

Science du Numérique

Les gyromètres du smartphone

Groupe G9D

Yassine LARAIEDH, William Alexander
MBOLLO MBASSY, Théotime POICHOTTE,
Benjamin POMBET, Christophe SAURY,
Pierre TOMEI

Table des matières

Introduction.....	2
I. Le gyromètre newtonien	3
A. Etude de la force de Coriolis	3
B. Le fonctionnement des gyromètres utilisant la force de Coriolis	4
II. Le gyromètre einsteinien (à base d'effet Sagnac) : gyromètre optique.....	8
A. L'effet Sagnac	8
B. Le Gyromètre optique	9
III. Simulation.....	14
Conclusion	18
Annexe.....	19
Bibliographie	22

Introduction

Quel est le point commun entre un smartphone, une manette de jeu vidéo et un drone quadri-hélices ? Dans chacun de ces objets se cache un gyromètre. Ce dernier prend la forme d'une puce électromécanique de taille millimétrique qui mesure en temps réel la vitesse de rotation de l'objet et qui peut, par intégration temporelle, en déduire son orientation dans l'espace. Malgré la modernité évidente de ces instruments, ces dispositifs s'inspirent de principes connus au dès le XIXème siècle.

Deux mots existent dans notre langue française pour désigner les appareils sensibles aux rotations : « gyromètre » et « gyroscope ». Ces deux mots désignent des éléments complètement distincts il est donc important de ne pas les confondre.

- Un gyromètre est un appareil sensible aux vitesses de rotation, autrement dit il fournit une information sur la vitesse angulaire de l'objet par rapport à un référentiel inertiel. C'est donc un capteur de vitesse angulaire.
- Un gyroscope est un appareil sensible aux angles de rotation, c'est-à-dire qu'il fournit une information sur la position angulaire de son référentiel par rapport à un référentiel inertiel. C'est donc un capteur de position angulaire.

La distinction entre ces deux mots n'est pas faite dans toutes les langues et notamment en anglais. On parle de « gyroscope » pour les deux instruments car le mot « gyromètre » n'existe pas. Pour parler donc d'un gyromètre, les Anglo-Saxons utilisent le terme « rate gyroscope » et emploient « angle gyroscope » pour le gyroscope (Kock, 2017).

Par ailleurs, la confusion est facilement faite entre les deux instruments de mesures car l'un des deux agit comme un gyromètre et l'autre comme un gyroscope. Dans ce cas-là on obtient la position angulaire en intégrant la vitesse angulaire par rapport au temps.

Ce rapport présente donc la technologie principale employée dans nos smartphones : les gyromètres micro-électromécaniques dont le fonctionnement nécessite de connaître la force de Coriolis, mais aussi les gyromètres optiques qui sont eux fondés sur l'effet Sagnac.

I. Le gyromètre newtonien

A. Etude de la force de Coriolis

La force de Coriolis est une force qui dévie les objets en mouvement dans un référentiel terrestre (ENS de Lyon, s.d.). Il est important de noter que cette force est assez faible sur Terre face à la force de pesanteur. Elle a été découverte par l'ingénieur et mathématicien français, Gaspard Coriolis, en 1835. Il montre qu'un corps A de masse m , de vitesse $\overrightarrow{v(A)}$ dans le référentiel terrestre considéré comme non-galiléen, et placé dans un système en rotation de vitesse angulaire $\vec{\Omega}(t)$, est soumis à une force \vec{F}_c orthogonale à ce mouvement. Il lui a donné son nom : la force de Coriolis.

La formule définissant cette force est la suivante : $\vec{F}_c = -2m\vec{\Omega}(t) \wedge \overrightarrow{v(A)}$

La force de Coriolis est observée de manière pratique en 1851 par Léon Foucault. Le scientifique installe un long pendule de 65m au Panthéon. Il montre que les déviations du pendule observées à chaque période sont dues à la force de Coriolis. Cela va lui permettre de mettre en évidence la rotation de la Terre par rapport à un référentiel galiléen ainsi que l'existence de la force de Coriolis en référentiel non-galiléen.

Réalisons une expérience de pensée pour mieux visualiser cette force. Par exemple, si un joueur de pétanque lance une boule depuis l'hémisphère Nord, il constatera une déviation vers la droite de la trajectoire de sa boule. A l'inverse, s'il se situe dans l'hémisphère Sud, il remarquera une déviation vers la gauche de la trajectoire de sa boule. Les deux illustrations suivantes nous illustrent parfaitement cette expérience.

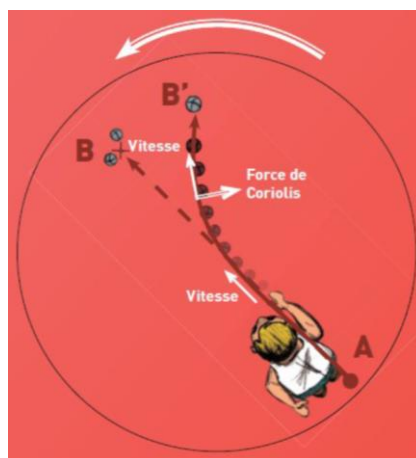


Figure 1 - Vue de l'hémisphère Nord (ENS de Lyon, s.d.)

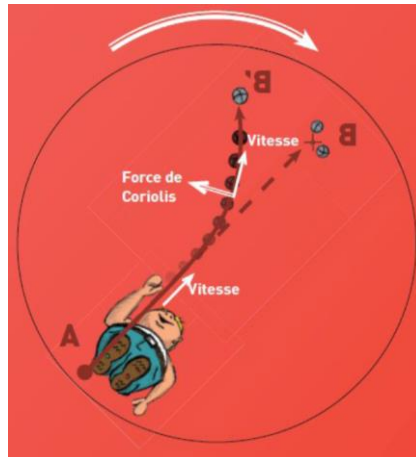


Figure 2 - Vue de l'hémisphère Sud (ENS de Lyon, s.d.)

Après l'étude de l'expression de la force de Coriolis, on peut dire que plus la vitesse de rotation est grande, plus la force sera intense. Voici un exemple très concret qui permet de se rendre compte du peu d'impact de la force de Coriolis sur Terre. Dans le cas de la rotation de la Terre sur elle-même, son intensité est faible : de l'ordre du millième du poids pour un objet qui se déplace à 250 km/h.

B. Le fonctionnement des gyromètres utilisant la force de Coriolis

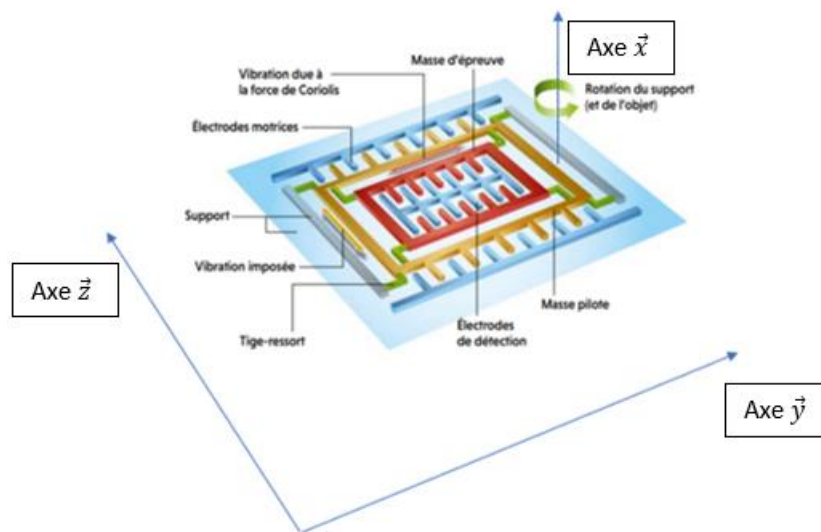
Maintenant que nous avons vu le principe de cette force de Coriolis, voyons donc de quelle manière concrète le gyromètre et la force de Coriolis fonctionnent ensemble. La proportionnalité et l'orthogonalité de la force de Coriolis sont les deux éléments qui vont être mis en œuvre dans les gyromètres modernes.

Aujourd'hui nos appareils électroniques sont de plus en plus petits. On ne peut donc pas se permettre d'embarquer un pendule dans notre smartphone. Face à ce besoin de miniaturisation, le système oscillant n'est plus un pendule mais un système vibrant à haute fréquence qui va s'intégrer parfaitement, par sa taille dans un système micro-électromécanique (MEMS). Ainsi, le gyromètre de notre smartphone va tenir dans un boîtier de quelques millimètres de côté et d'un millimètre d'épaisseur.

Le dispositif de base des micro-gyromètres est le plus souvent constitué de deux composants principaux (Courty & Kierlik, Janvier 2018) :

- Une masse pilote
- Une masse d'épreuve

Ces éléments nous sont présentés dans le schéma suivant :



La masse pilote effectue des vibrations imposées selon une direction, dans notre cas une vibration selon l'axe \vec{z} . En l'absence de rotation, le pilote entraîne la masse d'épreuve dans son mouvement d'oscillation selon \vec{z} , sans autre effet supplémentaire.

Cependant, si notre objet, dans le cas qui nous intéresse, notre smartphone, subit une rotation autour de l'axe \vec{x} , la masse pilote comme la masse d'épreuve, toutes les deux en mouvement à cause des vibrations imposées selon \vec{z} , vont subir une force de Coriolis qui va dévier cet ensemble selon l'axe \vec{y} . Ainsi, pour résumer cela on obtient le schéma *Figure 4* vu du dessus représentant cette situation.

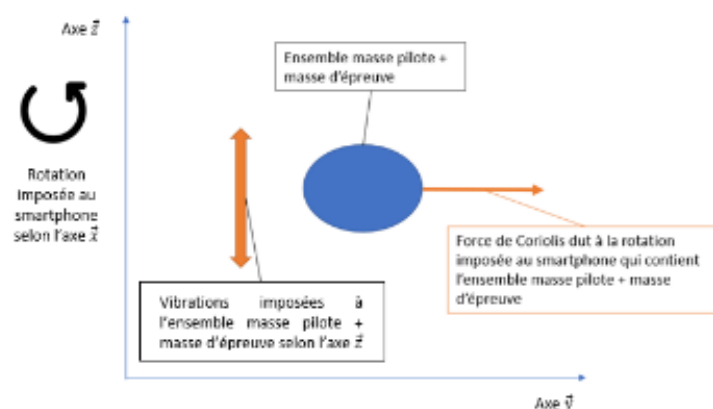


Figure 4 -Schéma présentant l'effet de la force de Coriolis sur un ensemble masse pilote + masse d'épreuve dans un MEMS

La masse pilote et la masse d'épreuve vont donc subir toutes les deux la force de Coriolis. Cependant seule la masse d'épreuve va modifier la direction de sa vibration vers \vec{y} . En effet la masse pilote elle est contrainte, par le montage du système de vibrer selon \vec{z} .

La masse d'épreuve, qui est libre de vibrer selon l'axe \vec{y} , va osciller avec une amplitude proportionnelle à l'intensité de la force de Coriolis qui s'exerce sur elle. La force de Coriolis est bien-entendu, elle-même proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation. L'amplitude de l'oscillation de la masse d'épreuve est mesurée grâce aux propriétés électriques des électrodes de détections fixées au support, schématisées sur la *Figure 5*. A partir de cette amplitude, on déduit la vitesse angulaire de rotation.

Voici comment on calcule l'amplitude. Prenons la situation exposée dans le schéma suivant :

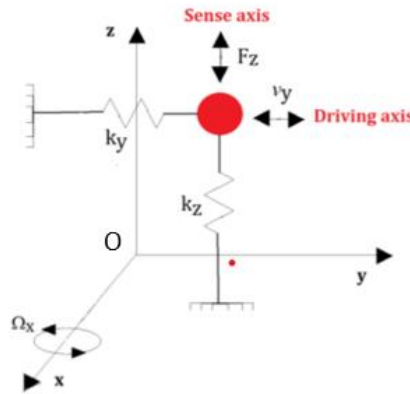


Figure 5 - Schéma présentant le montage de la masse vibrante d'un MEMS (Passaro, 2017)

Le gyroscope à masse vibrante MEMS possède deux modes d'excitation mécanique orthogonaux le long desquels la masse peut se déplacer. Dans ce schéma, k_y et k_z sont les paramètres de raideur élastique proprement dits du cadre, tandis que C_x et C_y sont les coefficients d'amortissement respectifs. On obtient alors les équations suivantes (Passaro, 2017) :

$$m\ddot{y}(t) = -k_y y(t) - C_y \dot{y}(t) + F_{Drive}$$

$$m\ddot{z}(t) = -k_z z(t) - C_z \dot{z}(t) + F_{Cz}$$

$$F_z = |-2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}|$$

Les paramètres $y(t)$ et $z(t)$ correspondent aux coordonnées de la masse vibrante dans la base $(0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Le mode primaire est excité selon \vec{y} (axe d'entraînement) en appliquant une force $\overrightarrow{F_{Drive}}$ tandis que le mode secondaire le long de \vec{x} (axe de détection) est excité par la force de Coriolis $\overrightarrow{F_{Cz}}$ créée par le mouvement de rotation appliqué sur le système.

Le déplacement selon l'axe \vec{z} n'est proportionnel qu'à la vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \Omega_x \vec{x}$. On en déduit que le déplacement de la masse m le long de \vec{z} suppose l'expression suivante avec Q_y (respectivement Q_z) le facteur de résonance et ω_y (respectivement ω_z) la fréquence de raisonnement de l'axe d'entraînement (respectivement de l'axe de détection) :

$$\Delta z = 2\Omega_x \frac{F_{Cz}}{m} \frac{Q_y}{\omega_y} \frac{1}{\sqrt{(\omega_y^2 + \omega_z^2)^2 + \left(\frac{\omega_y \omega_z}{Q_z}\right)^2}}$$

Les fréquences de vibration utilisées pour la masse pilote sont comprises entre 10kHz et 1MHz. On arrive à obtenir une sensibilité de l'ordre de $10^{-4} \text{ rad. s}^{-1}$ (soit environ 0,01 degré par seconde) sur la vitesse angulaire.

Pour détecter les rotations qui se font sur un autre axe que l'axe \vec{x} , un gyromètre fonctionnel d'un smartphone sera équipé de plusieurs dispositifs dont les masses pilotes vibreront selon des axes différents. Ainsi, en combinant l'ensemble des informations on sera capable de déterminer l'axe de rotation ainsi que la vitesse angulaire instantanée du smartphone.

II. Le gyromètre einsteinien (à base d'effet Sagnac) : gyromètre optique

A. L'effet Sagnac

Tout d'abord, présentons ce qu'est l'effet Sagnac, également appelé Interférence Sagnac. Ce terme doit son nom au physicien français Georges Sagnac (1869-1928). L'effet décrit le décalage temporel dans l'arrivée de deux entités quelconques (ondes ou particules) émises à contresens depuis un même point d'un circuit fermé en rotation et dont les durées propres pour parcourir ce circuit sont identiques.

En 1913, Georges Sagnac met en place une expérience ayant initialement pour but de prouver l'existence de l'éther, fluide supposé remplir l'espace. Un faisceau lumineux est envoyé en direction d'un miroir semi-transparent. Une partie du rayon est alors réfléchi tandis que l'autre est réfractée : le faisceau est scindé en deux. Les deux faisceaux parcourent à présent le même chemin dans des sens opposés. Ils sont ensuite captés par un interféromètre permettant la mesure du déphasage. L'interférométrie est une méthode de mesure s'appuyant sur la superposition des ondes. De cette méthode, on obtient des franges d'interférence traduisant le déphasage des ondes. A partir de l'interprétation de celui-ci, on retrouve des informations de comparaison des ondes. Les interféromètres sont les instruments de mesure de déphasage ayant la précision la plus élevée qui existe sur Terre. La plate-forme supportant le matériel est mise en rotation, afin d'observer le déphasage prédit par la physique classique. Les résultats de déphasage obtenus sont expliqués, par Sagnac, par la présence d'un vent d'éther. Il a ainsi constitué une mise en défaut de la relativité restreinte, ce que certains physiciens, dont Franco Selleri, ont défendu jusque dans les années 1990. L'effet est aujourd'hui assimilé à un effet purement relativiste. La rotation de la Terre par effet Sagnac a été mise en évidence pour la première fois en 1925 par Gale, Pearson et Michelson (MPG) grâce à un interféromètre couvrant une surface de 21ha (contre 863cm² pour l'expérience de Sagnac en 1913).

Voici un schéma descriptif de l'expérience concernée :

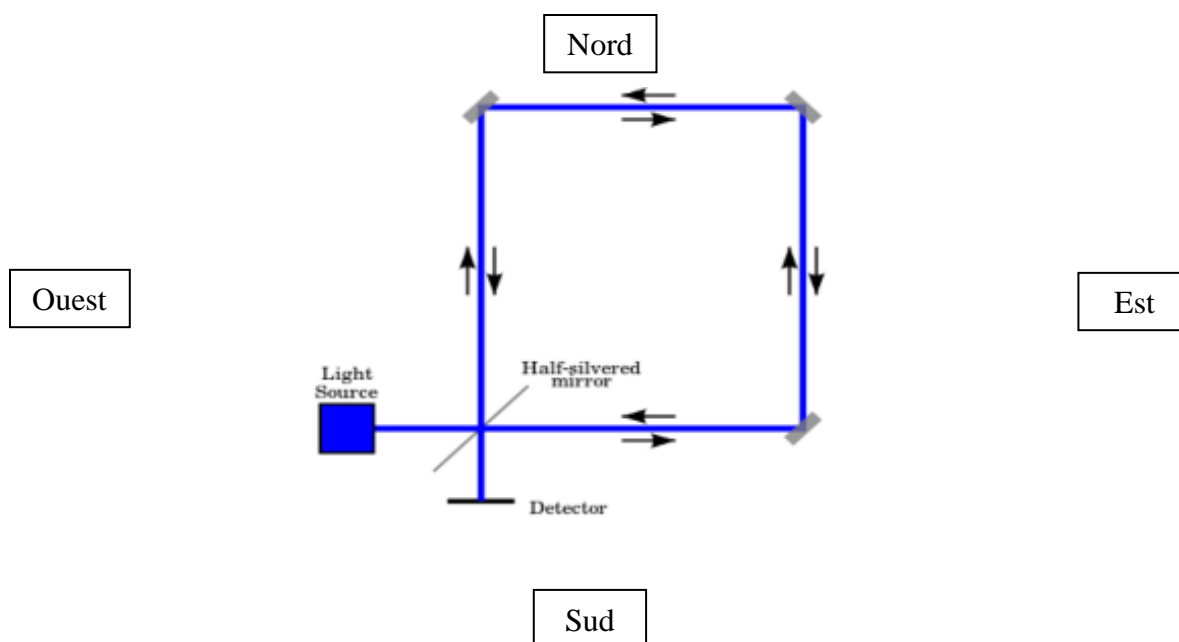


Figure 6 – Représentation de l'expérience de Gale, Pearson, Michelson

On envoie un faisceau parcourir un circuit rectangulaire, composé de tuyaux où le vide est fait. Ces tuyaux sont disposés selon les directions est-ouest (tuyaux de 612m) et nord-sud (tuyaux de 339m). Le tuyau le plus au nord est séparé de 339m par rapport à celui placé au sud, de telle manière que le tuyau nord se déplace moins vite que celui du sud, sa latitude ($41^{\circ}46'N$) étant plus élevée. Lors de la réception des rayons, on mesure le déphasage pour en déduire la vitesse de rotation du solide, en l'occurrence la Terre dans le cas de l'expérience de Gale, Pearson et Michelson.

B. Le Gyromètre optique

Passons ensuite au gyromètre à fibre optique ou plus simplement nommé gyromètre optique (FOG ou Fiber Optic Gyro en anglais). Pour définir ce capteur de vitesse angulaire, on peut dire qu'il nécessite cette fois-ci l'utilisation d'une onde lumineuse dans une fibre optique. Pour fonctionner, les gyroscopes optiques reproduisent une expérience assez similaire à celle de Sagnac de 1913. Un capteur mesure l'intensité lumineuse d'une frange d'interférences de deux rayons lumineux. Ceux-ci proviennent d'un même rayon ayant été divisé en deux rayons parcourant la même fibre, donc le même chemin, en sens opposés. La mise en rotation du gyroscope permet l'existence et la mesure d'un déphasage, aboutissant au calcul du décalage temporel. L'emploi d'une fibre optique permet une réflexion totale des rayons lumineux dans

le cœur. Elle assure ainsi que les intensités lumineuses sont conservées tout au long du parcours du rayon lumineux dans la fibre. La mesure de l'intensité résultante de la superposition des ondes lumineuses peut alors être comparée à l'intensité lumineuse émise. Le laser est un dispositif qui a pour propriété d'amplifier la lumière et ainsi la rassembler en un petit faisceau, que nous qualifions de cohérent, là où les ondes et photons associés se propagent en phase, au lieu d'être arbitrairement distribués. C'est une lumière extrêmement directionnelle et d'une grande pureté spectrale. Nous avons ci-dessous deux émetteurs. Le premier émet des photons autour d'un disque, prenant des sens opposés dans un circuit fermé. Nous avons des photons qui reviennent en même temps en point de départ étant donné que le circuit est immobile.

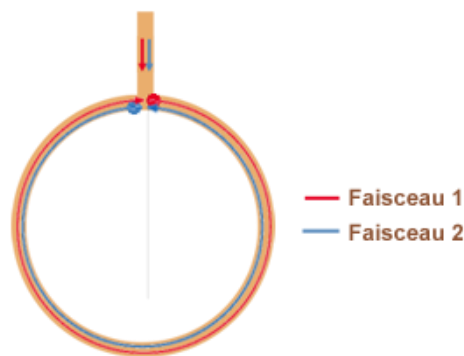


Figure 7 – Représentation d'un disque ayant un circuit immobile

En revanche, nous avons ci-dessous un deuxième émetteur, où les photons reviennent décalés au point de départ. Cela est dû à la mobilité du circuit. En effet, les photons sont émis dans des sens opposés dans un circuit fermé mais mobile, contrairement au cas précédent.

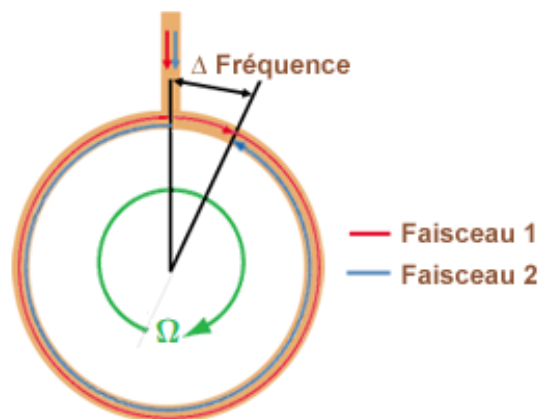


Figure 8 – Représentation d'un disque ayant un circuit mobile

Nous nous déduisons donc la proportionnalité de la différence à la vitesse de rotation du disque Ω et la surface S délimitée par le parcours des photons.

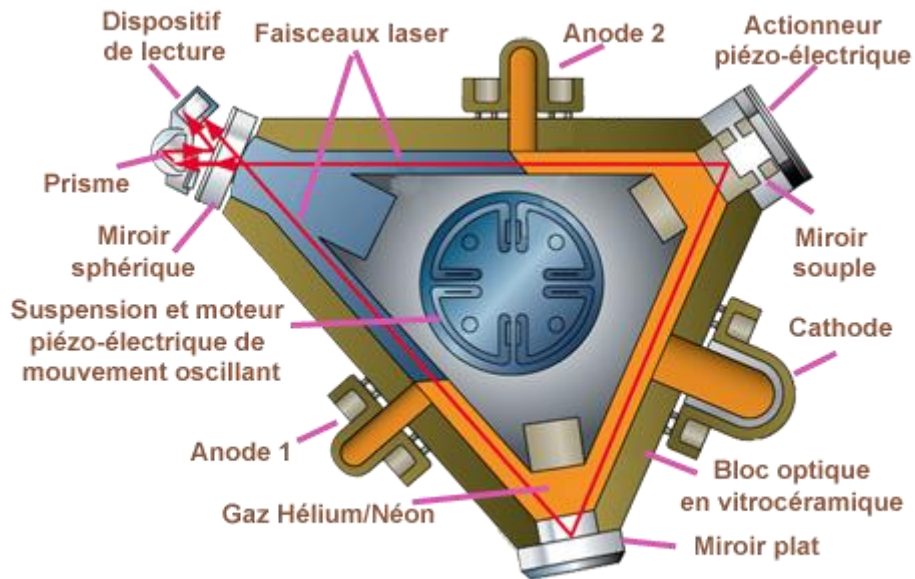
$$\Delta F = \frac{4S\Omega}{c}$$

Prenons l'exemple des centrales à gyromètres lasers utilisés dans le monde aéronautique et expliquons son principe de fonctionnement.

Une centrale à gyrolaser, appelée également IRU (en anglais *Inertial Reference Units*) dispose trois gyroscopes laser (gyrolaser) ainsi que trois accéléromètres. Les capteurs de ce système sont directement liés à la structure. Les accéléromètres et les gyrolasers sont positionnés dans les unités de référence inertielles de manière à être orientés le long de chacun des trois axes de l'avion (roulis, tangage et lacet). Cette orientation permet à l'IRU de détecter les accélérations le long et autour (rotation) de chacun des trois axes. Expliquons maintenant son principe de fonctionnement.

Dans les gyrolasers, on remplace la masse rotative du gyroscope conventionnel par deux faisceaux lumineux se propageant en sens opposés. Le gyrolaser est constitué principalement d'un seul bloc optique de manière générale en vitrocéramique à faible coefficient de dilatation ayant une forme triangulaire ou carrée. Dans le bloc optique, nous avons des tubes capillaires qui sont remplis d'un gaz mélangé, composé d'hélium et de néon et qui constituent le milieu amplificateur du laser. On place un miroir à chaque coin du laser, de manière à former un chemin de résonateur optique triangulaire. Le premier miroir est du type concave afin d'avoir une amélioration de la focalisation. Le deuxième miroir est fixé sur un actionneur piézoélectrique, ce qui va permettre de moduler la puissance du laser. Enfin, le troisième miroir est semi-réfléchissant, permettant ainsi de récupérer une partie du faisceau. On applique une tension d'environ 1kV entre la cathode et les deux anodes, provoquant ainsi une décharge. Cette décharge fournit une alimentation haute tension permettant d'avoir une densité d'électrons pour créer un gain suffisant dans les tubes capillaires. A l'intérieur de la même cavité, nous avons deux types de lasers qui vont dans des sens opposés. En effet, l'un va dans le sens horaire et l'autre va dans le sens anti-horaire.

Notons bien que lorsque le gyroscope est au repos, les deux faisceaux possèdent la même fréquence, ayant également une longueur d'onde de 633nm. Nous avons ci-dessous la représentation d'un gyrolaser.



Source: www.faa.gov/handbooks_manuals/media

Figure 9 – Représentation d'un gyrolaser

Le dispositif de lecture prélève une fraction des deux faisceaux à l'arrière d'un miroir légèrement transparent. Le prisme crée un petit angle α générant le réseau de franges sur la photodiode double puisqu'il superpose spatialement les deux faisceaux avec un traitement semi-réfléchissant. Celle-ci détecte le taux de motif de franges et la direction du mouvement. La fréquence et la phase relative des deux sorties de diodes indiquent l'ampleur et le sens de rotation du gyroscope.

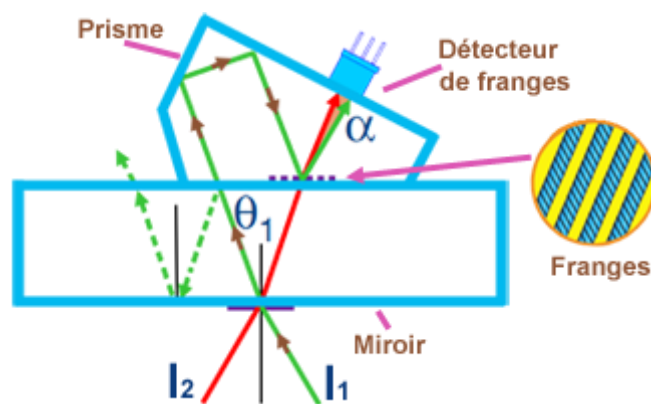


Figure 10 - Représentation d'un prisme

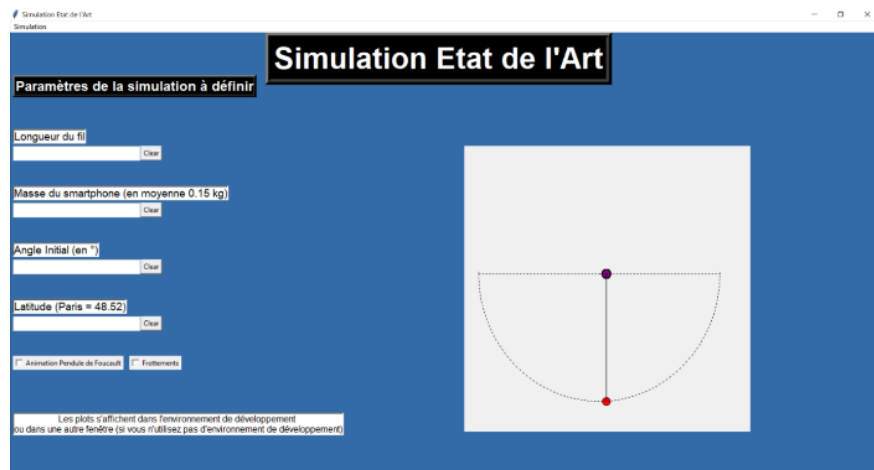
On a ici un phénomène qu'on qualifie de « Zone aveugle ». Il s'agit du fait que les deux ondes se bloquent à la même fréquence lors d'une faible vitesse. Cela est la conséquence du couplage énergétique qui est dû aux quelques photons rétrodiffusés par les miroirs. La solution qu'on pourrait utiliser est d'imprimer un mouvement oscillant permanent au bloc optique à l'aide de la suspension centrale. La sortie peut être utilisée par l'instrumentation analogique ou numérique ainsi que par le pilote automatique. Les gyrolasers sont robustes avec pratiquement aucun entretien en raison de leur nombre de pièces mobiles restreint. Ils sont extrêmement précis et sont généralement considérés comme supérieurs aux gyroscopes mécaniques.

De nouveaux types de gyroscopes à base d'effet Sagnac sont en cours de développement, afin de produire une version MEMS de celui-ci. L'un de ces prototypes se sert de la propagation d'ondes acoustiques dans un milieu matériel afin de mesurer la vitesse de rotation du solide. Les capteurs piézo-électriques placés au bout du milieu matériel vont produire un courant électrique au passage de l'onde acoustique. On compare les temps de réception de ces ondes pour en déduire le déphasage et par conséquent, mesurer la vitesse de rotation du solide rattaché au MEMS. Les constructeurs annoncent que ce produit est basé sur l'Effet Sagnac, ceci est totalement erroné puisque le déphasage mesuré n'est pas un déphasage issu de l'effet Sagnac, il s'agit uniquement du déphasage prédit par la physique newtonienne.

III. Simulation

Nous avons décidé de réaliser une simulation des résultats obtenus par les gyromètres d'un smartphone lorsqu'il est en oscillation sur un pendule. On s'inspire pour cela de l'application "Physics ToolBox" étudié en cours qui permet d'obtenir les résultats en sortie des gyromètres de notre smartphone en temps réel. De là, on décide de réaliser une simulation qui prendra en compte trois cas d'usages. Le premier cas est celui du smartphone sur un pendule simple sans prendre en compte les résistances liées aux frottements de l'air. Ce cas serait un cas basique permettant de comparer les résultats de nos autres cas d'usages. Le second est celui du smartphone placé sur un pendule de Foucault. Nous voulions essayer ce second cas pour tester la précision des gyromètres de smartphones et voir si ces gyromètres peuvent relever le déplacement autour de l'axe du pendule de Foucault. Le dernier cas que nous voulions effectuer est celui d'un pendule simple avec les résistances liées aux frottements de l'air. Ce cas serait intéressant étant le seul que nous pouvons comparer à une expérience réalisable par nous-même. Nous pouvons réaliser cette expérience en utilisant l'application "Physics ToolBox" pour récupérer les valeurs des gyromètres lors de l'expérience et en utilisant un câble afin de suspendre le téléphone.

Les variables importantes pour nos simulations sont la longueur du câble, la masse du smartphone, l'angle initial de lâché et la latitude à laquelle la simulation a lieu. On décide de réaliser une interface graphique séparée en deux parties. La première partie, située dans la partie gauche de la fenêtre, permet de sélectionner les paramètres de la simulation, la deuxième partie est dédié à l'animation d'un pendule. Le pendule représenté sur un canvas est par défaut celui d'un pendule simple vu de face. Si on le souhaite, l'animation du pendule de Foucault peut être vue du dessus.



Interface Graphique de la Simulation 1

Nous pouvons supprimer les paramètres un par un à l'aide du bouton "clear", et pouvons tous les supprimer en même temps en appuyant sur le bouton "clearAll" dans le menu défilant nommé "Simulation". On peut également lancer la simulation en appuyant sur le bouton "runSimulation" dans le menu "Simulation". Lorsque la simulation est lancée, les résultats sont fournis soit dans l'environnement de développement soit dans une nouvelle fenêtre si la simulation est lancée sans environnement de développement.

Pour une masse de 3 kg, une longueur de 20 m, nous obtenons les graphiques suivants :

1. Cas d'un pendule simple

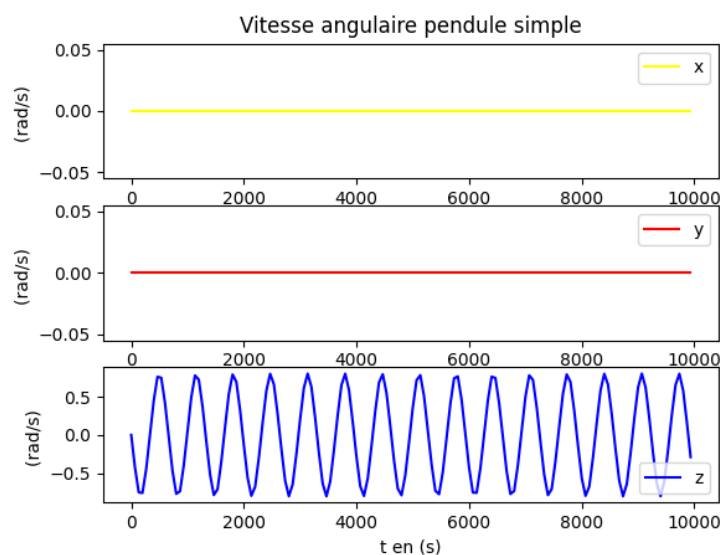


Figure 11 - cas d'un pendule simple

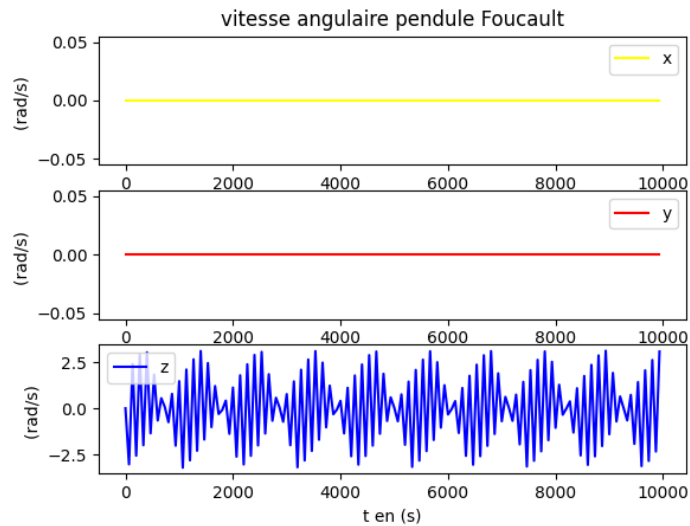


Figure 12 - Cas d'un pendule de Foucault

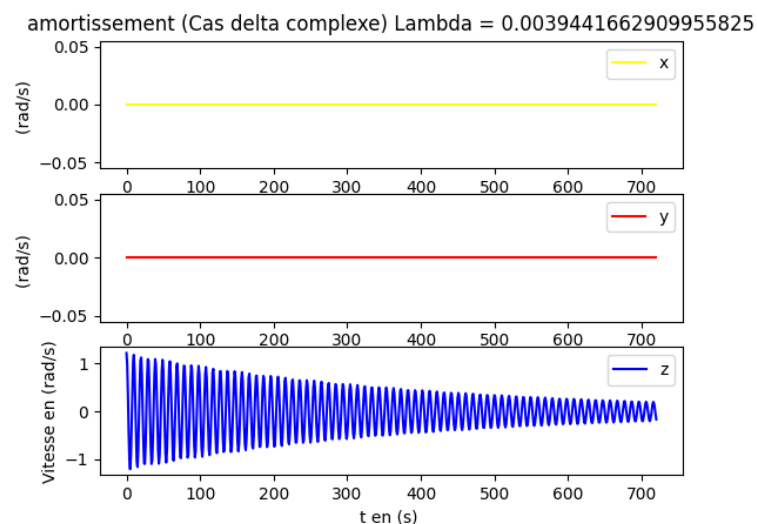
Étonnamment la force de Coriolis influence l'allure de la vitesse angulaire ainsi que sa norme. Ceci pourrait-être dû aux légères perturbations induites par la rotation du plan d'oscillations.

Dans le cas réel le mouvement du pendule est amorti par les frottements visqueux de l'air, nous avons observés analytiquement deux cas.

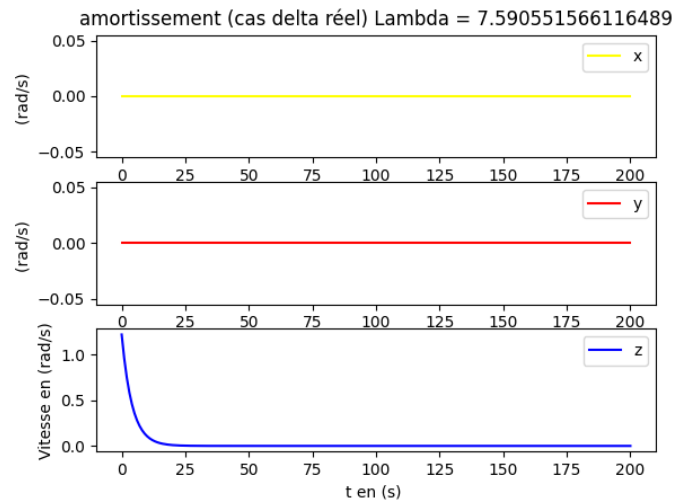
- Le cas d'amortissements lents lorsque $\lambda = \frac{k}{ML^2} < 1$
- le cas d'amortissement forts lorsque $\lambda = \frac{k}{ML^2} > 1$

avec k le coefficient d'amortissement qui dépend de la forme du solide (ici, une sphère) et du coefficient de frottements du milieu. M et L respectivement la masse et la longueur du pendule.

a) Cas complexe (amortissement lents)



b) Cas réel (amortissements rapides)



Nous avons également pu réaliser une expérience pour comparer à notre simulation. Les détails sont dans le document “READ ME FIRST” dans le dossier de la simulation.

Pour ce qui est de notre application, l’animation ne fonctionne pas encore. Nous n’avons pas réussi à faire fonctionner la simulation à cause de difficultés rencontrées pour déclarer le scope des variables. Nous ne savons pas comment appeler dans une fonction une variable définie depuis une autre fonction. La librairie utilisée pour l’interface graphique étant très vieille, nous avons du mal à trouver des solutions en ligne. Nous avons également des problèmes lorsque nous essayons d’utiliser la fonction “move” permettant le déplacement d’objets géométriques. Malgré cela, la simulation réalise bien ce qui lui est demandé.

Conclusion

Pour conclure, on peut dire que les différents smartphones qui existent dans le monde nécessite un objet spécifique, qui s'est développé depuis des décennies, pour assurer le bon fonctionnement de ces derniers. Il s'agit des gyromètres électromécaniques ou également appelés gyromètres newtoniens. On a par ailleurs d'autres types de gyromètres, notamment les gyromètres einsteiniens. Comme on l'a détaillé précédemment, ces deux types de gyromètres se basent respectivement sur la force de Coriolis, et sur l'effet Sagnac. Chacun des gyromètres cités fonctionne d'une manière propre à lui-même. Tout d'abord la taille fait leur plus grande différence. En effet, les gyromètres newtoniens sont microscopiques, alors que les gyromètres einsteiniens dont les gyromètres optiques, sont nettement plus grands. De plus, chacun de ces deux gyromètres a bien évidemment un rôle bien défini et est employé pour des missions différentes. Le gyromètre newtonien, par sa taille et son fonctionnement, un système miniaturisé vibrant à haute fréquence, correspond parfaitement à un smartphone standard, autrement dit à un système micro-électromécanique (MEMS), tandis qu'un gyromètre einsteinien est généralement conçu pour des systèmes nettement plus grands comme en avionique, comme nous l'avons expliqué précédemment, et également dans le domaine spatial, dans la défense terrestre ou navale etc.

Annexe

Calcul théorique du décalage temporel pour une fibre optique circulaire

Etudions les valeurs prévues par la physique relativiste dans le cadre de deux ondes lumineuses parcourant le contour d'un disque en rotation autour de son centre (assimilable à une fibre optique de gyroscope optique). Le disque tourne dans le sens trigonométrique à la vitesse angulaire ω ($rad.s^{-1}$). L'observateur est placé à une distance R de l'axe de rotation.

Un premier rayon lumineux tourne autour du disque dans le même sens que celui-ci. Commençons par déterminer la distance parcourue par le rayon pour faire un tour complet lorsque le disque est en rotation.

Durant l'intervalle de temps Δt_+ , le rayon fait le tour du cercle, il parcourt la distance $2\pi R$ à laquelle il faut ajouter la distance séparant la position initiale du point de départ à instant t , à sa position finale à instant $t + \Delta t_+$. Cette distance parcourue par le point de départ durant la durée Δt nous permet de déterminer la vitesse du point par rapport au référentiel d'étude. La distance sera ajoutée positivement à la valeur du périmètre du cercle, puisque le rayon et le disque, tournant dans le même sens, le point d'arrivée « s'éloigne » du point de départ. On se retrouve ainsi avec l'égalité suivante :

$$D_+ = 2\pi R + R\omega\Delta t_+$$

En remplaçant la distance totale D_+ par sa valeur en fonction de Δt_+ et de la vitesse v_+ du rayon lumineux, on obtient l'égalité suivante :

$$\Delta t_+ v_+ = 2\pi R + R\omega\Delta t_+$$

$$\Delta t_+ = \frac{2\pi R}{v_+ - R\omega}$$

De façon analogique, pour le rayon se propageant dans le sens opposé à la rotation du disque, l'expression du temps nécessaire pour en faire le tour est la suivante :

$$\Delta t_- = \frac{2\pi R}{v_- + R\omega}$$

Le décalage temporel correspond à la différence des temps observés. Ainsi, en notant Δt ce décalage, celui-ci est égal à la différence des temps Δt_+ et Δt_- :

$$\Delta t = \Delta t_+ - \Delta t_-$$

$$\Delta t = 2\pi R \left(\frac{1}{v_+ - R\omega} - \frac{1}{v_- + R\omega} \right)$$

Comme nous étudions le décalage temporel avec la physique relativiste, les vitesses doivent être remplacées par les vitesses relatives. Ainsi :

$$v_{relative} = \frac{v + u}{1 + \frac{v \cdot u}{c^2}}$$

En reprenant le cas d'un rayon lumineux dans une fibre optique, v correspond à la vitesse de propagation du rayon lumineux tandis que u correspond à la vitesse de rotation du disque.

Ainsi, pour les vitesses v_+ et v_- :

$$v_{+,relative} = \frac{v_+ + R\omega}{1 + \frac{v_+ R\omega}{c^2}} \text{ et } v_{-,relative} = \frac{v_- - R\omega}{1 - \frac{v_- R\omega}{c^2}}$$

Remplaçons donc les vitesses v_+ et v_- par leurs expressions en relativité restreinte :

$$\Delta t = 2\pi R \left(\frac{1}{\frac{v_+ + R\omega}{1 + \frac{v_+ R\omega}{c^2}} - R\omega} - \frac{1}{\frac{v_- - R\omega}{1 - \frac{v_- R\omega}{c^2}} + R\omega} \right)$$

$$\Delta t = 2\pi R \left(\frac{1 + \frac{v_+ R\omega}{c^2}}{v_+ - R\omega \frac{v_+ R\omega}{c^2}} - \frac{1 - \frac{v_- R\omega}{c^2}}{v_- - R\omega \frac{v_- R\omega}{c^2}} \right)$$

$$\Delta t = 2\pi R \left(\frac{1 + \frac{v_+ R\omega}{c^2}}{v_+ \left(1 - \left(\frac{R\omega}{c} \right)^2 \right)} - \frac{1 - \frac{v_- R\omega}{c^2}}{v_- \left(1 - \left(\frac{R\omega}{c} \right)^2 \right)} \right)$$

$$\Delta t = \frac{2\pi R}{1 - \left(\frac{R\omega}{c} \right)^2} \left(\frac{1}{v_+} + \frac{R\omega}{c^2} - \left(\frac{1}{v_-} - \frac{R\omega}{c^2} \right) \right)$$

$$\Delta t = \frac{2\pi R}{1 - \left(\frac{R\omega}{c} \right)^2} \left(\frac{1}{v_+} - \frac{1}{v_-} + 2 \frac{R\omega}{c^2} \right)$$

A présent, il nous faut convertir ces durées impropres en durées propres. Pour cela, nous calculons le facteur de Lorentz γ .

$$d\tau = \frac{1}{\gamma} dt$$

Avec :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

En l'occurrence, pour notre fibre optique, $v = R\omega$. Ceci nous donne :

$$\Delta\tau = \frac{2\pi R \left(\frac{1}{v_+} - \frac{1}{v_-} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{R\omega}{c} \right)^2}} + \frac{\frac{4\pi R^2 \omega}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R\omega}{c} \right)^2}}$$

L'expression a été scindée de la sorte pour laisser apparaître le déphasage non-relativiste (dépendant entre-autre des vitesses v_+ et v_-) du déphasage relativiste (dépendant de la surface πR^2), ce dernier correspondant au délai Sagnac. Ainsi, dans le cadre d'une fibre optique circulaire, le délai Sagnac s'exprime sous la forme suivante :

$$\Delta t_{\text{Sagnac}} = \frac{4\pi R^2 \omega}{\sqrt{c^4 - (Rc\omega)^2}}$$

Le délai Sagnac entraîne le déphasage des ondes lumineuses. Celles-ci vont donc se superposer pour donner des franges d'interférences. Le délai Sagnac et la vitesse de l'entité ne sont pas proportionnels. Il est alors possible d'appliquer l'effet Sagnac avec n'importe quel type de fibre optique. L'indice optique de la fibre ne modifie pas la valeur du délai Sagnac.

Le décalage temporel est mesuré par une expérience d'interférence des deux signaux lumineux. La variation de la luminosité des franges d'interférence permet le calcul du déphasage des ondes. Un laser de qualité permet l'émission d'une onde de pureté spectrale élevée. La lumière ainsi produite est assimilée à une seule onde de longueur connue. Connaissant la longueur de l'onde, il est alors possible de calculer le délai Sagnac à partir du déphasage mesuré.

Bibliographie

Courty, J.-M., & Kierlik, E. (Janvier 2018). Des Pendules de Foucault sur puce. *Pour La Science*, 84.

ENS de Lyon. (s.d.). *Ressources scientifiques pour l'enseignement des sciences de la Terre et de l'Univers*. Récupéré sur <https://planet-terre.ens-lyon.fr/ressource/force-de-coriolis.xml#Coriolis>.

Kock, G. (2017). *Étude et réalisation de gyromètres à détection thermique*. Université.

Passaro, V. (2017). *Gyroscope Technology and Applications: A Review in the Industrial Perspective*.

Cours de Sciences du Numérique

L'avionnaire. <https://www.lavionnaire.fr/InstNavigGyroLaser.php>