Begonnen am	Friday, 6. December 2019, 15:52
Status	Beendet
Beendet am	Friday, 30. October 2020, 12:09
Verbrauchte Zeit	328 Tage 20 Stunden
Bewertung	**0,00** von 7,00 (**0**%)

Frage **1**

Nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Bestimmen Sie die Steigung der Sekanten der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

durch die Punkte $(x_1, y_1) = (2, -1)$ und $(x_2, y_2) = (3, -\frac{1}{2})$ mit Hilfe des **Differenzenquotienten.**

Sekantensteigung:

Hinweis: Falls das Ergebnis nicht ganzzahlig ist, geben Sie es bitte als Bruch ein.

Musterlösung:

Der Differenzenquotient zur Bestimmung der Steigung der Sekante ist:

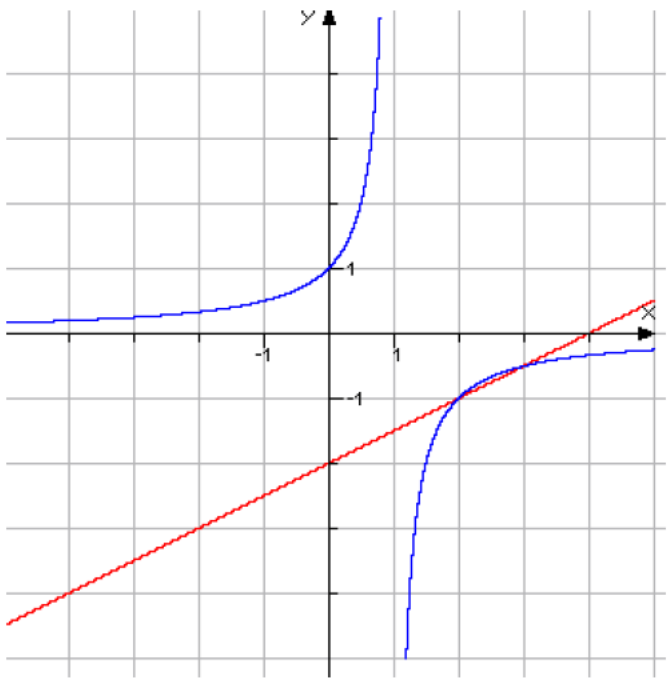
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(2)}{3-2} = \frac{\frac{1}{1-3} - \frac{1}{1-2}}{3-2}$$

$$= \frac{-\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{1}\right)}{1} = \frac{1}{2}$$

Die Steigung der Sekanten ist $\frac{1}{2}$.

Die zugehörige Gleichung der Sekante lautet dann $g(x) = \frac{1}{2}(x-2) - 1$.

Im Folgenden sehen Sie die Graphen der Funktion f (blau) und der Sekanten g (rot):



Eine richtige Antwort ist $\frac{1}{2}$. Sie kann so eingegeben werden: `1/2`

Frage **2**

Nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

a) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = 3x + 1$$

direkt über den **Differentialquotienten**, d.h. ohne Anwendung der Ableitungsregeln:

1. die Steigung im Punkt $x_0 = 0$:
2. die Ableitungsfunktion: $f'(x) =$

b) Geben Sie die Gleichung der Tangenten im Punkt $x_0 = 0$ an:

$g(x) =$

Hinweis: Falls ein Ergebnis nicht ganzzahlig ist, geben Sie es bitte als Bruch ein.

Musterlösung:

a) Mit Hilfe des Differentialquotienten:

Berechnung der Tangentensteigung im Punkt $x_0 = 0$:

$$\begin{aligned}
f'(0) = \frac{df}{dx}(0) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(0+\Delta x) - f(0)}{\Delta x} \\
&\underbrace{=}_{Funktion\ f(x)=3x+1} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3(0+\Delta x) + 1 - (0+1)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3\Delta x + 1 - 1}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3\Delta x}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} 3 \\
&= 3
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ *Für $f(x) = 3x + 1$ ist die Steigung derTangenten im Punkt $x_0 = 0$ gleich $f'(0) = 3$.*

Berechnung der Ableitungsfunktion, d.h. x wird als allgemeiner Punkt verwendet:

$$\begin{aligned}
f'(x) = \frac{df}{dx}(x) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \\
&\underbrace{=}_{Funktion\ f(x)=3x+1} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3(x+\Delta x) + 1 - (3x+1)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3x + 3\Delta x + 1 - 3x - 1}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3\Delta x}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} 3 \\
&= 3
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ *Für $f(x) = 3x + 1$ ist die Ableitung $f'(x) = 3$.*

b) Die Tangentengleichung wird folgendermaßen berechnet:

Tangentengleichung im Punkt $x_0 = 0$:

$$g(x) = m(x - x_0) + y_0 = \frac{df}{dx}(0)(x - x_0) + y_0 = 3(x - 0) + 1 = 3x + 1$$

Eine richtige Antwort ist 3. Sie kann so eingegeben werden: `3`
Eine richtige Antwort ist 3. Sie kann so eingegeben werden: `3`
Eine richtige Antwort ist $3 \cdot x + 1$. Sie kann so eingegeben werden: `3*x+1`

Frage **3**

Nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

a) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = 2x^3$$

direkt über den **Differentialquotienten**, d.h. ohne Anwendung der Ableitungsregeln:

1. die Steigung im Punkt $x_0 = -1$:
2. die Ableitungsfunktion: $f'(x) =$

b) Geben Sie die Gleichung der Tangenten im Punkt $x_0 = -1$ an:

$g(x) =$

Hinweis: Falls ein Ergebnis oder ein Koeffizient nicht ganzzahlig ist, geben Sie es/ihn bitte als Bruch ein.

Musterlösung:

a) Berechnung der Steigung in $x_0 = -1$ und der Ableitungsfunktion mit Hilfe des Differentialquotienten:

Berechnung der Tangentensteigung im Punkt $x_0 = -1$:

$$\begin{aligned} f'(-1) = \frac{df}{dx}(-1) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(-1+\Delta x) - f(-1)}{\Delta x} \\ &\underbrace{=}_{\text{Funktion } f(x)=2x^3} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2(-1+\Delta x)^3 - 2(-1)^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2(-1+3\Delta x + 3(-1)(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3) + 2}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{6\Delta x - 6(\Delta x)^2 + 2(\Delta x)^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} 6 - 6\Delta x + 2(\Delta x)^2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ *Für $f(x) = 2x^3$ ist die Steigung derTangenten im Punkt $x_0 = -1$ gleich $f'(-1) = 6$.*

Berechnung der Ableitungsfunktion, d.h. x wird als allgemeiner Punkt verwendet:

$$\begin{aligned} f'(x) = \frac{df}{dx}(x) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \\ &\underbrace{=}_{\text{Funktion } f(x)=2x^3} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2(x+\Delta x)^3 - 2x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2(x^3 + 3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3) - 2x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{6x^2\Delta x + 6x(\Delta x)^2 + 2(\Delta x)^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} 6x^2 + 6x\Delta x + 2(\Delta x)^2 \\ &= 6x^2 \end{aligned}$$

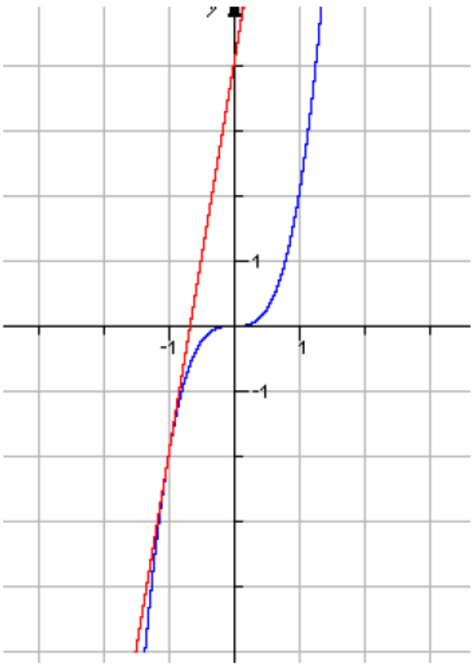
$\Rightarrow$ *Für $f(x) = 2x^3$ ist die Ableitung $f'(x) = 6x^2$.*

b) Die Gleichung der Tangenten wird folgendermaßen berechnet:

Tangentengleichung im Punkt $x_0 = -1:$

$$g(x) = m(x - x_0) + y_0 = \frac{df}{dx}(-1)(x - x_0) + y_0 = 6(x+1) - 2 = 6x + 4$$

Im Folgenden sehen Sie die Graphen der Funktion f (blau) und der Tangente g (rot):



Eine richtige Antwort ist 6. Sie kann so eingegeben werden: `6`

Eine richtige Antwort ist $6 \cdot x^2$. Sie kann so eingegeben werden: `6*x^2`

Eine richtige Antwort ist $6 \cdot x + 4$. Sie kann so eingegeben werden: `6*x+4`

Frage **4**

Nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \sqrt{x}$$

direkt über den **Differentialquotienten**, d.h. ohne Anwendung der Ableitungsregeln:

a) die Steigung im Punkt $x_0 = 1$:

b) die Ableitungsfunktion: $f'(x) =$

Hinweis: Verwenden Sie im Nenner des Differentialquotienten die 3. Binomische Formel in der Form:

$$(a-b) = (\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$$

Musterlösung:

Bestimmen Sie die Ableitung der Wurzelfunktion $f(x) = \sqrt{x}$ an einer beliebigen Stelle $x_0 \in \mathbb{R}_+$ mit Hilfe des Differentialquotienten in der Form

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Dann ist $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{x_0}}{x - x_0}$

$$= \lim_{x \to x_0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x_0}}{(\sqrt{x}+\sqrt{x_0})(\sqrt{x}-\sqrt{x_0})}$$

$$= \lim_{x \to x_0} \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x_0}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$$

Für $x_0 = 1$ ergibt sich dann: $f'(x_0) = \dfrac{1}{2\sqrt{1}} = \dfrac{1}{2}$,

und allgemein für $x \in \mathbb{R}_+$: $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Eine richtige Antwort ist $\frac{1}{2}$. Sie kann so eingegeben werden: `1/2`

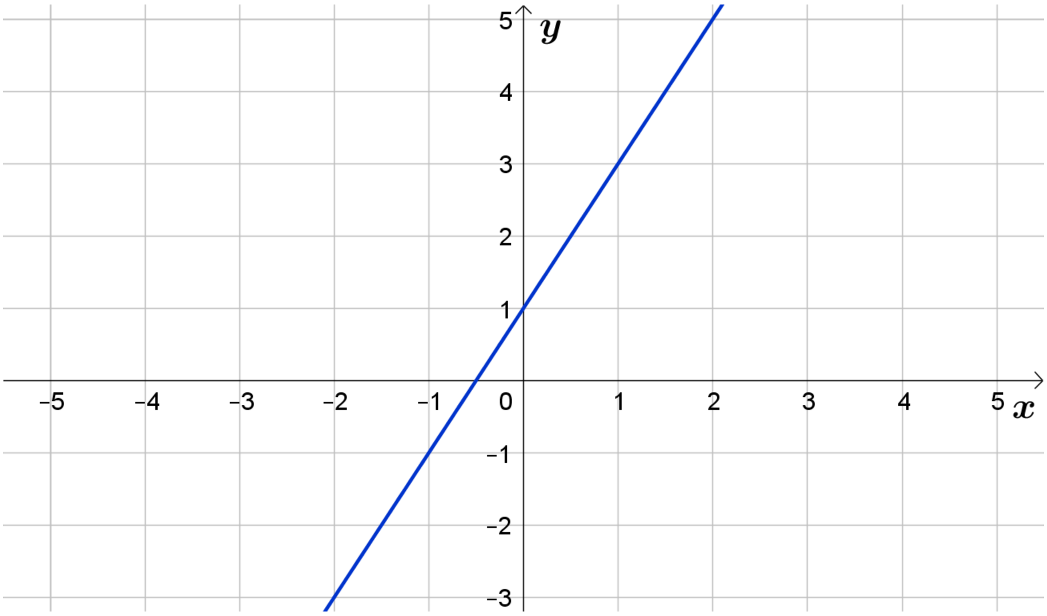
Eine richtige Antwort ist $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$. Sie kann so eingegeben werden: `1/(2*sqrt(x))`

Frage **5**

Nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Bestimmen Sie die erste Ableitung der dargestellten Funktion auf grafischem Weg:



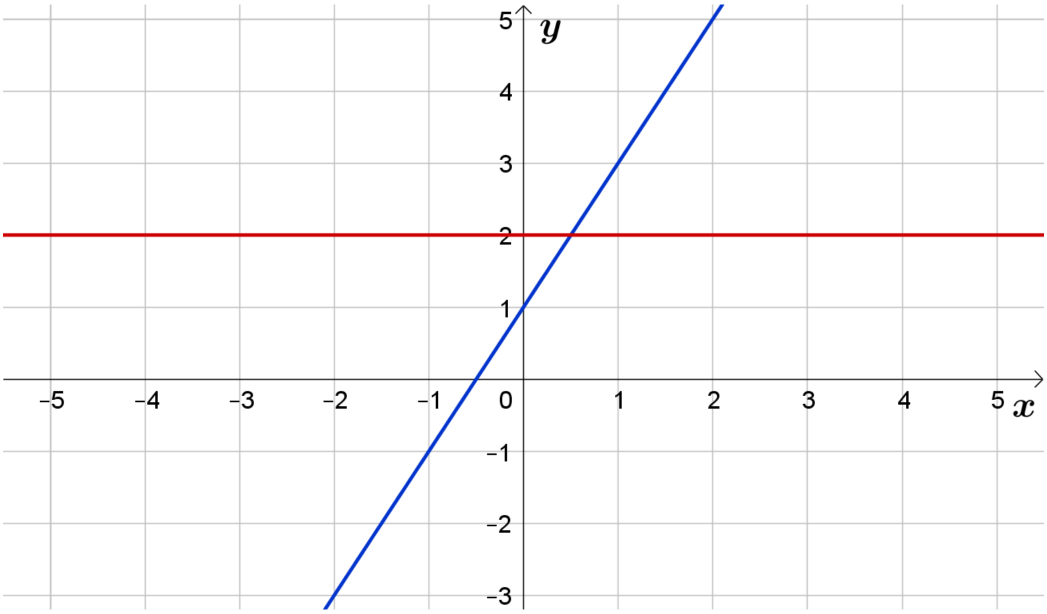
Wenn Sie die Musterlösung zum Vergleich sehen wollen, wählen Sie "ja" aus und klicken Sie auf "Prüfen":

Wählen Sie eine Antwort:

- ja
- nein

Musterlösung:

In rot sehen Sie den Graphen der 1. Ableitung:



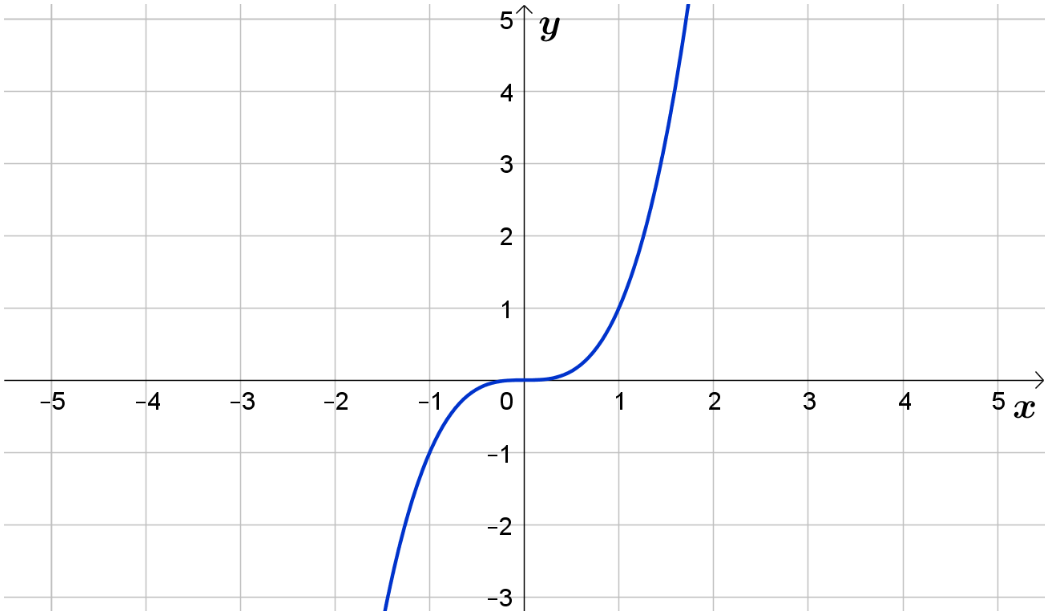
Die richtigen Antworten sind: ja, nein

Frage **6**

Nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Bestimmen Sie die erste Ableitung der dargestellten Funktion auf grafischem Weg:



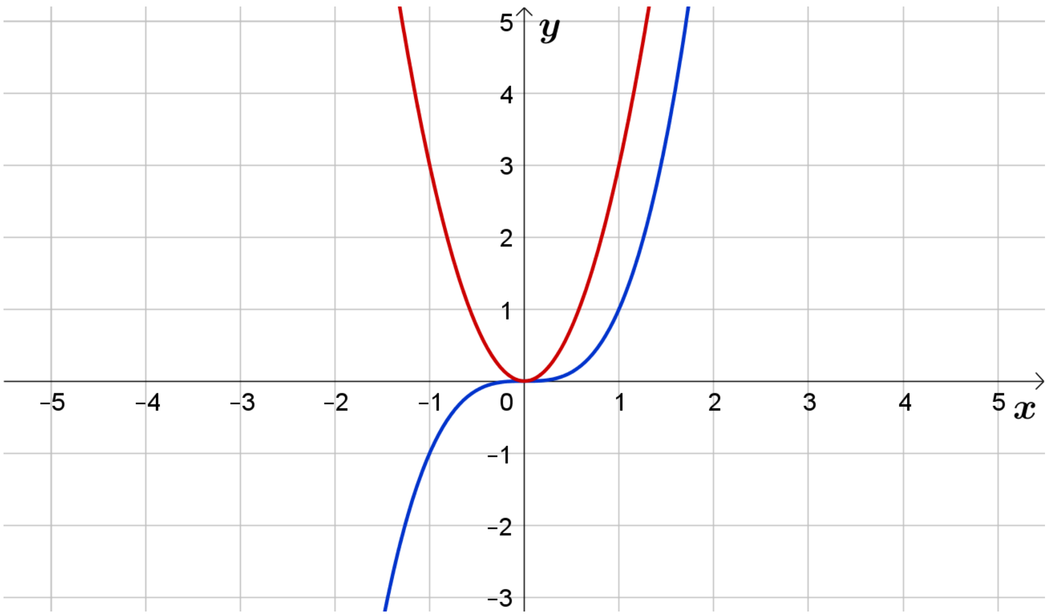
Wenn Sie die Musterlösung zum Vergleich sehen wollen, wählen Sie "ja" aus und klicken Sie auf "Prüfen":

Wählen Sie eine Antwort:

- ja
- nein

Musterlösung:

In rot sehen Sie den Graphen der 1. Ableitung:



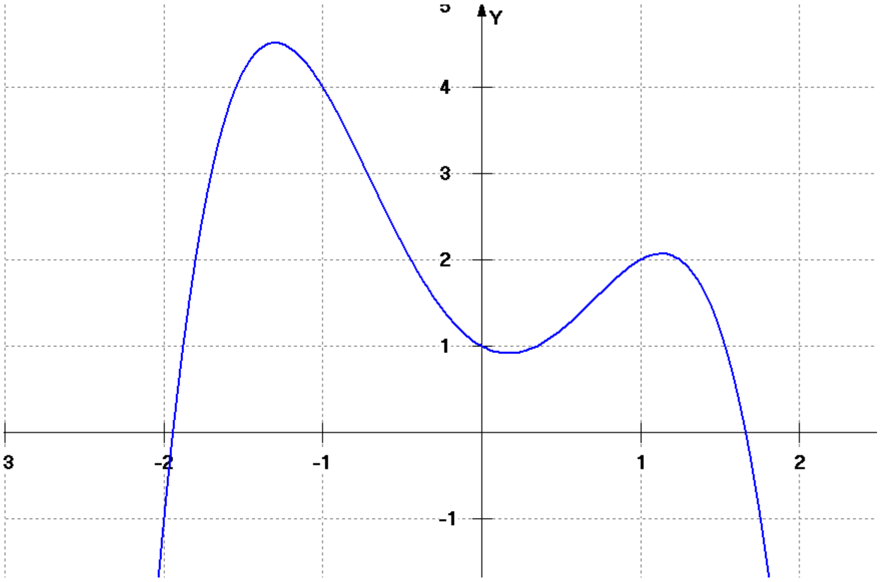
Die richtigen Antworten sind: ja, nein

Frage **7**

Nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 1,00

Bestimmen Sie die erste Ableitung der dargestellten Funktion auf grafischem Weg:



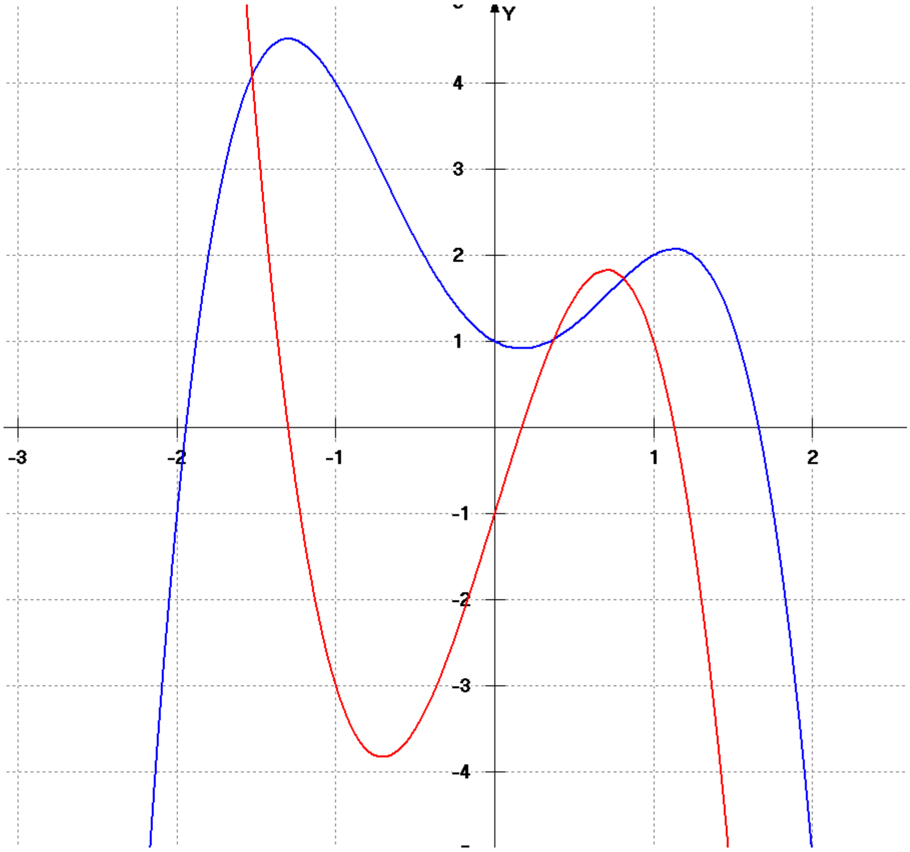
Wenn Sie die Musterlösung zum Vergleich sehen wollen, wählen Sie "ja" aus und klicken Sie auf "Prüfen":

Wählen Sie eine Antwort:

- ja
- nein

Musterlösung:

In rot sehen Sie den Graphen der 1. Ableitung:



Die richtigen Antworten sind: ja, nein