三苑 2200022741 崔家豪

P33 1.7

(4) $(p\to q)\to(\neg q\to\neg p)$

$\Leftrightarrow (p\to q)\to(p\to q)$ 假言易位

$\Leftrightarrow (\neg p\vee q)\to(\neg p\vee q)$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow (\neg(\neg p\vee q))\vee(\neg p\vee q)$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow 1$

(4)为重言式.

(7) $(p\vee\neg p)\to((q\wedge\neg q)\wedge\neg r)$

$\Leftrightarrow 1\to(0\wedge\neg r)$ 排中律矛盾律

$\Leftrightarrow 1\to 0$ 零律

$\Leftrightarrow 0$

(7)为矛盾式.

(8) $(p\leftrightarrow q)\to\neg(p\vee q)$

$\Leftrightarrow ((p\to q)\wedge(q\to p))\to\neg(p\vee q)$ 等价等值式

$\Leftrightarrow ((\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee p))\to\neg(p\vee q)$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow (\neg((\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee p)))\vee(\neg(p\vee q))$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow ((\neg(\neg p\vee q))\vee(\neg(\neg q\vee p)))\vee(\neg p\wedge\neg q)$ 德摩根律

$\Leftrightarrow ((p\wedge\neg q)\vee(q\wedge\neg p))\vee(\neg p\wedge\neg q)$ 德摩根律

$\Leftrightarrow (p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)\vee(\neg p\wedge\neg q)$ 结合律

$\Leftrightarrow m_2\vee m_1\vee m_0$

(8)为非重言式的可满足式.

(10) $((p\vee q)\to r)\leftrightarrow s$

$\Leftrightarrow (((p\vee q)\to r)\to s)\wedge(s\to((p\vee q)\to r))$ 等价等值式

$\Leftrightarrow (\neg((p\vee q)\to r)\vee s)\wedge(\neg s\vee((p\vee q)\to r))$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow (\neg(\neg(p\vee q)\vee r)\vee s)\wedge(\neg s\vee(\neg(p\vee q)\vee r))$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow (((p\vee q)\wedge\neg r)\vee s)\wedge(\neg s\vee((\neg p\wedge\neg q)\vee r))$ 德摩根律

~~$\Leftrightarrow (((\neg r\wedge p)\vee(\neg r\wedge q))\vee s)\wedge(\neg s\vee((r\vee\neg p)\wedge(r\vee\neg q)))$~~

~~$\Leftrightarrow (((\neg r\wedge p)\vee(\neg r\wedge q$~~

$\Leftrightarrow ((s\vee\neg r)\wedge(s\vee(p\vee q)))\wedge(\neg s\vee((r\vee\neg p)\wedge(r\vee\neg q)))$ 分配律

$\Leftrightarrow (s\vee\neg r)\wedge(p\vee q\vee s)\wedge(\neg s\vee r\vee\neg p)\wedge(\neg s\vee r\vee\neg q))$ 结合律、分配律.

$\Leftrightarrow (s\vee\neg r)\wedge(p\vee q\vee s)\wedge(\neg p\vee r\vee\neg s)\wedge(\neg q\vee r\vee\neg s)$ 结合律.

$\Leftrightarrow ((p\wedge\neg p)\vee(q\wedge\neg q)\vee s\vee\neg r)\wedge(p\vee q\vee(r\wedge\neg r)\vee s)$ 矛盾律.

$\wedge(\neg p\vee(q\wedge\neg q)\vee r\vee\neg s)\wedge((p\wedge\neg q)\vee\neg q\vee r\vee\neg s)$ 同一律.

$\Leftrightarrow (p\vee q\vee\neg r\vee s)\wedge(p\vee\neg q\vee\neg r\vee s)\wedge(\neg p\vee q\vee\neg r\vee s)\wedge(\neg p\vee\neg q\vee\neg r\vee s)$

$\wedge(p\vee q\vee r\vee s)\wedge(p\vee q\vee\neg r\vee s)\wedge(\neg p\vee q\vee r\vee\neg s)\vee(\neg p\vee\neg q\vee r\vee\neg s)$

$\wedge(p\vee\neg q\vee r\vee\neg s)\wedge(\neg p\vee\neg q\vee r\vee\neg s)$ 分配律.

$\Leftrightarrow$ ~~$M_{13}\wedge M_9\wedge M_5\wedge M_1\wedge$~~ ~~$\wedge M_5\wedge M_1\wedge M_{15}\wedge M_{13}$~~

$M_2\wedge M_6\wedge M_{10}\wedge M_{14}\wedge M_0\wedge M_2$

~~$\wedge M_6\wedge M_2\wedge M_{10}\wedge M_2$~~ $\wedge M_9\wedge M_{13}\wedge M_5\wedge M_{13}$

$M_0\wedge M_2\wedge M_5\wedge M_6\wedge M_9\wedge M_{10}\wedge M_{13}\wedge M_{14}$

$\Leftrightarrow$ ~~$M_1\wedge M_2\wedge M_5\wedge M_6\wedge M_9\wedge M_{10}\wedge M_{13}\wedge M_{15}$~~ ①

①为主合取范式，由①可以得到主析取范式：

$m_1\vee m_3\vee m_4\vee m_7\vee m_8\vee m_{11}\vee m_{12}\vee m_{15}$

~~$m_0\vee m_3\vee m_4\vee m_7\vee m_8\vee m_{11}\vee m_{12}\vee m_{14}$~~ ②

由②判断，(10)为非重言式的可满足式.

1.15 解：设命题 p：该矿样为铁；q：该矿样为铜；r：该矿样为锡。

~~则 甲：$(\neg p)\wedge(\neg q)$，乙：$(\neg p)\wedge r$，丙：$(\neg r)\wedge p$~~

设 $F_1 \Leftrightarrow$ (甲全对) $\wedge$ (乙对一半) $\wedge$ (丙全错)

$\Leftrightarrow (\neg p\wedge\neg q)\wedge((\neg p\wedge\neg r)\vee(p\wedge r))\wedge(\neg p\wedge r)$

$\Leftrightarrow 0$

$F_2 \Leftrightarrow$ (甲全对) $\wedge$ (乙全错) $\wedge$ (丙对一半)

$\Leftrightarrow (\neg p\wedge\neg q)\wedge(p\wedge\neg r)\wedge((p\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg r))$

$\Leftrightarrow 0$

$F_3 \Leftrightarrow$ (甲对一半) $\wedge$ (乙全对) $\wedge$ (丙全错)

$\Leftrightarrow ((\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q))\wedge(\neg p\wedge r)\wedge(\neg p\wedge r)$

$\Leftrightarrow \neg p\wedge q\wedge r$

$F_4 \Leftrightarrow$ (甲对一半) $\wedge$ (乙全错) $\wedge$ (丙全对)

$\Leftrightarrow ((\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q))\wedge(p\wedge\neg r)\wedge(p\wedge\neg r)$

$\Leftrightarrow p\wedge\neg q\wedge\neg r$

$F_5 \Leftrightarrow$ (甲全错)$\wedge$(乙全对)$\wedge$(丙对一半)

$\Leftrightarrow (p\wedge q)\wedge(\neg p\wedge r)\wedge((p\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg r))$

$\Leftrightarrow 0$

$F_6 \Leftrightarrow$ (甲全错)$\wedge$(乙对一半)$\wedge$(丙全对)

$\Leftrightarrow (p\wedge q)\wedge((\neg p\wedge\neg r)\vee(p\wedge r))\wedge(p\wedge\neg r)$

$\Leftrightarrow 0$

则 $F \Leftrightarrow$ (一人全对)$\wedge$(一人错一半)$\wedge$(一人全错)

$\Leftrightarrow F_1\vee F_2\vee F_3\vee F_4\vee F_5\vee F_6$

$\Leftrightarrow (\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge\neg r)$

又 $F\Leftrightarrow 1$，且矿样不可能既是铜($q\Leftrightarrow 1$)又是锡($r\Leftrightarrow 1$)，故 $\neg p\wedge q\wedge r\Leftrightarrow 0$.

故 $p\wedge\neg q\wedge\neg r\Leftrightarrow 1$，$p$为真，$q$为假，$r$为假。矿样为铁，丙全对，乙全错，甲对一半.