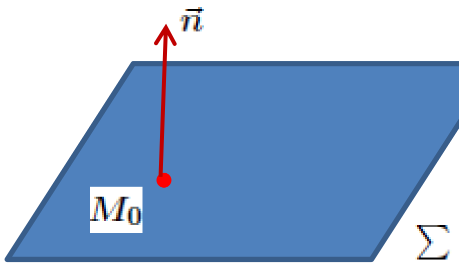
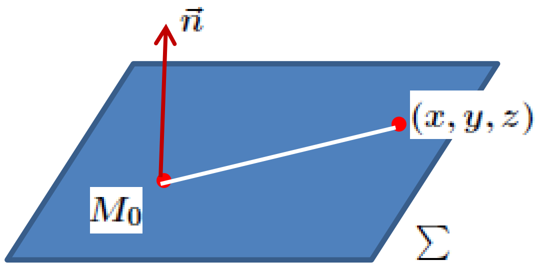
平面的方程

1.过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$的平面$\sum$

1.过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$的平面$\sum$

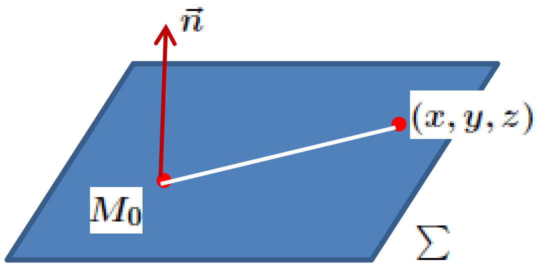


1.过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$的平面$\sum$



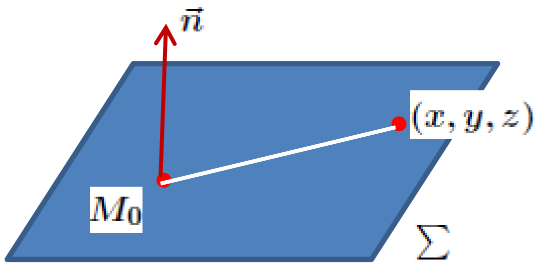
1.过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$的平面$\sum$

$(x-x_0,y-y_0,z-z_0)\in\sum$且$\perp\vec{n}$



1.过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$的平面$\sum$

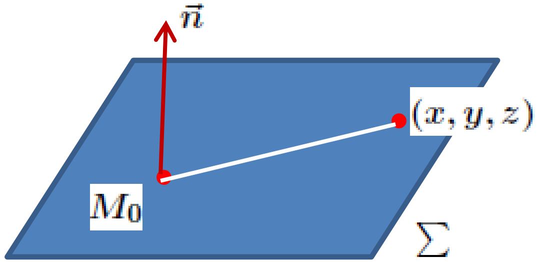
$(x-x_0,y-y_0,z-z_0)\in\sum$且$\perp\vec{n}$



$(x-x_0,y-y_0,z-z_0)\cdot\vec{n}=0$

1.过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$的平面$\sum$

$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \in \sum$且$\perp \vec{n}$

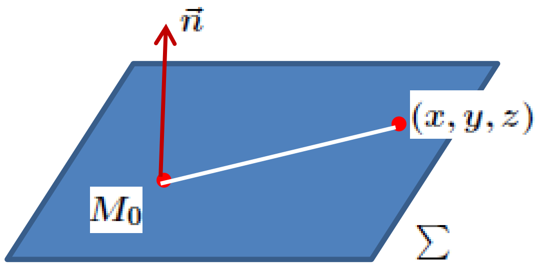


$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot \vec{n} = 0$

$$\boxed{A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0}$$

1.过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$的平面$\sum$

$(x-x_0,y-y_0,z-z_0)\in\sum$且$\perp\vec{n}$



$(x-x_0,y-y_0,z-z_0)\cdot\vec{n}=0$

$$\boxed{A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0}$$

定义　垂直于平面$\sum$的向量$\vec{n}$称为平面$\sum$的法向量

$\boxed{\text{结论}}$ 若已知平面过点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且有法向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$,

则平面$\sum$的方程为$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$。

$\boxed{\text{结论}}$ 若已知平面过点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且有法向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$,

则平面$\sum$的方程为$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$。

$\boxed{\text{平面的点法式方程}}$

$\boxed{\text{结论}}$ 若已知平面过点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且有法向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$,

则平面$\sum$的方程为$\underline{A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0}$。

$\boxed{\text{平面的点法式方程}}$

将上述方程整理为$Ax + By + Cz + D = 0$,

将上述方程整理为$Ax + By + Cz + D = 0$, 其中$D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$

结论 若已知平面过点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且有法向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$,

则平面$\sum$的方程为$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$。

平面的点法式方程

将上述方程整理为$Ax + By + Cz + D = 0$,

将上述方程整理为$Ax + By + Cz + D = 0$, 其中$D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$

平面方程的一般形式

结论　若已知平面过点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且有法向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$，

则平面$\sum$的方程为$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$。

平面的点法式方程

将上述方程整理为$Ax + By + Cz + D = 0$，

将上述方程整理为$Ax + By + Cz + D = 0$，其中$D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$

平面方程的一般形式

$\boxed{\text{结论}}$ 任何一个一次方程$Ax+By+Cz+D=0$都表示一个平面$\sum$，且$\vec{n}=\{A,B,C\}$就是$\sum$的一个法向量。

$\boxed{\text{结论}}$ 任何一个一次方程$Ax+By+Cz+D=0$都表示一个平面$\sum$，且$\vec{n}=\{A,B,C\}$就是$\sum$的一个法向量。

证明:

设定点$P(x_1,y_1,z_1)$满足方程，任取点$Q(x_0,y_0,z_0)$满足方程，则

$$Ax_1+By_1+Cz_1+D=0, Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$$

$\boxed{\text{结论}}$ 任何一个一次方程$Ax+By+Cz+D=0$都表示一个平面$\sum$，且$\vec{n}=\{A,B,C\}$就是$\sum$的一个法向量。

证明:

设定点$P(x_1,y_1,z_1)$满足方程，任取点$Q(x_0,y_0,z_0)$满足方程，则

$$Ax_1+By_1+Cz_1+D=0, Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$$

$$A(x_1-x_0)+B(y_1-y_0)+C(z_1-z_0)=0,$$

$\boxed{\text{结论}}$ 任何一个一次方程$Ax+By+Cz+D=0$都表示一个平面$\sum$，

且$\vec{n}=\{A,B,C\}$就是$\sum$的一个法向量。

证明:

设定点$P(x_1,y_1,z_1)$满足方程，任取点$Q(x_0,y_0,z_0)$满足方程，则

$$Ax_1+By_1+Cz_1+D=0, Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$$

$$A(x_1-x_0)+B(y_1-y_0)+C(z_1-z_0)=0,$$

$$\overrightarrow{PQ}\perp\{A,B,C\}$$

满足方程的任意点Q与固定点P的连线垂直于固定向量，

所以，方程表示一个平面，同时$\vec{n}=\{A,B,C\}$为法向量。

例

点$(1,2,-1)\in$平面$\sum$, $\sum \parallel 3x+y-2z-1=0$,求$\sum$的方程。

例 点$(1,2,-1)\in$平面$\sum$, $\sum \parallel 3x+y-2z-1=0$,求$\sum$的方程。

解:

$$\because \sum \parallel 3x+y-2z-1=0, \therefore \vec{n}=\{3,1,2\}$$

例 点$(1,2,-1)\in$平面$\sum$，$\sum \parallel 3x+y-2z-1=0$，求$\sum$的方程。

解:

$$\because \sum \parallel 3x+y-2z-1=0, \therefore \vec{n}=\{3,1,2\}$$

$$\therefore \sum\text{的方程为}3(x-1)+(y-2)-2(z+1)=0$$

$$\text{即}3x+y-2z-7=0$$

例

$(2,1,1) \in \sum, \vec{n} \perp \vec{a} = (2,1,1), \vec{n} \perp \vec{b} = (3,-2,3)$,求$\sum$ 的方程。

例

$$(2,1,1)\in\sum,\vec{n}\perp\vec{a}=(2,1,1),\vec{n}\perp\vec{b}=(3,-2,3),\text{求}\sum\text{ 的方程。}$$

解:

$$\text{取}\vec{n}=\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 1 & 1\\ 3 & -2 & 3\end{vmatrix}$$

例

$(2,1,1)\in\sum,\vec{n}\perp\vec{a}=(2,1,1),\vec{n}\perp\vec{b}=(3,-2,3)$,求$\sum$ 的方程。

解:

$$\text{取}\vec{n}=\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 1 & 1\\ 3 & -2 & 3\end{vmatrix}=3\vec{i}-4\vec{k}+3\vec{j}-3\vec{k}-6\vec{j}+2\vec{i}$$

例

$(2,1,1) \in \sum, \vec{n} \perp \vec{a} = (2,1,1), \vec{n} \perp \vec{b} = (3,-2,3)$,求$\sum$ 的方程。

解:

取$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ $= 3\vec{i} - 4\vec{k} + 3\vec{j} - 3\vec{k} - 6\vec{j} + 2\vec{i}$

$= 5\vec{i} - 3\vec{j} - 7\vec{k} = \{5, -3, -7\}$

例

$(2,1,1)\in\sum, \vec{n}\perp\vec{a}=(2,1,1), \vec{n}\perp\vec{b}=(3,-2,3)$,求$\sum$ 的方程。

解:

$$取\vec{n}=\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 1 & 1\\ 3 & -2 & 3\end{vmatrix}=3\vec{i}-4\vec{k}+3\vec{j}-3\vec{k}-6\vec{j}+2\vec{i}$$

$$=5\vec{i}-3\vec{j}-7\vec{k}=\{5,-3,-7\}$$

$\therefore\sum$的方程为$5(x-2)-3(y-1)-7(z-1)=0,$

即$5x-3y-7z=0$。

$\boxed{\text{注}}$ 平面$Ax+By+Cz+D=0(ABC\neq 0)$

在x轴上的截距为$-\frac{D}{A}$,y轴上的截距为$-\frac{D}{B}$, z轴上的截距为$-\frac{D}{C}$;

$\boxed{注}$ 平面$Ax+By+Cz+D=0(ABC\neq 0)$

在x轴上的截距为$-\frac{D}{A}$,y轴上的截距为$-\frac{D}{B}$, z轴上的截距为$-\frac{D}{C}$;

$Ax+By+D=0$为平行于z轴的平面

$\boxed{注}$ 平面$Ax + By + Cz + D = 0(ABC \neq 0)$

在x轴上的截距为$-\frac{D}{A}$,y轴上的截距为$-\frac{D}{B}$, z轴上的截距为$-\frac{D}{C}$;

$Ax + By + D = 0$为平行于z轴的平面

$By + Cz + D = 0$为平行于x轴的平面

$\boxed{注}$ 平面$Ax+By+Cz+D=0(ABC\neq 0)$

在x轴上的截距为$-\frac{D}{A}$,y轴上的截距为$-\frac{D}{B}$, z轴上的截距为$-\frac{D}{C}$;

$Ax+By+D=0$为平行于z轴的平面

$By+Cz+D=0$为平行于x轴的平面

$Ax+Cz+D=0$为平行于y轴的平面

$\boxed{\text{注}}$ 平面$Ax + By + Cz + D = 0(ABC \neq 0)$

在x轴上的截距为$-\frac{D}{A}$,y轴上的截距为$-\frac{D}{B}$, z轴上的截距为$-\frac{D}{C}$;

$Ax + By + D = 0$为平行于z轴的平面

$By + Cz + D = 0$为平行于x轴的平面

$Ax + Cz + D = 0$为平行于y轴的平面

$Ax + D = 0$为平行于yoz面的平面

$\boxed{注}$ 平面$Ax+By+Cz+D=0(ABC\neq 0)$

在x轴上的截距为$-\frac{D}{A}$,y轴上的截距为$-\frac{D}{B}$, z轴上的截距为$-\frac{D}{C}$;

$Ax+By+D=0$为平行于z轴的平面

$By+Cz+D=0$为平行于x轴的平面

$Ax+Cz+D=0$为平行于y轴的平面

$Ax+D=0$为平行于yoz面的平面

$By+D=0$为平行于xoz面的平面

$\boxed{注}$ 平面$Ax+By+Cz+D=0(ABC\neq 0)$

在x轴上的截距为$-\frac{D}{A}$,y轴上的截距为$-\frac{D}{B}$, z轴上的截距为$-\frac{D}{C}$;

$Ax+By+D=0$为平行于z轴的平面

$By+Cz+D=0$为平行于x轴的平面

$Ax+Cz+D=0$为平行于y轴的平面

$Ax+D=0$为平行于yoz面的平面

$By+D=0$为平行于xoz面的平面

$Cz+D=0$ 为平行于xoy 面的平面

例

x轴$\in \sum$,点$(4,-3,-1) \in \sum$,求平面$\sum$的方程。

例

$$x\text{轴} \in \sum, \text{点}(4,-3,-1) \in \sum, \text{求平面} \sum \text{的方程。}$$

解:

$$x\text{轴} \in \sum \Rightarrow \left\{ \right.$$

例

x轴$\in \sum$,点$(4,-3,-1) \in \sum$,求平面$\sum$的方程。

解:

$$x\text{轴} \in \sum \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (0,0,0) \in \sum \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

例

x轴$\in \sum$,点$(4,-3,-1) \in \sum$,求平面$\sum$的方程。

解:

$$\text{x轴} \in \sum \Rightarrow \begin{cases} (0,0,0) \in \sum \\ \\ \\ \end{cases}$$

点$(4,-3,-1) \in \sum \Rightarrow \vec{a} = \{4,-3,-1\} \in \sum$

例

x轴$\in\sum$,点$(4,-3,-1)\in\sum$,求平面$\sum$的方程。

解:

$$
\text{x轴}\in\sum \Rightarrow \begin{cases} (0,0,0)\in\sum \quad \text{点}(4,-3,-1)\in\sum \Rightarrow \vec{a}=\{4,-3,-1\}\in\sum \\ \vec{i}=\{1,0,0\}\parallel\sum \end{cases}
$$

例

x轴$\in \sum$,点$(4,-3,-1) \in \sum$,求平面$\sum$的方程。

解:

$$x轴\in \sum \Rightarrow \begin{cases} (0,0,0) \in \sum \quad 点(4,-3,-1) \in \sum \Rightarrow \vec{a} = \{4,-3,-1\} \in \sum \\ \vec{i} = \{1,0,0\} \parallel \sum \end{cases}$$

$$所以\vec{n} = \vec{i} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -1 \end{vmatrix}$$

例

x轴$\in \sum$,点$(4,-3,-1)\in \sum$,求平面$\sum$的方程。

解:

$$x轴\in \sum \Rightarrow \begin{cases} (0,0,0)\in \sum & 点(4,-3,-1)\in \sum \Rightarrow \vec{a}=\{4,-3,-1\}\in \sum \\ \vec{i}=\{1,0,0\} \parallel \sum \end{cases}$$

$$所以\vec{n}=\vec{i}\times\vec{a}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -1 \end{vmatrix}=-3\vec{k}+\vec{j}=\{0,1,-3\},$$

例

x轴$\in \sum$,点$(4,-3,-1) \in \sum$,求平面$\sum$的方程。

解:

$$\text{x轴} \in \sum \Rightarrow \begin{cases} (0,0,0) \in \sum \\ \vec{i} = \{1,0,0\} \parallel \sum \end{cases}$$

$$\text{点}(4,-3,-1) \in \sum \Rightarrow \vec{a} = \{4,-3,-1\} \in \sum$$

$$\text{所以}\vec{n} = \vec{i} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -1 \end{vmatrix} = -3\vec{k} + \vec{j} = \{0,1,-3\},$$

$$\therefore \sum\text{的方程为}y - 3z = 0$$

例

平面$\sum$在三坐标轴上的截距分别为$a, b, c(abc \neq 0)$,求$\sum$的方程。

例

平面$\sum$在三坐标轴上的截距分别为$a, b, c(abc \neq 0)$,求$\sum$的方程。

解:

设$\sum$的方程为$Ax + By + Cz = D$, 则$\frac{D}{A} = a, \frac{D}{B} = b, \frac{D}{C} = c,$

例

平面$\sum$在三坐标轴上的截距分别为$a, b, c(abc \neq 0)$,求$\sum$的方程。

解:

设$\sum$的方程为$Ax + By + Cz = D$, 则$\frac{D}{A} = a, \frac{D}{B} = b, \frac{D}{C} = c,$

$$即A = \frac{D}{a}, B = \frac{D}{b}, C = \frac{D}{c},$$

例

平面$\sum$在三坐标轴上的截距分别为$a, b, c(abc \neq 0)$,求$\sum$的方程。

解:

设$\sum$的方程为$Ax + By + Cz = D$, 则$\frac{D}{A} = a, \frac{D}{B} = b, \frac{D}{C} = c$,

即$A = \frac{D}{a}, B = \frac{D}{b}, C = \frac{D}{c}$,

$\therefore$方程为$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

例

平面$\sum$在三坐标轴上的截距分别为$a, b, c(abc \neq 0)$,求$\sum$的方程。

解:

设$\sum$的方程为$Ax + By + Cz = D$, 则$\frac{D}{A} = a, \frac{D}{B} = b, \frac{D}{C} = c,$

即$A = \frac{D}{a}, B = \frac{D}{b}, C = \frac{D}{c},$

$\therefore$方程为$\underline{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1}$

截距式方程

例

平面$\sum$在三坐标轴上的截距分别为$a, b, c(abc \neq 0)$,求$\sum$的方程。

解:

设$\sum$的方程为$Ax + By + Cz = D$, 则$\frac{D}{A} = a, \frac{D}{B} = b, \frac{D}{C} = c,$

即$A = \frac{D}{a}, B = \frac{D}{b}, C = \frac{D}{c},$

$\therefore$方程为$\underline{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1}$

截距式方程

注

若平面方程为$Ax + By + Cz = 0$, 则表示平面过原点, 也即在三轴截距均为0。

1.过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$的平面$\sum$

1.过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$的平面$\sum$

2.点到面的距离

1.过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$的平面$\sum$

2.点到面的距离

设平面$\sum$的方程为$Ax+By+Cz+D=0$，其法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，

称$\vec{n_0}=\frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量 。

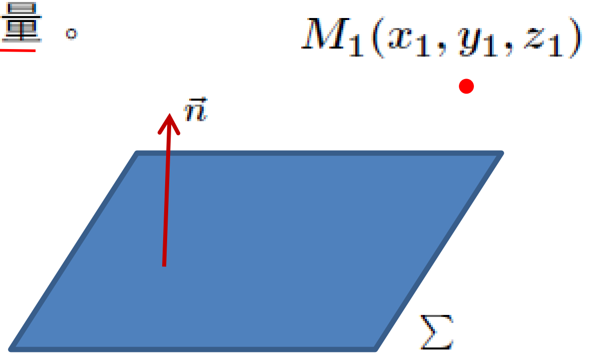
1.过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$的平面$\sum$

2.点到面的距离

设平面$\sum$的方程为$Ax+By+Cz+D=0$，其法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，

称$\vec{n_0}=\frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量 。

求M_1到平面$\sum$的距离



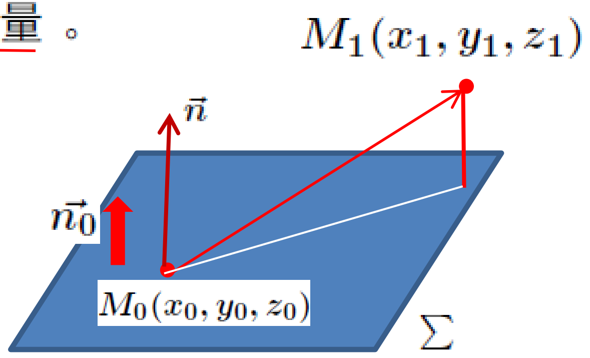
1.过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$的平面$\sum$

2.点到面的距离

设平面$\sum$的方程为$Ax+By+Cz+D=0$，其法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，

称$\vec{n_0}=\frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量 。

求M_1到平面$\sum$的距离



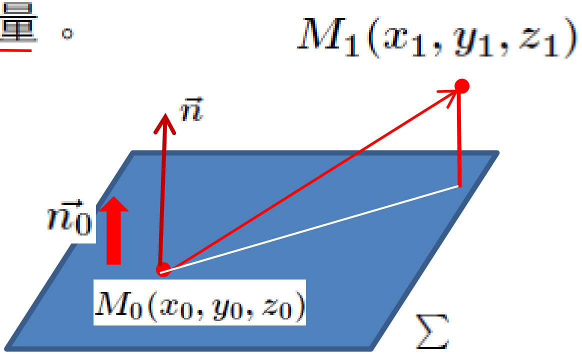
1.过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$且垂直于已知非零向量$\vec{n} = \{A, B, C\}$的平面$\sum$

2.点到面的距离

设平面$\sum$的方程为$Ax + By + Cz + D = 0$，其法向量为$\vec{n} = \{A, B, C\}$，

称$\vec{n}_0 = \frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量 。

$\boxed{\text{求}M_1\text{到平面}\sum\text{的距离}}$

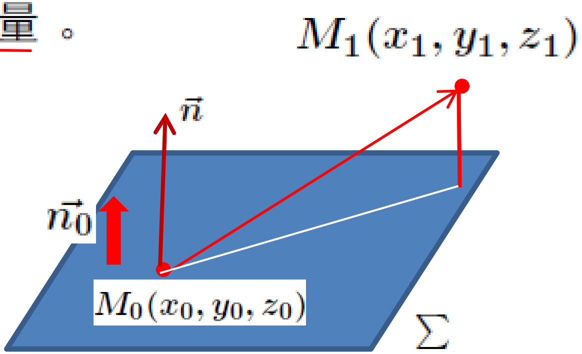


$\overrightarrow{M_0M_1}$在$\vec{n}_0$上投影向量长度为$|\overrightarrow{M_0M_1} \cdot \vec{n}_0|$,

设平面$\sum$的方程为$Ax+By+Cz+D=0$，其法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，

称$\vec{n_0}=\frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量 。

求M_1到平面$\sum$的距离



$\overrightarrow{M_0M_1}$在$\vec{n_0}$上投影向量长度为$|\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n_0}|$，

$$dist(M_1,\sum)=|\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n_0}|$$

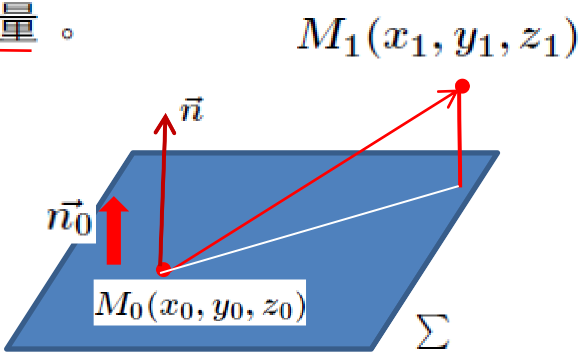
$$\overrightarrow{M_0M_1}=\{x_1-x_0,y_1-y_0,z_1-z_0\}$$

$$\therefore |\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n}_0| = \frac{1}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}|A(x_1-x_0)+B(y_1-y_0)+C(z_1-z_0)|,$$

设平面$\sum$的方程为$Ax+By+Cz+D=0$，其法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，

称$\vec{n}_0=\frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量 。

求M_1到平面$\sum$的距离



$\overrightarrow{M_0M_1}$在$\vec{n}_0$上投影向量长度为$|\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n}_0|$,

$$dist(M_1,\sum)=|\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n}_0|$$

$$\overrightarrow{M_0M_1}=\{x_1-x_0,y_1-y_0,z_1-z_0\}$$

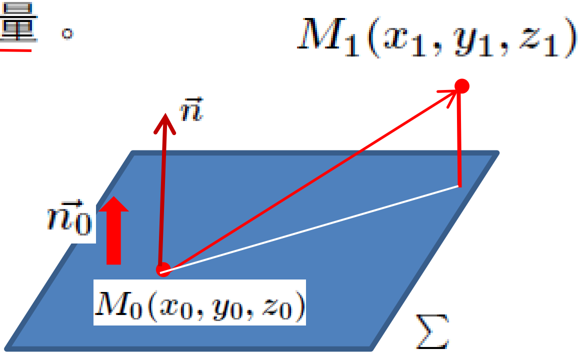
$$\therefore |\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n}_0| = \frac{1}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}|A(x_1-x_0)+B(y_1-y_0)+C(z_1-z_0)|,$$

$$又 M_0\in\sum \Rightarrow Ax_0+By_0+Cz_0=-D,$$

设平面$\sum$的方程为$Ax+By+Cz+D=0$，其法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，

称$\vec{n}_0=\frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量。

求M_1到平面$\sum$的距离



$\overrightarrow{M_0M_1}$在$\vec{n}_0$上投影向量长度为$|\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n}_0|$，

$$dist(M_1,\sum)=|\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n}_0|$$

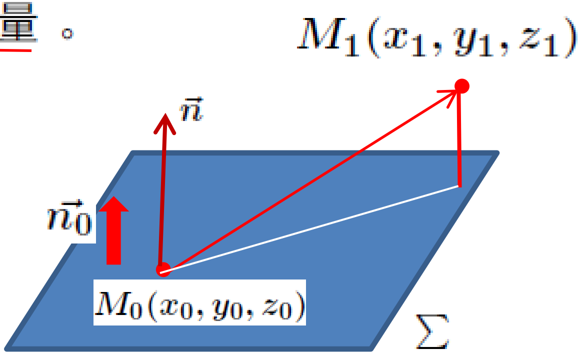
$$\overrightarrow{M_0M_1}=\{x_1-x_0,y_1-y_0,z_1-z_0\}$$

$$\therefore |\overrightarrow{M_0M_1}\cdot \vec{n_0}| = \frac{1}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}|A(x_1-x_0)+B(y_1-y_0)+C(z_1-z_0)|,$$

$$又 M_0 \in \sum \Rightarrow Ax_0+By_0+Cz_0=-D,$$

设平面$\sum$的方程为$Ax+By+Cz+D=0$，其法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，

称$\vec{n_0}=\frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量 。



求M_1到平面$\sum$的距离

$\overrightarrow{M_0M_1}$在$\vec{n_0}$上投影向量长度为$|\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n_0}|$，

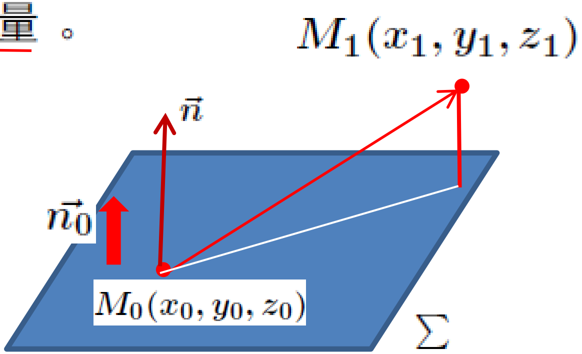
$$dist(M_1,\sum) = |\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n_0}|$$

$$\overrightarrow{M_0M_1} = \{x_1-x_0, y_1-y_0, z_1-z_0\}$$

$$\boxed{\therefore dist(M_1,\sum) = \frac{|Ax_1+By_1+Cz_1+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}}$$

设平面$\sum$的方程为$Ax+By+Cz+D=0$，其法向量为$\vec{n}=\{A,B,C\}$，

称$\vec{n_0}=\frac{\{A,B,C\}}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$为$\sum$的单位法向量 。



求M_1到平面$\sum$的距离

$$\therefore dist(M_1,\sum)=\frac{|Ax_1+By_1+Cz_1+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

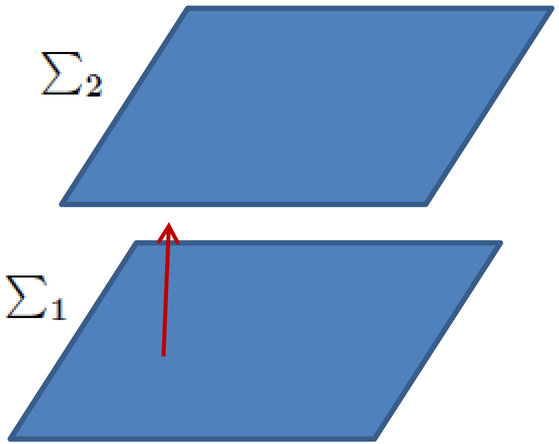
3.两平行面的距离

3.两平行面的距离

设平面$\sum_1: Ax+By+Cz+D_1=0$与$\sum_2: Ax+By+Cz+D_2=0$平行，

它们有共同的法向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$。

此两平面之间的距离

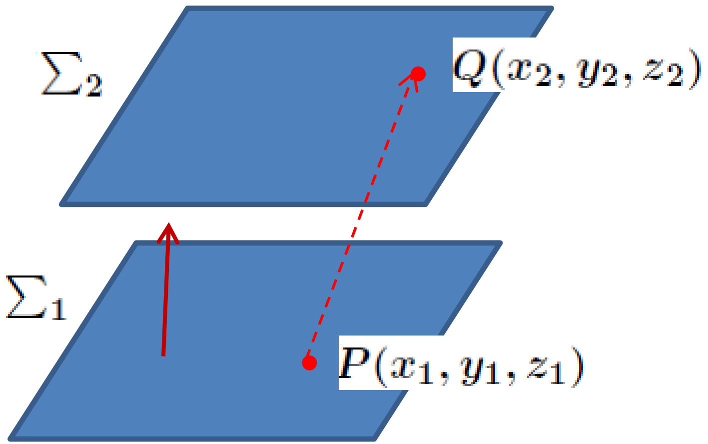


3.两平行面的距离

设平面$\sum_1: Ax+By+Cz+D_1=0$与$\sum_2: Ax+By+Cz+D_2=0$平行，

它们有共同的法向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$。

此两平面之间的距离



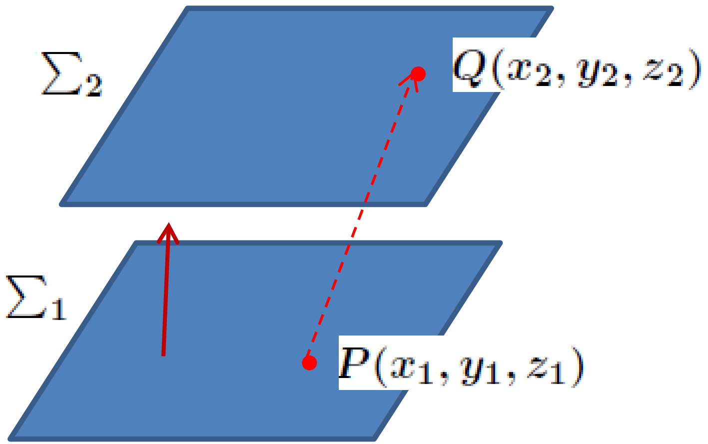
3.两平行面的距离

设平面$\sum_1: Ax+By+Cz+D_1=0$与$\sum_2: Ax+By+Cz+D_2=0$平行，

它们有共同的法向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$ 。

此两平面之间的距离

$$dist(\sum_1,\sum_2)=|\overrightarrow{PQ}\cdot\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}|$$



3.两平行面的距离

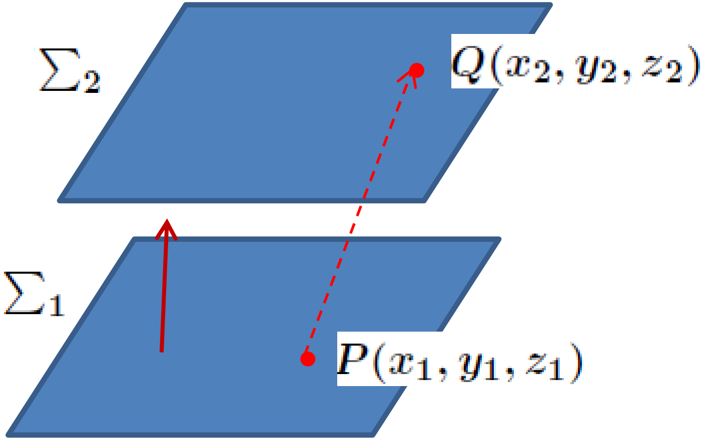
设平面$\sum_1: Ax+By+Cz+D_1=0$与$\sum_2: Ax+By+Cz+D_2=0$平行，

它们有共同的法向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$。

此两平面之间的距离

$$dist(\sum_1,\sum_2)=|\overrightarrow{PQ}\cdot\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}|$$

$$=\frac{|A(x_1-x_2)+B(y_1-y_2)+C(z_1-z_2)|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

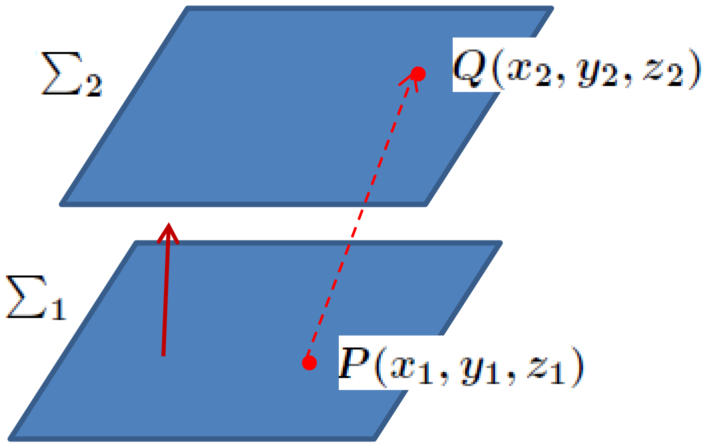


3.两平行面的距离

设平面$\sum_1: Ax+By+Cz+D_1=0$与$\sum_2: Ax+By+Cz+D_2=0$平行，

它们有共同的法向量$\vec{n}=\{A,B,C\}$ 。

此两平面之间的距离



$$dist(\sum_1,\sum_2)=|\overrightarrow{PQ}\cdot\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}|$$

$$=\frac{|A(x_1-x_2)+B(y_1-y_2)+C(z_1-z_2)|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

$$\boxed{=\frac{|D_1-D_2|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}}$$

$$A(x_1-x_2)+B(y_1-y_2)+C(z_1-z_2)=-D_1+D_2$$