



CARTA AL ESTUDIANTE

Modelos Probabilísticos I- XS3310

II Ciclo Lectivo 2025

Características del curso

Unidad:	Escuela de Estadística, Universidad de Costa Rica
Profesor:	Christopher Torres Rojas (christopher.torres@ucr.ac.cr)
Horas:	4 horas contacto semanales: 2 teoría y 2 práctica
Créditos:	4 créditos ¹
Requisitos:	XS1130 Principios de Inferencia Estadística CA0151 Cálculo Diferencial e Integral I (Equiv. MA1021) CA0252 Álgebra Lineal (Equiv. MA1004)
Correquisitos:	Cálculo con Optimización (MA-1023)
Modalidad:	Presencial

Grupo	Profesor	Horario	Atención a estudiantes
1	Christopher Torres Rojas	martes y viernes 13:00-14:50	martes y viernes 15:00 - 15:50

Descripción

La teoría de probabilidad es requisito fundamental para introducir al estudiante a la inferencia estadística. Este curso es teórico-práctico y se enfoca principalmente en proporcionar los fundamentos de la teoría de la probabilidad en espacios discretos y continuos con aplicaciones a fenómenos aleatorios como los juegos de azar, muestreo, salud, demografía y finanzas, entre otras disciplinas.

Objetivo general

Aplicar los conceptos, teoremas y distribuciones básicas de la teoría de la probabilidad para el análisis y modelaje de los fenómenos aleatorios en diferentes campos del conocimiento.

¹ Definición de crédito: Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo del estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por el profesor.



Objetivos específicos

Al finalizar el curso el/la estudiante estará en la capacidad de:

1. Comprender los teoremas y axiomas básicos de la probabilidad clásica para su aplicación en juego de azar y fenómenos aleatorios.
2. Reconocer los diferentes tipos de distribuciones de probabilidad discretas y continuas para identificar su uso en las aplicaciones.
3. Comprender los conceptos de variable aleatoria, función de distribución, función de probabilidad o de densidad, valor esperado, varianza y función generatriz de momentos y generatriz de probabilidad para su aplicación a los fenómenos aleatorios.
4. Conocer los principales resultados relacionados con las desigualdades de probabilidad para su aplicación a la estadística y a fenómenos aleatorios.
5. Comprender la aplicación de la teoría de probabilidad en las diversas aplicaciones en la inferencia estadística para la simulación de los fenómenos aleatorios.

Contenidos

1. Conceptos fundamentales de probabilidades en espacios discretos
 - a) Origen de la teoría de la probabilidad. Juegos de azar, experimento aleatorio y definición clásica de probabilidad. Espacio muestral, sucesos o eventos. Consecuencias de la definición clásica: propiedades de las probabilidades. La frecuencia relativa de un suceso. Técnicas de conteo: principios fundamentales del análisis combinatorio, permutaciones (con y sin repetición) y combinaciones. Muestras ordenadas y sin ordenar, con o sin reemplazo. Concepto de muestra simple al azar. Cálculo de probabilidades utilizando permutaciones y combinaciones.
 - b) Problemas del enfoque clásico de la probabilidad. Otros enfoques: frecuencia relativa, probabilidad subjetiva, método axiomático. Desarrollo del método axiomático: Axiomas para sucesos y axiomas para probabilidades. Concepto de medida de probabilidad y espacio probabilístico. Medida de probabilidad equiprobable. Teoremas básicos. Probabilidad de un suceso.
 - c) Probabilidad condicional e independencia de sucesos. Ley multiplicativa. Cálculo de la probabilidad de un suceso: método de la composición de eventos. Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.



2. Variables aleatorias unidimensionales

- a) Definición de variable aleatoria (continua y discreta). La función de probabilidad (de masa o de densidad). Función de distribución acumulativa. Mediana y percentiles.
- b) Valor esperado de una variable aleatoria (continua y discreta). Propiedades del valor esperado, $E(X)$, $E[g(X)]$, $Var(X)$.
- c) Distribuciones discretas: Uniforme, Bernoulli, Binomial, Hipergeométrica, Geométrica, Binomial Negativa y Poisson.
- d) Aproximación de la binomial con la Poisson, de la hipergeométrica con la binomial.
- e) Repaso de integración impropia.
- f) Distribuciones continuas: Uniforme, Gamma, Exponencial, Chi-Cuadrado, Beta y Normal.
- g) Procesos de Poisson y su relación con la distribución exponencial. Relación entre la distribución binomial y la distribución beta. Aproximación de la binomial por medio de la normal.

3. Función generatriz de momentos y generatriz de probabilidad

- a) Función de verosimilitud.
- b) Momentos poblacionales. Funciones generatrices de momentos. Cálculo de las medias, variancias y generatrices de momentos de las distribuciones básicas.
- c) Funciones generatrices de probabilidad. Cálculo de las medias, variancias y generatrices de probabilidad de las distribuciones básicas.
- d) Desigualdad de Markov, teorema de Chebyshev (para variables aleatorias discretas y continuas).



Metodología

Las estrategias metodológicas incluyen la clase magistral, el trabajo individual, la discusión y reflexión sobre los conceptos matemáticos y estadísticos expuestos. Se requiere la participación de los estudiantes en la resolución de ejercicios en clase. Se recomienda el trabajo en grupo para completar apuntes, resolver ejercicios y compartir estrategias de resolución.

Se utilizará MEDIACIÓN VIRTUAL (el aula virtual institucional) para subir videos y como repositorio de archivos, prácticas y otros documentos. Se recuerda que el estudiantado debe tener disponibilidad para realizar evaluaciones y asistir a clases en el horario del curso. También se hará uso de la computadora para la simulación de funciones muestrales, por medio del software estadístico R y su entorno de desarrollo R-Studio en su versión más reciente.

Algunas sesiones de clases, que se comunicarán de manera oportuna, podrían ser asincrónicas. Es importante mencionar que, en este aspecto del tipo de clases (sincrónica y asincrónica), se debe tener cierta flexibilidad y su uso dependerá del tipo de materia que se esté abordando.



EVALUACIÓN

- a) Para evaluar el logro de los objetivos, se realizarán seis evaluaciones cortas (quiz o tarea), ejercicios en clase y tres exámenes parciales durante el curso.

Examen	Fecha	Valor
Parcial I	3 de octubre (1 pm – 2.30 pm)	35 %
Parcial II	21 de noviembre (1 pm – 2:30 pm)	35 %
6 evaluaciones cortas*	Viernes del calendario	25 %
Ejercicios en Clase		5 %
Total	-----	100 %

*se eliminará la evaluación corta con menor nota.

- b) Reglamentación de los exámenes de reposición

Hay exámenes de reposición para los estudiantes que no puedan hacer el parcial respectivo por razones contempladas en el artículo 24 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil, que establece al respecto:

“Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar un examen en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito.”



Cronograma

N° Semana	Día		Mes	Tema	Detalles
1	12	15	Ago	Introducción	
2	19	22	Ago	Métodos de Conteo	
3	26	29	Ago	Práctica Métodos de Conteo	Evaluación 1
4	2	5	Set	Desarrollo Axiomático + Probabilidad Condicional	
5	9	12	Set	Probabilidad Condicional y Bayes + Variable Aleatoria	
6	16	19	Set	Variable Aleatoria, Función de Densidad y Distribución, Percentiles	Evaluación 2
7	23	26	Set	Valor Esperado, Distribuciones Discretas	
8	30	3	Set/Oct	Distribuciones Discretas	Evaluación 3
9	7	10	Oct	Aproximaciones y Repaso de Integración	Parcial I (3 de Octubre)
10	14	17	Oct	Distribuciones Continuas	
11	21	24	Oct	Distribuciones Continuas	Evaluación 4
12	28	31	Oct	Funciones de Verosimilitud y Generatriz de Momentos	
13	4	7	Nov	Generatrices de momentos, Generatriz de Probabilidad	Evaluación 5
14	11	14	Nov	Markov y Chebyshev	Evaluación 6
15	18	21	Nov		Parcial III (21 de Noviembre)
16	25	28	Nov		
17	2	5	Dic		Ampliación 2 de Diciembre

Reglamentación

- La reglamentación sobre sus deberes y derechos como estudiante se encuentra en el **Reglamento de Régimen Académico Estudiantil** (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf)
- La reglamentación y sanciones ante fraudes en las evaluaciones o comportamientos anómalos por parte de los estudiantes, la pueden encontrar en **Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica**



(https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf)

- Con el fin de garantizar un espacio libre de violencia y sexismo en el desarrollo de este curso, les recomiendo que revisen **el Reglamento de la Universidad de Costa Rica contra el Hostigamiento Sexual** (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/hostigamiento_sexual.pdf)

Bibliografía

- Mendenhall, W., Scheaffer, R. y Wakerly, D. (2010). *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Séptima Edición. Editorial Thomson. México. **Signatura: 519.5M537e7.**
- Freund, J. y Walpole, R. (1990). *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Cuarta Edición. Editorial Prentice Hall Hispanoamericana. México. **Signatura: 519.5 F889e.**
- Mood, A. y Graybill, F. (1972). *Introducción a la teoría estadística*. Cuarta Edición. Editorial Aguilar. Madrid. **Signatura: 311 M817i4.**
- Feller, W. (1973). *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus aplicaciones*. Editorial Limusa. México. Signatura: **519.1 F326i E v.1.**
- DeGroot, M. y Schervish, M. (1988). *Probabilidad y Estadística*. Segunda Edición. Editorial Addison- Wesley Iberoamericana. Argentina. **Signatura: 519.2 D321p2 E.**
- Devore, J. (2008). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. Séptima Edición. Editorial Cengage Learning. Australia. **Signatura: 519.5 D511p7.**
- Devore, J. y Berk, K. (2012). *Modern Mathematical Statistics with Applications*. Segunda Edición. Springer New York, New York, NY. Disponible en línea con la cuenta institucional.
- Freedman, K. (2009). *Statistical Models: Theory and Practice*. Segunda Edición. Cambridge. **Signatura: 300.107.27 F853s.**
- Larsen, R. y Marx, M. (2012). *An Introduction to Mathematical Statistics*. Quinta Edición. Prentice Hall. **Signatura: 519.5 L344i5.**