

Modélisation stochastique

RIO208

Processus attractifs et processus répulsifs

5 Juin 2019

- **Organisation :**

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Topologie algébrique

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Topologie algébrique (A. Vergne)

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Topologie algébrique (A. Vergne)
- **Note** :
 - Moyenne des TP

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Topologie algébrique (A. Vergne)
- **Note** :
 - Moyenne des TP
 - Compte rendu à rendre 15 jours après au plus tard (avant le TP qui suit)

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique \rightarrow 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé \rightarrow 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Topologie algébrique (A. Vergne)
- **Note** :
 - Moyenne des TP
 - Compte rendu à rendre 15 jours après au plus tard (avant le TP qui suit)
- **But** :
 - Connaître les outils de géométrie stochastique

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique → 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé → 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Topologie algébrique (A. Vergne)
- **Note** :
 - Moyenne des TP
 - Compte rendu à rendre 15 jours après au plus tard (avant le TP qui suit)
- **But** :
 - Connaître les outils de géométrie stochastique
 - Utile pour la planification, dimensionnement, qualité de service des réseaux sans fil

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique → 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé → 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Topologie algébrique (A. Vergne)
- **Note** :
 - Moyenne des TP
 - Compte rendu à rendre 15 jours après au plus tard (avant le TP qui suit)
- **But** :
 - Connaître les outils de géométrie stochastique
 - Utile pour la planification, dimensionnement, qualité de service des réseaux sans fil
- **Mail** : aurelien.vasseur@telecom-paristech.fr

- **Organisation** : 4 sujets répartis en
 - 1 cours théorique → 2 TH
 - 1 TP réseaux sans fil (cellulaires, capteurs) associé → 2TH
- **Sujets** :
 - Géométrie stochastique (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Dimensionnement OFDMA (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Processus attractifs et répulsifs (A. Vasseur, J.S. Gomez)
 - Topologie algébrique (A. Vergne)
- **Note** :
 - Moyenne des TP
 - Compte rendu à rendre 15 jours après au plus tard (avant le TP qui suit)
- **But** :
 - Connaître les outils de géométrie stochastique
 - Utile pour la planification, dimensionnement, qualité de service des réseaux sans fil
- **Mail** : aurelien.vasseur@telecom-paristech.fr

Motivation

Motivation

Le processus de Poisson fournit un modèle aléatoire où les points sont placés indépendamment les uns des autres, sans aucune corrélation.

Motivation

Le processus de Poisson fournit un modèle aléatoire où les points sont placés indépendamment les uns des autres, sans aucune corrélation. Apparaissent en particulier dans une réalisation d'un processus de Poisson

Motivation

Le processus de Poisson fournit un modèle aléatoire où les points sont placés indépendamment les uns des autres, sans aucune corrélation. Apparaissent en particulier dans une réalisation d'un processus de Poisson des amas de points,

Motivation

Le processus de Poisson fournit un modèle aléatoire où les points sont placés indépendamment les uns des autres, sans aucune corrélation. Apparaissent en particulier dans une réalisation d'un processus de Poisson des amas de points, ainsi que des zones vides.

Motivation

Le processus de Poisson fournit un modèle aléatoire où les points sont placés indépendamment les uns des autres, sans aucune corrélation. Apparaissent en particulier dans une réalisation d'un processus de Poisson des amas de points, ainsi que des zones vides.

Afin de représenter des phénomènes où il existe des corrélations entre les positions des points,

Motivation

Le processus de Poisson fournit un modèle aléatoire où les points sont placés indépendamment les uns des autres, sans aucune corrélation. Apparaissent en particulier dans une réalisation d'un processus de Poisson des amas de points, ainsi que des zones vides.

Afin de représenter des phénomènes où il existe des corrélations entre les positions des points, il existe des processus attractifs et répulsifs.

Motivation

Le processus de Poisson fournit un modèle aléatoire où les points sont placés indépendamment les uns des autres, sans aucune corrélation. Apparaissent en particulier dans une réalisation d'un processus de Poisson des amas de points, ainsi que des zones vides.

Afin de représenter des phénomènes où il existe des corrélations entre les positions des points, il existe des processus attractifs et répulsifs.

I-Modèles basés sur le processus de Poisson

I-Modèles basés sur le processus de Poisson

1-Processus de Poisson non homogène

I-Modèles basés sur le processus de Poisson

1-Processus de Poisson non homogène

Définition :

I-Modèles basés sur le processus de Poisson

1-Processus de Poisson non homogène

Définition : un processus de Poisson non homogène (ou inhomogène) est un processus de Poisson dont l'intensité est

I-Modèles basés sur le processus de Poisson

1-Processus de Poisson non homogène

Définition : un processus de Poisson non homogène (ou inhomogène) est un processus de Poisson dont l'intensité est

$$\mu(dx) = \lambda(x)dx$$

I-Modèles basés sur le processus de Poisson

1-Processus de Poisson non homogène

Définition : un processus de Poisson non homogène (ou inhomogène) est un processus de Poisson dont l'intensité est

$$\mu(dx) = \lambda(x)dx$$

où λ est une fonction positive intégrable sur $E \subset \mathbb{R}^2$ (a priori non constante).

I-Modèles basés sur le processus de Poisson

1-Processus de Poisson non homogène

Définition : un processus de Poisson non homogène (ou inhomogène) est un processus de Poisson dont l'intensité est

$$\mu(dx) = \lambda(x)dx$$

où λ est une fonction positive intégrable sur $E \subset \mathbb{R}^2$ (a priori non constante).

L'intensité varie sur le domaine.

I-Modèles basés sur le processus de Poisson

1-Processus de Poisson non homogène

Définition : un processus de Poisson non homogène (ou inhomogène) est un processus de Poisson dont l'intensité est

$$\mu(dx) = \lambda(x)dx$$

où λ est une fonction positive intégrable sur $E \subset \mathbb{R}^2$ (a priori non constante).

L'intensité varie sur le domaine.

Avantage(s) :

Avantage(s) :

- peut modéliser presque tous les phénomènes.

Avantage(s) :

- peut modéliser presque tous les phénomènes.

Inconvénients :

Avantage(s) :

- peut modéliser presque tous les phénomènes.

Inconvénients :

- fonction λ à trouver,

Avantage(s) :

- peut modéliser presque tous les phénomènes.

Inconvénients :

- fonction λ à trouver,
- difficile à simuler dès que λ est compliqué (méthode par rejet souvent lente),

Avantage(s) :

- peut modéliser presque tous les phénomènes.

Inconvénients :

- fonction λ à trouver,
- difficile à simuler dès que λ est compliqué (méthode par rejet souvent lente),
- non stationnaire, non ergodique \implies calculs compliqués.

Avantage(s) :

- peut modéliser presque tous les phénomènes.

Inconvénients :

- fonction λ à trouver,
- difficile à simuler dès que λ est compliqué (méthode par rejet souvent lente),
- non stationnaire, non ergodique \implies calculs compliqués.

2-Processus Matérn hard-core

2-Processus Matérn hard-core

Définition :

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$,

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante).

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$.

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,
- on garde x_{m_1} ,

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,
- on garde x_{m_1} ,
- si $|x_{m_2} - x_{m_1}| > d$: on garde x_{m_2} , sinon on l'enlève,

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,
- on garde x_{m_1} ,
- si $|x_{m_2} - x_{m_1}| > d$: on garde x_{m_2} , sinon on l'enlève,
- si $|x_{m_3} - x_{m_1}| > d$, si x_{m_2} est conservé et si $|x_{m_3} - x_{m_2}| > d$: on garde x_{m_3} , sinon on l'enlève,

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,
- on garde x_{m_1} ,
- si $|x_{m_2} - x_{m_1}| > d$: on garde x_{m_2} , sinon on l'enlève,
- si $|x_{m_3} - x_{m_1}| > d$, si x_{m_2} est conservé et si $|x_{m_3} - x_{m_2}| > d$: on garde x_{m_3} , sinon on l'enlève,
- ...

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,
- on garde x_{m_1} ,
- si $|x_{m_2} - x_{m_1}| > d$: on garde x_{m_2} , sinon on l'enlève,
- si $|x_{m_3} - x_{m_1}| > d$, si x_{m_2} est conservé et si $|x_{m_3} - x_{m_2}| > d$: on garde x_{m_3} , sinon on l'enlève,
- ...
- si $\forall j < i$, (x_{m_j} conservé $\implies |x_{m_i} - x_{m_j}| > d$), on garde x_{m_i} , sinon on l'enlève

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,
- on garde x_{m_1} ,
- si $|x_{m_2} - x_{m_1}| > d$: on garde x_{m_2} , sinon on l'enlève,
- si $|x_{m_3} - x_{m_1}| > d$, si x_{m_2} est conservé et si $|x_{m_3} - x_{m_2}| > d$: on garde x_{m_3} , sinon on l'enlève,
- ...
- si $\forall j < i$, (x_{m_j} conservé $\implies |x_{m_i} - x_{m_j}| > d$), on garde x_{m_i} , sinon on l'enlève
- ...

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,
- on garde x_{m_1} ,
- si $|x_{m_2} - x_{m_1}| > d$: on garde x_{m_2} , sinon on l'enlève,
- si $|x_{m_3} - x_{m_1}| > d$, si x_{m_2} est conservé et si $|x_{m_3} - x_{m_2}| > d$: on garde x_{m_3} , sinon on l'enlève,
- ...
- si $\forall j < i$, (x_{m_j} conservé $\implies |x_{m_i} - x_{m_j}| > d$), on garde x_{m_i} , sinon on l'enlève
- ...

"On numérote les points et on retire les points trop proches des points déjà gardés."

2-Processus Matérn hard-core

Définition : soit Φ un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, $\lambda > 0$ (constante). Soit $d > 0$. Le **processus Matérn hard-core** est construit comme suit :

- à chaque point $x_i \in \Phi$ on attribue une marque m_i telle que $m_i \sim \mathcal{U}([0; 1])$,
- on tire les points de sorte que $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$,
- on garde x_{m_1} ,
- si $|x_{m_2} - x_{m_1}| > d$: on garde x_{m_2} , sinon on l'enlève,
- si $|x_{m_3} - x_{m_1}| > d$, si x_{m_2} est conservé et si $|x_{m_3} - x_{m_2}| > d$: on garde x_{m_3} , sinon on l'enlève,
- ...
- si $\forall j < i$, (x_{m_j} conservé $\implies |x_{m_i} - x_{m_j}| > d$), on garde x_{m_i} , sinon on l'enlève
- ...

"On numérote les points et on retire les points trop proches des points déjà gardés."

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core).

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**.

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**. La distance au plus proche voisin est $> d$.

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**. La distance au plus proche voisin est $> d$.

Avantages :

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**. La distance au plus proche voisin est $> d$.

Avantages :

- facile à simuler,

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**. La distance au plus proche voisin est $> d$.

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**. La distance au plus proche voisin est $> d$.

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Inconvénients :

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**. La distance au plus proche voisin est $> d$.

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Inconvénients :

- paramètres d et λ à évaluer,

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**. La distance au plus proche voisin est $> d$.

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Inconvénients :

- paramètres d et λ à évaluer,
- non stationnaire, non ergodique.

On a des boules vides de rayon $\frac{d}{2}$ autour des points du processus (\implies hard-core). C'est donc un processus **répulsif**. La distance au plus proche voisin est $> d$.

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Inconvénients :

- paramètres d et λ à évaluer,
- non stationnaire, non ergodique.

Intensité du processus MHC :

Intensité du processus MHC :

$$\lambda_{MHC} =$$

Intensité du processus MHC :

$$\lambda_{MHC} = \lambda \times \frac{\mathbb{P}(\Phi(B(x, d)) \geq 1)}{\mathbb{E}[\Phi(B(x, d))]}$$

Intensité du processus MHC :

$$\begin{aligned}\lambda_{MHC} &= \lambda \times \frac{\mathbb{P}(\Phi(B(x, d)) \geq 1)}{\mathbb{E}[\Phi(B(x, d))]} \\ &= \end{aligned}$$

Intensité du processus MHC :

$$\begin{aligned}\lambda_{MHC} &= \lambda \times \frac{\mathbb{P}(\Phi(B(x, d)) \geq 1)}{\mathbb{E}[\Phi(B(x, d))]} \\ &= \lambda \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\lambda \pi d^2},\end{aligned}$$

Intensité du processus MHC :

$$\begin{aligned}\lambda_{MHC} &= \lambda \times \frac{\mathbb{P}(\Phi(B(x, d)) \geq 1)}{\mathbb{E}[\Phi(B(x, d))]} \\ &= \lambda \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\lambda \pi d^2},\end{aligned}$$

donc

Intensité du processus MHC :

$$\begin{aligned}\lambda_{MHC} &= \lambda \times \frac{\mathbb{P}(\Phi(B(x, d)) \geq 1)}{\mathbb{E}[\Phi(B(x, d))]} \\ &= \lambda \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\lambda \pi d^2},\end{aligned}$$

donc

$$\lambda_{MHC} =$$

Intensité du processus MHC :

$$\begin{aligned}\lambda_{MHC} &= \lambda \times \frac{\mathbb{P}(\Phi(B(x, d)) \geq 1)}{\mathbb{E}[\Phi(B(x, d))]} \\ &= \lambda \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\lambda \pi d^2},\end{aligned}$$

donc

$$\lambda_{MHC} = \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\pi d^2}.$$

Intensité du processus MHC :

$$\begin{aligned}\lambda_{MHC} &= \lambda \times \frac{\mathbb{P}(\Phi(B(x, d)) \geq 1)}{\mathbb{E}[\Phi(B(x, d))]} \\ &= \lambda \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\lambda \pi d^2},\end{aligned}$$

donc

$$\lambda_{MHC} = \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\pi d^2}.$$

Nombre moyen de points dans une partie A :

Nombre moyen de points dans une partie A :

Nombre moyen de points dans une partie A :

$$\mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] =$$

Nombre moyen de points dans une partie A :

$$\mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] = \lambda_{MHC} \delta(A)$$

Nombre moyen de points dans une partie A :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] &= \lambda_{MHC} \delta(A) \\ &= \end{aligned}$$

Nombre moyen de points dans une partie A :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] &= \lambda_{MHC} \delta(A) \\ &= \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\pi d^2} \delta(A),\end{aligned}$$

Nombre moyen de points dans une partie A :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] &= \lambda_{MHC} \delta(A) \\ &= \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\pi d^2} \delta(A),\end{aligned}$$

donc

Nombre moyen de points dans une partie A :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] &= \lambda_{MHC} \delta(A) \\ &= \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\pi d^2} \delta(A),\end{aligned}$$

donc

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty}$$

Nombre moyen de points dans une partie A :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] &= \lambda_{MHC} \delta(A) \\ &= \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\pi d^2} \delta(A),\end{aligned}$$

donc

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] = \frac{\delta(A)}{\pi d^2}.$$

Nombre moyen de points dans une partie A :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] &= \lambda_{MHC} \delta(A) \\ &= \frac{1 - e^{-\lambda \pi d^2}}{\pi d^2} \delta(A),\end{aligned}$$

donc

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \mathbb{E}[\Phi_{MHC}(A)] = \frac{\delta(A)}{\pi d^2}.$$

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition :

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$.

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**.

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$.

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**.

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**. Le processus Poisson-Poisson cluster est la superposition de tous les processus enfants.

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**. Le processus Poisson-Poisson cluster est la superposition de tous les processus enfants.

C'est un processus attractif,

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**. Le processus Poisson-Poisson cluster est la superposition de tous les processus enfants.

C'est un processus attractif, la distance au plus proche voisin est $< 2r$ si

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**. Le processus Poisson-Poisson cluster est la superposition de tous les processus enfants.

C'est un processus attractif, la distance au plus proche voisin est $< 2r$ si $\Phi_e(B(x, r)) \geq 1$, avec

$$\mathbb{P}(\Phi_e(B(x, r)) \geq 1) =$$

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**. Le processus Poisson-Poisson cluster est la superposition de tous les processus enfants.

C'est un processus attractif, la distance au plus proche voisin est $< 2r$ si $\Phi_e(B(x, r)) \geq 1$, avec

$$\mathbb{P}(\Phi_e(B(x, r)) \geq 1) = 1 - e^{-\lambda_e \pi r^2}.$$

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**. Le processus Poisson-Poisson cluster est la superposition de tous les processus enfants.

C'est un processus attractif, la distance au plus proche voisin est $< 2r$ si $\Phi_e(B(x, r)) \geq 1$, avec

$$\mathbb{P}(\Phi_e(B(x, r)) \geq 1) = 1 - e^{-\lambda_e \pi r^2}.$$

Le nombre de points moyen dans une partie A est

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**. Le processus Poisson-Poisson cluster est la superposition de tous les processus enfants.

C'est un processus attractif, la distance au plus proche voisin est $< 2r$ si $\Phi_e(B(x, r)) \geq 1$, avec

$$\mathbb{P}(\Phi_e(B(x, r)) \geq 1) = 1 - e^{-\lambda_e \pi r^2}.$$

Le nombre de points moyen dans une partie A est $\lambda_p \lambda_e \pi r^2 \delta(A)$.

3-Processus de Poisson-Poisson cluster

Définition : on considère un processus de Poisson Φ_p d'intensité $\lambda_p > 0$ sur $E \subset \mathbb{R}^2$. On l'appelle le **processus parent**. Pour chaque $x \in \Phi_p$, on tire un processus de Poisson d'intensité $\lambda_e > 0$ sur $B(x, r)$, $r > 0$. C'est le **processus enfant**. Le processus Poisson-Poisson cluster est la superposition de tous les processus enfants.

C'est un processus attractif, la distance au plus proche voisin est $< 2r$ si $\Phi_e(B(x, r)) \geq 1$, avec

$$\mathbb{P}(\Phi_e(B(x, r)) \geq 1) = 1 - e^{-\lambda_e \pi r^2}.$$

Le nombre de points moyen dans une partie A est $\lambda_p \lambda_e \pi r^2 \delta(A)$.

Avantages :

Avantages :

- facile à simuler,

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Inconvénients :

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Inconvénients :

- paramètres λ_p , λ_e , r à évaluer,

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Inconvénients :

- paramètres λ_p , λ_e , r à évaluer,
- non stationnaire.

Avantages :

- facile à simuler,
- petits calculs faisables.

Inconvénients :

- paramètres λ_p , λ_e , r à évaluer,
- non stationnaire.

Remarque :

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

$$M(dx) =$$

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

$$M(dx) = \sum_{x \in \Phi_p} \lambda_e \mathbf{1}_{B(x,r)} \delta(dx),$$

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

$$M(dx) = \sum_{x \in \Phi_p} \lambda_e \mathbf{1}_{B(x,r)} \delta(dx),$$

le processus Φ_e est

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

$$M(dx) = \sum_{x \in \Phi_p} \lambda_e \mathbf{1}_{B(x,r)} \delta(dx),$$

le processus Φ_e est un processus de Poisson d'intensité M .

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

$$M(dx) = \sum_{x \in \Phi_p} \lambda_e \mathbf{1}_{B(x,r)} \delta(dx),$$

le processus Φ_e est un processus de Poisson d'intensité M .

Ceci permet de classer le processus Poisson-Poisson cluster comme un cas particulier

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

$$M(dx) = \sum_{x \in \Phi_p} \lambda_e \mathbf{1}_{B(x,r)} \delta(dx),$$

le processus Φ_e est un processus de Poisson d'intensité M .

Ceci permet de classer le processus Poisson-Poisson cluster comme un cas particulier de processus de Cox,

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

$$M(dx) = \sum_{x \in \Phi_p} \lambda_e \mathbf{1}_{B(x,r)} \delta(dx),$$

le processus Φ_e est un processus de Poisson d'intensité M .

Ceci permet de classer le processus Poisson-Poisson cluster comme un cas particulier de processus de Cox, i.e. un processus de Poisson conditionnellement à une mesure d'intensité aléatoire.

Remarque : conditionnellement à la mesure aléatoire

$$M(dx) = \sum_{x \in \Phi_p} \lambda_e \mathbf{1}_{B(x,r)} \delta(dx),$$

le processus Φ_e est un processus de Poisson d'intensité M .

Ceci permet de classer le processus Poisson-Poisson cluster comme un cas particulier de processus de Cox, i.e. un processus de Poisson conditionnellement à une mesure d'intensité aléatoire.

II-Fonctions de corrélation

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition :

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ .

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ . Les fonctions de

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ . Les fonctions de corrélation de Φ sont les $\rho_k : \Gamma_E \rightarrow \mathbb{R}$ telles que,

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ . Les fonctions de corrélation de Φ sont les $\rho_k : \Gamma_E \rightarrow \mathbb{R}$ telles que, pour tous compacts A_1, A_2, \dots, A_k 2 à 2 disjoints de E ,

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ . Les fonctions de corrélation de Φ sont les $\rho_k : \Gamma_E \rightarrow \mathbb{R}$ telles que, pour tous compacts A_1, A_2, \dots, A_k 2 à 2 disjoints de E ,

$$\mathbb{E} \left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i) \right] =$$

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ . Les fonctions de corrélation de Φ sont les $\rho_k : \Gamma_E \rightarrow \mathbb{R}$ telles que, pour tous compacts A_1, A_2, \dots, A_k 2 à 2 disjoints de E ,

$$\mathbb{E} \left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i) \right] = \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \rho_k(x_1, \dots, x_k) \mu(dx_1) \dots \mu(dx_k).$$

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ . Les fonctions de corrélation de Φ sont les $\rho_k : \Gamma_E \rightarrow \mathbb{R}$ telles que, pour tous compacts A_1, A_2, \dots, A_k 2 à 2 disjoints de E ,

$$\mathbb{E} \left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i) \right] = \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \rho_k(x_1, \dots, x_k) \mu(dx_1) \dots \mu(dx_k).$$

Intuitivement,

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ . Les fonctions de corrélation de Φ sont les $\rho_k : \Gamma_E \rightarrow \mathbb{R}$ telles que, pour tous compacts A_1, A_2, \dots, A_k 2 à 2 disjoints de E ,

$$\mathbb{E} \left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i) \right] = \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \rho_k(x_1, \dots, x_k) \mu(dx_1) \dots \mu(dx_k).$$

Intuitivement, $\rho_k(x_1, \dots, x_k)$ représente la probabilité d'avoir au moins k points aux positions x_1, \dots, x_k .

II-Fonctions de corrélation

On va s'intéresser à des processus non dérivés du processus de Poisson qui représentent naturellement des corrélations entre leurs points.

On définit les fonctions de corrélation qui permettent d'évaluer cette corrélation.

Définition : soit Φ un processus ponctuel sur $E \subset \mathbb{R}^2$ d'intensité μ . Les fonctions de corrélation de Φ sont les $\rho_k : \Gamma_E \rightarrow \mathbb{R}$ telles que, pour tous compacts A_1, A_2, \dots, A_k 2 à 2 disjoints de E ,

$$\mathbb{E} \left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i) \right] = \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \rho_k(x_1, \dots, x_k) \mu(dx_1) \dots \mu(dx_k).$$

Intuitivement, $\rho_k(x_1, \dots, x_k)$ représente la probabilité d'avoir au moins k points aux positions x_1, \dots, x_k .

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

$$\mathbb{E}\left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i)\right] =$$

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

$$\mathbb{E}\left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i)\right] = \lambda^k \prod_{i=1}^k |A_i|$$

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i)\right] &= \lambda^k \prod_{i=1}^k |A_i| \\ &= \end{aligned}$$

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i)\right] &= \lambda^k \prod_{i=1}^k |A_i| \\ &= \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \lambda dx_1 \dots \lambda dx_k.\end{aligned}$$

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i)\right] &= \lambda^k \prod_{i=1}^k |A_i| \\ &= \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \lambda dx_1 \dots \lambda dx_k.\end{aligned}$$

Donc, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i)\right] &= \lambda^k \prod_{i=1}^k |A_i| \\ &= \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \lambda dx_1 \dots \lambda dx_k.\end{aligned}$$

Donc, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = 1.$$

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i)\right] &= \lambda^k \prod_{i=1}^k |A_i| \\ &= \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \lambda dx_1 \dots \lambda dx_k.\end{aligned}$$

Donc, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = 1.$$

Il n'y a aucune corrélation entre les points d'un processus de Poisson.

Si Φ est un processus de Poisson d'intensité $\mu(dx) = \lambda dx$, où $\lambda > 0$,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[\prod_{i=1}^k \Phi(A_i)\right] &= \lambda^k \prod_{i=1}^k |A_i| \\ &= \int_{A_1 \times \dots \times A_k} \lambda dx_1 \dots \lambda dx_k.\end{aligned}$$

Donc, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = 1.$$

Il n'y a aucune corrélation entre les points d'un processus de Poisson.

Définition :

Définition : un processus ponctuel est dit **répulsif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si ses fonctions de corrélation vérifient

Définition : un processus ponctuel est dit **répulsif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si ses fonctions de corrélation vérifient

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \leq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

Définition : un processus ponctuel est dit **répulsif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si ses fonctions de corrélation vérifient

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \leq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

On a une plus forte probabilité d'avoir 1 point tout seul en x

Définition : un processus ponctuel est dit **répulsif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si ses fonctions de corrélation vérifient

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \leq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

On a une plus forte probabilité d'avoir 1 point tout seul en x dans une réalisation et 1 point tout seul en y dans une autre réalisation,

Définition : un processus ponctuel est dit **répulsif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si ses fonctions de corrélation vérifient

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \leq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

On a une plus forte probabilité d'avoir 1 point tout seul en x dans une réalisation et 1 point tout seul en y dans une autre réalisation, que d'avoir 2 points en x et y dans une même réalisation.

Définition : un processus ponctuel est dit **répulsif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si ses fonctions de corrélation vérifient

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \leq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

On a une plus forte probabilité d'avoir 1 point tout seul en x dans une réalisation et 1 point tout seul en y dans une autre réalisation, que d'avoir 2 points en x et y dans une même réalisation.

Un processus ponctuel est dit **attractif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si

Définition : un processus ponctuel est dit **répulsif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si ses fonctions de corrélation vérifient

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \leq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

On a une plus forte probabilité d'avoir 1 point tout seul en x dans une réalisation et 1 point tout seul en y dans une autre réalisation, que d'avoir 2 points en x et y dans une même réalisation.

Un processus ponctuel est dit **attractif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \geq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

Définition : un processus ponctuel est dit **répulsif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si ses fonctions de corrélation vérifient

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \leq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

On a une plus forte probabilité d'avoir 1 point tout seul en x dans une réalisation et 1 point tout seul en y dans une autre réalisation, que d'avoir 2 points en x et y dans une même réalisation.

Un processus ponctuel est dit **attractif** (selon $(\rho_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$) si

$$\forall x, y \in E, \rho_2(x, y) \geq \rho_1(x)\rho_1(y).$$

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition :

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) =$$

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété :

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif.

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif. Il vérifie, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif. Il vérifie, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) \leq \rho_1(x_1) \dots \rho_1(x_k).$$

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif. Il vérifie, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) \leq \rho_1(x_1) \dots \rho_1(x_k).$$

Intuitivement,

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif. Il vérifie, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) \leq \rho_1(x_1) \dots \rho_1(x_k).$$

Intuitivement, on observe que si x_i et x_j sont très proches,

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif. Il vérifie, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) \leq \rho_1(x_1) \dots \rho_1(x_k).$$

Intuitivement, on observe que si x_i et x_j sont très proches, alors deux colonnes (et deux lignes) sont très proches dans la matrice $K(\cdot, \cdot)$,

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif. Il vérifie, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) \leq \rho_1(x_1) \dots \rho_1(x_k).$$

Intuitivement, on observe que si x_i et x_j sont très proches, alors deux colonnes (et deux lignes) sont très proches dans la matrice $K(\cdot, \cdot)$, donc son déterminant tend vers 0.

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif. Il vérifie, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) \leq \rho_1(x_1) \dots \rho_1(x_k).$$

Intuitivement, on observe que si x_i et x_j sont très proches, alors deux colonnes (et deux lignes) sont très proches dans la matrice $K(\cdot, \cdot)$, donc son déterminant tend vers 0. Ainsi, la probabilité d'avoir 2 points proches tend vers 0.

III-Processus déterminantal - Processus de Ginibre

Définition : un processus ponctuel **déterminantal** est un processus dont les fonctions de corrélation sont de la forme :

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) = \det(K(x_i, x_j)_{1 \leq i, j \leq k})$$

où K est le noyau du processus, borné, hermitien-symétrique, de trace finie.

Propriété : un processus déterminantal est répulsif. Il vérifie, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$\rho_k(x_1, \dots, x_k) \leq \rho_1(x_1) \dots \rho_1(x_k).$$

Intuitivement, on observe que si x_i et x_j sont très proches, alors deux colonnes (et deux lignes) sont très proches dans la matrice $K(\cdot, \cdot)$, donc son déterminant tend vers 0. Ainsi, la probabilité d'avoir 2 points proches tend vers 0.

Définition :

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) =$$

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes.

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. La répulsion est électrostatique : la probabilité de tirer un point décroît avec la distance aux points tirés.

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. La répulsion est électrostatique : la probabilité de tirer un point décroît avec la distance aux points tirés.

Propriété :

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. La répulsion est électrostatique : la probabilité de tirer un point décroît avec la distance aux points tirés.

Propriété : le processus de Ginibre est stationnaire.

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. La répulsion est électrostatique : la probabilité de tirer un point décroît avec la distance aux points tirés.

Propriété : le processus de Ginibre est stationnaire.

Définition :

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. La répulsion est électrostatique : la probabilité de tirer un point décroît avec la distance aux points tirés.

Propriété : le processus de Ginibre est stationnaire.

Définition : le processus ponctuel de β -**Ginibre**, où $\beta \in]0; 1]$, est le processus déterminantal de noyau

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. La répulsion est électrostatique : la probabilité de tirer un point décroît avec la distance aux points tirés.

Propriété : le processus de Ginibre est stationnaire.

Définition : le processus ponctuel de β -**Ginibre**, où $\beta \in]0; 1]$, est le processus déterminantal de noyau

$$K_\beta(x, y) =$$

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. La répulsion est électrostatique : la probabilité de tirer un point décroît avec la distance aux points tirés.

Propriété : le processus de Ginibre est stationnaire.

Définition : le processus ponctuel de β -**Ginibre**, où $\beta \in]0; 1]$, est le processus déterminantal de noyau

$$K_{\beta}(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2\beta}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Définition : le processus ponctuel de **Ginibre** est le processus déterminantal de noyau

$$K(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Le paramètre $\lambda > 0$ est le paramètre du processus (nombre de points par unité de surface).

Le nombre de points est une somme de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. La répulsion est électrostatique : la probabilité de tirer un point décroît avec la distance aux points tirés.

Propriété : le processus de Ginibre est stationnaire.

Définition : le processus ponctuel de β -**Ginibre**, où $\beta \in]0; 1]$, est le processus déterminantal de noyau

$$K_{\beta}(x, y) = \lambda e^{-\frac{\lambda\pi}{2\beta}(|x|^2 + |y|^2 - 2x\bar{y})}, \quad x, y \in \mathbb{C}.$$

Propriétés :

Propriétés :

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Le processus de β -Ginibre fournit donc un nuancier de processus stationnaires répulsifs allant de l'absence de corrélation ($\beta \rightarrow 0$: Poisson) à une forte répulsion ($\beta = 1$: Ginibre).

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Le processus de β -Ginibre fournit donc un nuancier de processus stationnaires répulsifs allant de l'absence de corrélation ($\beta \rightarrow 0$: Poisson) à une forte répulsion ($\beta = 1$: Ginibre). On peut alors considérer β comme un coefficient de répulsion.

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Le processus de β -Ginibre fournit donc un nuancier de processus stationnaires répulsifs allant de l'absence de corrélation ($\beta \rightarrow 0$: Poisson) à une forte répulsion ($\beta = 1$: Ginibre). On peut alors considérer β comme un coefficient de répulsion.

Simulation :

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Le processus de β -Ginibre fournit donc un nuancier de processus stationnaires répulsifs allant de l'absence de corrélation ($\beta \rightarrow 0$: Poisson) à une forte répulsion ($\beta = 1$: Ginibre). On peut alors considérer β comme un coefficient de répulsion.

Simulation : un processus de β -Ginibre est un processus de Ginibre aminci (on enlève certains points)

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Le processus de β -Ginibre fournit donc un nuancier de processus stationnaires répulsifs allant de l'absence de corrélation ($\beta \rightarrow 0$: Poisson) à une forte répulsion ($\beta = 1$: Ginibre). On peut alors considérer β comme un coefficient de répulsion.

Simulation : un processus de β -Ginibre est un processus de Ginibre aminci (on enlève certains points) puis dilaté (pour retrouver l'intensité λ)

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Le processus de β -Ginibre fournit donc un nuancier de processus stationnaires répulsifs allant de l'absence de corrélation ($\beta \rightarrow 0$: Poisson) à une forte répulsion ($\beta = 1$: Ginibre). On peut alors considérer β comme un coefficient de répulsion.

Simulation : un processus de β -Ginibre est un processus de Ginibre aminci (on enlève certains points) puis dilaté (pour retrouver l'intensité λ) avec un rapport $\sqrt{\beta}$.

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Le processus de β -Ginibre fournit donc un nuancier de processus stationnaires répulsifs allant de l'absence de corrélation ($\beta \rightarrow 0$: Poisson) à une forte répulsion ($\beta = 1$: Ginibre). On peut alors considérer β comme un coefficient de répulsion.

Simulation : un processus de β -Ginibre est un processus de Ginibre aminci (on enlève certains points) puis dilaté (pour retrouver l'intensité λ) avec un rapport $\sqrt{\beta}$.

On peut simuler un processus de Ginibre en utilisant l'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Propriétés :

- un processus de β -Ginibre est stationnaire,
- un processus de 1-Ginibre est un processus de Ginibre,
- si $\beta \rightarrow 0$, un processus de β -Ginibre tend vers un processus de Poisson.

Le processus de β -Ginibre fournit donc un nuancier de processus stationnaires répulsifs allant de l'absence de corrélation ($\beta \rightarrow 0$: Poisson) à une forte répulsion ($\beta = 1$: Ginibre). On peut alors considérer β comme un coefficient de répulsion.

Simulation : un processus de β -Ginibre est un processus de Ginibre aminci (on enlève certains points) puis dilaté (pour retrouver l'intensité λ) avec un rapport $\sqrt{\beta}$.

On peut simuler un processus de Ginibre en utilisant l'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Avantages :

Avantages :

- stationnaire,

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque :

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanents

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents.

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanents dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

$$\det A =$$

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

$$\det A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \varepsilon(\sigma) \prod a_{i,\sigma(i)}$$

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

$$\det A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \varepsilon(\sigma) \prod a_{i,\sigma(i)}$$

$$\text{per} A =$$

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

$$\det A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \varepsilon(\sigma) \prod a_{i,\sigma(i)}$$

$$\text{per} A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \prod a_{i,\sigma(i)}$$

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

$$\det A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \varepsilon(\sigma) \prod a_{i,\sigma(i)}$$

$$\text{per} A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \prod a_{i,\sigma(i)}$$

Exemple :

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

$$\det A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \varepsilon(\sigma) \prod a_{i,\sigma(i)}$$

$$\text{per} A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \prod a_{i,\sigma(i)}$$

Exemple : $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\det A = ad - bc$ et $\text{per} A = ad + bc$.

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

$$\det A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \varepsilon(\sigma) \prod a_{i,\sigma(i)}$$

$$\text{per} A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \prod a_{i,\sigma(i)}$$

$$\text{Exemple : } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \det A = ad - bc \text{ et } \text{per} A = ad + bc.$$

Ils sont plus complexes à étudier et ne permettent pas de modéliser des réseaux.

Avantages :

- stationnaire,
- deux paramètres lisibles : intensité λ , coefficient de répulsion β .

Inconvénients :

- complexe à simuler (méthode de rejet = lent).

Remarque : les analogues des processus déterminantaux pour l'attractivité sont les processus permanentaux dont les noyaux sont des permanents. Par définition,

$$\det A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \varepsilon(\sigma) \prod a_{i,\sigma(i)}$$

$$\text{per} A = \sum_{\sigma \text{ permutation}} \prod a_{i,\sigma(i)}$$

$$\text{Exemple : } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \det A = ad - bc \text{ et } \text{per} A = ad + bc.$$

Ils sont plus complexes à étudier et ne permettent pas de modéliser des réseaux.

IV-Inférence statistique

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire,

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici,

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration,

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition :

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition : soit ξ une configuration de E .

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition : soit ξ une configuration de E . On définit, pour tout $r > 0$,

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition : soit ξ une configuration de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{F}(r) =$$

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition : soit ξ une configuration de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{F}(r) = \frac{\sum_{x \in E} \mathbf{1}_{d(x, \xi) \leq r}}{|E|} \quad \text{si } E \text{ est fini}$$

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition : soit ξ une configuration de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\begin{aligned}\hat{F}(r) &= \frac{\sum_{x \in E} \mathbf{1}_{d(x, \xi) \leq r}}{|E|} \quad \text{si } E \text{ est fini} \\ &= \end{aligned}$$

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition : soit ξ une configuration de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\begin{aligned}\hat{F}(r) &= \frac{\sum_{x \in E} \mathbf{1}_{d(x, \xi) \leq r}}{|E|} \quad \text{si } E \text{ est fini} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{x \in E} \mathbf{1}_{d(x, \xi) \leq r}}{|A_n|} \quad \text{avec } (A_n)_{n \rightarrow +\infty} \text{ } E \text{ finis}\end{aligned}$$

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition : soit ξ une configuration de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\begin{aligned}\hat{F}(r) &= \frac{\sum_{x \in E} \mathbf{1}_{d(x, \xi) \leq r}}{|E|} \quad \text{si } E \text{ est fini} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{x \in E} \mathbf{1}_{d(x, \xi) \leq r}}{|A_n|} \quad \text{avec } (A_n)_{n \rightarrow +\infty} \rightarrow E \text{ finis}\end{aligned}$$

$\implies \hat{F}(r)$ compte le pourcentage de points de E qui sont à une distance inférieure à r de ξ .

IV-Inférence statistique

L'inférence statistique est le fait d'observer des données et d'en déduire la loi de probabilité qui permet de les produire, et donc qui permet au mieux de les modéliser.

Ici, on s'intéresse à un ensemble de points et on cherche quel processus ponctuel permet d'avoir des réalisations similaires.

Afin de décrire une configuration, on se base sur les deux fonctions suivantes.

Définition : soit ξ une configuration de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\begin{aligned}\hat{F}(r) &= \frac{\sum_{x \in E} \mathbf{1}_{d(x, \xi) \leq r}}{|E|} \quad \text{si } E \text{ est fini} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{x \in E} \mathbf{1}_{d(x, \xi) \leq r}}{|A_n|} \quad \text{avec } (A_n)_{n \rightarrow +\infty} \rightarrow E \text{ finis}\end{aligned}$$

$\implies \hat{F}(r)$ compte le pourcentage de points de E qui sont à une distance inférieure à r de ξ .

On considère maintenant un processus ponctuel.

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition :

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E .

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) =$$

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

\implies

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple :

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$F(r) =$$

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} F(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \\ &= \end{aligned}$$

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} F(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \\ &= \mathbb{P}(\Phi(B(x, r)) > 0) \end{aligned}$$

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} F(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \\ &= \mathbb{P}(\Phi(B(x, r)) > 0) \\ &= \end{aligned}$$

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} F(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \\ &= \mathbb{P}(\Phi(B(x, r)) > 0) \\ &= 1 - e^{-\lambda \pi r^2}. \end{aligned}$$

On considère maintenant un processus ponctuel.

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$F(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies F(r)$ est la probabilité d'être à distance inférieure à r de Φ pour un point x de E .

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} F(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \\ &= \mathbb{P}(\Phi(B(x, r)) > 0) \\ &= 1 - e^{-\lambda \pi r^2}. \end{aligned}$$

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition :

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E .

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) =$$

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

\Rightarrow

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$$\Rightarrow \hat{G}(r)$$

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\Rightarrow \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\Rightarrow \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition :

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\Rightarrow \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E .

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\Rightarrow \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\Rightarrow \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$G(r) =$$

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\Rightarrow \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$G(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r)$$

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\Rightarrow \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$G(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\implies \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$G(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

\implies

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\implies \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$G(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies G(r)$ est la probabilité d'avoir un voisin à distance inférieure à r dans Φ pour un point x de Φ .

La deuxième fonction s'intéresse au point de vue d'un point du processus.

Définition : soit ξ une configuration non vide de E . On définit, pour tout $r > 0$,

$$\hat{G}(r) = \frac{\sum_{x \in \xi} \mathbf{1}_{d(x, \xi \setminus \{x\}) \leq r}}{|\xi|}$$

$\implies \hat{G}(r)$ compte la proportion de points de ξ qui sont à une distance inférieure à r de leur plus proche voisin dans ξ .

Définition : soit Φ un processus ponctuel stationnaire sur E . Pour tout $r > 0$,

$$G(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r)$$

où $x \in E$ (comme Φ est stationnaire, la probabilité ne dépend pas du choix de x).

$\implies G(r)$ est la probabilité d'avoir un voisin à distance inférieure à r dans Φ pour un point x de Φ .

Exemple :

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$G(r) =$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$G(r) = \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r) \text{ où } x \in \Phi$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} G(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r) \text{ où } x \in \Phi \\ &= \end{aligned}$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} G(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r) \text{ où } x \in \Phi \\ &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \text{ où } x \in E \text{ (*)} \end{aligned}$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} G(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r) \text{ où } x \in \Phi \\ &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \text{ où } x \in E \text{ (*)} \\ &= \end{aligned}$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} G(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r) \text{ où } x \in \Phi \\ &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \text{ où } x \in E \text{ (*)} \\ &= 1 - e^{-\lambda \pi r^2} \end{aligned}$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} G(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r) \text{ où } x \in \Phi \\ &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \text{ où } x \in E \text{ (*)} \\ &= 1 - e^{-\lambda \pi r^2} \\ &= F(r). \end{aligned}$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} G(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r) \text{ où } x \in \Phi \\ &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \text{ où } x \in E \text{ (*)} \\ &= 1 - e^{-\lambda \pi r^2} \\ &= F(r). \end{aligned}$$

(*) Qu'un point appartienne ou non au processus n'apporte pas d'information (théorème de Mecke-Slivnyak).

Exemple : si Φ est un processus de Poisson d'intensité λ ,

$$\begin{aligned} G(r) &= \mathbb{P}(d(x, \Phi \setminus \{x\}) \leq r) \text{ où } x \in \Phi \\ &= \mathbb{P}(d(x, \Phi) \leq r) \text{ où } x \in E \text{ (*)} \\ &= 1 - e^{-\lambda \pi r^2} \\ &= F(r). \end{aligned}$$

(*) Qu'un point appartienne ou non au processus n'apporte pas d'information (théorème de Mecke-Slivnyak).

A partir de F et G , on construit

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition :

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration.

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) =$$

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

Soit Φ un processus ponctuel.

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

Soit Φ un processus ponctuel. Pour tout $r > 0$,

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

Soit Φ un processus ponctuel. Pour tout $r > 0$,

$$J(r) =$$

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

Soit Φ un processus ponctuel. Pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1 - G(r)}{1 - F(r)}.$$

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

Soit Φ un processus ponctuel. Pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1 - G(r)}{1 - F(r)}.$$

Exemple :

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

Soit Φ un processus ponctuel. Pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1 - G(r)}{1 - F(r)}.$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson alors, pour tout $r > 0$,

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

Soit Φ un processus ponctuel. Pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1 - G(r)}{1 - F(r)}.$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson alors, pour tout $r > 0$,

$$J(r) = 1.$$

A partir de F et G , on construit une troisième fonction J (appelée la J -fonction).

Définition : soit ξ une configuration. Pour tout $r > 0$,

$$\hat{J}(r) = \frac{1 - \hat{G}(r)}{1 - \hat{F}(r)}.$$

Soit Φ un processus ponctuel. Pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1 - G(r)}{1 - F(r)}.$$

Exemple : si Φ est un processus de Poisson alors, pour tout $r > 0$,

$$J(r) = 1.$$

Remarque :

Remarque : lorsque $J \geq 1$,

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif.

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$,

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif.

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Théorème (2014) :

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Théorème (2014) : si Φ est un processus β -Ginibre d'intensité $\lambda > 0$, alors, pour tout $r > 0$,

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Théorème (2014) : si Φ est un processus β -Ginibre d'intensité $\lambda > 0$, alors, pour tout $r > 0$,

$$J(r) =$$

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Théorème (2014) : si Φ est un processus β -Ginibre d'intensité $\lambda > 0$, alors, pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1}{1 - \beta + \beta e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}}}.$$

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Théorème (2014) : si Φ est un processus β -Ginibre d'intensité $\lambda > 0$, alors, pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1}{1 - \beta + \beta e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}}}.$$

On vérifie que $J(r) > 1$:

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Théorème (2014) : si Φ est un processus β -Ginibre d'intensité $\lambda > 0$, alors, pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1}{1 - \beta + \beta e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}}}.$$

On vérifie que $J(r) > 1$:

$$1 - \beta + \beta e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}} - 1 =$$

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Théorème (2014) : si Φ est un processus β -Ginibre d'intensité $\lambda > 0$, alors, pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1}{1 - \beta + \beta e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}}}.$$

On vérifie que $J(r) > 1$:

$$1 - \beta + \beta e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}} - 1 = \beta(e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}} - 1) < 0.$$

Remarque : lorsque $J \geq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt répulsif. Lorsque $J \leq 1$, cela indique que le processus ponctuel est plutôt attractif. On remarque que, pour tout $r > 0$,

$$J(r) \geq 1 \iff 1 - G(r) \leq 1 - F(r) \iff G(r) \leq F(r).$$

"La probabilité d'être proche du processus est plus faible quand on est dans le processus que quand on n'y est pas."

Théorème (2014) : si Φ est un processus β -Ginibre d'intensité $\lambda > 0$, alors, pour tout $r > 0$,

$$J(r) = \frac{1}{1 - \beta + \beta e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}}}.$$

On vérifie que $J(r) > 1$:

$$1 - \beta + \beta e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}} - 1 = \beta(e^{\frac{-\lambda \pi r^2}{\beta}} - 1) < 0.$$

V-Fitting

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre :

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

- 1.

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting :

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
- 2.

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .
- 3.

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .
3. Calculer \hat{J} sur la configuration.

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .
3. Calculer \hat{J} sur la configuration.
- 4.

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .
3. Calculer \hat{J} sur la configuration.
4. Utiliser la méthode des moindres carrés pour fitter \hat{J} sur

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .
3. Calculer \hat{J} sur la configuration.
4. Utiliser la méthode des moindres carrés pour fitter \hat{J} sur

$$J(r) =$$

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .
3. Calculer \hat{J} sur la configuration.
4. Utiliser la méthode des moindres carrés pour fitter \hat{J} sur

$$J(r) = \frac{1}{1 - \beta + \beta e^{-\frac{\lambda \pi r^2}{\beta}}}$$

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .
3. Calculer \hat{J} sur la configuration.
4. Utiliser la méthode des moindres carrés pour fitter \hat{J} sur

$$J(r) = \frac{1}{1 - \beta + \beta e^{-\frac{\lambda \pi r^2}{\beta}}}$$

et obtenir β .

V-Fitting

En TP nous chercherons à "fitter" les coordonnées des points d'un réseau à un processus de β -Ginibre : il s'agit de trouver l'intensité λ et le coefficient de répulsion β qui conviennent le mieux.

Pour cela, il faut :

1. Déterminer la région où se fait le fitting : il faut que les points soient répartis de façon homogène à l'intérieur de la fenêtre et autour afin d'éviter les effets de bord.
2. Compter le nombre de points par unité de surface pour obtenir λ .
3. Calculer \hat{J} sur la configuration.
4. Utiliser la méthode des moindres carrés pour fitter \hat{J} sur

$$J(r) = \frac{1}{1 - \beta + \beta e^{-\frac{\lambda \pi r^2}{\beta}}}$$

et obtenir β .

VI-Processus α -stables

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables.

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes :

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition :

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de Sibuya de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de Sibuya de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) =$$

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de Sibuya de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) = \frac{\alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - k + 1)}{k!} (-1)^{k+1}$$

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une **loi de Sibuya** de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) = \frac{\alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - k + 1)}{k!} (-1)^{k+1}$$

On convient que si $\alpha = 1$ alors

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de Sibuya de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) = \frac{\alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - k + 1)}{k!} (-1)^{k+1}$$

On convient que si $\alpha = 1$ alors

$$P(Y = 1) = 1.$$

Propriété :

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de Sibuya de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) = \frac{\alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - k + 1)}{k!} (-1)^{k+1}$$

On convient que si $\alpha = 1$ alors

$$P(Y = 1) = 1.$$

Propriété : sa transformée de Laplace est donnée pour $t \geq 0$ par

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de **Sibuya** de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) = \frac{\alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - k + 1)}{k!} (-1)^{k+1}$$

On convient que si $\alpha = 1$ alors

$$P(Y = 1) = 1.$$

Propriété : sa transformée de Laplace est donnée pour $t \geq 0$ par

$$\mathcal{L}_Y(t) =$$

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de **Sibuya** de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) = \frac{\alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - k + 1)}{k!} (-1)^{k+1}$$

On convient que si $\alpha = 1$ alors

$$P(Y = 1) = 1.$$

Propriété : sa transformée de Laplace est donnée pour $t \geq 0$ par

$$\mathcal{L}_Y(t) = \mathbb{E}[e^{-tY}] =$$

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de **Sibuya** de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) = \frac{\alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - k + 1)}{k!} (-1)^{k+1}$$

On convient que si $\alpha = 1$ alors

$$P(Y = 1) = 1.$$

Propriété : sa transformée de Laplace est donnée pour $t \geq 0$ par

$$\mathcal{L}_Y(t) = \mathbb{E}[e^{-tY}] = 1 - (1 - e^{-t})^\alpha.$$

VI-Processus α -stables

On s'intéresse dans cette section à une catégorie de processus ponctuels hautement attractifs, les processus α -stables. On a pour cela besoin d'introduire deux familles de lois discrètes : les lois discrètes de Sibuya et les lois discrètes α -stables.

1-Lois et processus de Sibuya

Définition : une variable aléatoire Y à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi de **Sibuya** de paramètre $\alpha \in]0; 1]$ si, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$,

$$P(Y = k) = \frac{\alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - k + 1)}{k!} (-1)^{k+1}$$

On convient que si $\alpha = 1$ alors

$$P(Y = 1) = 1.$$

Propriété : sa transformée de Laplace est donnée pour $t \geq 0$ par

$$\mathcal{L}_Y(t) = \mathbb{E}[e^{-tY}] = 1 - (1 - e^{-t})^\alpha.$$

Propriété :

Propriété : soient les variables indépendantes

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha),$

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha),$
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta).$

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha),$
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta).$

Alors

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha),$
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta).$

Alors

$$\sum_{n=1}^Y X^{(n)} \sim$$

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha),$
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta).$

Alors

$$\sum_{n=1}^Y X^{(n)} \sim \text{Sibuya}(\alpha\beta).$$

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha),$
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta).$

Alors

$$\sum_{n=1}^Y X^{(n)} \sim \text{Sibuya}(\alpha\beta).$$

Définition :

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha),$
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta).$

Alors

$$\sum_{n=1}^Y X^{(n)} \sim \text{Sibuya}(\alpha\beta).$$

Définition : soit μ une mesure de probabilité sur $E \subset \mathbb{R}^2$ et $\alpha \in (0; 1]$. Un **processus de Sibuya** $\Upsilon_{\alpha, \mu}$ est obtenu

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha)$,
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta)$.

Alors

$$\sum_{n=1}^Y X^{(n)} \sim \text{Sibuya}(\alpha\beta).$$

Définition : soit μ une mesure de probabilité sur $E \subset \mathbb{R}^2$ et $\alpha \in (0; 1]$. Un **processus de Sibuya** $\Upsilon_{\alpha, \mu}$ est obtenu

- en tirant un nombre de points de loi de Sibuya de paramètre α ,

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha)$,
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta)$.

Alors

$$\sum_{n=1}^Y X^{(n)} \sim \text{Sibuya}(\alpha\beta).$$

Définition : soit μ une mesure de probabilité sur $E \subset \mathbb{R}^2$ et $\alpha \in (0; 1]$. Un **processus de Sibuya** $\Upsilon_{\alpha, \mu}$ est obtenu

- en tirant un nombre de points de loi de Sibuya de paramètre α ,
- en plaçant indépendamment ces points dans E selon la mesure de probabilité μ .

Propriété : soient les variables indépendantes

- $(X^{(n)})_{n \in \mathbb{N}^*} \sim \text{Sibuya}(\alpha)$,
- $Y \sim \text{Sibuya}(\beta)$.

Alors

$$\sum_{n=1}^Y X^{(n)} \sim \text{Sibuya}(\alpha\beta).$$

Définition : soit μ une mesure de probabilité sur $E \subset \mathbb{R}^2$ et $\alpha \in (0; 1]$. Un **processus de Sibuya** $\Upsilon_{\alpha, \mu}$ est obtenu

- en tirant un nombre de points de loi de Sibuya de paramètre α ,
- en plaçant indépendamment ces points dans E selon la mesure de probabilité μ .

2-Amincissement sur les lois discrètes

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition :

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$.

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$,

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Si X est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} ,

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Si X est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , alors $p \circ X$ est une variable aléatoire telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Si X est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , alors $p \circ X$ est une variable aléatoire telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, conditionnellement à $X = n$,

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Si X est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , alors $p \circ X$ est une variable aléatoire telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, conditionnellement à $X = n$, $p \circ X$ suit loi binomiale de paramètres n et p .

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Si X est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , alors $p \circ X$ est une variable aléatoire telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, conditionnellement à $X = n$, $p \circ X$ suit loi binomiale de paramètres n et p .

L'expression de la transformée de Laplace d'un amincissement est explicite :

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Si X est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , alors $p \circ X$ est une variable aléatoire telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, conditionnellement à $X = n$, $p \circ X$ suit loi binomiale de paramètres n et p .

L'expression de la transformée de Laplace d'un amincissement est explicite :

$$\mathcal{L}_{p \circ X}(t) =$$

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Si X est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , alors $p \circ X$ est une variable aléatoire telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, conditionnellement à $X = n$, $p \circ X$ suit loi binomiale de paramètres n et p .

L'expression de la transformée de Laplace d'un amincissement est explicite :

$$\mathcal{L}_{p \circ X}(t) = \mathcal{L}_X(1 - p(1 - e^{-t})).$$

2-Amincissement sur les lois discrètes

Définition : soient $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. L'**amincissement** de n par p , noté $p \circ n$, est la variable aléatoire obtenue en conservant chaque unité de n avec probabilité p et en supprimant chaque unité avec probabilité $1 - p$, de façon indépendante, de sorte que $p \circ n$ suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Si X est une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , alors $p \circ X$ est une variable aléatoire telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, conditionnellement à $X = n$, $p \circ X$ suit loi binomiale de paramètres n et p .

L'expression de la transformée de Laplace d'un amincissement est explicite :

$$\mathcal{L}_{p \circ X}(t) = \mathcal{L}_X(1 - p(1 - e^{-t})).$$

3-Lois discrètes stables

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson :

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$.

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$. Soit $p \in [0; 1]$.

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$. Soit $p \in [0; 1]$. Alors

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$. Soit $p \in [0; 1]$. Alors

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$. Soit $p \in [0; 1]$. Alors

- $X + Y$ suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda + \beta$,

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$. Soit $p \in [0; 1]$. Alors

- $X + Y$ suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda + \beta$,
- $p \circ X$ suit une loi de Poisson de paramètre $p\lambda$.

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$. Soit $p \in [0; 1]$. Alors

- $X + Y$ suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda + \beta$,
- $p \circ X$ suit une loi de Poisson de paramètre $p\lambda$.

En combinant les deux résultats précédents, on obtient en particulier que, si $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes d'une variable aléatoire X de loi de Poisson, alors, pour tout $p \in [0; 1]$,

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$. Soit $p \in [0; 1]$. Alors

- $X + Y$ suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda + \beta$,
- $p \circ X$ suit une loi de Poisson de paramètre $p\lambda$.

En combinant les deux résultats précédents, on obtient en particulier que, si $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes d'une variable aléatoire X de loi de Poisson, alors, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p \circ X^{(1)} + (1 - p) \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X.$$

3-Lois discrètes stables

Remarque sur la loi de Poisson : soient deux variables aléatoires X et Y indépendantes de lois de Poisson respectives de paramètres $\lambda > 0$ et $\beta > 0$. Soit $p \in [0; 1]$. Alors

- $X + Y$ suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda + \beta$,
- $p \circ X$ suit une loi de Poisson de paramètre $p\lambda$.

En combinant les deux résultats précédents, on obtient en particulier que, si $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes d'une variable aléatoire X de loi de Poisson, alors, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p \circ X^{(1)} + (1 - p) \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X.$$

Plus généralement,

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition :

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$.

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

où $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de X .

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

où $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de X .

Sa transformée de Laplace vérifie, pour tout $t \in [0; 1]$,

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

où $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de X .

Sa transformée de Laplace vérifie, pour tout $t \in [0; 1]$,

$$\mathcal{L}_X(t) = e^{-\lambda(1-e^{-t})^\alpha},$$

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

où $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de X .

Sa transformée de Laplace vérifie, pour tout $t \in [0; 1]$,

$$\mathcal{L}_X(t) = e^{-\lambda(1-e^{-t})^\alpha},$$

où $\lambda > 0$.

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

où $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de X .

Sa transformée de Laplace vérifie, pour tout $t \in [0; 1]$,

$$\mathcal{L}_X(t) = e^{-\lambda(1-e^{-t})^\alpha},$$

où $\lambda > 0$. Une telle loi dépend donc de deux paramètres : α et λ .

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

où $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de X .

Sa transformée de Laplace vérifie, pour tout $t \in [0; 1]$,

$$\mathcal{L}_X(t) = e^{-\lambda(1-e^{-t})^\alpha},$$

où $\lambda > 0$. Une telle loi dépend donc de deux paramètres : α et λ .

On constate en particulier qu'une loi de Poisson

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

où $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de X .

Sa transformée de Laplace vérifie, pour tout $t \in [0; 1]$,

$$\mathcal{L}_X(t) = e^{-\lambda(1-e^{-t})^\alpha},$$

où $\lambda > 0$. Une telle loi dépend donc de deux paramètres : α et λ .

On constate en particulier qu'une loi de Poisson est une loi discrète α -stable pour $\alpha = 1$.

Plus généralement, on introduit dans la définition suivante la notion de stabilité discrète (Steutel, Van Harn, 1979).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Une variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} suit une loi discrète α -stable (ou loi discrète stable) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ X^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} X,$$

où $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de X .

Sa transformée de Laplace vérifie, pour tout $t \in [0; 1]$,

$$\mathcal{L}_X(t) = e^{-\lambda(1-e^{-t})^\alpha},$$

où $\lambda > 0$. Une telle loi dépend donc de deux paramètres : α et λ .

On constate en particulier qu'une loi de Poisson est une loi discrète α -stable pour $\alpha = 1$.

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 :

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable
 \iff

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

et, conditionnellement à S , $X \sim \text{Poisson}(S)$.

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

et, conditionnellement à S , $X \sim \text{Poisson}(S)$.

Caractérisation 2 :

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

et, conditionnellement à S , $X \sim \text{Poisson}(S)$.

Caractérisation 2 : une variable aléatoire X est discrète α -stable (de paramètre λ) \iff

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

et, conditionnellement à S , $X \sim \text{Poisson}(S)$.

Caractérisation 2 : une variable aléatoire X est discrète α -stable (de paramètre λ) \iff il existe une variable aléatoire Z de loi de Poisson de paramètre λ et une suite de variables aléatoires $(Y^{(k)})_{k \in \mathbb{N}^*}$ mutuellement indépendantes,

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

et, conditionnellement à S , $X \sim \text{Poisson}(S)$.

Caractérisation 2 : une variable aléatoire X est discrète α -stable (de paramètre λ) \iff il existe une variable aléatoire Z de loi de Poisson de paramètre λ et une suite de variables aléatoires $(Y^{(k)})_{k \in \mathbb{N}^*}$ mutuellement indépendantes, et indépendantes de Z ,

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

et, conditionnellement à S , $X \sim \text{Poisson}(S)$.

Caractérisation 2 : une variable aléatoire X est discrète α -stable (de paramètre λ) \iff il existe une variable aléatoire Z de loi de Poisson de paramètre λ et une suite de variables aléatoires $(Y^{(k)})_{k \in \mathbb{N}^*}$ mutuellement indépendantes, et indépendantes de Z , de même loi de Sibuya de paramètre α telles que

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

et, conditionnellement à S , $X \sim \text{Poisson}(S)$.

Caractérisation 2 : une variable aléatoire X est discrète α -stable (de paramètre λ) \iff il existe une variable aléatoire Z de loi de Poisson de paramètre λ et une suite de variables aléatoires $(Y^{(k)})_{k \in \mathbb{N}^*}$ mutuellement indépendantes, et indépendantes de Z , de même loi de Sibuya de paramètre α telles que

$$X = \sum_{k=1}^Z Y^{(k)}.$$

Les lois discrètes stables admettent deux caractérisations intéressantes.

Caractérisation 1 : une variable aléatoire X est discrète α -stable \iff il existe une variable aléatoire S vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} S^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} S^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} S,$$

et, conditionnellement à S , $X \sim \text{Poisson}(S)$.

Caractérisation 2 : une variable aléatoire X est discrète α -stable (de paramètre λ) \iff il existe une variable aléatoire Z de loi de Poisson de paramètre λ et une suite de variables aléatoires $(Y^{(k)})_{k \in \mathbb{N}^*}$ mutuellement indépendantes, et indépendantes de Z , de même loi de Sibuya de paramètre α telles que

$$X = \sum_{k=1}^Z Y^{(k)}.$$

4-Processus ponctuels stables

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition :

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$.

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Un processus ponctuel Φ est discret α -stable (noté $D\alpha S$) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Un processus ponctuel Φ est discret α -stable (noté $D\alpha S$) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Un processus ponctuel Φ est discret α -stable (noté $D\alpha S$) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

où $\Phi^{(1)}$ et $\Phi^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de Φ .

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Un processus ponctuel Φ est discret α -stable (noté $D\alpha S$) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

où $\Phi^{(1)}$ et $\Phi^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de Φ .

On constate en particulier qu'un processus de Poisson Φ vérifie, pour tout $p \in [0; 1]$,

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Un processus ponctuel Φ est discret α -stable (noté $D\alpha S$) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

où $\Phi^{(1)}$ et $\Phi^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de Φ .

On constate en particulier qu'un processus de Poisson Φ vérifie, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p \circ \Phi^{(1)} + (1 - p) \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Un processus ponctuel Φ est discret α -stable (noté $D\alpha S$) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

où $\Phi^{(1)}$ et $\Phi^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de Φ .

On constate en particulier qu'un processus de Poisson Φ vérifie, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p \circ \Phi^{(1)} + (1 - p) \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

et que c'est donc un processus α -stable pour $\alpha = 1$.

4-Processus ponctuels stables

La notion de stabilité discrète s'étend naturellement aux processus ponctuels (Davydov, Molchanov, Zuyev, 2011).

Définition : soit $\alpha \in]0; 1]$. Un processus ponctuel Φ est discret α -stable (noté $D\alpha S$) si, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

où $\Phi^{(1)}$ et $\Phi^{(2)}$ sont deux copies indépendantes de Φ .

On constate en particulier qu'un processus de Poisson Φ vérifie, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p \circ \Phi^{(1)} + (1 - p) \circ \Phi^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} \Phi,$$

et que c'est donc un processus α -stable pour $\alpha = 1$.

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 :

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable
 \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} M^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} M^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} M,$$

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} M^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} M^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} M,$$

et, conditionnellement à M , Φ est un processus de Poisson d'intensité M .

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} M^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} M^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} M,$$

et, conditionnellement à M , Φ est un processus de Poisson d'intensité M .

Caractérisation 2 :

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable
 \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} M^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} M^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} M,$$

et, conditionnellement à M , Φ est un processus de Poisson d'intensité M .

Caractérisation 2 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable
 \iff

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} M^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} M^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} M,$$

et, conditionnellement à M , Φ est un processus de Poisson d'intensité M .

Caractérisation 2 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe un processus de Poisson Ψ de mesure d'intensité σ sur l'espace $\mathbb{M}_1(E)$ des mesures de probabilité sur E et une suite $(\Upsilon_{\alpha, \mu})_{\mu \in \Psi}$ de processus de Sibuya indépendants tels que

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} M^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} M^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} M,$$

et, conditionnellement à M , Φ est un processus de Poisson d'intensité M .

Caractérisation 2 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe un processus de Poisson Ψ de mesure d'intensité σ sur l'espace $\mathbb{M}_1(E)$ des mesures de probabilité sur E et une suite $(\Upsilon_{\alpha, \mu})_{\mu \in \Psi}$ de processus de Sibuya indépendants tels que

$$\Phi =$$

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} M^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} M^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} M,$$

et, conditionnellement à M , Φ est un processus de Poisson d'intensité M .

Caractérisation 2 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe un processus de Poisson Ψ de mesure d'intensité σ sur l'espace $\mathbb{M}_1(E)$ des mesures de probabilité sur E et une suite $(\Upsilon_{\alpha, \mu})_{\mu \in \Psi}$ de processus de Sibuya indépendants tels que

$$\Phi = \sum_{\mu \in \Psi} \Upsilon_{\alpha, \mu}.$$

Les deux caractérisations énoncées pour les variables aléatoires s'adaptent comme suit.

Caractérisation 1 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe une mesure aléatoire M vérifiant, pour tout $p \in [0; 1]$,

$$p^{\frac{1}{\alpha}} M^{(1)} + (1 - p)^{\frac{1}{\alpha}} M^{(2)} \stackrel{\mathcal{D}}{=} M,$$

et, conditionnellement à M , Φ est un processus de Poisson d'intensité M .

Caractérisation 2 : un processus ponctuel Φ est discret α -stable \iff il existe un processus de Poisson Ψ de mesure d'intensité σ sur l'espace $\mathbb{M}_1(E)$ des mesures de probabilité sur E et une suite $(\Upsilon_{\alpha, \mu})_{\mu \in \Psi}$ de processus de Sibuya indépendants tels que

$$\Phi = \sum_{\mu \in \Psi} \Upsilon_{\alpha, \mu}.$$

5-Simulation d'un processus α -stable

5-Simulation d'un processus α -stable

Simulation d'une loi de Sibuya :

5-Simulation d'un processus α -stable

Simulation d'une loi de Sibuya :

- X suit une loi exponentielle de paramètre 1

5-Simulation d'un processus α -stable

Simulation d'une loi de Sibuya :

- X suit une loi exponentielle de paramètre 1
- G, H suivent des lois gamma de paramètres respectifs α et $1 - \alpha$

5-Simulation d'un processus α -stable

Simulation d'une loi de Sibuya :

- X suit une loi exponentielle de paramètre 1
- G, H suivent des lois gamma de paramètres respectifs α et $1 - \alpha$
- Conditionnellement à X, G, H , la variable P suit une loi de Poisson de paramètre $\frac{XH}{G}$

5-Simulation d'un processus α -stable

Simulation d'une loi de Sibuya :

- X suit une loi exponentielle de paramètre 1
- G, H suivent des lois gamma de paramètres respectifs α et $1 - \alpha$
- Conditionnellement à X, G, H , la variable P suit une loi de Poisson de paramètre $\frac{XH}{G}$

$\Rightarrow 1 + P$ suit une loi de Sibuya de paramètre α

5-Simulation d'un processus α -stable

Simulation d'une loi de Sibuya :

- X suit une loi exponentielle de paramètre 1
- G, H suivent des lois gamma de paramètres respectifs α et $1 - \alpha$
- Conditionnellement à X, G, H , la variable P suit une loi de Poisson de paramètre $\frac{XH}{G}$

$\Rightarrow 1 + P$ suit une loi de Sibuya de paramètre α

A l'aide du logiciel R, on propose pour différentes valeurs de α des réalisations du processus α -stable construit comme suit :

- on tire un processus de Poisson Ψ d'intensité $\lambda = 0,003$ dans un carré de taille 100×100 ,
- chaque point x de Ψ détermine le centre d'une boule $B(x, r)$ avec r fixé à 10,
- dans chaque boule $B(x, r)$ sont tirés uniformément et indépendamment un nombre $\sim \text{Sibuya}(\alpha)$ de points.

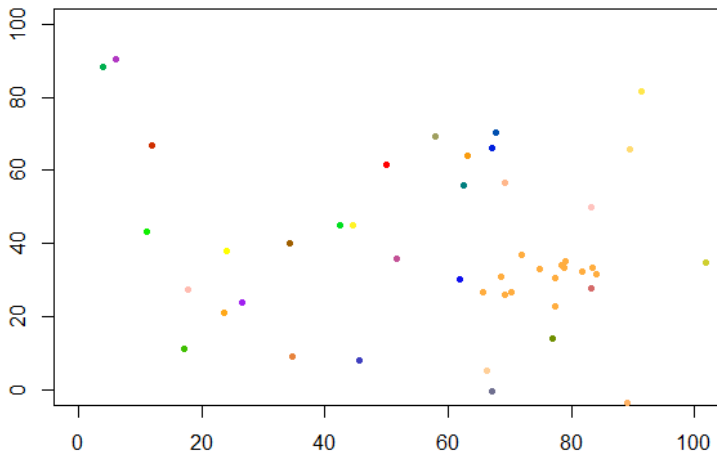


Figure: $\alpha = 0,95$ et $\lambda = 0,003$

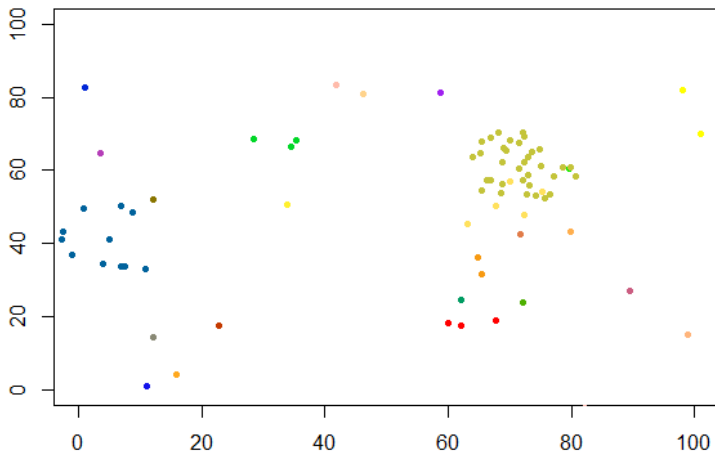


Figure: $\alpha = 0,8$ et $\lambda = 0,003$

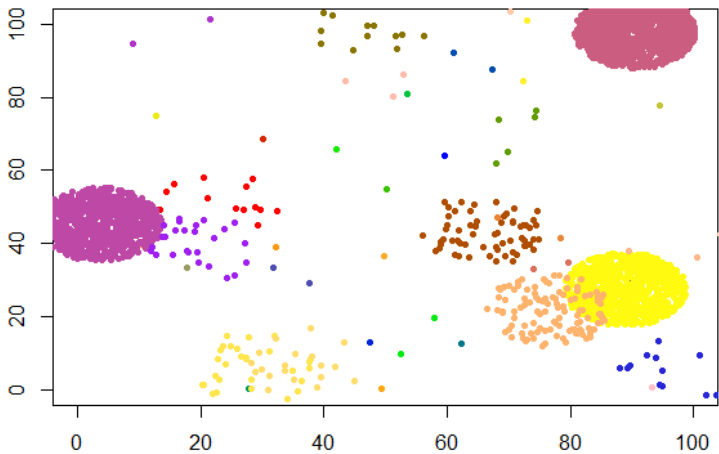


Figure: $\alpha = 0,5$ et $\lambda = 0,003$

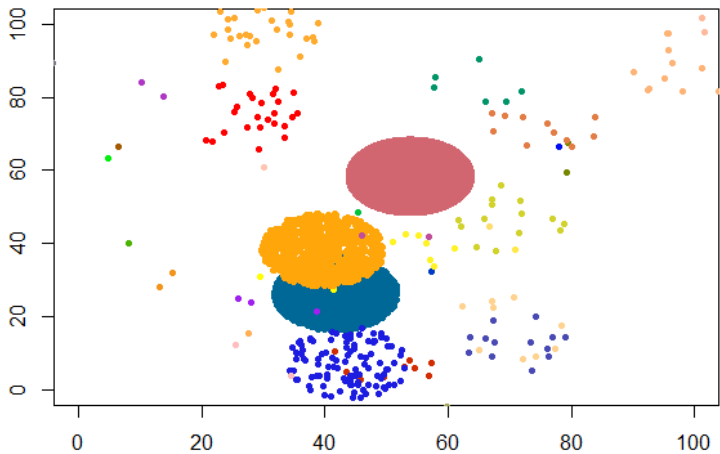


Figure: $\alpha = 0,3$ et $\lambda = 0,003$

Remarques générales sur l'aspect modélisation :

Remarques générales sur l'aspect modélisation :

- introduction récente \implies problème ouvert,

Remarques générales sur l'aspect modélisation :

- introduction récente \implies problème ouvert,
- peut modéliser des ensembles de points à comportement très attractif,

Remarques générales sur l'aspect modélisation :

- introduction récente \implies problème ouvert,
- peut modéliser des ensembles de points à comportement très attractif,
- le paramètre α permet de quantifier le niveau d'attractivité ($\alpha = 1$ pour un processus de Poisson, attractivité plus forte quand α décroît),

Remarques générales sur l'aspect modélisation :

- introduction récente \implies problème ouvert,
- peut modéliser des ensembles de points à comportement très attractif,
- le paramètre α permet de quantifier le niveau d'attractivité ($\alpha = 1$ pour un processus de Poisson, attractivité plus forte quand α décroît),
- problème : le nombre de points dans chaque cluster admet une espérance infinie \implies difficultés pour utiliser les outils classiques de statistiques,

Remarques générales sur l'aspect modélisation :

- introduction récente \implies problème ouvert,
- peut modéliser des ensembles de points à comportement très attractif,
- le paramètre α permet de quantifier le niveau d'attractivité ($\alpha = 1$ pour un processus de Poisson, attractivité plus forte quand α décroît),
- problème : le nombre de points dans chaque cluster admet une espérance infinie \implies difficultés pour utiliser les outils classiques de statistiques,
- méthode de simulation plutôt simple mais calculs lents.

Remarques générales sur l'aspect modélisation :

- introduction récente \implies problème ouvert,
- peut modéliser des ensembles de points à comportement très attractif,
- le paramètre α permet de quantifier le niveau d'attractivité ($\alpha = 1$ pour un processus de Poisson, attractivité plus forte quand α décroît),
- problème : le nombre de points dans chaque cluster admet une espérance infinie \implies difficultés pour utiliser les outils classiques de statistiques,
- méthode de simulation plutôt simple mais calculs lents.