

Applied QML

Lecture 5: Elementary blocks

Christophe Pere

2024-02-01

Table des matières

Hilbert space

Hamiltonien

Ansatzes

Barren Plateaus

Hilbert Space

"Espace vectoriel complexe avec un produit scalaire"

Contient une somme et un produit scalaire

$$\begin{array}{c} x, y \in \mathcal{H} \\ \lambda \in \mathbb{C} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+y \in \mathcal{H} \\ \lambda x \in \mathcal{H} \end{array} \right.$$

Propriétés

- a) $\langle x, y+z \rangle = \langle x, y \rangle + \langle x, z \rangle$
- b) $\langle x, \lambda y \rangle = \lambda \langle x, y \rangle$
- c) $\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle^\dagger$
- d) $\langle x, x \rangle \geq 0 \quad \forall x \in \mathcal{H}$

Linéarité

Symétrie
ssi $x = 0$

$\langle \dots, \dots \rangle : \mathcal{H} \times \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{C}$

Produit scalaire

Nombre complexe

vecteurs dans l'espace de Hilbert

$$[a_0, a_1, a_2] \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_2 b_2$$

Hamiltonien

Antoine Lemelin

<https://codebook.xanadu.ai/H.1> à H.9

Ansatz

Ansatz

Definition

ChatGPT - Ansatz

Le mot "ansatz" est d'origine allemande et se traduit par "approche" ou "essai".

[...]

Dans le contexte de la modélisation mathématique, une ansatz désigne une hypothèse ou une supposition spécifique concernant la forme ou la structure d'une solution à une équation avant qu'elle ne soit explicitement déterminée. Cette hypothèse simplifie le problème et permet de progresser dans la recherche d'une solution.

[...]

L'ansatz est souvent utilisée comme point de départ ou comme méthode heuristique pour explorer les solutions possibles et mieux comprendre le problème. Il peut être affiné ou ajusté en fonction des résultats obtenus au cours du processus de résolution.

Ansatz

Definition

ChatGPT - Ansatz

Le mot "ansatz" est d'origine allemande et se traduit par "approche" ou "essai".

[...]

Dans le contexte de la modélisation mathématique, une ansatz désigne une hypothèse ou une supposition spécifique concernant

la forme ou la structure d'une solution à une équation avant qu'elle ne soit explicitement déterminée. Cette hypothèse simplifie le problème et permet de progresser dans la recherche d'une solution.

[...]

L'ansatz est souvent utilisée comme point de départ ou comme méthode heuristique pour explorer les solutions possibles et mieux comprendre le problème. Il peut être affiné ou ajusté en fonction des résultats obtenus au cours du processus de résolution.

ChatGPT - Ansatz pour le QML

Dans le contexte de l'apprentissage automatique quantique, l'ansatz joue un rôle crucial dans la conception d'algorithmes quantiques pour résoudre des problèmes d'optimisation ou d'apprentissage automatique sur un ordinateur quantique.

L'une des principales applications des Ansatzes dans l'apprentissage automatique quantique se situe dans le contexte des algorithmes quantiques variationnels, en particulier dans la résolution des problèmes d'optimisation.

Dans les algorithmes quantiques variationnels, une ansatz est utilisée pour paramétriser un état quantique, et le processus d'optimisation consiste à trouver les paramètres optimaux qui minimisent ou maximisent une certaine fonction objective.

Ansatz

Définition

Une ansatz est un point de départ, un "guess" afin de trouver une solution plus précise

Circuit paramétrisé

Transfo. unitaire $U(x)$

"If you don't like the answer, change the question" ~ (Martin, 2004)

Ansatz

Définition

Une ansatz est un point de départ, un "guess" afin de trouver une solution plus précise

Circuit paramétrisé

Transfo. unitaire $U(x)$

Guess and check

Si il n'y a pas de théorie ou principe pour le point de départ. Ce n'est pas une ansatz.

"If you don't like the answer, change the question" ~ (Martin, 2004)

Ansatz

Definition

Une ansatz est un point de départ, un "guess" afin de trouver une solution plus précise

Difference avec une hypothèse?

Hypothèse → Point de départ qu'on sait, ou suppose fortement être vrai

Ansatz → Point de départ qu'on sait, ou suppose fortement ne pas être vrai

Circuit paramétrisé

Transfo. unitaire $U(\theta)$

Guess and check

Si il n'y a pas de théorie ou principe pour le point de départ. Ce n'est pas une ansatz.

"If you don't like the answer, change the question" ~ (Martin, 2004)

Ansatz

Création

Critères

1) expressibility

Nous définissons l'expressivité comme la capacité d'un circuit à générer des états (purs) qui sont bien représentatifs de l'espace de Hilbert. Dans le cas d'un qubit unique, cela correspond à la capacité d'un circuit à explorer la sphère de Bloch

Ansatz

Création

Critères

1) expressibility

L'expressivité peut-être vue comme un sous-espace de Hilbert qui contiendrait la solution ou une solution approchée

Nous définissons l'expressivité comme la capacité d'un circuit à générer des états (purs) qui sont bien représentatifs de l'espace de Hilbert. Dans le cas d'un qubit unique, cela correspond à la capacité d'un circuit à explorer la sphère de Bloch

Ansatz

Création

Critères

1) expressibility

Nous définissons l'expressivité comme la capacité d'un circuit à générer des états (purs) qui sont bien représentatifs de l'espace de Hilbert. Dans le cas d'un qubit unique, cela correspond à la capacité d'un circuit à explorer la sphère de Bloch

2) Entanglement capability

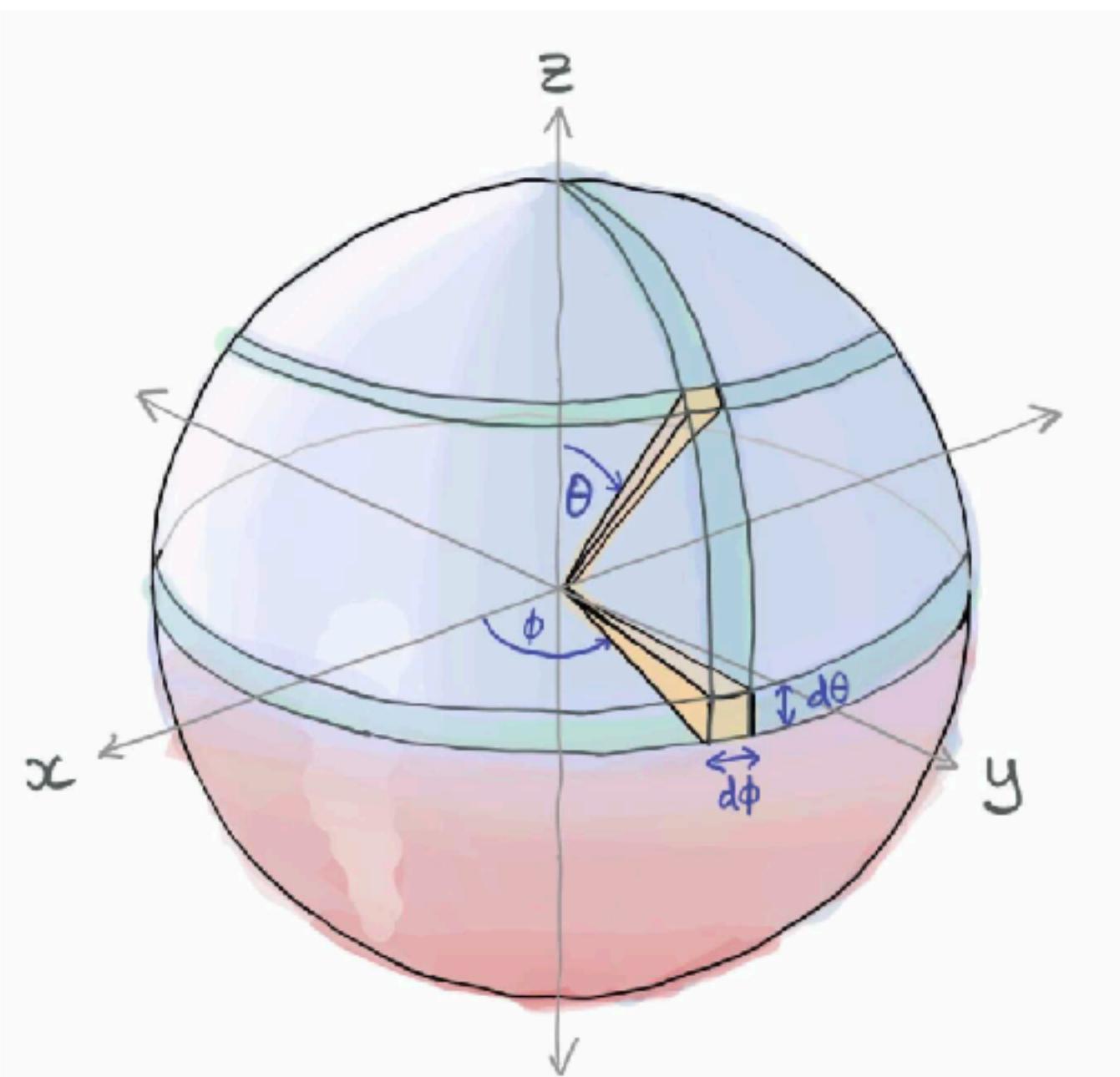
les avantages potentiels de la génération d'états hautement intriqués avec des circuits de faible profondeur incluent la capacité à représenter efficacement l'espace de solution pour des tâches telles que la préparation de l'état fondamental ou la classification des données, et à capturer la corrélation non triviale dans les données quantiques

L'expressivité peut-être vue comme un sous-espace de Hilbert qui contiendrait la solution ou une solution approchée

Ansatz

Expressivité

Haar Measure

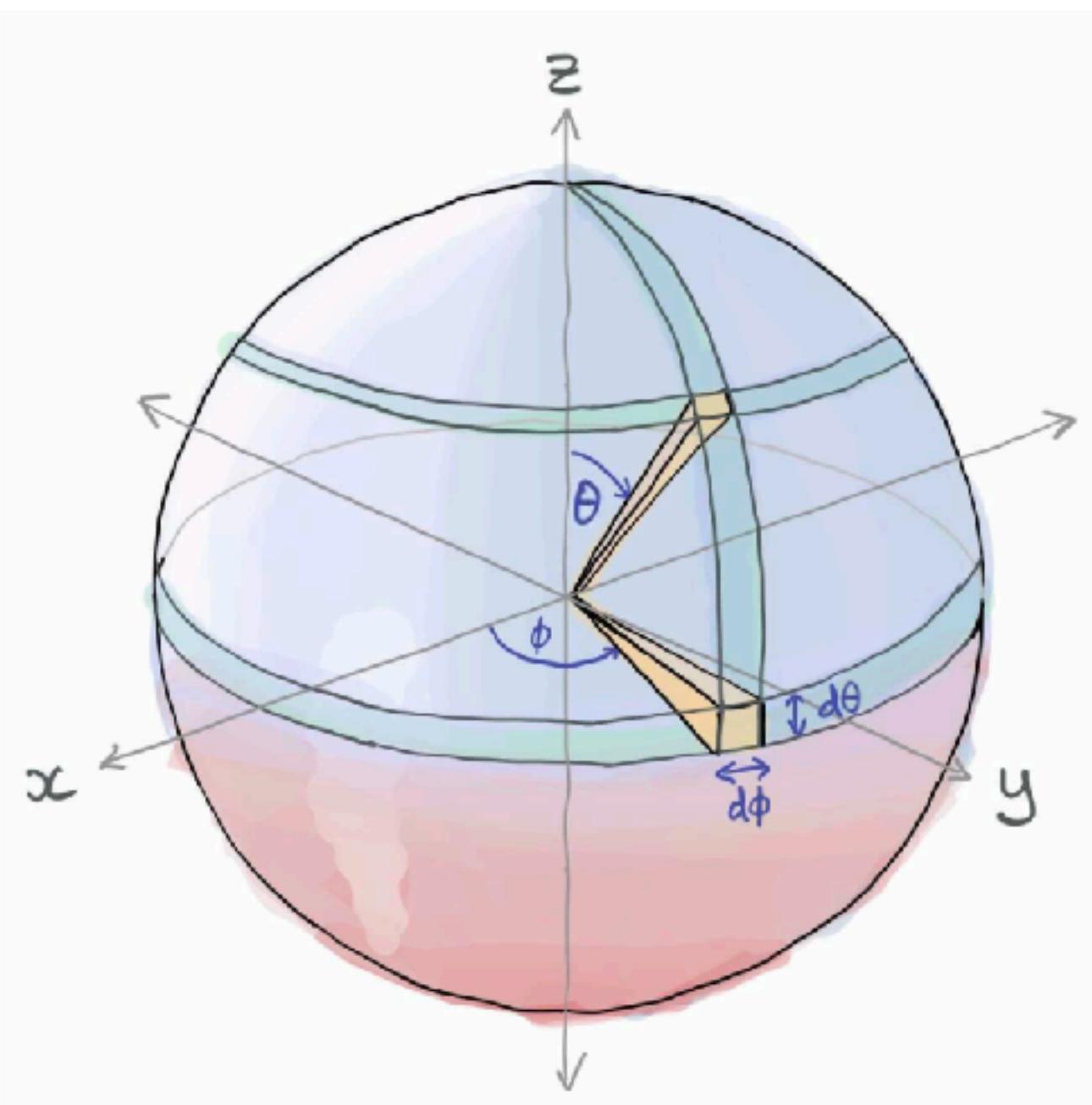


Représentation de la Bloch
Sphère et des variations
géométriques

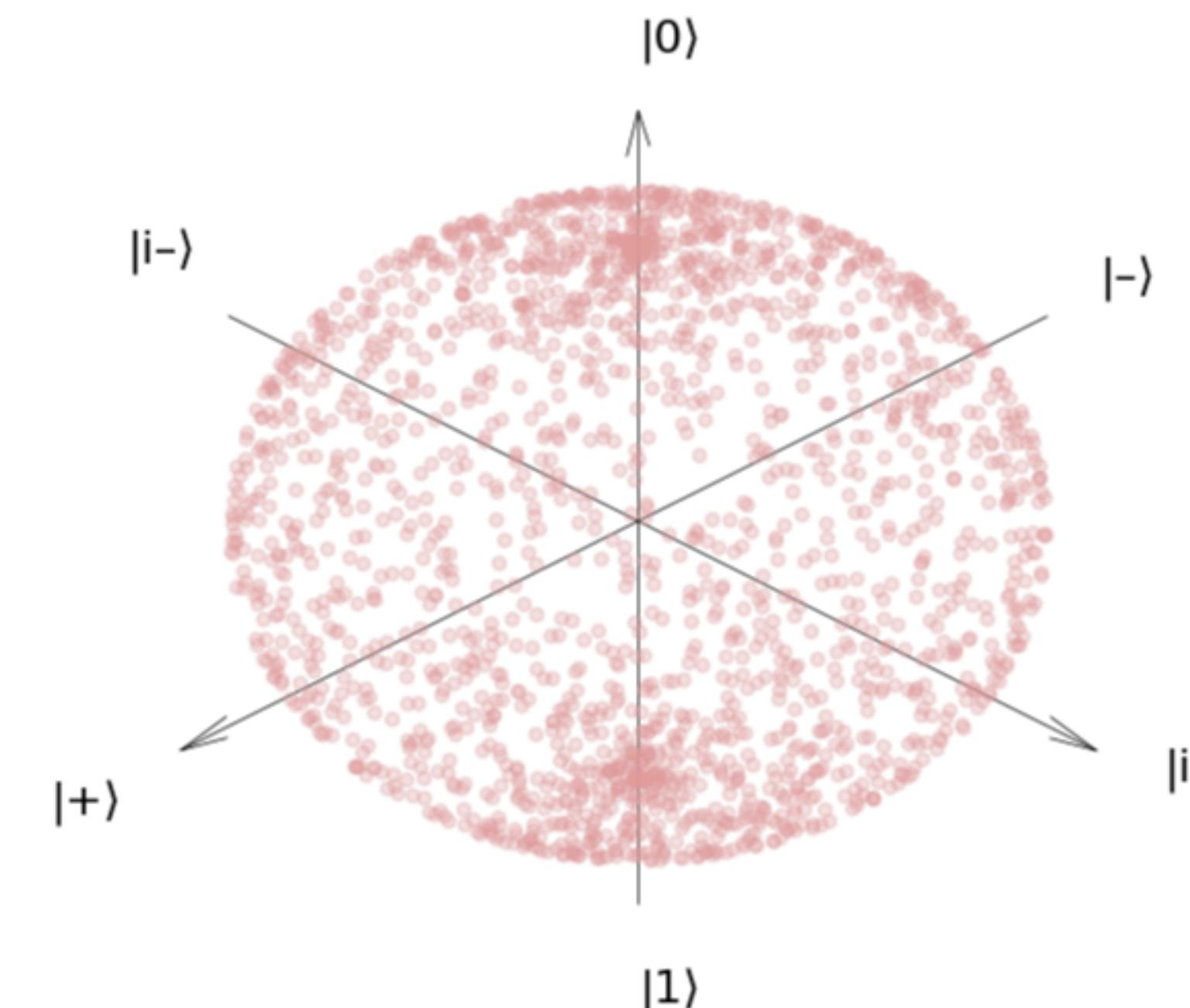
Ansatz

Expressivité

Haar Measure



Représentation de la Bloch
Sphère et des variations
géométriques

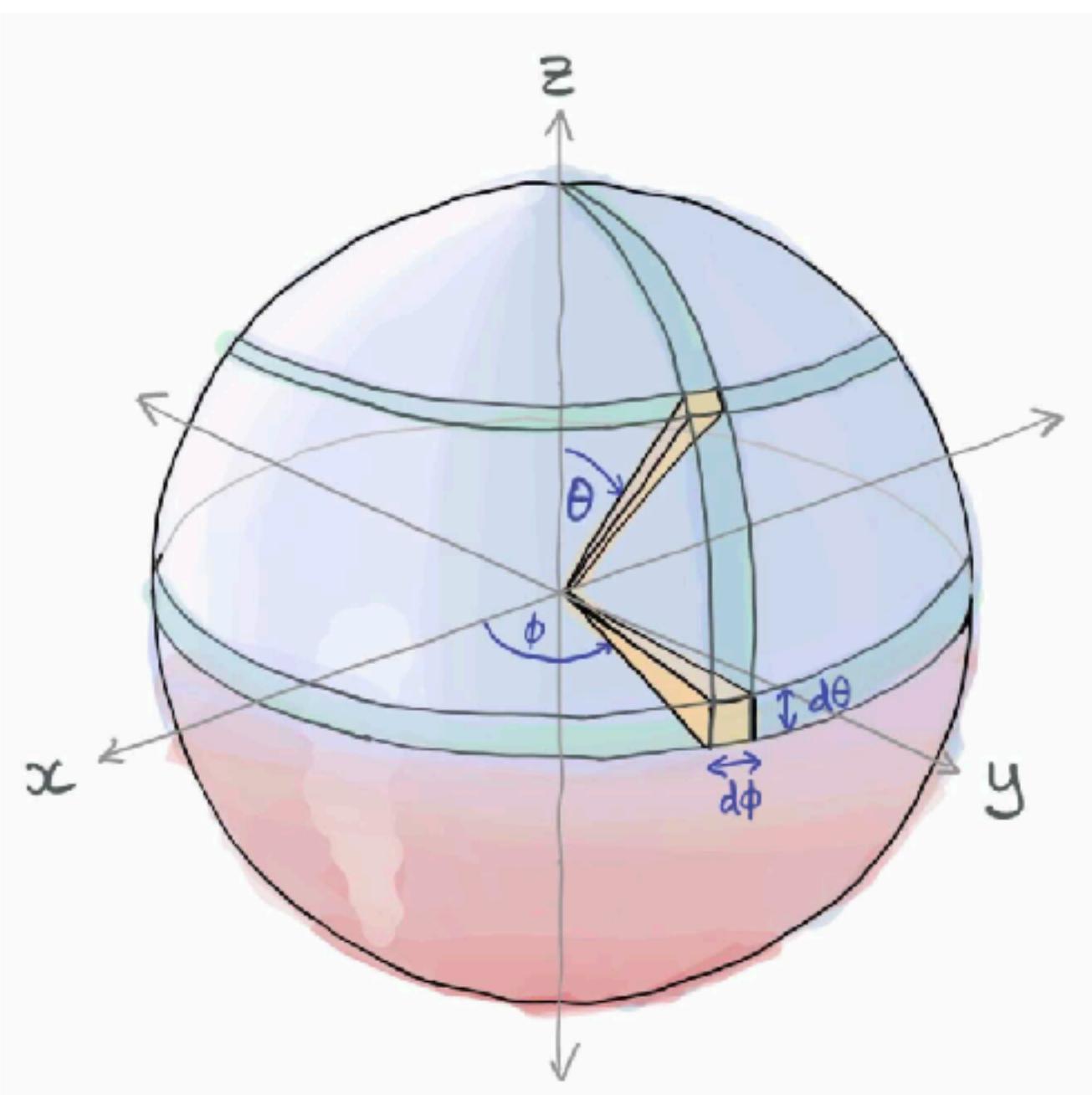


Échantillonnage aléatoire
pure pour 1 qubit

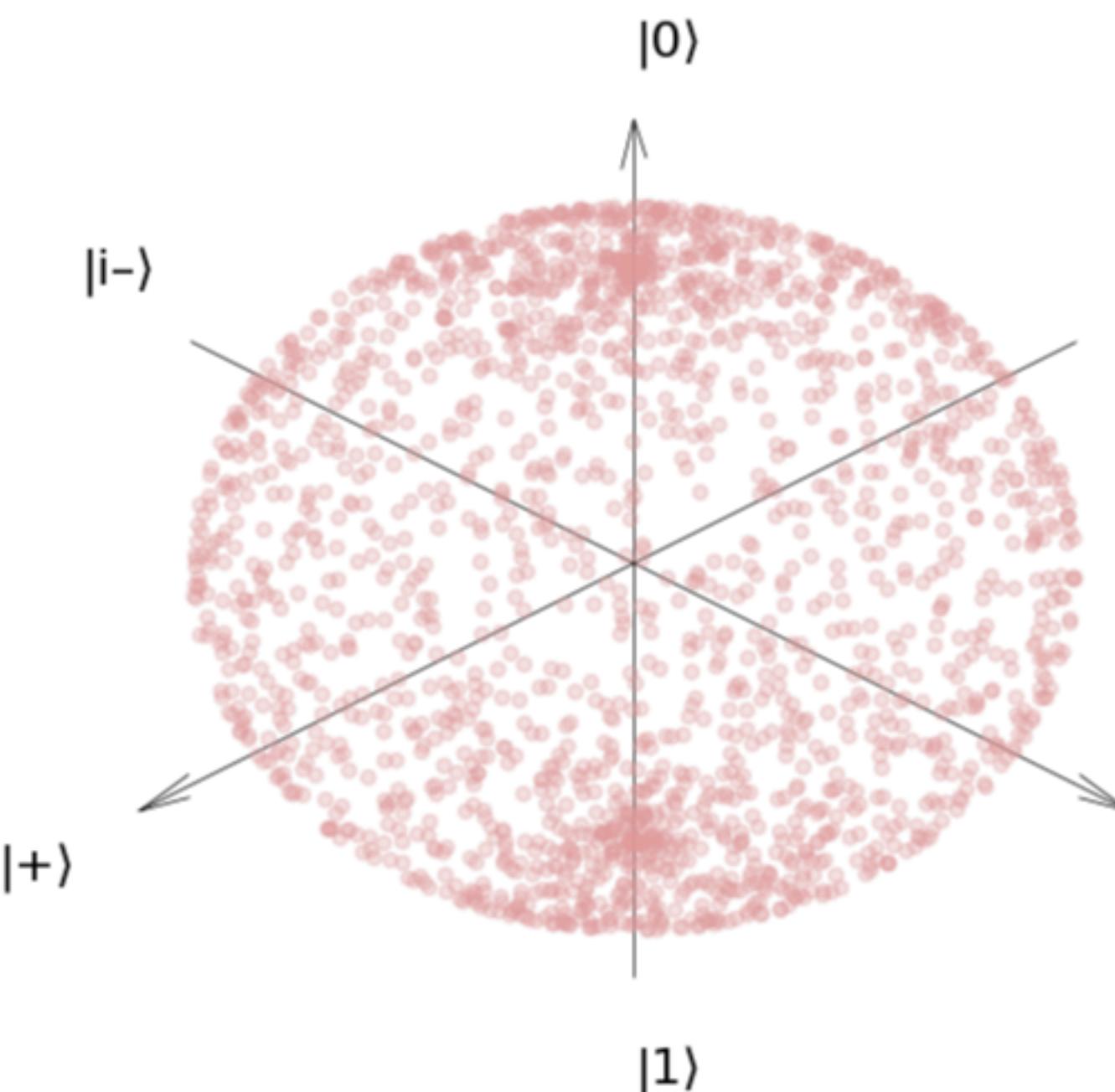
Ansatz

Expressivité

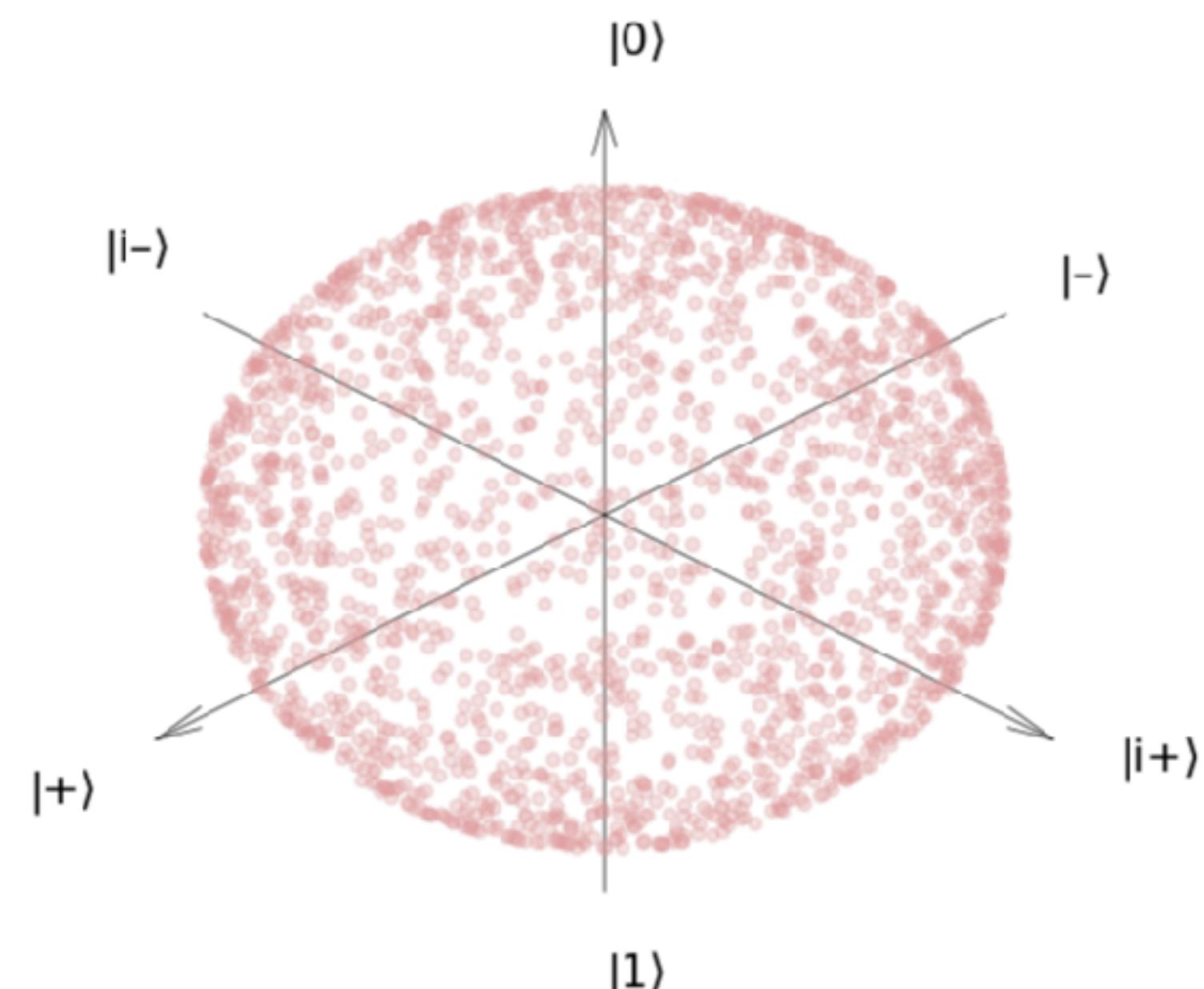
Haar Measure



Représentation de la Bloch
Sphère et des variations
géométriques



Échantillonnage aléatoire
pure pour 1 qubit

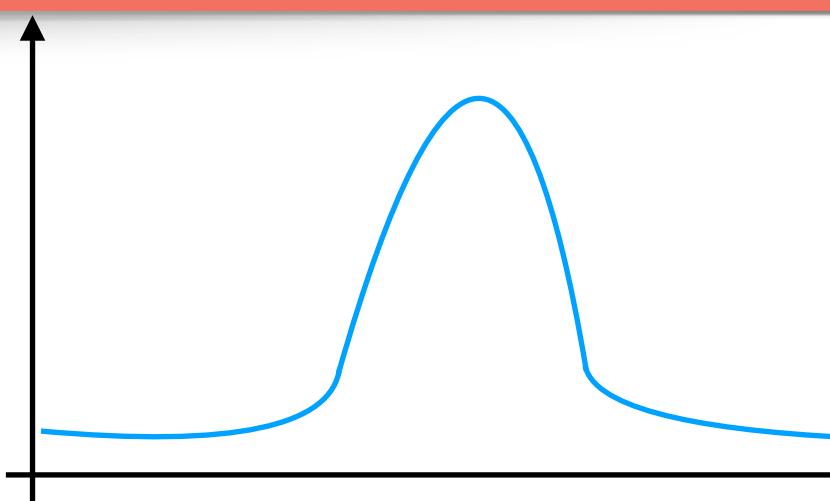
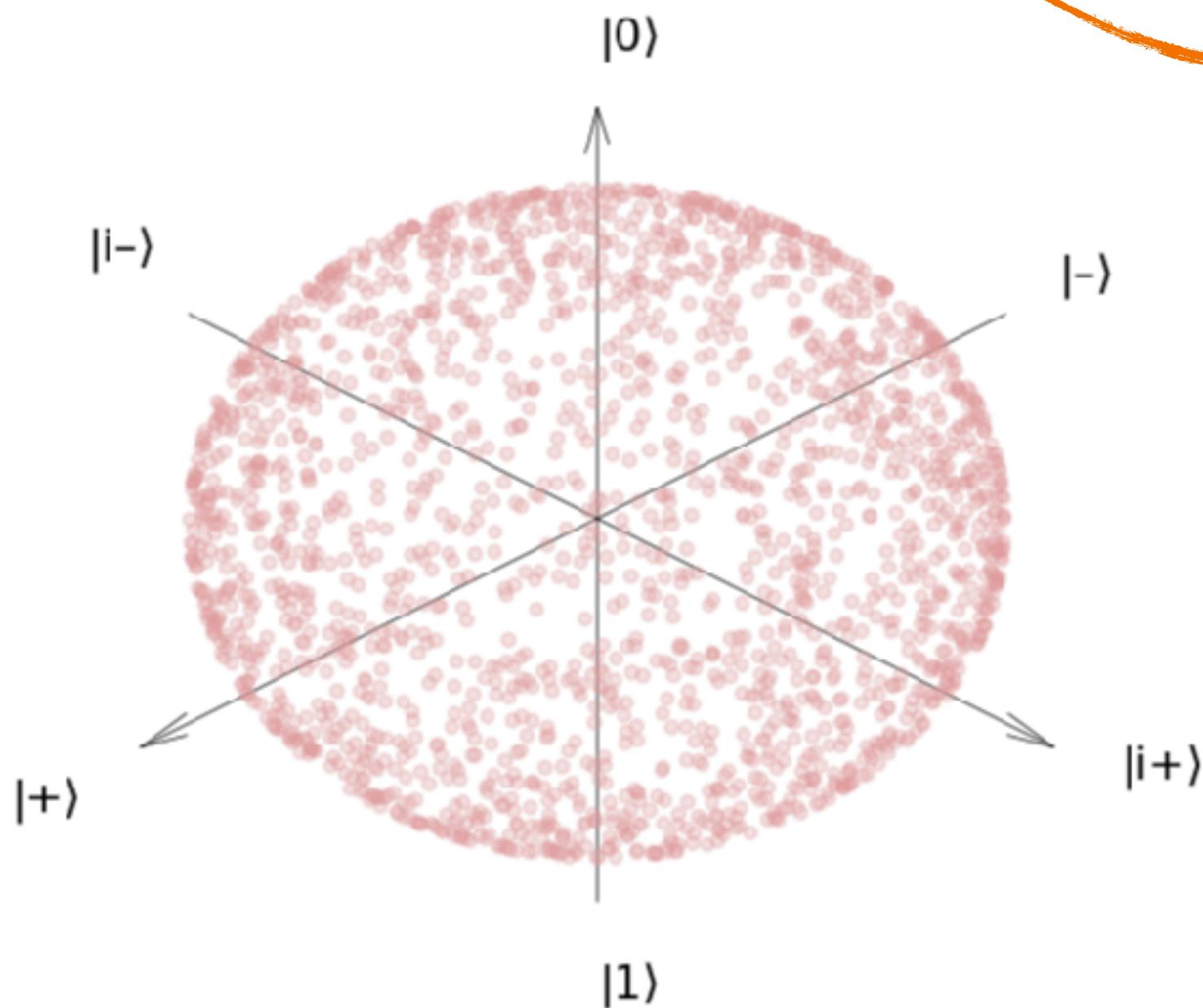


Échantillonnage aléatoire
avec la mesure de Haar pour
1 qubit

Ansatz

Expressivité

"Haar Random States"
Échantillonnage d'états
purs avec la même
probabilité



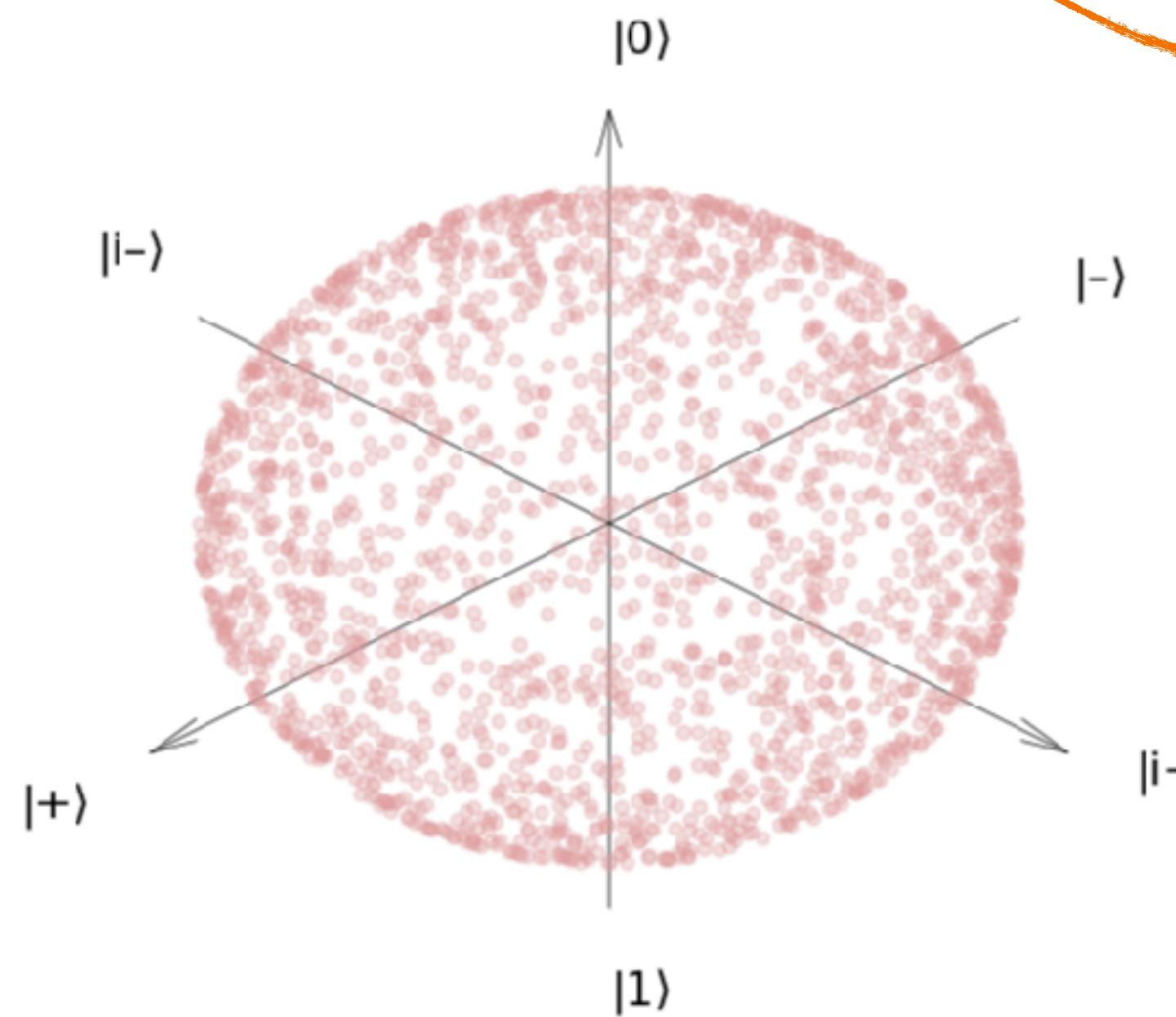
Échantillonnage aléatoire
avec la mesure de Haar pour
1 Qubit

Référence
n-qubits

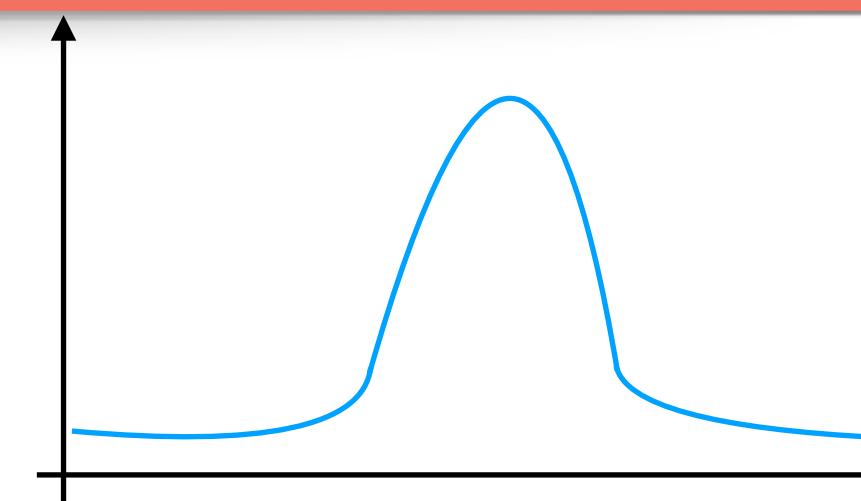
Ansatz

Expressivité

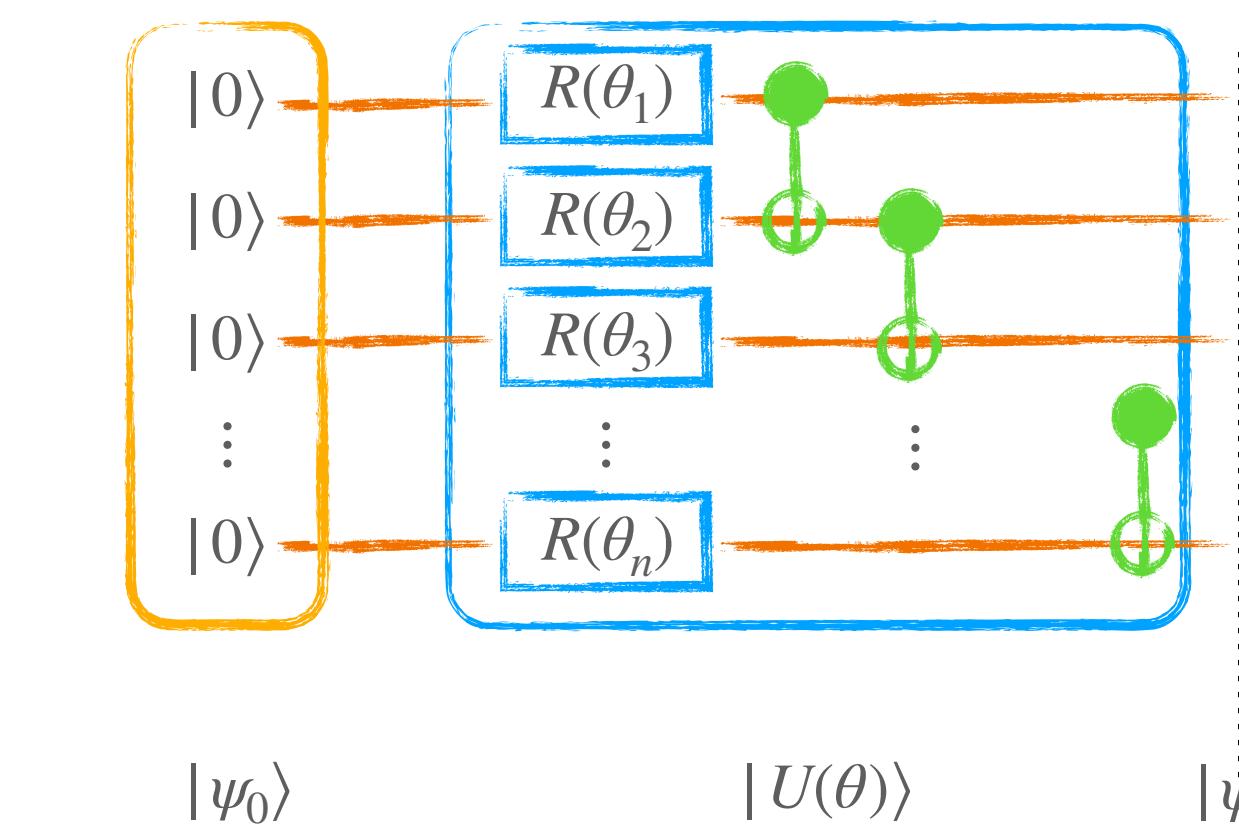
"Haar Random States"
Échantillonnage d'états
purs avec la même
probabilité



Échantillonnage aléatoire
avec la mesure de Haar pour
1 Qubit



Référence
n-qubits



$|\psi_0\rangle$ $|\psi\rangle$

$|\psi\rangle$

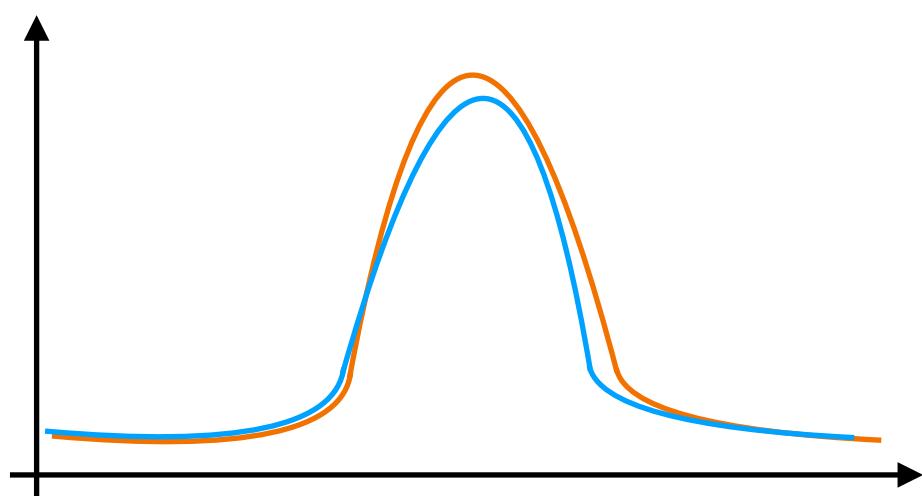
États générés par l'ansatz

Les angles sont choisis
aléatoirement

Ansatz

Expressivité

"Haar Random States"
Échantillonnage d'états
purs avec la même
probabilité

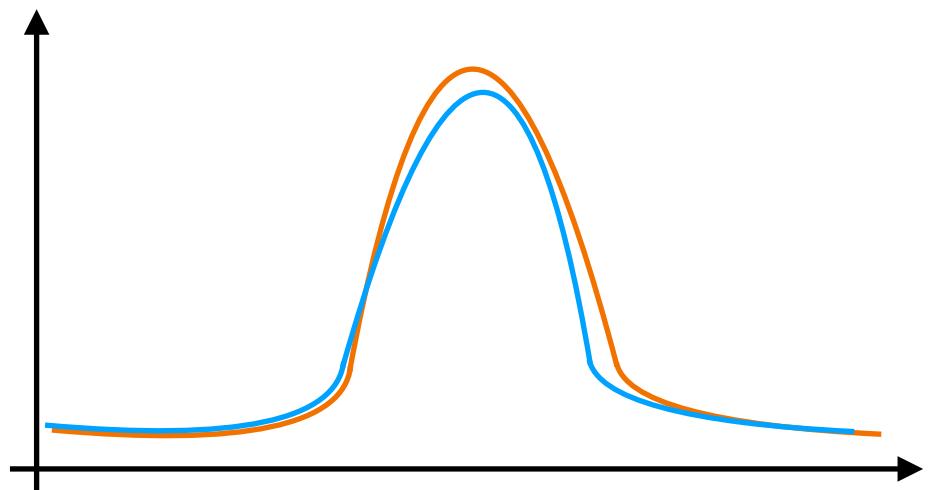


États aléatoires générés
par l'ansatz

Ansatz

Expressivité

"Haar Random States"
Échantillonnage d'états
purs avec la même
probabilité



Kullback-Leibler (KL)
divergence

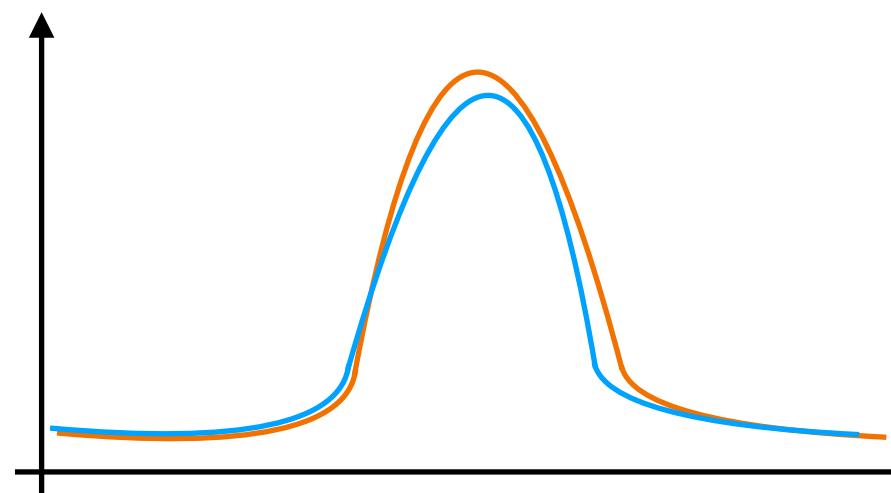
$$D_{KL}(P || Q) = \sum_{x \in \mathcal{X}} P(x) \log \left(\frac{P(x)}{Q(x)} \right)$$

États aléatoires générés
par l'ansatz

Ansatz

Expressivité

"Haar Random States"
Échantillonnage d'états
purs avec la même
probabilité



États aléatoires générés
par l'ansatz

Kullback-Leibler (KL)
divergence

$$D_{KL}(P || Q) = \sum_{x \in \mathcal{X}} P(x) \log \left(\frac{P(x)}{Q(x)} \right)$$

>1 \uparrow $P(x)$ et $Q(x)$ Différentes

0 \uparrow $P(x)$ et $Q(x)$ identiques

Pas expressif. La distribution d'états de
l'ansatz est très différente de celle de Haar

Très expressif. La distribution d'états de
l'ansatz est très similaire à celle de Haar

Ansatz

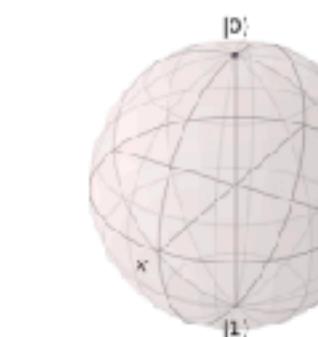
Pour 1 qubit



Idle circuit

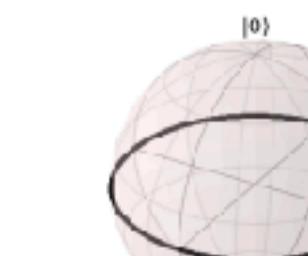
a)

$$|0\rangle \xrightarrow{I} |0\rangle$$



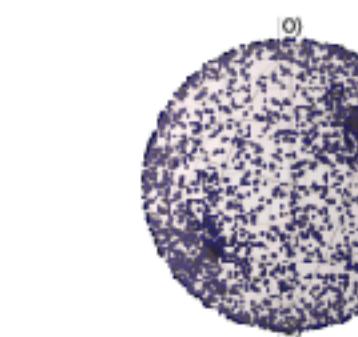
Circuit A

$$|0\rangle \xrightarrow{H} |0\rangle \xrightarrow{R_Z} |0\rangle$$



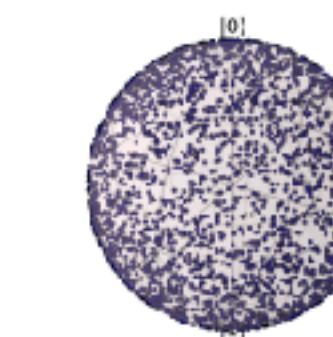
Circuit B

$$|0\rangle \xrightarrow{H} |0\rangle \xrightarrow{R_Z} |0\rangle \xrightarrow{R_X} |0\rangle$$



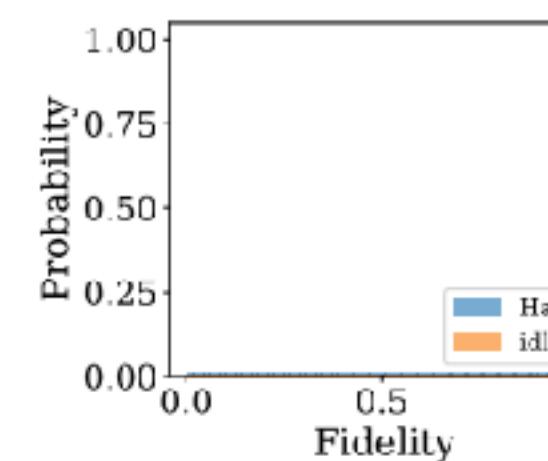
Arbitrary unitary

$$|0\rangle \xrightarrow{U} |0\rangle$$

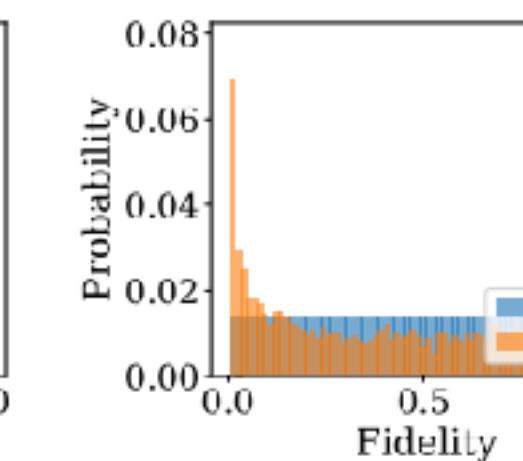


c)

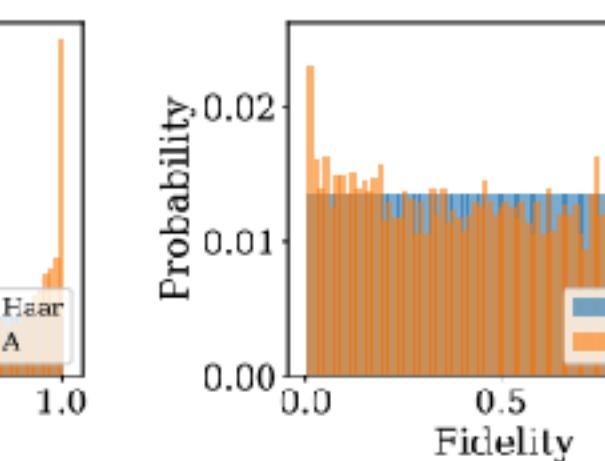
$$D_{KL} = 4.30$$



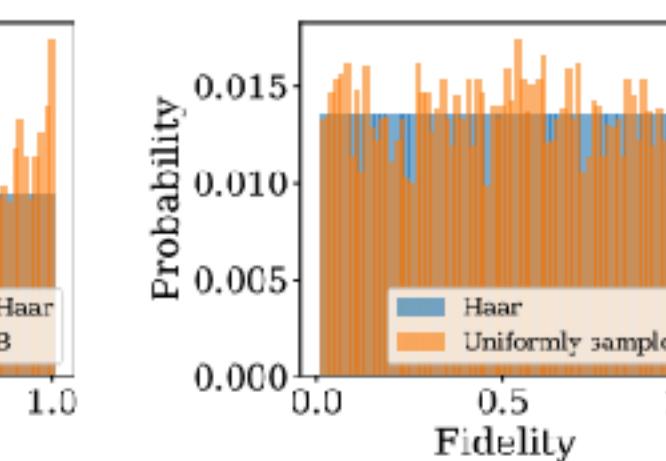
$$D_{KL} = 0.22$$



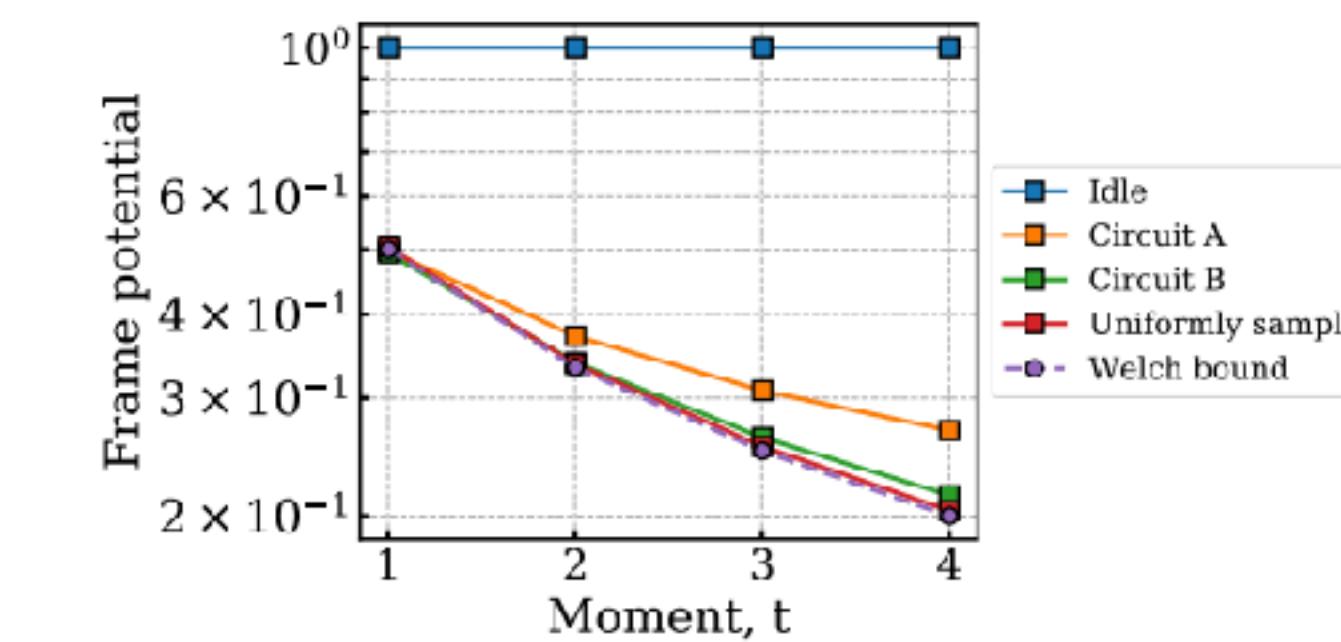
$$D_{KL} = 0.02$$



$$D_{KL} = 0.007$$

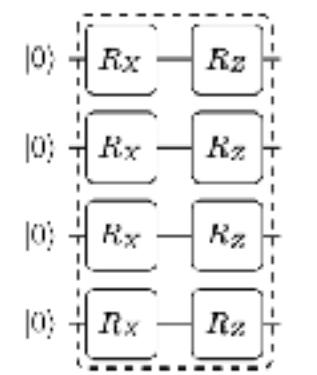


d)

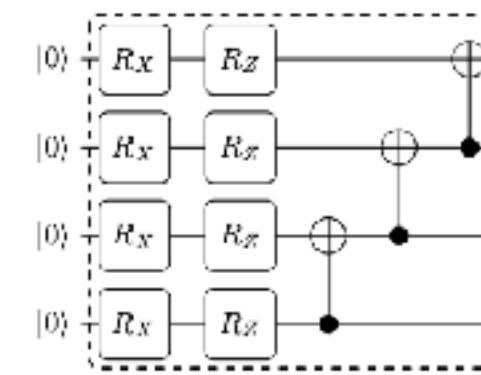


Ansatz

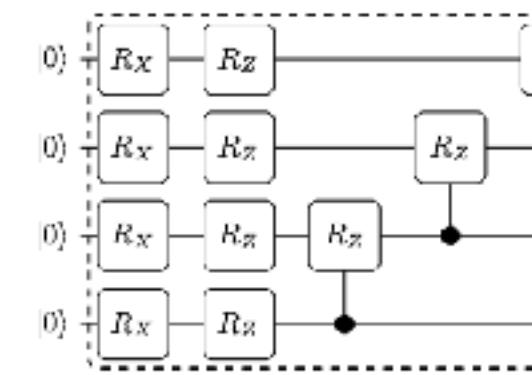
Exemples



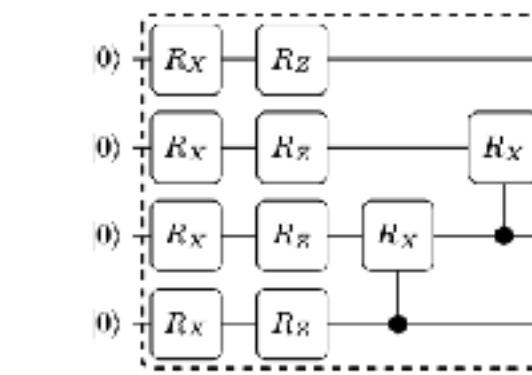
Circuit 1



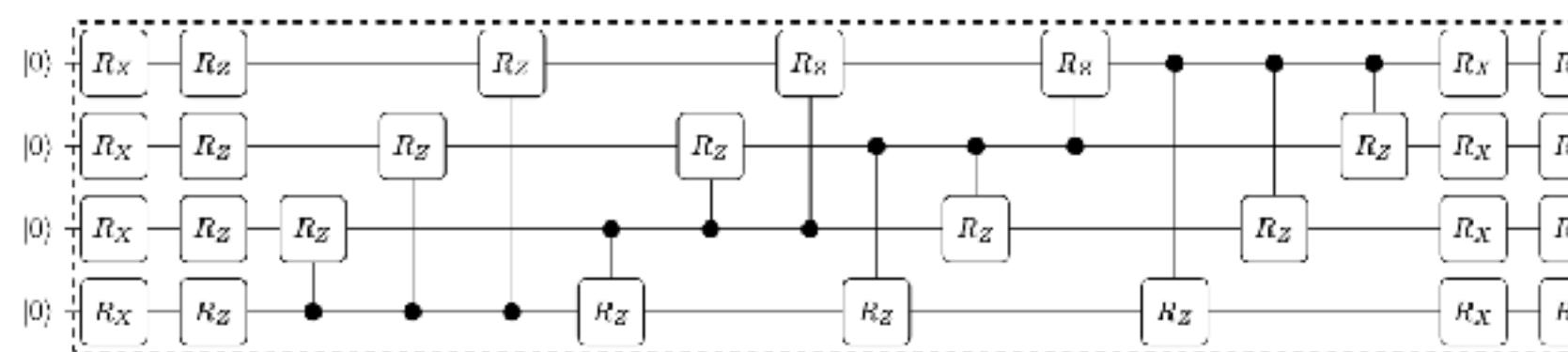
Circuit 2



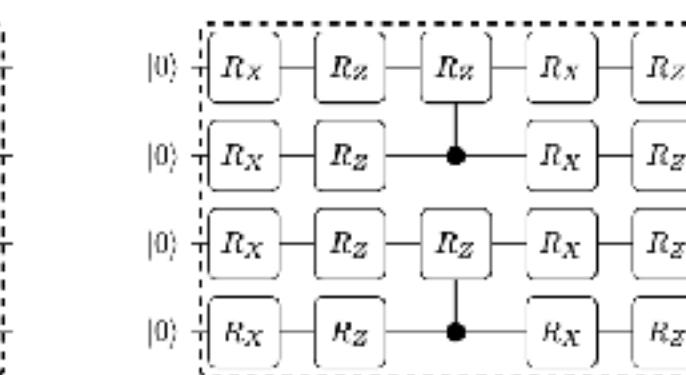
Circuit 3



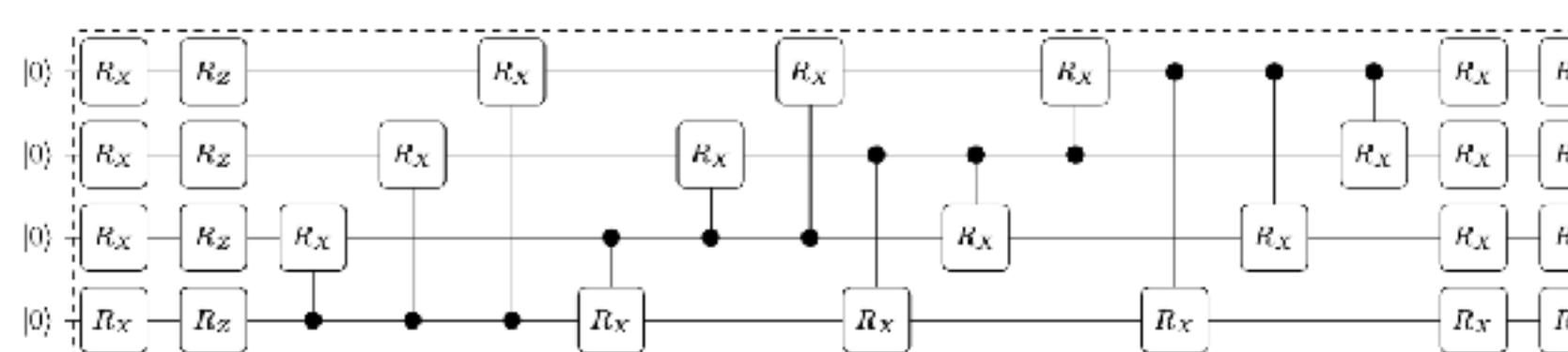
Circuit 4



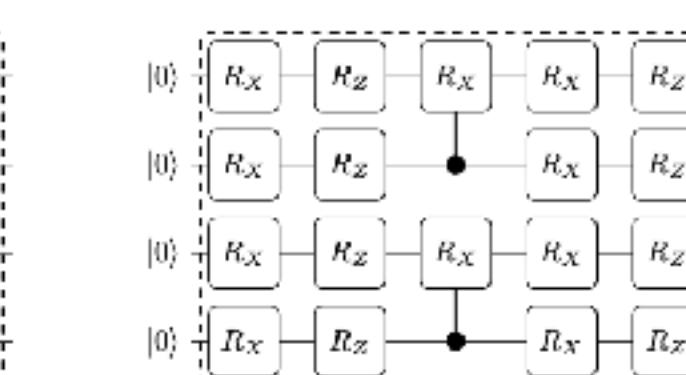
Circuit 5



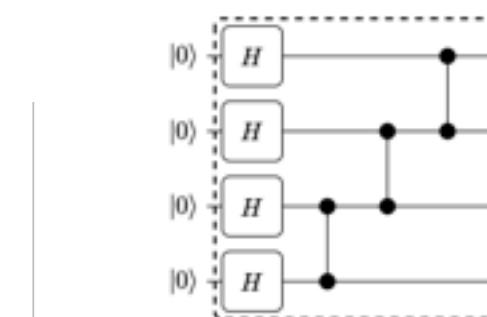
Circuit 7



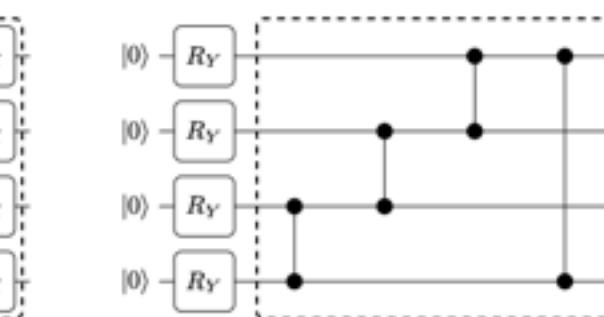
Circuit 6



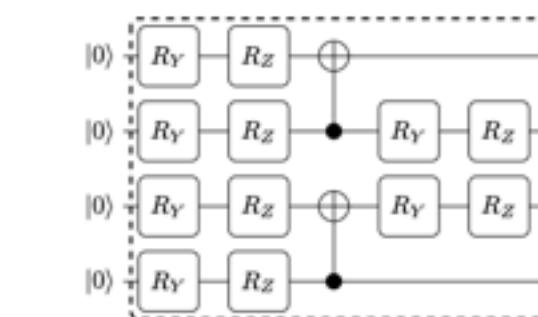
Circuit 8



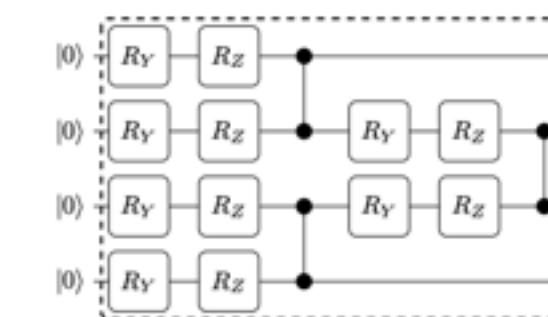
Circuit 9



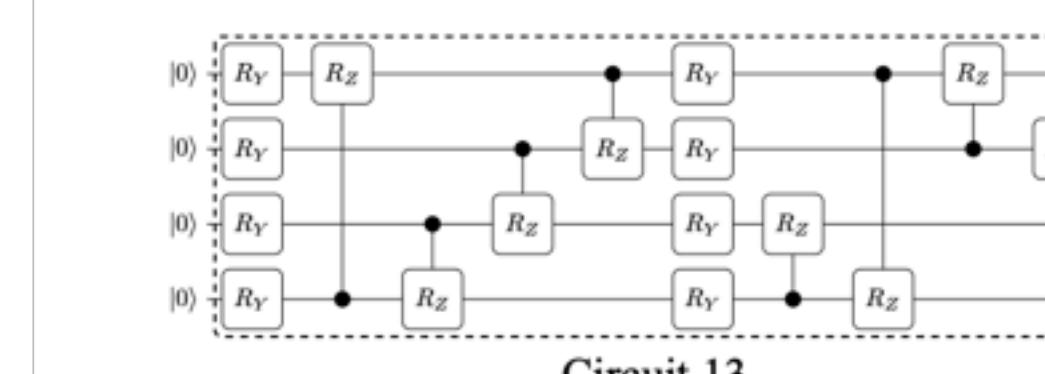
Circuit 10



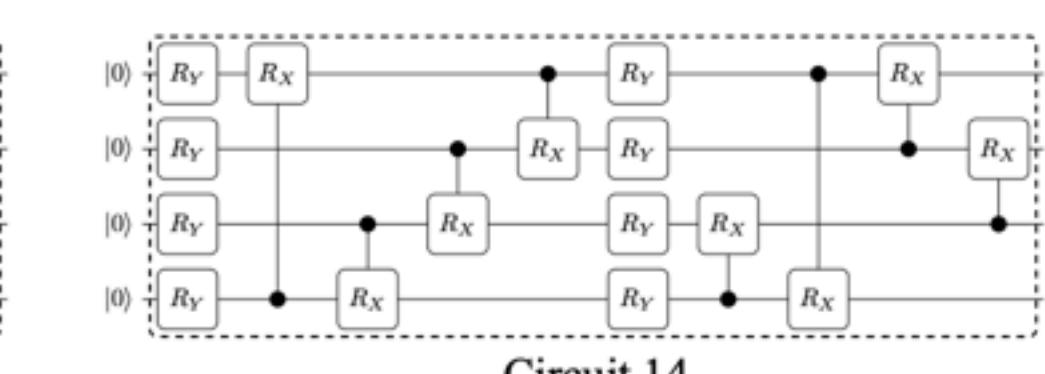
Circuit 11



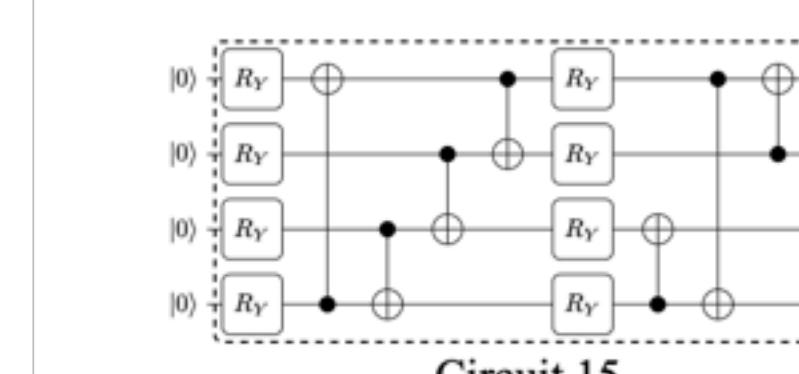
Circuit 12



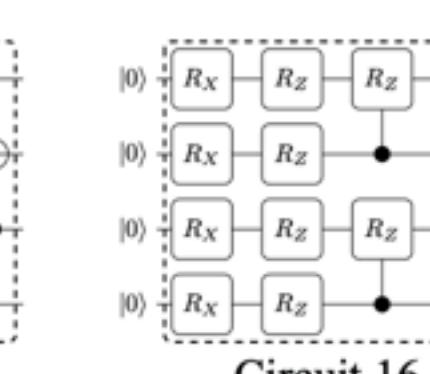
Circuit 13



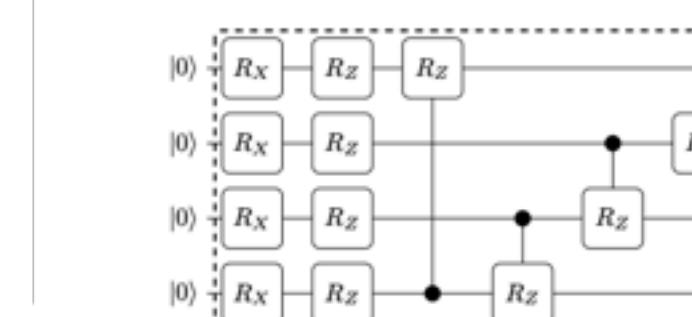
Circuit 14



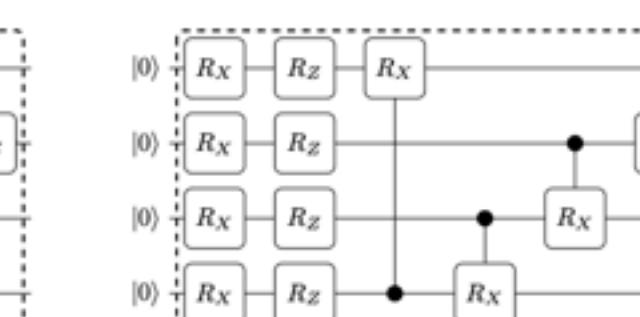
Circuit 15



Circuit 16



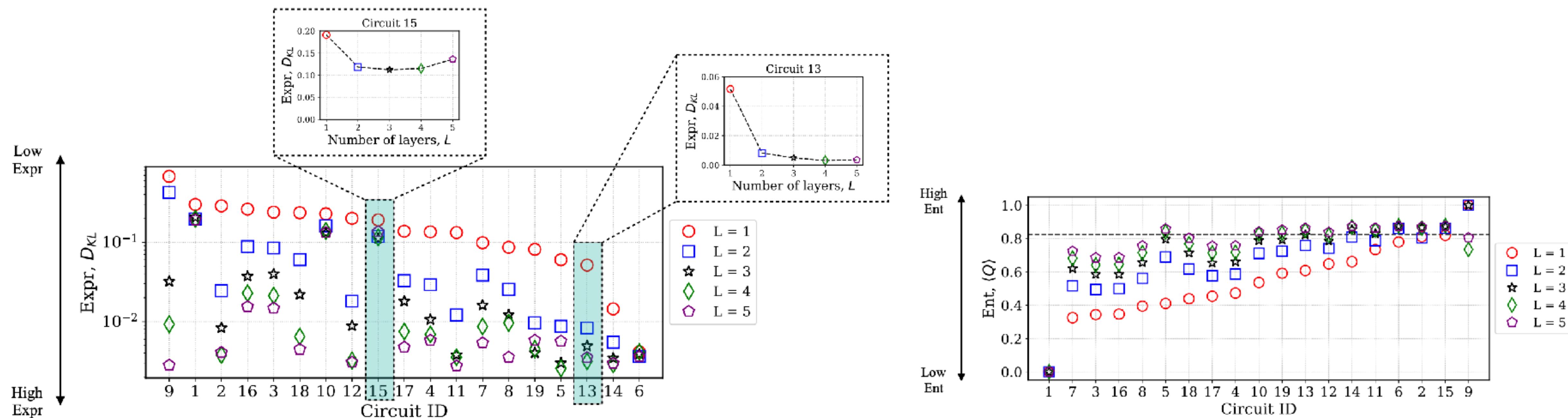
Circuit 18



Circuit 19

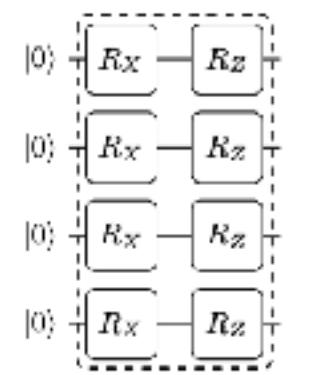
Ansatz

Exemples

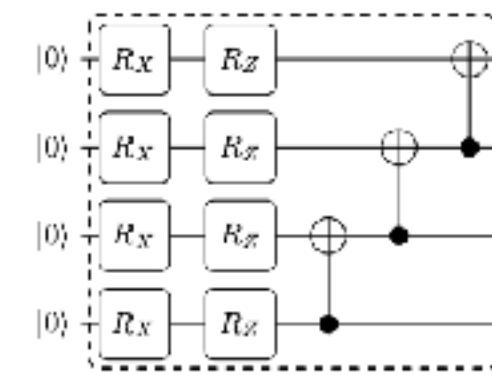


Ansatz

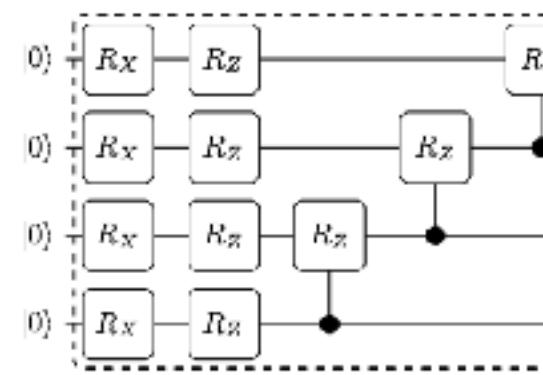
Exemples



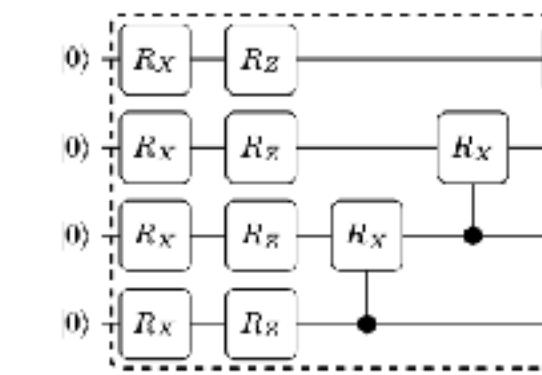
Circuit 1



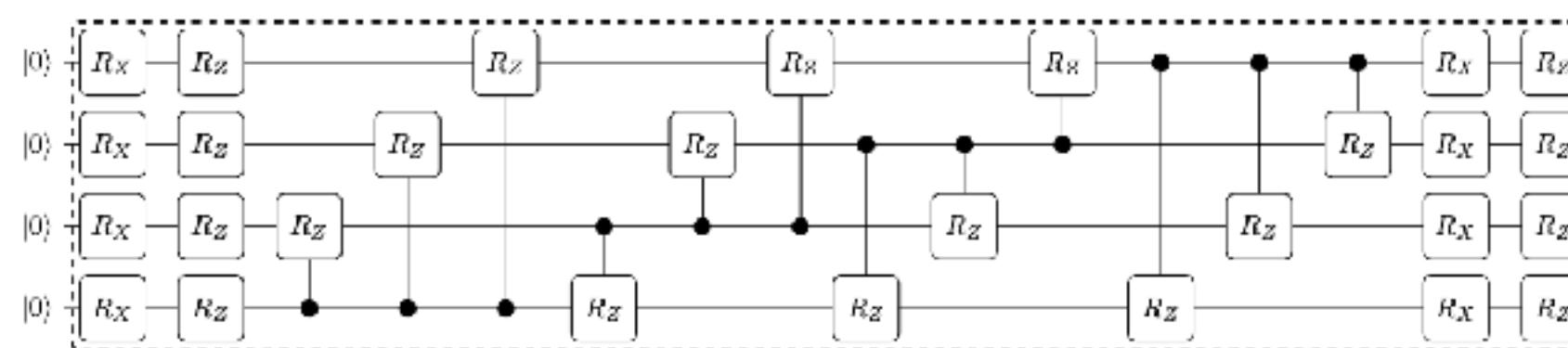
Circuit 2



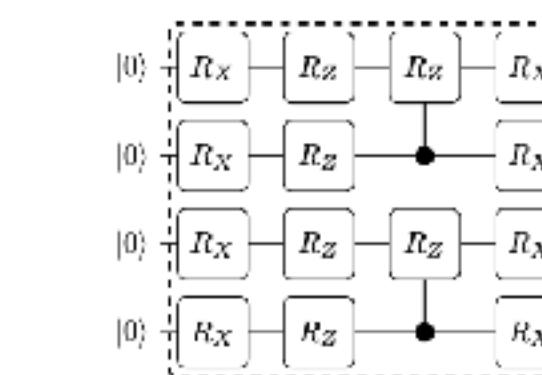
Circuit 3



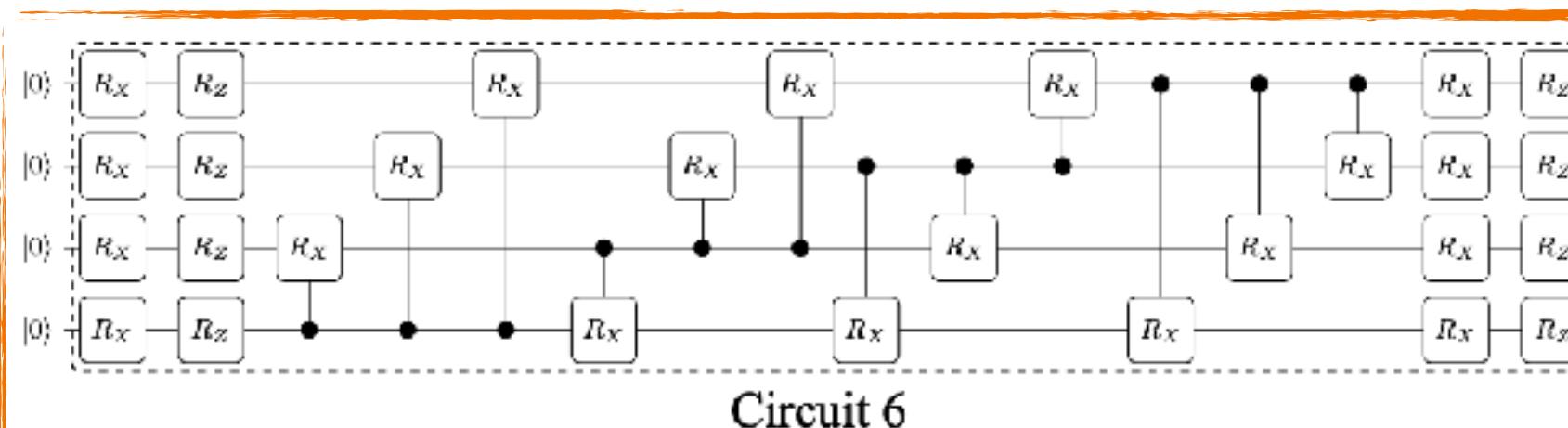
Circuit 4



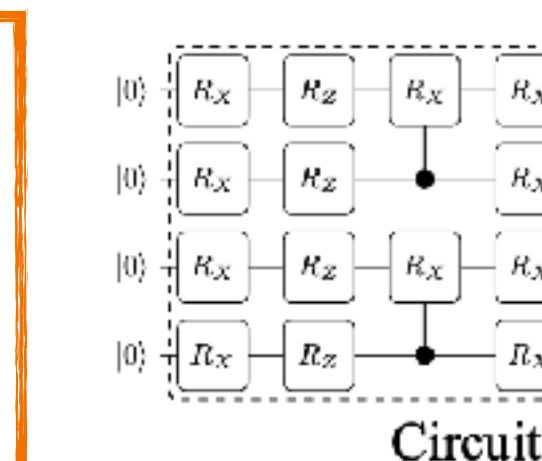
Circuit 5



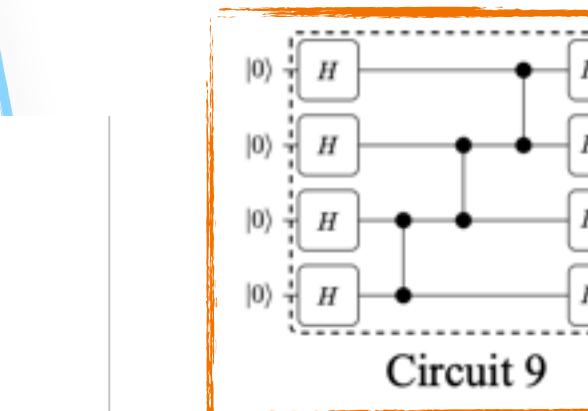
Circuit 7



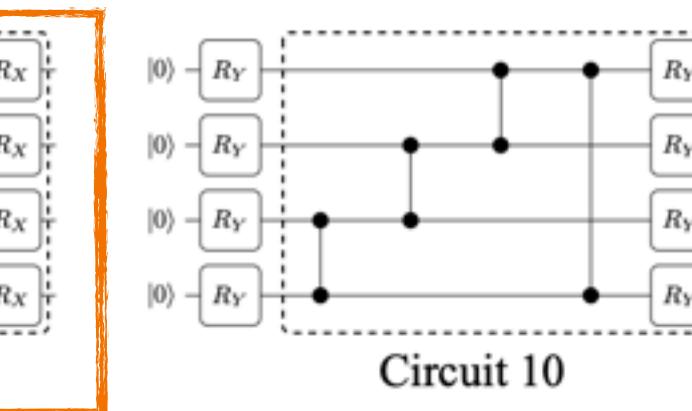
Circuit 6



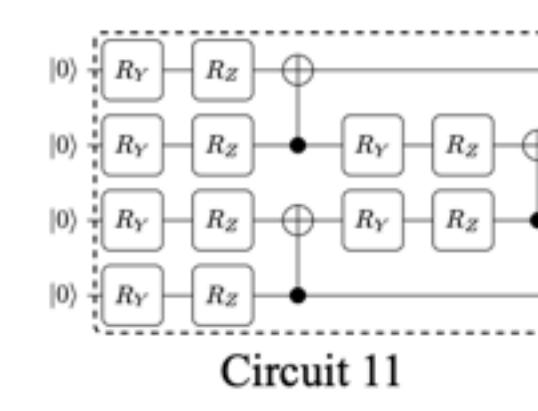
Circuit 8



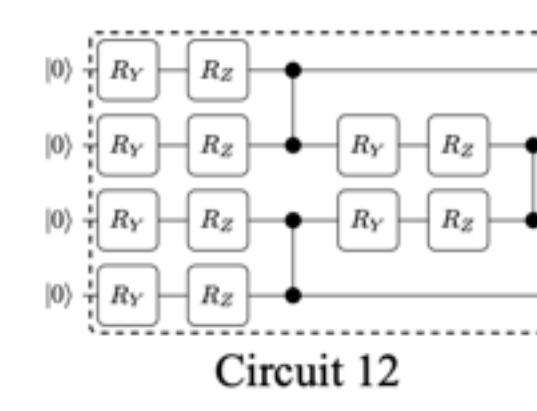
Circuit 9



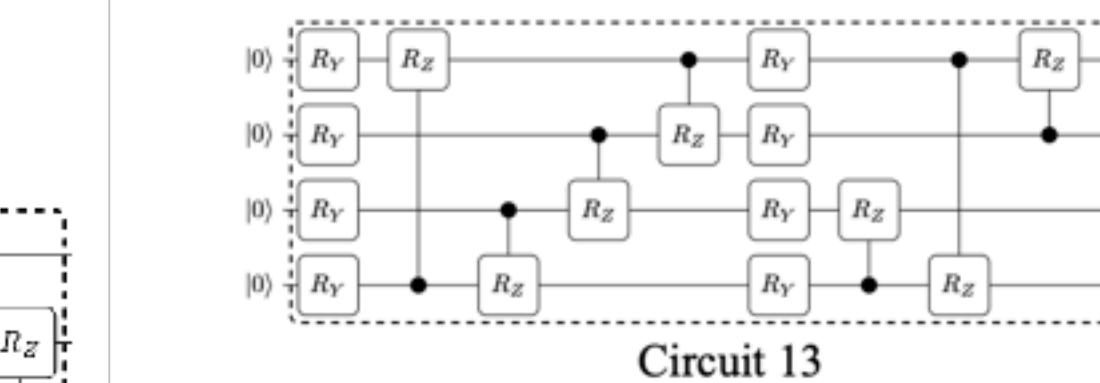
Circuit 10



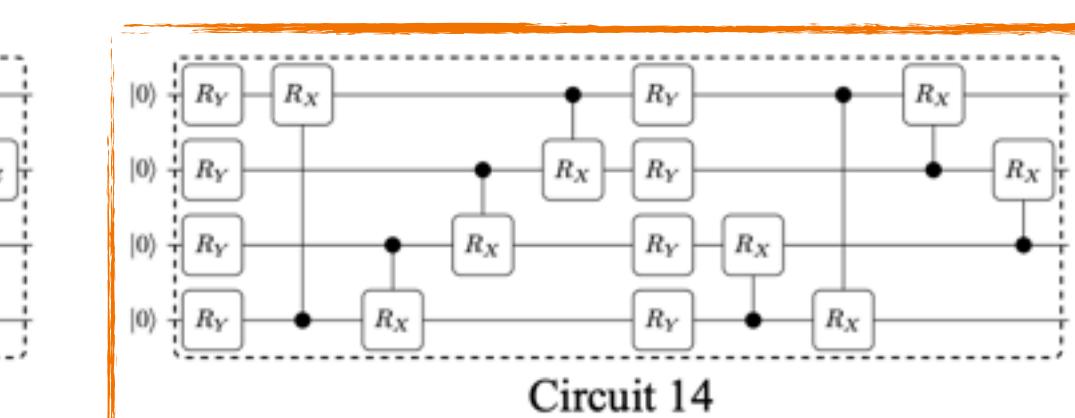
Circuit 11



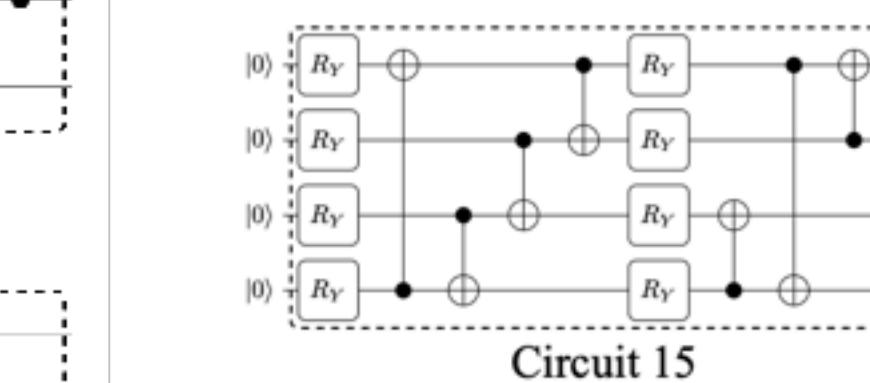
Circuit 12



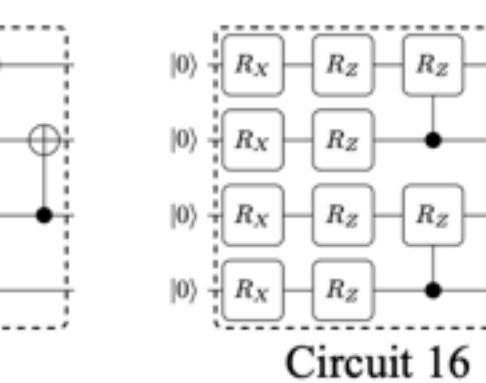
Circuit 13



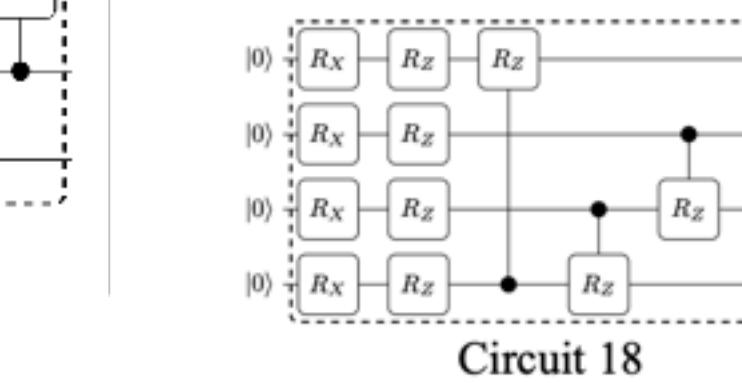
Circuit 14



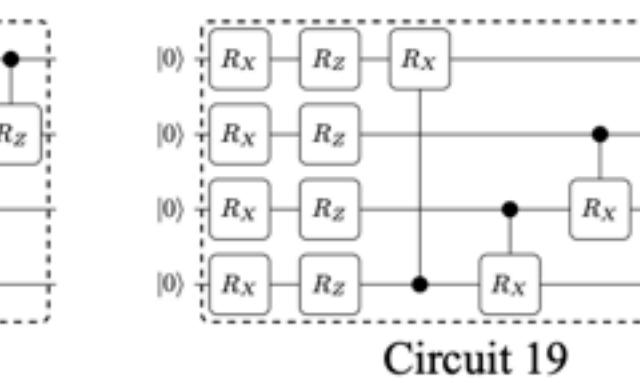
Circuit 15



Circuit 16



Circuit 18



Circuit 19

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 1 qubit

Portes de Pauli {I, X, Y, Z}

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 1 qubit

Portes de Pauli {I, X, Y, Z}

$$R_P(\theta) = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}P\right) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)I - i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)P$$

$$P = \{X, Y, Z\}$$

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 1 qubit

Portes de Pauli $\{I, X, Y, Z\}$

$$R_P(\theta) = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}P\right) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)I - i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)P$$

$$\mathcal{P} = \{X, Y, Z\}$$

$$R(\theta) = R_p(\theta_1)R_P(\theta_2)R_P(\theta_3)$$

$$\mathcal{P}, \mathcal{P}' = \{X, Y, Z\}$$

$$\mathcal{P} \neq \mathcal{P}'$$

$$\mathcal{P} = Z$$

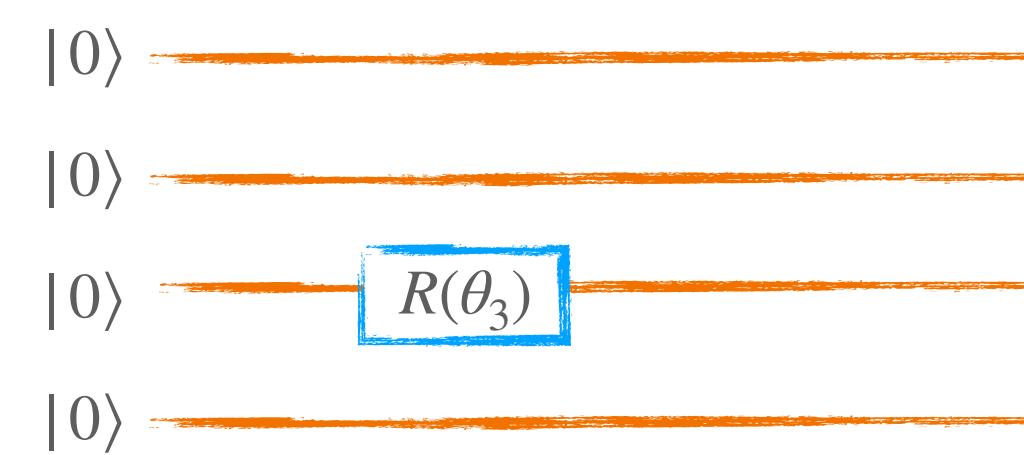
$$\mathcal{P}' = Y$$

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 1 qubit

Portes de Pauli $\{I, X, Y, Z\}$



$$R(\theta) = R_p(\theta_1)R_{P'}(\theta_2)R_P(\theta_3)$$

$$P, P' = \{X, Y, Z\}$$

$$P \neq P'$$

$$P = Z$$

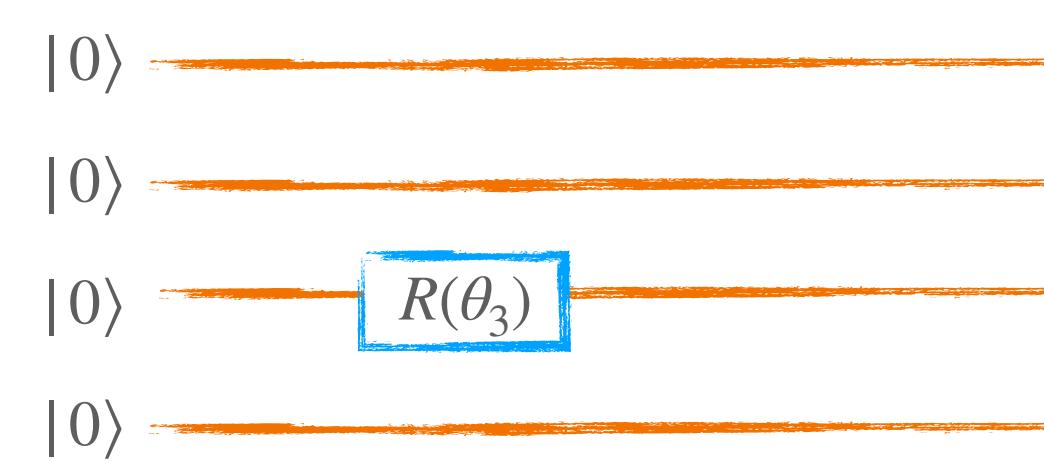
$$P' = Y$$

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 1 qubit

Portes de Pauli $\{I, X, Y, Z\}$



$$R(\theta) = R_p(\theta_1)R_P(\theta_2)R_P(\theta_3)$$

$$P, P' = \{X, Y, Z\}$$

$$P \neq P'$$

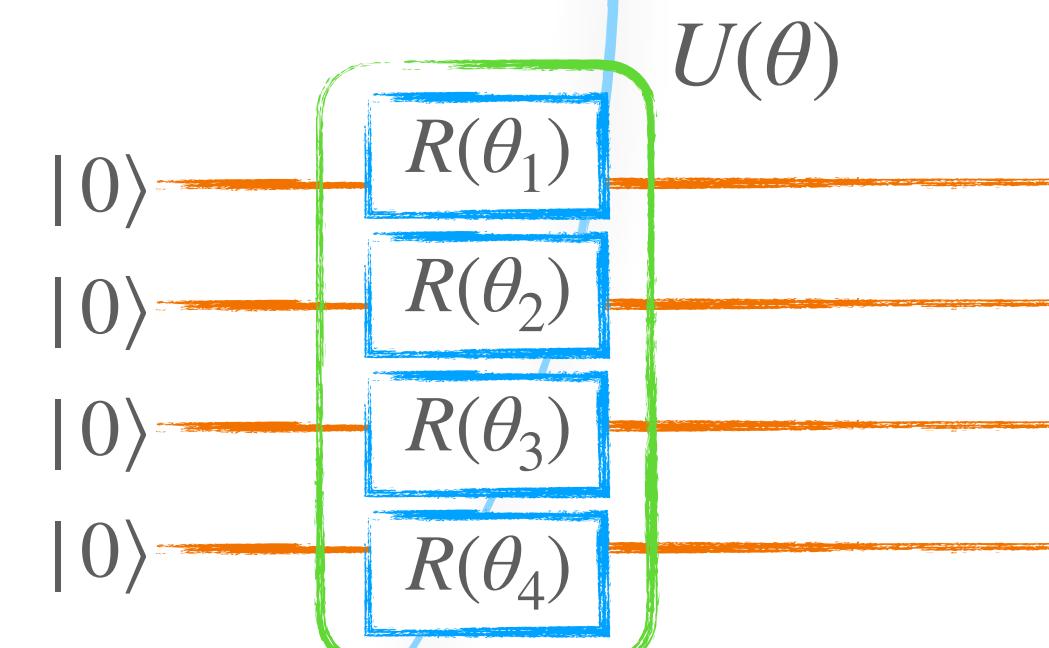
$$P = Z$$

$$P' = Y$$

Ansatz

Types

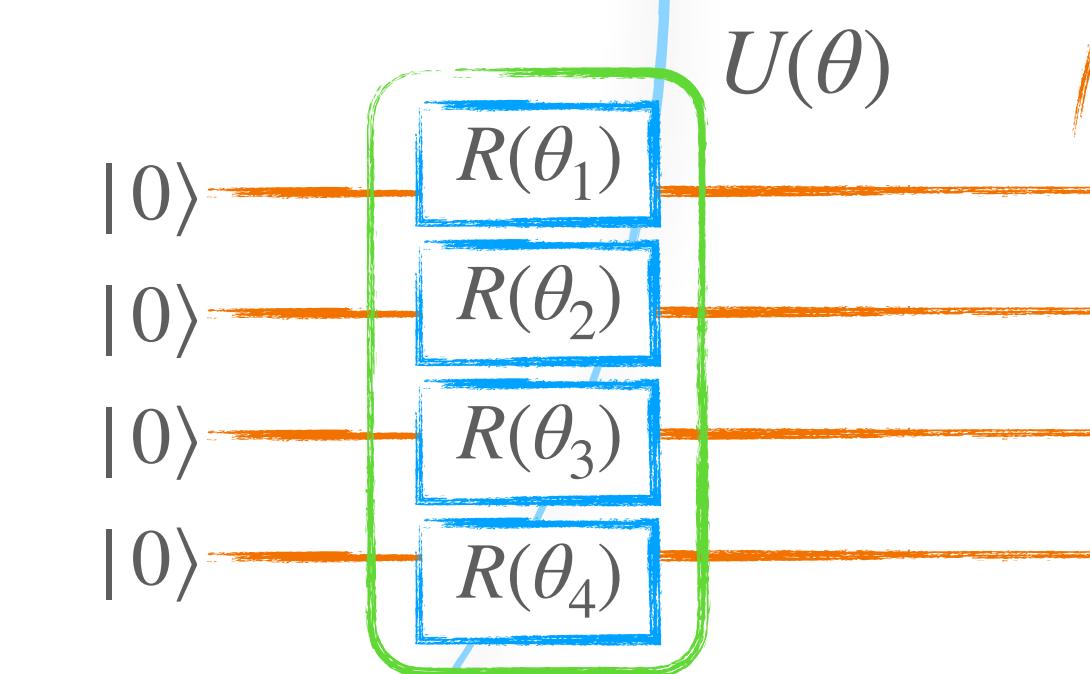
Mean-Field



Ansatz

Types

Mean-Field



Pas d'intrication
utile pour créer tout type de vecteur
dans la base computationnelle

$$\theta_k^1 = 0$$

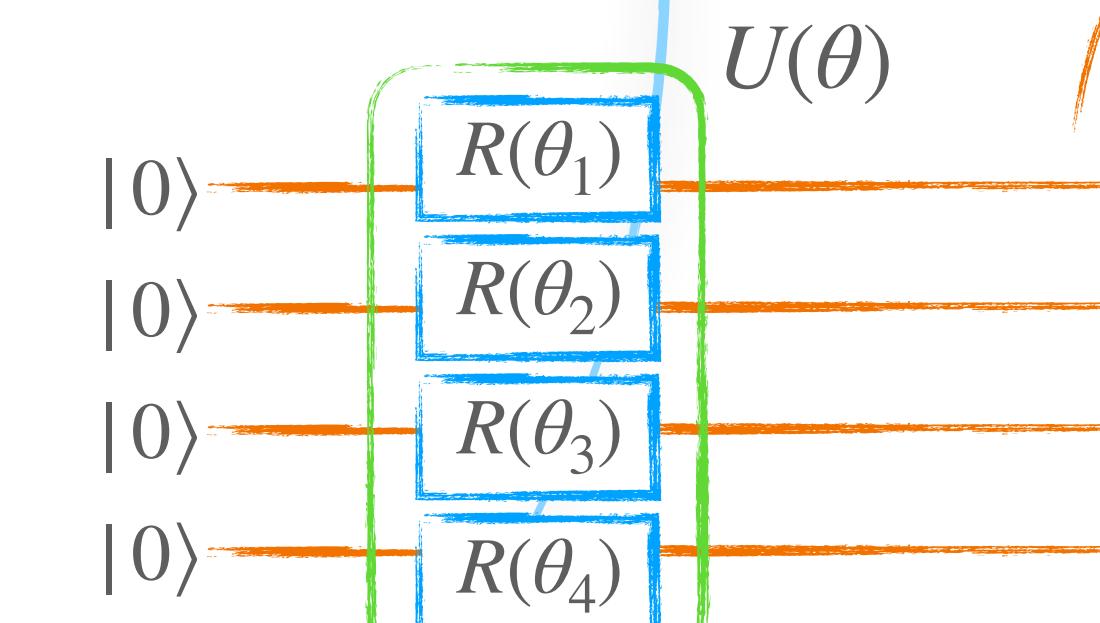
$$\theta_k^2 = 0$$

$$\theta_k^3 = 0 \text{ or } \pi$$

Ansatz

Types

Mean-Field



Pas d'intrication
utile pour créer tout type de vecteur
dans la base computationnelle

$$\theta_k^1 = 0$$

$$\theta_k^2 = 0$$

$$\theta_k^3 = 0 \text{ or } \pi$$

$$U(\theta) = R(\theta_1^1, \theta_1^2, \theta_1^3) \otimes R(\theta_2^1, \theta_2^2, \theta_2^3) \otimes R(\theta_3^1, \theta_3^2, \theta_3^3) \otimes R(\theta_4^1, \theta_4^2, \theta_4^3)$$

Forme générale pour n qubits

$$\begin{aligned} U(\theta) &= R(\theta_1^1, \theta_1^2, \theta_1^3) \otimes \dots \otimes R(\theta_n^1, \theta_n^2, \theta_n^3) \\ &= \prod_{k=1}^n R_k(\theta_k^1, \theta_k^2, \theta_k^3) \end{aligned}$$

Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Mean-field + entanglement = Hardware-Efficient

Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Mean-field

+

entanglement

=

Hardware-Efficient

CNOT
CZ

choix de une des deux qu'on va fixer pour créer l'ansatz

Hard à créer une porte à 2 qubits sur un QC

Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Mean-field

+ entanglement

=

Hardware-Efficient

CNOT
CZ

choix de une des deux qu'on va fixer pour créer l'ansatz

Hard à créer une porte à 2 qubits sur un QC

D'où le nom

Hardware-Efficient

Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Mean-field

+ entanglement

N-Local

Qiskit

Toffoli à la place
de CNOT ou CZ

Hardware-Efficient

$$U(\theta) = U_L(\theta) \cdot U_{L-1}(\theta) \dots U_1(\theta)$$

CNOT
CZ

choix de une des deux qu'on
va fixer pour créer l'ansatz

Hard à créer une porte à
2 qubits sur un QC

D'où le nom

Hardware-Efficient

Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Mean-field

+ entanglement

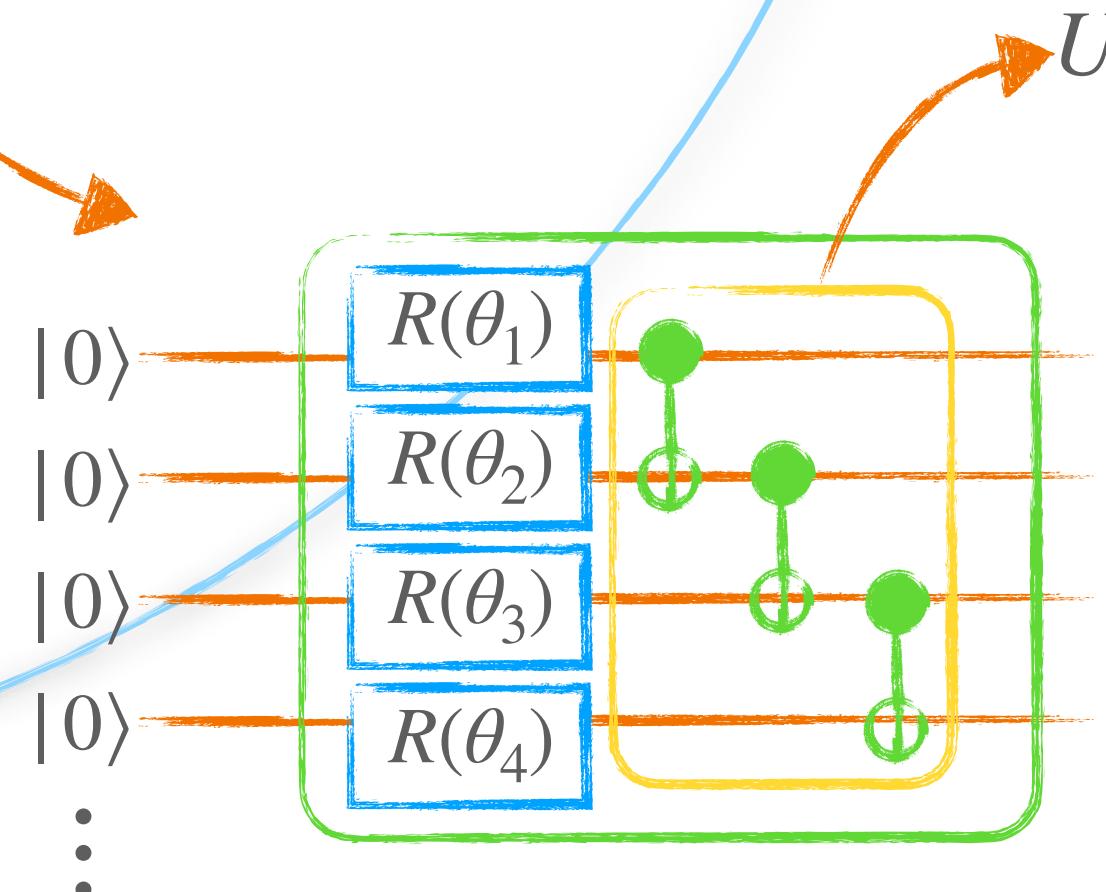
N-Local

Qiskit

Toffoli à la place
de CNOT ou CZ

Hardware-Efficient

$$U(\theta) = U_L(\theta) \cdot U_{L-1}(\theta) \dots U_1(\theta)$$



CNOT
CZ

choix de une des deux qu'on
va fixer pour créer l'ansatz

Hard à créer une porte à
2 qubits sur un QC

D'où le nom

Hardware-Efficient

Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Mean-field

+ entanglement

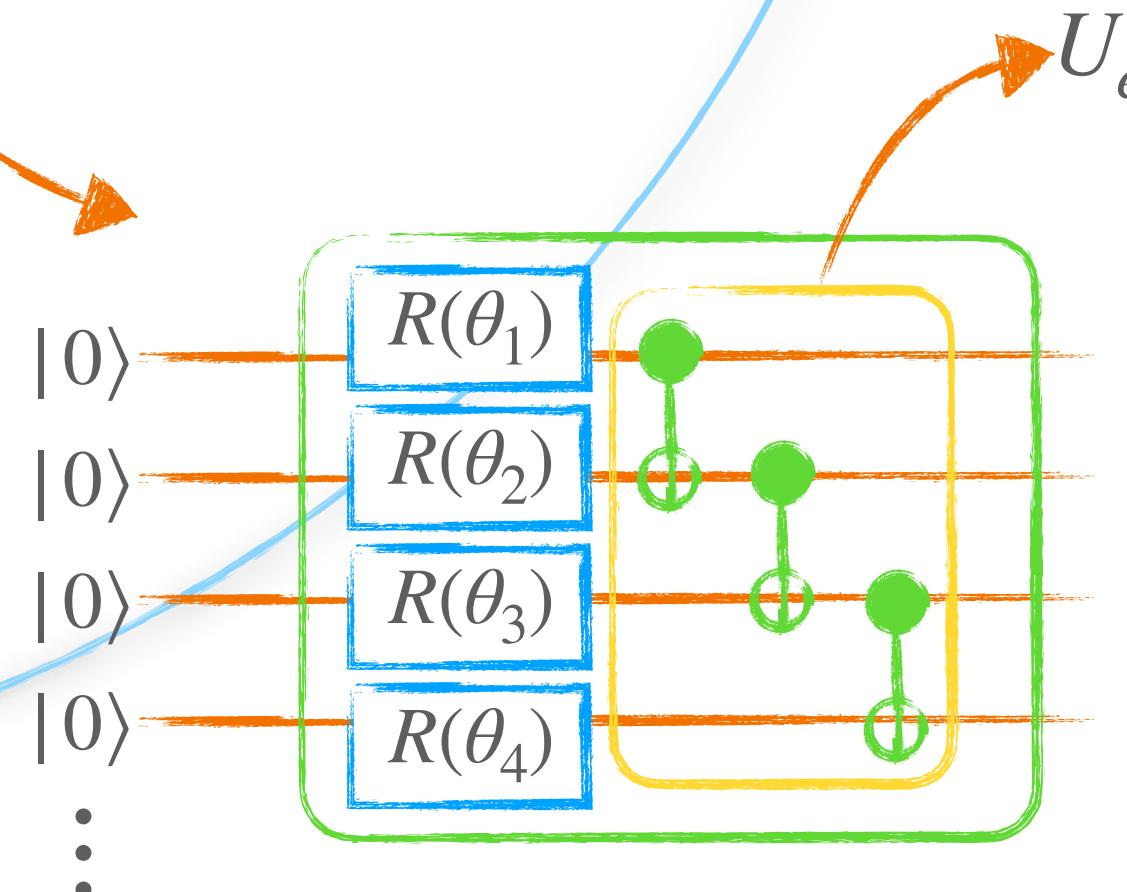
N-Local

Qiskit

Toffoli à la place de CNOT ou CZ

Hardware-Efficient

$$U(\theta) = U_L(\theta) \cdot U_{L-1}(\theta) \dots U_1(\theta)$$



CNOT
CZ

choix de une des deux qu'on va fixer pour créer l'ansatz

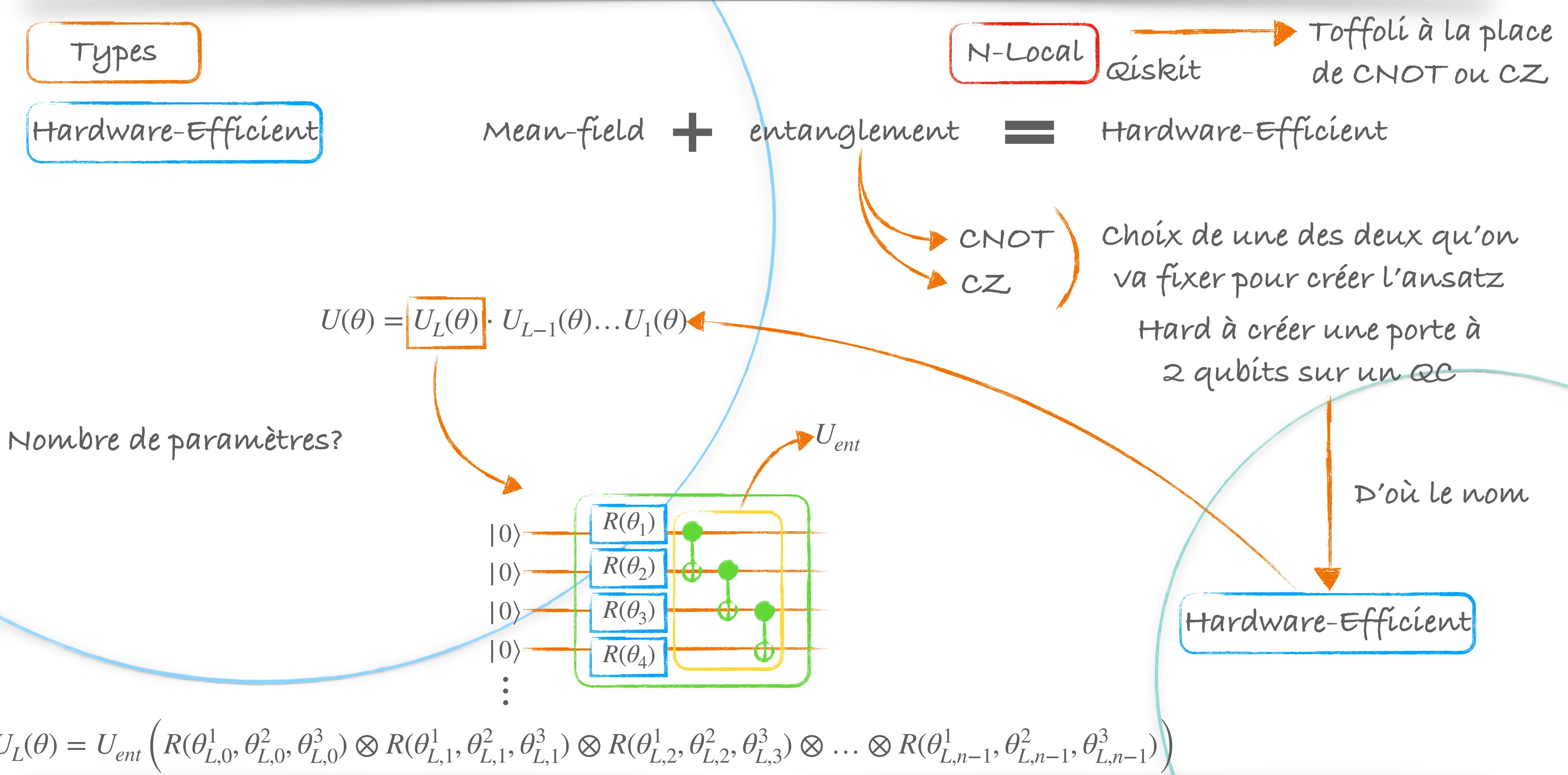
Hard à créer une porte à 2 qubits sur un QC

D'où le nom

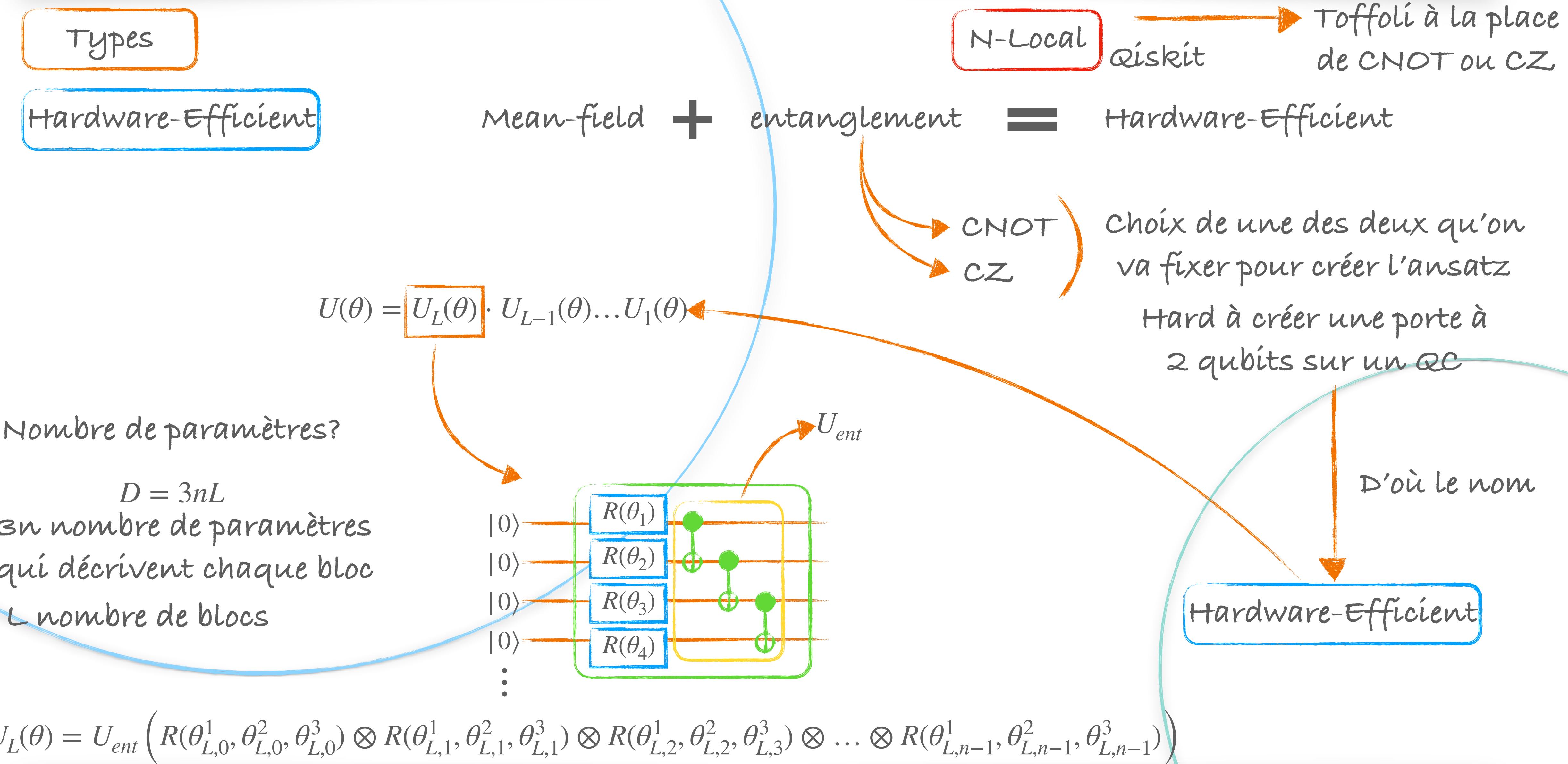
Hardware-Efficient

$$U_L(\theta) = U_{ent} \left(R(\theta_{L,0}^1, \theta_{L,0}^2, \theta_{L,0}^3) \otimes R(\theta_{L,1}^1, \theta_{L,1}^2, \theta_{L,1}^3) \otimes R(\theta_{L,2}^1, \theta_{L,2}^2, \theta_{L,2}^3) \otimes \dots \otimes R(\theta_{L,n-1}^1, \theta_{L,n-1}^2, \theta_{L,n-1}^3) \right)$$

Ansatz



Ansatz



Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Intrication

CZ gates

Linéaire

Ansatz

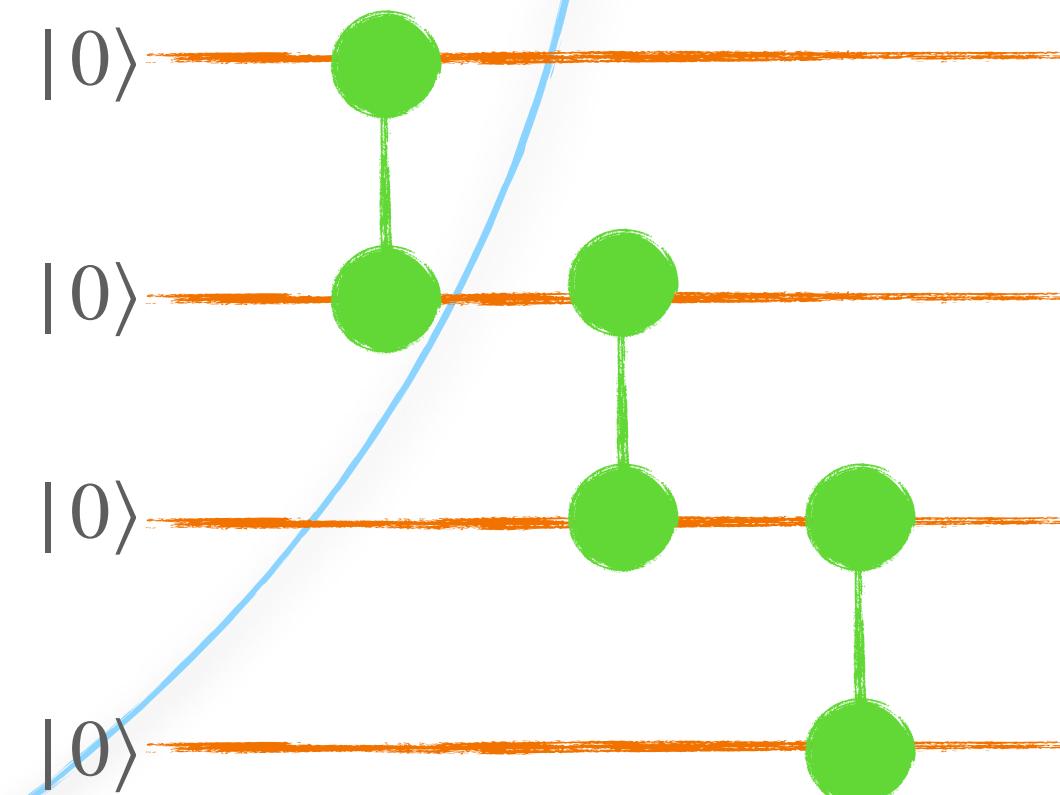
Types

Hardware-Efficient

Intrication

Linéaire

CZ gates



Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Intrication

CZ gates

circulaire

Ansatz

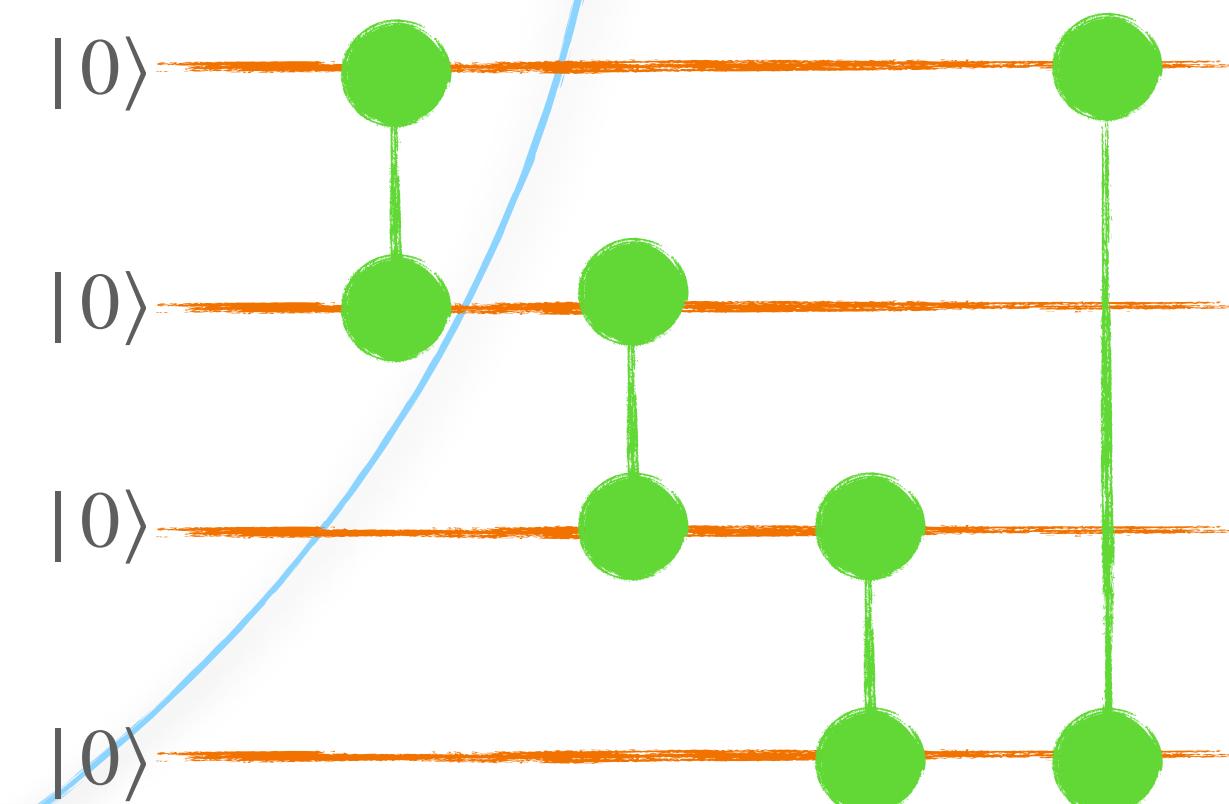
Types

Hardware-Efficient

Intrication

circulaire

CZ gates



Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Intrication

CZ gates

Full

Ansatz

Types

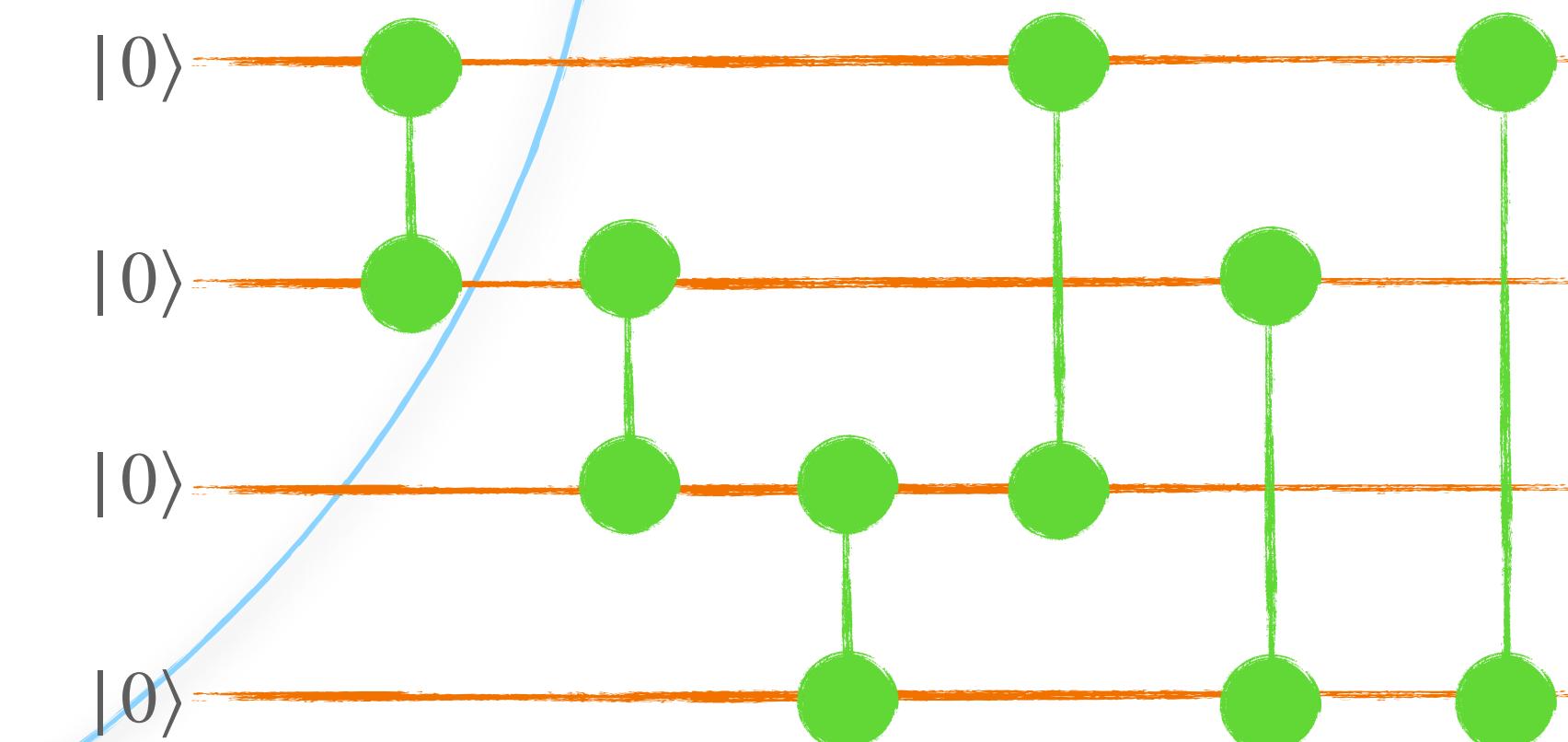
Hardware-Efficient

Intrication

CZ gates

Full

L'avantage des CZ est qu'elles n'ont pas d'ordre car elles commutent



Même rôle que les "fully connected layer" en deep learning classique
Seuls les angles de rotations changent car l'intrication est fixe

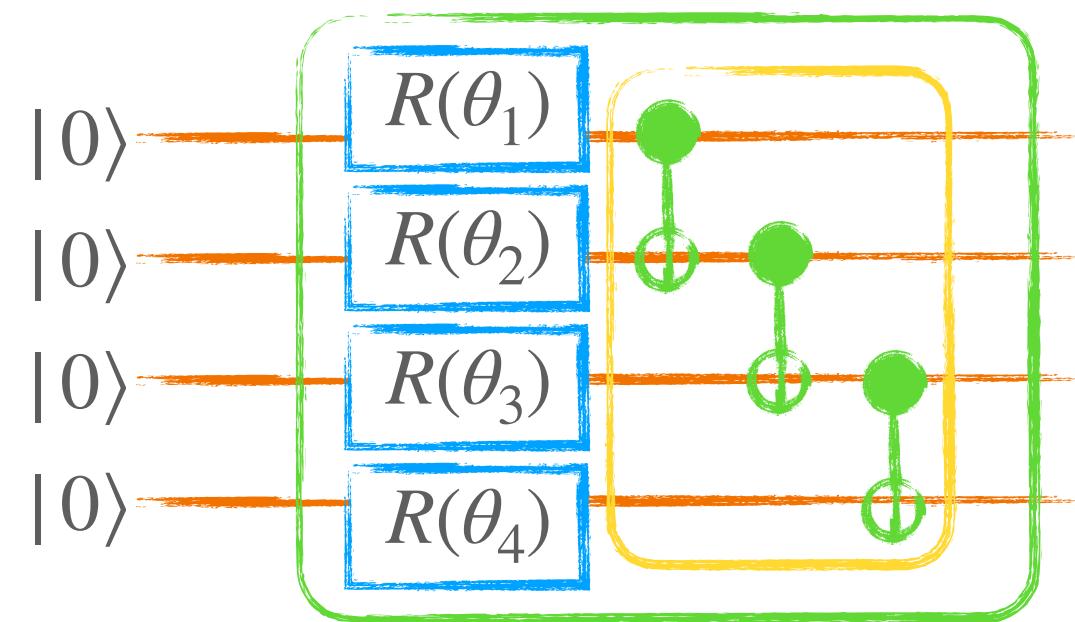
Ansatz

Types

Hardware-Efficient

2-Local

CNOTS
CZs



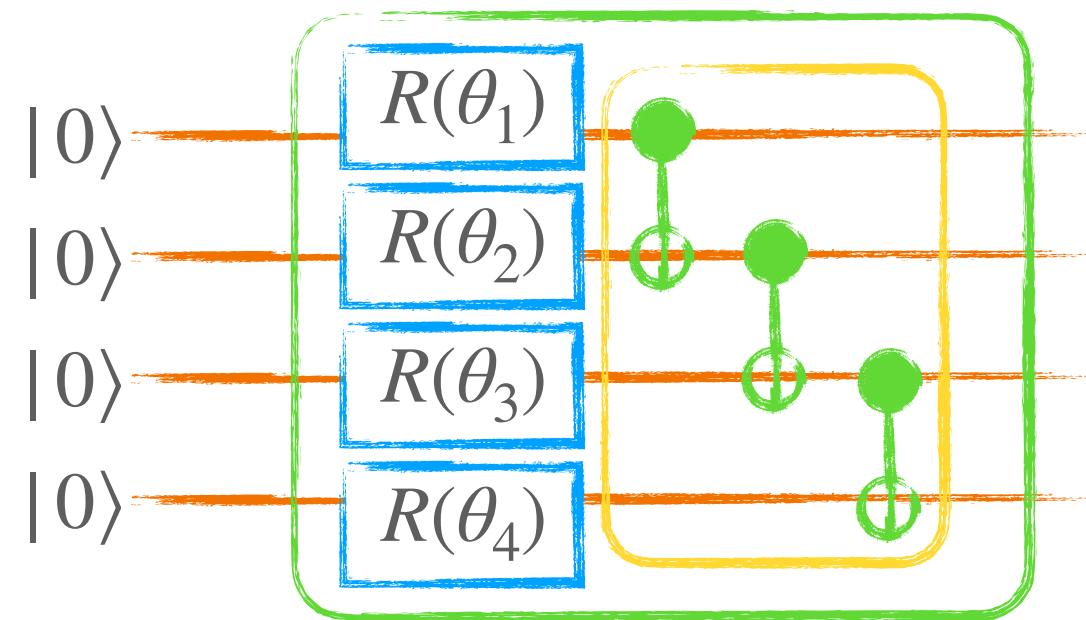
Ansatz

Types

Hardware-Efficient

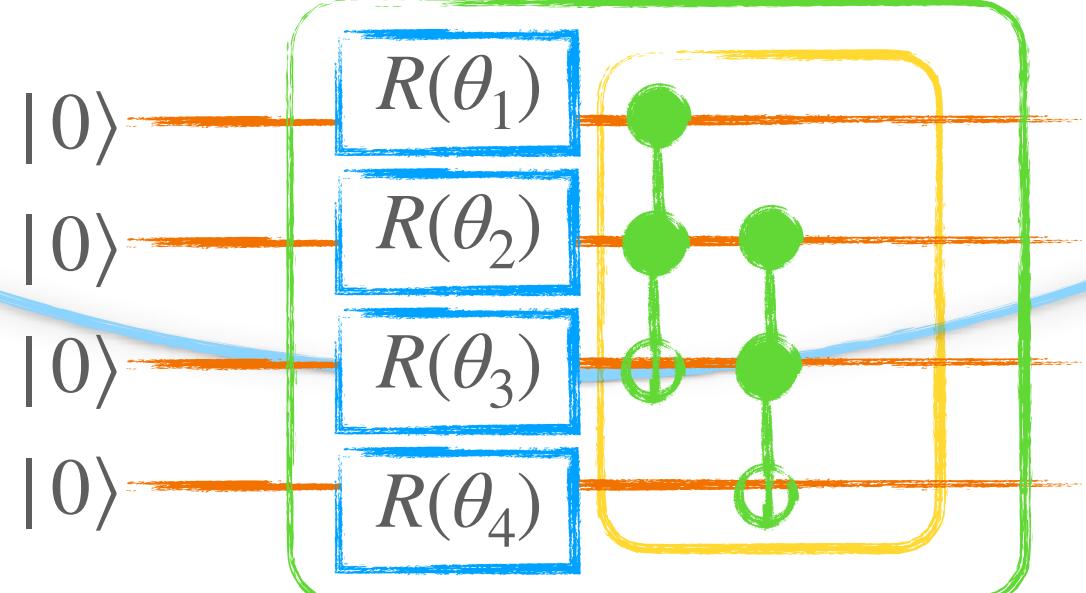
2-Local

CNOTS
CZs



N-Local

Toffolis

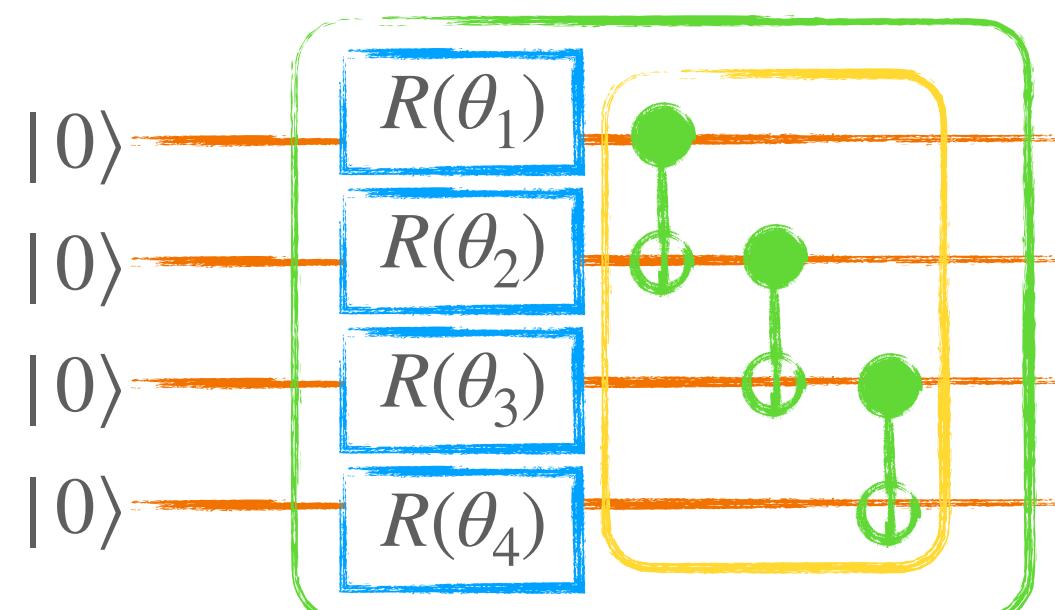


Ansatz

Types

Hardware-Efficient

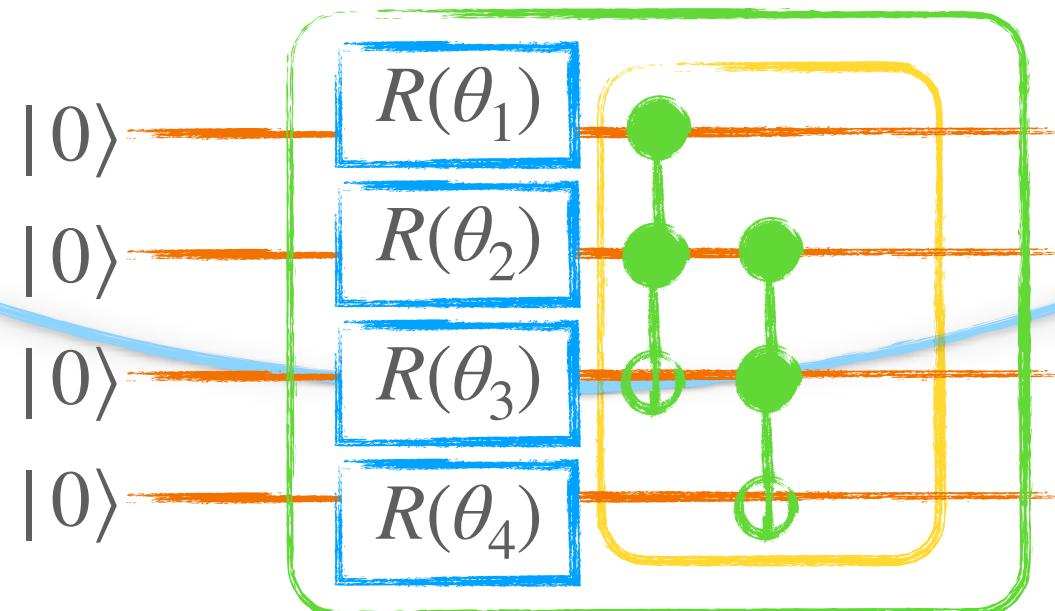
2-Local



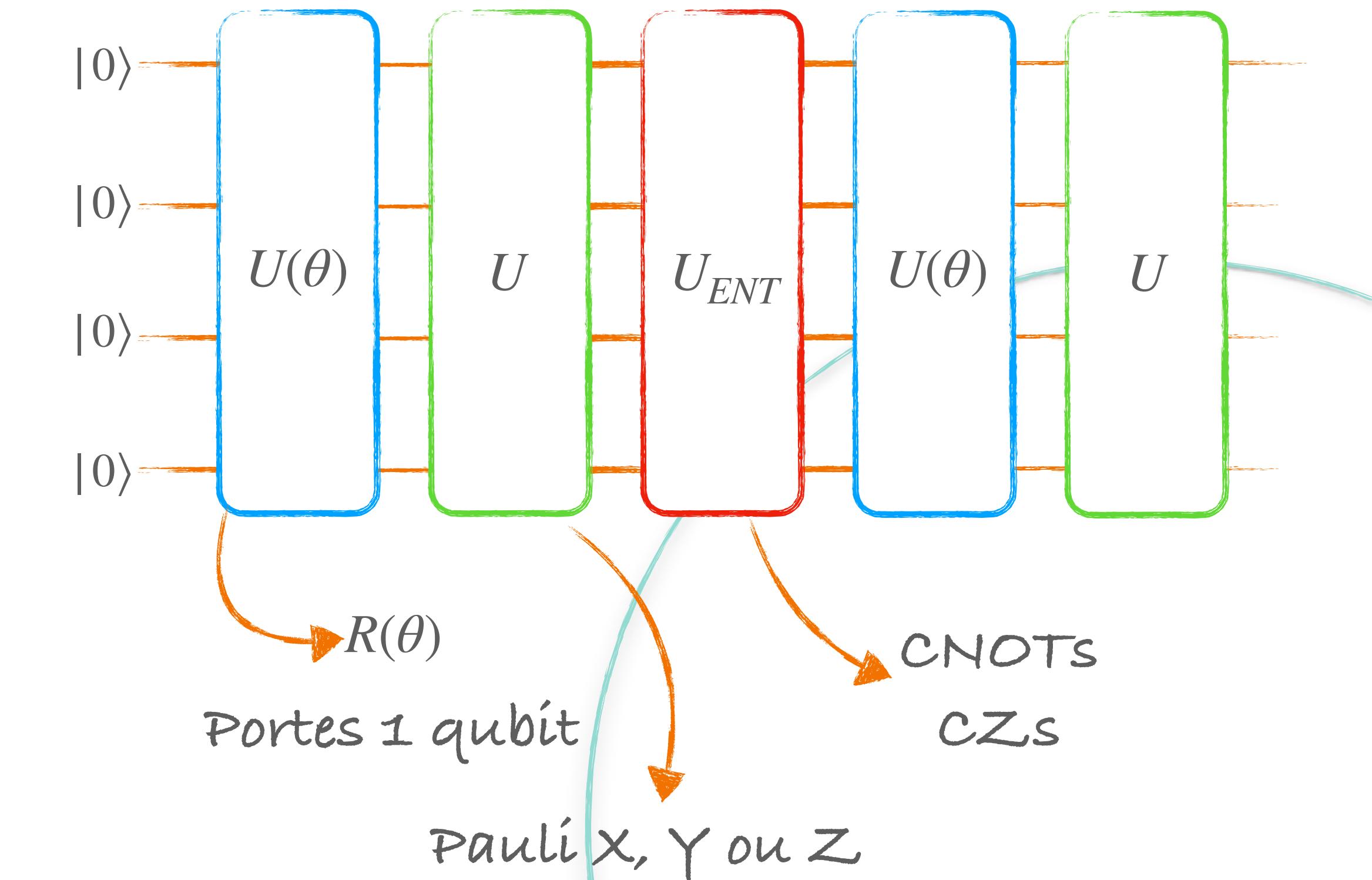
CNOTS
CZs

N-Local

Toffolis



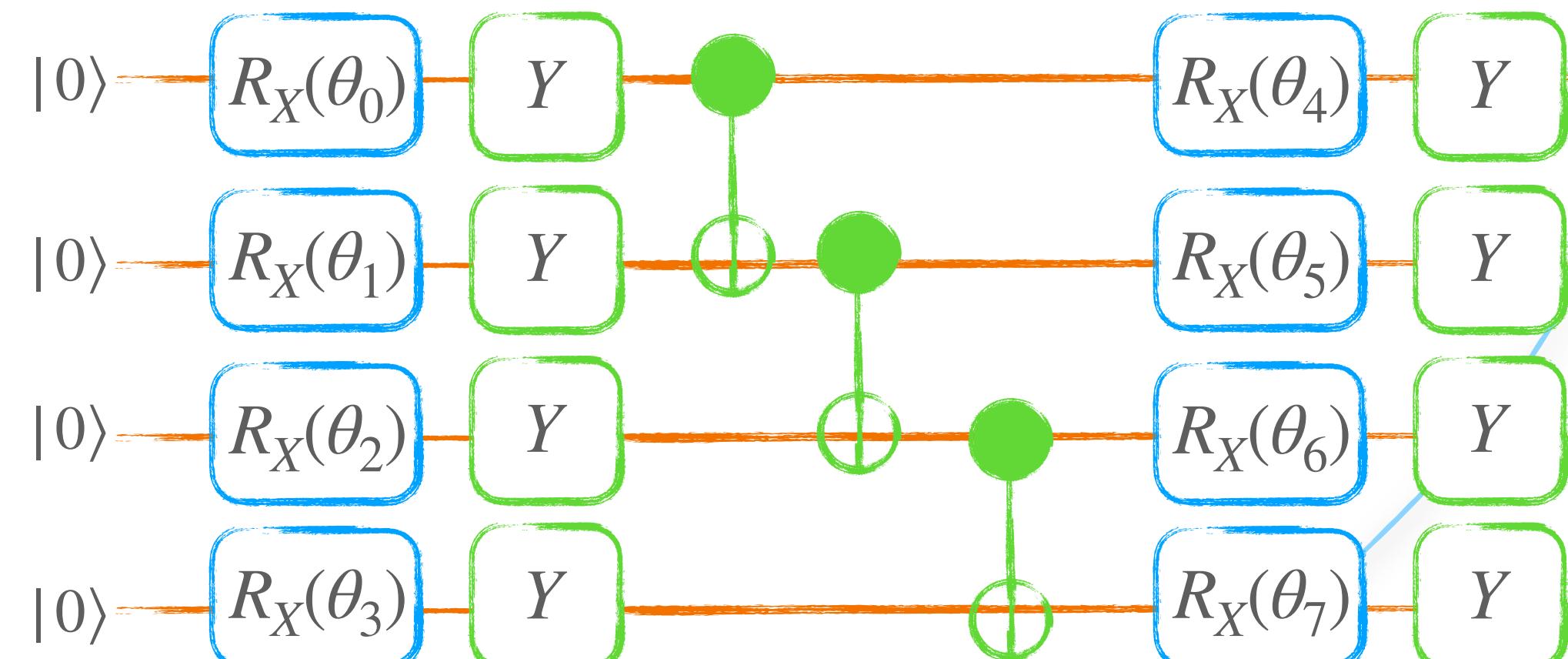
Efficient SU2



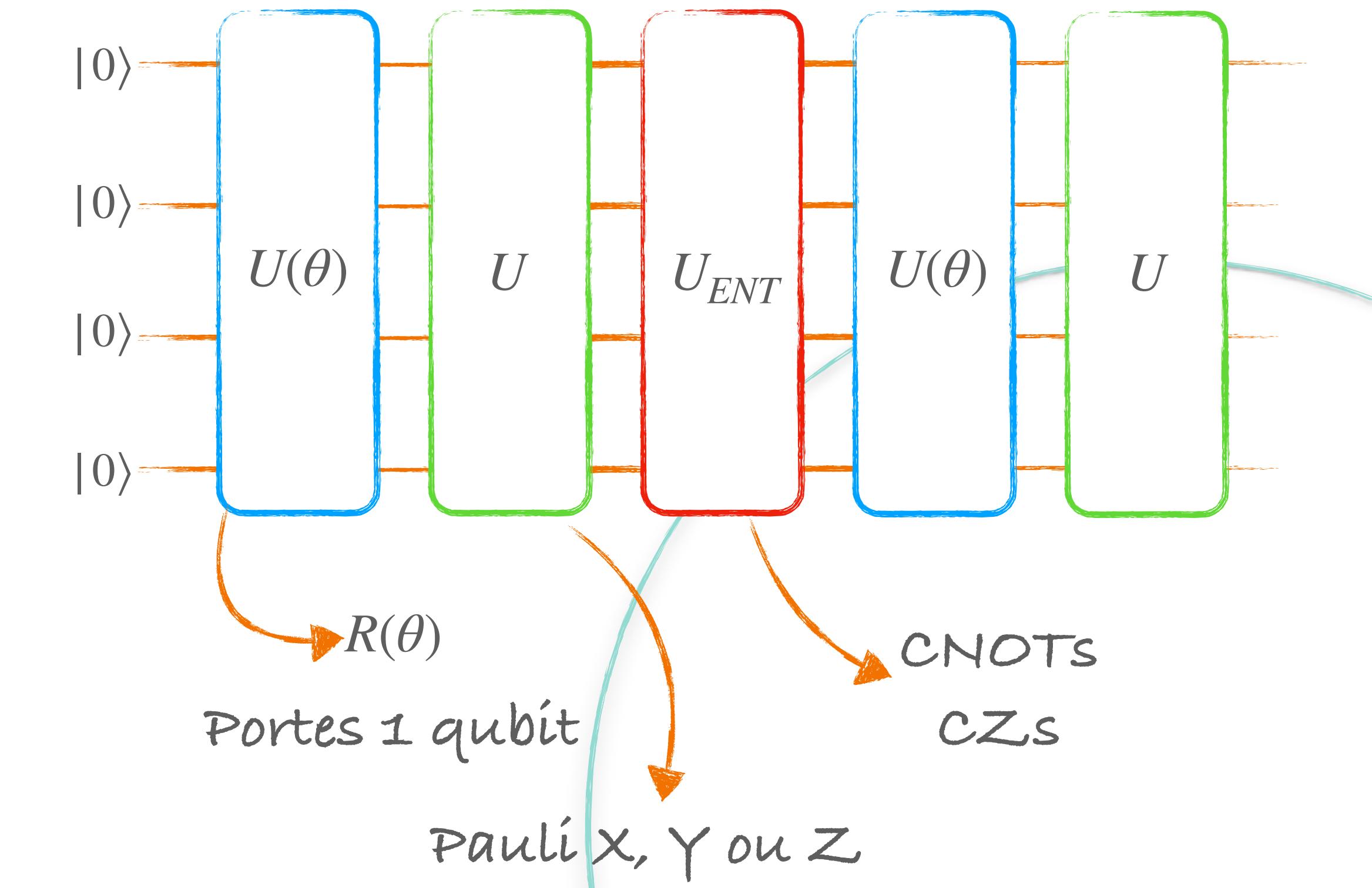
Ansatz

Types

Hardware-Efficient



Efficient SU2



Ansatz

Types

Hardware-Efficient

Avantages

versatile

Encode des symétries

Intrigue des qubits proches pour réduire la profondeur du circuit

Encode des Hamiltoniens dont la forme est similaire au Hardware

Inconvénient

L'initialisation aléatoire peut amener à des problèmes d'apprentissage

Spin Hamiltonian

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 2 qubits

Forme générale

$$C_{01}^{U(\theta)} = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes U(\theta)$$

Transformation unitaire
Par une porte à 1 qubit

qubit cible

qubit de contrôle

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 2 qubits

Forme générale

$$C_{01}^{U(\theta)} = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes U(\theta)$$

qubit de contrôle

qubit cible

Transformation unitaire
Par une porte à 1 qubit



$$CNOT_{jk}(\theta) = C_{jk}^{R_X(\theta)}$$

$$CZ_{jk}(\theta) = C_{jk}^{R_Z(\theta)}$$

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 2 qubits

Forme générale

$$C_{01}^{U(\theta)} = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes U(\theta)$$

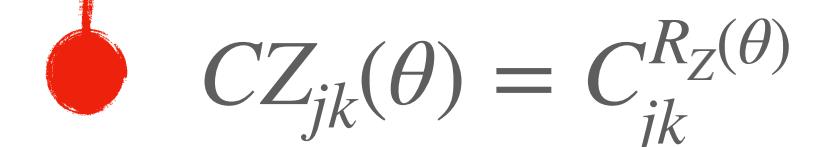
qubit de contrôle

qubit cible

Transformation unitaire
Par une porte à 1 qubit



$$CNOT_{jk}(\theta) = C_{jk}^{R_X(\theta)}$$



$$CZ_{jk}(\theta) = C_{jk}^{R_Z(\theta)}$$

Prenons des portes de Pauli P et Q:

$$R_{PQ} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}(P \otimes Q)\right)$$

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 2 qubits

Forme générale

$$C_{01}^{U(\theta)} = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes U(\theta)$$

qubit de contrôle

qubit cible

Transformation unitaire
Par une porte à 1 qubit


$$CNOT_{jk}(\theta) = C_{jk}^{R_X(\theta)}$$
$$CZ_{jk}(\theta) = C_{jk}^{R_Z(\theta)}$$

Prenons des portes de Pauli P et Q:

$$R_{PQ} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}(P \otimes Q)\right)$$

Pour une porte ZZ on a:

$$R_{ZZ} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}(Z \otimes Z)\right)$$

Ansatz

Types

Portes paramétrées à 2 qubits

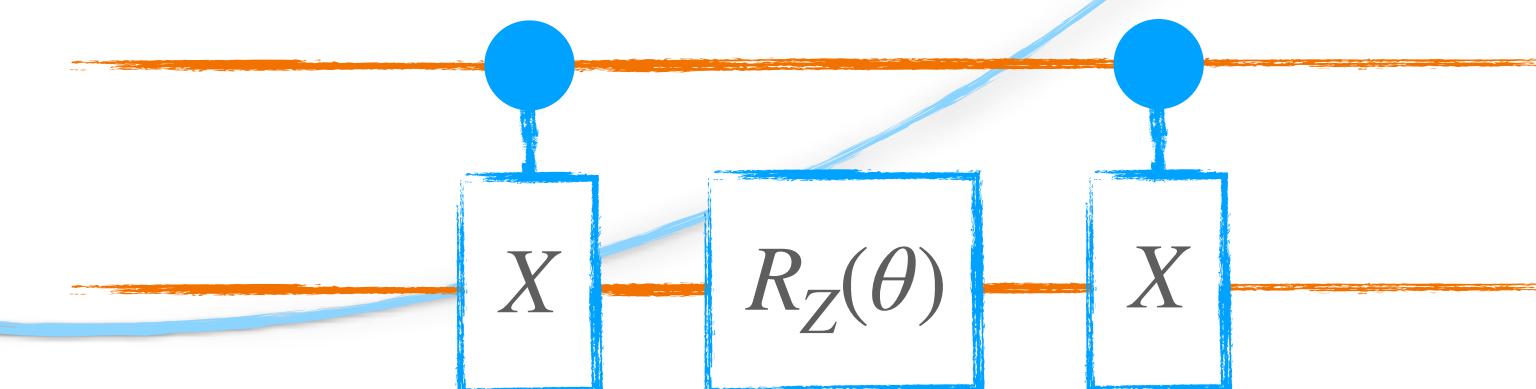
Forme générale

$$C_{01}^{U(\theta)} = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes U(\theta)$$

qubit de contrôle

qubit cible

Transformation unitaire
Par une porte à 1 qubit



$$CNOT_{jk}(\theta) = C_{jk}^{R_X(\theta)}$$



$$CZ_{jk}(\theta) = C_{jk}^{R_Z(\theta)}$$

Prenons des portes de Pauli P et Q:

$$R_{PQ} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}(P \otimes Q)\right)$$

Pour une porte ZZ on a:

$$R_{ZZ} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}(Z \otimes Z)\right)$$

Ansatz

Types

Problème spécifique Ansatz

Quelle ansatz utiliser?

Ansatz

Types

Problème spécifique Ansatz

Quelle ansatz utiliser?

Création d'un Hamiltonien

Expertise du domaine

Chaine de Pauli

$$H = \text{III}ZZ + \text{IIZIZ} + \text{IZIIZ} + \text{ZIIIIZ}$$

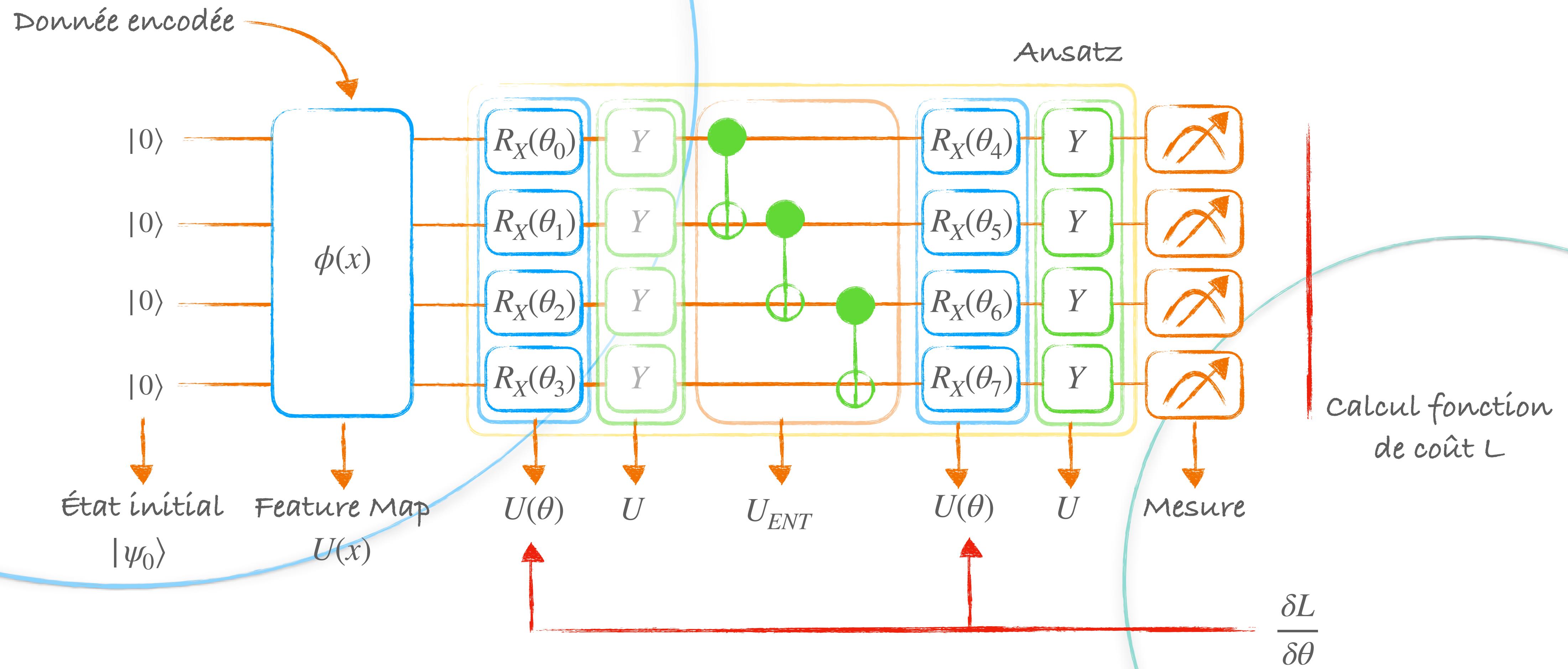
Barren Plateaus

Barren Plateaus

Définition

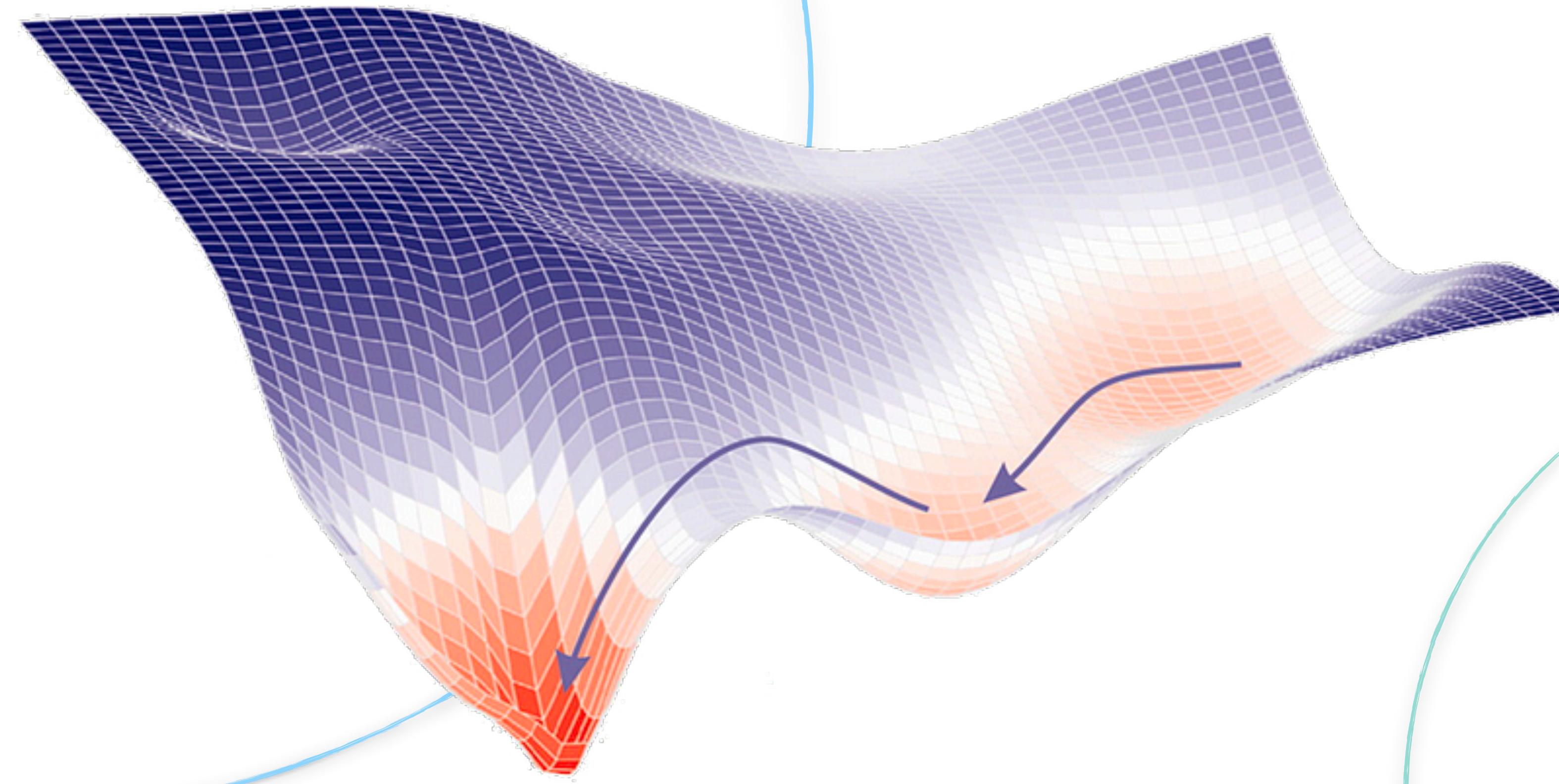
Barren plateau landscapes correspond to gradients that vanish exponentially in the number of qubits.

Barren Plateaus



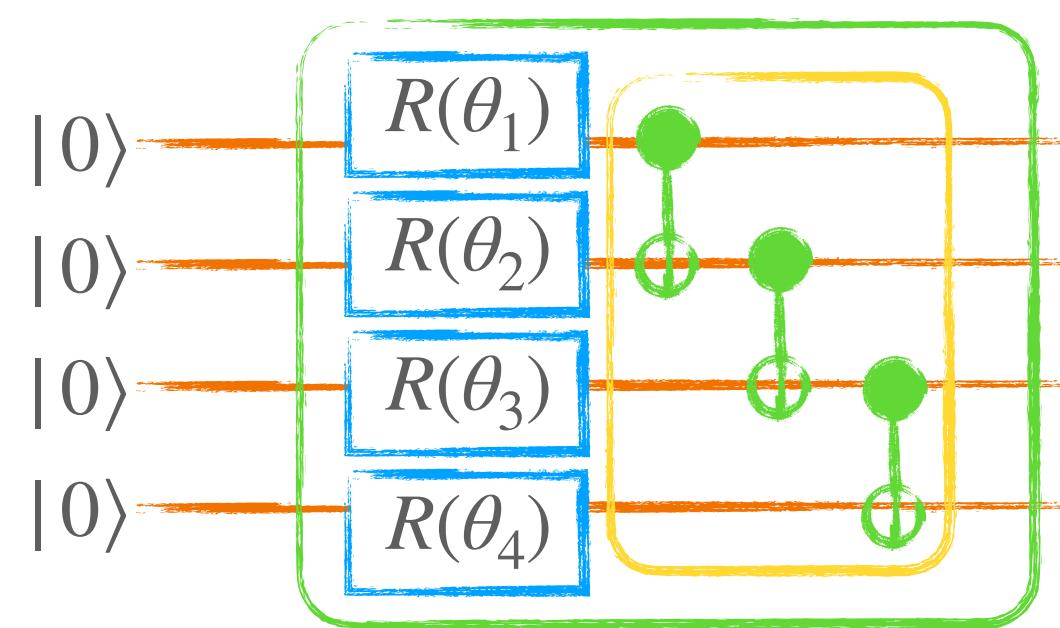
Barren Plateaus

"Landscape" défini par l'ansatz



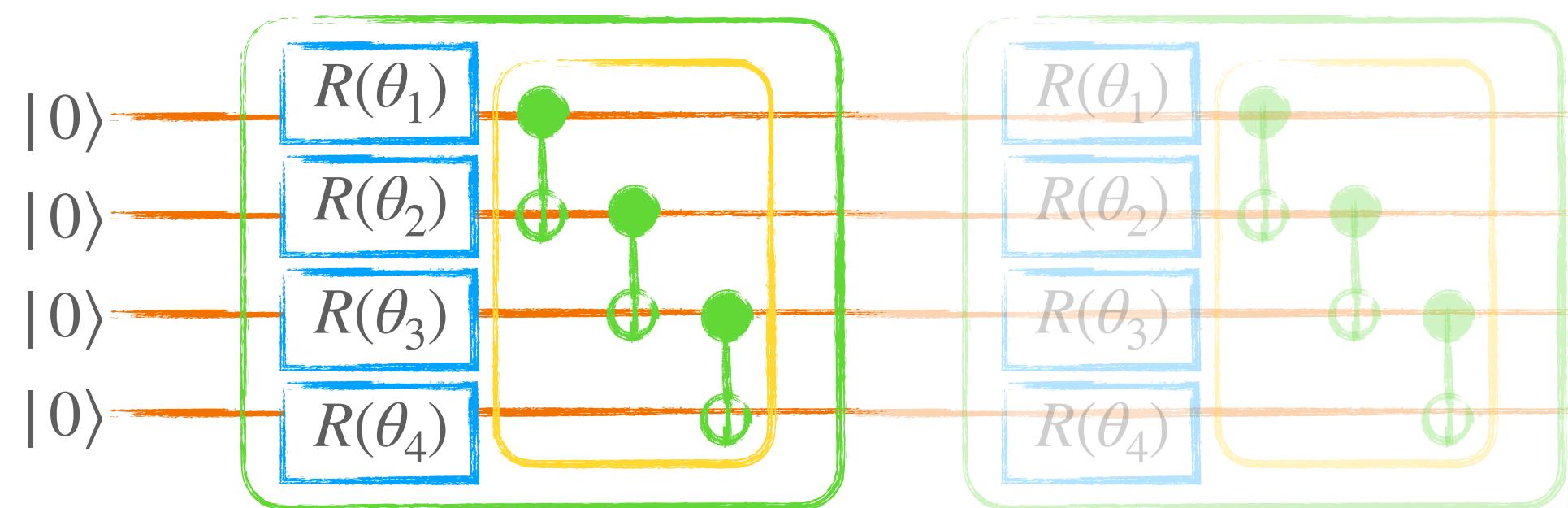
Barren Plateaus

2-local



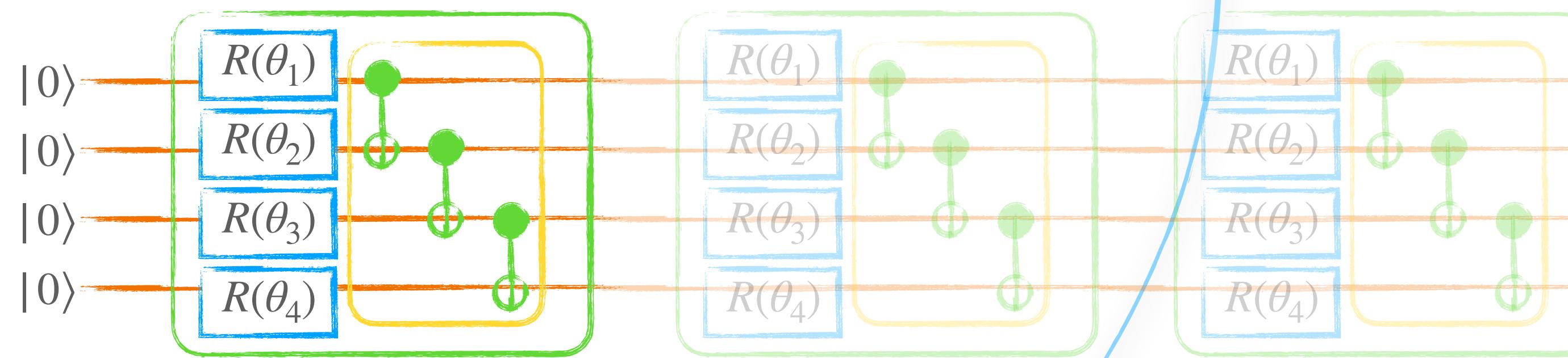
Barren Plateaus

2-local



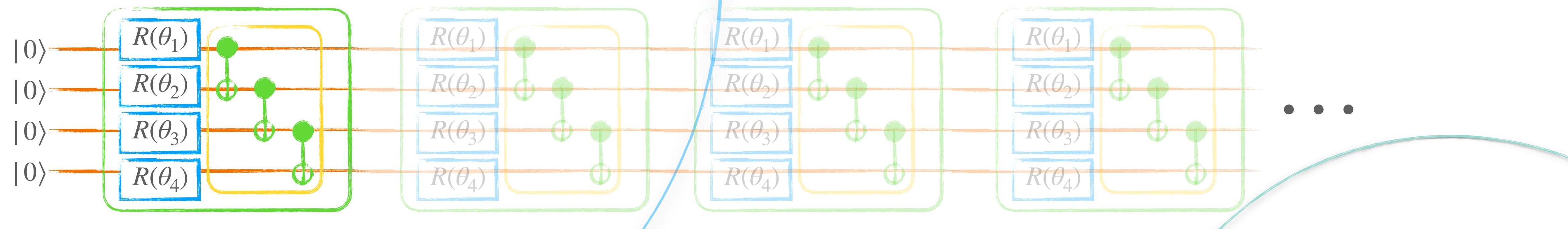
Barren Plateaus

2-local



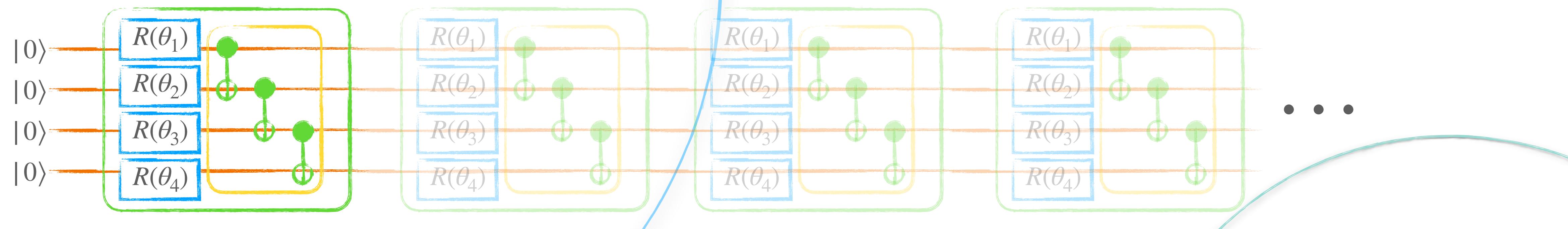
Barren Plateaus

2-local



Barren Plateaus

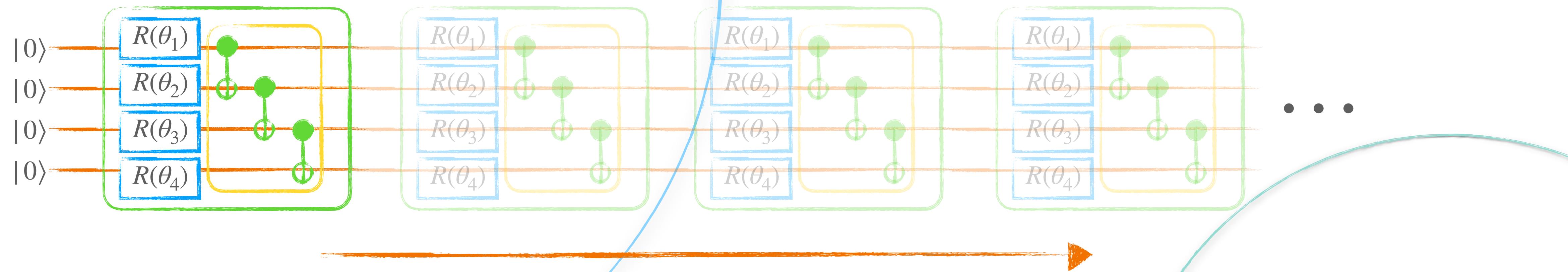
2-local



$O(\text{poly}(n))$
Complexité

Barren Plateaus

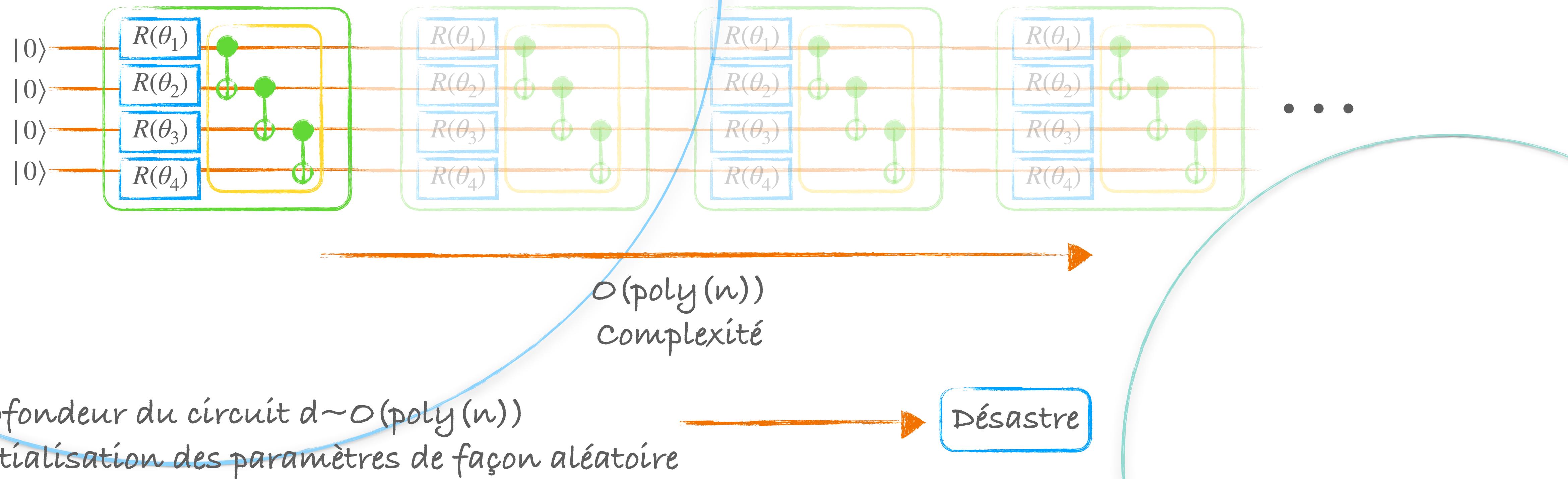
2-local



Profondeur du circuit $\sim O(\text{poly}(n))$
Initialisation des paramètres de façon aléatoire

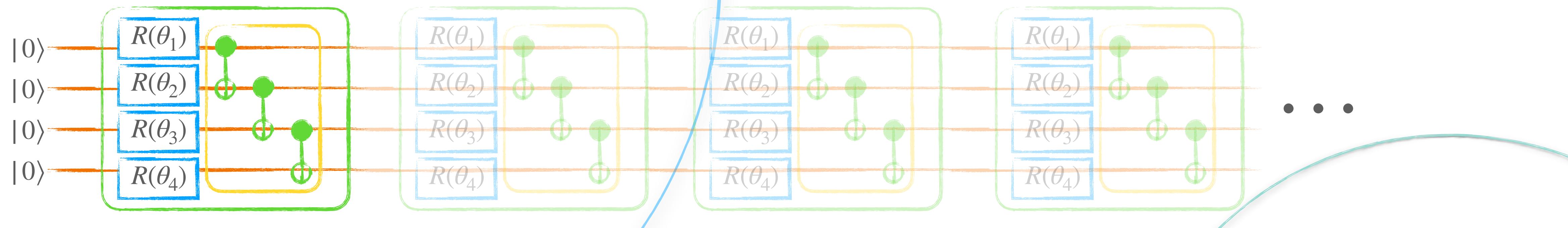
Barren Plateaus

2-local



Barren Plateaus

2-local



$O(\text{poly}(n))$
Complexité

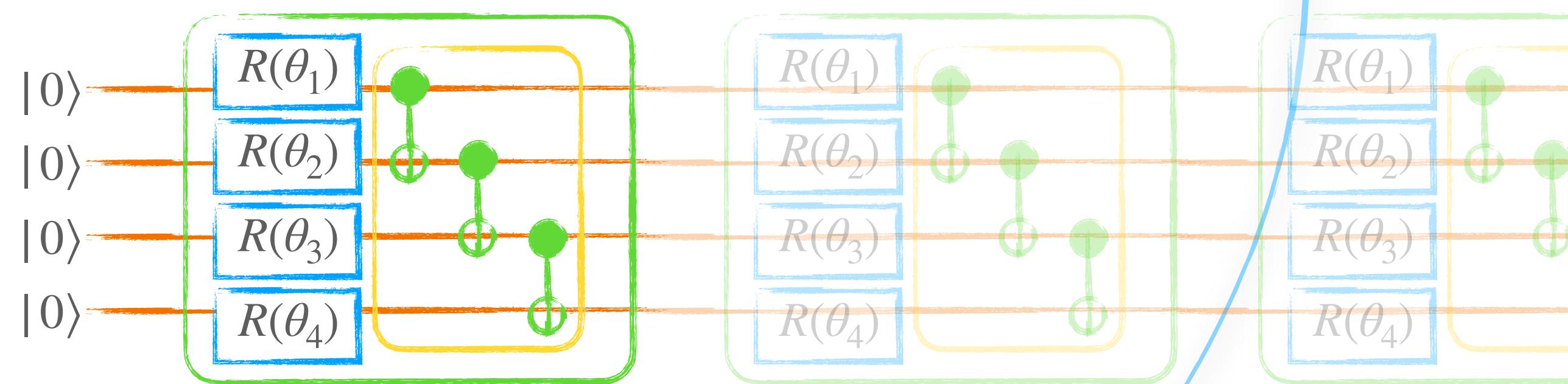
Profondeur du circuit $\sim O(\text{poly}(n))$
Initialisation des paramètres de façon aléatoire

$\langle \delta_k C \rangle = 0$
 $\text{Var} [\delta_k C] = 2^{-n}$

Désastre

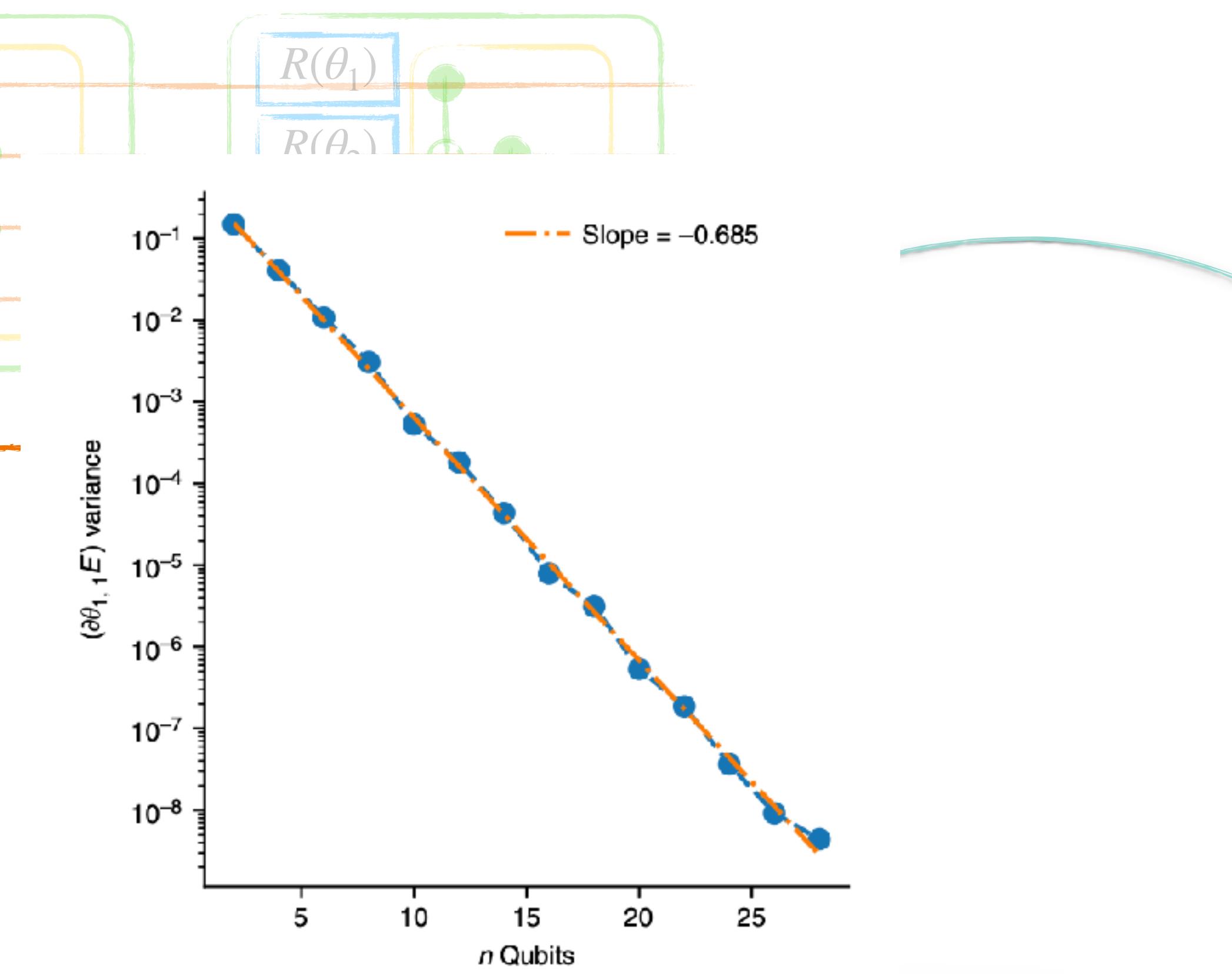
Barren Plateaus

2-local



Profondeur du circuit $\sim O(\text{poly}(n))$
Initialisation des paramètres de façon aléatoire

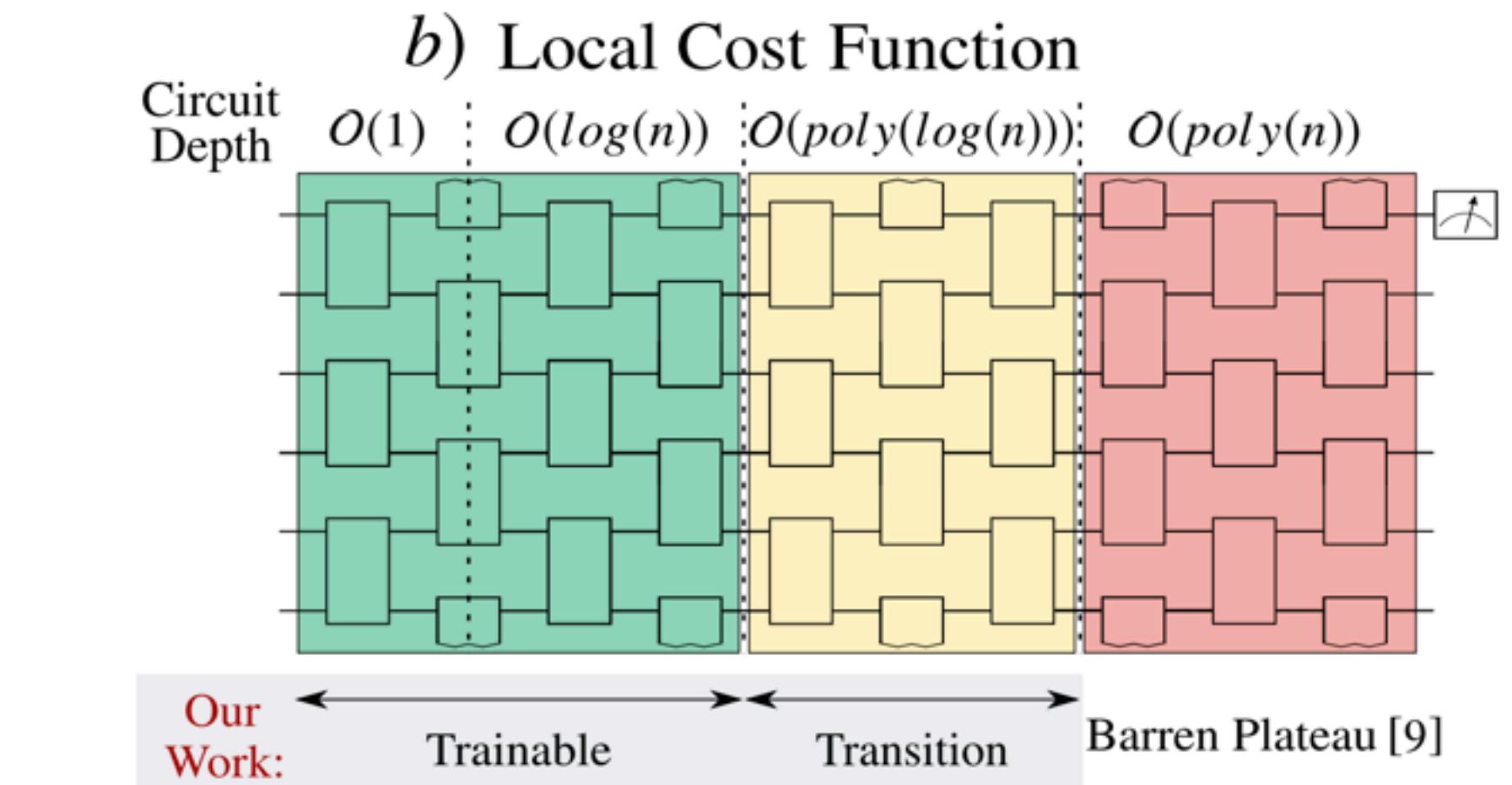
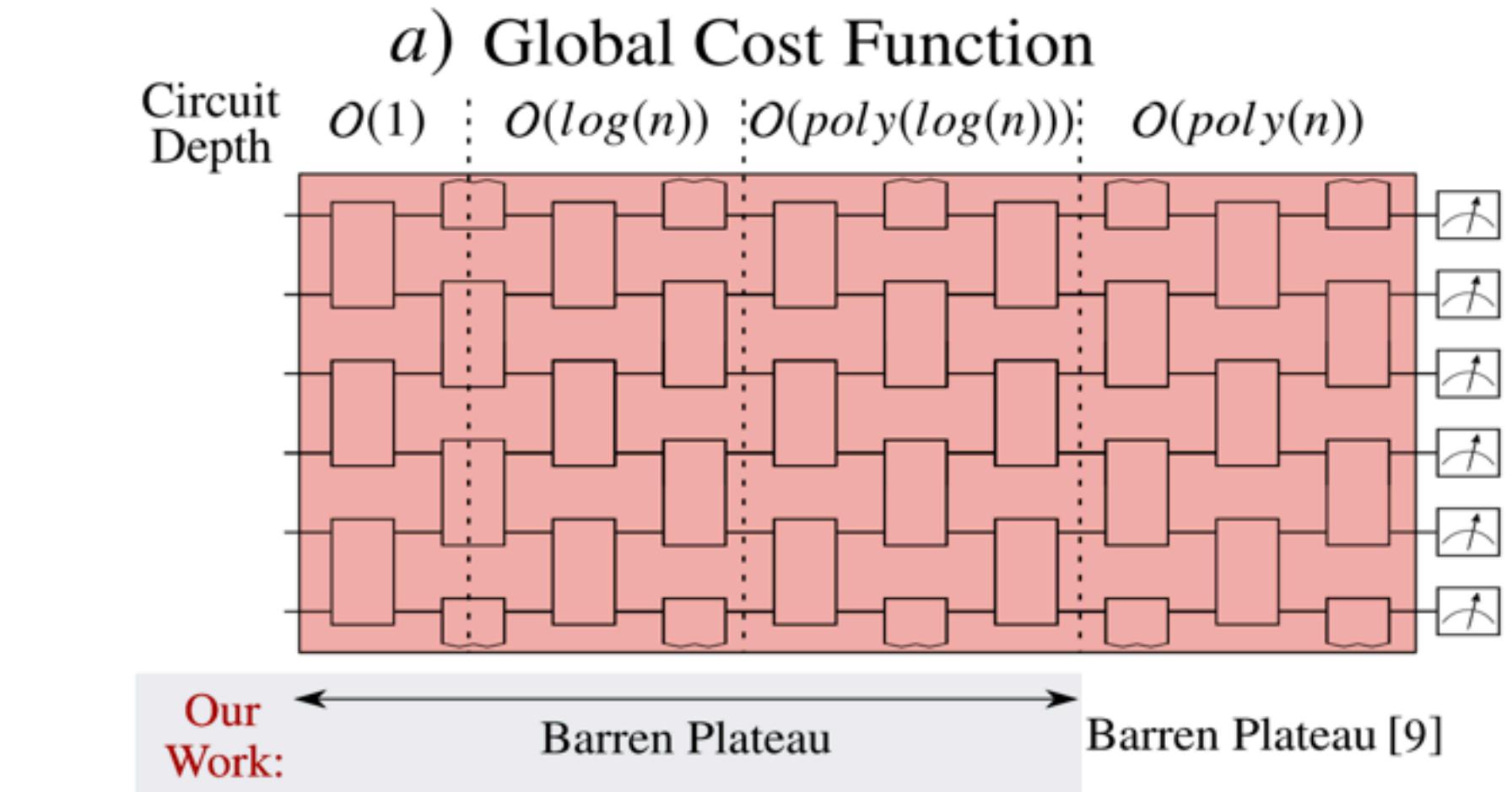
Désastre



Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

Fonction de coût locale



Plus petit circuit -> "shallow" circuit

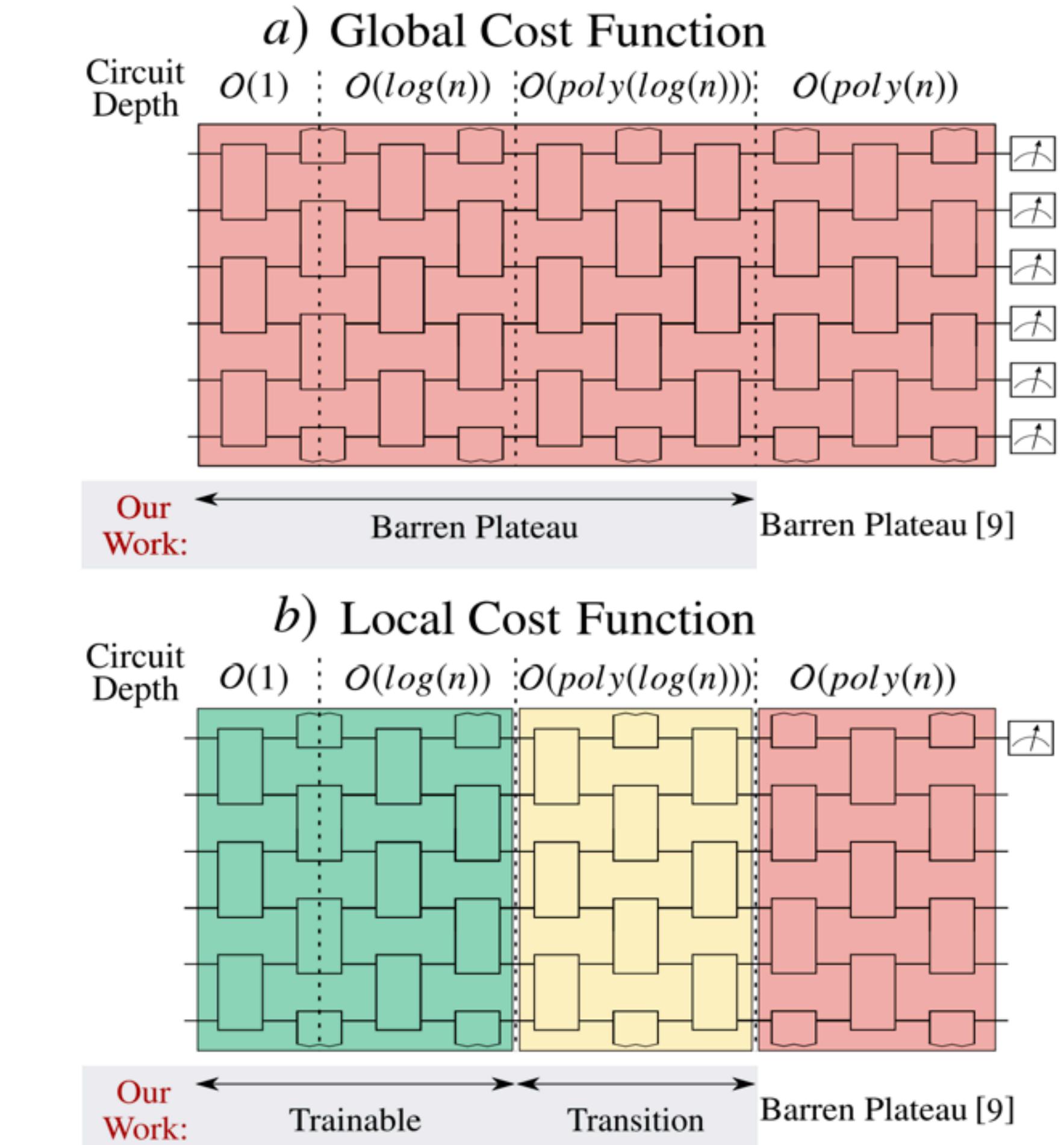
Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

Fonction de coût locale



Comparer les opérateurs ou états quantiques pour chaque qubit individuel et non de façon globale.



Plus petit circuit -> "shallow" circuit

Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

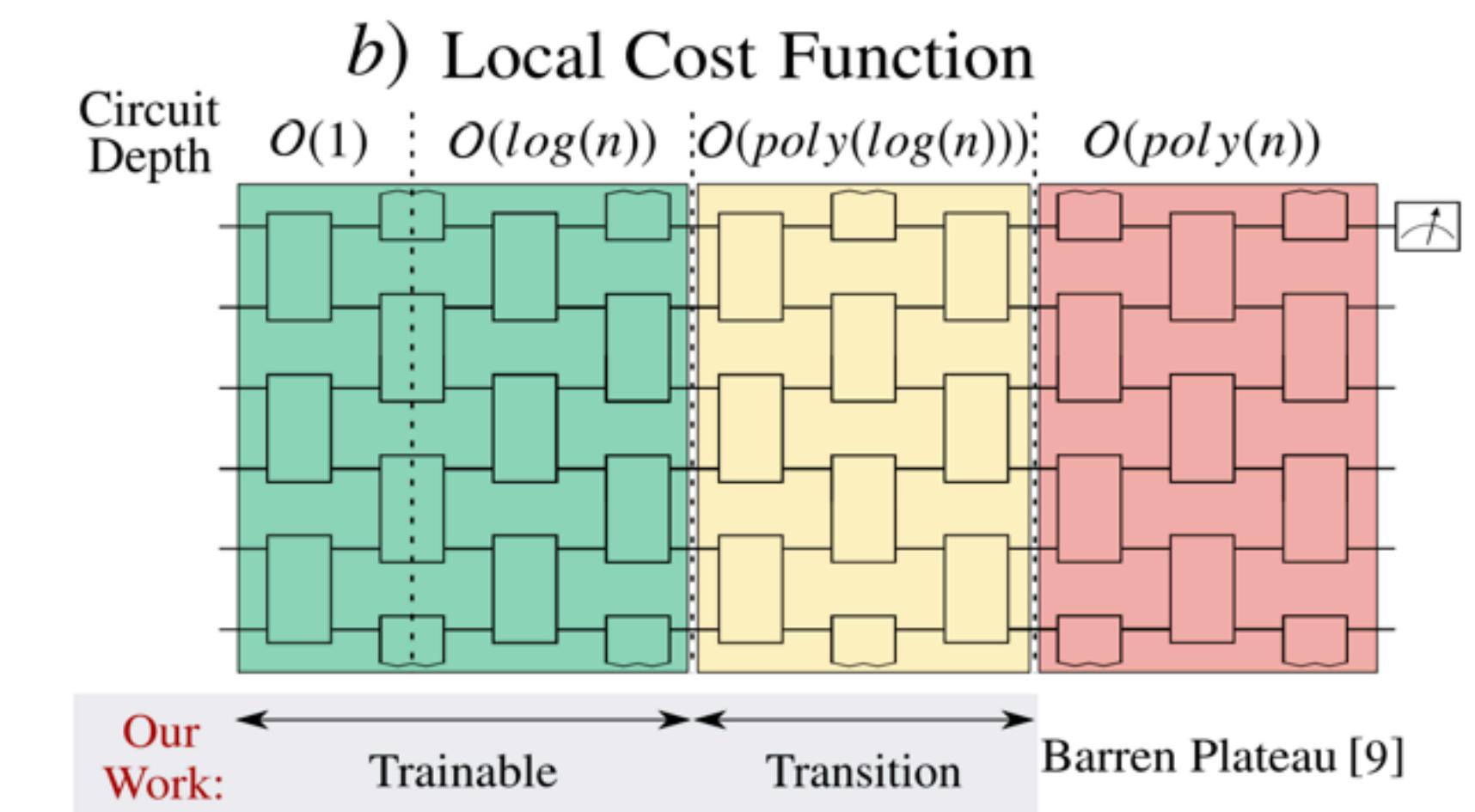
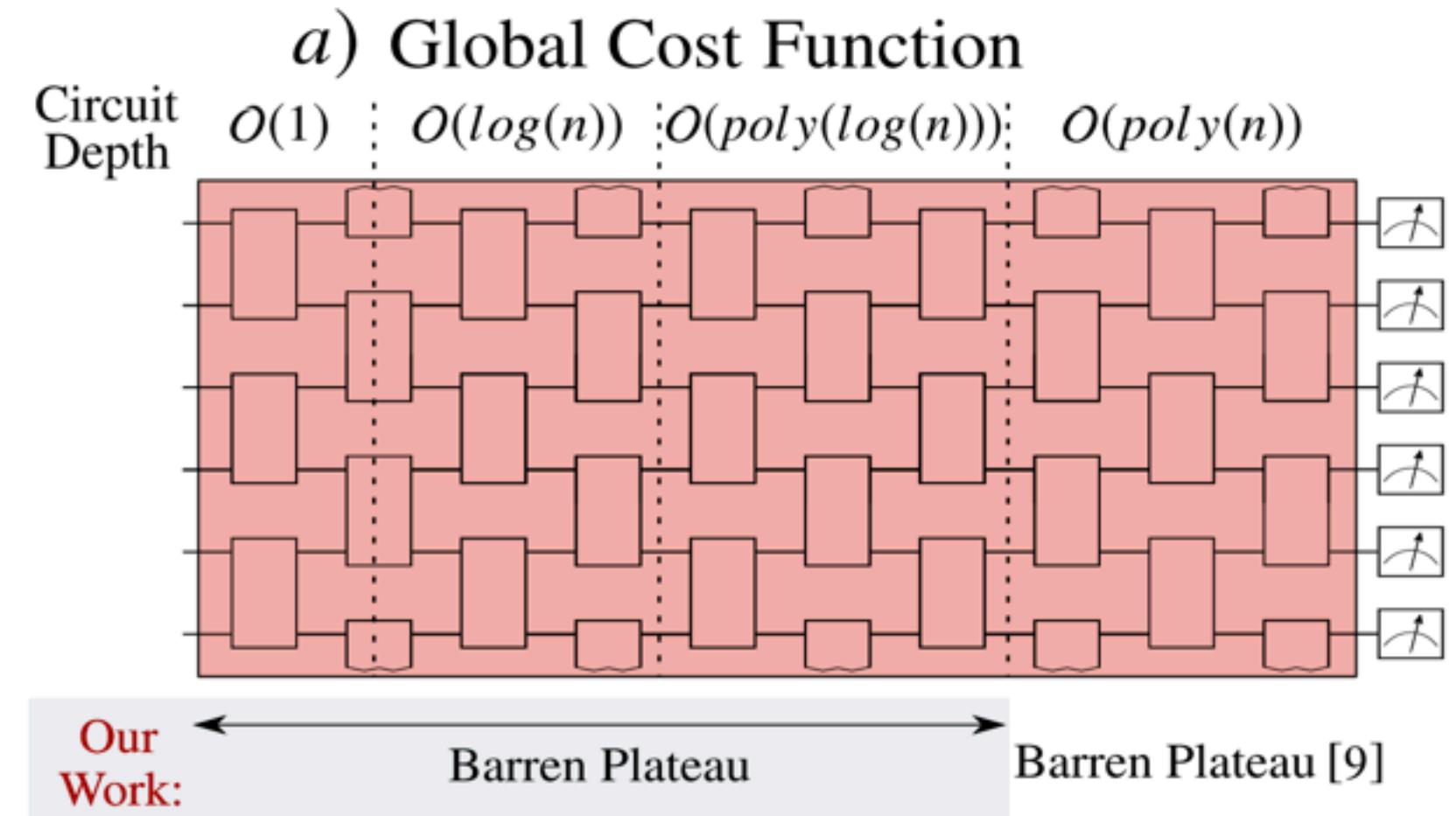
Fonction de coût locale



Comparer les opérateurs ou états quantiques pour chaque qubit individuel et non de façon globale.



Le gradient de la fonction de coût locale disparaît également mais de façon polynomiale et non exponentielle



Plus petit circuit -> "shallow" circuit

Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

Fonction de coût locale



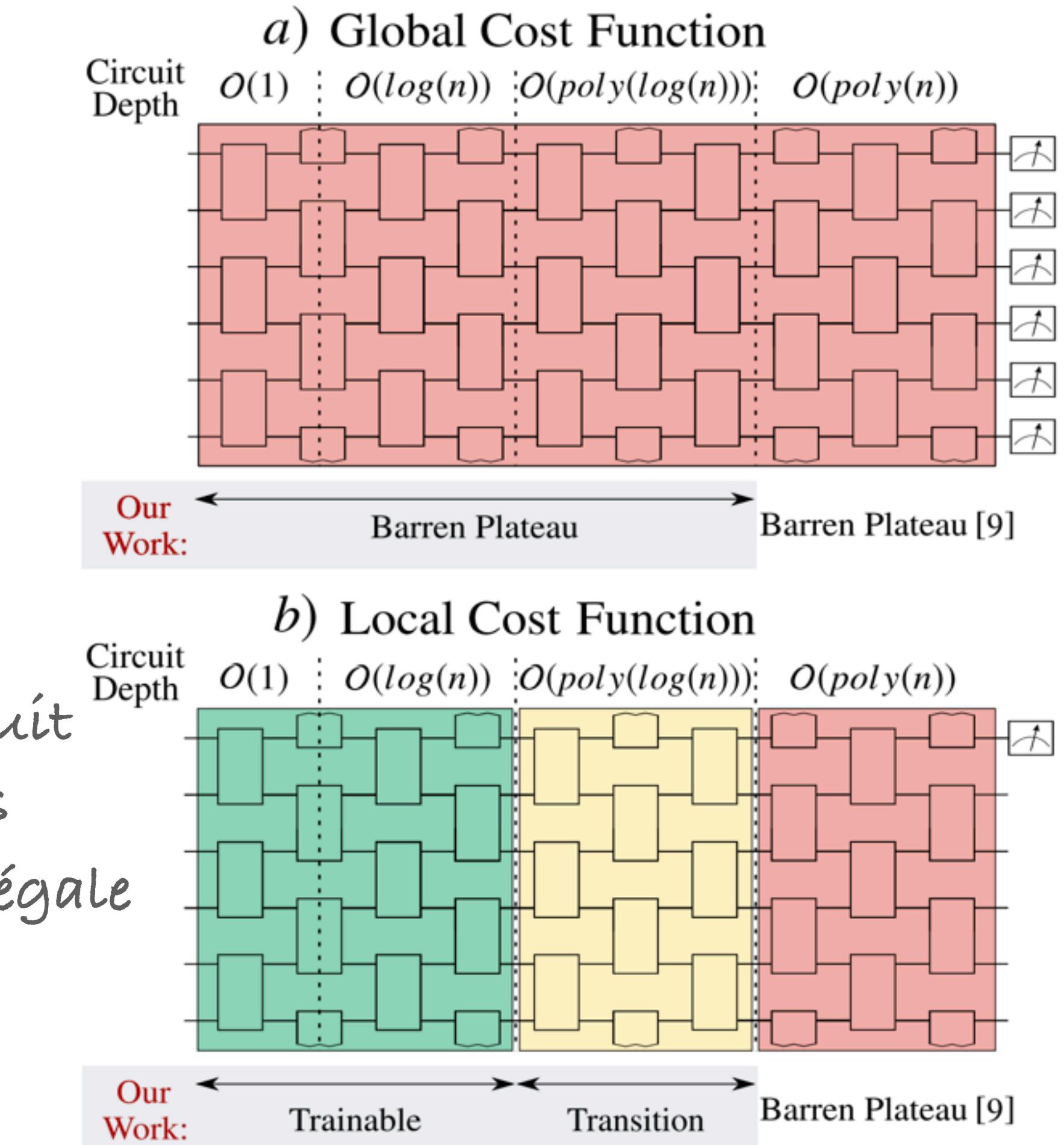
Comparer les opérateurs ou états quantiques pour chaque qubit individuel et non de façon globale.



Estimation du comportement du circuit complet en utilisant quelques qubits

La valeur sera toujours inférieure ou égale à la fonction de coût globale

Le gradient de la fonction de coût locale disparaît également mais de façon polynomiale et non exponentielle



Plus petit circuit -> "shallow" circuit

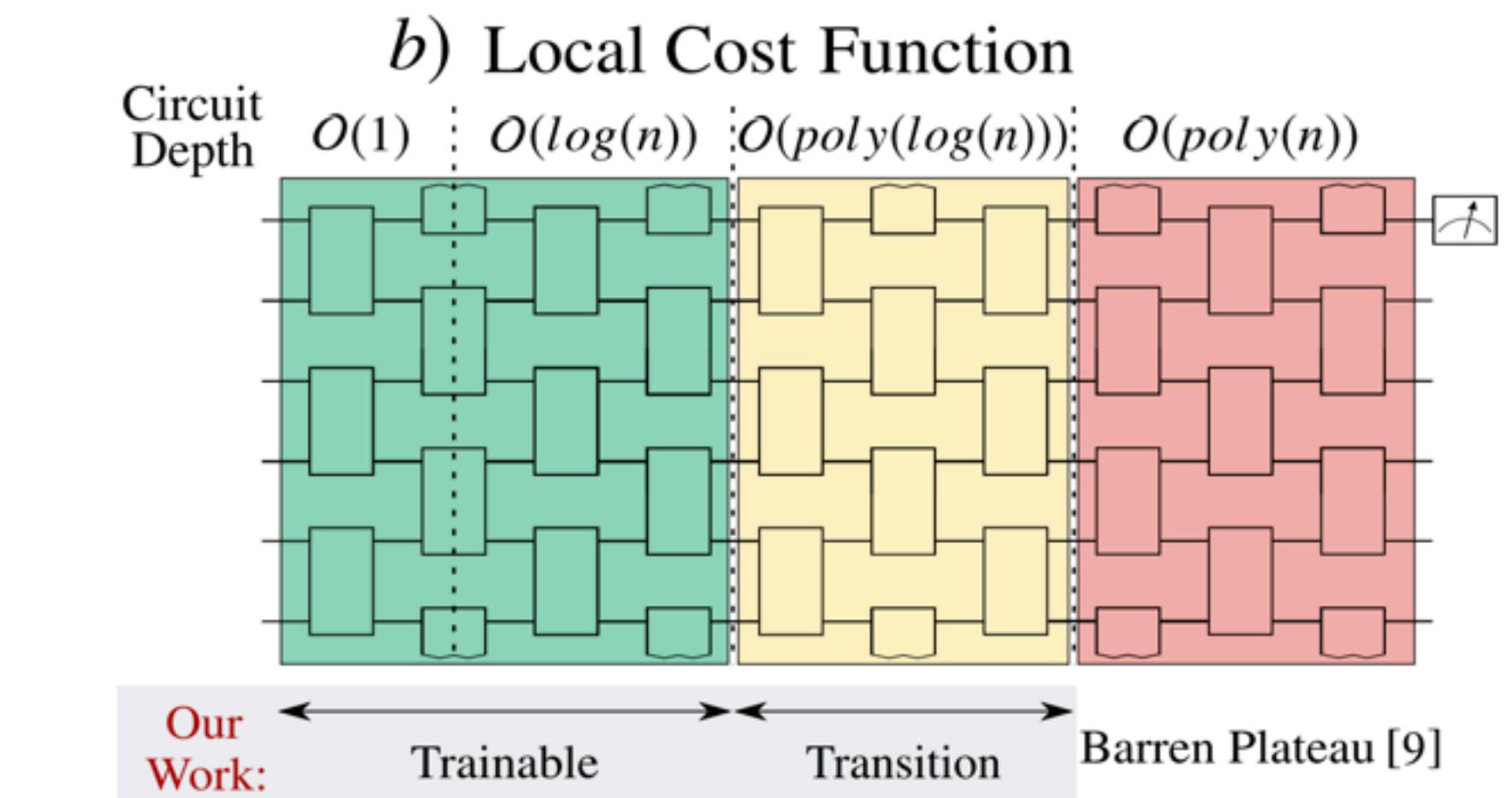
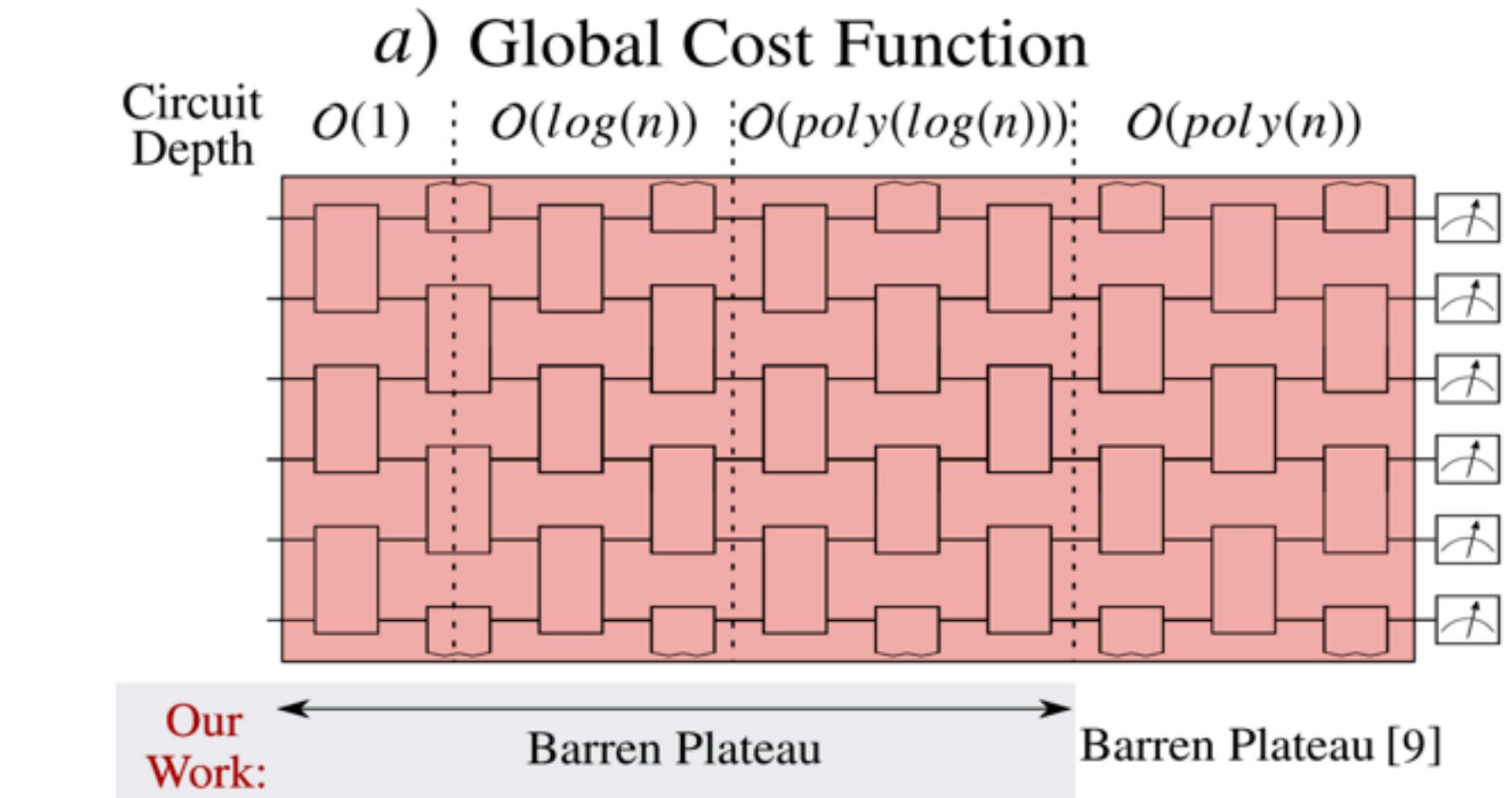
Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

Exemple

Essai d'apprentissage de la porte identité

Mesure de l'état $|0\dots0\rangle$



Plus petit circuit -> "shallow" circuit

Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

Exemple

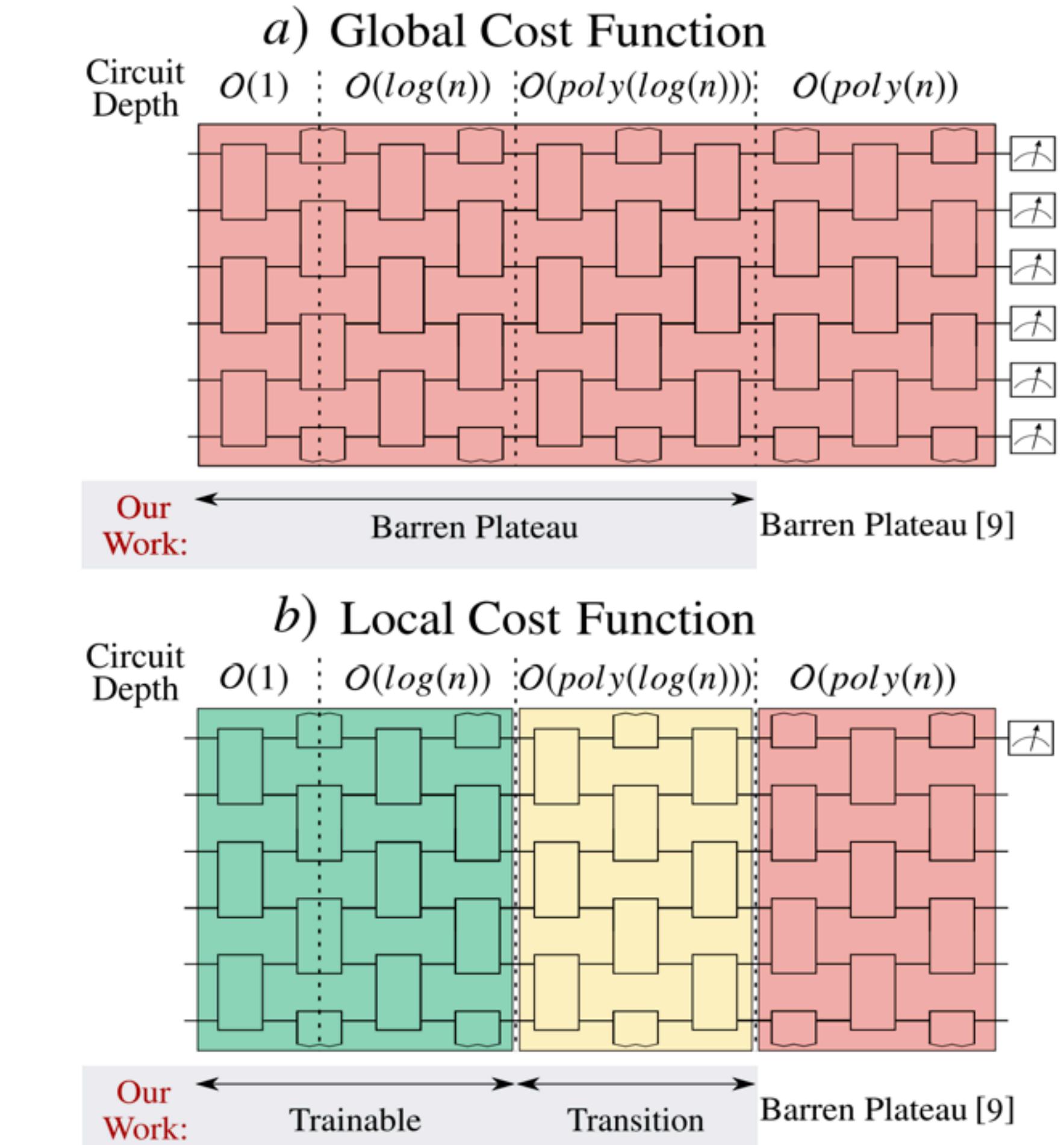
Essai d'apprentissage de la porte identité

Mesure de l'état $|0\dots 0\rangle$

Fonction de coût

$$C = \langle \psi(\theta) | (I - |0\rangle\langle 0|) | \psi(\theta) \rangle = 1 - p_{|0\rangle}$$

1 moins la proba d'obtenir 0



Plus petit circuit \rightarrow "shallow" circuit

Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

Exemple

Essai d'apprentissage de la porte identité

Mesure de l'état $|0\dots0\rangle$

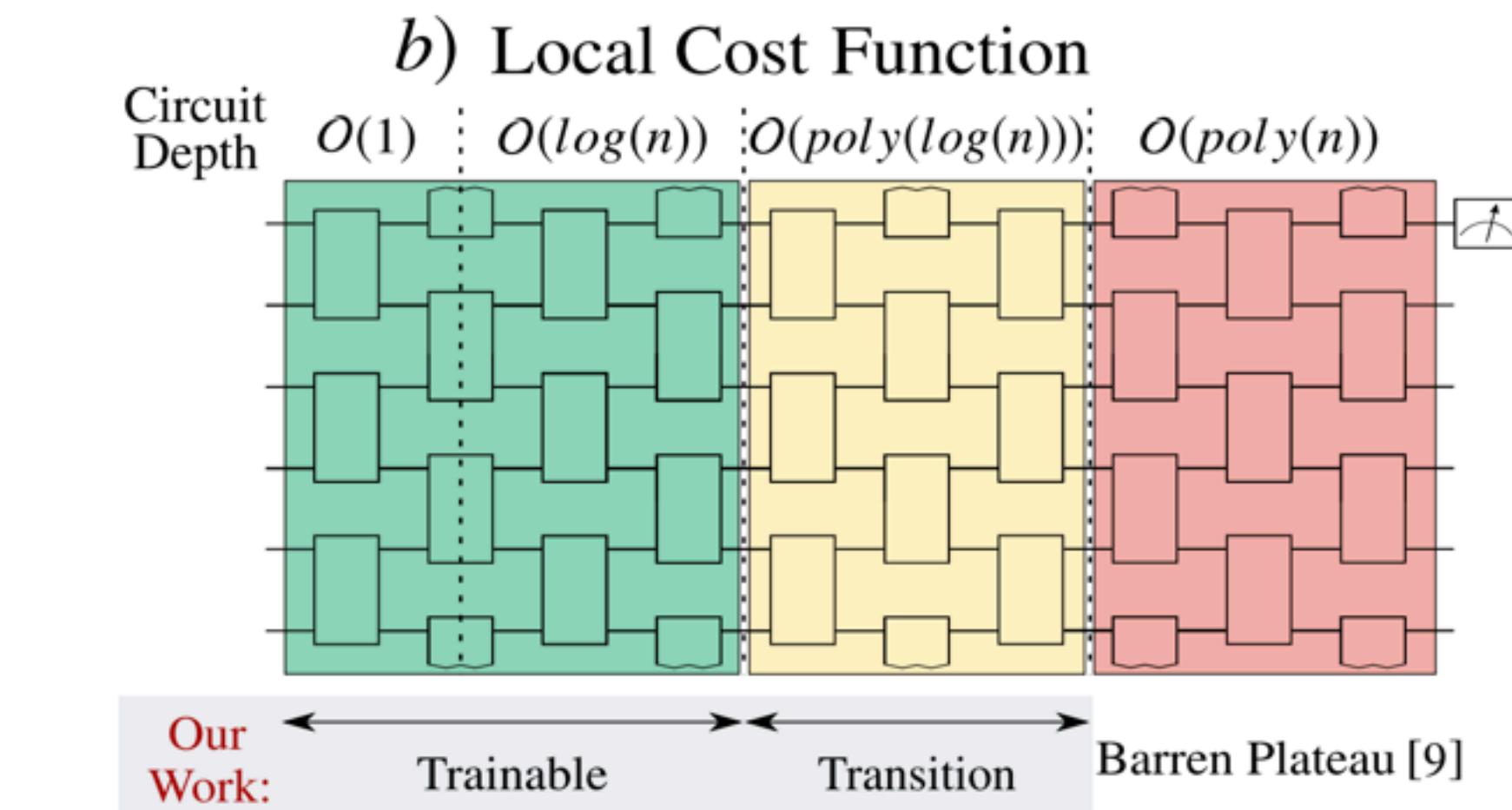
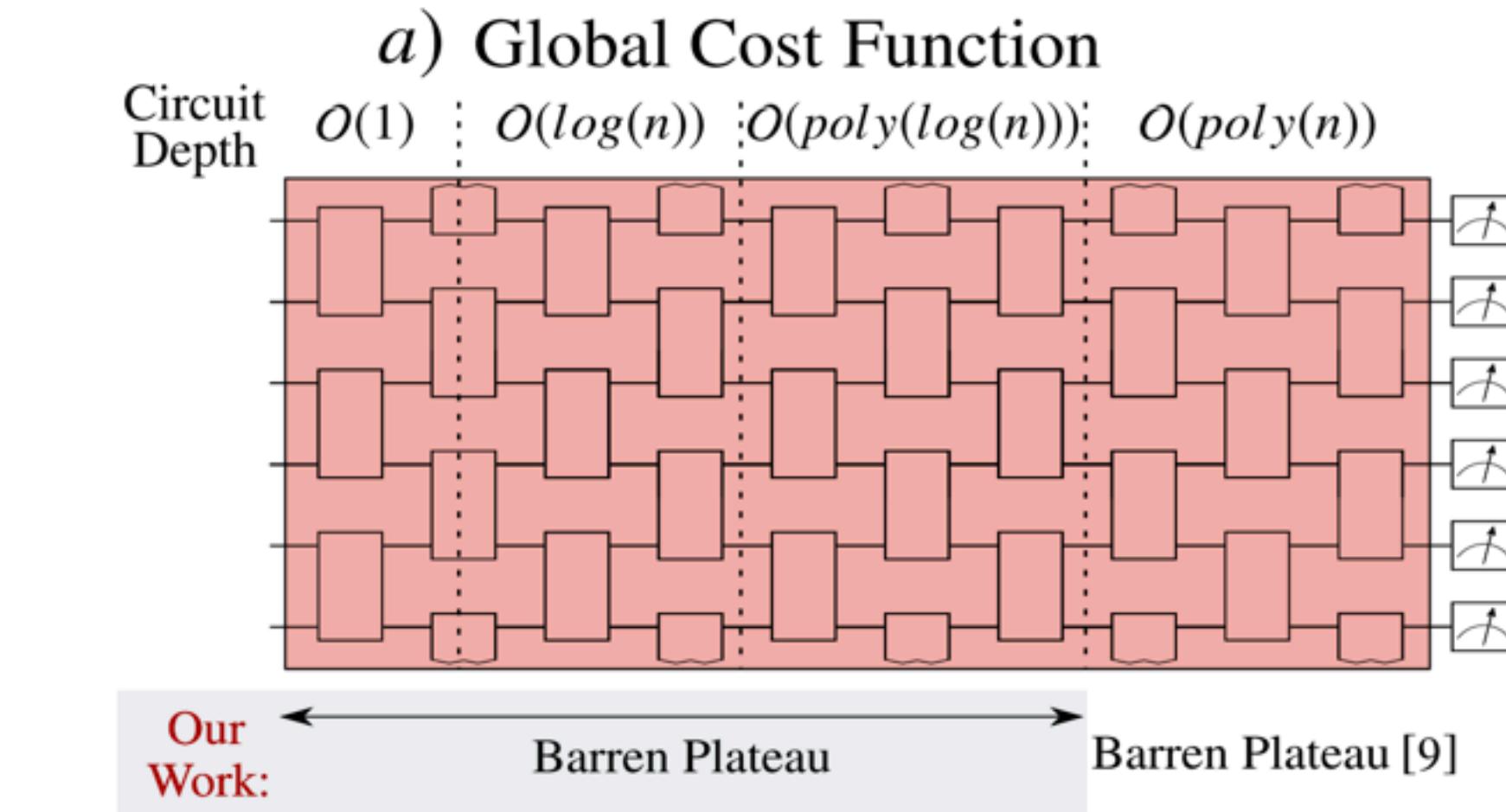
Fonction de coût

$$C = \langle \psi(\theta) | (I - |0\rangle\langle 0|) | \psi(\theta) \rangle = 1 - p_{|0\rangle}$$

1 moins la proba d'obtenir 0

Fonction de coût globale

$$C_G = \langle \psi(\theta) | (I - |00\dots0\rangle\langle 00\dots0|) | \psi(\theta) \rangle = 1 - p_{|00\dots0\rangle}$$



Plus petit circuit \rightarrow "shallow" circuit

Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

Exemple

Essai d'apprentissage de la porte identité

Mesure de l'état $|0\dots0\rangle$

Fonction de coût

$$C = \langle \psi(\theta) | (I - |0\rangle\langle 0|) | \psi(\theta) \rangle = 1 - p_{|0\rangle}$$

1 moins la proba d'obtenir 0

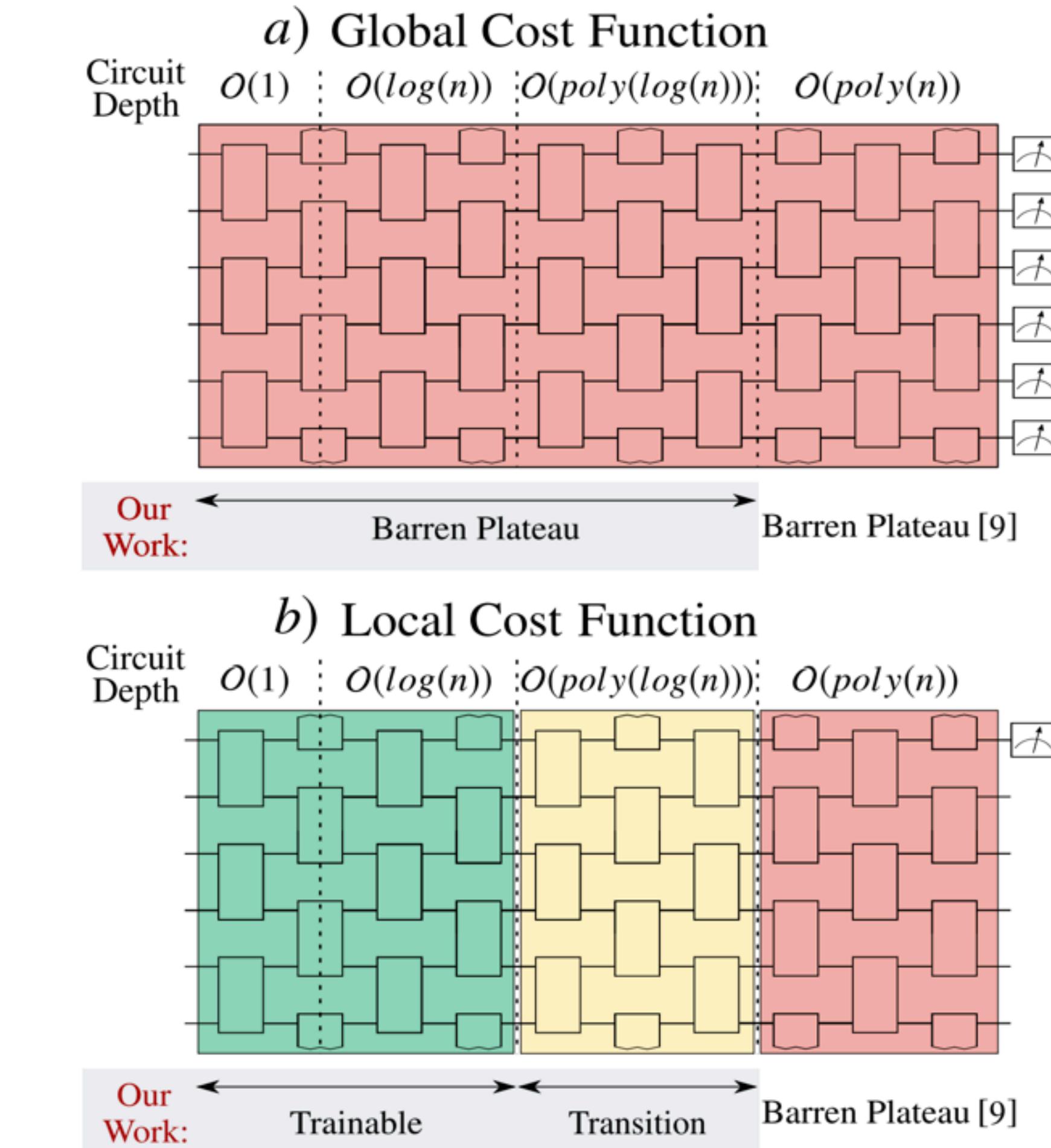
Fonction de coût globale

$$C_G = \langle \psi(\theta) | (I - |00\dots0\rangle\langle 00\dots0|) | \psi(\theta) \rangle = 1 - p_{|00\dots0\rangle}$$

Fonction de coût locale

$$C_L = \langle \psi(\theta) | \left(I - \frac{1}{n} \sum_j |0\rangle\langle 0|_j \right) | \psi(\theta) \rangle = 1 - \sum_j p_j |0\rangle_j$$

Le problème est divisé en multiple terme de qubit simple et additionné

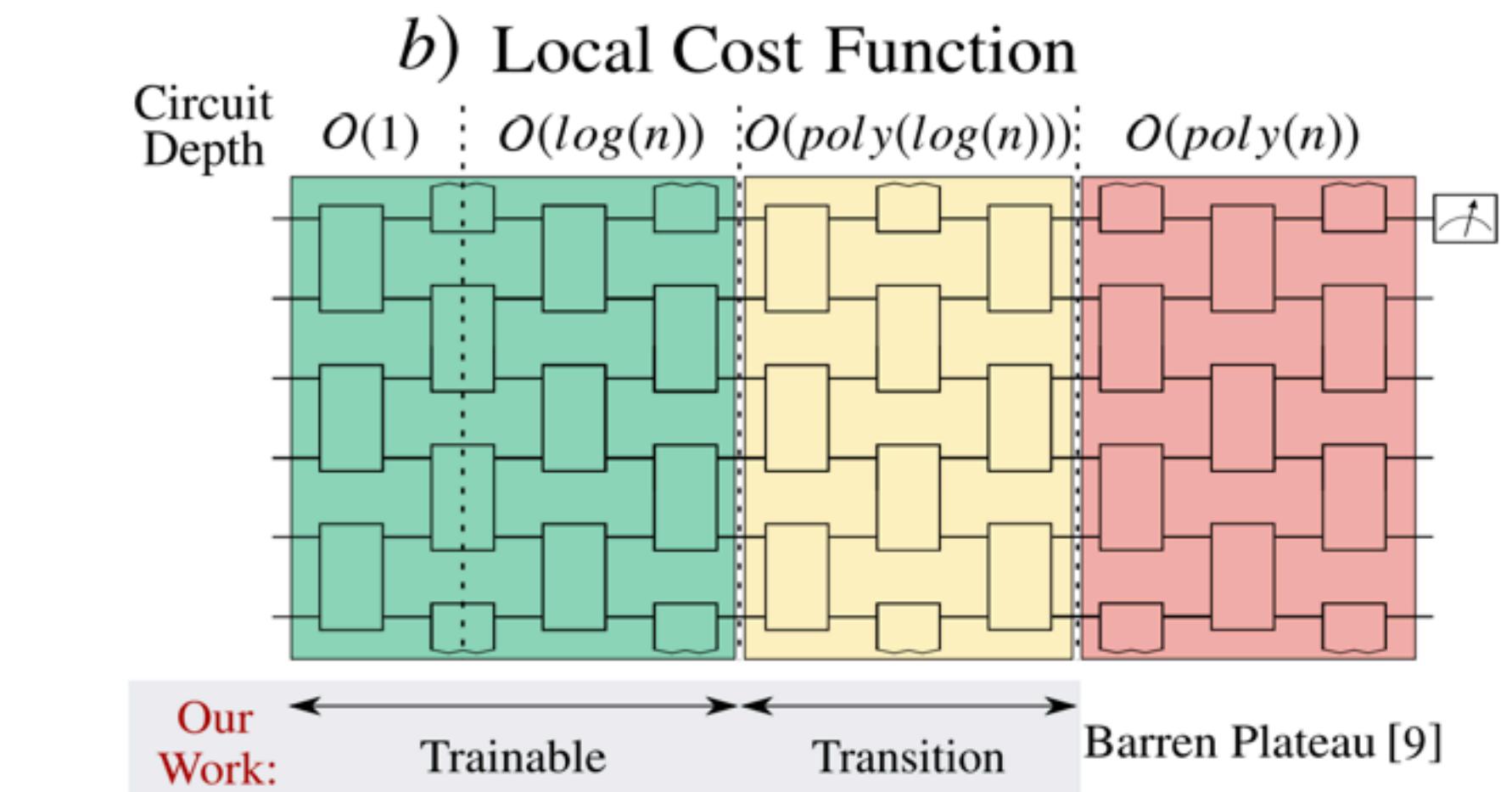
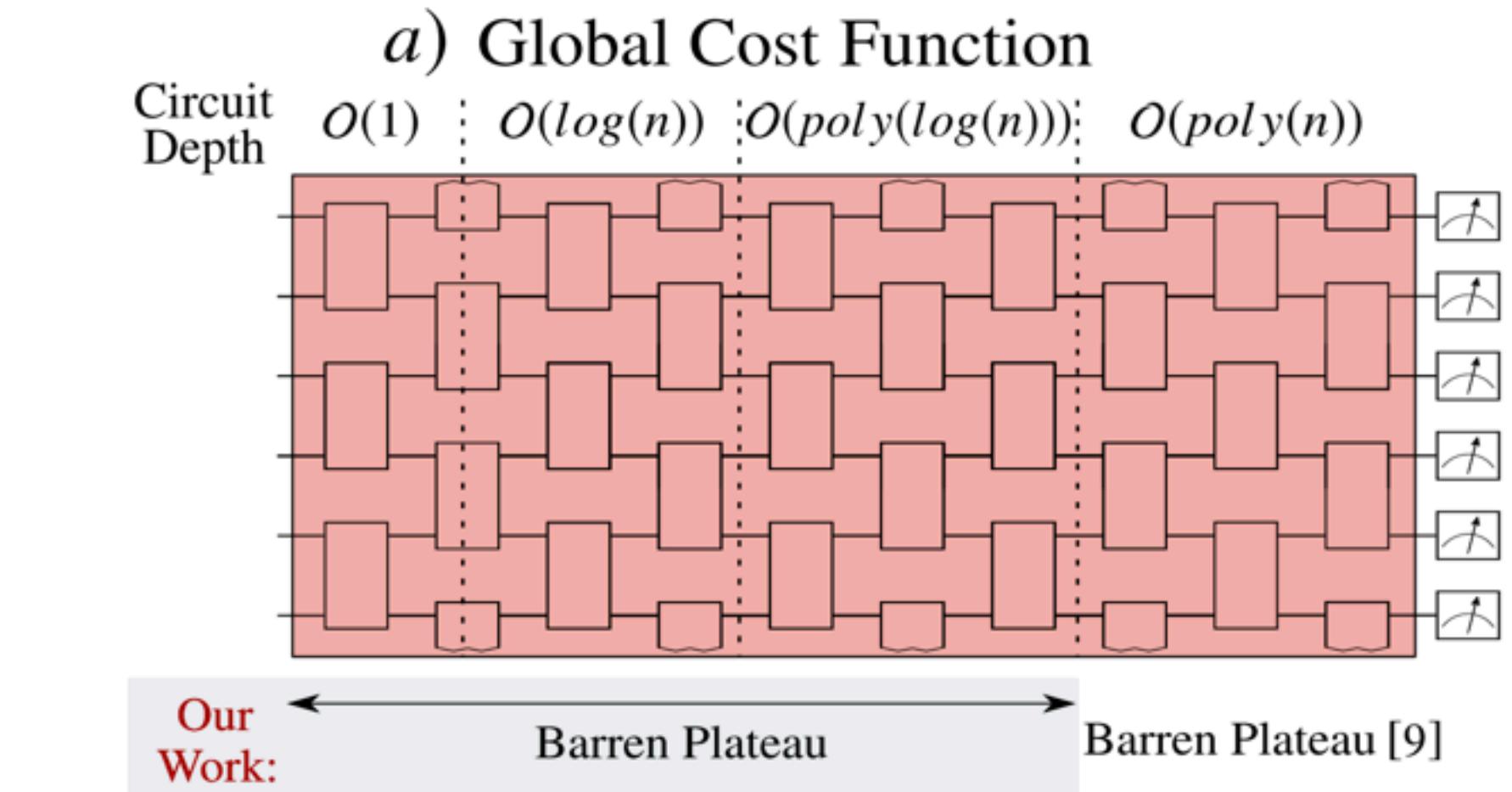


Plus petit circuit -> "shallow" circuit

Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

Tuto - notebook



Plus petit circuit \rightarrow "shallow" circuit

Barren Plateaus

Comment éviter le BP?

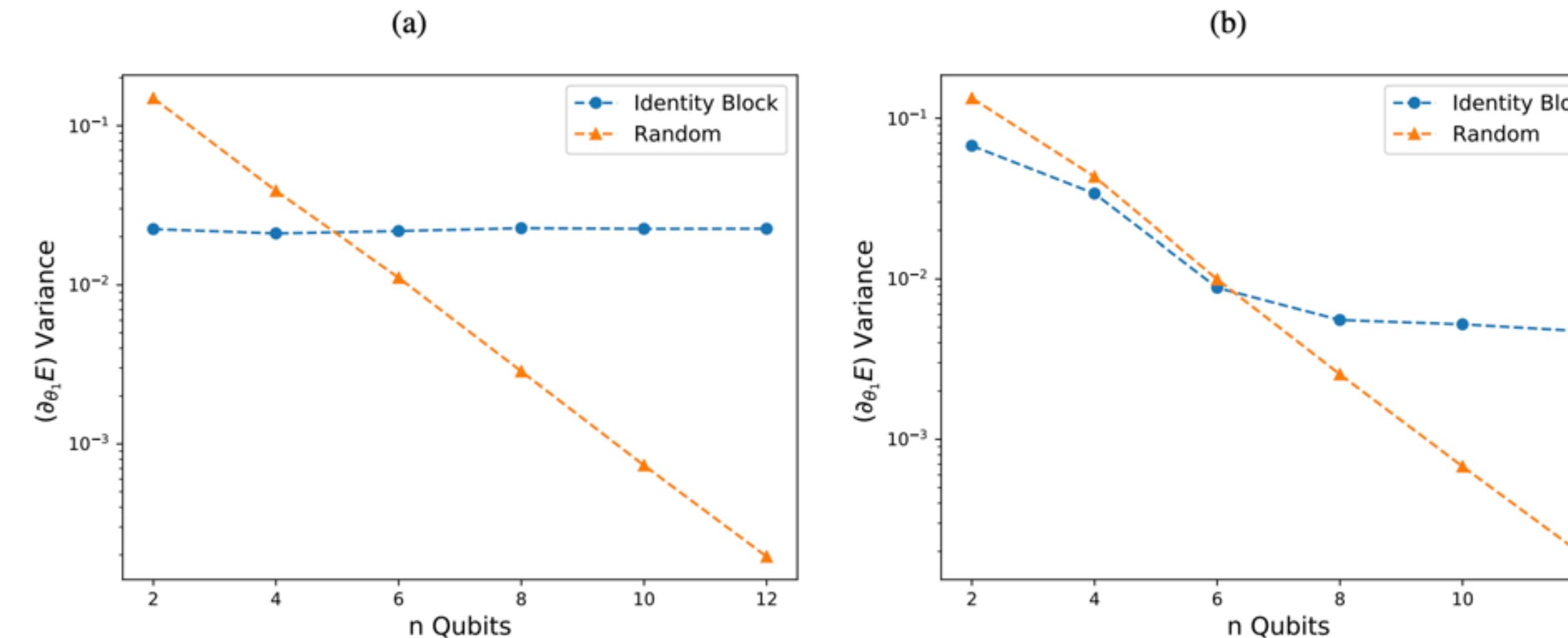
Schéma d'initialisation

1. Une partie des paramètres sont initialisés de façon aléatoire
2. Le reste est choisi pour construire une matrice unitaire
3. Sanity check, le gradient est évalué à l'identité avec les étapes 1 et 2

Limite la profondeur du circuit > ansatz compacte

→ Techniquement ne démontre pas l'éloignement du BP

Superposition d'états
"Bit strings"



MNIST dataset

0	8	3	7	6	4	6	9	7	2	1	5	1	4	6
0	1	2	3	4	4	6	2	9	3	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5	6	7	0	1	2	3	4	5	0
7	4	2	0	9	1	2	8	9	1	4	0	9	5	0
0	2	7	8	4	8	0	7	7	1	1	2	9	3	6
5	3	9	4	2	7	2	3	8	1	2	4	8	8	7
2	9	1	6	0	1	7	1	1	0	3	4	2	6	4
7	7	6	3	6	7	4	2	7	4	9	1	0	6	8
2	4	1	8	3	5	5	5	3	5	9	7	4	8	5

Barren Plateaus

Does provable absence of barren plateaus imply classical simulability?
Or, why we need to rethink variational quantum computing

M. Cerezo,^{1, 2,*} Martin Larocca,^{3, 4} Diego García-Martín,¹ N. L. Diaz,^{1, 5} Paolo Braccia,³ Enrico Fontana,⁶ Manuel S. Rudolph,⁷ Pablo Bermejo,^{8, 1} Aroosa Ijaz,^{3, 9, 10} Supanut Thanaisilp,^{7, 11} Eric R. Anschuetz,^{12, 13} and Zoë Holmes⁷

can the structure that allows one to avoid barren plateaus also be leveraged to efficiently simulate the loss classically?

"we have argued that the strategies for avoiding barren plateaus considered by the community so far lead to algorithms that effectively live in polynomially sized subspaces"

In this manner, our conclusions push against current practice in the community and the net result is that variational quantum algorithms need, at best, a serious rethink.

Références

- [1] Martin, 2004, Electronic Structure: Basic Theory and Practical Methods, [https://www.amazon.com/Electronic-Structure-Theory-Practical-Methods/dp/0521782856/ref=as_li_ss_tl?
dchild=1&keywords=9780521782852&qid=1591030453&sr=books&sr=1-1&linkCode=sl1&tag=statisticsho7-20&linkId=e5f6701b6831c54e83a48fd5f3bf07cd&language=en_US](https://www.amazon.com/Electronic-Structure-Theory-Practical-Methods/dp/0521782856/ref=as_li_ss_tl?dchild=1&keywords=9780521782852&qid=1591030453&sr=books&sr=1-1&linkCode=sl1&tag=statisticsho7-20&linkId=e5f6701b6831c54e83a48fd5f3bf07cd&language=en_US)
- [2] Metawei et al., 2022, Evaluation of Different Ansatz Design for Quantum Neural Network Binary Classifiers, https://assets.researchsquare.com/files/rs-1919180/v1_covered.pdf?c=1666046860
- [3] Sim & Johnson & Apuru-Guzik, 2019, Expressibility and entangling capability of parameterized quantum circuits for hybrid quantum-classical algorithms <https://arxiv.org/pdf/1905.10876.pdf>
- [4] Di Matteo, 2023, Understanding the Haar measure https://pennylane.ai/qml/demos/tutorial_haar_measure/
- [5] IBM Quantum Learning, variational Algorithms, Ansatz, <https://learning.quantum.ibm.com/course/variational-algorithm-design/ansatze-and-variational-forms>
- [6] Cerezo et al., 2021, variational Quantum Algorithms, <https://arxiv.org/abs/2012.09265>
- [7] Arrasmith et al., 2021, Effect of barren plateaus on gradient-free optimization, <https://arxiv.org/pdf/2011.12245.pdf>
- [8] McClean et al., 2018, Barren plateaus in quantum neural network training landscapes, <https://www.nature.com/articles/s41467-018-07090-4.pdf>
- [9] Cerezo et al., 2021, Cost Function Dependent Barren Plateaus in Shallow Parametrized Quantum Circuits, <https://arxiv.org/pdf/2001.00550.pdf>
- [10] Grant et al., 2019, An initialization strategy for addressing barren plateaus in parametrized quantum circuits, <https://arxiv.org/pdf/1903.05076.pdf>

Ansatz

Entanglement capacity

Meyer-Wallach measure

Estimating entangling capability