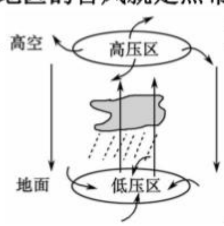
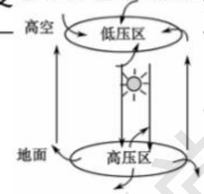
Holland 台风风速的推导

**1 气旋的近地和高空气压特征**

**重难点3　低压、高压与天气**

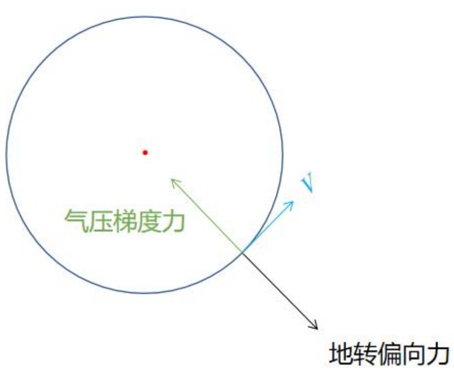
| 气压状况 | | 低　压 | 高　压 |
|---|---|---|---|
| 气流状况 | | 气　旋 | 反气旋 |
| 气流方向 | 垂直方向 | 上　升 | 下　沉 |
| | 水平方向 | 北半球，逆时针向中心辐合<br>南半球，顺时针向中心辐合 | 北半球，顺时针向四周辐散<br>南半球，逆时针向四周辐散 |
| 天气 | 中心 | 云层增厚，形成阴雨天气 | 天气晴朗 |
| | 对我国的影响 | 夏秋季节，影响我国东南沿海地区的台风就是热带气旋 | 北方“秋高气爽”的天气，夏季长江流域的伏旱 |
| 示意图 | |  |  |
| | | 北半球气旋 | 北半球反气旋 |





**2 受力分析及公式推导**

在北半球台风的近地面处，不考虑摩擦力，显然气体微团受到气压梯度力和地转偏向力的作用。假定气体微团在这两种力的作用下做圆周运动，那么在径向会有 1 个向心加速度 $a=\frac{V^2}{r}$。





单位质量的地转偏向力的大小= $fV$

单位质量的气压梯度力的大小= $\frac{1}{\rho_a}\frac{\partial P}{\partial n}$

向心加速度= $\frac{V^2}{R}$ (指向圆心)

**注：**式中 $f$ 是科氏力参数，有 $f=2\omega\sin\varphi$（$\omega$是球自转角速度，$\varphi$是纬度），$V$ 是气体微团运动速度，$R$ 是距离台风中心距离，$P$ 是气压，$n$ 是径向）

由三力平衡有 $\frac{1}{\rho}\left|\frac{\partial P}{\partial n}\right| - fV = \frac{V^2}{R}$

变形可以得到关于 V 的一元二次方程 $V^2 + fRV - \frac{R}{\rho_a}\frac{\partial P}{\partial n} = 0$

根据求根公式可以得到 $V = \frac{-fR \pm \sqrt{(fR)^2 + 4\frac{R}{\rho_a}\frac{\partial P}{\partial n}}}{2}$

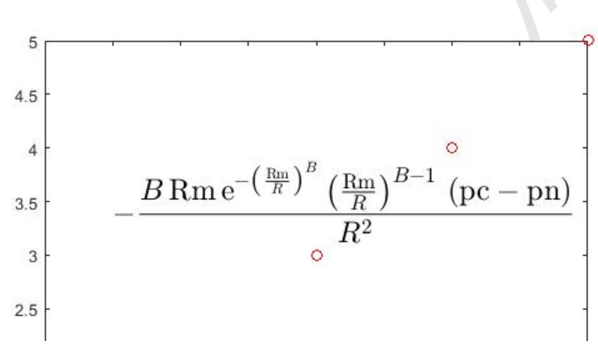
根据进一步分析，只有 $V = \frac{-fR + \sqrt{(fR)^2 + 4\frac{R}{\rho_a}\frac{\partial P}{\partial n}}}{2}$ 是正确的根

对 $V$ 的形式做进一步改变，可以得到 $V = -\frac{fR}{2} + \frac{\sqrt{(fR)^2 + 4\frac{R}{\rho_a}\frac{\partial P}{\partial n}}}{2} = -\frac{fR}{2} + \sqrt{\frac{(fR)^2}{4} + \frac{R}{\rho_a}\frac{\partial P}{\partial n}}$

接下来要求出 $\frac{\partial P}{\partial n}$

由 $p(R) = p_c + (p_n - p_c)e^{-(R_m/R)^B}$，可知随着 $R$ 的增大，$p(R)$是持续增大的，所以 $\frac{\partial P}{\partial R} > 0$

求 $\frac{\partial P}{\partial R}$ 的过程有些麻烦，因为这是一个将基本函数多层复合的函数，我用 matlab 来求导





```
syms pc pn Rm R B%创建符号标量变量、函数和矩阵变量
f=pc+(pn-pc)*exp(-(Rm/R)^B);
diff_R=diff(f,R);
la=latex(diff_R);
figure('color','w')
plot(1:5,1:5,'ro')
text(1.5,3.5,['$$',la,'$$'],'Interpreter','latex','fontsize',18);
```

将 $\frac{\partial P}{\partial R} = -\frac{BR_m e^{-(\frac{Rm}{R})^B}(\frac{Rm}{R})^{B-1}(p_c - p_n)}{R^2}$ 带入到 $V = -\frac{fR}{2} + \sqrt{\frac{(fR)^2}{4} + \frac{R}{\rho_a}\frac{\partial P}{\partial R}}$ 中去

进行一系列的变形

$$V = -\frac{fR}{2} + \sqrt{\frac{(fR)^2}{4} + \frac{R}{\rho_a}\frac{\partial P}{\partial R}}$$

$$= -\frac{fR}{2} + \sqrt{\frac{(fR)^2}{4} + \frac{R}{\rho_a}\left(-\frac{BR_m e^{-(\frac{Rm}{R})^B}(\frac{Rm}{R})^{B-1}(p_c - p_n)}{R^2}\right)}$$

$$= -\frac{fR}{2} + \sqrt{(\frac{fR}{2})^2 + \left(-\frac{R}{\rho_a}\frac{BR_m e^{-(\frac{Rm}{R})^B}(R_m)^{B-1}(p_c - p_n)}{R^2 R^{B-1}}\right)}$$

$$= -\frac{fR}{2} + \sqrt{(\frac{fR}{2})^2 + \left(-\frac{Be^{-(\frac{Rm}{R})^B}(R_m)^B(p_c - p_n)}{\rho_a R^B}\right)}$$

$$= -\frac{fR}{2} + \sqrt{(\frac{fR}{2})^2 + \frac{B(p_n - p_c)}{\rho_a} e^{-(\frac{Rm}{R})^B}(\frac{R_m}{R})^B}$$

$$= -\frac{fR}{2} + \sqrt{(\frac{fR}{2})^2 + \frac{B}{\rho_a}(\frac{R_m}{R})^B(p_n - p_c)e^{-(\frac{Rm}{R})^B}}$$

**3 以上推导**

以上推导是以北半球气旋为例，不考虑摩擦力，假定气体微团在气压梯度力和地转偏向力作用下做圆周运动，在计算气压梯度力时用到了的 Holland 气压分布公式，从而得到了 Holland 模型下的风速。