

第四、五、六章概念题

为了方便大家复习，下面每一句话都是真命题。请给出证明或举出相应的例子。

1、Newton-Leibniz公式对可微函数也适用只要导函数是可积的，而不必假定导函数连续。

2、单调函数**不可能**有第二类间断点；可微函数的导函数**不可能**有第一类间断点。

3、可微函数的导函数总满足介值性质。

4、如果有一个可微函数，它的导函数单调，则导函数必连续。

5、如果 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有连续的导函数，并且

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ **未必存在**。

6、如果 x 是 f 的稳定点，且 x 处任意阶导数都为0，则 x 可能是极值点，也可能是拐点。

7、两变量函数的累次极限可能不相等；即使两个累次极限相等，全面极限也可能不存在。

8、如果全面极限存在，则累次极限必然存在，并且相等。

9、多变量函数可微，则连续，且偏导数存在。

10、 f 的偏导数存在，**不能**保证 f 连续，更不要说可微了。

11、一般而言 f_{xy} 和 f_{yx} 可能不相等，但如果知道 f_{xy} 和 f_{yx} 是连续的，则必然相等。

12、两变量函数的极值问题：设 (x,y) 是 f 的稳定点， f 有任意阶的连续偏导数。如果 f 在 (x,y) 处的一、二、三阶偏导数全都是0，四阶偏导数中只有 $\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}$ 不为0。则此点一定是极值点，并且如果 $\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}(x,y) > 0$ 则 (x,y) 是极小值点；如果 $\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}(x,y) < 0$ 则 (x,y) 是极大值点。

Happy New Year!