

## 第 7 次书面作业

### 第八章 内排序

1. 设  $\{s_1, \dots, s_m\}$  为字母表  $\{a, b, \dots, z\}$  上的  $m$  组字符串，并且记  $l_i$  为字符串  $s_i$  的长度。尝试通过修改基数排序，对这些字符串按字典序排序，并且使得算法的时间复杂度为  $O(\sum_{i=1}^m l_i)$ （简述思路并且给出算法时间复杂度的分析）
2. 给定元素值互异的数组  $A[1, \dots, n]$ ，尝试在  $O(n)$  时间内找到最小的  $k$  个数（提示：以快速排序算法为模型，递归查找第  $k$  小的数）。

3. 给定如下排序算法：

```
sort(A, i, j)
    if A[i] > A[j] then
        swap(A[i], A[j])
    if (j - i + 1) ≥ 3 then
        t = (j - i + 1) / 3
        sort(A, i, j - t)
        sort(A, i + t, j)
        sort(A, i, j - t)
    return A
```

尝试给出算法的正确性证明，并求出其时间复杂度。

4. 假设数组  $A[1, \dots, n]$  中的各元素独立同分布，给定非严格单调递增函数  $H$ ，将数组  $A[1, \dots, n]$  的元素等概率地映射为  $0$  到  $m-1$  ( $m \leq n$ ) 的  $m$  个整数。这等价于将数组  $A$  划分为  $m$  个桶，并且  $A[i]$  落入各个桶的概率相等，即  $1/m$ 。然后分别对各个桶进行插入排序，最后按顺序扫描各个桶，将数组  $A[1, \dots, n]$  递增输出。假设映射操作的时间复杂度均为  $O(1)$ ，请
  - 1) 证明算法的正确性
  - 2) 这个算法的最好、最坏和平均时间复杂度是多少？

5. 参照教材给出的两种索引排序方法，完成如下表格（增序）：

其中索引 1 的下标存放的是数组  $A$  中数据在排序后应该处于的位置，索引 2 的下标存放的是数组  $A$  中应该摆放的数据的位置。

原下标	0	1	2	3	4	5	6	7
数组 A	20	13	11	11'	19	89	6	4
索引 1 的下标								
索引 2 的下标								
结果								

6. 给定数组  $A[1, \dots, n]$ ，在空间复杂度  $O(1)$  的条件下实现归并排序（时间复杂度尽可能小）。给出算法流程，并分析时间复杂度。