* Wir haben folgende Modellannahme: (1)

$$P(X=\underline{x} \mid Y=k) = \prod_i P(x_i=1 \mid Y=k)^{x_i} \cdot P(x_i=0 \mid Y=k)^{1-x_i}$$

$$\Rightarrow \log P(X=\underline{x} \mid Y=k) = \sum_i \Big(x_i \overbrace{\log P(x_i=1 \mid Y=k)}^{W_{ki}} +$$

$$+ (1-x_i) \underbrace{\log\big(1-P(x_i=1 \mid Y=k)\big)}_{\overline{W}_{ki}}\Big)$$

$$= \sum_i \overbrace{\left(x_i W_{ki} + (1-x_i)\overline{W}_{ki}\right)}^{u_k^X} = u_k^X$$

$$\Rightarrow P(X=\underline{x} \mid Y=k) = e^{u_k^X}$$

Bayes Rule:

$$P(Y=k \mid X=\underline{x}) = \frac{P(X=\underline{x} \mid Y=k) \cdot P(Y=k)}{\sum_{k'} P(X=\underline{x} \mid Y=k') \cdot P(Y=k')}$$

gilt für konstanten Prior.

In unserem Fall ist der Prior gegeben durch z.

$$P(Y=k \mid X=\underline{x}, z) = \frac{P(X=\underline{x} \mid Y=k)\, P(Y=k \mid z)}{\sum_{k'} P(X=\underline{x} \mid Y=k')\, P(Y=k' \mid z)} \quad (1)$$

Nächste Modellannahme:

$$P(Y=k \mid z) = \prod_j P(Y=k \mid z=j)^{z_j}$$

$$\log P(Y=k \mid z) = \sum_j z_j \underbrace{\log P(Y=k \mid z=j)}_{W_{kj}^{P}}$$

$$= \sum_j z_j W_{kj}^{P} = u_k^{z}$$

$$\Rightarrow P(Y=k \mid z) = e^{u_k^{z}}$$

Das setzen wir ein in (1):

$$P(Y=k \mid X=\underline{x}, z) = \frac{e^{u_k^{x}} \cdot e^{u_k^{z}}}{\sum_{k'} e^{u_{k'}^{x}} e^{u_{k'}^{z}}}$$

$$= \frac{e^{u_k^{x} + u_k^{z}}}{\sum_{k'} e^{u_{k'}^{x} + u_{k'}^{z}}}$$