Übungen 5 am 30.11.2022

Komplexe Zahlen

Übungen 5 - Komplexe Zahlen

Aufgabe 1:

a) $z_1 = 2e^{j\frac{\pi}{4}}$

$z_2 = 4e^{j\frac{\pi}{3}}$

$Wie\ sieht\ \frac{z_1}{z_2}\ aus?$

$(A)\ \frac{1}{2}e^{j\frac{1}{12}}$

$(B)\ \frac{1}{2}e^{j(\frac{-\pi}{12})}$

$(C)\ (-2)e^{j(\frac{-\pi}{12})}$

$(D)\ \frac{1}{2}e^{j(\frac{23}{12}\pi)}$

b) $z_1 = 2e^{j\frac{\pi}{4}}$

$z_2 = 4e^{j\frac{\pi}{3}}$

$Wie\ sieht\ z_1 \cdot (-z_2)\ aus?$

$(A)\ 8e^{j\frac{\pi^2}{12}}$

$(B)\ 6e^{j\frac{7\pi}{12}}$

$(C)\ 8e^{j\frac{19\pi}{12}}$

$(D)\ 8e^{j(-\frac{\pi}{12})}$

•

Aufgabe 2:

Sei z_2 die konjugiert komplexe Zahl zu z_1
Welche der folgenden Behauptungen ist **nicht** richtig?

(A) $z_1 + z_2$ ist reell

(B) $z_1 \cdot z_2$ ist reell

(C) $z_1 - z_2$ ist reell

(D) $z_1 - z_2$ ist konjugiert komplex zu $z_2 - z_1$

•

Aufgabe 3:

http://www2.ohm-hochschule.de/aw/profs/stry/buch.htm#Folien

Welche Beziehung gilt zwischen $4i$ und $5i$?

(A) ☐ $4i < 5i$

(B) ☐ $4i = 5i$

(C) ☐ $4i > 5i$

(D) ☐ weder/noch

Der Betrag von $e^{i\frac{\pi}{3}}$ lautet

(A) $e^{i\frac{\pi}{3}}$

(B) $e^{\frac{\pi}{3}}$

(C) 1

(D) 0

Der Betrag von e^{π} lautet

(A) ☐ e^{π}

(B) ☐ 1

(C) ☐ π

(D) ☐ 0

Die Quadratwurzel(n) aus - 2 ist / sind

(A) ☐ $i\sqrt{2}$

(B) ☐ $-\sqrt{2}$

(C) ☐ $-i\sqrt{2}$

(D) ☐ $e^{\sqrt{2}}$

Aufgabe 4:

http://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/kurse/kurs7/kurs7_broschuere.pdf

7.8 Komplexer Widerstand in Wechselstromnetzwerken

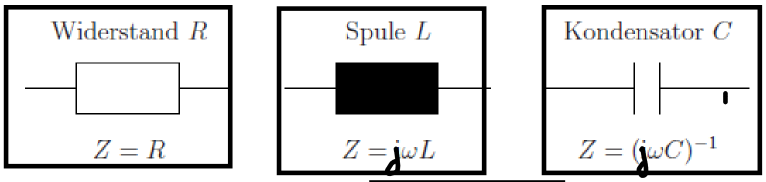
Für die Analyse linearer Wechselstromnetzwerke ist die komplexe Schreibweise vorteilhaft. Schreibt man für die Spannung und Stromstärke

$$U(t) = U_0 e^{j(\omega t+\varphi)}, \quad I(t) = I_0 e^{j(\omega t+\psi)},$$

so ist der komplexe Widerstand

$$Z = U(t)/I(t)$$

zeitunabhängig. Für die Grundelemente



addieren sich die komplexen Widerstände bei Serienschaltung:

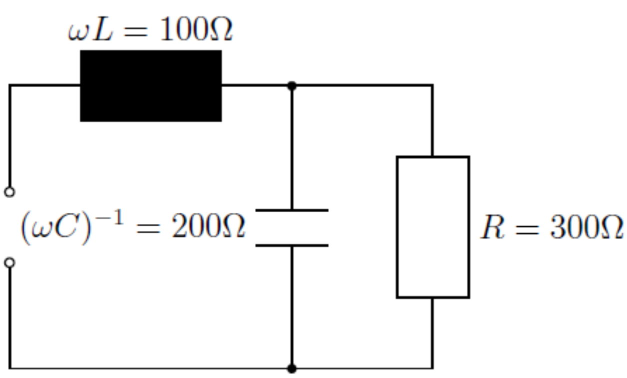
$$\boxed{Z_{\text{gesamt}} = Z_1 + Z_2}$$

und ihre Kehrwerte bei Parallelschaltung:

$$\frac{1}{Z_{\text{gesamt}}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Z_{\text{gesamt}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}}$$

Man bezeichnet $\operatorname{Re} Z$ als Wirkwiderstand, $\operatorname{Im} Z$ als Blindwiderstand und $|Z|$ als Scheinwiderstand oder Impedanz.

Beispielsweise beträgt für den Schaltkreis



der Gesamtwiderstand

$$Z_{\text{gesamt}} = \mathrm{i}\omega L + \frac{R(\mathrm{i}\omega C)^{-1}}{R + (\mathrm{i}\omega C)^{-1}}.$$

Hinweis: $(j\omega C)^{-1} = \frac{1}{j}(\omega C)^{-1}$

Berechnen Sie den Gesamt-Widerstand mit den gegebenen Werten:

$$Z_{ges} = j\omega L + \frac{R\cdot(j\omega C)^{-1}}{R + (j\omega C)^{-1}}$$

Gegebene Werte: $\omega L = 100\,\Omega$
$R = 300\,\Omega$
$(\omega C)^{-1} = 200\,\Omega$

Aufgabe 5:
Berechnen Sie die Linearfaktorzerlegung für das Polynom

$$f(x) = x^2 + 4x + 13$$

Aufgabe 6:
a) Zeigen Sie, dass $z_1 = 1 + 2j$ eine Nullstelle des Polynoms $P(z) = z^3 + z + 10$ ist.
Spalten Sie dafür den entsprechenden Linearfaktor $(z - z_1)$ vom Polynom $P(z)$ ab.

b) Andere Aufgabenstellung/ andere Vorgensweise: Bestimmen Sie die Nullstellen und die Linearfaktorzerlegung für das gegebene Polynom $P(z) = z^3 + z + 10$. Eine Nullstelle ist $z_1 = 1 + 2j$.

Aufgabe 7:

a) Bestimmen Sie das quadratische Polynom, dessen eine Nullstelle $x_1 = 4 + j \cdot 3$ ist.

b) $p(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 8x - 12$

Hinweis: $x_1 = 2j$ *ist eine Nullstelle des gegebenen Polynoms.*

Berechnen Sie für die gegebenen Polynome die Linearfaktorzerlegung.

bereits in der Vorlesung 3 behandelt

Aufgabe 8:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge für die folgende Ungleichung:

$$1 \leq |z - 4 - 3j| < 2$$

Aufgabe 9:

Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $z^3 + 1 = 0$.

Aufgabe 10:

Gegeben ist die komplexe Zahl $z = \dfrac{a + 2j}{1 + \frac{1}{j}}$.

Bestimmen Sie den Parameter a so, dass die komplexe Zahl auf der Winkelhalbierenden eines der 4 Quadranten des kart. Koordinatensystems liegt.

•