

Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Адабор Кристофер Твум

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Адабор Кристофер Твум
- студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032225824@pfur.ru
- https://github.com/ChristopherAdabor/study_2024-2025_mathmod



Цель работы

Построить математическую модель гармонического осциллятора.

Задание

Вариант № 15

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 7.5x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 5\dot{x} + 7x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 4\dot{x} + 2x = 5\sin(t)$

На интервале $t \in [0; 40]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0, y_0 = -1$

Выполнение лабораторной работы

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
using DifferentialEquations, Plots  
  
# Уравнение: x'' + 7.5x = 0  
  
function osc1!(du, u, p, t)  
    du[1] = u[2]  
    du[2] = -7.5 * u[1]  
end
```

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
u0 = [0.0, -1.0]
tspan = (0.0, 40.0)
prob1 = ODEProblem(osc1!, u0, tspan)
sol1 = solve(prob1, Tsit5(), dt=0.05)
# График x(t)
plot(sol1.t, sol1[1, :], xlabel="t", ylabel="x", title="Колебания без затухания", legend=false
)
```

В результате получаем следующие графики решения уравнения гармонического осциллятора (рис. [??]) и его фазового портрета (рис. [??]).

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

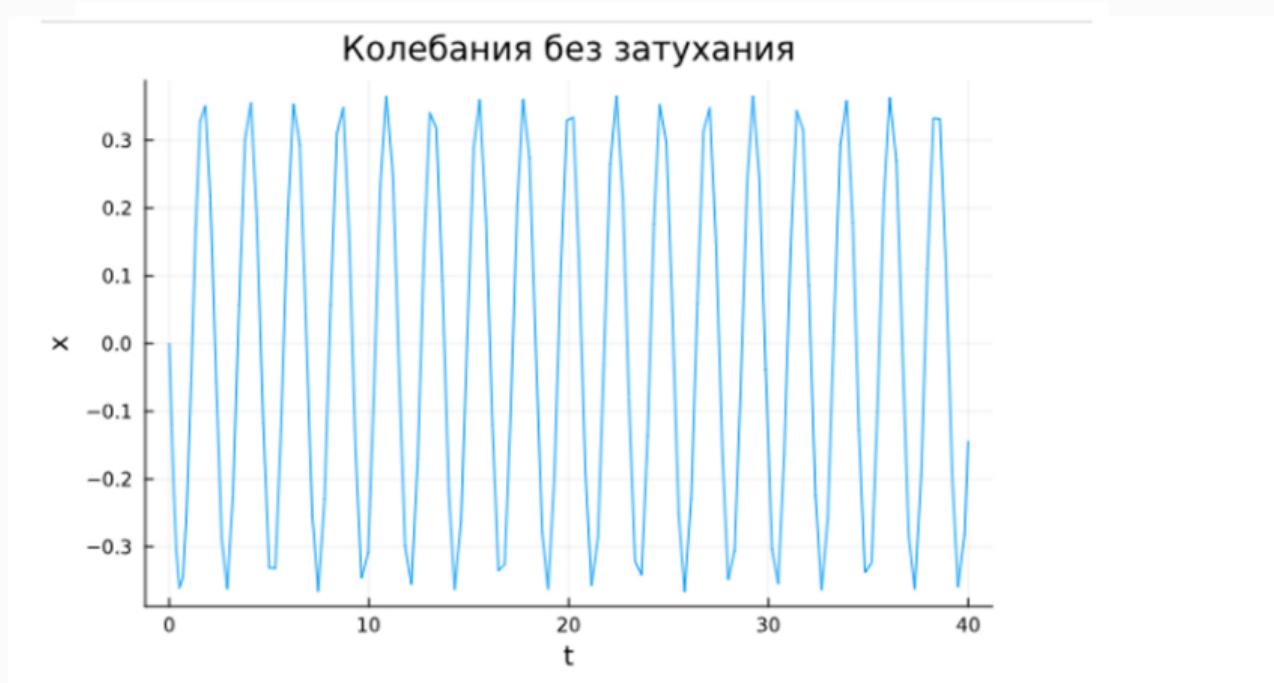


Рис. 1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

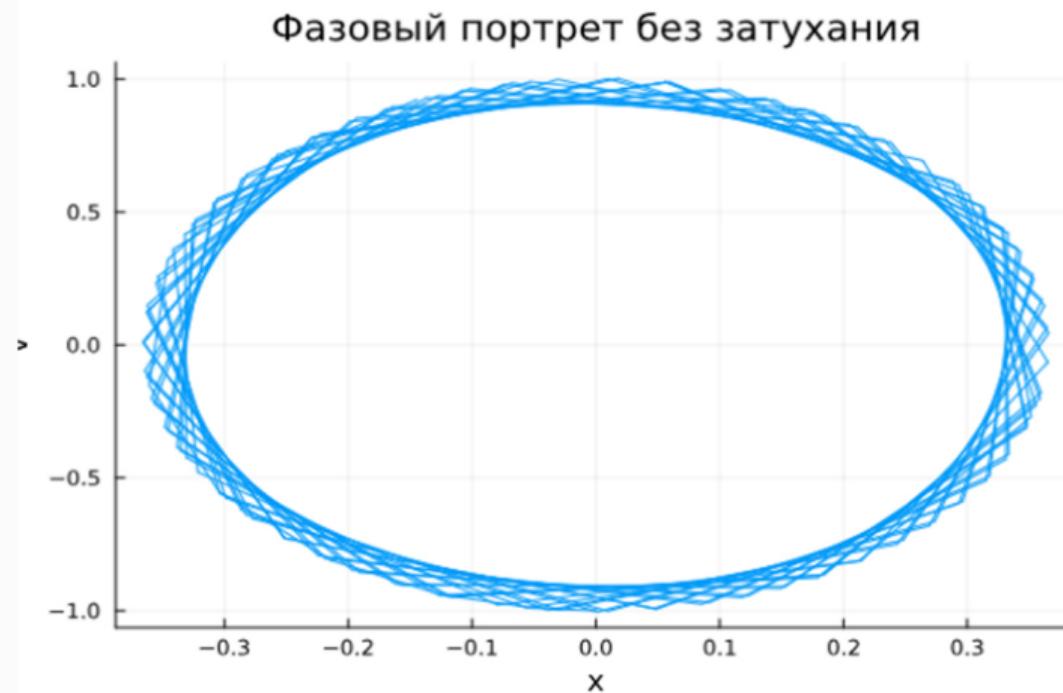


Рис. 2: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Можно заметить, что колебание осциллятора периодично, график не задухает.

Теперь реализуем эту модель посредством OpenModelica.

```
model lab4_1
    parameter Real g = 0;
    parameter Real w = 9.2;
    parameter Real x0 = -0.5;
    parameter Real y0 = 1;
    Real x(start=x0);
    Real y(start=y0);
equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
end lab4_1;
```

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

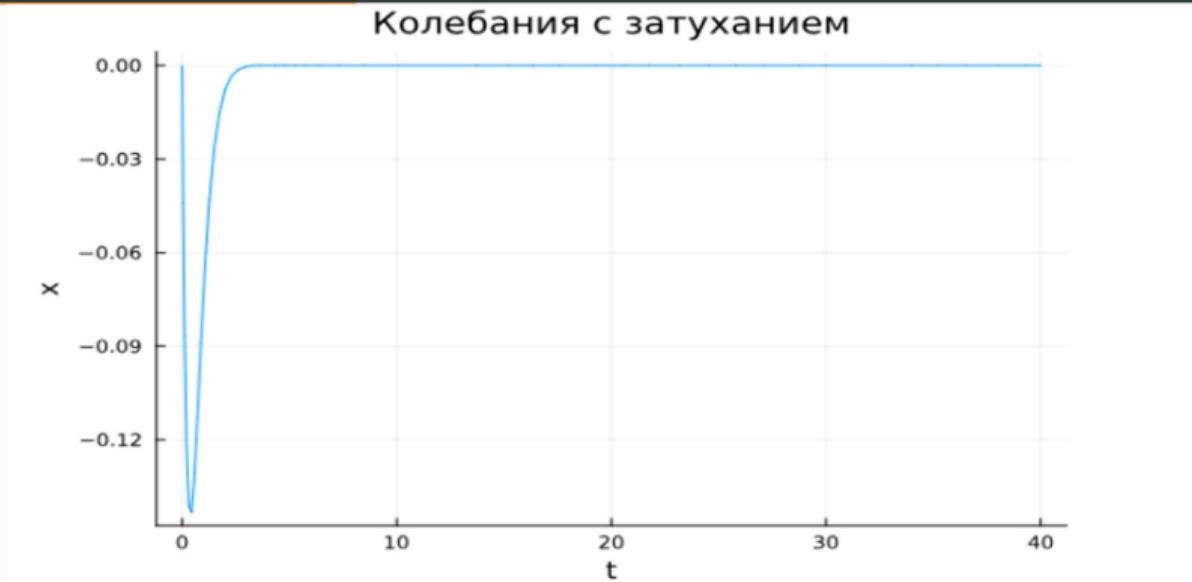


Рис. 3: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

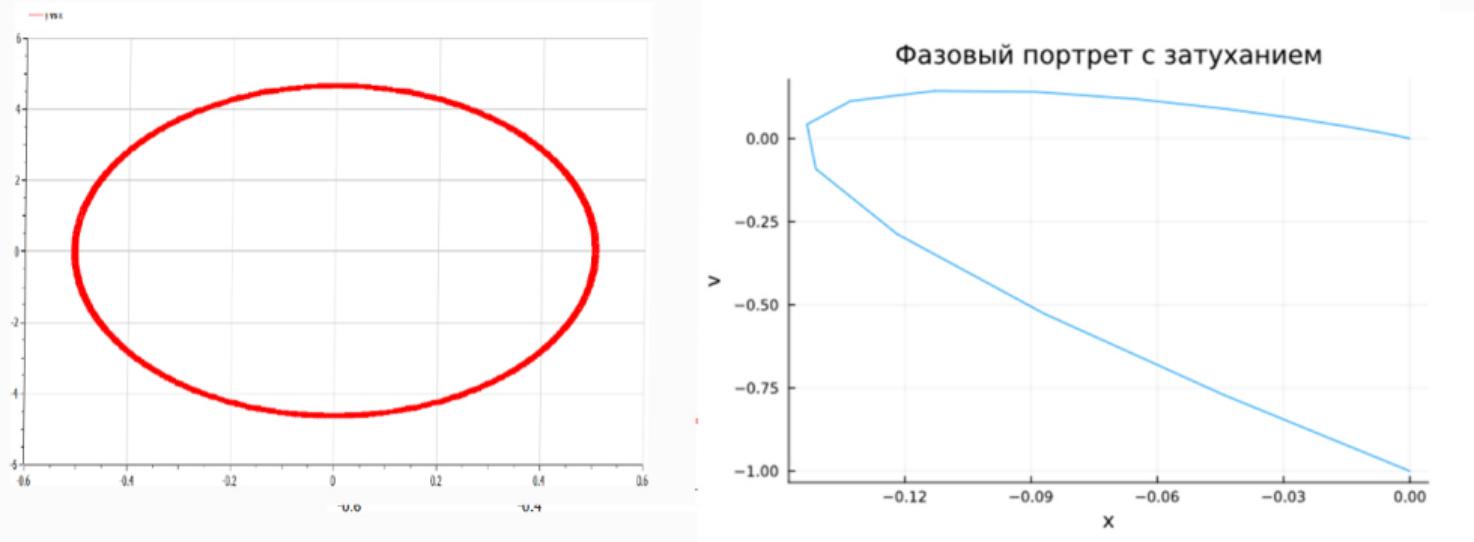


Рис. 4: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Реализуем эту модель на языке программирования Julia.

```
# Используемые библиотеки
using DifferentialEquations, Plots;

# Начальные условия
tspan = (0,49)
u0 = [-0.5, 1]
p2 = [1, 4.9]

# Задание функции
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
function f1(u, p, t)
    x, y = u
    g, w = p
    dx = y
    dy = -g .*y - w^2 .*x
    return [dx, dy]
end

# Постановка проблемы и ее решение
problem2 = ODEProblem(f1, u0, tspan, p2)
sol2 = solve(problem2, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

В результате получаем следующие графики решения уравнения гармонического осциллятора (рис. [??]) и его фазового портрета (рис. [??]).

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

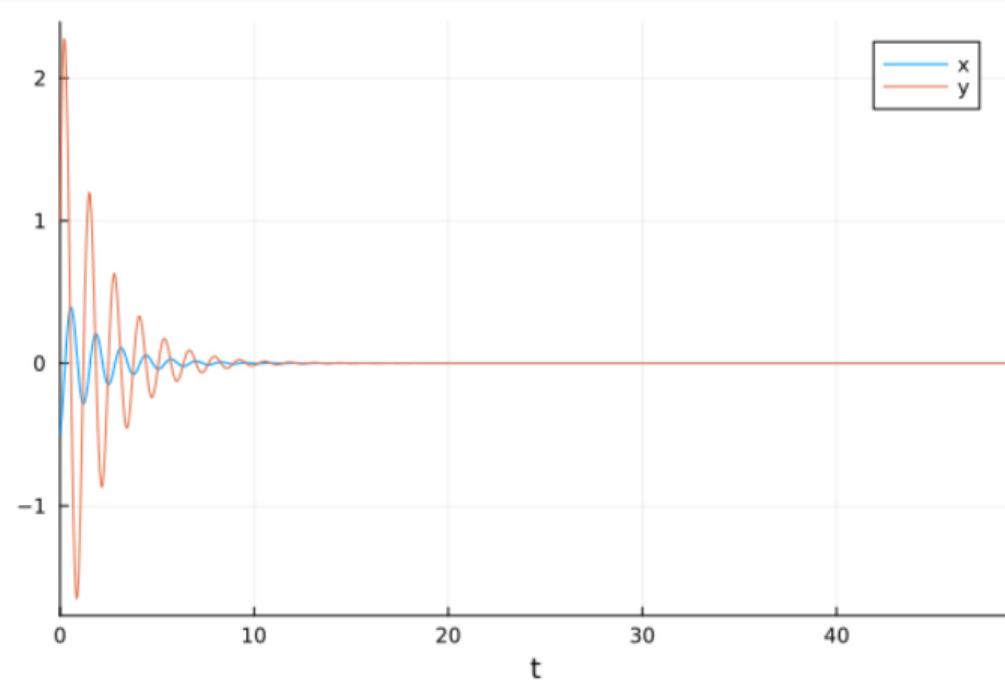


Рис. 5: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

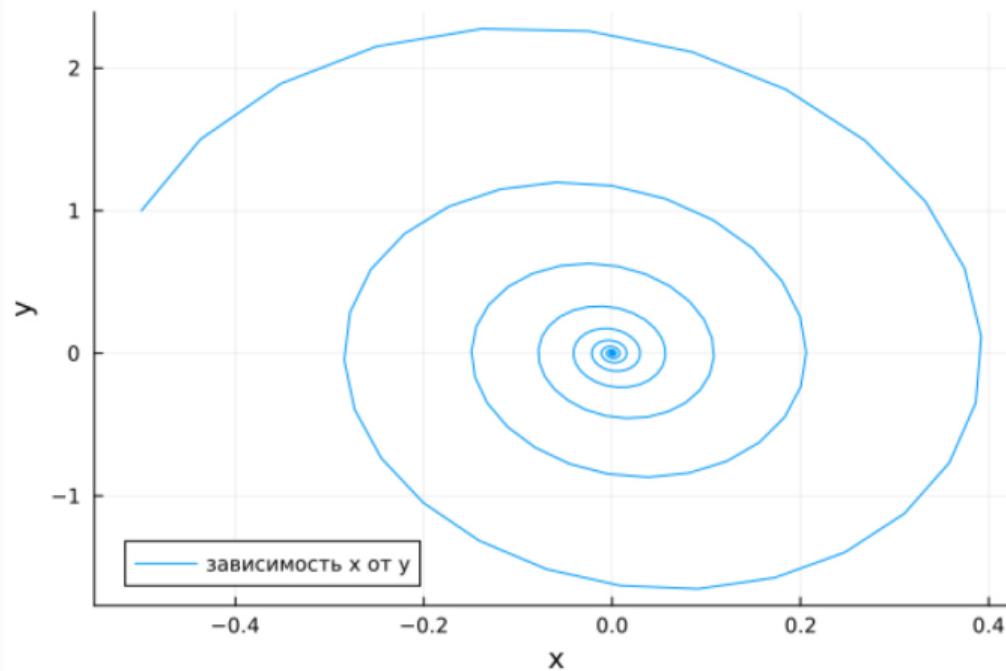


Рис. 6: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
model lab4_2
parameter Real g = 1;
parameter Real w = 4.9;
parameter Real x0 = -0.5;
parameter Real y0 = 1;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
end lab4_2;
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

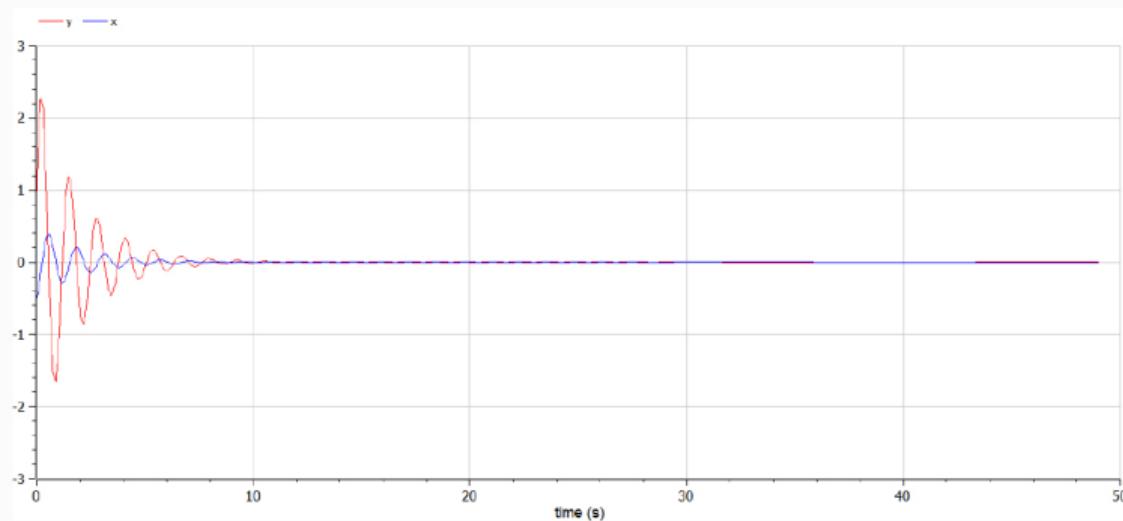


Рис. 7: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

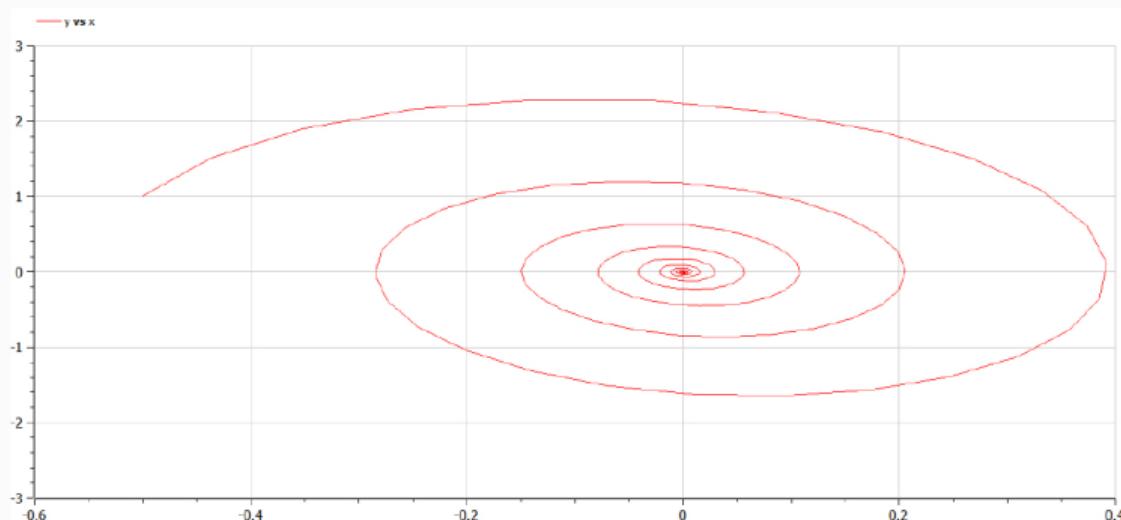


Рис. 8: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы. OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
# Начальные условия
tspan = (0,49)
u0 = [-0.5, 1]
p3 = [3.5, 13]
# Функция, описывающая внешние силы, действующие на осциллятор
f(t) = 2.5*cos(2*t)
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
# Задание функции
function f2(u, p, t)
    x, y = u
    g, w = p
    dx = y
    dy = -g .*y - w^2 .*x .+f(t)
    return [dx, dy]
end

# Постановка проблемы и ее решение
problem3 = ODEProblem(f2, u0, tspan, p3)
sol3 = solve(problem3, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

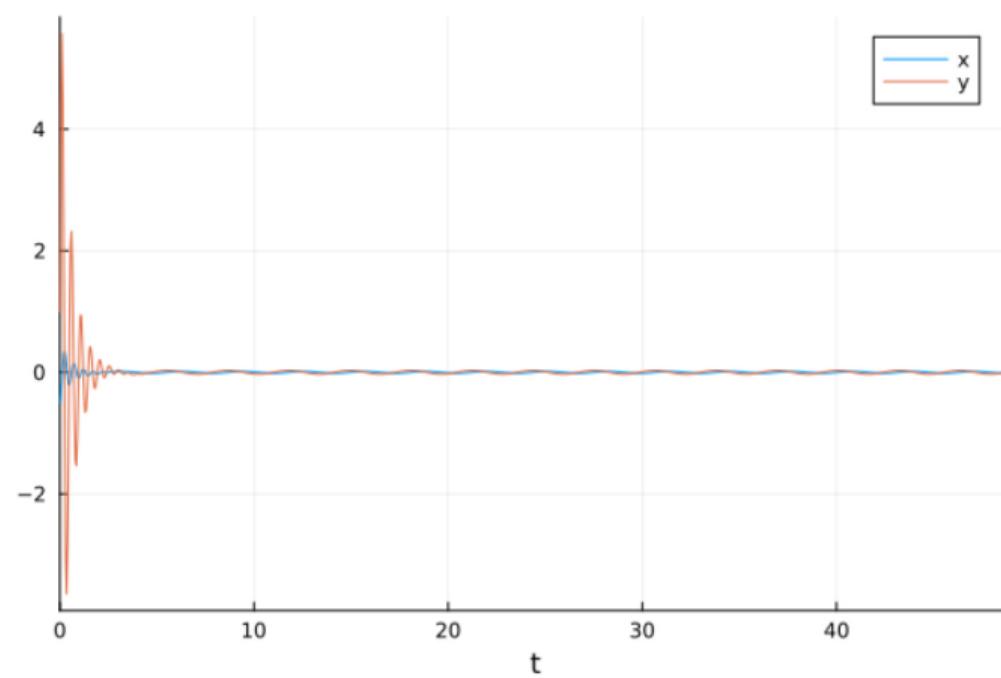


Рис. 9: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

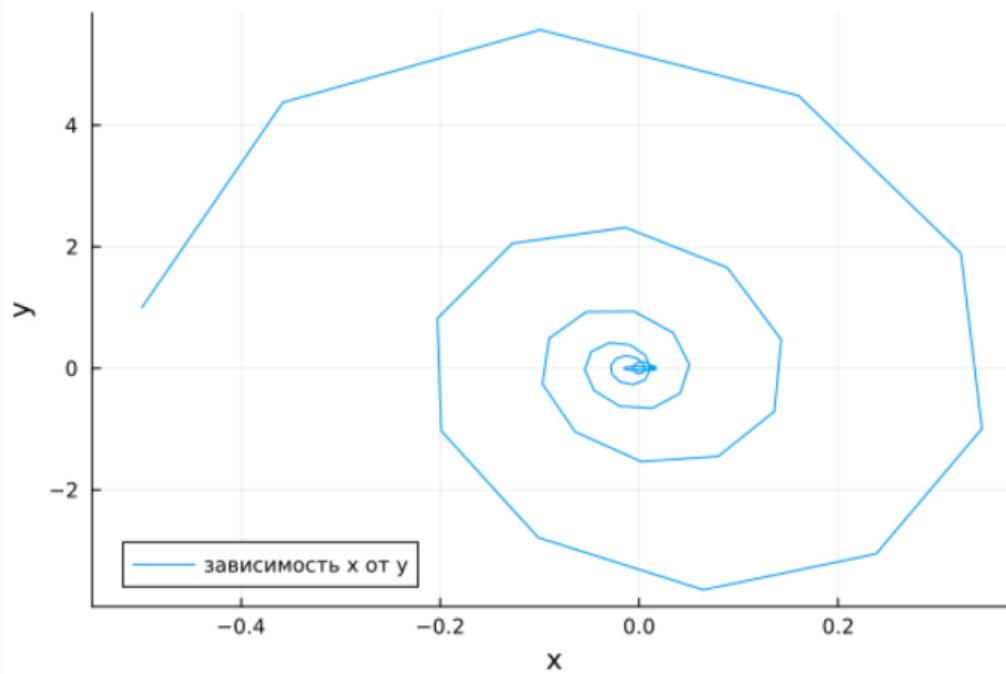


Рис. 10: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
model lab4_3
parameter Real g = 3.5;
parameter Real w = 13;
parameter Real x0 = -0.5;
parameter Real y0 = 1;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g .*y - w^2 .*x + 2.5*cos(2*time);
end lab4_3;
```

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

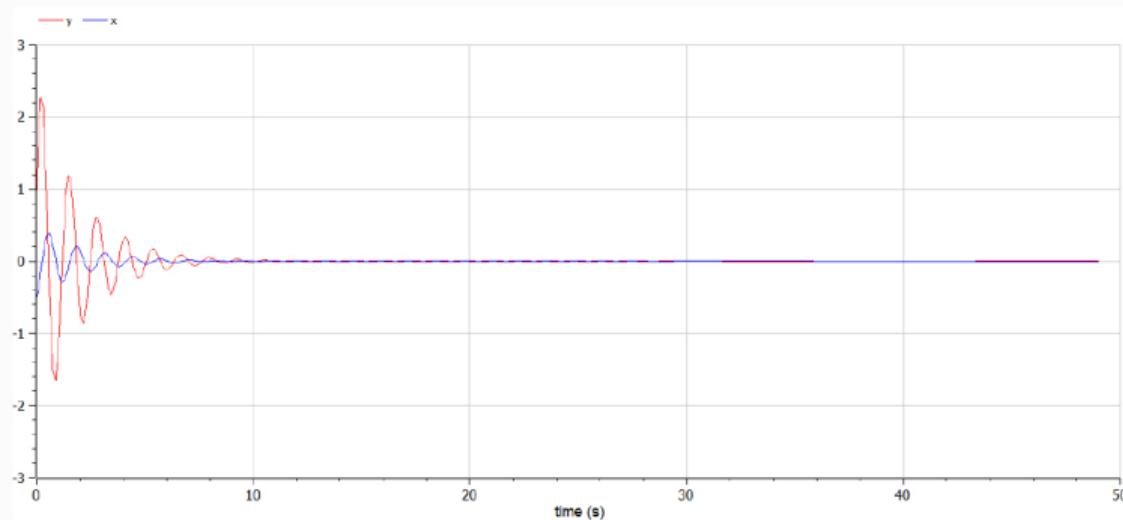


Рис. 11: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.
OpenModelica

Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

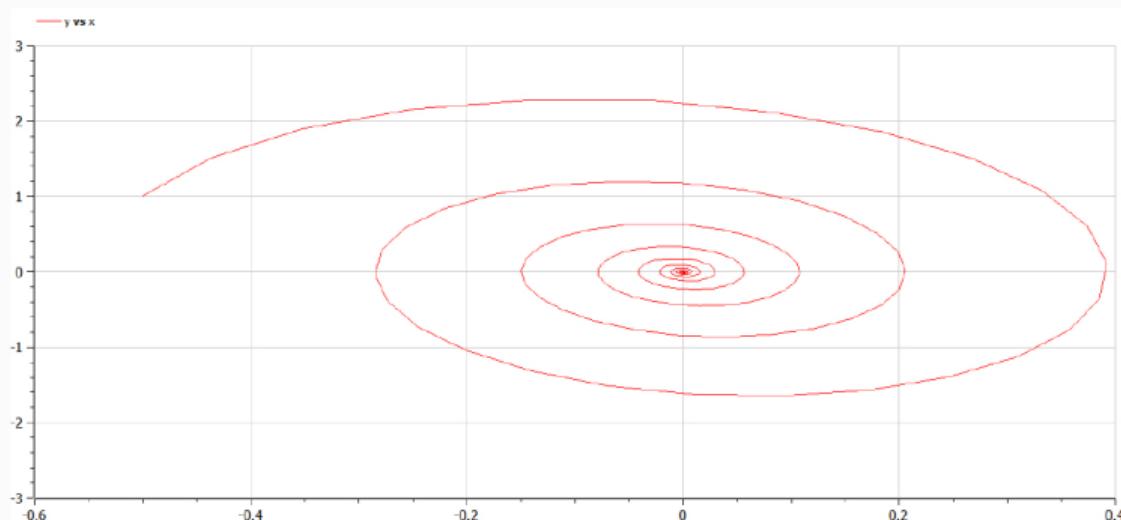


Рис. 12: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы. OpenModelica

Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построил математическую модель гармонического осциллятора.

Список литературы

1. Гармонические колебания [Электронный ресурс]. URL:
https://ru.wikipedia.org/wiki/Гармонические_колебания.