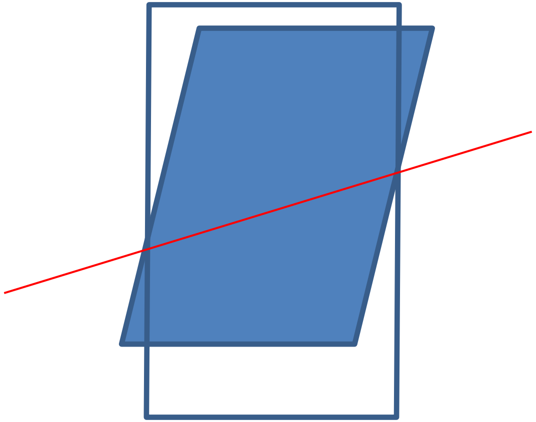
直线的方程

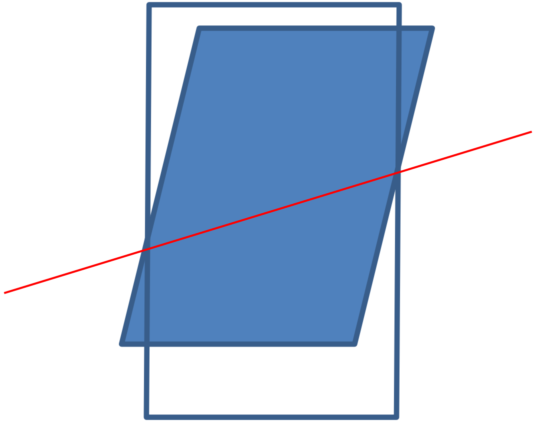
二不平行的平面交于一条直线，



二不平行的平面交于一条直线，

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

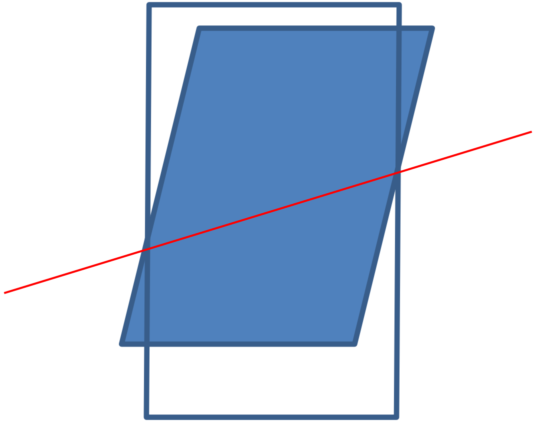
表示一条直线



二不平行的平面交于一条直线，

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$ 表示一条直线

直线的二面式方程

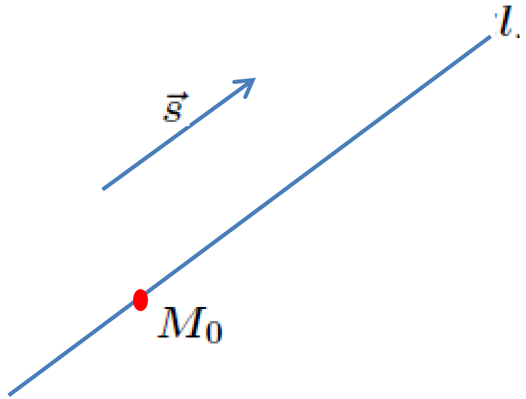


若已知直线l过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$,

又平行于一个向量$\vec{s} = \{m, n, p\}$,则该直线完全确定了。

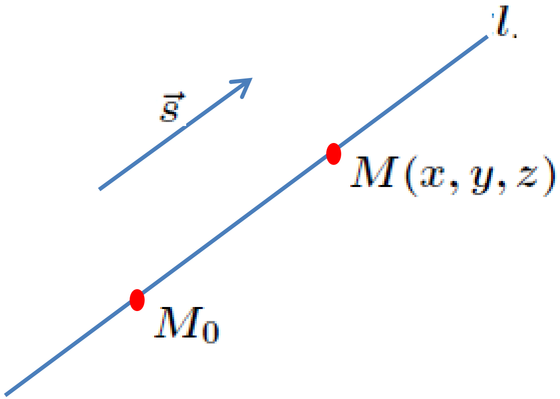
若已知直线l过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$,

又平行于一个向量$\vec{s} = \{m, n, p\}$,则该直线完全确定了。



若已知直线l过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$,

又平行于一个向量$\vec{s} = \{m, n, p\}$,则该直线完全确定了。

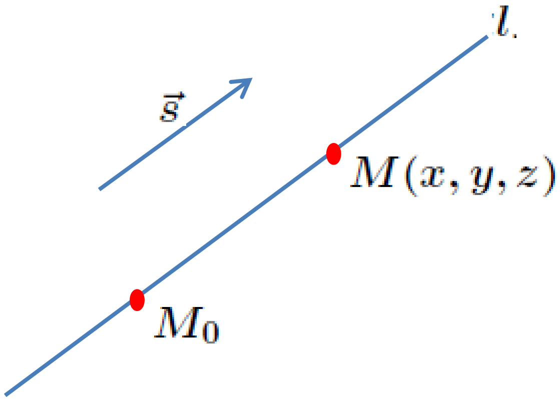


若已知直线l过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$,

又平行于一个向量$\vec{s} = \{m, n, p\}$,则该直线完全确定了。

$$\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{s},$$

$$\overrightarrow{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$$



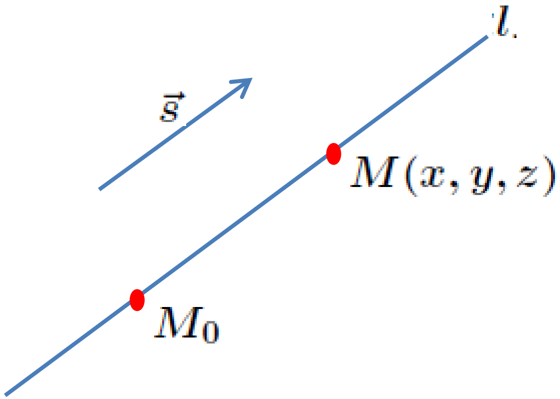
若已知直线l过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$,

又平行于一个向量$\vec{s} = \{m, n, p\}$,则该直线完全确定了。

$$\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{s},$$

$$\overrightarrow{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$$

$$\exists t \in R, \quad s.t. \quad \overrightarrow{M_0M} = t\vec{s},$$



若已知直线l过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$,

又平行于一个向量$\vec{s} = \{m, n, p\}$,则该直线完全确定了。

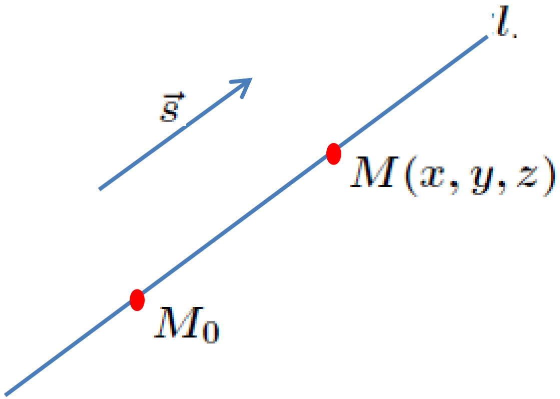
$\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{s}$,

$\overrightarrow{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$

$\exists t \in R, \quad s.t. \quad \overrightarrow{M_0M} = t\vec{s}$,

即

$$\begin{cases} x - x_0 & = tm \\ y - y_0 & = tn \\ z - z_0 & = tp \end{cases}$$

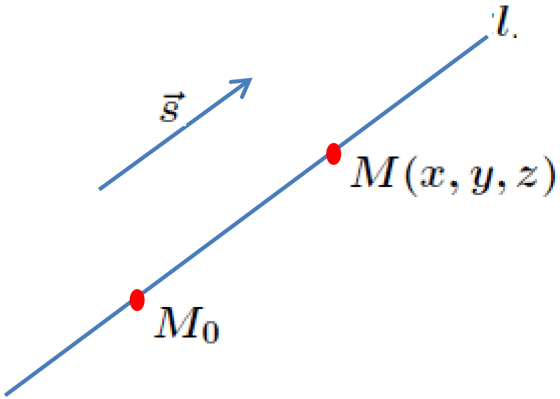


若已知直线l过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$,

又平行于一个向量$\vec{s} = \{m, n, p\}$,则该直线完全确定了。

$\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{s}$,

$\overrightarrow{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$



$\exists t \in R,\quad s.t.\quad \overrightarrow{M_0M} = t\vec{s}$,

即

$$\begin{cases} x - x_0 = tm \\ y - y_0 = tn \\ z - z_0 = tp \end{cases} \qquad \boxed{\begin{cases} x = x_0 + tm \\ y = y_0 + tn \\ z = z_0 + tp \end{cases}}$$

直线l的参数式方程

若已知直线l过一点$M_0(x_0, y_0, z_0)$,

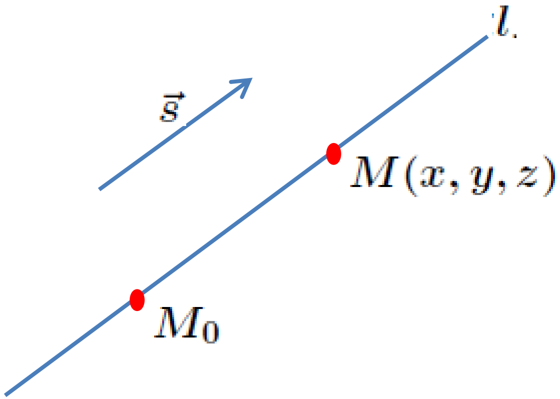
又平行于一个向量$\vec{s}=\{m, n, p\}$,则该直线完全确定了。

若$mnp \neq 0$,则

$$\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{s},$$

$$\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{s},$$

$$\boxed{\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}}$$



$$\overrightarrow{M_0M}=\{x-x_0, y-y_0, z-z_0\}$$

$$\exists t \in R, \quad s.t. \quad \overrightarrow{M_0M}=t\vec{s},$$

即

$$\begin{cases} x-x_0 & = tm \\ y-y_0 & = tn \\ z-z_0 & = tp \end{cases} \qquad \boxed{\begin{cases} x= & x_0+tm \\ y= & y_0+tn \\ z= & z_0+tp \end{cases}}$$

直线l的参数式方程

若已知直线l过一点$M_0(x_0,y_0,z_0)$,

又平行于一个向量$\vec{s}=\{m,n,p\}$,则该直线完全确定了。

若$mnp\neq 0$,则

$\overrightarrow{M_0M}\parallel\vec{s}$,

$\Updownarrow$

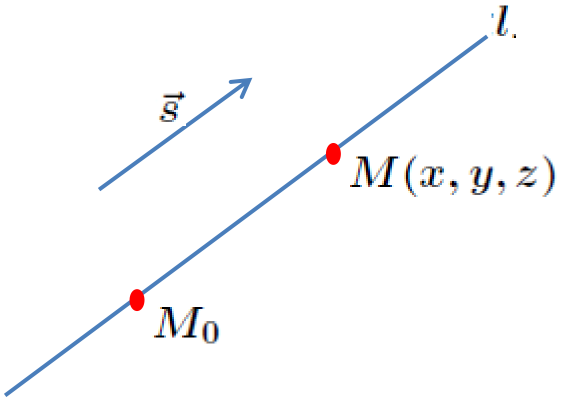
$$\boxed{\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}}$$

直线l的标准型

$\overrightarrow{M_0M}\parallel\vec{s}$,

$\overrightarrow{M_0M}=\{x-x_0,y-y_0,z-z_0\}$

$\exists t\in R,\quad s.t.\quad \overrightarrow{M_0M}=t\vec{s}$,



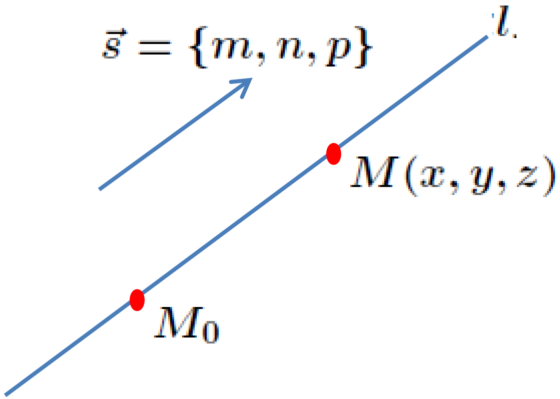
即

$$\begin{cases} x-x_0 = tm \\ y-y_0 = tn \\ z-z_0 = tp \end{cases}\qquad \boxed{\begin{cases} x = x_0+tm \\ y = y_0+tn \\ z = z_0+tp \end{cases}}$$

直线l的参数式方程

$$\begin{cases} x = & x_0 + tm \\ y = & y_0 + tn \\ z = & z_0 + tp \end{cases}$$

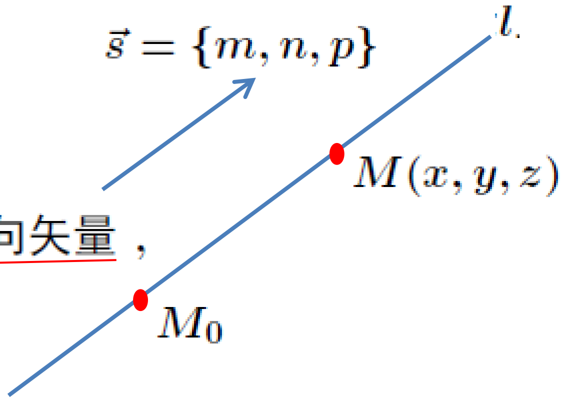
$$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$ 若$mnp \neq 0$



$$\begin{cases} x = & x_0 + tm \\ y = & y_0 + tn \\ z = & z_0 + tp \end{cases}$$

$$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$

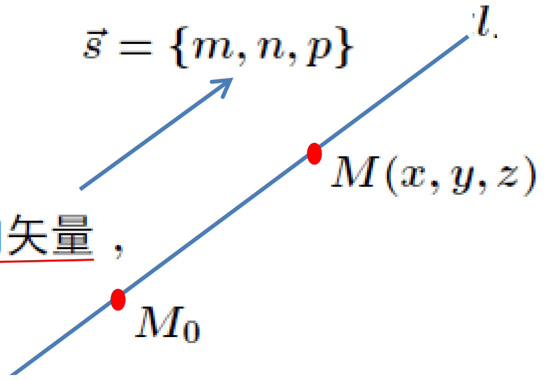
若$mnp \neq 0$



注

①平行于直线l的向量$\vec{s}$称为直线的方向矢量，
其单位化后称为单位方向矢量。

$$\begin{cases} x = & x_0 + tm \\ y = & y_0 + tn \\ z = & z_0 + tp \end{cases} \quad \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p} \quad \text{若} mnp \neq 0$$



注

①平行于直线l的向量$\vec{s}$称为直线的方向矢量，
其单位化后称为单位方向矢量。

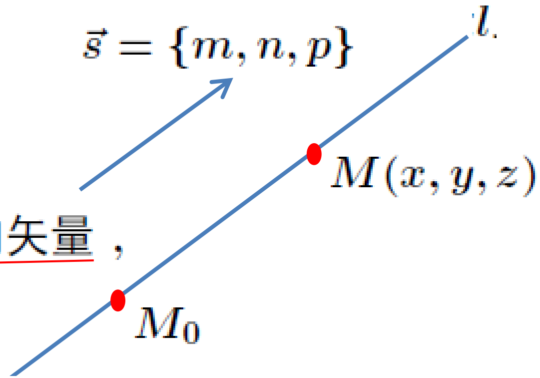
②在$\vec{s} = \{m, n, p\}$中，如果$m = 0, np \neq 0$,

则有时把直线方程写成$\begin{cases} x = & x_0 \\ \frac{y-y_0}{n} = & \frac{z-z_0}{p} \end{cases}$

$$\frac{x-x_0}{0} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$ 约定的记法

$$\begin{cases} x = & x_0 + tm \\ y = & y_0 + tn \\ z = & z_0 + tp \end{cases}$$

$$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$ 若$mnp \neq 0$



注

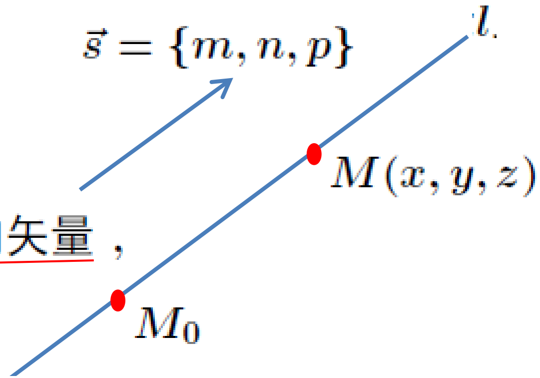
①平行于直线l的向量$\vec{s}$称为直线的方向矢量，其单位化后称为单位方向矢量。

②在$\vec{s} = \{m, n, p\}$中，如果$m = 0, np \neq 0$,

则有时把直线方程写成$\begin{cases} x = & x_0 \\ \frac{y-y_0}{n} = & \frac{z-z_0}{p} \end{cases}$ 如果$m = n = 0, p \neq 0$,则直线方程为$\begin{cases} x = & x_0 \\ y = & y_0 \end{cases}$

$$\frac{x-x_0}{0} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$ 约定的记法

$$\left\{\begin{aligned} x &= x_0 + tm \\ y &= y_0 + tn \\ z &= z_0 + tp \end{aligned}\right.$$ $$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$ 若$mnp \neq 0$



注

①平行于直线l的向量$\vec{s}$称为直线的方向矢量，

其单位化后称为单位方向矢量。

②在$\vec{s} = \{m, n, p\}$中，如果$m = 0, np \neq 0$,

则有时把直线方程写成$\left\{\begin{aligned} x &= x_0 \\ \frac{y-y_0}{n} &= \frac{z-z_0}{p} \end{aligned}\right.$

$$\frac{x-x_0}{0} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$

约定的记法

如果$m = n = 0, p \neq 0$,则直线方程为$\left\{\begin{aligned} x &= x_0 \\ y &= y_0 \end{aligned}\right.$

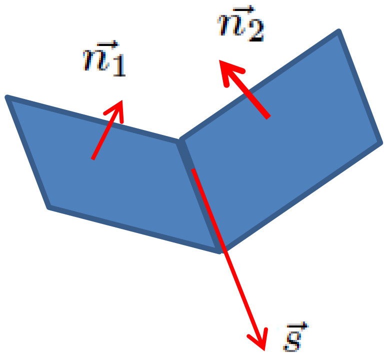
$$\frac{x-x_0}{0} = \frac{y-y_0}{0} = \frac{z-z_0}{p}$$

注 ③如果直线方程是二面式，

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 &= 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 &= 0 \end{cases}$$

注 ③如果直线方程是二面式，

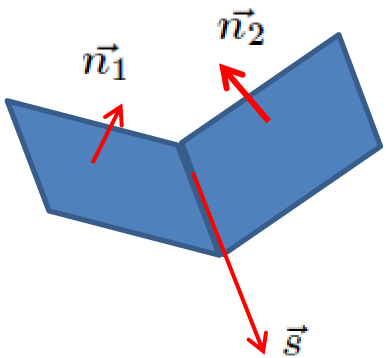
$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1 &= 0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2 &= 0 \end{cases}$$



$$\vec{n_1}=\{A_1,B_1,C_1\},\vec{n_2}=\{A_2,B_2,C_2\}$$

注 ③如果直线方程是二面式，

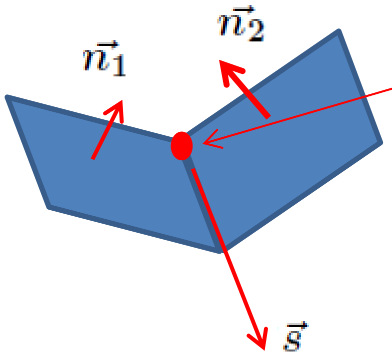
$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 &= 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 &= 0 \end{cases}$$



$$\vec{n_1} = \{A_1, B_1, C_1\}, \vec{n_2} = \{A_2, B_2, C_2\}$$

$$\boxed{\vec{s} = \vec{n_1} \times \vec{n_2}}$$

注 ③如果直线方程是二面式,

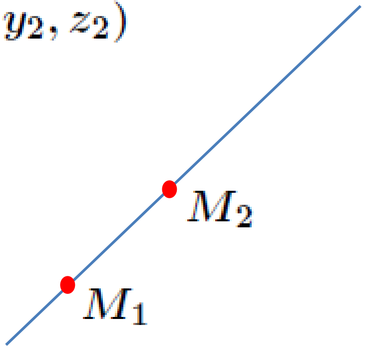


$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

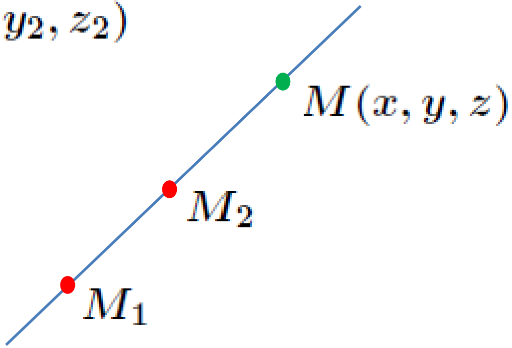
$$\vec{n_1} = \{A_1, B_1, C_1\}, \vec{n_2} = \{A_2, B_2, C_2\}$$

$$\boxed{\vec{s} = \vec{n_1} \times \vec{n_2}}$$

如果已知直线l过两点$M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$

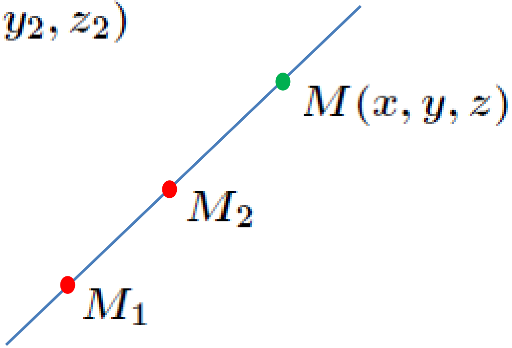


如果已知直线l过两点$M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$



如果已知直线l过两点$M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$

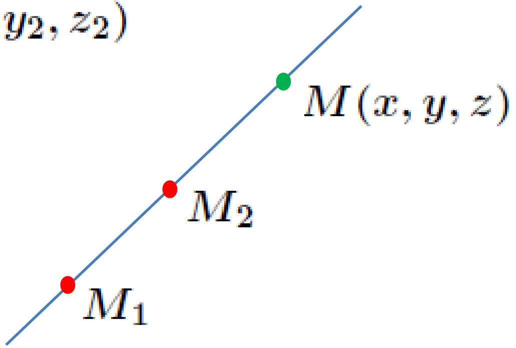
$$\overrightarrow{M_1M} \parallel \overrightarrow{M_1M_2}$$



如果已知直线l过两点$M_1(x_1,y_1,z_1),M_2(x_2,y_2,z_2)$

$$\overrightarrow{M_1M} \parallel \overrightarrow{M_1M_2}$$

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

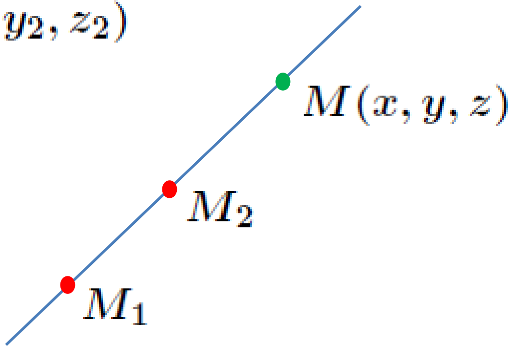


如果已知直线l过两点$M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$

$$\overrightarrow{M_1M} \parallel \overrightarrow{M_1M_2}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

两点式方程



例

已知一直线l过直线$\begin{cases} x = & 1+2t \\ y = & -t \\ z = & 1-t \end{cases}$与平面$x+y-z=1$的交点$A$,

且垂直于平面$2x-y+z=1$,求l 的方程。

例

已知一直线l过直线$\begin{cases} x = & 1+2t \\ y = & -t \\ z = & 1-t \end{cases}$与平面$x+y-z=1$的交点$A$,

且垂直于平面$2x-y+z=1$,求l 的方程。

解:

$$l \perp 2x-y+z=1 \Rightarrow \vec{s}_l = \overrightarrow{n_{\Sigma}} = \{2,-1,1\}$$

例

已知一直线l过直线$\begin{cases} x = & 1+2t \\ y = & -t \\ z = & 1-t \end{cases}$与平面$x+y-z=1$的交点$A$,

且垂直于平面$2x-y+z=1$,求l 的方程。

解:

$l \perp 2x-y+z=1 \Rightarrow \vec{s_l} = \overrightarrow{n_\Sigma} = \{2,-1,1\}$

A点坐标$(1+2t)+(-t)-(1-t)=1$, 即$t=0$,

A点为$(1,0,1)$,

例

已知一直线l过直线$\begin{cases} x = & 1+2t \\ y = & -t \\ z = & 1-t \end{cases}$ 与平面$x+y-z=1$的交点A,

且垂直于平面$2x-y+z=1$,求l 的方程。

解:

$l \perp 2x-y+z=1 \Rightarrow \vec{s_l} = \overrightarrow{n_\Sigma} = \{2,-1,1\}$

A点坐标$(1+2t)+(-t)-(1-t)=1$, 即$t=0$,

A点为$(1,0,1)$,

$$\text{故}l\text{的方程为}\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$$

例

求过三点$A(7,6,7),B(5,10,5),C(-1,8,9)$的平面的方程。

例

求过三点$A(7,6,7),B(5,10,5),C(-1,8,9)$的平面的方程。

解:

$$\overrightarrow{AB}=\{-2,4,-2\},\overrightarrow{AC}=\{-8,2,2\},$$

例

求过三点$A(7,6,7),B(5,10,5),C(-1,8,9)$的平面的方程。

解:

$$\overrightarrow{AB}=\{-2,4,-2\},\overrightarrow{AC}=\{-8,2,2\},$$

$$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -2 & 4 & -2\\ -8 & 2 & 2\end{vmatrix}$$

例

求过三点$A(7,6,7),B(5,10,5),C(-1,8,9)$的平面的方程。

解:

$$\overrightarrow{AB}=\{-2,4,-2\},\overrightarrow{AC}=\{-8,2,2\},$$

$$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -2 & 4 & -2\\ -8 & 2 & 2\end{vmatrix}=8\vec{i}-4\vec{k}+16\vec{j}+32\vec{k}+4\vec{j}+4\vec{i}$$

例

求过三点$A(7,6,7),B(5,10,5),C(-1,8,9)$的平面的方程。

解:

$$\overrightarrow{AB}=\{-2,4,-2\},\overrightarrow{AC}=\{-8,2,2\},$$

$$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -2 & 4 & -2\\ -8 & 2 & 2\end{vmatrix}=8\vec{i}-4\vec{k}+16\vec{j}+32\vec{k}+4\vec{j}+4\vec{i}$$

$$=12\vec{i}+20\vec{j}+28\vec{k},$$

例

求过三点$A(7,6,7),B(5,10,5),C(-1,8,9)$的平面的方程。

解:

$$\overrightarrow{AB}=\{-2,4,-2\},\overrightarrow{AC}=\{-8,2,2\},$$

$$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -2 & 4 & -2\\ -8 & 2 & 2\end{vmatrix}=8\vec{i}-4\vec{k}+16\vec{j}+32\vec{k}+4\vec{j}+4\vec{i}$$

$$=12\vec{i}+20\vec{j}+28\vec{k},$$

$$\therefore \vec{n_1}=\{3,5,7\},$$

例

求过三点$A(7,6,7),B(5,10,5),C(-1,8,9)$的平面的方程。

解:

$$\overrightarrow{AB}=\{-2,4,-2\},\overrightarrow{AC}=\{-8,2,2\},$$

$$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-2&4&-2\\-8&2&2\end{vmatrix}=8\vec{i}-4\vec{k}+16\vec{j}+32\vec{k}+4\vec{j}+4\vec{i}$$

$$=12\vec{i}+20\vec{j}+28\vec{k},$$

$$\therefore \vec{n_1}=\{3,5,7\},$$

$\therefore$平面方程为$3(x-7)+5(y-6)+7(z-7)=0$

例

$(2,0,3) \in \sum, \sum \perp \sum_1 : x - 2y + 4z - 7 = 0, \sum \perp \sum_2 : 2x + y - 2z + 5 = 0,$

求$\sum$ 的方程。

例

$(2,0,3)\in\sum,\sum\perp\sum_1: x-2y+4z-7=0,\sum\perp\sum_2: 2x+y-2z+5=0,$

求$\sum$ 的方程。

解:

$$\vec{n_1}=\{1,-2,4\},\vec{n_2}=\{2,1,-2\},\sum\perp\vec{n_1},\vec{n_2},$$

例

$(2,0,3) \in \sum, \sum \perp \sum_1 : x - 2y + 4z - 7 = 0, \sum \perp \sum_2 : 2x + y - 2z + 5 = 0,$

求$\sum$ 的方程。

解:

$$\vec{n_1} = \{1, -2, 4\}, \vec{n_2} = \{2, 1, -2\}, \sum \perp \vec{n_1}, \vec{n_2},$$

$$\therefore \vec{n} = \vec{n_1} \times \vec{n_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

例

$(2,0,3)\in\sum,\sum\perp\sum_1: x-2y+4z-7=0,\sum\perp\sum_2: 2x+y-2z+5=0,$

求$\sum$ 的方程。

解:

$$\vec{n_1}=\{1,-2,4\},\vec{n_2}=\{2,1,-2\},\sum\perp\vec{n_1},\vec{n_2},$$

$$\therefore\vec{n}=\vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & -4\\ 2 & 1 & -2\end{vmatrix}=-4\vec{i}+\vec{k}+8\vec{j}+4\vec{k}+2\vec{j}+4\vec{i}$$

例

$(2,0,3)\in\sum,\sum\perp\sum_1: x-2y+4z-7=0,\sum\perp\sum_2: 2x+y-2z+5=0,$

求$\sum$ 的方程。

解:

$$\vec{n_1}=\{1,-2,4\},\vec{n_2}=\{2,1,-2\},\sum\perp\vec{n_1},\vec{n_2},$$

$$\therefore\vec{n}=\vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&2&-4\\2&1&-2\end{vmatrix}=-4\vec{i}+\vec{k}+8\vec{j}+4\vec{k}+2\vec{j}-4\vec{i}$$

例

$(2,0,3)\in\sum,\sum\perp\sum_1: x-2y+4z-7=0,\sum\perp\sum_2: 2x+y-2z+5=0,$

求$\sum$ 的方程。

解:

$$\vec{n_1}=\{1,-2,4\},\vec{n_2}=\{2,1,-2\},\sum\perp\vec{n_1},\vec{n_2},$$

$$\therefore \vec{n}=\vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & -4\\ 2 & 1 & -2\end{vmatrix}=-4\vec{i}+\vec{k}+8\vec{j}+4\vec{k}+2\vec{j}-4\vec{i}$$

$$=10\vec{j}+5\vec{k}=5(2\vec{j}+\vec{k}),$$

例

$(2,0,3)\in\sum,\sum\perp\sum_1: x-2y+4z-7=0,\sum\perp\sum_2: 2x+y-2z+5=0,$

求$\sum$ 的方程。

解:

$$\vec{n_1}=\{1,-2,4\},\vec{n_2}=\{2,1,-2\},\sum\perp\vec{n_1},\vec{n_2},$$

$$\therefore \vec{n}=\vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & -4\\ 2 & 1 & -2\end{vmatrix}=-4\vec{i}+\vec{k}+8\vec{j}+4\vec{k}+2\vec{j}-4\vec{i}$$

$$=10\vec{j}+5\vec{k}=5(2\vec{j}+\vec{k}),$$

$$\therefore \vec{n}=\{0,2,1\}$$

$\therefore \sum$的方程为$2(y-0)+(z-3)=0$,即$2y+z-3=0$。

例 平面$\sum_1$过x轴和点$(3,2,-5)$,平面$\sum_2: 3x-y-7z+9=0$,

求$\sum_1, \sum_2$的交线方程。

例 平面$\sum_1$过x轴和点$(3,2,-5)$,平面$\sum_2: 3x-y-7z+9=0$,

求$\sum_1,\sum_2$的交线方程。

解:

x轴$\in \sum_1 \Rightarrow \vec{i}=\{1,0,0\}\in \sum_1$,

例 平面$\sum_1$过x轴和点$(3,2,-5)$,平面$\sum_2: 3x-y-7z+9=0$,

求$\sum_1,\sum_2$的交线方程。

解:

x轴$\in \sum_1 \Rightarrow \vec{i}=\{1,0,0\}\in\sum_1$,

$\oplus$ $(3,2,-5)\in\sum_1 \Rightarrow \vec{a}=\{3,2,-5\}\in\sum_1$,

例 平面$\sum_1$过x轴和点$(3,2,-5)$,平面$\sum_2: 3x-y-7z+9=0$,

求$\sum_1,\sum_2$的交线方程。

解:

x轴$\in \sum_1 \Rightarrow \vec{i}=\{1,0,0\}\in\sum_1$,

$\oplus$ $(3,2,-5)\in\sum_1 \Rightarrow \vec{a}=\{3,2,-5\}\in\sum_1$,

$$\Rightarrow \vec{n}_{\sum_1}=\vec{i}\times\vec{a}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & 2 & -5\\ 1 & 0 & 0\end{vmatrix}$$

例 平面$\sum_1$过x轴和点$(3,2,-5)$,平面$\sum_2: 3x-y-7z+9=0,$

求$\sum_1,\sum_2$的交线方程。

解:

x轴$\in \sum_1 \Rightarrow \vec{i}=\{1,0,0\}\in\sum_1,$

$\oplus$ $(3,2,-5)\in\sum_1 \Rightarrow \vec{a}=\{3,2,-5\}\in\sum_1,$

$$\Rightarrow \vec{n}_{\sum_1}=\vec{i}\times\vec{a}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & 2 & -5\\ 1 & 0 & 0\end{vmatrix}=-5\vec{j}-2\vec{k}=\{0,-5,-2\},$$

例 平面$\sum_1$过x轴和点$(3,2,-5)$,平面$\sum_2: 3x-y-7z+9=0$,

求$\sum_1,\sum_2$的交线方程。

解:

x轴$\in \sum_1 \Rightarrow \vec{i}=\{1,0,0\}\in\sum_1$,

$\oplus$ $(3,2,-5)\in\sum_1 \Rightarrow \vec{a}=\{3,2,-5\}\in\sum_1$,

$$\Rightarrow \vec{n}_{\sum_1}=\vec{i}\times\vec{a}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}=-5\vec{j}-2\vec{k}=\{0,-5,-2\},$$

$\therefore \sum_1$的方程为$-5x-2z=0$,即$5x+2z=0$,

例 平面$\sum_1$过x轴和点$(3,2,-5)$,平面$\sum_2: 3x-y-7z+9=0$,

求$\sum_1,\sum_2$的交线方程。

$$\therefore 交线方程为\begin{cases} 5x+2z &= 0 \\ 3x-y-7z+9 &= 0 \end{cases}$$

解:

x轴$\in \sum_1 \Rightarrow \vec{i}=\{1,0,0\}\in\sum_1$,

$\oplus\ (3,2,-5)\in\sum_1 \Rightarrow \vec{a}=\{3,2,-5\}\in\sum_1$,

$$\Rightarrow \vec{n}_{\sum_1}=\vec{i}\times\vec{a}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}=-5\vec{j}-2\vec{k}=\{0,-5,-2\},$$

$\therefore \sum_1$的方程为$-5x-2z=0$,即$5x+2z=0$,