

# **Лабораторная работа 6**

**Модель «хищник–жертва»**

Адабор Кристофер Твум (1032225824)

# Содержание

<b>1 Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2 Задание</b>	<b>5</b>
<b>3 Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1 Реализация модели в xcos	6
3.2 Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos	11
3.3 Упражнение	16
<b>4 Выводы</b>	<b>17</b>

# Список иллюстраций

3.1	Задание переменных окружения в xcos для модели . . . . .	7
3.2	Модель «хищник–жертва» в xcos . . . . .	7
3.3	Задание начальных значений в блоках интегрирования . . . . .	8
3.4	Задание параметров моделирования . . . . .	8
3.5	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) =$ $2, y(0) = 1$ . . . . .	9
3.6	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c =$ $0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ . . . . .	9
3.7	Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica .	10
3.8	Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва” . . . . .	11
3.9	Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва” . . . . .	12
3.10	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) =$ $2, y(0) = 1$ . . . . .	12
3.11	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c =$ $0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ . . . . .	13
3.12	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) =$ $2, y(0) = 1$ . . . . .	14
3.13	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c =$ $0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ . . . . .	14

# 1 Цель работы

Реализовать модель “хищник-жертва” в *xcos*.

## 2 Задание

1. Реализовать модель “хищник-жертва” в xcos;
2. Реализовать модель “хищник-жертва” с помощью блока Modelica в xcos;
3. Реализовать модель “хищник-жертва” в OpenModelica

## 3 Выполнение лабораторной работы

Модель «хищник–жертва» (модель Лотки — Вольтерры) представляет собой модель межвидовой конкуренции. В математической форме модель имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy \\ \dot{y} = cxy - dy, \end{cases}$$

где  $x$  — количество жертв;  $y$  — количество хищников;  $a, b, c, d$  — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами:  $a$  — коэффициент рождаемости жертв;  $b$  — коэффициент убыли жертв;  $c$  — коэффициент рождения хищников;  $d$  — коэффициент убыли хищников.

### 3.1 Реализация модели в xcos

Зафиксируем начальные данные:  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $c = 0.3$ ,  $d = 1$ ,  $x(0) = 2$ ,  $y(0) = 1$ . В меню Моделирование, Задать переменные окружения зададим значения коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  (рис. 3.1).

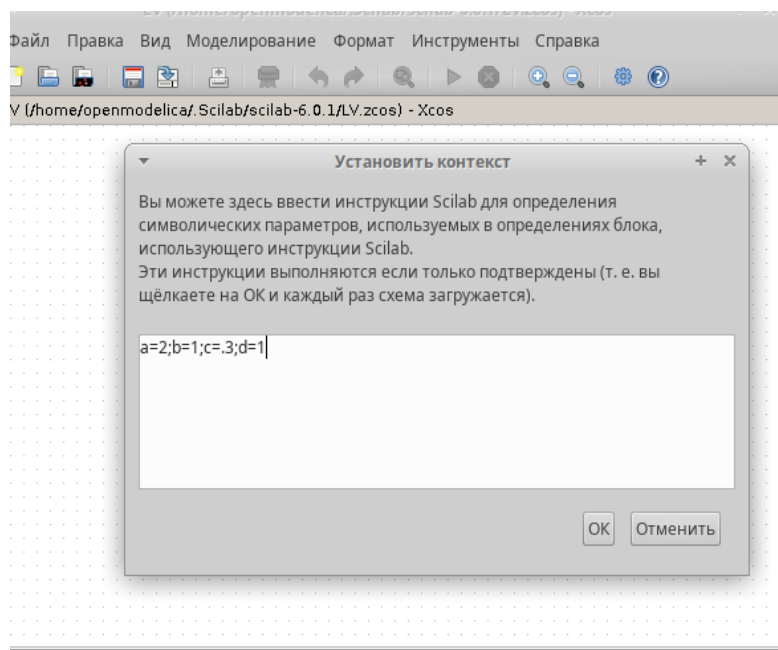


Рис. 3.1: Задание переменных окружения в xcos для модели

Для реализации модели «хищник-жертва» в дополнение к блокам `CLOCK_c`, `CSCOPE`, `TEXT_f`, `MUX`, `INTEGRAL_m`, `GAINBLK_f`, `SUMMATION`, `PROD_f` потребуется блок `CSCOPXY` – регистрирующее устройство для построения фазового портрета.

Готовая модель «хищник-жертва» представлена на рис. 3.2.

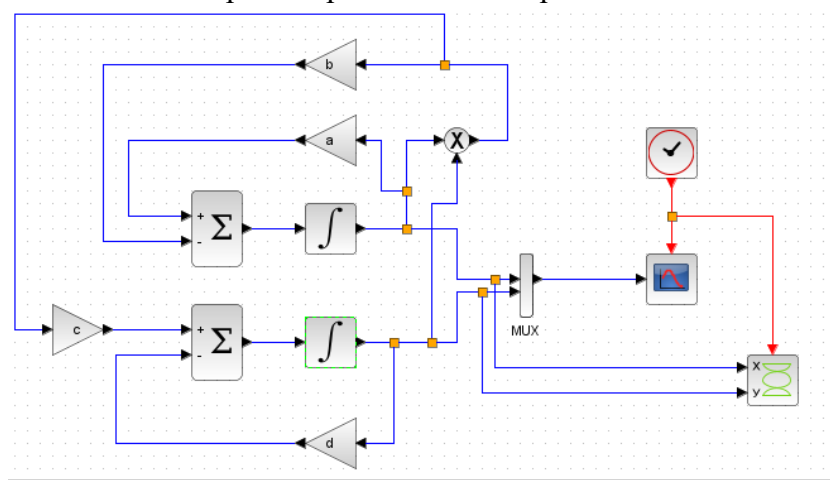


Рис. 3.2: Модель «хищник-жертва» в xcos

В параметрах блоков интегрирования необходимо задать начальные значения  $x(0) = 2, y(0) = 1$  (рис. 3.3, 3.4).

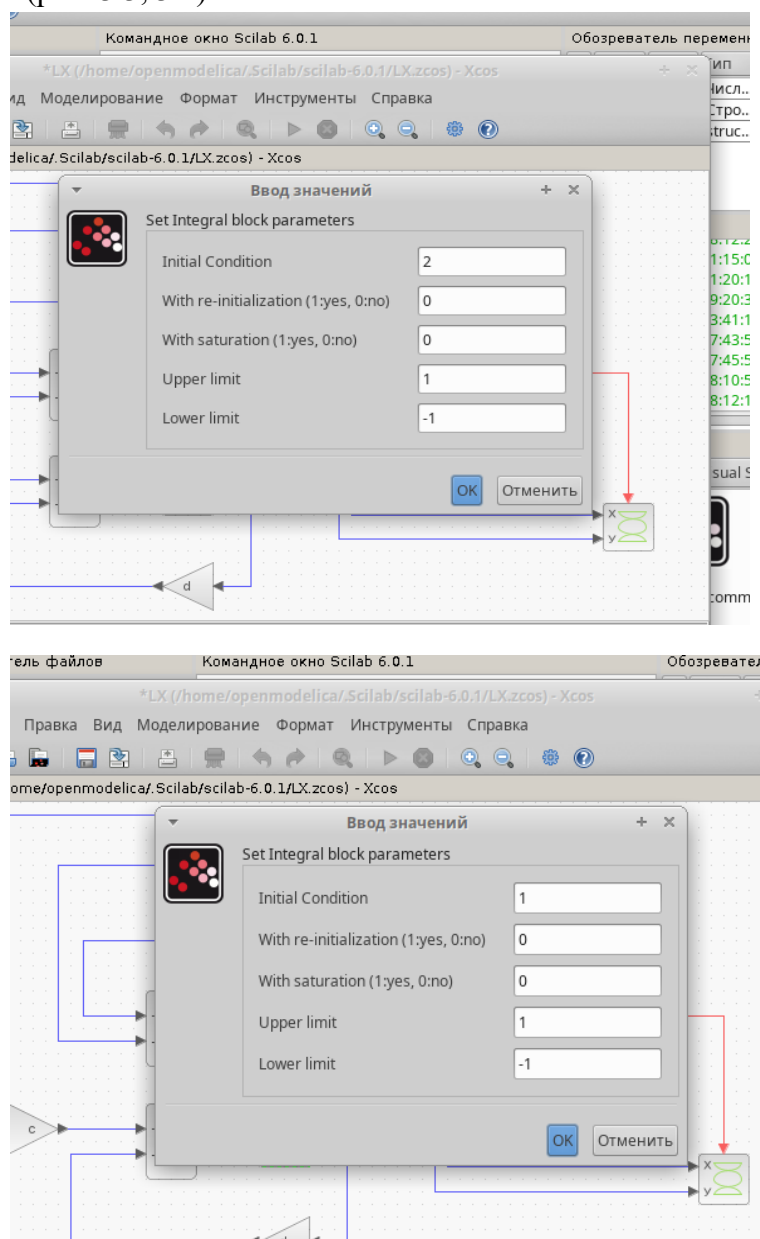


Рис. 3.3: Задание начальных значений в блоках интегрирования



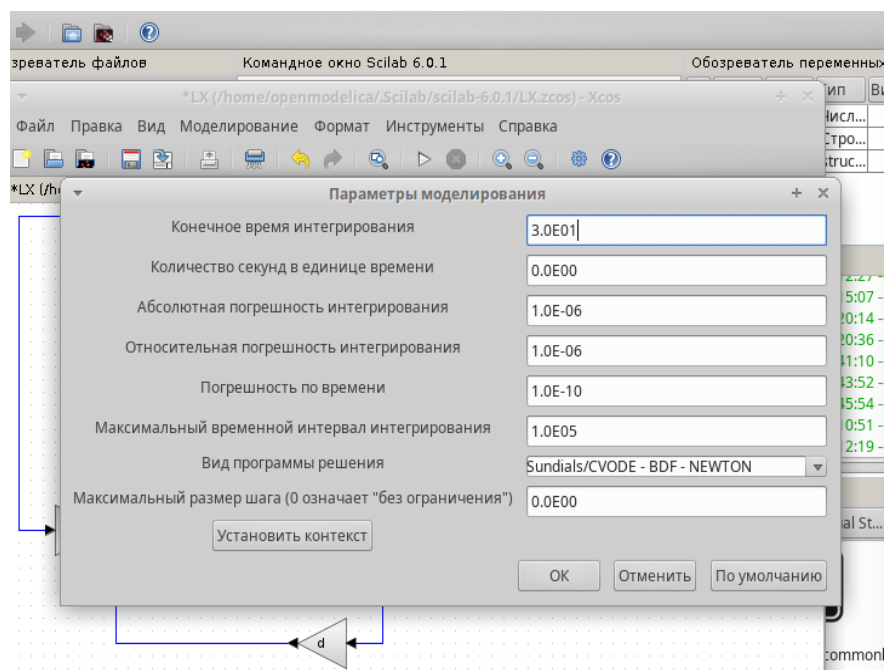


Рис. 3.4: Задание параметров моделирования

В меню Моделирование, Установка необходимо задать конечное время интегрирования, равным времени моделирования: 30.

Результат моделирования представлен на рис. 3.5. Черной линией обозначен график  $x(t)$  (динамика численности жертв), зеленая линия определяет  $y(t)$  — динамику численности хищников

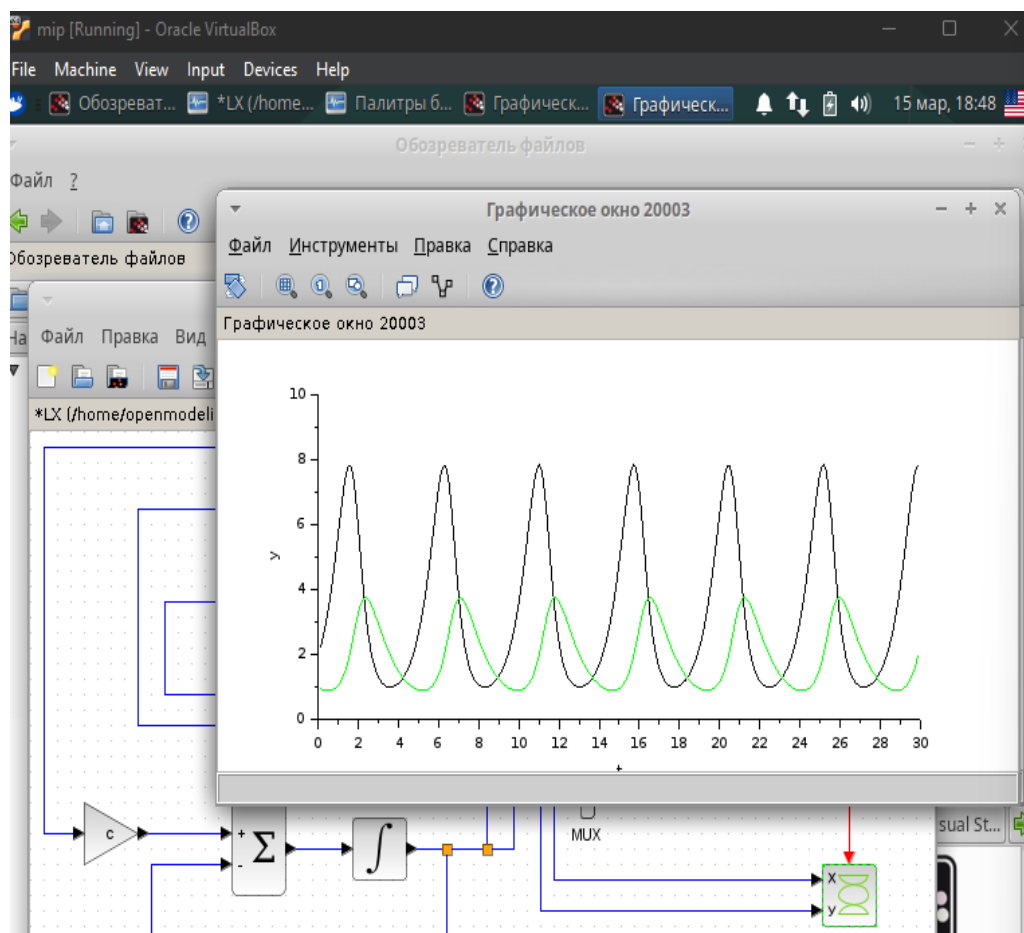


Рис. 3.5: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-

Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

На рис. 3.6 приведён фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры.

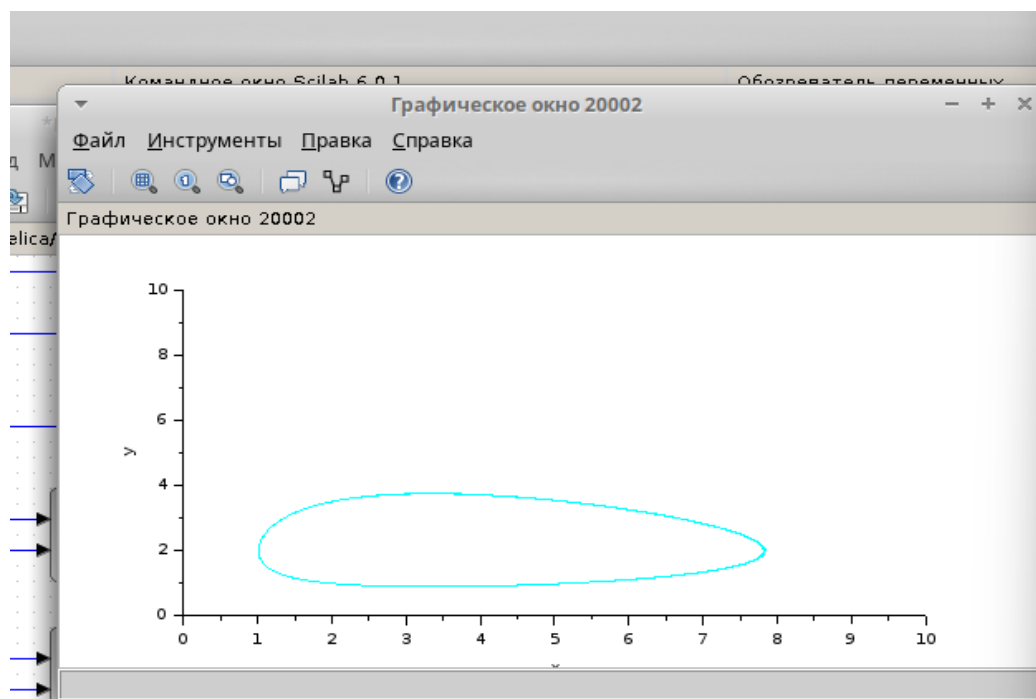


Рис. 3.6: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

### 3.2 Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Для реализации модели с помощью языка Modelica потребуются следующие блоки *xcos*: CLOCK\_c, CSCOPPE, CSCOPXY, TEXT\_f, MUX, CONST\_m и MBLOCK (Modelica generic). Как и ранее, задаём значения коэффициентов  $a, b, c, d$  (см. рис. 3.1). Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис.3.7. Параметры блока Modelica представлены на рис. 3.8, 3.9. Переменные на входе (“a”, “b”, “c”, “d”) и выходе (“x”, “y”) блока заданы как внешние (“E”).

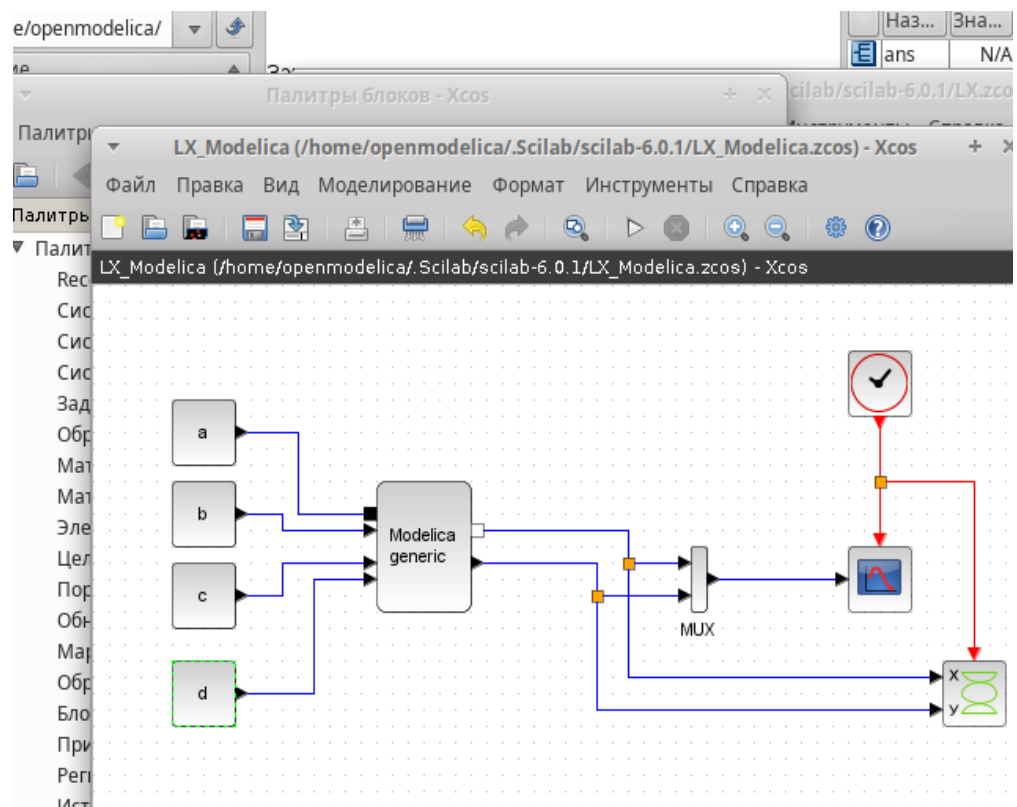


Рис. 3.7: Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica

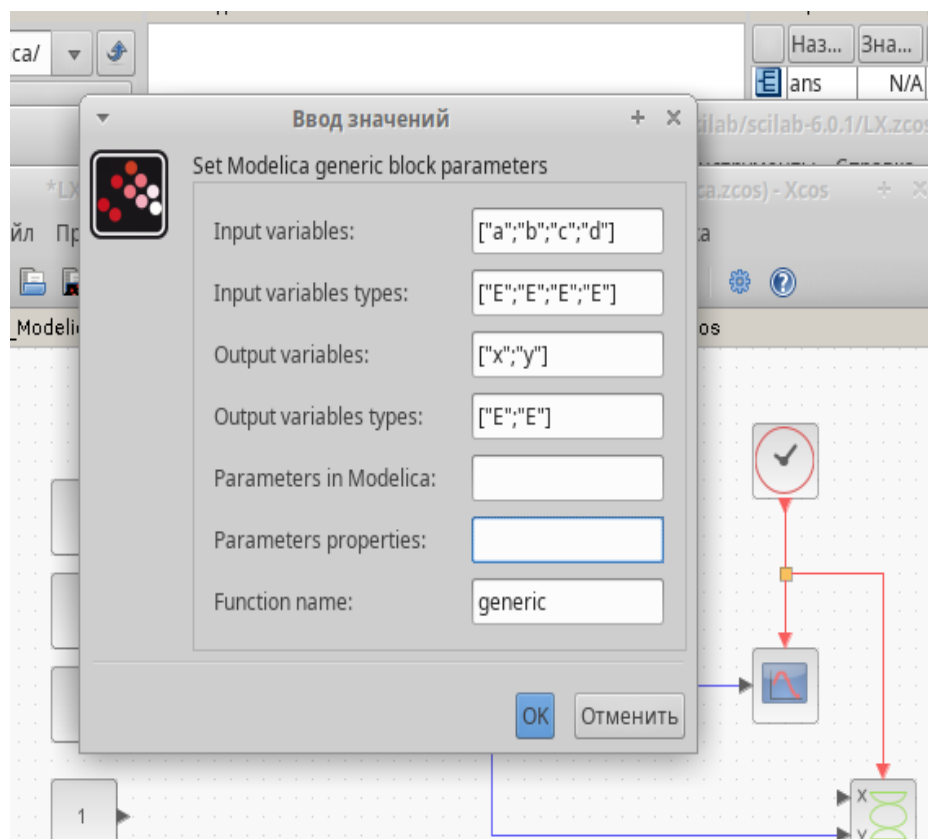


Рис. 3.8: Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”

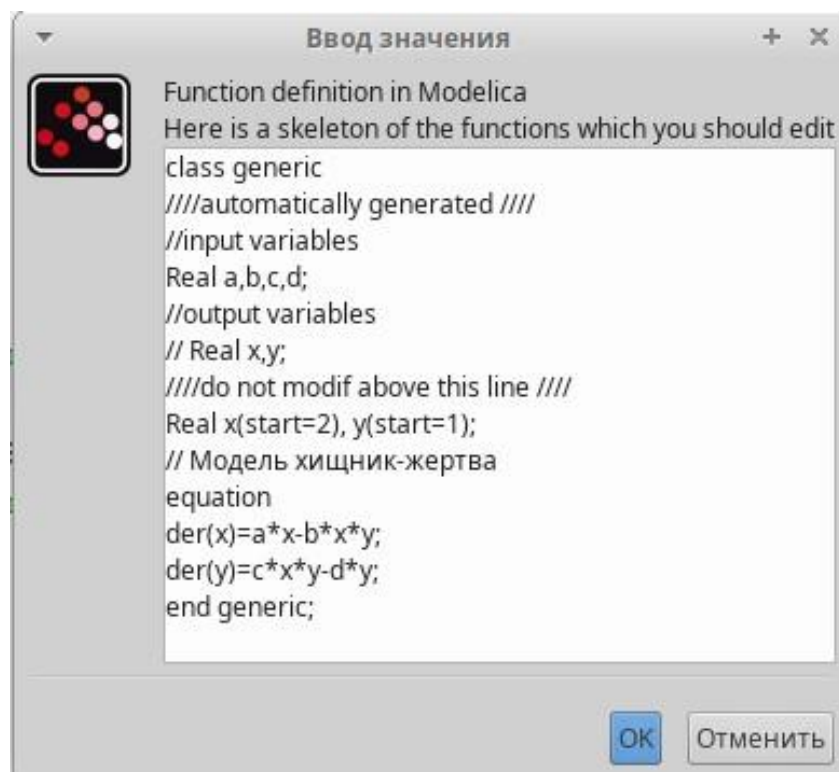


Рис. 3.9: Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва”

В результате моделирования получаем следующие графики (рис. 3.10, 3.11). Они идентичны построенным без блока Modelica.

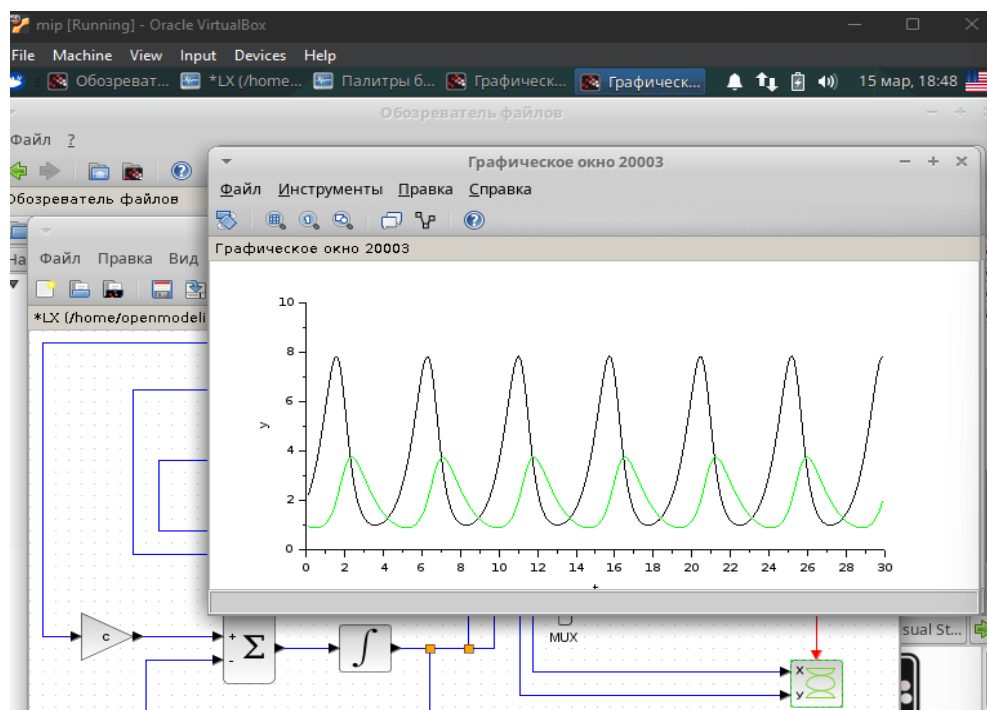


Рис. 3.10: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

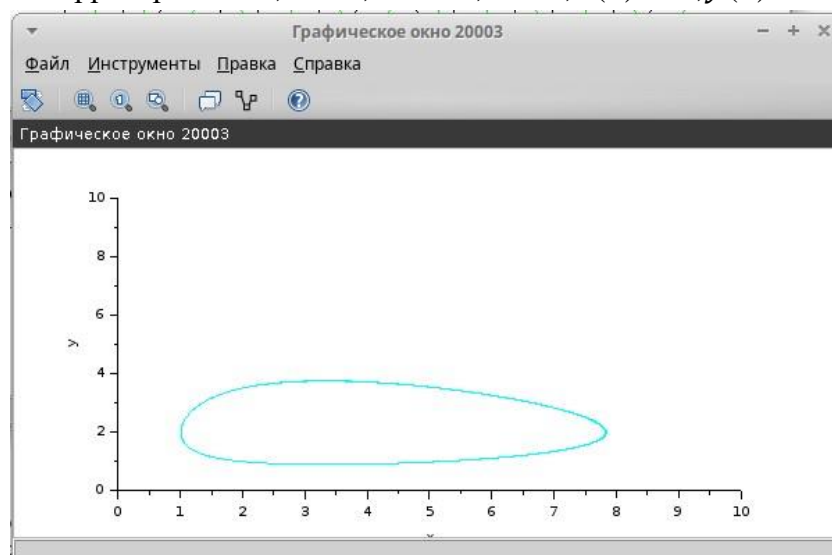


Рис. 3.11: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

### 3.3 Упражнение

Реализуем модель «хищник – жертва» в OpenModelica. Построим графики изменения численности популяций и фазовый портрет.

```
parameter Real a = 2;  
parameter Real b = 1;  
parameter Real c =  
0.3; parameter Real d  
= 1; parameter Real x0  
= 2; parameter Real y0  
= 1;  
  
Real x(start=x0);  
Real y(start=y0);  
equation der(x) = a*x -  
b*x*y; der(y) = c*x*y -  
d*y;
```

Выполним симуляцию, поставим конечное время 30с. Получим график изменения численности хищников и жертв (рис. 3.12), а также фазовый портрет (рис. 3.13).

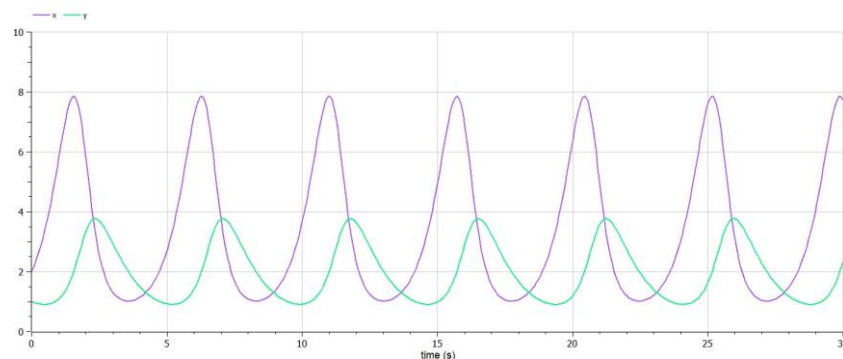


Рис. 3.12: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-



Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

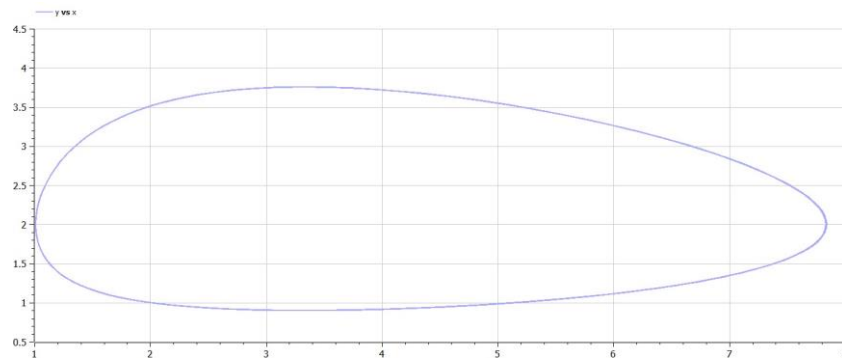


Рис. 3.13: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

## 4 Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной реализована модель “хищник-жертва” в  $x$  и  $y$ .