

# 北京大学光华管理学院期末试题

2008 - - - 2009 学年第一学期

考试科目: 高等数学 (B)

姓名: 毕金

考试时间: 2009 年 1 月 13 日

学号: 60828034

本试题共 10 道大题, 满分 100 分

1. (10 分) 求极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left( \frac{\sin x}{x} - \frac{1}{\cos x} \right), \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}.$$

2. (10 分) 求函数  $f(x) = x^4 + x^3 - 1$  的零点个数.

3. (10 分) 已知三点  $A(1, 3, 6)$ ,  $B(2, 3, 5)$ ,  $C(1, 4, 5)$ . 求三角形  $ABC$  的面积以及过  $A, B, C$  三点的平面方程.

4. (10 分) 求二元函数  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 2$  的所有极值点与极值.

5. (10 分) 设  $z = f(x, y)$  有连续的二阶偏导数, 令  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ , 复合之后  $z$  为关于  $r, \theta$  的二元函数. 计算  $\frac{\partial z}{\partial \theta}$  及  $\frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2}$ .

6. (10 分) 求坐标原点到二次曲线  $x^2 + xy + y^2 = 1$  的最小距离.

7. (10 分) 已知  $f(x, y)$  在全平面  $\mathbb{R}^2$  上有连续的二阶偏导数, 并且对所有的  $x, y, \Delta x, \Delta y$  都有

$$f(x, y) + f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x + \Delta x, y) + f(x, y + \Delta y).$$

证明:  $f$  的二阶混合偏导数  $f_{xy} \equiv 0$ .