

ACT - TP heuristiques

Dans ce TP, nous allons nous intéresser à un problème qui a été posé lors du dernier concours de programmation "[google hashcode](#)". Le hashcode est un concours d'algorithmique qui propose de résoudre en un temps imparti, des problèmes avec une très grande combinatoire et dont les solutions optimales ne sont pas calculables facilement.

1 - Présentation du problème

Le problème de découpe maximale de pizzas a été présenté lors de la phase de test de la finale du concours de l'an passé. L'idée générale est de découper une pizza régina (passée en paramètre) en respectant des règles de découpe et de manière à minimiser les pertes.

1.1 - La pizza

La pizza peut être représentée par une matrice rectangulaire de hauteur h et de largeur l . Sur chaque case est présent soit une combinaison de tomates, champignons et mozzarella (T) soit un morceau de jambon (H).

Voici deux exemples de matrice représentant une pizza 3x5 :

T	T	T	T	T
T	H	H	H	T
T	T	T	T	T

T	H	H	T	T
T	T	T	T	T
T	T	T	T	T

1.2 - Les parts

Le but est découper des parts "royales" de manière à minimiser les cases non couvertes par ces parts. Une part royale est définie par 3 critères. Les parts sont rectangulaires, doivent avoir une surface maximale de au plus c cases et contenir au moins n cases de jambon.

Pour le premier exemple ci-dessus, si l'on prend $c=6$ et $n=1$, on peut donc avoir une surface de chute égale à 0 en découpant 3 parts (Donc un score de couverture de 15).

T	T	T	T	T
T	H	H	H	T
T	T	T	T	T

Pour le deuxième exemple ci-dessus, si l'on prend $c=6$ et $n=1$, on peut donc avoir une surface de chute égale à 3 en découpant 2 parts (Donc un score de couverture de 12) par exemple:

T	H	H	T	T
T	T	T	T	T
T	T	T	T	T

2 - Certificat et validation

Q2.1 - De quelle façon peut-on représenter une solution candidate à ce problème ?

Q2.2 - Quelle est la taille de la représentation par rapport à la taille de l'entrée ?

Q2.3 - Implémentez le certificat conçu ci-dessus dans votre langage de programmation préféré.

Q2.3 - Implémentez un algorithme de validation de ce certificat.

Q2.4 - Quelle est sa complexité ?

Q2.5 - Que pouvez-vous en déduire sur la classe de complexité du problème ?

3 - Serveur de validation

A partir de maintenant nous allons travailler sur une plus grosse instance du problème que le petit exemple présenté ci-dessus. Connectez-vous à l'adresse <http://hashcode.fil.univ-lille1.fr/> et sélectionnez le problème "Pizza régina". Vous pouvez dès à présent télécharger le sujet du concours du hashcode ainsi qu'une instance du problème. Vous trouverez dans le sujet du hashcode toutes les informations pour parser le fichier ainsi que la forme que doit prendre le fichier de solution.

Tout au long de ce TP vous soumettrez vos meilleures solutions **en faisant bien attention de toujours rentrer le même nom** afin que votre score soit mis à jour. Merci de ne pas ajouter n'importe quoi sur le serveur et de toujours utiliser un nom reconnaissable.

N'oubliez pas que vous êtes localisés sur votre machine ou via le proxy et que tout abus peut être tracé.

3.1 - Solution aléatoire

Q3.1.1 - Il est possible de générer une fois pour toute l'intégralité des parts possibles. Implémentez la génération de ces parts.

En mélangeant la liste des parts précédemment générées, nous pouvons mettre en œuvre un algorithme glouton. En parcourant la liste mélangée, on peut itérativement ajouter toutes les parts compatibles avec les parts précédemment ajoutées.

Q3.1.2 - Implémentez cet algorithme de base.

Q3.1.3 - Est-il possible de tomber sur l'optimal en utilisant un grand nombre de fois cet algorithme ? Si oui, nos chances sont-elles élevées ?

3.2 - Heuristiques de pavage glouton

Une autre manière de faire est de trouver un ordre logique dans les parts à placer. Si on imagine la pizza comme un puzzle, on peut essayer de placer les parts une à une de manière à ce qu'une pièce nouvelle vienne toujours se coller le plus proche possible des parts précédemment posées. On va, par cette méthode, tenter d'être localement efficace en espérant l'être globalement. On peut par exemple choisir d'essayer de placer des pièces de gauche à droite puis de passer à la ligne suivante en arrivant au bout.

Q3.2.1 - Implémentez une telle méthode.

Q3.2.2 - Pouvez-vous imaginer d'autres façons de parcourir les parts ?

Bonus - Implémentez-les

3.3 - Libres comme l'air

Vous êtes maintenant libres comme l'air. Vous pouvez implémenter n'importe quelle heuristique (ou algorithme exact...) de votre choix. Des techniques simples de [HillClimbing](#) permettent d'obtenir assez rapidement (moins de 10 minutes de calcul) des scores supérieurs à 9500/10800.

Q3.3.1 - Implémentez au choix une heuristique qui obtient de meilleurs scores que celles codées durant les questions précédentes et expliquez la dans le rapport.

Remarque : Le meilleur score obtenu à ce jour est de 10228/10800 mais très peu de personnes (3 lors des résultats de "l'extended round") ont réussi à passer le cap des 10000.

Remarque pour la note : Une partie de la note sera attribuée en fonction de votre score par rapport au meilleur score. Soyez inventifs et n'hésitez pas à discuter entre vous des pistes de solution !

Bonus - Réduction de problème

Une façon parfois efficace pour résoudre un problème est de se réduire dans un problème au moins aussi dur et d'utiliser des méthodes déjà existantes pour résoudre celui-ci. Une possibilité simple est de se réduire dans une variante du problème "[Maximal Independent Set](#)". Ce problème vise à trouver dans un graphe un sous-ensemble maximal de nœuds non liés entre eux.

Dans le cas de notre problème, nous pouvons imaginer créer un graphe des parts de pizza incompatibles. Chaque nœud représenterait une part possible de pizza et une arête serait ajoutée entre chaque paire de parts chevauchantes. En sélectionnant le MIS sur ce graphe nous obtiendrions bien une solution valide de notre problème. Malheureusement, ce problème est NP-Complet et seules quelques heuristiques permettent d'approximer son résultat.

QB.1 - Implémentez l'algorithme glouton proposé sur la page wikipédia anglais du MIS.

QB.2 - En pondérant les nœuds avec la taille des parts et en modifiant légèrement le choix des nœuds à ajouter en premier, vous pouvez obtenir en très peu de temps un bon score (>9300).

Superbonus - Complexité du problème

QSB.1 - Le problème est-il NP-dur?