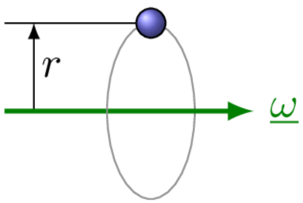
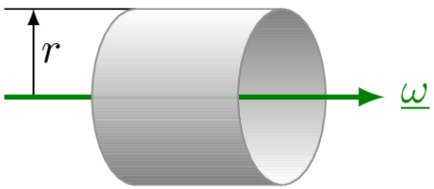
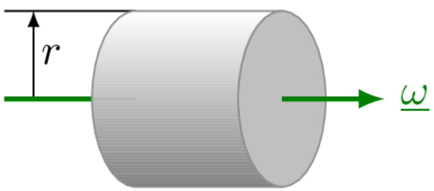
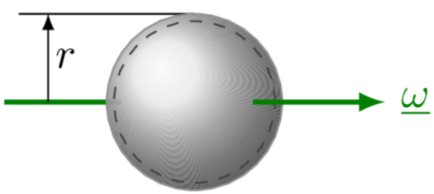
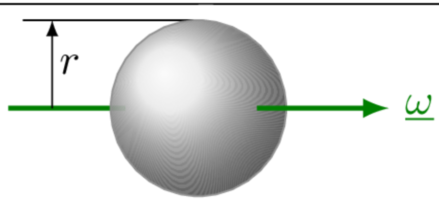
Physik 1

(PH1-B-REE1)

Michael Erhard

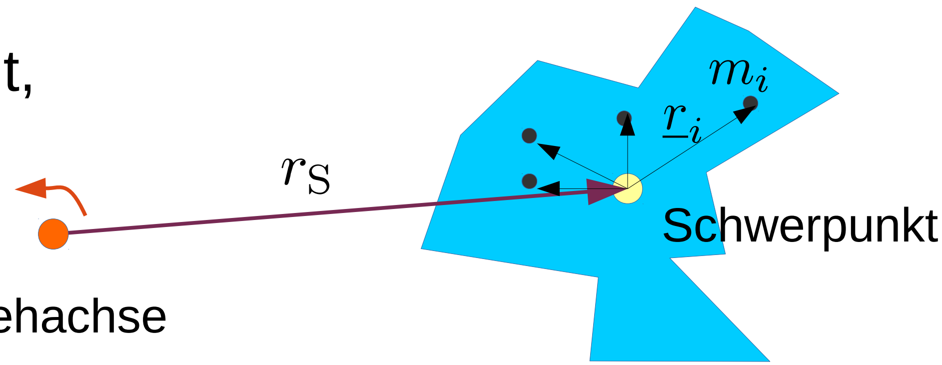
12.3 Trägheitsmomente (Wiederholung)

Abbildung	Beschreibung	Trägheitsmoment
	Ein Massepunkt um eine Drehachse	$J = m\,r^2$
	Zylindermantel oder Ring	$J = m\,r^2$
	Vollzylinder oder runde Scheibe	$J = \frac{m}{2}\,r^2$
	Hohle Kugel	$J = \frac{2m}{3}\,r^2$
	Volle Kugel	$J = \frac{2m}{5}\,r^2$

Quelle:
Folien R. Hess

12.4 Satz von Steiner

Wenn Drehachse nicht durch SP geht,
gilt für das Trägheitsmoment



Satz von Steiner

$$\boxed{J = m\, r_S^2 + J_0}$$

r_S ... senkrechter Abstand Schwerpunkt - Drehachse

J_0 ... Trägheitsmoment bzgl. Schwerpunkt

Herleitungsskizze (Vektoren nur senkrechte Komponenten bzgl. Drehachse)

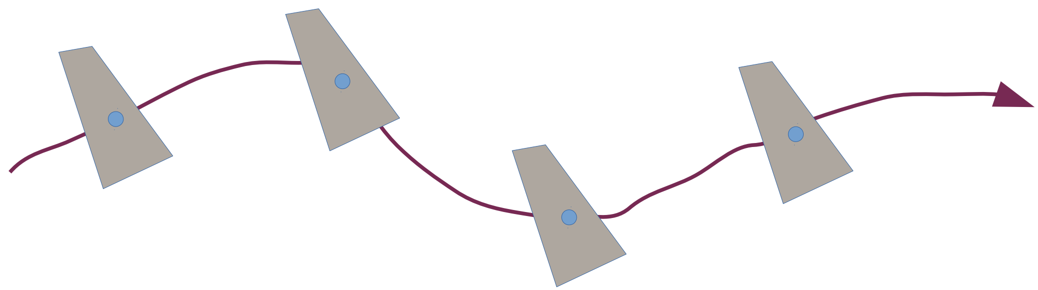
$$J = \sum_i m_i(\underline{r}_S + \underline{r}_i)^2 = m_{\text{ges}}\, \underline{r}_S^2 \quad + \quad 2\underline{r}_S \underbrace{\sum_i m_i \underline{r}_i}_{\substack{=0 \text{ bzgl.} \\ \text{Schwerpunkt}}} \quad + \quad \underbrace{\sum_i m_i \underline{r}_i^2}_{J_0}$$

Inhalt

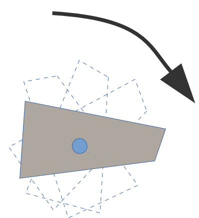
13. Allgemeine Kinematik starrer Körper

Allgemein kann die Bewegung eines starren Körpers als Kombination aus *Translation* und *Rotation* beschrieben werden

Translation

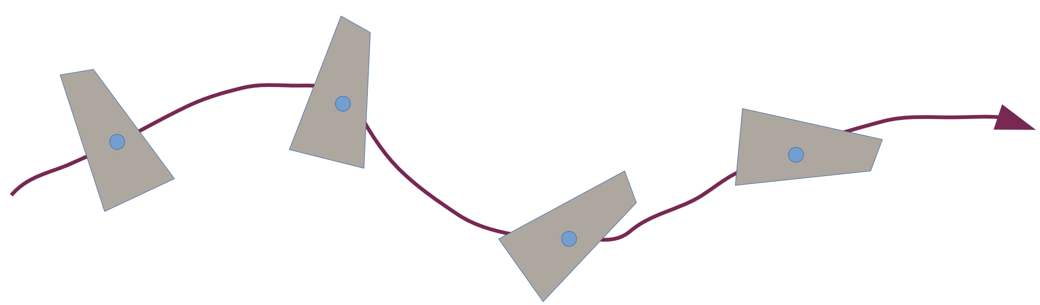


Rotation



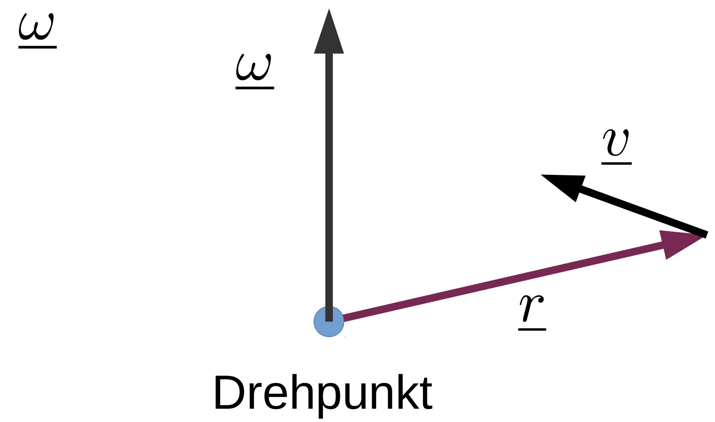
Translation+

Rotation



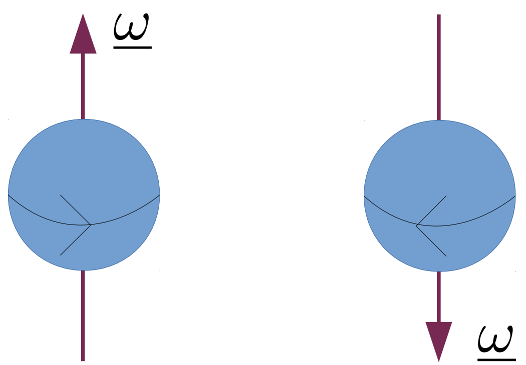
13.2 Allgemeine Rotation

Der allgemeine Drehgeschwindigkeitsvektor gibt die Geschwindigkeit eines Punktes bzgl. eines Drehpunktes wie folgt an



$$\boxed{\underline{v} = \underline{\omega} \times \underline{r}}$$

Für einen starren Körper



Rechte-Hand-Merkregel

- Daumen in Drehvektorrichtung
- Gekrümmte Finger geben Drehsinn an

13.2 Drehimpuls und Drehimpulserhaltung

Analog dem Impuls kann ein **Drehimpuls** (bzgl. einer Achse) definiert werden

$$p = m\,v \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = J\,\omega} \qquad [L] = \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s}}$$

Es gilt dann

$$\dot{p} = F \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{L} = M}$$

Für ein System <u>ohne externes Drehmoment</u> gilt Drehimpulserhaltung

(folgt wie bei der Impulserhaltung aus actio=reactio).

13.2 Allgemeiner Drehimpuls

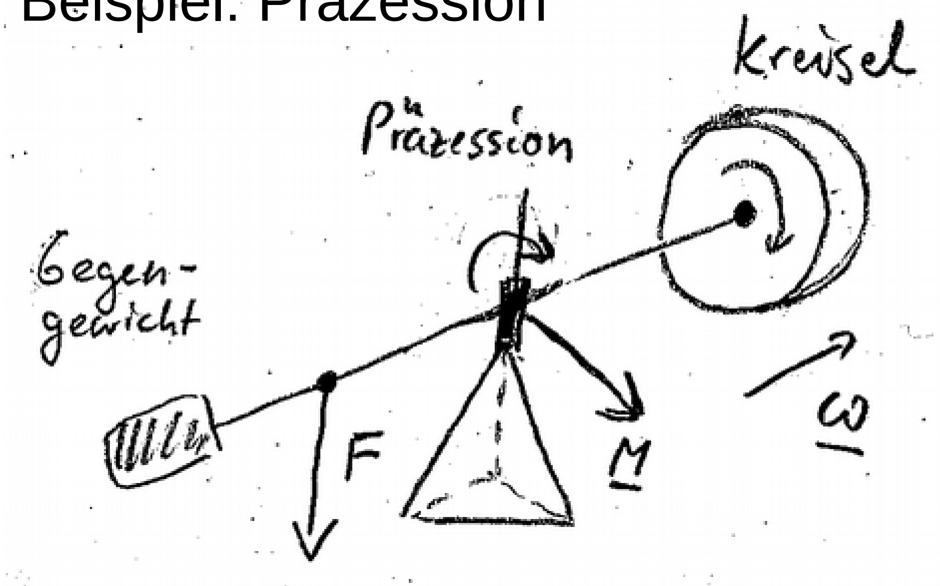
Ausblick: Allgemein gilt für den Drehimpuls
(nicht notwendigerweise parallel zur Rotation)

$$\boxed{\underline{L} = \underline{\underline{J}}\,\underline{\omega}}$$

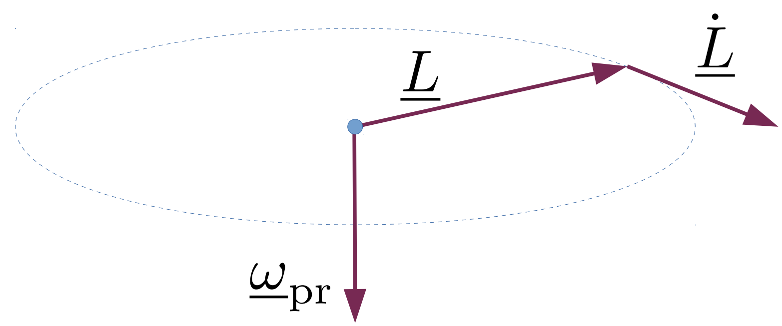
Bewegungsgleichung

$$\boxed{\dot{\underline{L}} = \underline{M}}$$

Beispiel: Präzession



$$\underline{M} = \dot{\underline{L}} = \underline{\omega}_{\mathrm{pr}} \times \underline{L}$$

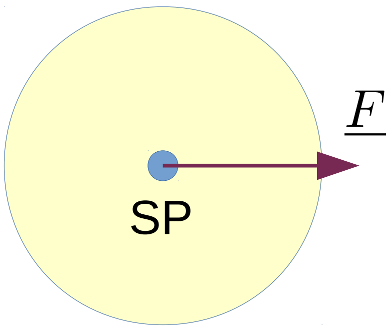


13.3 Ausblick: Kraft auf freien starren Körper

Freier starrer Körper mit Kraftangriffspunkt am Schwerpunkt

- Für Schwerpunkt gilt Newton

$$\boxed{m_{\mathrm{ges}}\, \underline{a}_{\mathrm{SP}} = m_{\mathrm{ges}}\, \ddot{\underline{x}}_{\mathrm{SP}} = \underline{F}}$$



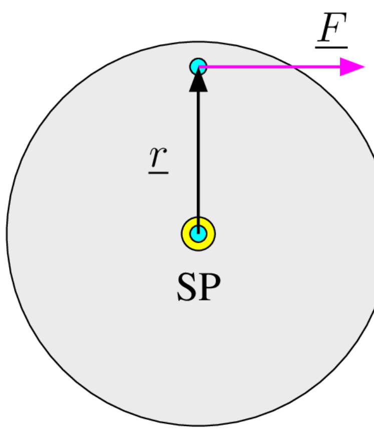
- Die Drehbewegung (um den Schwerpunkt) bleibt erhalten, es wirkt kein Drehmoment (vgl. Herleitung Schwerpunkt)

$$\boxed{\underline{\omega} = \mathrm{const.} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{\underline{\omega}} = 0}$$

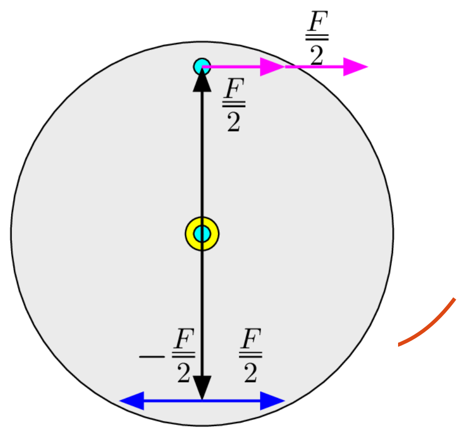
13.3 Ausblick: Kraft auf freien starren Körper

Freier starrer Körper mit Kraftangriffspunkt *nicht* am Schwerpunkt

1.

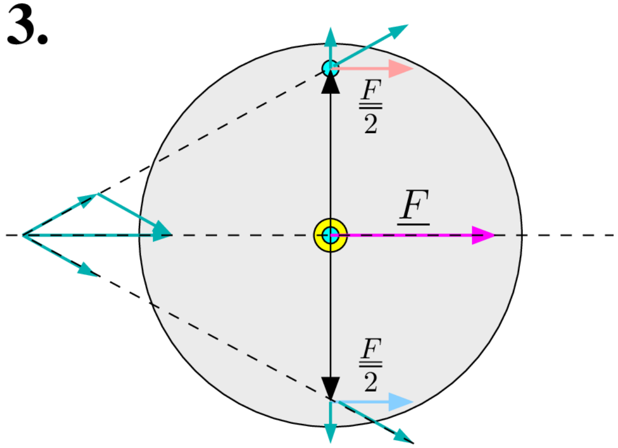


2.

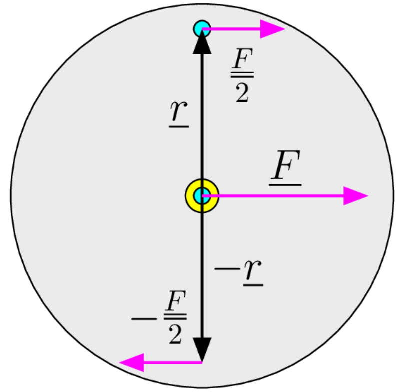


Hinzufügen
von Hilfskräften

3.



4.



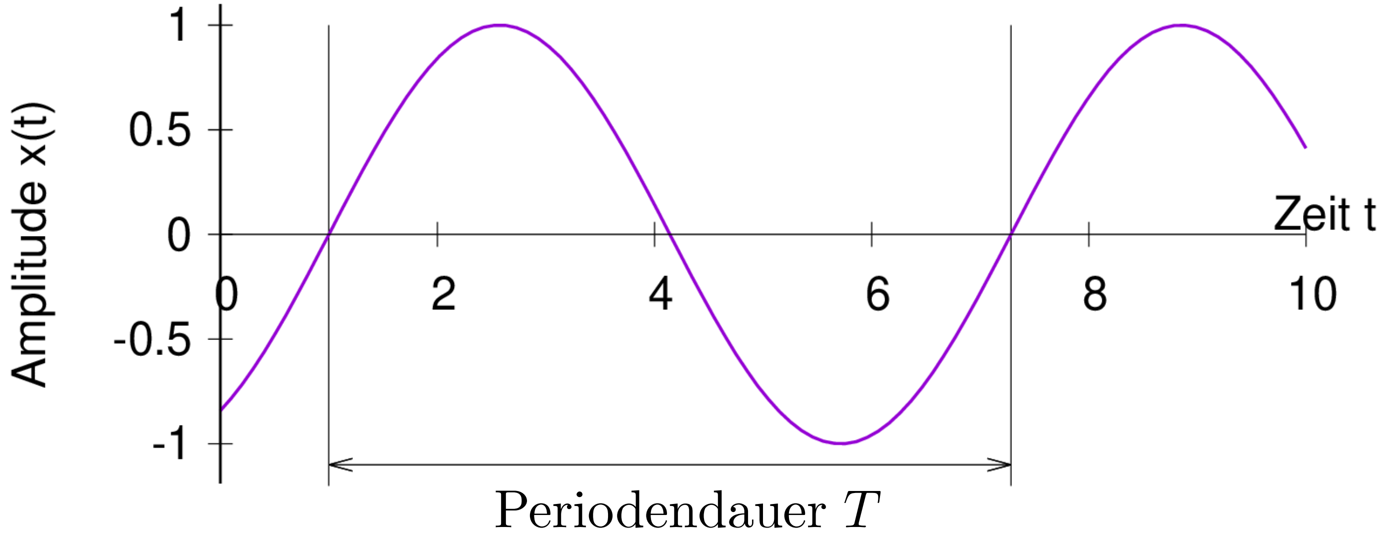
$$\underline{F}_{\mathrm{SP}} = \underline{F}$$

$$\underline{M} = \underline{r} \times \underline{F}$$

14. Schwingungen

14.1 Einleitung: Schwingungen

Schwingung: physikalische Größe, die sich periodisch ändert

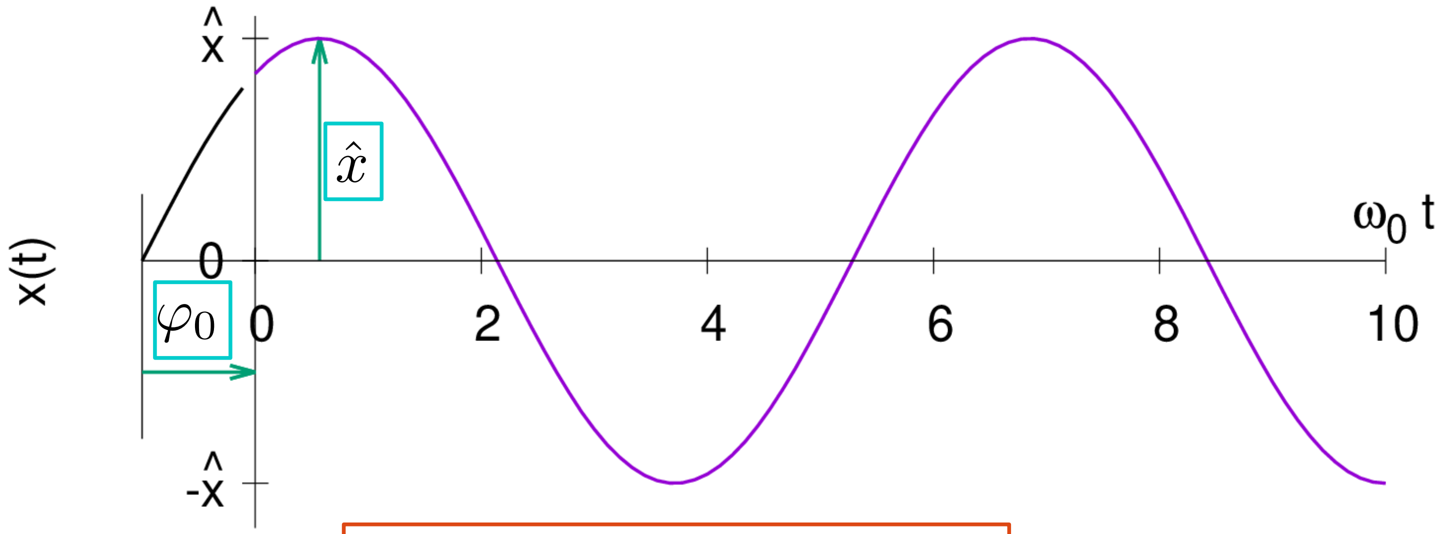


Periodendauer = kleinste Zeitspanne T, für die gilt $x(t) = x(t+T)$

Frequenz $\boxed{f = \frac{1}{T}}$ Einheit $[f] = \frac{1}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{Hz}$ (Hertz)

14.1 Einleitung: Schwingungen

Mathematische Beschreibung



$$\boxed{x(t) = \hat{x}\sin(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

Kreisfrequenz $\omega_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ Einheit $[\omega_0] = 1\,\frac{1}{s} = 1\,\frac{\text{rad}}{s}$

Spitzen/Scheitelwert $\hat{x}$ Anfangsphasenwinkel φ_0

14.1 Einleitung: Schwingungen

Allgemeine mathematische Beschreibung

$$x(t) = \hat{x}\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,\mathrm{d}t = 0$$

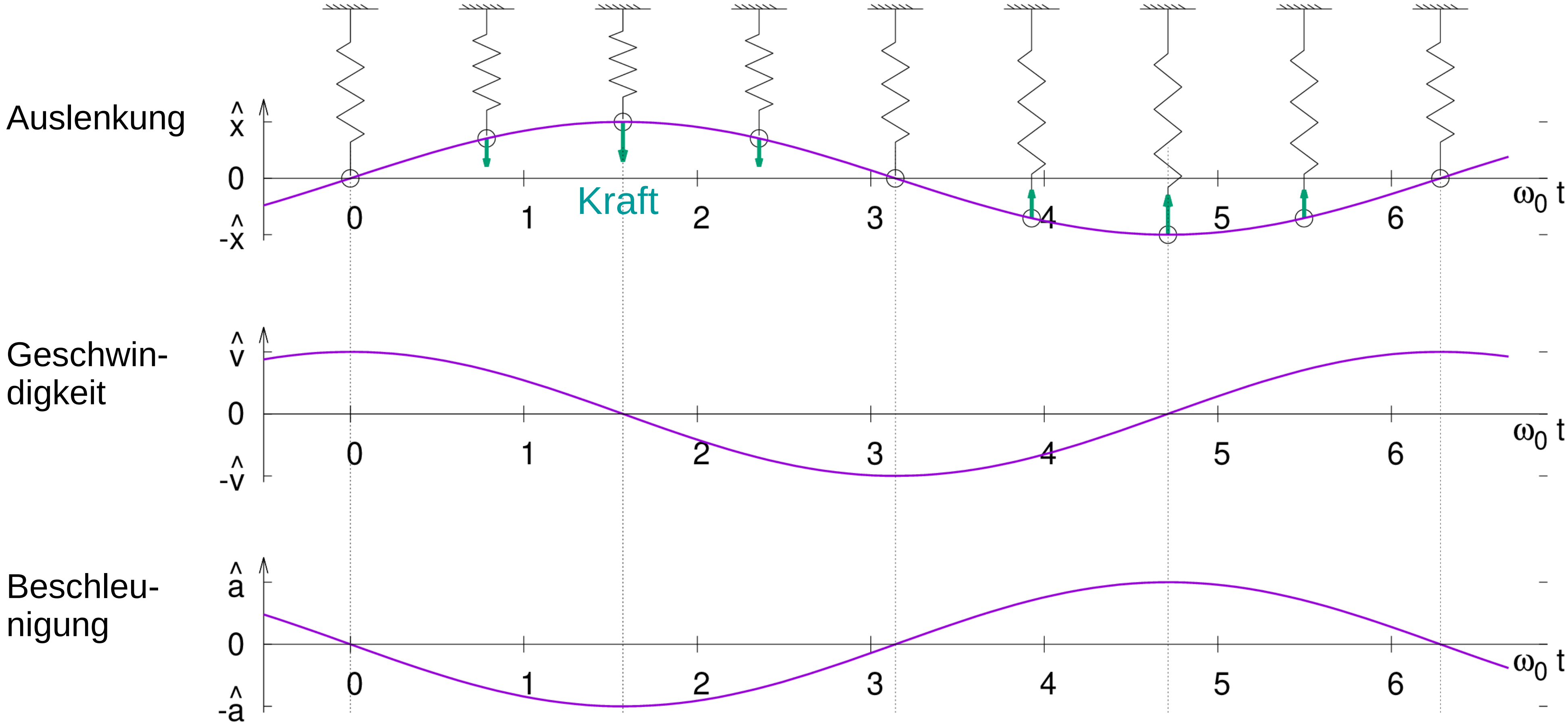
Effektiv-Wert / RMS-Wert (root-mean-square)

$$x_{\mathrm{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x(t)^2\,\mathrm{d}t} = \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}}$$

(mit $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$)

14.1 Einleitung: Schwingungen

Beispiel: Feder-Masse-Schwinger



14.2 Bewegungsgleichung

An Tafel

- *Herleitung Bewegungsgleichung*
- *Eigenschaften: linear, konst. Koeff., zweite Ordn.*

14.3 Lösung der Bewegungsgleichung

An Tafel

14.4 Beispiele für ungedämpfte(*) Schwingungen

(*) in der Realität sind natürlich auch diese Schwingungen gedämpft, werden aber in guter Näherung als ungedämpfte Schwingungen betrachtet!

14.4.1 Feder-Masse-Schwinger

Beispiel 1: Feder-Masse-Schwinger (an Tafel)

- *Wiederholung DGL*
- *EXP1: Messung Federkonstante mit 2 Massen*
- *EXP2: Messung Frequenz für 2 Massen*

14.4.2 Mathematisches Pendel

Beispiel 2: mathematisches Pendel (an Tafel)

- *DGL aufstellen*
- *Experiment: 2 Längen*

Klausur

Termin: geplant am 24.1.2019, 11:00 Uhr, Ankündigungen des FSB bzgl. Raum und evtl. Änderungen beachten!!!

Hilfsmittel:

- „dummer“ Taschenrechner (kein Tablet, kein Smartphone o.ä.)
- 2 handgeschriebene Seiten A4 (zweiseitig)

Hinweis:

Aufgaben sind symbolisch zu bearbeiten, den Hauptteil der Punkte gibt es für die Ergebnisformel nicht für das Einsetzen der Zahlen!