$\boxed{\text{Exercices du chapitre 3}}$

$\boxed{\textbf{5.}}$ Soit $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ telle que $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + (x+y-3z)^2 + z^4 + 2z^3 - 5z^2$.
Déterminer les minimums locaux de f. L'un d'eux est-il global ?

$\boxed{\textbf{6.}}$ Déterminer les extrémums locaux de f dans les cas suivants :

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$;

b) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2(x-y)^2$;

c) $f(x,y) = x^3y^2(1-x-y)$.

$\boxed{\textbf{7.}}$ Soient C et C' les courbes de $\mathbb{R}^3$ paramétrées par:

$$c = \{(s, s-1, s^2-2)\ ;\ s \in \mathbb{R}\} \qquad \text{et} \qquad C' = \{(t, -t-1, t^2)\ ;\ t \in \mathbb{R}\}.$$

Calculer la distance de C à C'.

$\boxed{\textbf{8.}}$ Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ et $F_\alpha : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $F_\alpha(x,y) = e^{\alpha x + 2y} - \alpha e^x - 2e^y$.
Discuter, suivant les valeurs de α, l'existence éventuelle de minimums locaux de F_α sur $\mathbb{R}^2$.