

CH 7

7.1 一位投资者购买了一个执行价格为 X 的看涨期权并出售了一个相同执行价格的看跌期权。请描述他的头寸情况。

解：投资者头寸状况为： $\max(S_T - X, 0) - \max(X - S_T, 0)$

此头寸相当于执行价格为 X 的远期合约。当 X 与远期合约价格相同时，合约价值为 0，此时看涨期权与看跌期权价值相等。

7.2 请说明为什么欧式期权总是不如有相同标的物、相同执行价格、相同到期日的美式期权值钱。

解：美式期权持有者除具有欧式期权持有者所拥有的所有权利外，还有提早执行权。因此，美式期权至少应与相应的欧式期权有相同的价值。

7.3 请解释为什么美式期权的价值总是大于等于它的内在价值。

解：美式期权的持有者有立即执行期权，实现期权内在价值的权利，因此，美式期权的价值至少应等于其内在价值。

7.4 列举影响期权价格的 6 个因素。

解：影响期权价格的 6 个因素有：标的资产价格、期权的执行价格、无风险利率、资产价格的波动率、期限以及持有期间收益。

7.5 基于无红利支付股票的看涨期权，期限为 4 个月，执行价格为\$25，股票价格为\$28，无风险利率为 8%。该看涨期权价格下限为多少？

解：该看涨期权的价格下限为： $28 - 25 \times e^{-0.08 \times 0.3333} = \3.66

7.6 基于无红利支付股票的欧式看跌期权，期限为 1 个月，股票价格为\$12，执行价格为\$15，无风险年利率 6%，该期权的价格下限为多少？

解：该看跌期权价格下限为： $15 \times e^{-0.06 \times 0.083333} - 12 = \2.93

7.7 请给出两个原因说明为什么早执行无红利支付股票的美式看涨期权不是最好

的。第一条原因应包括货币时间价值。第二条原因在利率为零时也成立。

解：1) 推迟执行可推迟支付期权的执行价格，期权持有者可赚取执行价格更长时间的时间价值；

2) 推迟执行可提供保值价值，避免执行日时股价低于执行价格。假设期权购买者有现金 X ，且利率为 0。提早执行会使期权购买者头寸在到期日为 S_T ，而推迟执行买方头寸在到期日则为 $\max(X, S_T)$

7.8 “提前执行美式看跌期权是在货币的时间价值与看跌期权的保险价值之间的权衡。” 请解释这句话。

解： 美式期权能为其标的股票提供保险，它可使股票以执行价格 X 出售。如果期权提早执行，则保险消失，但期权多头立即获得股票价格，并可获得提早执行日至到期日间资金 X 的时间价值。

7.9 执行价格为\$20, 3 个月后到期的欧式看涨期权和欧式看跌期权，售价都为\$3。

无风险年利率为 10%，股票现价为\$19，预计 1 个月后发红利\$1。请说明对投资者而言，存在什么样的套利机会。

解：因为 $P + S_0 = 3 + 19 = 22$ ，

$$\text{而 } C + Xe^{-rt} + D = 3 + 20 * e^{-0.10*0.25} + 1 * e^{-0.10*0.0833} = 23.50$$

所以， $P + S_0 < C + Xe^{-rt} + D$ 。因而存在套利机会，可通过买看跌期权，卖空股票及看涨期权来进行套利。

7.10 请解释为什么对欧式看涨期权平价关系的讨论用于美式期权不可能得出同样的结论。

解：当不可提前执行时，我们可认为若两资产价值在 T 期相同，则在前几期也应相同。当可提前执行，以上论述则不成立。假设： $P + S_0 > C + Xe^{-rt}$ ，这并不存在套利机会。因为如果我们买看涨期权，卖空看跌期权并卖空股票，我们并不能确定其结果，因为我们并不确定看跌期权是否会被执行。

7.11 一个无红利支付股票的看涨期权，期限为 6 个月，执行价格为\$75，股票价格为\$80，无风险年利率为 10%。它的价格下限为多少？

解：看涨期权价格下限为： $S_0 - Ee^{-0.10 \times 0.50} = \8.66

7.12 一个无红利支付股票的欧式看跌期权，期限为 2 个月，股票价格为\$58，执行价格为\$65，无风险年利率为 5%，它的价格下限为多少？

解：该看跌期权的价格下限为： $65e^{-0.1667 \times 0.05} - 58 = \6.46

7.13 一个期限为 4 个月的无红利支付股票的欧式看涨期权现价为\$5，股票价格为\$64，执行价格为\$60，1 个月后发红利\$0.08。对所有期限的无风险年利率为 12%。对套利者而言存在什么样的机会。

解：执行价格现值为 $60e^{-0.3333 \times 0.12} = \57.65 ，红利现值为 $0.8e^{-0.08333 \times 0.12} = \0.79 。因为， $5 < 64 - 57.65 - 0.79$ ，所以，应买看涨期权的同时卖空股票，则无论如何，均将获利。

1) 如果股价降低低于\$60，套利者将在期权损失\$5，但从空头股票上至少可获得 $64 - 57.65 - 0.79 = \$5.56$ （现值）利润。

2) 如果到期日股价高于\$60，套利者可获 $5.56 - 5.00 = \$0.56$ (现值)利润。

7.14 一个期限为 1 个月的无红利支付股票的欧式看跌期权现价为\$2.5。股票价格为\$47，执行价格为\$50，风险年利率为 6%。对套利者而言存在什么样的机会？

解：执行价格的现值为 $50e^{-0.06 \times 0.08333} = \49.75 ，因为 $2.5 < 49.75 - 47.00$ ，套利者可通过买看跌期权、卖空股票，将利润锁定在至少\$0.25。

7.15 请直观地解释为什么当无风险利率上升且波动率减少时提前执行美式看跌期权变得很有吸引力。

解：当执行价格的利息（时间价值）大于保险价值损失时，提前执行美式看跌期权更具吸引力。

- 1) 当利率上升, 执行价格的利息(时间价值)增加, 这会使提前执行更具吸引力。
- 2) 当波动率减少, 保险价值下降, 也使提前执行更具吸引力。

7.16 执行价格为\$30, 6 个月后到期的欧式看涨期权的价格为\$2。标的股票的价格为\$29, 2 个月后和 5 个月后分红利\$0.50。期限结构为水平, 无风险利率为 10%。执行价格为\$30, 6 个月后到期的欧式看跌期权的价格为多少?

解: 由看涨一看跌期权平价公式: $C + Xe^{-rt} + D = P + S_0$, 则有:

$$\begin{aligned}
 P &= C + X e^{-rt} + D - S_0 \\
 &= 2 + 30e^{-0.5 \times 0.10} + 0.5e^{-0.1667 \times 0.1} + 0.5e^{-0.4167 \times 0.1} - 29 = 2.51
 \end{aligned}$$

所以 6 个月后到期的欧式看跌期权价格为\$2.51

7.17 在习题 7.16 中, 如果欧式看跌期权的价格为\$4, 请说明存在什么样的套利机会。

解: 若上题中, 欧式看跌期权为\$3, 套利者可买入看涨期权、卖空看跌期权、卖空股票进行套利。无论在何种情形中, 均可将利润锁定在 $3.00 - 2.51 = \$0.49$ 的现值水平。

7.18 一个无红利支付股票的美式看涨期权的价格为\$4。股票价格为\$31, 执行价格为\$30, 3 个月后到期。无风险利率为 8%。请推出相同股票、相同执行价格、相同到期日的美式看跌期权的价格上下限。

解: 由公式 $S_0 - X < S_0 - Xe^{-rt}$, 可得: $31 - 30 < 4 - P < 31 - 30e^{-0.25 \times 0.08}$

即 $1.00 < 4.00 - P < 1.59$

该美式看跌期权的价格上下限为: $2.41 < P < 3.00$

7.19 在习题 7.18 中, 如果美式看跌期权的价格高于所计算的上限值, 请说明存在什么样的套利机会。

解: 如果美式看跌期权价格高于\$3.00, 则套利者可通过卖空看跌期权、买进看

涨期权、并卖空股票的操作进行套利，并至少可获得 $3+31-4=\$30$ 的资金进行无风险利率投资机会。

7.20 假设 c_1 、 c_2 、 c_3 分别是执行价格为 X_1 、 X_2 、 X_3 的欧式看涨期权的价格。且 $X_3 > X_2 > X_1$ ， $X_3 - X_2 = X_2 - X_1$ 。所有的期权有相同的到期日。证明：

$$c_2 \leq 0.5(c_1 + c_3)$$

解：构造一投资组合：买进一份执行价格为 X_1 的期权 c_1 及一份执行价格为 X_3 的期权为 c_3 、卖空 2 份执行价格为 X_2 的期权 c_2 ，到期日股票价格为 S_T ，则组合价值为：

$$\max(S_T - X_1, 0) + \max(S_T - X_3, 0) - 2\max(S_T - X_2, 0)$$

S_T 的数值	组合价值
-----------	------

$S_T \leq X_1$	0
----------------	---

$X_1 < S_T \leq X_2$	$S_T - X_1$
----------------------	-------------

$X_2 < S_T < X_3$	$2X_2 - X_1 - S_T$
-------------------	--------------------

$X_3 \leq S_T$	$2X_2 - X_1 - X_3$
----------------	--------------------

由此可知，无论 S_T 的数值如何，该组合的价值均大于等于零。根据无套利定价理论，在期初，组合价值也应大于等于 0，即 $c_1 + c_3 - 2c_2$ 应大于等于 0。

所以， $c_2 \leq 0.5(c_1 + c_3)$ 成立。

7.21 如果习题 7.20 中期权为美式看跌期权，会有何结果？

解：同样构造一投资组合：买进一份执行价格为 X_1 的看跌期权 p_1 ，一份执行价格为 X_3 的看跌期权 p_3 同时卖空 2 份执行价格为 X_2 的看跌期权 p_2 ，到期日股票价格为 S_T ，则组合价值为： $\max(X_1 - S_T, 0) + \max(X_3 - S_T, 0) - 2\max(X_2 - S_T, 0)$

S_T 的数值	组合价值
-----------	------

$S_T \leq X_1$	$X_1 + X_3 - 2X_2$
----------------	--------------------

$X_1 < S_T \leq X_2$	$S_T + X_3 - 2X_2$
----------------------	--------------------

$X_2 < S_T < X_3$	$X_3 - S_T$
-------------------	-------------

$$X_3 \leq S_T$$

$$0$$

因此，在期初该组合价值 $p_1 + p_3 - 2p_2$ 应大于等于 0，即 $p_2 \leq 0.5(p_1 + p_3)$ 成立。

7.22 假设你是一家杠杆比例很高的公司的经理及唯一所有者。所有的债务在 1 年后到期。如果那时公司的价值高于债务的面值，你就可以偿还债务。如果公司的价值小于债务的面值，你就必须宣布破产，让债务人拥有公司。

a) 将公司的价值作为期权的标的物，描述你的头寸状况。

b) 按照以公司价值为标的物的期权的形式，描述债务人的头寸状况。

c) 你应当如何做来提高你头寸的价值？

解：a) 拥有一份看涨期权多头，头寸为 $\max(V_T - D, 0)$ 其中， V_T 为公司价值， D 为债务面值；

b) 拥有一份看跌期权空头及债券多头，其头寸价值为 $D - \max(D - V_T, 0)$

c) 应通过努力经营公司，使公司价值提高。

7.23 经理股票期权是公司向它的经理们发行的看涨期权。通常期权执行价格接近于期权发行时的股票市场价格。如果期权被执行，公司发行新的库存股票。经理人员通常不能将经理股票期权出售给其他人，有时在经理人员离开公司后将被取消。他们通常为期 10 年。在刚好到期前被执行。请讨论一位经理为什么会提前执行期权。

解：当经理需要现金，或他对公司未来前景不确定时，他会选择提前执行期权。一般的看涨期权在这两种情形下都会被执行，但经理执行期权不同。理论上，经理可卖空公司股票作为一种替代选择，但实际中这行为并不鼓励，甚至是违法的。因而只有提前执行期权。