

12.1 一个证券组合当前价值为 \$ 1000 万, β 值为 1.0, S&P100 目前位于 250, 解释一个执行价格为 240。标的物为 S&P100 的看跌期权如何为该组合进行保险?

当 S&P100 跌到 480, 这个组合的期望价值是 $10 \times (480/500) = \$ 9.6\text{million}$. 买看跌期权 10,000, $000/500=20,000$ 可以防止这个组合下跌到 \$ 9.6million 下的损失。因此总共需要 200 份合约

12.2 “一旦我们知道了支付连续红利股票的期权的定价方法, 我们便知道了股票指数期权、货币期权和期货期权的定价”。请解释这句话。

一个股票指数类似一个连续支付红利的股票

12.3 请说明日圆看涨期权与日圆期货看涨期权的不同之处

一个日元的看涨期权给了持有者在未来某个时刻以确定的价格购买日圆的权利, 一个日圆远期看涨期权给予持有者在未来时刻远期价格超过特定范围按原先价格购买日圆的权利。如果远期期权行使, 持有者将获得一个日圆远期和约的多头。

12.4 请说明货币期权是如何进行套期保值的?

12.5 计算 3 个月期, 处于平价状态的欧式看涨股票指数期权的价值。指数为 250。无风险年利率为 10%, 指数年波动率为 18%, 指数的年红利收益率为 3%。

一个日元的看涨期权给了持有者在未来某个时刻以确定的价格购买日圆的权利, 一个日圆远期看涨期权给予持有者在未来时刻远期价格超过特定范围按原先价格购买日圆的权利。如果远期期权行使, 持有者将获得一个日圆远期和约的多头。

12.6 有一美式看涨期货期权, 期货合约和期权合约同时到期。在任何情况下期货期权比相应的标的物资产的美式期权更值钱?

当远期价格大于即期价格时, 美式远期期权在远期和约到期前的价值大于相对应的美式期权/

12.7 计算 5 个月有效期的欧式看跌期货期权的价值。期货价格为 \$ 19, 执行价格为 \$ 20, 无风险年利率为 12%。期货价格的年波动率为 20%。

本题中 12.8 假设交易所构造了一个股票指数。该指数反映了某个证券组合的收益率 (包括红利), 你如何为 (a) 期货合约、(b) 该指数的欧式期权进行定价。

12.9 目前 S&P 指数为 328 点。其年波动率为 30%, 无风险年收益率为 7%。指数的红利率为 4%。计算执行价格为 350 的 3 个月期欧式看跌期权的价格。

12.10 假设加拿大元的即期价格为 \$ 0.75, 加拿大元/美元的汇率的年波动率为 4%, 加拿大元和美元的无风险年收益率分别为 9% 和 7%。计算执行价格为 0.75、9 个月后到期的欧式看涨期权的价格。

12.11 从如下有关的欧式大豆期货的看跌期货期权的信息中, 计算大豆期货价格的隐含波动率

期货现价: 525

执行价格: 525

无风险年利率：6%

到期时间：5 个月

看跌期权价格：20

12.12 证明欧式股票指数期权的看跌—看涨的平价关系：

$$c + Xe^{-r(T-t)} = p + Se^{-q(T-t)}$$

其中 q 为指数的红利率， c 为欧式看涨期权的价格， p 为欧式看跌期权的价格，2 个期权的执行价格均为 X ，到期时间均为 T ，

12.13 欧式货币期权的看跌-看涨平价关系是什么？

12.14 若 C 为有关执行价格 X ，到期时间为 T ，股票红利率为 q 的美式看涨期权的价格， P 是同一股票，相同执行价格和执行日的看跌期权的价格，证明：

$$Se^{-q(T-t)} - X < C - P < S - Xe^{-r(T-t)}$$

其中， S 是股票价格， r 是无风险利率， $r > 0$ 。

12.15 若 C 是一个执行价格为 X ，到期时间为 T 的美式看涨期货期权的价格， P 是同一期权合约、相同执行价格和到期日的美式看跌期货期权的价格，证明：

$$Fe^{-r(T-t)} - X < C - P < F - Xe^{-r(T-t)}$$

其中 F 是期货价格， r 是无风险利率。假设 $r > 0$ 并且期货合约与远期合约没有区别

12.16 以货币 B 表示的货币 A 的价格遵循第 12.4 节中所假定的过程。问：以货币 A 表示的货币 B 的价格遵循什么过程？

12.17 一股票指数的波动率是大于还是小于一个典型股票的波动率？请说明原因

股票指数的波动率被认为是小于典型股票的波动率，这是因为当建立一个股票组合时一些风险被分散了。在资产定价模型中单个股票回报存在系统风险和非系统风险。但是，在股票指数中，非系统风险已经被极大分散了，造成波动的只有系统风险。

12.18 一个共同基金宣布：其证券部经理的工资取决于公司基金的业绩。若该证券亏钱了，则工资为 0，若该证券盈利了，则工资是盈利额的一个比例，试把证券部经理的工资描述成一个衍生工具，如何运用这种报酬方式激励证券部经理？

12.19 随着组合 β 值的增加，请解释组合保险的成本是增加还是减少？

12.20 解释一个组合价值为 \$ 6000 万，S&P500 为 300，若组合的价值反映了指数的价值，为防止该组合的价值在一年内降到 \$ 54m 以下，应买何种期权？

如果资产组合的价值反映了指数的价值，当组合价值下降 10% 的时候指数也应下降 10%，因此当资产组合价值下降到 54m 指数价值也将下降到 1080。若表示 1080 价格的看跌期权应该购买，期权应该是 50000

倍指数，每个期权合约是 100 指数，因此需要购买 500 份合约。

12.21 再次考虑习题 12.20 中的情况。假设组合的 β 值为 2.0，无风险年收益率为 5%。该组合和指数的红利率都是每年 3%。为防止组合价格降到 \$ 5400 万以下，应买何种期权？

12.22 假设 (A) 一个执行价格为 300，标的物为 S&P500 的封顶看涨期权 CAP。(B) 一个牛式价差期权，该期权由执行价格分别为 300 和 330 的，到期日与上面 CAP 相同，基于 S&P500 的欧式看涨期权来构造。两者的区别是什么？哪一个更值钱？

12.23 在第 12.5 节中，提到期货的价格相当于一个支付连续红利率为 r 的证券。考虑一个基

于期货价格的远期合约并利用第 3 章中的结果，证明：当利率为常数时，远期价格等于期货价格。

12.24 请说明是否能够通过基于美元兑马克汇率和基于美元兑日元汇率的两个期权来构造一个马克兑日元的汇率期权。

12.1 当 S&P100 跌到 480，这个组合的期望价值是 $10 \times (480/500) = \$9.6\text{million}$. 买看跌期权 10,000,000/500=20,000 可以防止这个组合下跌到 \$9.6million 下的损失。因此总共需要 200 份合约。

12.2 “一旦我们知道了支付连续红利股票的期权的定价方法，我们便知道了股票指数期权、货币期权和期货期权的定价”。请解释这句话。

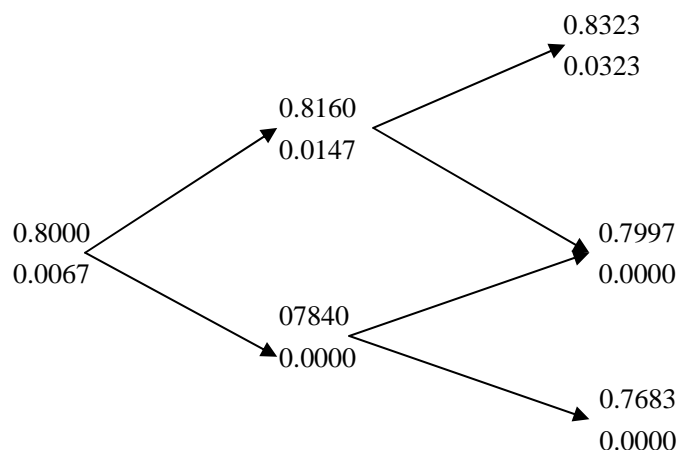
一个股票指数类似一个连续支付红利的股票

12.3 请说明日元看涨期权与日元期货看涨期权的不同之处

一个日元的看涨期权给了持有者在未来某个时刻以确定的价格购买日圆的权利，一个日元远期看涨期权给予持有者在未来时刻远期价格超过特定范围按原先价格购买日圆的权利。如果远期期权行使，持有者将获得一个日元远期合约的多头。

12.4 请说明货币期权是如何进行套期保值的？

在这种情况下 $\mu = 1.02, d = 0.98$ 上升的概率是 $p = 0.4584$ 这个树表明获得一单位货币的期权的价值是 0.0067



12.6 一个公司如果知道它在未来某个时刻获得一笔外汇，它能买一个看跌期权。这可以保证外汇能在将来以等于或高于一个特定的价格卖出，一个公司如果知道它在将来某个时刻将支付一笔外汇，它能买一个看涨期权。这可以保证它能在未来以等于或低于一个特定价格获得外汇。

12.7 在本题中 $S_0 = 250, X = 250, r = 0.10, \sigma = 0.18, T = 0.25, q = 0.03$,

$$d_1 = 0.2394$$

$$d_2 = d_1 - 0.18\sqrt{0.25} = 0.1494$$

$$\text{看涨价格是 } 250N(0.2394)e^{-0.03 \times 0.25} - 250N(0.1494)e^{-0.10 \times 0.25} = 12.14$$

12.8 当远期价格大于即期价格时，美式远期期权在远期和约到期前的价值大于相对应的美式期权/

12.9 本题中 $S_0 = 0.52, X = 0.50, r = 0.04, r_f = 0.08, \sigma = 0.12, T = 0.6667$

$$d_1 = 0.1771$$

$$d_2 = d_1 - 0.12\sqrt{0.6667} = 0.0791$$

看跌期权价格是

$$0.50N(-0.0791)e^{-0.04 \times 0.6667} - 0.52N(-0.1771)e^{-0.08 \times 0.6667} = 0.0162$$

12.10 主要原因是因为一个债券远期和约比债券更具有流动性/国债远期和约的价格可以从 CBOT 交易中立即得到，而一个债券的价格只能从和约交易商获得。

12.11 一个远期价格变化和一个在无风险利率下的连续支付+红利的股票相似

12.12 在本题中 $u = 1.12, d = 0.92$ 在风险中性下上升的可能性是 $\frac{1-0.92}{1.12-0.92} = 0.4$

根据风险中性定价，看涨期权价值是 $e^{-0.06 \times 0.5} (0.4 \times 6 + 0.6 \times 0) = 2.33$

12.13 在本题中 $F_0 = 19, X = 20, r = 0.12, \sigma = 0.20, T = 0.4167$

欧式看跌期权价值是 $20N(-d_2)e^{-0.12 \times 0.4167} - 19N(-d_1)e^{-0.12 \times 0.4167}$

在这里 $d_1 = \frac{\ln(19/20) + (0.04/2)0.4167}{0.2\sqrt{0.4167}} = -0.3327$

$$d_2 = d_1 - 0.2\sqrt{0.4167} = -0.4618$$

$$e^{-0.12 \times 0.4167} [20N(0.4618) - 19N(0.3327)] = 1.50$$

12.14 一个总收益指数象一个无红利支付股票，在风险中性下它将以一个平均无风险利率上涨，关于总回报的远期和约和期权应该是与基于无红利支付股票的远期合约和期权一样的方法进行估价。

12.15 在本题中 $S_0 = 696, X = 700, r = 0.07, \sigma = 0.3, T = 0.25, q = 0.04$

期权可以用方程 12.5 进行估价

$$d_1 = 0.0868$$

$$d_2 = d_1 - 0.3\sqrt{0.25} = -0.0632$$

$$N(-d_1) = 0.4654, N(-d_2) = 0.5252$$

看跌期权的价值是

$$p = 700e^{-0.07 \times 0.25} \times 0.5252 - 696e^{-0.04 \times 0.25} \times 0.4654 = 40.6$$

12.16 欧式货币期权的平价关系是 $c + Xe^{-rT} = p + Se^{-r_f T}$

为证明这个结果，考虑以下两个资产组合：

组合 A：一个看涨期权加上一个在 T 时刻价值 X 的贴现债券；

组合 B：一个看跌期权加上 $e^{-r_f T}$ 单位的投资于外国无风险利率的外国货币。

两个资产组合在 T 时刻都值 $\max(S_T, X)$ ，因此它们今天的价值相同，所以有以上结果。

$$12.17 \text{ 欧式期权是 } S_0 e^{-r_f T} - X e^{-r T} = 1.5 e^{-0.09 \times 0.5} - 1.4 e^{-0.05 \times 0.5} = 0.069$$

$$\text{美式期权的是 } S_0 - X = 0.10$$

$$12.18 \text{ 在本题中 } S_0 = 250, q = 0.04, r = 0.06, T = 0.25, X = 245, c = 10$$

$$\text{用期权平价公式 } c + X e^{-r T} = p + S_0 e^{-q T}$$

$$\text{得到 } p = 10 + 245 e^{-0.25 \times 0.06} - 250 e^{-0.25 \times 0.04} = 3.84$$

所以看跌期权价格为 3.84

12.19 我们首先考虑

组合 A：一个欧式看涨期权加上一单位投资于无风险利率 X

组合 B：一个美式看跌期权加上 $e^{-q T}$ 红利用于再投资的股票。

资产组合 A 价值 $c + X$ 而资产组合 B 价值 $P + S_0 e^{-q T}$ 如果看跌期权在时间

$$\tau (0 \leq \tau \leq T) \text{ 行使，资产组合 B 变成： } X - S_\tau + S_\tau e^{-q(T-\tau)} \leq X$$

这里 S 是股票在 τ 时刻的价值，资产组合 A 价值 $c + X e^{r \tau} \geq X$

所以资产组合 A 价值大于资产组合 B，如果两者都持有到时间 T，资产组合 A 价值

$$\max(S_T - X, 0) + X e^{r T} = \max(S_T, X) + X(e^{r T} - 1)$$

资产组合 B 价值 $\max(S_T, X)$ 所以资产组合 A 价值大于资产组合 B

由于资产组合 A 在所有情况下价值都大于资产 B 所以

$$P + S_0 e^{-q T} < C + X$$

$$\text{由于 } c \leq C \text{ 所以 } P + S_0 e^{-q T} < C + X$$

12.20 本题中我们考虑

资产组合 A：A 欧式远期看涨期权加上一单位投资于无风险利率的 X

资产组合 B：一个美式看跌期权加上一单位投资于无风险利率的 $F_0 e^{-r T}$ 加上在 T 时刻到期的远期合约。

我们将所有期货合约当作远期合约对待

$$X - F_\tau + F_0 e^{-r T} + F_\tau - F_0 = X + F_0 e^{-r T} - F_0 < X$$

这里 F_τ 是在时刻 τ 期货的价格，资产组合 A 价值 $c + Xe^{\tau T} > X$

资产组合 A 价值大于资产组合 B，如果两个资产组合在到期日都持有，资产组合 A 价值 $\max(F_T - X, 0) + Xe^{rT} = \max(F_T, X) + X(e^{rT} - 1)$

资产组合 B 价值 $\max(X - F_T, 0) + F_0 + F_T - F_0 = \max(F_T, X)$

因此资产组合 A 价值大于资产组合 B

由于资产组合 A 在任何情况下价值都大于资产组合 B，所以

$$P + F_0 e^{-r(T-t)} < c + X$$

当 $c < C$ 则 $P + F_0 e^{-rT} < C + X$

$$12.21 \quad dS = (r_B - r_A)Sdt + \sigma Sdz$$

$$\text{令 } G = \frac{1}{S}$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = 0; \frac{\partial G}{\partial S} = -\frac{1}{S^2}; \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = \frac{2}{S^3}$$

根据 ITO 引理

$$dG = \left(-\frac{1}{S^2} \mu S + \frac{1}{2} \frac{2}{S^3} \sigma^2 S^2\right) dt - \frac{1}{S^2} \sigma S dz = (-\mu + \sigma^2) G dt - \sigma G dz$$

Z 的运动过程 $dz^\theta = -dz$

$$dG = (r_A - r_B + \sigma^2) G dt + \sigma G dz^\theta$$

这显示 $G = 1/S$ 服从几何布朗运动，期望增长率是 $r_A - r_B$ 而不是 $r_A - r_B + \sigma^2$

12.22 股票指数的波动率被认为是小于典型股票的波动率，这是因为当建立一个股票组合时一些风险被分散了。在资产定价模型中单个股票回报存在系统风险和非系统风险。但是，在股票指数中，非系统风险已经被极大分散了，造成波动的只有系统风险。

12.24 如果资产组合的价值反映了指数的价值，当组合价值下降 10% 的时候指数也应下降 10%，因此当资产组合价值下降到 54m，指数价值也将下降到 1080。着表示 1080 价格的看跌期权应该购买，期权应该是

$$\frac{60000000}{1200} = 50000$$

因此需要购买 500 份合约。

