

GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK 1

Teil 7:

a) Gleichstrommessung



3 GLEICHSTROMMESSUNG

3.1 Drehspulinstrument

Anwendung

3.2 Systematischer Fehler

3.3 Gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung

3.4 Kompensationsverfahren

3.5 Strommessung mit einem Voltmeter

3.6 Belasteter Spannungsteiler

Theorie

3.7 Genauigkeit und Präzision von Messinstrumenten

3.8 Fehlerfortpflanzung

3.9 Grafische Darstellung von Kennlinien und Messungen



3 GLEICHSTROMMESSUNG

Anwendung

3.1 Motivation

3.2 Systematischer Fehler

3.3 Gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung

3.4 Kompensationsverfahren

3.5 Strommessung mit einem Voltmeter

Theorie

3.6 Belasteter Spannungsteiler

3.7 Genauigkeit und Präzision von Messinstrumenten

3.8 Fehlerfortpflanzung

3.9 Grafische Darstellung von Kennlinien und Messungen



DATENBLATT - DMM

Characteristic Values

Meas. Function	Measuring Range		Resolution at Upper Range Limit		Input Impedance	
			11,999	1199	\equiv	\sim / \approx
V	100 mV		10 μ V		$\geq 9 \text{ M}\Omega$	$\geq 9 \text{ M}\Omega // < 50 \text{ pF}$
	1 V		100 μ V		$\geq 9 \text{ M}\Omega$	$\geq 9 \text{ M}\Omega // < 50 \text{ pF}$
	10 V		1 mV		$\geq 9 \text{ M}\Omega$	$\geq 9 \text{ M}\Omega // < 50 \text{ pF}$
	100 V		10 mV		$\geq 9 \text{ M}\Omega$	$\geq 9 \text{ M}\Omega // < 50 \text{ pF}$
	1000 V		100 mV		$\geq 9 \text{ M}\Omega$	$\geq 9 \text{ M}\Omega // < 50 \text{ pF}$
					Voltage drop, approx. at upper range limit	
A AM XTRA X-TRA OUTDOOR AM PRO PRO	AM XTRA / X-TRA OUTDOOR AM PRO PRO	100 μ A	10 nA		12 mV	12 mV
		1 mA	100 nA		120 mV	120 mV
		10 mA	1 μ A		16 mV	16 mV
		100 mA	10 μ A		160 mV	160 mV
		1 A	100 μ A		40 mV	40 mV
		10 A	1 mA		600 mV	600 mV
A AM TECH TECH	AM TECH TECH	10 mA	1 μ A		16 mV	16 mV
		100 mA	10 μ A		160 mV	160 mV
		1 A	100 μ A		40 mV	40 mV
		10 A	1 mA		600 mV	600 mV

$$R_{i,sp} : > 9 \text{ M}\Omega$$

$$R_{i,ILV} : \frac{12 \text{ mV}}{1 \text{ mA}} = 12 \Omega$$

3 GLEICHSTROMMESSUNG

3.1 Drehspulinstrument

Anwendung

3.2 Systematischer Fehler

3.3 Gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung

3.4 Kompensationsverfahren

3.5 Strommessung mit einem Voltmeter

3.6 Belasteter Spannungsteiler

Theorie

3.7 Genauigkeit und Präzision von Messinstrumenten

3.8 Fehlerfortpflanzung

3.9 Grafische Darstellung von Kennlinien und Messungen

SYSTEMATISCHER FEHLER

Welchen Innenwiderstand sollten die Instrumente haben?

• Voltmeter $R_{I,V} = \infty$

• Amperemeter $R_{I,A} = 0$

$$\Delta U = U_{\text{erwartet}} - U_{\text{mess}}$$

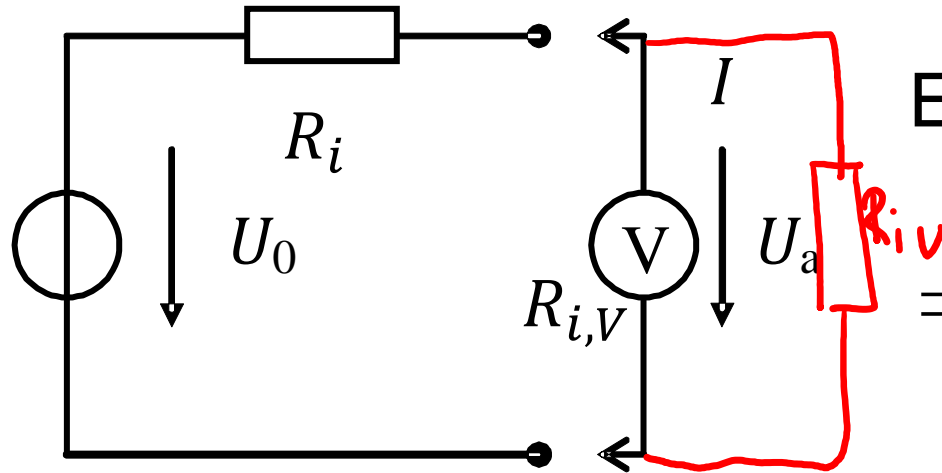
Messfehler:

Differenz zwischen beobachtetem und wahrem Wert

Systematischer Fehler:

Abweichung der Messergebnisse, die dazu führt, dass die Messungen systematisch zu niedrig oder zu hoch sind.

SYSTEMATISCHER FEHLER BEI SPANNUNGSMESSUNG



Erwarteter Wert für U_a (Leerlauf)

$$\Rightarrow U_{a,true} = U_0$$

U_0 zu messende Quelle
 R_i Innenwiderstand Quelle
 $R_{I,V}$ Innenwiderstand Voltmeter

Tatsächlich gemessener Wert $U_{a,meas}$:

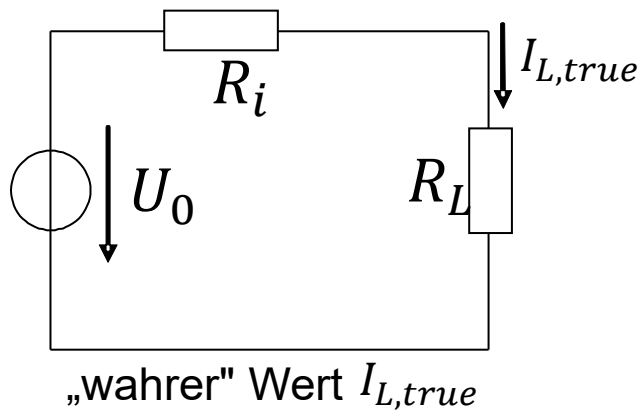
$$U_{a,meas} = U_0 \cdot \frac{R_{i,V}}{R_i + R_{i,V}} \quad \Bigg| \quad = \frac{R_i}{R_i + R_{i,V}}$$

gegeben: $U_0, R_i, R_{I,V}$

gesucht: $\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{U_0 - U_a}{U_0} = \frac{\cancel{U_0} - U_0 \cdot \frac{R_{i,V}}{R_i + R_{i,V}}}{\cancel{U_0}} = 1 - \frac{R_{i,V}}{R_i + R_{i,V}} = \frac{R_i + R_{i,V} - R_{i,V}}{R_i + R_{i,V}}$

SYSTEMATISCHER FEHLER BEI STROMMESSUNG

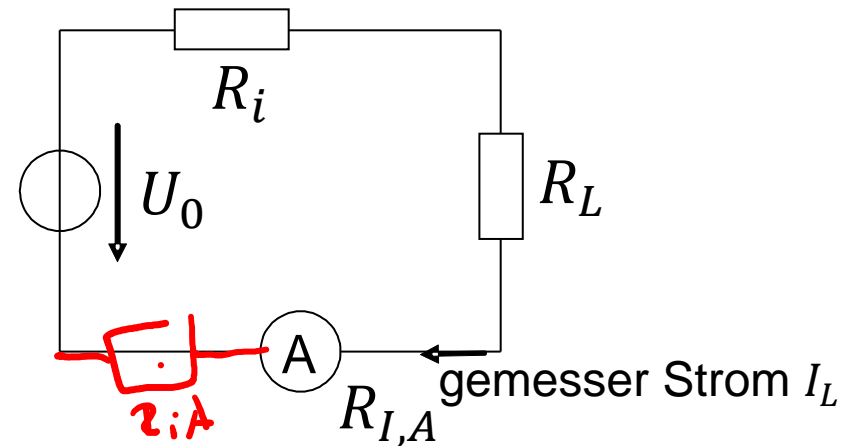
Bestimmen Sie den wahren Wert $I_{L,true}$



$$I_{L,true} = \frac{U_0}{R_i + R_L}$$

⇒ Der gemessene Strom ist stets *kleiner* als der wahre Strom.

Bestimmen Sie den gemessenen Wert I_L



$$I_L = \frac{U_0}{R_i + R_L + R_{I,A}}$$

3 GLEICHSTROMMESSUNG

3.1 Drehspulinstrument

Anwendung

3.2 Systematischer Fehler

3.3 Gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung

3.4 Kompensationsverfahren

3.5 Strommessung mit einem Voltmeter

3.6 Belasteter Spannungsteiler

Theorie

3.7 Genauigkeit und Präzision von Messinstrumenten

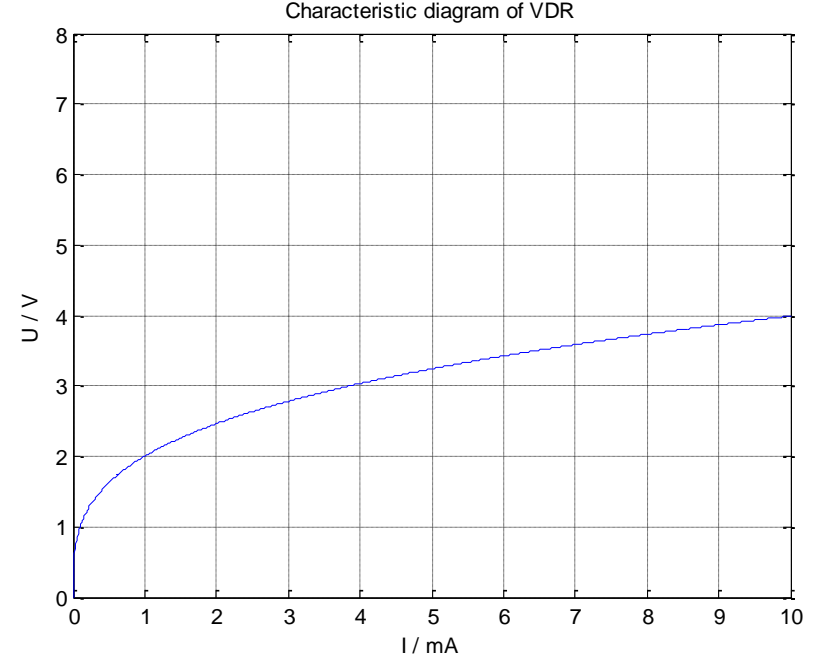
3.8 Fehlerfortpflanzung

3.9 Grafische Darstellung von Kennlinien und Messungen

GLEICHZEITIGE STROM- & SPANNUNGSMESSUNG

Anwendung:

- Kennlinien
- Leistungsmessung $P = U \cdot I$
- Widerstände



Es kann nur einer von den zwei Werten genau gemessen werden.

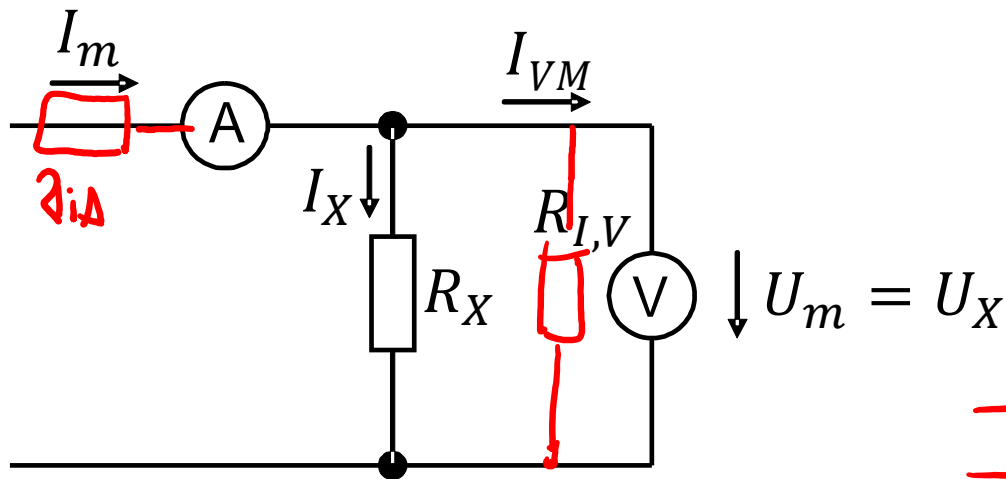
Wir unterscheiden:

- spannungsrichtige Messung
- stromrichtige Messung

Spannungsteilung

MESSUNG

Maßgeblich ist, welche Größe an R_X durch ein Messgerät genau angezeigt wird.



I_m, U_m

I_X, U_X

R_X

$R_m = U_m / I_m$

$R_{I,V}$

gemessene Werte

Laststrom und -spannung

wahrer Lastwiderstand

gemessener Widerstand

Innenwiderstand Voltmeter

Bestimmung von $e = \frac{R_m - R_X}{R_X}$

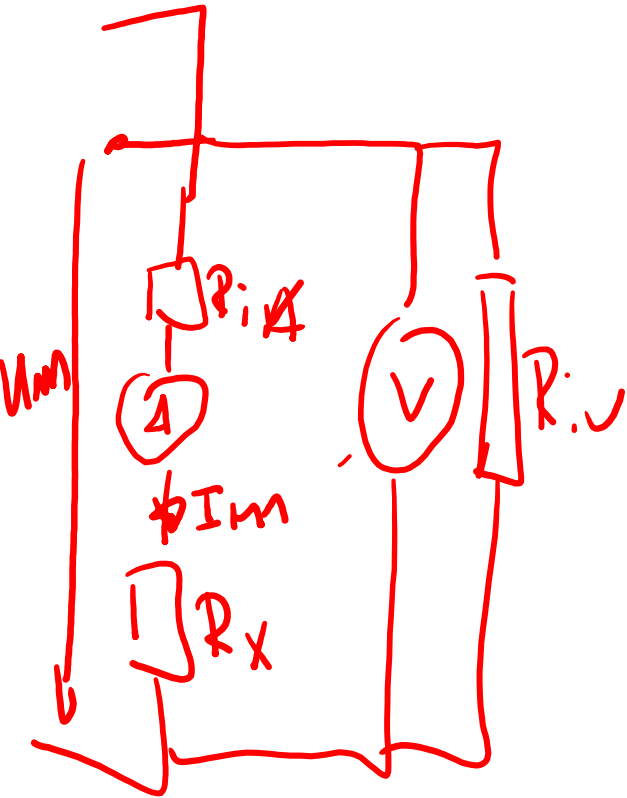
$$\Rightarrow e = \frac{R_m - R_X}{R_X} = -\frac{R_X}{R_{I,V} + R_X} \approx -\frac{R_X}{R_{I,V}}$$

$$I_m = \frac{U_m}{R_{I,V} \parallel R_X} = U_m \cdot \frac{R_{I,V} + R_X}{R_{I,V} \cdot R_X}$$

$$R_m = U_m / I_m$$

$$= \frac{U_m}{U_m \cdot \frac{R_{I,V} + R_X}{R_{I,V} \cdot R_X}}$$

STROMRICHTIGE MESSUNG



I_m, U_m

gemessene Werte

I_x, U_x

Laststrom und -spannung

R_x

wahrer Lastwiderstand

$R_m = U_m / I_m$

gemessener Widerstand

$R_{I,A}$

Innenwiderstand des Amperemeters

$$R_m = \frac{U_m}{I_m} = \frac{(R_{i,A} + R_x) \cdot I_m}{I_m} = (R_x + R_{i,A})$$

Bestimmung von $e = \frac{R_m - R_x}{R_x} \Rightarrow e = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{R_{I,A}}{R_x}$

3 GLEICHSTROMMESSUNG

Anwendung

3.1 Drehspulinstrument

3.2 Systematischer Fehler

3.3 Gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung

3.4 Kompensationsverfahren

3.5 Strommessung mit einem Voltmeter

Theorie

3.6 Belasteter Spannungsteiler

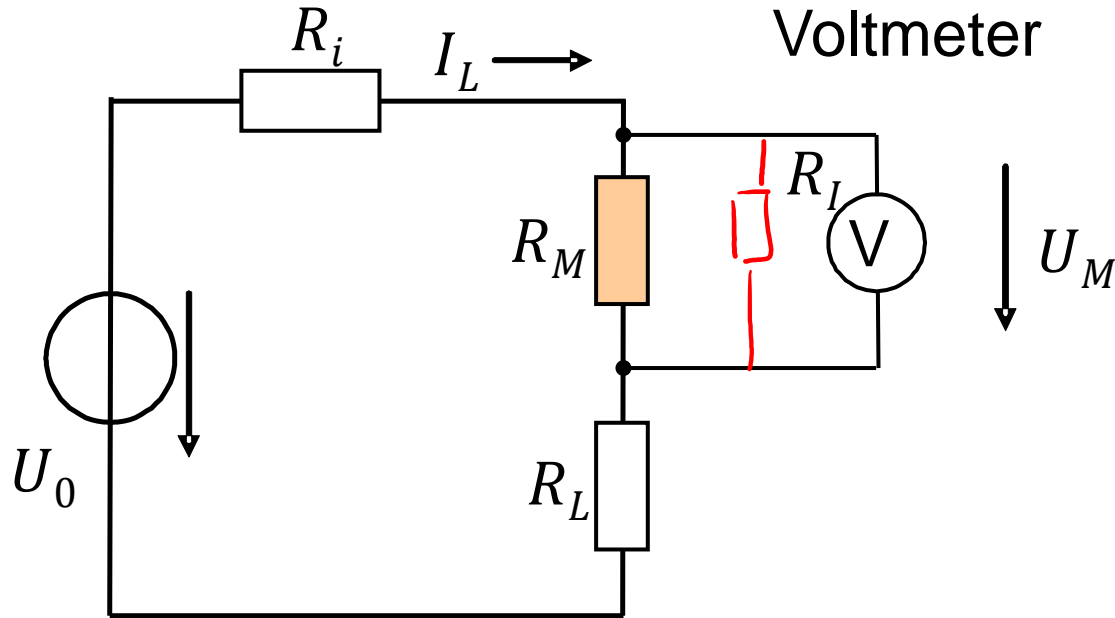
3.7 Genauigkeit und Präzision von Messinstrumenten

3.8 Fehlerfortpflanzung

3.9 Grafische Darstellung von Kennlinien und Messungen

STROMMESSUNG MIT VOLTMETER

Via Ohmsches Gesetz:



wichtig für Messungen
mit dem Oszilloskop

$$I_m = \frac{U_m}{R_M}$$

Shunt

Anforderungen an Messwiderstand (engl. Shunt) R_M

- $R_M \ll R_{I,V}$
- $R_M \ll R_i + R_L$
- hohe Präzision von R_M
- zulässige Verlustleistung einhalten

3 GLEICHSTROMMESSUNG

Anwendung

3.1 Drehspulinstrument

3.2 Systematischer Fehler

3.3 Gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung

3.4 Kompensationsverfahren

3.5 Strommessung mit einem Voltmeter

Theorie

3.6 Belasteter Spannungsteiler

3.7 Genauigkeit und Präzision von Messinstrumenten

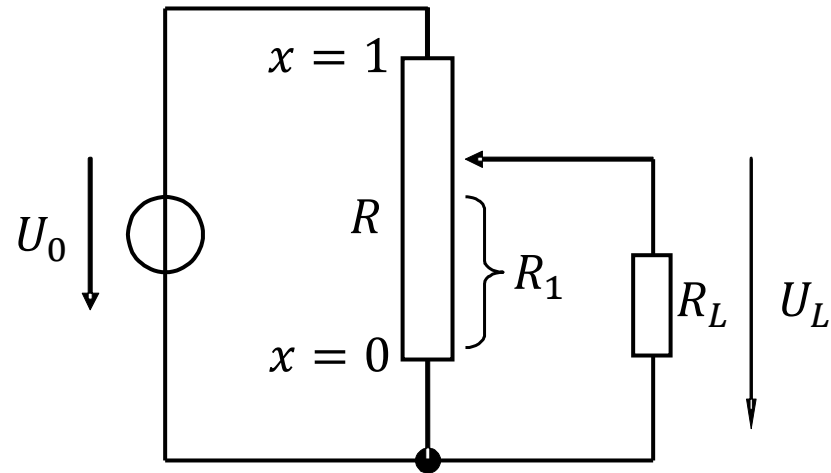
3.8 Fehlerfortpflanzung

3.9 Grafische Darstellung von Kennlinien und Messungen

BELASTETER SPANNUNGSTEILER

Hausaufgabe zur Übung (ca. 30 min):

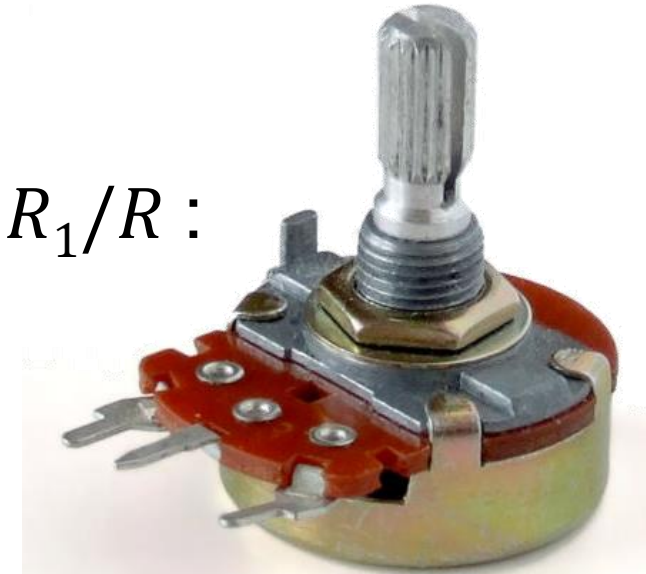
Bestimmen Sie U_L/U_0 als Funktion von R/R_L und $x = R_1/R$:



Ansatz: $R_1 = x R$

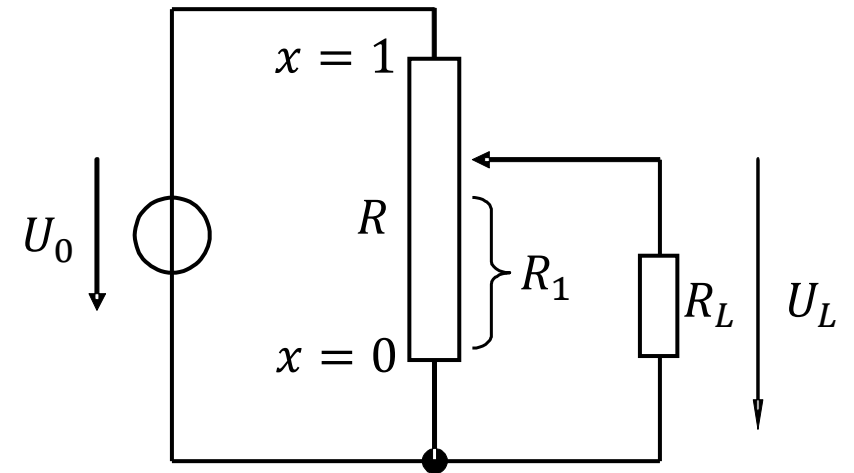
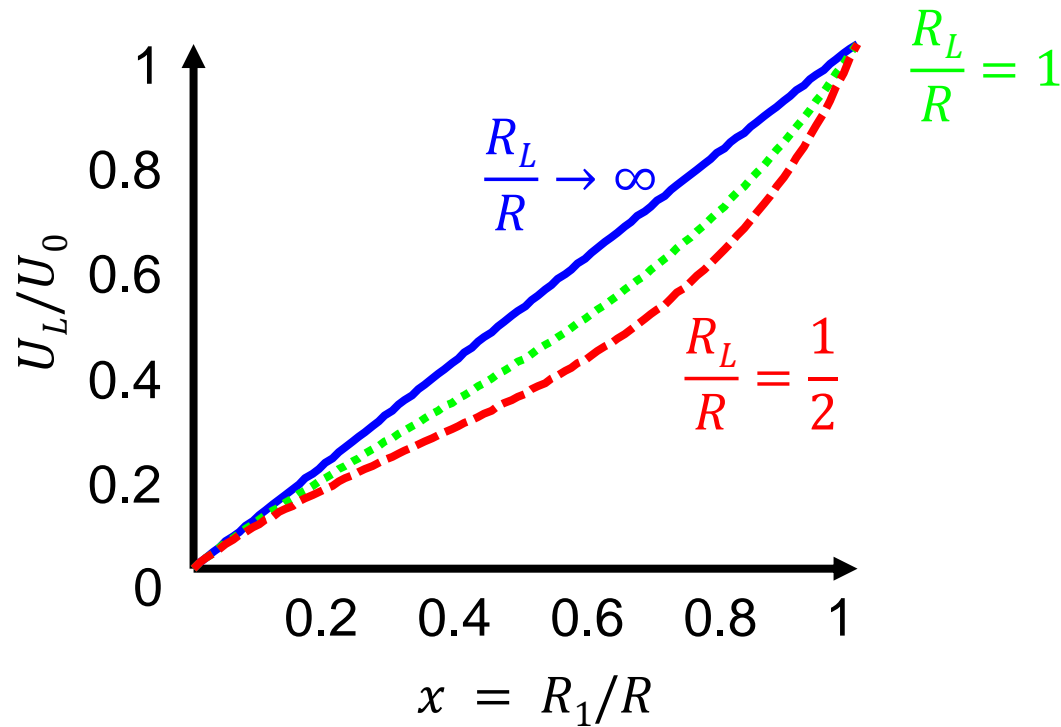
$$R_{total} = (R - R_1) + \frac{R_L R_1}{R_L + R_1}$$

Lösung:
$$\frac{U_L}{U_0} = \frac{x}{1 + x \cdot (1 - x) \cdot \frac{R}{R_L}}$$



BELASTETER SPANNUNGSTEILER

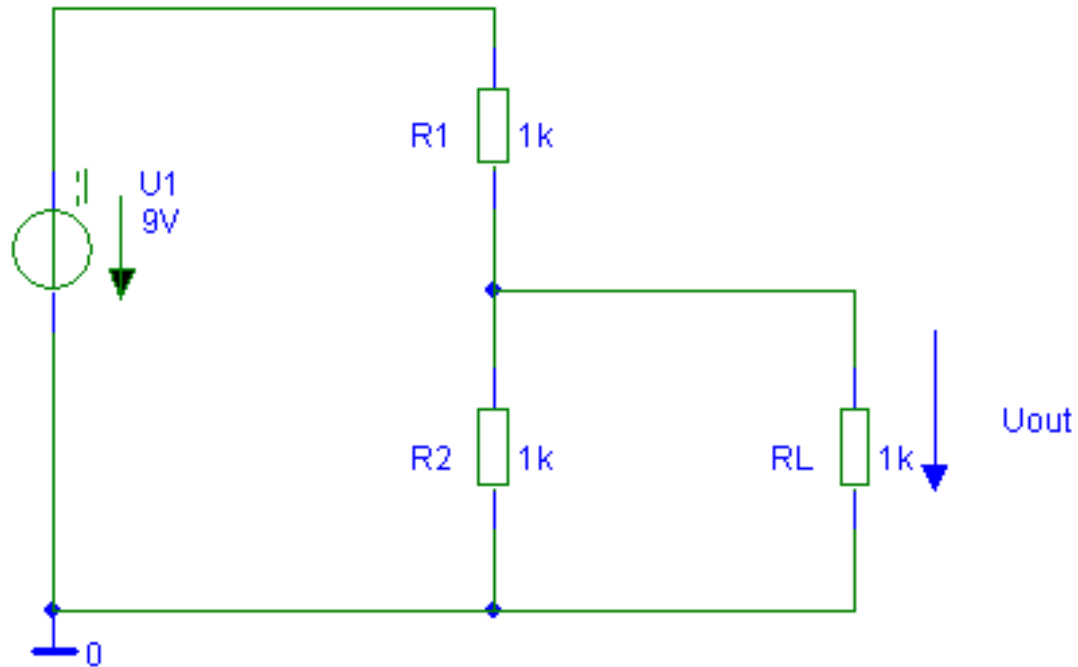
- nichtlinear
- je kleiner die Last umso größer der systematische Fehler



BELASTETER SPANNUNGSTEILER

Bestimmen Sie die Ausgangsspannung des belasteten Spannungsteilers.

- A. 3 V
- B. $4,5\text{ V}$
- C. 6 V



3 GLEICHSTROMMESSUNG

Anwendung

3.1 Drehspulinstrument

3.2 Systematischer Fehler

3.3 Gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung

3.4 Kompensationsverfahren

3.5 Strommessung mit einem Voltmeter

Theorie

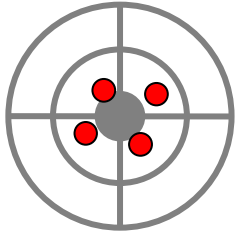
3.6 Belasteter Spannungsteiler

3.7 Genauigkeit und Präzision von Messinstrumenten

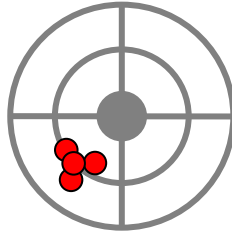
3.8 Fehlerfortpflanzung

3.9 Grafische Darstellung von Kennlinien und Messungen

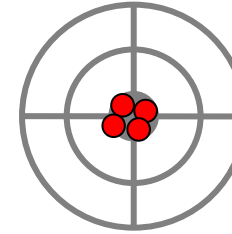
GENAUIGKEIT UND PRÄZISION



hohe Genauigkeit
aber geringe Präzision



hohe Präzision
aber Offset
(offset = geringe Genauigkeit)



Valide:
sowohl genau
als auch präzise

- **Genauigkeit**
Maß der Übereinstimmung von gemessener Größe mit dem wahren Wert
- **Präzision** (früher auch Wiederholgenauigkeit)
Grad, in dem zukünftige Messungen zu dem gleichen Ergebnis führen
- **Valide**
Eine Messung wird als **valide** bezeichnet, wenn sie sowohl genau als auch präzise ist.

Aufgabe: Bitte <http://de.wikipedia.org/wiki/Pr%C3%A4zision> lesen.

SPEZIFIKATION DER GENAUIGKEIT

Die Genauigkeit eines Voltmeters wird mit $\pm \Delta U$ angegeben.

- Messwerte werden dann wie folgt ausgedrückt:
Messwert \pm Genauigkeit (e.g. $6.45\text{ V} \pm 0.15\text{V}$)

- bei analogen Meßinstrumenten:

$$\Delta U = \text{Genauigkeit} \cdot \text{Meßbereich}$$

- bei digitalen Meßinstrumenten:

$$\Delta U = a \cdot \text{Rdg} + n \cdot d$$

wobei:

a : Genauigkeit

Rdg: abgelesener Wert

n : Faktor aus Datenblatt des Meßinstruments

d : geringstmöglicher Anzeigewert > 0 (value of least significant digit)

BEISPIEL: ANALOGINSTRUMENT

Voltmeter

- relative Genauigkeit: 5% im Meßbereich 10 V

Diese hängt nicht von der gemessenen Spannung ab!

⇒ absolute Genauigkeit: $\Delta U = 5\% \cdot 10V = 0.5 V$

⇒ Ein Meßwert von 2.1 V bedeutet:

$$U = 2.1 V \pm 0.5 V$$


oder

$$U = 2.1 V (1 \pm 24\%)$$

BEISPIEL: DIGITALES VOLTMETER

$$\Delta U = a \cdot \text{reading} + k \cdot d$$

Accuracy / Genauigkeit

Function	Measurement range	Resolution	Input impedance		... % rdg + ... d)
Ω			open circuit voltage	short circuit current	
	300.00 Ω	10 m Ω	max. 4.00 V	max. 1 mA	0.1 + 30
	3.0000 k Ω	100 m Ω	max. 1.25 V	max. 100 μ A	0.1 + 6
	30.000 k Ω	1 Ω	max. 1.25 V	max. 10 μ A	0.1 + 6
	300.00 k Ω	10 Ω	max. 1.25 V	max. 1 μ A	0.1 + 6
	3.0000 M Ω	100 Ω	max. 1.25 V	max. 0.1 μ A	0.4 + 6
	30.000 M Ω	1 k Ω	max. 1.25 V	max. 0.1 μ A	3.0 + 6

abgelesen: 166.30 Ω , Meßbereich: 300.00 Ω , geringster Wert: $d = 0.01 \Omega$

2. Auflösung ist 10 m Ω $\Rightarrow d = 0,01$

\Rightarrow aus Datenblatt: $a = 0.1 \%$, $n = 30$

$\Rightarrow \Delta R = 0.1\% \cdot 166.30 \Omega + 30 \cdot 0.01 \Omega = 0.4663 \Omega \cong 0.47 \Omega$

\Rightarrow Meßergebnis: $R = 166.30 \Omega \pm 0.47 \Omega = 166.30 \Omega \cdot (1 \pm 0.3\%)$

BEISPIEL: DIGITALES VOLTMETER

Aufgabe: Bestimmen Sie das Meßergebnis für den abgelesenen Wert 4.952V.

- A. 4,952V \pm 0,0055 V
- B. 4,952V \pm 0,005 V
- C. 4,952V \pm 0,006 V**
- D. 4,952V \pm 0,018 V

Function	Measurement range	Resolution	Input impedance		Accuracy	
			=	\approx	\pm (... % rdg + ... d)	\approx
V			=	\approx	=	\approx
	300.00 mV	10 μ V	10 G Ω	5 M Ω //40pF	0.05 + 3	1 + 20
	3.0000 V	100 μ V	11 M Ω	1 M Ω //40pF	0.05 + 3	1 + 20
\Rightarrow	30.000 V	1 mV	10 M Ω	1 M Ω //40pF	0.05 + 3	1 + 20
	300.00 V	10 mV	10 M Ω	1 M Ω //40pF	0.05 + 3	1 + 20
	1000.0 V	100 mV	10 M Ω	1 M Ω //40pF	0.05 + 3	1 + 20

$$\pm 2,476 \text{ mV} + 3 \text{ mV} = \pm 5,476 \text{ mV}$$

3 GLEICHSTROMMESSUNG

Anwendung

3.1 Drehspulinstrument

3.2 Systematischer Fehler

3.3 Gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung

3.4 Kompensationsverfahren

3.5 Strommessung mit einem Voltmeter

Theorie

3.6 Belasteter Spannungsteiler

3.7 Genauigkeit und Präzision von Messinstrumenten

3.8 Fehlerfortpflanzung

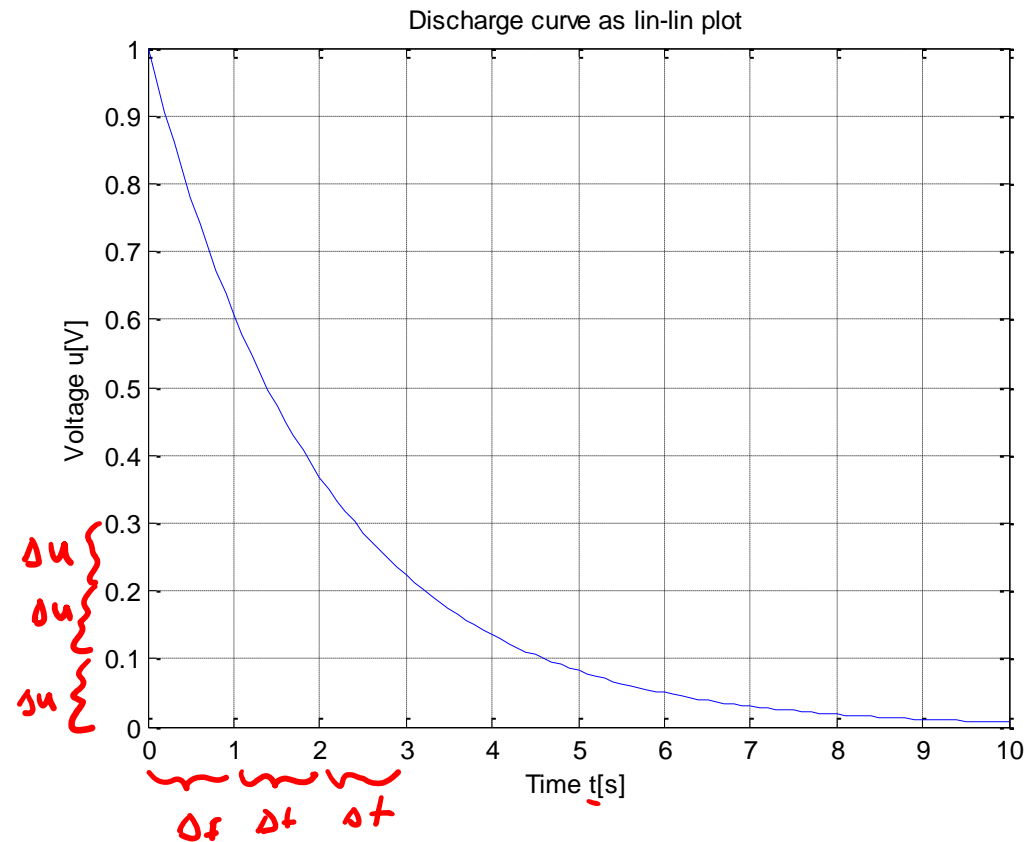
3.9 Grafische Darstellung von Kennlinien und Messungen

GRAPHISCHE DARSTELLUNG: LINEAR

Linear

x-Achse: **Abszisse**

y-Achse: **Ordinate**



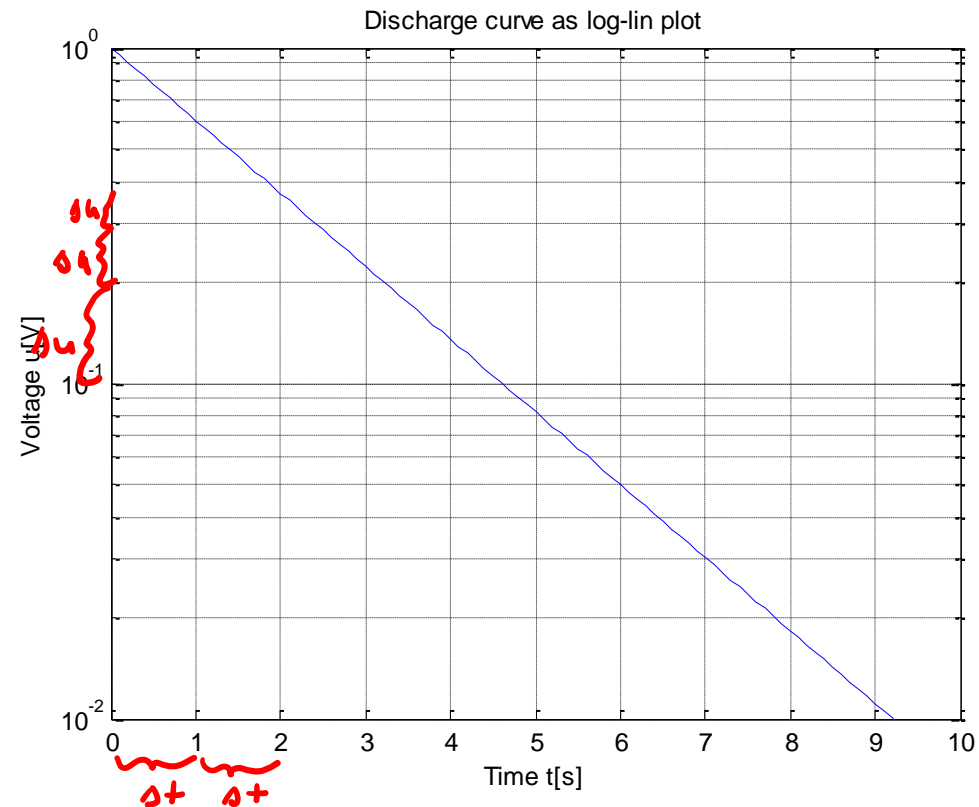
GRAPHISCHE DARSTELLUNG: LOGARITHMISCH

halblogarithmisch

Ordinate: **logarithmisch**

Abszisse: **linear**

Häufig wird ein physikalischer Zusammenhang durch eine e – Funktion beschrieben.



⇒ Verlauf einer Geraden in halblogarithmischer Darstellung

BEISPIEL: KENNLINIE EINES VARISTORS (VDR)

Meßgeräte:

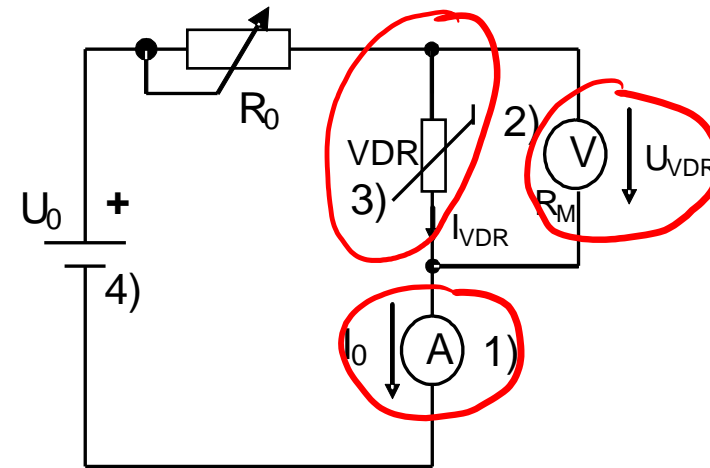
No 1): MetraHit 18S, Inv. Nr....

No 2): MetraHit 15S, Inv. Nr....

No 3): VDR #4

No 4): Power supply VHL 0..10V

*VDR
Voltage Dependent Resistor*



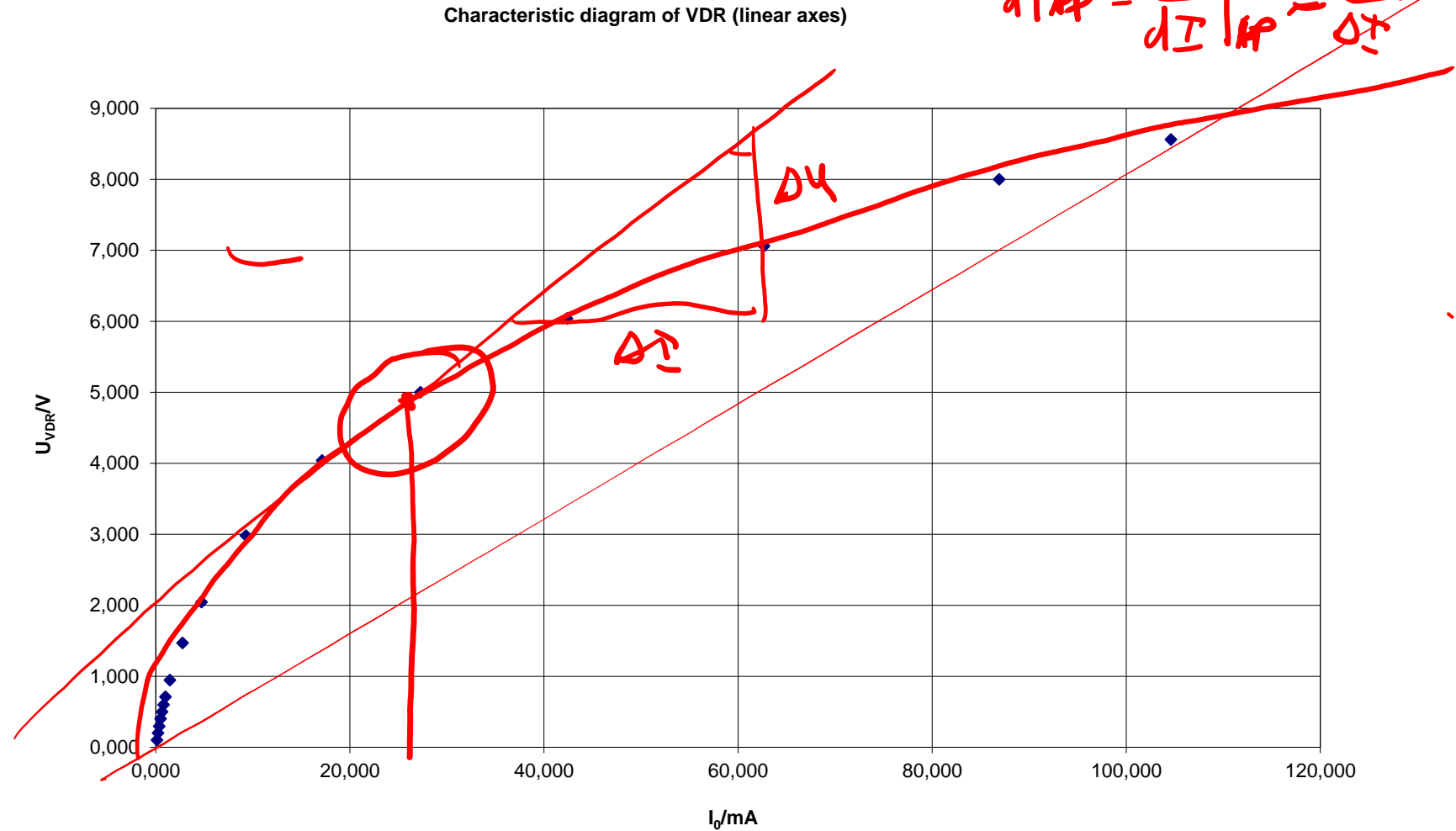
Schaltung für spannungsrichtige Messung

BEISPIEL: KENNLINIE EINES VARISTORS (VDR)

$$R|_{A_P} = \frac{U}{I}|_{A_P} = \frac{3V}{28mA}$$

$$\Gamma_d|_{A_P} = \frac{dU}{dI}|_{A_P} \approx \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

I_0/mA	U_{VDR}/V
0.121	0.103
0.235	0.201
0.356	0.297
0.502	0.403
0.645	0.499
0.807	0.600
1.001	0.712
1.460	0.946
2.764	1.470
4.711	2.045
9.293	2.982
17.14	4.040
27.28	5.000
42.36	6.040
62.68	7.060
86.91	8.000
104.60	8.560



LOGARITHMUS

$$y = a + m \cdot x \quad \text{in log. Darstellung}$$

Wenn der Verlauf einer e-Funktion erwartet wird ist eine logarithmische Darstellung geeignet, um die Parameter zu bestimmen.

$$\frac{U}{V} = C \left(\frac{I}{mA} \right)^\beta \Rightarrow \lg \frac{U}{V} = \lg C + \beta \cdot \lg \frac{I}{mA}$$

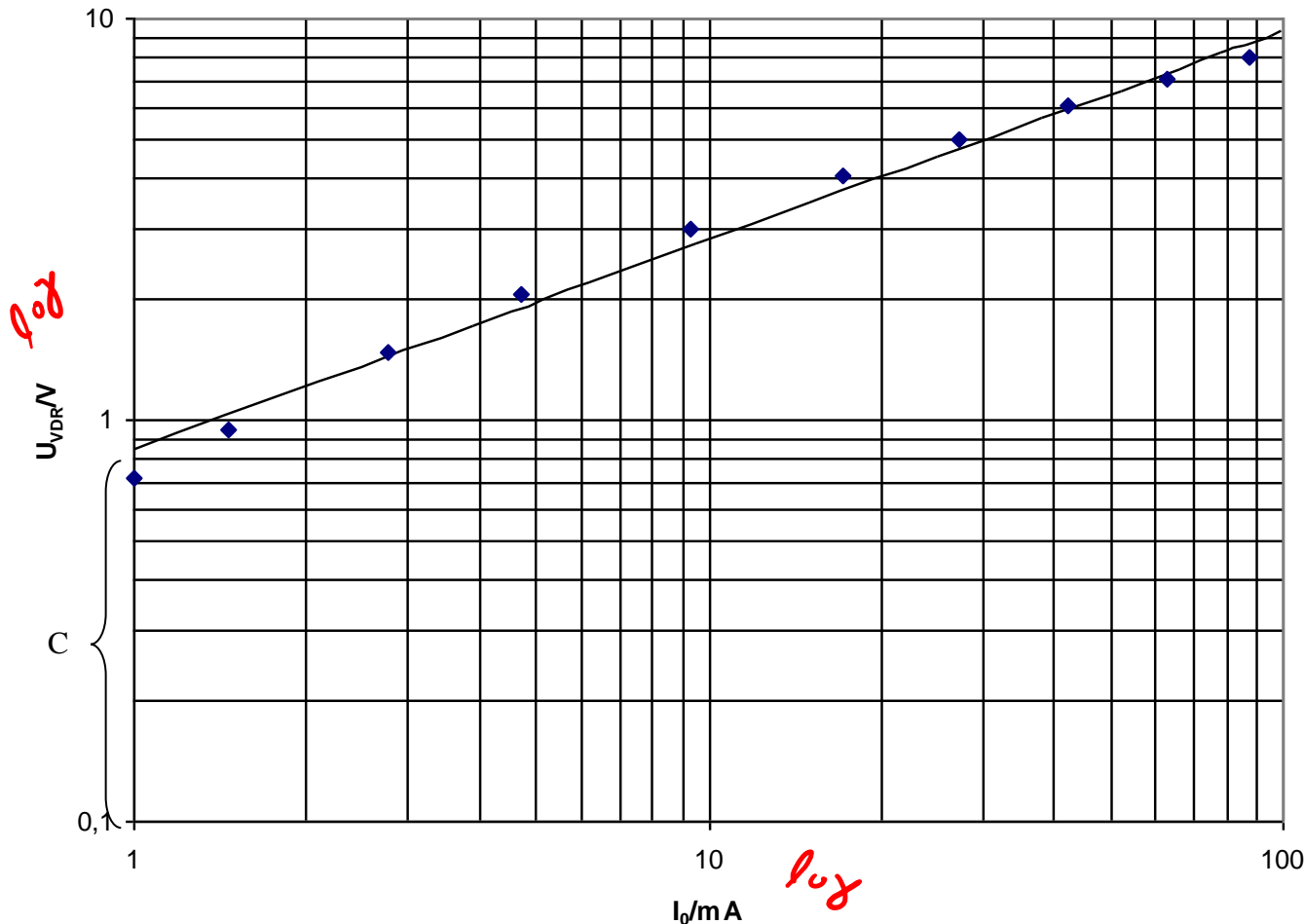
Exponentialfunktion in linearem Diagramm → Gerade in logarithmischer Darstellung

- Rechenregeln für Logarithmus
 - $a = b^x \quad x = \log_b a$ für $b \neq 1$
 - $\ln := \log_e$ "natürlicher Logarithmus"
 - $\lg := \log_{10}$ "10er-Logarithmus"
 - $\lg(a_1 \cdot a_2) = \lg a_1 + \lg a_2$
 - $\lg(a_1 / a_2) = \lg a_1 - \lg a_2$
 - $\lg x^r = r \lg x$

$$\begin{aligned} & \lg \left(C \left(\frac{I}{mA} \right)^\beta \right) \\ & \lg C + \lg \left(\left(\frac{I}{mA} \right)^\beta \right) \\ & \lg C + \beta \cdot \lg \left(\frac{I}{mA} \right) \end{aligned}$$

BEISPIEL: KENNLINIE EINES VARISTORS (VDR)

$$\frac{U}{V} = \overset{\text{log}}{\underset{C}{C}} \left(\frac{I}{mA} \right)^{\overset{\text{log}}{\underset{\beta}{\beta}}} \Rightarrow \lg \frac{U}{V} = \lg C + \beta \cdot \lg \frac{I}{mA}$$



Bestimmung von C:

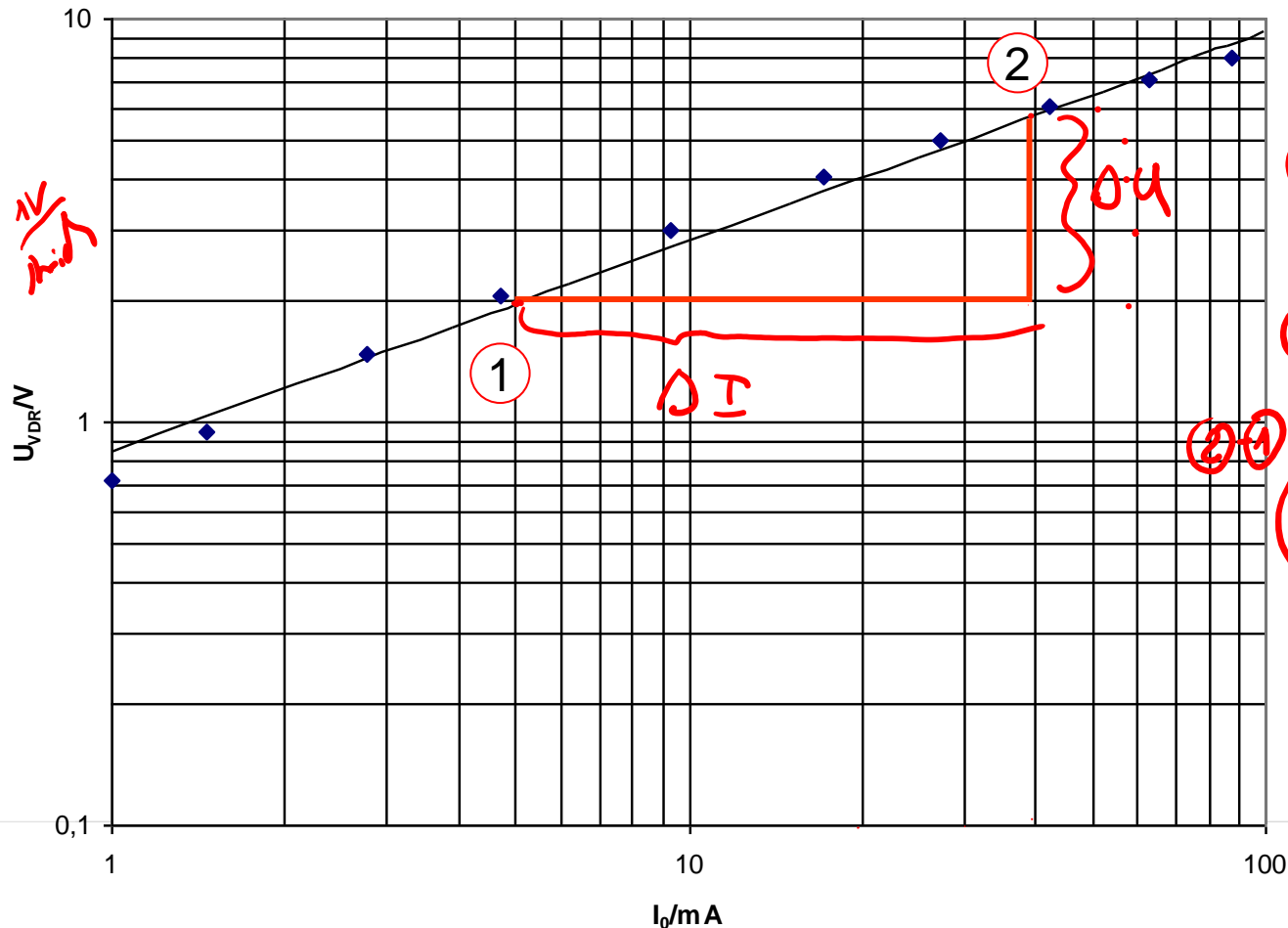
Wann wird der rechte Term Null?

$$\bar{I} = 1 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow C = 0,85 \text{ V}$$

BEISPIEL: KENNLINIE EINES VARISTORS (VDR)

$$\frac{U}{V} = C \left(\frac{I}{mA} \right)^\beta \Rightarrow \lg \frac{U}{V} = \lg C + \beta \cdot \lg \frac{I}{mA}$$



$$* \Rightarrow \beta = \frac{\lg u_1 - \lg u_2}{\lg I_2 - \lg I_1}$$

Bestimmung von β :

$$\textcircled{1} \lg \frac{u_1}{v} = \lg C + \beta \lg \frac{I_1}{mA}$$

$$\textcircled{2} \lg \frac{u_2}{v} = \lg C + \beta \lg \frac{I_2}{mA}$$

$$\underbrace{\left(\lg \frac{u_2}{v} - \lg \frac{u_1}{v} \right)}_{\Delta U} = \lg C + \beta \left(\lg \frac{I_2}{mA} \right) - \left(\lg C + \beta \lg \frac{I_1}{mA} \right)$$

$$\Delta U = \beta \underbrace{\left(\lg \frac{I_2}{mA} - \lg \frac{I_1}{mA} \right)}_{\Delta I} \Rightarrow \beta = \frac{\Delta U}{\Delta I} *$$

DIAGRAMME MIT MATLAB

1. Messpunkte definieren (Vektor)

```
x = [0 : 0.1 : 3]
```

2. Ergebnis berechnen

```
y = x.^2
```

3. Ergebnis darstellen

```
figure(1)
plot(x, y, 'r:')
%or instead of plot: loglog, semilogx, semilogy
title('Square')
xlabel('I_1 in mA')
ylabel('R in \Omega')
xlim([0 2])
```

LINKS ZU MATLAB

In Matlab selbst am Beispiel der `plot`-Funktion:

```
doc plot
```

gibt die html-Hilfe für die Funktion `plot` wieder, dort finden Sie auch viele Anwendungsbeispiele

```
help plot
```

gibt nur eine kurze Funktionsbeschreibung wieder, geht aber viel schneller

Video-Tutorial auf englisch:

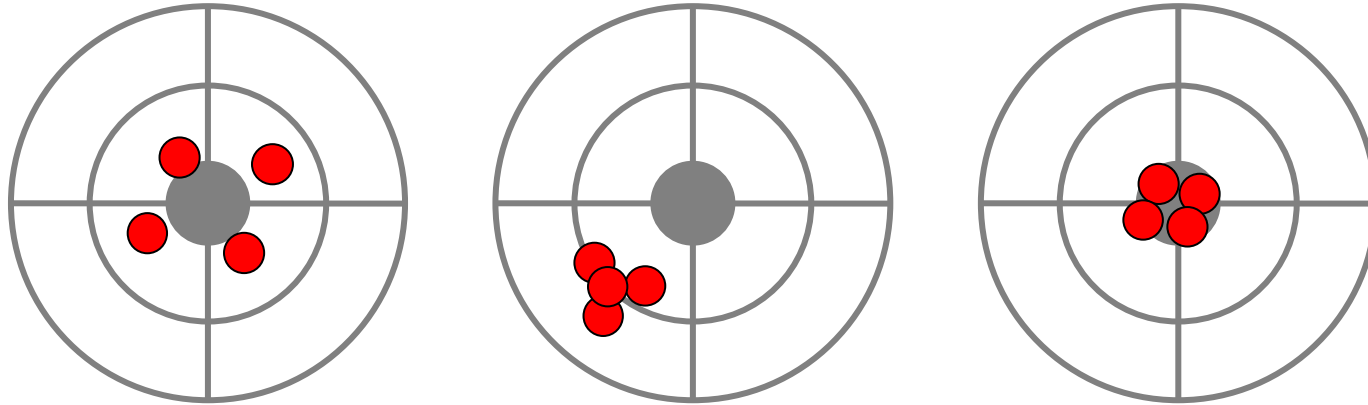
<http://www.mathworks.de/products/matlab/demos.html>

Buch: Schweizer, Wolfgang: MATLAB kompakt

WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN (1) ...

Belasteter Spannungsteiler

- Spannungsteiler-Formel nicht anwendbar +
stattdessen: komplizierte Formel
- Genauigkeit und Präzision



WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN (2)...

Graphische Darstellung

- Üben Sie den Umgang mit logarithmischen Diagrammen!
- virtuelles logarithmisches Papier gibts hier:
<http://www.papersnake.de/logarithmuspapier/>