1. 设$ABCD$为一平行四边形，$\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$. 试用$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$表示向量$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{MA}$($M$为平行四边形对角线的交点).

2. 对于任意三个向量$\mathbf{a}, \mathbf{b}$与$\mathbf{c}$，判断下列各式是否总成立？

   (1) $(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})\mathbf{c}=(\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})\mathbf{a}$;

   (2) $(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})^2=\mathbf{a}^2\cdot\mathbf{b}^2$;

   (3) $\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=(\mathbf{c}\times\mathbf{a})\cdot\mathbf{b}$.

3. 试用向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$表示三角形ABC的面积。

4. 设$\mathbf{a}=(1,-2,1)$，$\mathbf{b}=(1,-1,3)$，$\mathbf{c}=(2,5,-3)$，求：(1) $(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}$；(2) $(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times\mathbf{c}$；(3) $\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$；

5. 设$|\mathbf{a}|=\sqrt{2}$，$\mathbf{a}$的三个方向角α,β,γ满足：$\alpha=\beta=\frac{1}{2}\gamma$，求$\mathbf{a}$的坐标。

6. 设$\mathbf{a}, \mathbf{b}$为两非零向量，且$(7\mathbf{a}-5\mathbf{b})\perp(\mathbf{a}+3\,\mathbf{b})$，$(\mathbf{a}-4\,\mathbf{b})\perp(7\mathbf{a}-2\,\mathbf{b})$，求$\cos\langle\mathbf{a},\mathbf{b}\rangle$.

7. 判断下列各题中两条直线的位置关系（是否平行、相交或重合）. 若相交求出交点的坐标. 若共面求出所确定的平面方程.

   (1) $L_1:\frac{x+3}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{4}$, $\quad L_2:\begin{cases}x=3t+8,\\ y=t+1,\\ z=2t+6.\end{cases}$

   (3) $L_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{1}$, $\quad L_2:\frac{x+2}{-4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$.

8. 设有两条直线

$$L_1:\frac{x-1}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1},\quad L_2:\frac{x+2}{0}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-2},$$

   (1) 证明L_1与L_2是异面直线；

   (3) 求同时平行于L_1,L_2且与它们等距的平面方程.

9. 求原点关于平面π:

$$6x+2y-9z-121=0$$

   的对称点.

10. 证明下列三个平面：

$$\begin{cases}2x+3y-9z+4=0,\\ 3x+2y-z+1=0,\\ 2x+y+z=0\end{cases}$$

   相较于一条直线.

11. 试求通过直线

$$L_1 : \begin{cases} x - 2z - 4 = 0 \\ 3y - z + 8 = 0 \end{cases}$$

且与直线$L_2 : x - 1 = y + 1 = z - 3$平行的平面方程.

12. 求双曲线

$$\begin{cases} \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (b, c > 0), \\ x = 0 \end{cases}$$

绕z轴旋转一周所得曲线的方程.

13. 设直线段$\overline{M_1 M_2}$的两端点的坐标为

$$M_1 = (1, 0, 0), \quad M_2 = (0, 1, 1).$$

求线段$\overline{M_1 M_2}$绕z轴旋转一周所得的旋转曲面的方程.