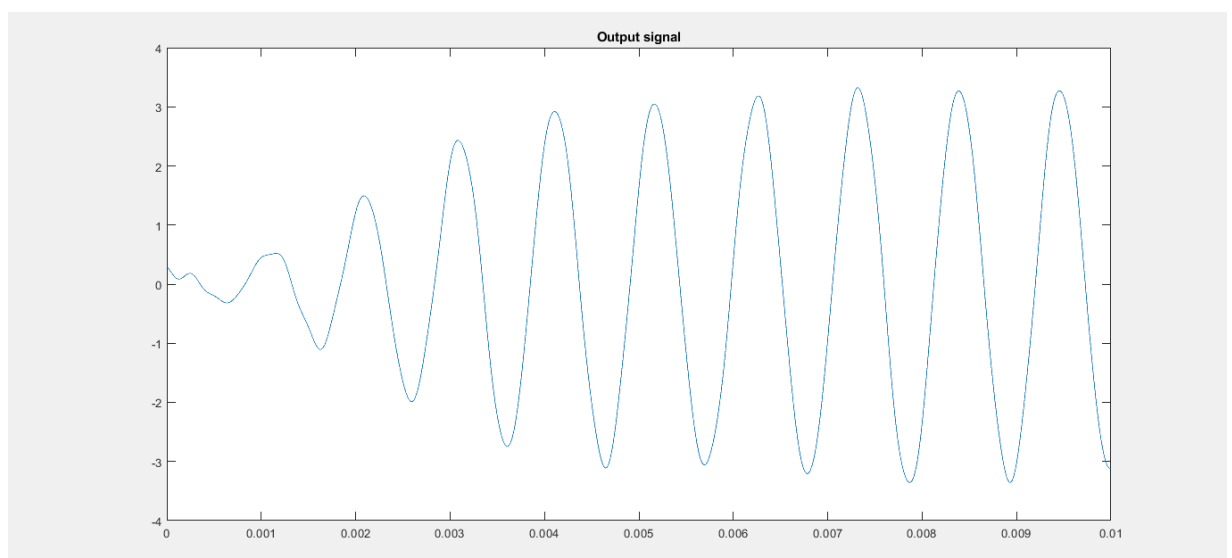
Σήμα εξόδου Multisim:



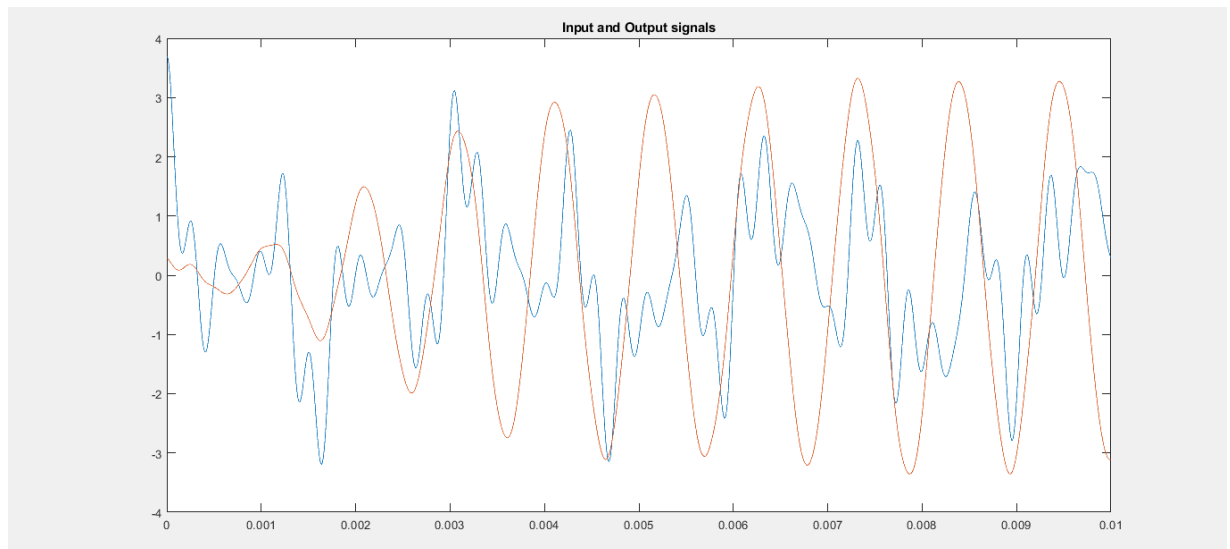
Σήμα εισόδου Matlab:



Σήμα εξόδου Matlab:



Απεικόνιση σημάτων εισόδου και εξόδου μαζί στο Matlab:



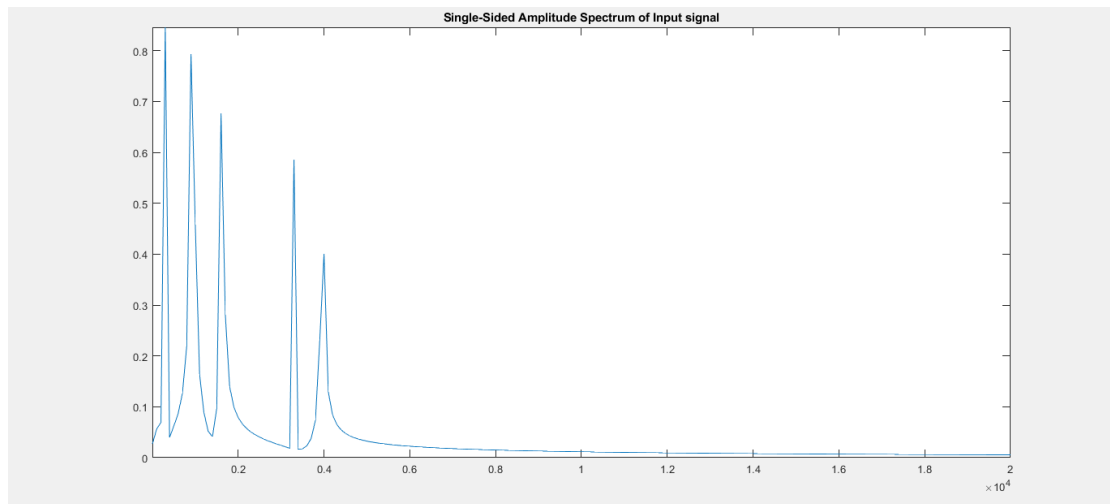
Παρατηρούμε ότι οι αναλύσεις των σημάτων στο Multisim ταυτίζονται με τις θεωρητικές του Matlab. Το κέρδος είναι όντως 10dB και το σήμα εξόδου εμφανίζεται ενισχυμένο.

Σχεδίαση φασμάτων-Ανάλυση Fourier

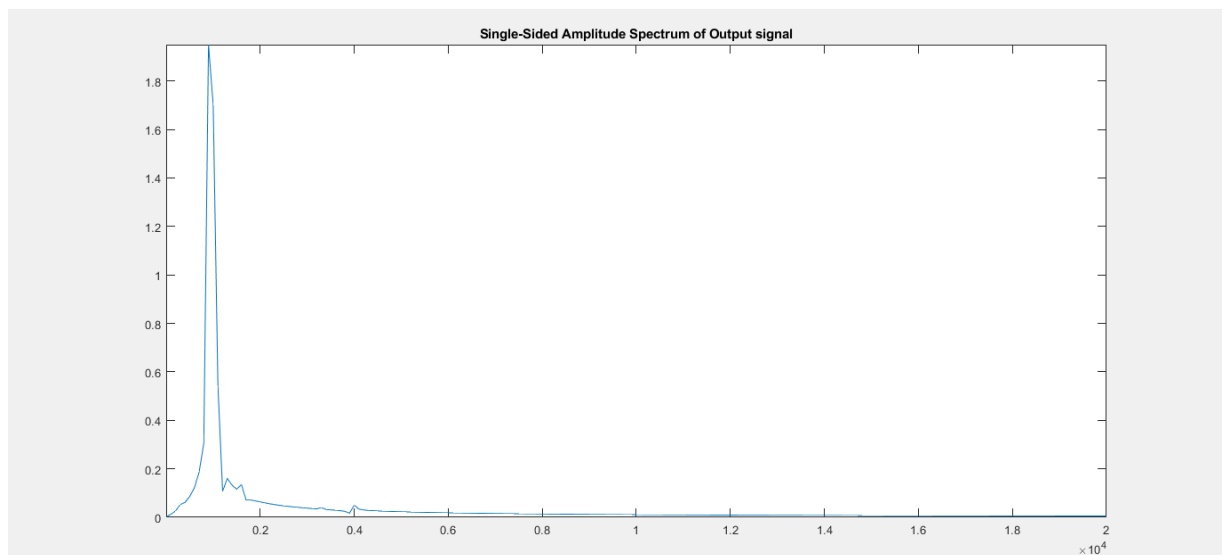
Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Στο Multisim για την δημιουργία των φασμάτων θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο Spectrum Analyser.

Φάσμα σήματος εισόδου Matlab:

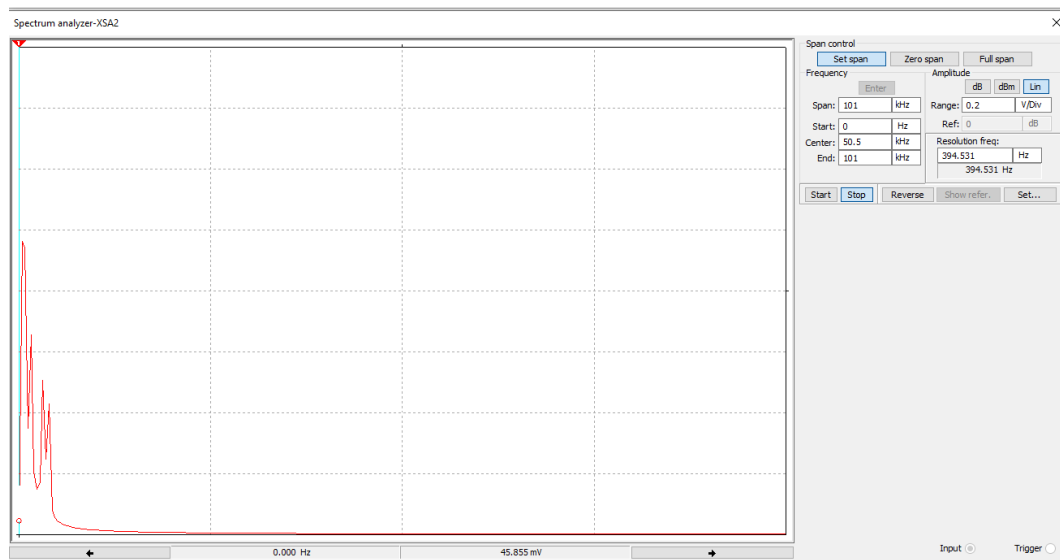


Φάσμα σήματος εξόδου Matlab:

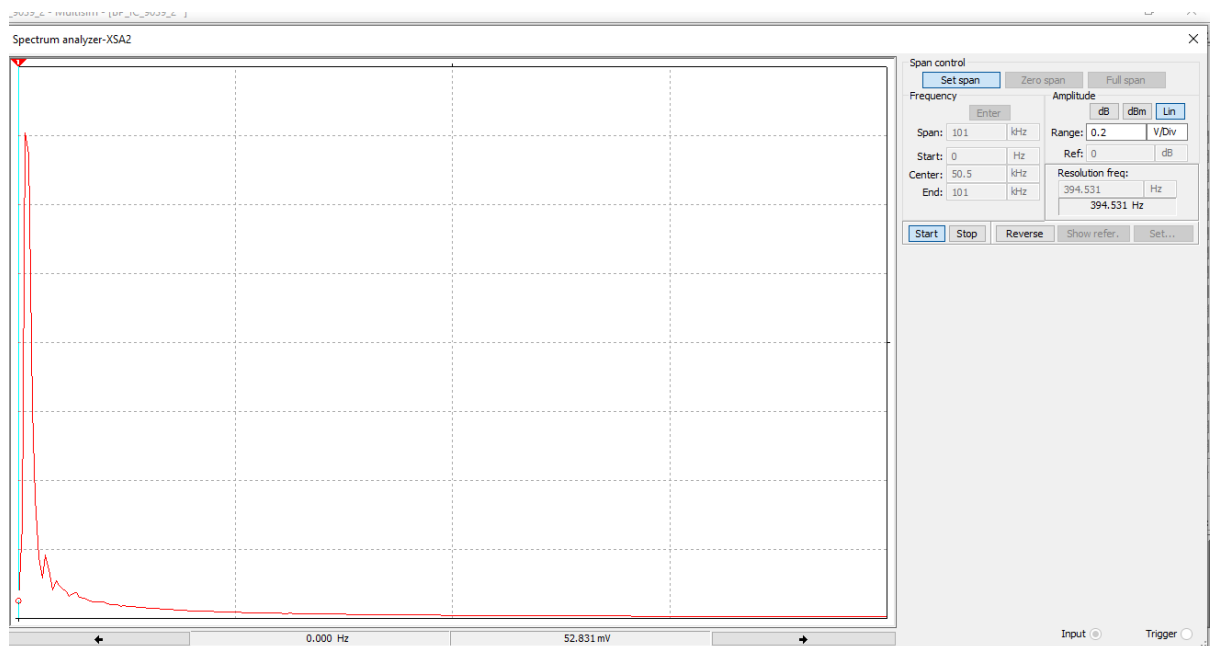


Η ανάλυση στο Matlab επιβεβαιώνει την ζωνοδιαβατή λειτουργία του φίλτρου. Όπως φαίνεται στο φάσμα εισόδου υπάρχουν 5 ώσεις που αντιστοιχούν στις θεμελιώδεις συχνότητες ενώ στο φάσμα εξόδου μόνο μια που βρίσκεται στη ζώνη διέλευσης. Επαληθεύουμε τα παραπάνω αποτελέσματα στο Multisim με χρήση του Spectrum Analyzer:

Φάσμα σήματος εισόδου Multisim:



Φάσμα σήματος εξόδου Multisim:



Επιβεβαιώνονται τα θεωρητικά αποτελέσματα του Matlab με το φάσμα του σήματος εξόδου να δείχνει και πάλι τον ζωνοδιαβατό χαρακτήρα του φίλτρου. Ενώ στην είσοδο έχουμε 5 ώσεις, στην έξοδο παρατηρούμε μόνο μία, αυτή που βρίσκεται δηλαδή στη ζώνη διέλευσης.

Επομένως, το φίλτρο λειτουργεί σωστά ικανοποιώντας τις προδιαγραφές που τέθηκαν.