

UND MOSES SPRACH AUCH DIESE GEBOTE

1. Gebot:

Nur die DUMMEN kürzen SUMMEN!

Und auch sonst läuft bei Summen und Differenzen nichts!

$$\frac{3x^2 + y^3}{2x - y^2} \text{ darfst Du NICHT kürzen!}$$

2. Gebot:

Vorsicht bei WURZELN und QUADRATEN!

$$\sqrt{x^2 + y^2} \text{ ist NICHT gleich } x + y \quad \text{Pythagoras war kein Idiot!}$$

und

$$(x + y)^2 \text{ ist NICHT gleich } x^2 + y^2 \quad \text{1. Binomische Formel!}$$

3. Gebot:

Du sollst ein Minus mehr beachten als ein Plus!

Ein MINUS vor einer Klammer ändert alle Vorzeichen in der Klammer!

$$2x - (y + 3z) \text{ aus dem PLUS wird ein MINUS} \Rightarrow 2x - y - 3z$$

4. Gebot:

Entweder oder, aber nicht beides!

Ein MINUS vor einem Bruch ändert entweder im Zähler oder Nenner alle Vorzeichen!

$$-\frac{2x-1}{-3x+2} = \frac{-2x+1}{-3x+2} \text{ oder } \frac{2x-1}{3x-2}$$

5. Gebot:

Du sollst nie die richtige Reihenfolge vergessen!

HOCH vor PUNKT vor STRICH!

$$-3x^2 \text{ ist NICHT gleich } (-3x)^2$$

6. Gebot:

Du kannst von vorne und von hinten multiplizieren!

MULTIPLIKATIONEN mit mehr als 2 FAKTOREN gehören zusammen und können verrechnet werden!

$$-2x(3x - 2) \cdot 4 = -8x(3x - 2) = -24x^2 + 16x$$

7. Gebot:

Bete darum, dass es einfacher geht!

Bei einer MULTIPLIKATION mit einem BRUCH kannst Du vielleicht KÜRZEN!

$$4\pi r^2 \frac{10}{\pi r s} = \frac{40r}{s}$$

8. Gebot:

Mal ist fast immer einfacher als plus!

Bei einer Addition oder einer Subtraktion mit Brüchen musst Du die Brüche zuerst gleichnamig machen und sie dann erweitern, egal ob Du nur mit Zahlen oder mit Buchstaben rechnest. Bei einer Multiplikation hingegen kannst Du einfach losrechnen!

$$\frac{x+3}{x-2} - \frac{4}{x} = \frac{x(x+3) - 4(x-2)}{x(x-2)} = \frac{x^2 + 3x - 4x + 8}{x(x-2)} = \frac{x^2 - x + 8}{x(x-2)}$$

$$\frac{s}{4\pi} \cdot \frac{r - \pi}{2r} = \frac{sr - s\pi}{8\pi r}$$

9. Gebot:

Ein Doppelbruch ist eine Division!

Einen Doppelbruch löst Du auf, indem Du den Bruch im Nenner drehst (Kehrwert) und ihn mit dem Bruch im Zähler multiplizierst!

$$\frac{\frac{2x^3}{5y^2}}{\frac{3xy}{4y^4}} = \frac{2x^3}{5y^2} \cdot \frac{4y^4}{3xy} = \frac{8x^3y^4}{15xy^3} = \frac{8x^2y}{15}$$

10. Gebot:

Was gibt fünf mal ein Siebtel? Natürlich fünf Siebtel! Du musst nur zuhören!

Einen Bruch kannst Du nach Bedarf auch umschreiben!

$$\frac{7}{x} = 7 \cdot \frac{1}{x}$$

11. Gebot:

Du sollst auf beiden Seiten rechnen!

Um eine GLEICHUNG aufzulösen, musst Du immer die GEGENTEILIGE Operation durchführen!

+	-	\sqrt{x}	x^2	e^x	$\ln x$
·	:	$\sin x$	$\arcsin x$	10^x	$\lg x$

12. Gebot:

Nenner, Klammern und Wurzeln müssen purzeln!

In einer Gleichung müssen Du immer zuerst NENNER, WURZELN und KLAMMERN verschwinden!

$$\frac{3x-4}{2x+1} = \frac{x}{2} - 1 \quad | \cdot 2(2x+1) \quad (\text{Nenner multiplizieren})$$

$$\sqrt{x-a} = 3+x \quad | ^2 \quad (\text{Wurzeln potenzieren})$$

$$(x-3)^2 = 2(x+4) - x^2 \quad | \quad (\text{Klammern ausrechnen})$$

13. Gebot:

Nur Penner übersehen Nenner!

Dividiere niemals einfach durch den Zähler eines Bruches, sondern TAUSCHE aus!

$$5 = \frac{7}{x} \quad \text{Dividiere nicht durch 7, sondern tausche 5 und x aus} \Rightarrow x = \frac{7}{5}$$

14. Gebot:

Keinen Term vergessen!

Multiplizierst Du eine Gleichung mit einem Nenner, so muss jeder Term mit diesem Nenner multipliziert werden!

$$\frac{4}{x^3} - 8 = 0 \Rightarrow 4 - 8x^3 = 0 \quad \text{usw.}$$

15. Gebot:

Eine Gleichung mit zwei Brüchen löst Du, indem Du über Kreuz multiplizierst!

$$\frac{3x-1}{2x+3} = \frac{4}{x}$$

$$x \cdot (3x - 1) = 4 \cdot (2x + 3) \quad \text{usw.}$$

16. Gebot:

Einfach, aber sehr nützlich!

In einem Produkt, das Null geben soll, muss einer der Faktoren gleich Null sein, denn nur Null mal x gibt Null!

$$\sqrt{x+1} \cdot (x-3) \cdot (x-1) \cdot 3x^2 = 0$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 1, \quad x_4 = 0,$$

17. Gebot:

x zu x, Zahl zu Zahl, so steht es schon in der Bibel geschrieben!

Eine Gleichung sollst Du immer nach Null auflösen, wenn Du keine Ahnung hast, und dann die Lage neu beurteilen!

$$2x^3 - 4x = 5x^2 \Rightarrow 2x^3 - 5x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x \text{ ausklammern!}$$

18. Gebot:

Vergiss niemals die Mitternachtsformel!

(Die Formel ist so wichtig, dass Du sie auch um Mitternacht noch wissen musst und zwar auswendig!)

Wenn der grösste Exponent einer Gleichung eine 2 ist, dann handelt es sich um eine QUADRATISCHE GLEICHUNG, die Du mit der Lösungsformel lösen kannst!

$$x^2 - 3x + 2x - (4x + 1) - 3x^2 = 10x - 2$$

19. Gebot:

Selbst Schuld, wenn Du so kurz vor dem Ende einer Aufgabe noch etwas vergisst!

Wenn Du bei einer Gleichung die WURZEL ziehen musst, dann ergibt das immer 2 Lösungen, nämlich PLUS und MINUS!

$$x^2 = 25 \Rightarrow x_1 = + 5 \text{ und } x_2 = - 5$$

20. Gebot:

Zuerst suchen und dann rechnen!

In einem Gleichungssystem brauchst Du immer gleich viele Gleichungen wie Variablen, sonst kannst Du nie eine Lösung finden!

$$\text{I : } 3x - 2y + 4z = 12$$

$$\text{II : } 2x + 5y = 12$$

$$\text{III : } 4x - y + 5z = 17$$

21. Gebot:

Höhere Mathematik besteht fast nur aus Gleichungen, also freunde Dich mit diesen 3 Möglichkeiten an!

Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten löst Du entweder mit dem EINSETZUNGSVERFAHREN, GLEICHSETZUNGSVERFAHREN oder ADDITIONSVERFAHREN!

$$\left. \begin{array}{l} 4x - 3y = 6 \\ y = 2x - 1 \end{array} \right\} \text{Einsetzungsverfahren}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 4x + 3 \\ y = 5 - 3x \end{array} \right\} \text{Gleichsetzungsverfahren}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 4y = 10 \\ 4x + 3y = 5 \end{array} \right\} \text{Additionsverfahren}$$

22. Gebot:

Ein Rückschritt bringt den Fortschritt!

Wenn Du in einem Gleichungssystem eine Lösung für die erste Variable gefunden hast, dann musst Du diese Lösung in eine Gleichung einsetzen, die nur EINE neue Variable hat!

$$\left. \begin{array}{l} \text{I : } 2x - 3y = 1 \\ \text{II : } 3x - 4y + z = 5 \\ \text{III : } x = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{III in I einsetzen und nicht in II}$$

23. Gebot:

Stelle Dir ein halbes Rechteck vor!

Die FLÄCHE eines DREIECKS berechnest Du mit der Formel:

$$\text{Allgemeines Dreieck} = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2}$$

$$\text{Rechtwinkliges Dreieck} = \frac{\text{Kathete} \cdot \text{Kathete}}{2}$$

24. Gebot:

3 Angaben für ein Dreieck!

Du brauchst DREI Informationen von einem DREIECK, um alle Seiten und Winkel berechnen zu können!

Rechtwinkliges Dreieck mit $a = 4$ und $\alpha = 40^\circ$

Gleichschenkliges Dreieck mit $\gamma = 30^\circ$ und $a = 4$

25. Gebot:

Was ist verboten in Mathematik?

Der DEFINITIONSBEREICH ist die Menge aller Zahlen, die Du bei einer Funktion für x einsetzen darfst, ohne dass es ein mathematisches Foul gibt!

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} \Rightarrow D = \{x \mid x \geq -2\}$$

$$f(x) = \ln(x-3) \Rightarrow D = \{x \mid x > 3\}$$

26. Gebot:

Hier geht's um y!

Der WERTEBEREICH ist die Menge aller Zahlen, die sich als Resultate bei einer Funktion für y ergeben, wenn Du die Zahlen der Definitionsmenge einsetzt!

$$f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow W = \{y \mid y \geq 2\}$$

27. Gebot:

3 wichtige POTENZGESETZE! (Es gibt noch mehr.)

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert und die Basis stehen lässt: $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert und die Basis stehen lässt: $x^a : x^b = x^{a-b}$

Hoch hoch gibt Mal! $(x^a)^b = x^{a \cdot b}$

28. Gebot:

3 weitere wichtige POTENZGESETZE!

Ein Term im Nenner wird zu HOCH MINUS!

$$\frac{1}{x^a} = x^{-a} \quad \sqrt[a]{x^b} = x^{\frac{b}{a}} \quad x^0 = 1$$

29. Gebot:

DEG steht für degree!

Suchst Du einen WINKEL in GRAD oder ist Dir ein WINKEL in GRAD gegeben, dann muss Dein Taschenrechner auf DEG eingestellt sein, andernfalls musst Du ihn auf RAD umstellen!

$$\text{DEG : } \frac{y}{3} = \sin 40^\circ$$

$$\text{RAD : } y = 2 \cdot \sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{4} - 1\right)$$

30. Gebot:

Die 3 wichtigsten GRUNDGLEICHUNGEN von Funktionen lauten:

$$\text{Gerade : } y = mx + q$$

$$\text{Parabel : } y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{Exponentialfunktion : } y = a \cdot b^x \quad \text{oder} \quad N(t) = N_0 \cdot e^{-kt}$$

31. Gebot:

Nicht nur in Analysis!

Suchst Du einen SCHNITTPUNKT von zwei Funktionen, so kannst Du ihn durch GLEICHSETZEN oder EINSETZEN finden!

$$g_1 : y = 3x + 12 \text{ und } g_2 : y = 4x - 5$$

$$3x + 12 = 4x - 5 \Rightarrow x = 17 \Rightarrow S(17/63)$$

32. Gebot:

Die Ableitung allein ist noch nicht die Steigung!

Du musst noch den x – Wert des Punktes in die Ableitung einsetzen, um die Steigung zu erhalten.

$$m = f'(x_0)$$

33. Gebot:

Negativ reziprok!

Bei 2 Funktionen, die NORMAL aufeinander stehen, sind die Steigungen die NEGATIVEN KEHRWERTE voneinander!

$$m_1 = \frac{3}{7} \Rightarrow m_2 = -\frac{7}{3}$$

34. Gebot:

Ableitungsregeln musst Du auswendig kennen!

$$\text{Produktregel bei MAL: } f(x) = \sqrt{x} \cdot \sin x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} \cdot \sin x + \sqrt{x} \cdot \cos x$$

$$\text{Quotientenregel bei DURCH: } f(x) = \frac{x^2 - x}{3x + 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x - 1) \cdot (3x + 2) - (x^2 - x) \cdot 3}{(3x + 2)^2}$$

$$\text{Kettenregel bei VERKNÜPFUNG: } f(x) = e^{-5x} \Rightarrow e^{-5x} \cdot (-5)$$

35. Gebot:

Multiplikative Konstanten sind schlaffe Tanten!

Beim Ableiten oder Integrieren bleiben Konstanten, die multipliziert oder dividiert werden, stehen und bewegen sich nicht von der Stelle!

$$f(x) = a \cdot x^2 \Rightarrow f'(x) = a \cdot 2x$$

$$f(x) = \frac{x^3}{4} \Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2}{4}$$

$$\int ax^3 \cdot dx = a \cdot \frac{x^4}{4} + C$$

$$\int \frac{x^2}{a} \cdot dx = \frac{x^3}{3a} + C$$
