

ETP1 Lab 3 Report

Jan-Malte Lübcke, Christopher Klix, Jannik Erdmann, Raphael Weinhart

December 18, 2022

Contents

I	Zielsetzung	V
II	Allgemeine Berechnungsgrundlagen	VII
	Konzepte	VIII
	Formeln	VIII
III	Versuche	1
1	Dehnungsmessstreifen	2
1.1	Ohmmeter	2
1.1.1	Durchführung	2
1.1.2	Messdaten	2
1.1.3	Auswertung	2
2	Wheatstonebrücke	3
2.1	Widerstandsmessung	3
2.1.1	Durchführung	3
2.2	Messdaten	4
2.3	Auswertung	4
3	Übertragungsfunktion	5
3.1	Messung 1	5
3.1.1	Durchführung	5
3.2	Messung 2	6
3.2.1	Durchführung	6
3.3	Messdaten	6
3.4	Berechnungen	7
3.5	Auswertung	8
4	Wägeeinrichtung (Viertelbrücke)	9
4.1	Vorbereitung	9
4.2	Messung	10
4.3	Messdaten	10
4.4	Auswertung	11
4.4.1	Simulation	11

5	Wägeeinrichtung (Vollbrücke)	12
5.1	Messung	12
5.2	Messdaten	13
5.3	Auswertung	14

List of Figures

2.1	Abgegliche Wheatstonebrücke zur Bestimmung von R_1	3
3.1	Wheatstonebrücke	5
3.2	Plot der Spannungsmessung der Wheatstonebrücke.	7
3.3	Plot der Spannungsberechnung der Wheatstonebrücke.	8
4.1	Wägeeinrichtung (Viertelbrücke)	9
4.2	Plot der Spannungsmessung der Viertelbrücke.	10
4.3	Simulation der Viertelbrücke.	11
5.1	Wägeeinrichtung (Vollbrücke)	12

List of Tables

1.1	Widerstandsmessung mittels Multimeter.	2
3.1	Spannungsmessung der Wheatstonebrücke.	6
3.2	Spannungsberechnung der Wheatstonebrücke.	7
4.1	Spannungsmessung der Viertelbrücke.	10
5.1	Messdaten der Vollbrücke bei Belastung des Biegebalkens	13
5.2	Messdaten der Vollbrücke bei Anpassung von U_0	13

I

Zielsetzung

In dieser Versuchsreihe wird das Verhalten von Brücken untersucht. Die Brücke ist ein elektrisches Element, das eine Spannung proportional zu einem Strom oder einem Widerstand misst. Die Brücke ist ein wichtiger Bestandteil von elektronischen Messgeräten. Mittels verschiedener Methoden und Aufbauten werden die Eigenschaften des zu messenden Widerstandes untersucht. Die Messung des Widerstandes erfolgt zunächst mittels eines Multimeters. Darauf aufbauend wird die Messung mittels einer Brücke mit einem Präzisionswiderstand durchgeführt. Ziel dieser Veruche ist es, die Messgenauigkeit und Brückenempfindlichkeit der Brücke zu untersuchen und zu verstehen. Als zu messender Widerstand wird ein Dehnungsmessstreifen verwendet.

II

Allgemeine Berechnungsgrundlagen

Allgemeine Berechnungsgrundlagen

Konzepte

- Grundlagen der Netzwerkanalyse
- Ermittlung einer linearen Ersatzspannungsquelle
 - Ermittlung des Innenwiderstandes R_i
 - Spannung der idealen Ersatzspannungsquelle U_{ab} = Spannung zwischen den Messpunkten a & b .
 - Leistungsanpassung
- Kirchhoff'schen Gesetze
 - Knotenregel:
Die Summe aller ein und ausfließenden Ströme in einem Knoten sind Null.
 - Maschenregel
Die Summe aller Spannungen entlang eines Maschenumlaufes ist gleich Null.
- Superpositionsprinzip in Schaltkreisen

Formeln

Ohm'sche Gesetz

$$U = R \cdot I \tag{1}$$

Widerstände in Reihe

$$\sum_{i=1}^n R_i = R_{ges} \tag{2}$$

Widerstände in Parallel

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = R_{ges}^{-1}$$
$$\left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \right]^{-1} = R_{ges} \quad (3)$$

Spannungsteiler

$$U_i = U_0 \cdot \frac{R_i}{R_{ges}} \quad (4)$$

Leistungsanpassung für lineare Ersatzspannungsquelle

Leistung ist maximal, wenn R_i gleich R_L ist.

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_i} \quad (5)$$

Widerstandsmessung - Relativer Fehler bei stromrichtiger Messung

$$e_{rel} \approx \frac{R_{iA}}{R_x} \quad (6)$$

wobei R_x der zu messende Widerstand ist.

Widerstandsmessung - Relativer Fehler bei spannungsrichtiger Messung

$$e_{rel} \approx -\frac{R_x}{R_{iV}} \quad (7)$$

wobei R_x der zu messende Widerstand ist.

Brückenempfindlichkeit

Änderung von U_{ab} in Abhängigkeit von R_1 im Abgleichpunkt.

$$E_0 = \frac{dU_{ab}}{dR_1} \approx \frac{\Delta U_{ab}}{\Delta R_1} = \frac{U_{ab}}{\Delta R_1} \quad \text{für} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (8)$$

Für $\Delta R_1 \ll R_1$ ergibt sich mit:

$$\begin{aligned} \frac{U_{ab}}{U_0} &\approx \frac{a}{(1+a)^2} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \\ \Leftrightarrow \quad U_{ab} &\approx \frac{a}{(1+a)^2} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \cdot U_0 \end{aligned} \quad (9)$$

Daher:

$$E_0 = \frac{a}{(1+a)^2} \cdot \frac{U_0}{R_1} \quad (10)$$

Brückenverhältnis

$$a = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \quad (11)$$

Relative Verstimmung der Brücke

$$v = \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (12)$$

III

Versuche

Versuch 1

Bestimmung des Widerstandes eines Dehnungsmessstreifens

In diesem Versuch wird ein auf einem Biegebalken angebrachten Dehnungsmessstreifen untersucht. Der Widerstand des Dehnungsmessstreifen wird einmal im unbelasteten und einmal im belasteten Zustand gemessen.

1.1 Widerstandsmessung mittels Ohmmeter

1.1.1 Durchführung

Die Belastung erfolgt durch das Gewicht eines 200g schweren Körpers, welcher an die Spitze des Biegebalkens gehängt wird. Die Widerstandsmessung erfolgt mittels eines digitalen Multimeters *METRAHit 18S*.

1.1.2 Messdaten

METRAHit 18S	
Weight	
0g	700.7 Ω
200g	700.8 Ω

Table 1.1: Widerstandsmessung mittels Multimeter.

1.1.3 Auswertung

Es wurde eine Widerstandsänderung von $\Delta R = +100\text{m}\Omega$ gemessen. Diese Erhöhung des Widerstandes lässt durch die Änderung der materialen Abmessungen innerhalb des Dehnstreifens beschreiben. Denn der auf der Oberseite des Biegebalkens befestigte Dehnmessstreifen wird durch die Biegung des Balkens gestreckt. Dies führt zu einer Verlängerung bzw. Dehnung des Drahtes im Dehnmessstreifen. Diese Verlängerung führt zusätzlich zu einer Querkontraktion, also einer Verkleinerung des Querschnittes. Nach der Formel $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ ergibt sich dann ein erhöhter Widerstandswert, da die Querschnittsfläche A im Nenner verkleinert wird und die Leiter Länge l im Zähler vergrößert.

Versuch 2

Bestimmung des Widerstandes eines Dehnungsmessstreifens nach dem Abgleichverfahren mit einer Wheatstonebrücke

Die Brückenschaltung ist gemäß der Schaltung 2.1 aufzubauen. Für R_1 ist der Dehnungsmessstreifen-Widerstand des unbelasteten Biegebalkens zu verwenden. Der Widerstand R_2 ist mit einer Präzisionswiderstandsdekade *Typ 4107* aufzubauen. Für die Referenz-Widerstände R_3 und R_4 sind Präzisionswiderstände mit $1k\Omega$ aus dem *hps Board* zu verwenden.

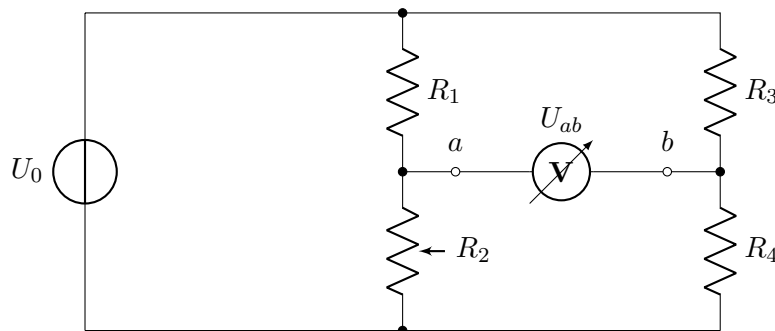


Figure 2.1: Abgegliche Wheatstonebrücke zur Bestimmung von R_1

Die Versorgungsspannung U_0 ist auf 6V einzustellen. Die Spannung U_{ab} wird mit einem Multimeter *METRAHit TECH* gemessen. Die Brückenspannung U_{ab} ist durch Veränderung des Widerstandes R_2 über die Präzisions-Widerstandsdekade abzugleichen. Der Widerstand R_1 ist unter den Abgleichbedingungen und der Kenntnis über R_2 und R_3 und R_4 zu bestimmen.

2.1 Widerstandsmessung mittels Wheatstonebrücke

2.1.1 Durchführung

Die Brückenschaltung wurde gemäß der Schaltung 2.1 aufgebaut. Die Widerstandsdekade R_2 wurde stufenweise verstellt, bis das Multimeter einen Abgleich von 0V anzeigt hat.

2.2 Messdaten

$$R_2 = 699.6\Omega \tag{2.1}$$

2.3 Auswertung

Aufgrund des Prinzips der Wheatstonebrücke und der Messung aus Versuch 1, dass der unbelastete Widerstand des Dehnungsmessstreifens $700\text{m}\Omega$ beträgt, wurde vorher schon vermutet, dass sich ein Abgleich bei $R_2 \approx 700\Omega$ einstellt. Ein Abgleich der Messbrücke, i.e., $U_{ab} = 0\text{V}$, wurde bei $R_2 = 699.6\Omega$ erreicht. Die Abweichung zu Versuch 1 ergibt sich durch die Widerstandsmessung über die Spannung (Messbrücke) und der Toleranz der Widerstände R_2 und R_3 und R_4 .

Versuch 3

Ermittlung der Übertragungsfunktion der Wheatstonebrücke

In diesem Versuch wird eine Wheatstonebrücke auf ihre Empfindlichkeit und einen Linearitätsfehler bei unterschiedlichen Brückenverhältnissen untersucht. Dies geschieht rechnerisch als auch messtechnisch mittels unterschiedlichen Präzisionswiderständen und variabel einstellbaren Widerstandsdekaden.

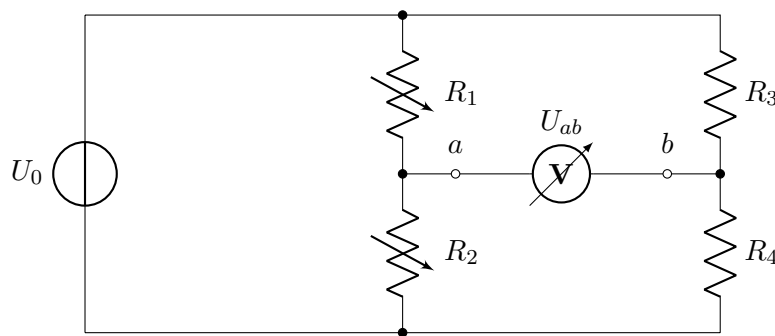


Figure 3.1: Wheatstonebrücke

Die Brückenschaltung wird nach Schaltskizze 3.1 aufgebaut. Die Widerstände R_1 und R_2 werden mit 2 Präzisionswiderstandsdekaden *Typ 4107* aufgebaut. Die Widerstände R_3 und R_4 werden mit Fixwiderständen mit 0.02% Toleranz aufgebaut. Die Versorgungsspannung beträgt $U_0 = 6\text{V}$. Die Spannung U_{ab} wird mit einem Multimeter *METRAHit Tech* gemessen.

3.1 Messung 1

3.1.1 Durchführung

Im ersten Messdurchlauf werden für die Widerstandsverhältnis

$$a_1 = \frac{R_4}{R_3} = \frac{1\text{k}\Omega}{1\text{k}\Omega} \quad (3.1)$$

gewählt. Der Widerstand R_1 wird an der Widerstandsdekade auf 700Ω . Der Widerstand R_2 wird so eingestellt, dass die Brücke abgeglichen ist, also die Spannung U_{ab} möglichst 0V anzeigt. Nun wird R_1 auf 400Ω gestellt und in 100Ω Schritten bis $1.3\text{k}\Omega$ gesteigert. Es wird die jeweilige Spannung U_{ab} erfasst.

3.2 Messung 2

3.2.1 Durchführung

Im zweiten Messdurchlauf werden für die Widerstandsverhältnis

$$a_2 = \frac{R_4}{R_3} = \frac{100\Omega}{1k\Omega} \quad (3.2)$$

gewählt. Der Widerstand R_1 wird an der Widerstandsdekade auf 700Ω . Der Widerstand R_2 wird so eingestellt, dass die Brücke abgeglichen ist, also die Spannung U_{ab} möglichst 0V anzeigt. Nun wird R_1 auf 400Ω gestellt und in 100Ω Schritten bis $1.3k\Omega$ gesteigert. Es wird die jeweilige Spannung U_{ab} erfasst.

3.3 Messdaten

$$a_1 = 1 \quad \text{und} \quad a_2 = 0.1$$

METRAHit TECH			
(U) Voltage			
	[a_1] Messung 1	[a_2] Messung 2	
400 Ω	0.820V	0.349V	
500 Ω	0.500V	0.192V	
600 Ω	0.231V	0.082V	
700 Ω	0.000V	0.001V	
800 Ω	-0.200V	-0.062V	
900 Ω	-0.375V	-0.112V	
1k Ω	-0.530V	-0.153V	
1.1k Ω	-0.667V	-0.186V	
1.2k Ω	-0.790V	-0.215V	
1.3k Ω	-0.901V	-0.244V	

Table 3.1: Spannungsmessung der Wheatstonebrücke.

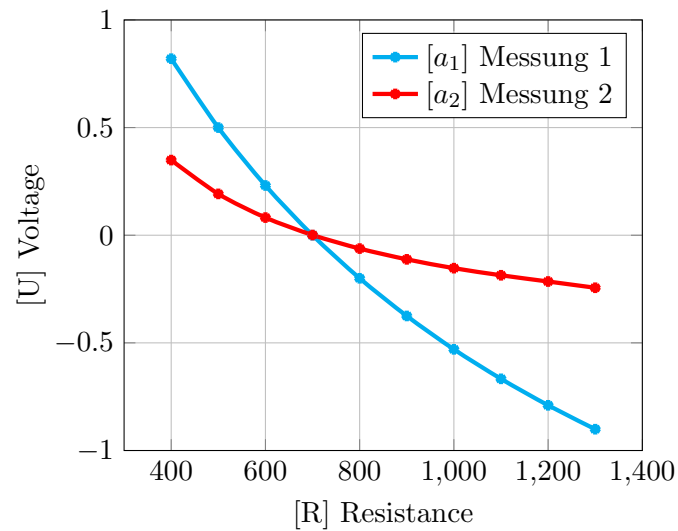


Figure 3.2: Plot der Spannungsmessung der Wheatstonebrücke.

3.4 Berechnungen

$$U_{ab} = U_0 \cdot \frac{a}{(1+a)^2} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (3.3)$$

$$a_1 = \frac{1\text{k}\Omega}{1\text{k}\Omega} \Rightarrow R_1 = 700\Omega \quad (3.4)$$

$$a_2 = \frac{100\Omega}{1\text{k}\Omega} \Rightarrow R_1 = 70\Omega \quad (3.5)$$

ΔR	300 Ω	600 Ω
U_{ab}	0.643V	1.286V

(a) Spannungsberechnung für a_1 .

ΔR	330 Ω	1230 Ω
U_{ab}	2.34V	8.71V

(b) Spannungsberechnung für a_2 .

Table 3.2: Spannungsberechnung der Wheatstonebrücke.

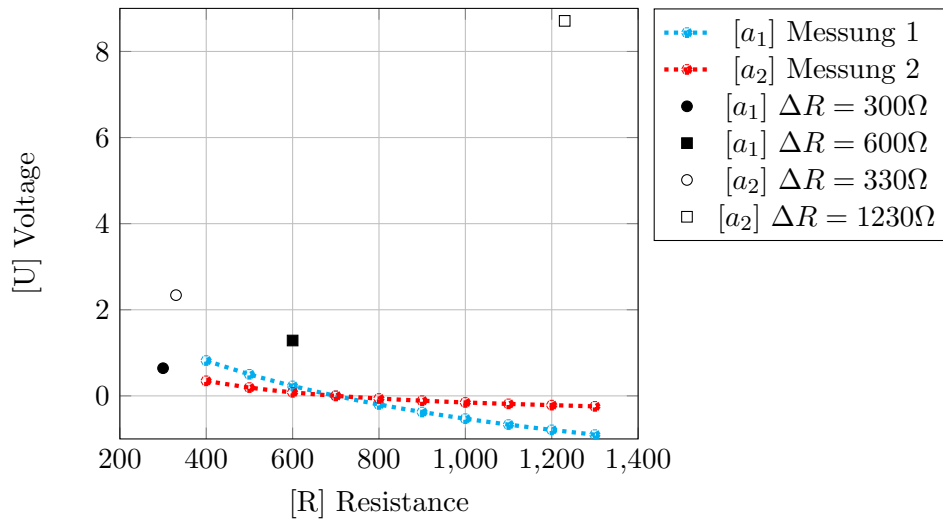


Figure 3.3: Plot der Spannungsberechnung der Wheatstonebrücke.

3.5 Auswertung

Betrachtet man die Graphen, ist zu erkennen, dass der Graph für das Brückenverhältnis $a = 1$ deutlich steiler verläuft, als der Graph zum Brückenverhältnis $a = 0.1$. Daraus ist zu schließen, dass ein Brückenverhältnis von $a = 1$, empfindlicher gegenüber einer Veränderung von R_1 ist als ein Brückenverhältnis von $a = 0.1$. Also ist hier eine größere Spannungsänderung an U_{ab} zu messen, pro Ohm Widerstandsänderung von R_1 . Die Berechnung mittels der Näherungs-Formel mag für kleine Verstimmungen

$$\frac{\Delta R}{R_1}$$

ausreichend genau sein, doch weist zu große Fehler bei derart großen Verstimmungen auf. Dies liegt daran, dass die Formel eine Linearität annimmt und lediglich die Werte entlang einer Tangente, angelegt an den Abgleichpunkt berechnet. Wählt man also große Verstimmungen für die Berechnung, wird man auch einen großen Linearitätsfehler erhalten.

Versuch 4

Aufbau einer Wägeeinrichtung mit dem Biegestab (Viertelbrücke)

Eine Wägeeinrichtung mit Brückenschaltung ist nach Schaltskizze 4.1 aufzubauen und zu untersuchen. Für R_1 ist der Widerstand R_1 der 4 Dehnungsmessstreifen-Widerstände des Biegebalkens zu verwenden. R_3 und R_4 sind Präzisionswiderstände mit

$$R_3 = R_4 = 1\text{k}\Omega \quad (0.02\% \quad \text{Toleranz}) \quad (4.1)$$

aus dem *hps Board*. Die Versorgungsspannung beträgt $U_0 = 6\text{V}$. Die Brückenspannung U_{ab} wird mit einem Digitalmultimeter *METRAHit TECH* gemessen.

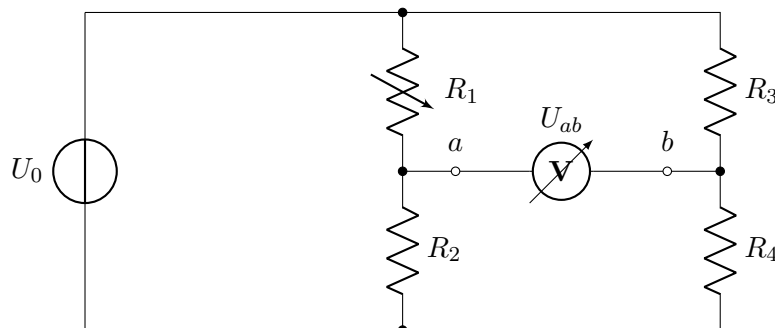


Figure 4.1: Wägeeinrichtung (Viertelbrücke)

Die Brückenspannung ist ohne Belastung des Biegebalkens durch Variation von R_2 so gut wie möglich auf $U_{ab} = 0\text{V}$ abzugleichen. Es ist die Brückenspannung U_{ab} bei Belastung des Biegebalkens mit:

$$m = 0\text{g}, 100\text{g}, 200\text{g}, 300\text{g}, 400\text{g}, 500\text{g} \quad (4.2)$$

zu messen. Die Empfindlichkeit der Anordnung für $m = 500\text{g}$ ist zu bestimmen.

4.1 Vorbereitung

Siehe Berechnungsgrundlagen für Brückenempfindlichkeit.

4.2 Messung

Die Schaltung wurde gemäß der Versuchsbeschreibung aufgebaut. Der Biegebalken ist unbelastet. Die Widerstandsdekade R_2 wurde stufenweise verstellt, bis das Multimeter einen Abgleich von 0V anzeigt hat.

Der Biegebalken wurde nacheinander mit den Gewichten $m = 0\text{g}, 100\text{g}, 200\text{g}, 300\text{g}, 400\text{g}, 500\text{g}$ belastet und die Brückenspannung U_{ab} wurde vom Multimeter abgetragen. Die Empfindlichkeit der Brücke wurde für $m = 500\text{g}$ errechnet.

4.3 Messdaten

$$R_1 \quad \text{at} \quad 0\Omega = 700.7\Omega$$

$$R_2 = 700.3\Omega$$

METRAHit TECH (U) Voltage	
0g	0.0000V
100g	-0.0004V
200g	-0.0006V
300g	-0.0008V
400g	-0.0011V
500g	-0.0013V

Table 4.1: Spannungsmessung der Viertelbrücke.

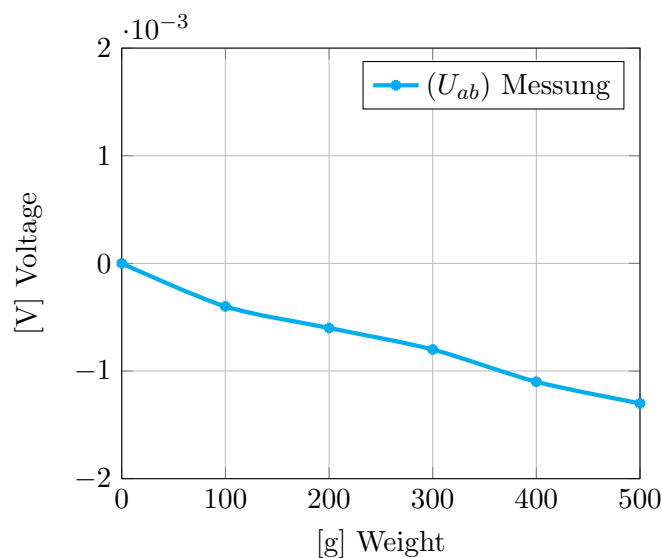


Figure 4.2: Plot der Spannungsmessung der Viertelbrücke.

4.4 Auswertung

Die systematische Erhöhung der Belastung führt zu einem steigenden Widerstand R_1 , weshalb sich auch die Brückenspannung U_{ab} erhöht. Die Brückenempfindlichkeit ist mit

$$E_0 = 0.00214 \text{ V } \Omega^{-1} \quad (4.3)$$

eher gering, da der Widerstand R_1 relativ hoch ist und die Eingangsspannung $U = 6 \text{ V}$ gering ist. Die Brückenempfindlichkeit ist somit unabhängig von dem eingesetzten Gewicht und der dadurch resultierenden Widerstandeserhöhung.

4.4.1 Simulation

In einer zusätzlichen Simulation mit falstad.com - unter Optimal-Bedingungen ohne Messfehler und Widerstandstoleranzen - wurden die Messergebnisse näherungsweise überprüft. Der Widerstandswert für R_1 bei 500g wurde approximiert, da kein direkter Messwert vor lag.

Da:

$$R_1 \text{ bei } 0g = 700.7 \Omega$$

$$R_1 \text{ bei } 200g = 700.8 \Omega$$

wird bei ansatzweiser linearer interpolation

$$R_1 \text{ bei } 500g \approx 701 \Omega$$

liegen.

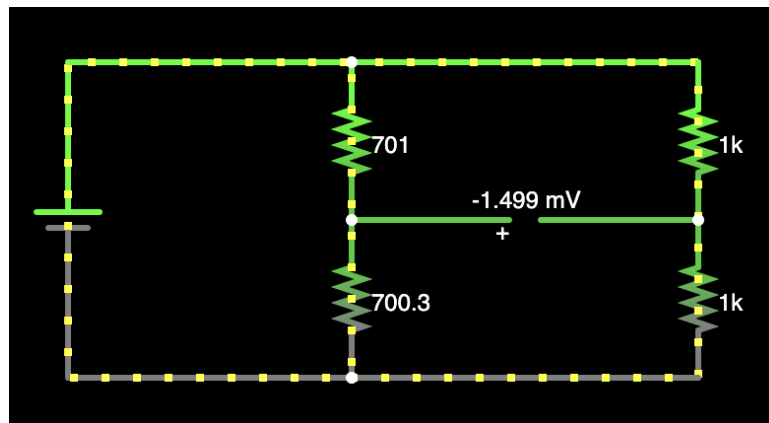


Figure 4.3: Simulation der Viertelbrücke.

Die Brückenspannung U_{ab} beträgt $-1.449 \text{ mV} \approx -0.0014 \text{ V}$.

Versuch 5

Aufbau einer Wägeeinrichtung mit dem Biegestab (Vollbrücke)

Im folgenden Versuch wird durch einen parallel geschalteten Widerstand R_a bei einer Wheatstone-Brückenschaltung der Nullpunktfehler kompensiert und so ein exakter Nullabgleich ermöglicht. Dieser Fehler tritt meist bei Vollbrücken auf, die im Ausschlagverfahren betrieben werden, bedingt durch die Toleranten der Widerstände. Die Versorgungsspannung U_0 wird wieder auf 6V eingestellt und die Brückenspannung U_{ab} wird mit dem Digitalmultimeter *METRAHit TECH* gemessen.

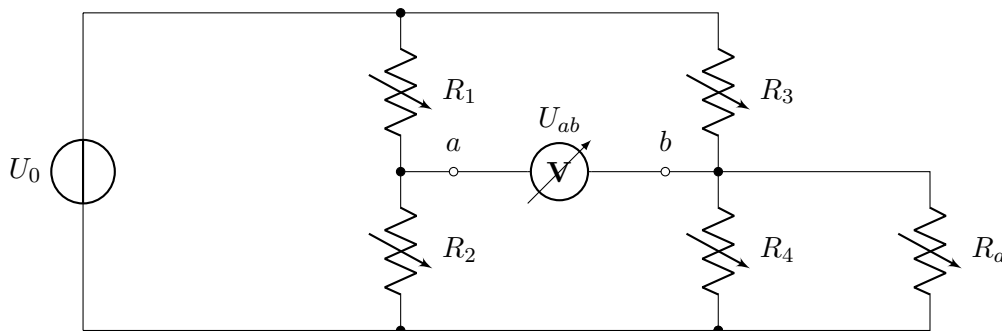


Figure 5.1: Wägeeinrichtung (Vollbrücke)

5.1 Messung

Mit Hilfe einer Präzisions-Widerstandsdekade ist der Widerstand R_a so einzustellen, dass die Ausgleichsbedingung $U_{ab} = 0\text{V}$ erfüllt ist. Um den richtigen Widerstand zu finden, zu dem R_a parallel geschaltet werden muss, wird geschaut, bei welchem Widerstand die Anzeige einen kleinen Ausschlag oder einen Polaritätswechsel durch den Nulldurchgang anzeigt. Im nächsten Schritt wird am freischwingenden Ende des Biegebalkens die Last erhöht und parallel dazu die Brückenspannung U_{ab} mit dem Digitalmultimeter erfasst.

Bei der zweiten Messung wird die Versorgungsspannung so gewählt, dass die Brückenspannung U_{ab} proportional zu der angehängten Last steigt. Diese Spannung wurde durch ausprobieren iterativ bestimmt.

5.2 Messdaten

$$R_a = 1.1\text{M}\Omega$$

METRAHit TECH (U_{ab}) Voltage	
0g	-0.0005V
100g	-0.0015V
200g	-0.0024V
300g	-0.0033V
400g	-0.0043V
500g	-0.0052V

Table 5.1: Messdaten der Vollbrücke bei Belastung des Biegebalkens

$$R_a = 1.1\text{M}\Omega$$

	METRAHit TECH (U_{ab}) Voltage	Source (U_0) Voltage
100 g	0.0014 V	5.820 V
200 g	0.0023 V	5.820 V
300 g	0.0032 V	5.820 V
400 g	0.0041 V	5.820 V
500 g	0.0050 V	5.820 V

Table 5.2: Messdaten der Vollbrücke bei Anpassung von U_0

5.3 Auswertung

Ein Brückengleichgewicht kann bereits mit einem sehr geringen Strom hergestellt werden, weshalb ein sehr großer Widerstand $R_a = 1.1\text{M}\Omega$ benötigt wird, um einen Nullabgleich zu erzielen. Zu sehen ist, dass die Spannung U_{ab} bei zunehmender Belastung steigt. Dies ist auf die oben beschriebene Widerstandsveränderung der Dehnmessstreifen durch Verformung des Messstreifens im Dehnungsmessstreifen zurückzuführen. Die Empfindlichkeit E_0 entspricht

$$E_0 = \frac{U_0}{R_1} = 0.0085\text{V}\,\Omega^{-1}$$

$$\text{mit } U_0 = 6\text{V}$$

$$\text{und } R_1 = 700.7\Omega$$

wobei R_1 dem Gemessenen Widerstand des Dehnmessstreifens aus Versuch 1 entspricht. Zu sehen ist das bei einer Vollbrücke die Empfindlichkeit 4mal so hoch ist wie bei einer Viertelbrücke, daraus kann man schließen das mit einer Vollbrücke eine präzisere Wage konstruiert werden kann. Die Empfindlichkeit ist nicht von der angehangenen Belastung abhängig.