

<b>Devoir d'Optimisation n°3 pour le mardi 14 mai 2019</b>
--

1. Une laiterie fabrique 2 fromages  $F1$  et  $F2$ . Le fromage  $F1$  exige l'utilisation d'un lait  $AOC$  spécial, alors que le fromage  $F2$  peut être fabriqué avec n'importe quel lait.

La laiterie dispose de 21 000 heures de travail annuel ; elle reçoit 4 millions de litres de lait  $AOC$ , et 6 millions de litres de lait ordinaire.

Le tableau suivant indique les ressources nécessaires pour produire 1 tonne de fromage.

Fromage	heures de travail par tonne de fromage	litres de lait par tonne de fromage
fromage $F1$	30 heures	10 000 litres
fromage $F2$	15 heures	7 500 litres

a) On suppose qu'un kilo de fromage  $F1$  rapporte 3 euros et qu'un kilo de  $F2$  seulement 1 euro.

i. Écrire le programme linéaire ( $P$ ) permettant de déterminer le plan de production (c'est-à-dire les quantités à produire de  $F1$  et  $F2$ ) conduisant au profit maximal.

ii. Résoudre ( $P$ ) graphiquement.

b) On souhaite modifier le profit de  $F1$ , celui de  $F2$  restant égal à 1 seul euro. Étudier les conséquences sur le plan de production de cette variation.

c) Le nombre d'heures de travail par tonne de fromage  $F2$  est toujours estimé à 15, mais l'incertitude sur cette durée est grande. On voudrait savoir quel serait l'impact sur la production d'une modification de cette durée.

d) Que se passerait-il si le profit de  $F1$  était de 1,5 euros ?

2. Une société décide de planifier la production de 4 de ses produits ( $P1$ ,  $P2$ ,  $P3$ ,  $P4$ ) sur ses 5 lignes de production.

Elle prévoit un profit de 7 euros pour les produits  $P1$  et  $P4$ , 8 euros pour  $P2$  et 9 euros pour  $P3$ . Les capacités maximales de travail pour les 5 lignes  $L1$  à  $L5$  sont 4500h, 5000h, 4500h, 1500h et 2500h.

Le tableau donne le temps de travail unitaire (en heures) nécessaire à la production d'une unité de chacun des produits sur chaque ligne de production.

Lignes	$L1$	$L2$	$L3$	$L4$	$L5$
$P1$	1,3	0,9	2,0	0,3	0,9
$P2$	1,8	1,7	1,4	0,6	1,1
$P3$	1,3	1,2	1,3	1,0	1,4
$P4$	0,9	1,1	1,0	0,9	1,0

Le service commercial fournit une prévision de vente des produits de 6000  $P1$ , 5000  $P2$ , 4000  $P3$  et 6000  $P4$  moyenne sur les 6 mois à venir.

On souhaite déterminer les quantités à produire pour chaque catégorie  $P1$  à  $P4$  de façon à maximiser le gain total :

- dans un premier temps, dans la situation décrite ci-dessus ;
- ensuite, dans le cas où sur chaque famille de produits, on peut augmenter les ventes de 1000 produits supplémentaires à condition d'accorder un rabais de 1 euro sur chacun de ces 1000 produits supplémentaires.

**a)** Donner une présentation détaillée de la formulation du modèle des deux problèmes posés (préciser les données, les variables, les contraintes, l'objectif,...)

**b)** Résoudre ces problèmes à l'aide d'un outil de calcul (faire une présentation synthétique de l'outil, fournir la source du programme, mettre en valeur les résultats obtenus).

*Outil suggéré : Gusek GLPK. Il est gratuit, facile à trouver et à télécharger. D'autres outils de calcul, comme le solveur d'Excel, peuvent-être utilisés, selon les habitudes de chacun.*

*Remarque :* On peut aussi utiliser Python avec Gurobi, mais cela demande une plus grande maîtrise informatique...

---

---