严锦 1700011049

5.1

(1). 由题意知，该二叉树为满二叉树。因此有n个叶子结点的树中共有$2n-1$个结点

(2). 用数学归纳法.设当$n=k$时，结论成立，则有$\sum_{i=1}^{k}2^{-(l_i-1)}=1$.当$n=k+1$时，由满二叉树的特点知，必定同时增添两个新的叶子结点，同时原先的一个叶子结点变成非叶子结点，此时叶子结点的净增加数为1.设在原先的第t个结点下方添加两个新的叶子结点，同时第t个结点变为非叶子结点，则$\sum_{i=1}^{k+1}2^{-(l_i-1)}=\sum_{i=1}^{k}2^{-(l_i-1)}-2^{-(l_t-1)}+2*2^{-(l_t+1-1)}=\sum_{i=1}^{k}2^{-(l_i-1)}+0=1.$

原命题得证.

5.2

是.

设L是BST中任意一条从根到叶子结点的路径，A为S_1中任意一个连通分量中距离树根最近的结点，A的父节点为pA，B为S_3中任意一个连通分量中距离树根最近的结点，B的父节点为pB，则$A<pA\wedge B>pB$.假设存在一个A的子结点A_i，且$A_i>pA$，则该A_i在插入BST中时，就会直接沿着pA的右子树进行查找，而不会被插入到A的子树中，因此假设不成立，因此A的任意子节点均小于pA. 同理，B的任意子节点均大于pB. 同时易知，L中在pA之后的全部节点都不会比pA小，否则在插入时会被插入进S_1中，L中在pB之后的全部节点都不会比pB大，否则在插入时会被插入进S_3中.

由上述分析可知，$\forall a,b,c(a\in S_1\wedge b\in S_2\wedge c\in S_3\wedge a\leq b\leq c)$.

5.3

对该二叉树进行层次遍历，并设置bool flag为标志位。若遇到空结点，则flag = true，继续进行遍历。如果flag = true，且后续遍历到了新的不为空的结点，则该二叉树不是完全二叉树；如果flag = true，且后续遍历到的全部都是空结点，则该二叉树是完全二叉树。

最坏情况下，需要对整个二叉树进行层次遍历，因此对于有n个结点的二叉树，时间复杂度为$\mathcal{O}(n)$