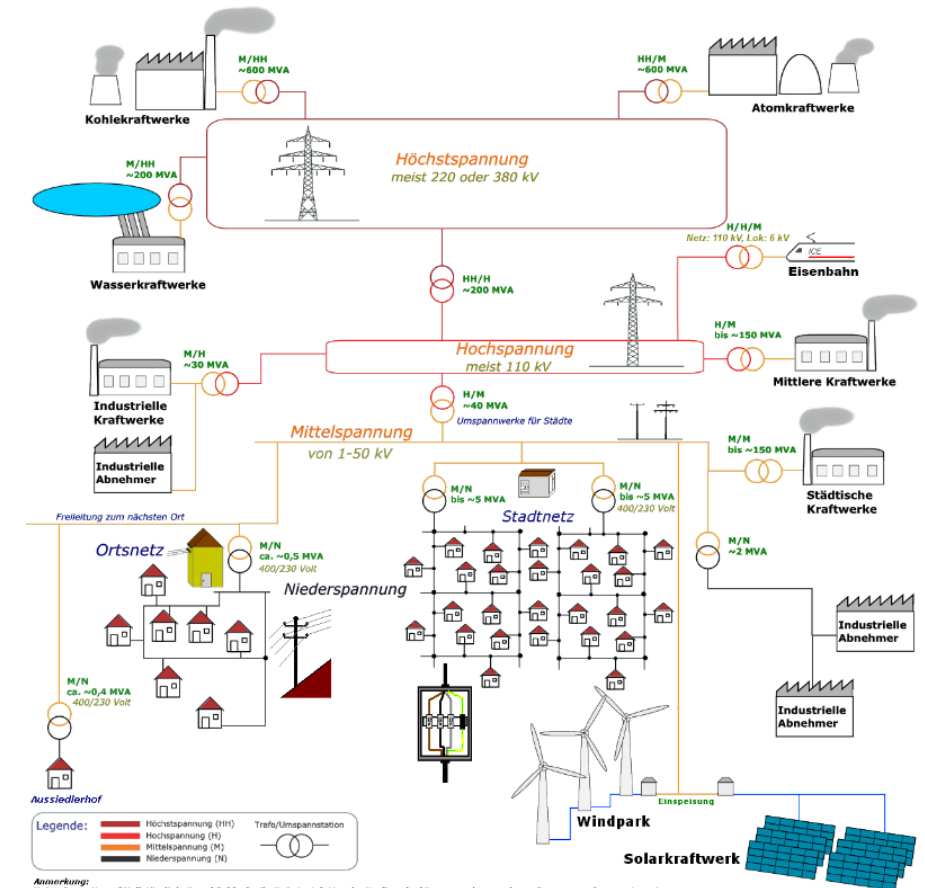


GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK ET1

Teil 1b: Einführung in die Wechselspannungsrechnung



Graphik:

<http://de.wikipedia.org/wiki/Stromnetz>

TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

1.9.6 Rechteckförmige Signale

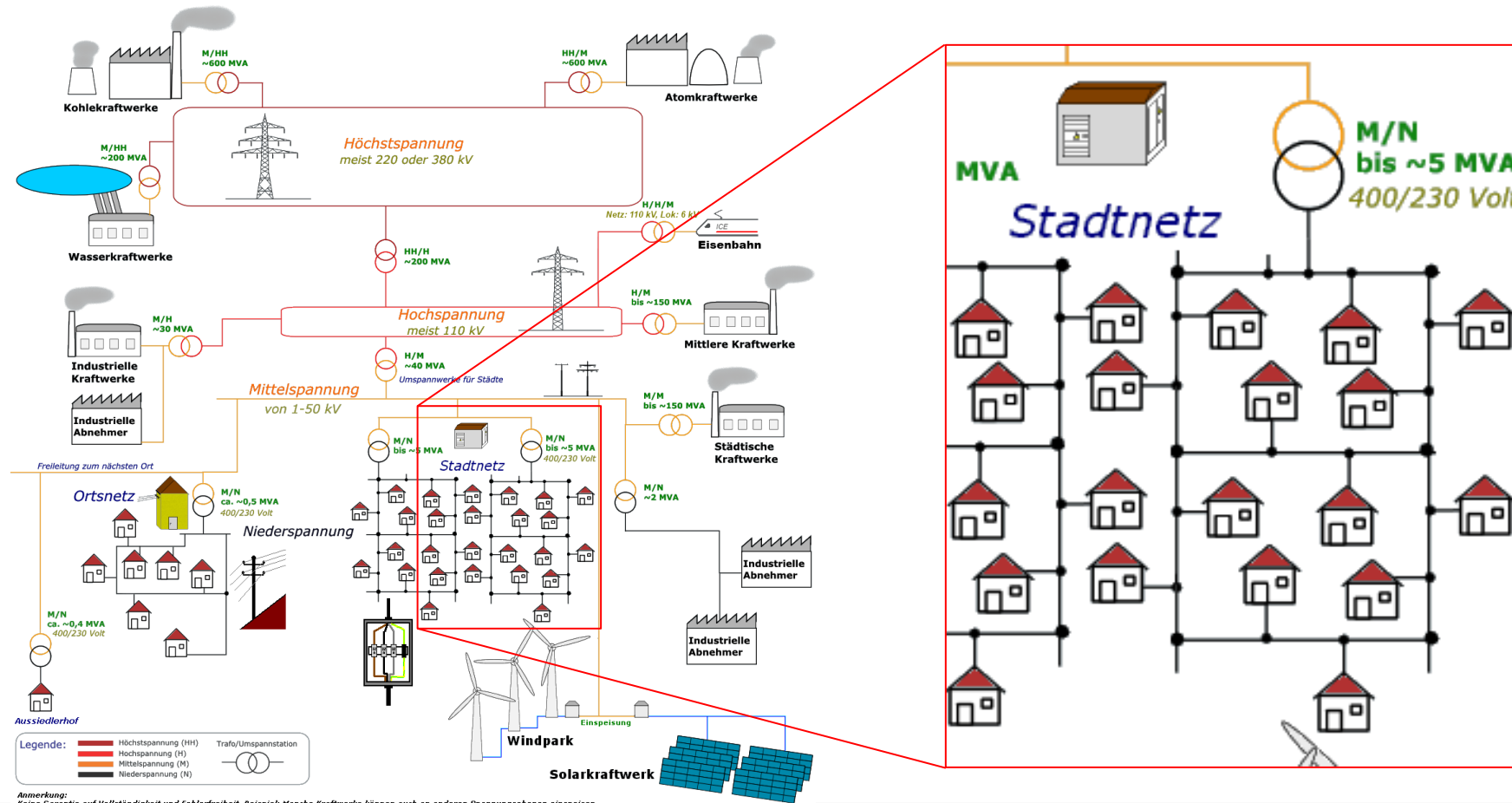
1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

PROBLEMSTELLUNG

Stromnetz versorgt Haushalte mit Wechselspannung



Graphik: <http://de.wikipedia.org/wiki/Stromnetz> (Bitte mal reinschauen!)

PROBLEMSTELLUNG



Kernfragen der Vorlesung

1. Was ist Wechselspannung?
2. Wie kann man sie messen?
3. Wie kann man sie verändern?

Man unterscheidet:

Gleichstrom

DC: Direct Current

Wechselstrom

AC: Alternating Current

TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

1.9.6 Rechteckförmige Signale

1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

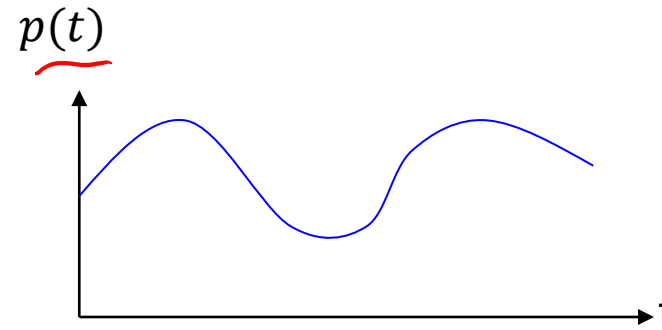
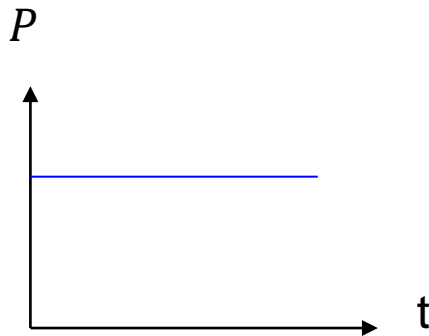
WECHSELGRÖßEN

zeitlich veränderliche Größen in **Kleinbuchstaben** u, i, \dots

$$P = \text{const.}$$

aber

$$\underbrace{p(t)} = \underbrace{f(t)}$$



Kurzform bei Spannung und Strom:

$$u(t) = u$$

$$i(t) = i$$

PERIODISCHE GRÖßEN

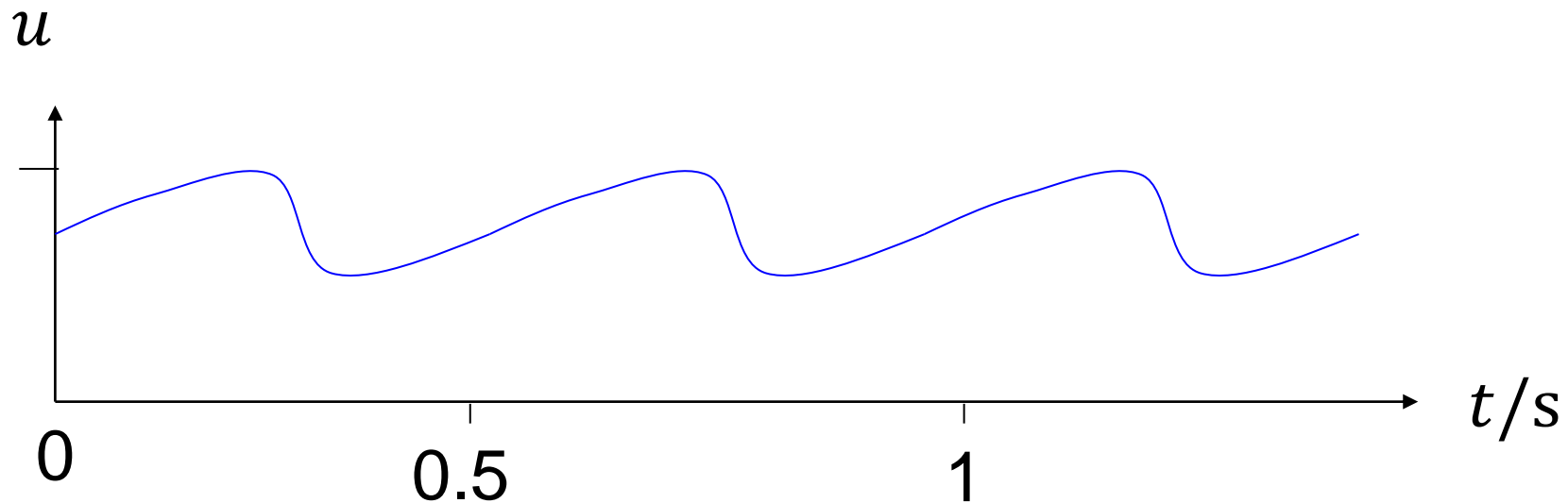
Periodische Funktion: wiederholt ihre Werte nach einer bestimmten Zeit T

Schwingung: periodischer Vorgang innerhalb der Periode T

Frequenz: $f = \frac{1}{T}$ $[f] = \frac{1}{s} = 1 \text{ Hertz (1 Hz)}$
Anzahl der Schwingungen pro Sekunde

Scheitelwert u_s : maximaler Wert des Signals

Amplitude \hat{u} : maximale Auslenkung um die Ruhelage



TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

1.9.6 Rechteckförmige Signale

1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

KENNGRÖßEN PERIODISCHER SCHWINGUNGEN

Die wesentlichen Kenngrößen neben Amplitude und Frequenz:

1. Mittelwert

Frage: Um welchen Wert oszilliert die Spannung?

2. Gleichrichtwert

Welcher Mittelwert ergibt sich nach Gleichrichtung?

3. Effektivwert

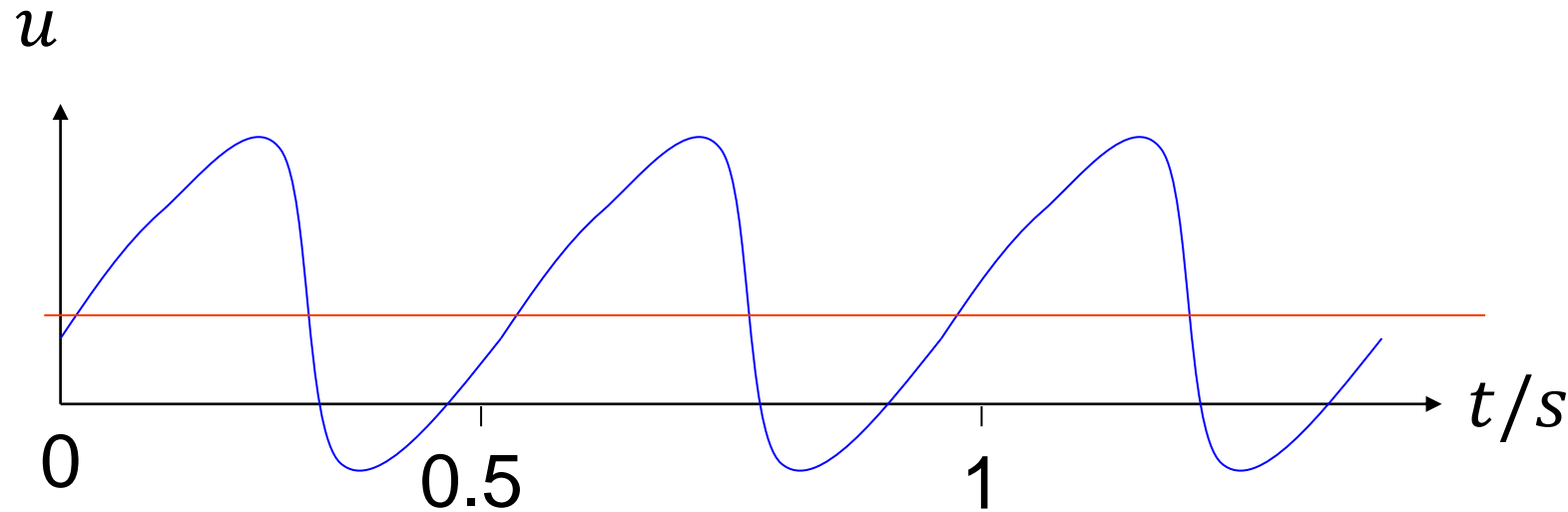
Welche Gleichspannung führt zu der gleichen Leistung?

MITTELWERT \bar{u}

Arithmetisches Mittel von u von einer Periode

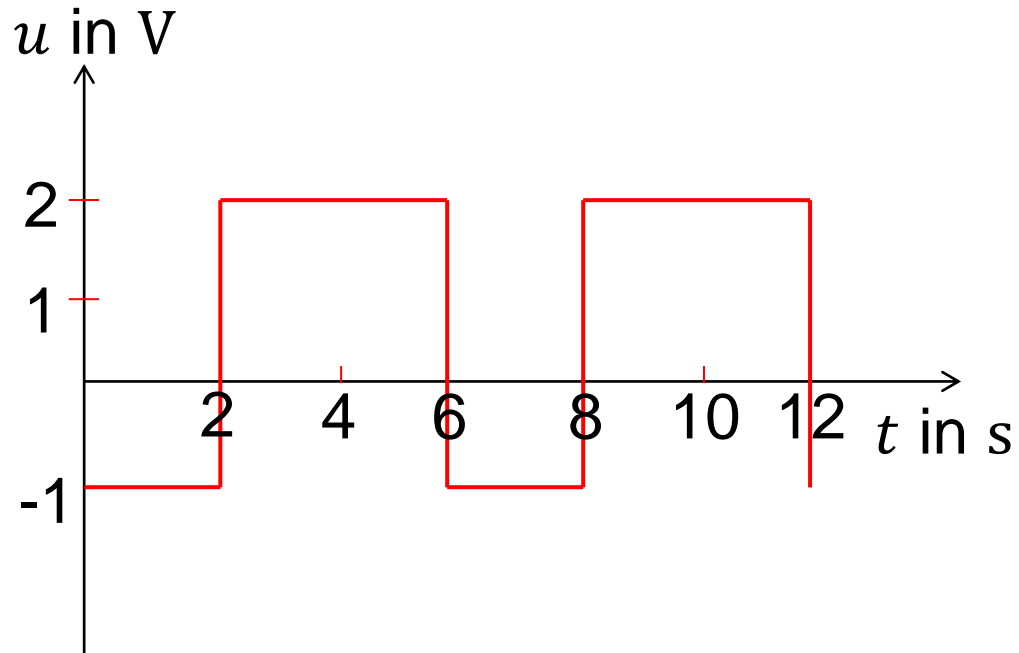
$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u \, dt$$

Integral = Fläche zwischen Kurve und x-Achse über eine Periode
aber: Flächen unterhalb der x-Achse zählen negativ.



AUFGABE ZUM MITTELWERT

Berechnen Sie den Mittelwert für das folgende Signal:



$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt$$

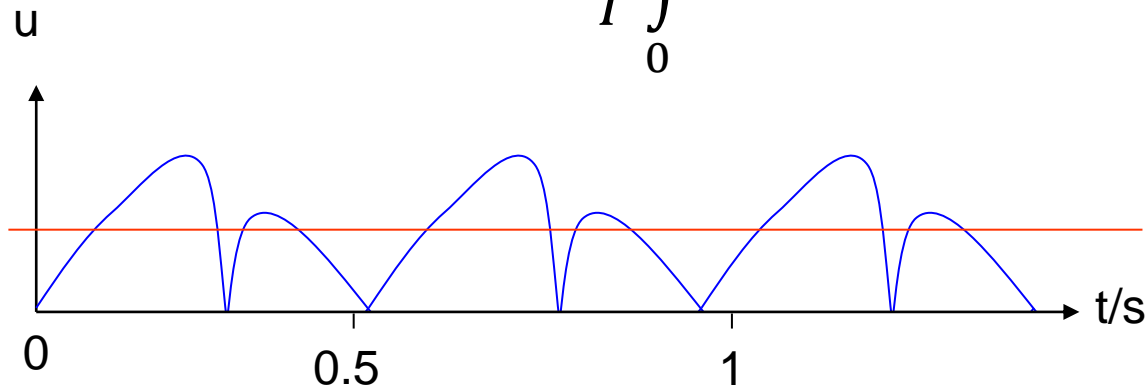
Lösung:

- A. -1 V
- B. 0 V
- C. $\frac{1}{2}$ V
- D. 1 V

GLEICHRICHTWERT $\overline{|u|}$

Arithmetisches Mittel des Absolutwertes von einer Periode

$$\overline{|u|} = \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt$$



Gleichrichtwert =

WIRKLEISTUNG ALS MASSSTAB

- **Frage:**

Widerstände kann man für verschiedene Leistungen kaufen. Müssen wir dazu die maximal anfallende Spitzenleistung oder die durchschnittliche Leistung berücksichtigen?

- **Wirkleistung** P

Mittelwert der Momentanleistung $p(t)$

$$P = \bar{p} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

IDEE DES EFFEKTIVWERTES (RMS)

Frage:

Welcher Gleichstrom erzeugt die gleiche Wärme in einem Widerstand, wie ein gegebener Wechselstrom?

AC:

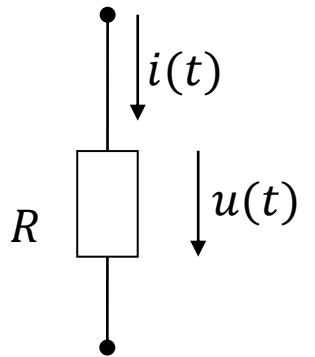
$$p(t) =$$

$$\bar{p} =$$

DC:

$$P =$$

$$\Rightarrow P = \bar{p}$$



EFFEKTIVWERT (RMS VALUE)

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

Diagram illustrating the components of the RMS formula for current I :

- square**: Points to the i^2 term inside the integral.
- mean**: Points to the $\frac{1}{T} \int_0^T$ term, representing the average over one period T .
- root**: Points to the outer square root symbol $\sqrt{}$.

Effektivwert des Stroms:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

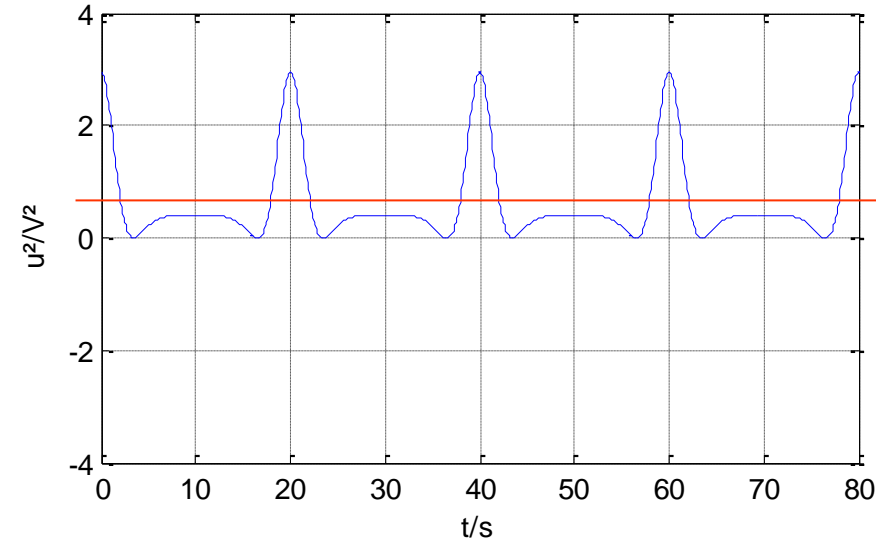
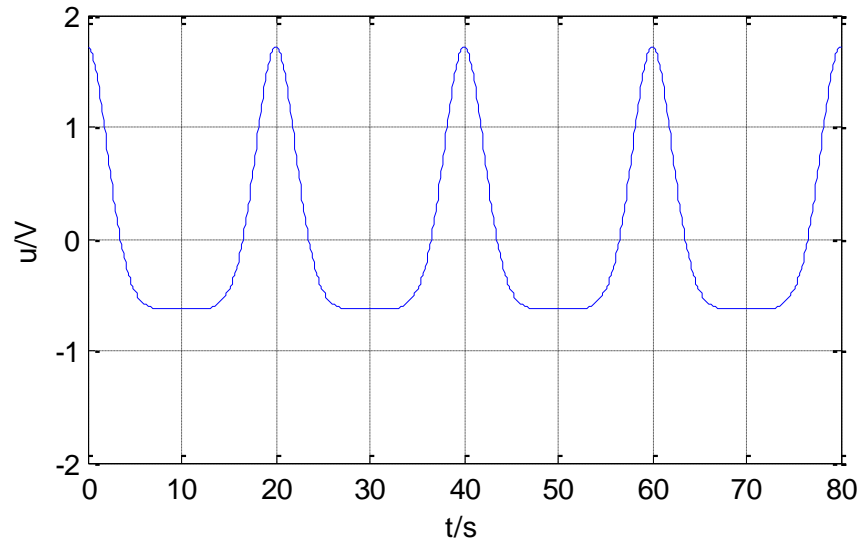
Effektivwert der Spannung:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$$

BESTIMMUNG DES EFFEKTIVWERTES

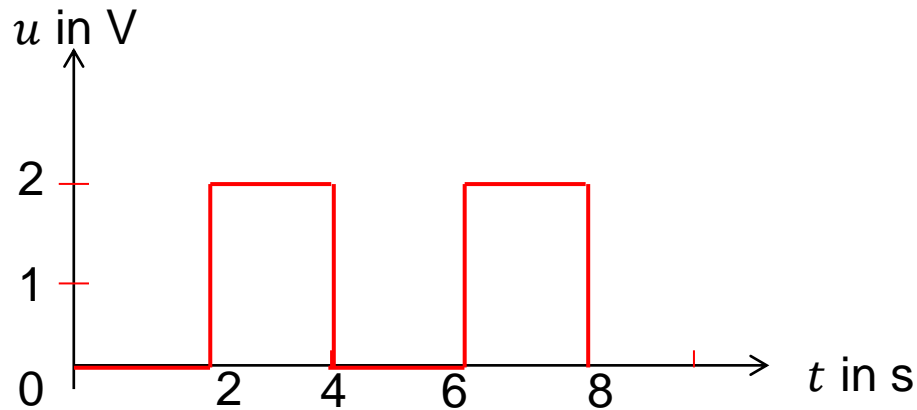
1. Quadrieren
2. Mittelwert
3. Wurzel

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$$



BESTIMMUNG DES EFFEKTIVWERTES

Bestimmen Sie den Effektivwert des folgenden Signals:



$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$$

Lösung:

- A. 0,00 V
- B. 1,00 V
- C. 1,41 V
- D. 2,00 V

WOZU IST DER EFFEKTIVWERT GUT?

- Periodische Funktionen durch den Effektivwert beschrieben
⇒ Formeln aus der Gleichstromanalyse nutzbar

Beispiel zur Ermittlung einer Leistung in R aus Spannung:

$$P =$$

⇒ Wir kommen ohne Integralrechnung aus !

Wenn bei Wechselspannungsgrößen keine weiteren Angaben stehen, handelt es sich um den Effektivwert.

SPITZE-TAL-WERT UND SCHEITELWERT

Zwei weitere Kenngrößen werden wir im Labor verwenden:

Spitze-Tal-Wert (peak-to-peak value) u_{pp}

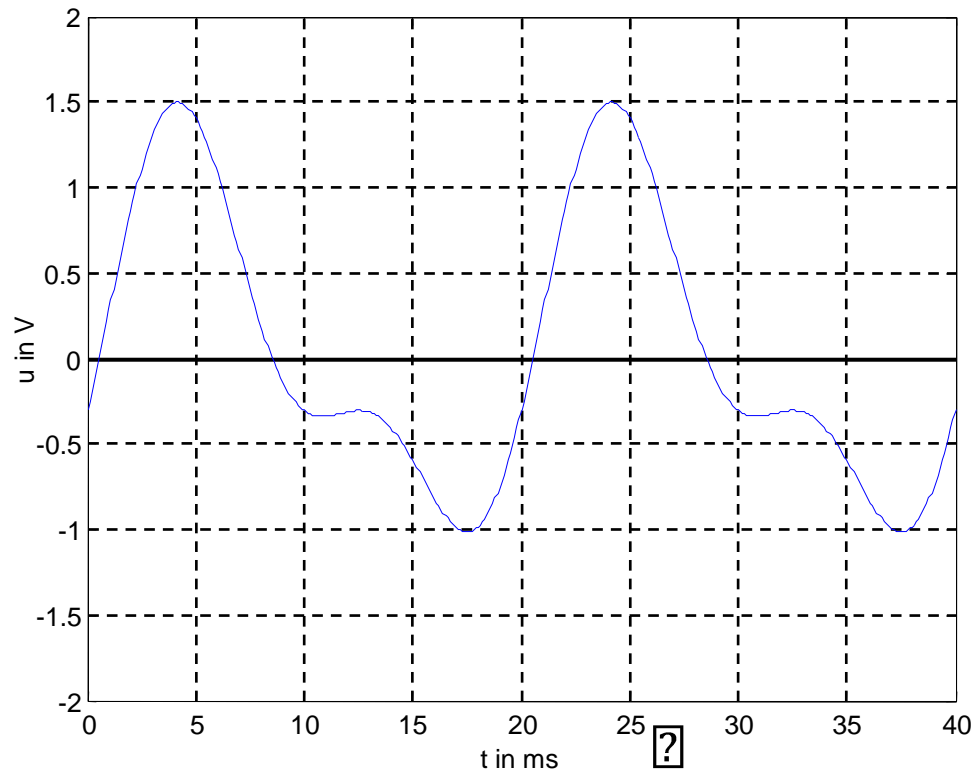
- (laut DIN, aber gebräuchlich ist der Begriff Spitze-Spitze-Wert)
- Differenz zwischen Maximum und Minimum in einer Periode

Scheitelwert (peak value oder crest value) u_s (manchmal auch \hat{u})

- Maximaler Betrag der Größe in einer Periode

AUFGABE ZU SPITZE-TAL- UND SCHEITELWERT

- a) Bestimmen Sie den Spitze-Spitze-Wert und Scheitelwert.
b) Wie groß ist der Mittelwert des Signals?



Lösung

- A. $u_{pp} = 2,5 \text{ V}$
B. $u_{pp} = 1,5 \text{ V}$
C. $u_S = 1,5 \text{ V}$
D. $u_S = -1 \text{ V}$
E. $\bar{u} = 0 \text{ V}$
F. $\bar{u} = 0,05 \text{ V}$

$$u = \left[\sin(\omega t) + 1/2 \cdot \sin(2\omega t - \pi/4) + 0.05 \right] \text{ V}$$

VERHÄLTNISZAHLEN FÜR SIGNALFORM

Scheitelfaktor (Crest factor) k_S $\frac{U_S}{U}$

Formfaktor F (auch k_F) $\frac{U}{\overline{|u|}}$

Aufgabe:

Bestimmen Sie den Scheitelfaktor und Formfaktor für eine Gleichspannung von 1 V.

Lösung

- A. $k_S = 1,414$
- B. $k_S = 1$
- C. $F = 0,707$
- D. $F = 1$

TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

1.9.6 Rechteckförmige Signale

1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

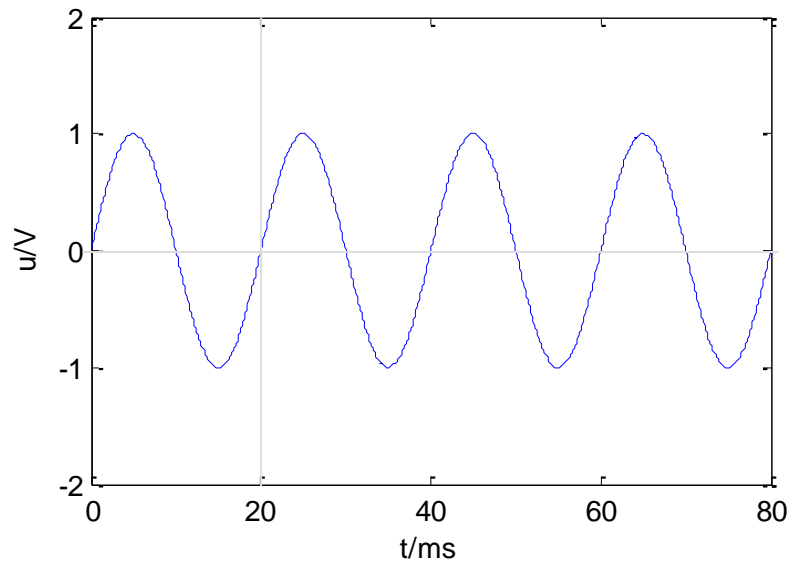
1.9.4 SINUSFÖRMIGE GRÖßEN

$$u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

mit: \hat{u}

$$\omega = 2\pi f$$

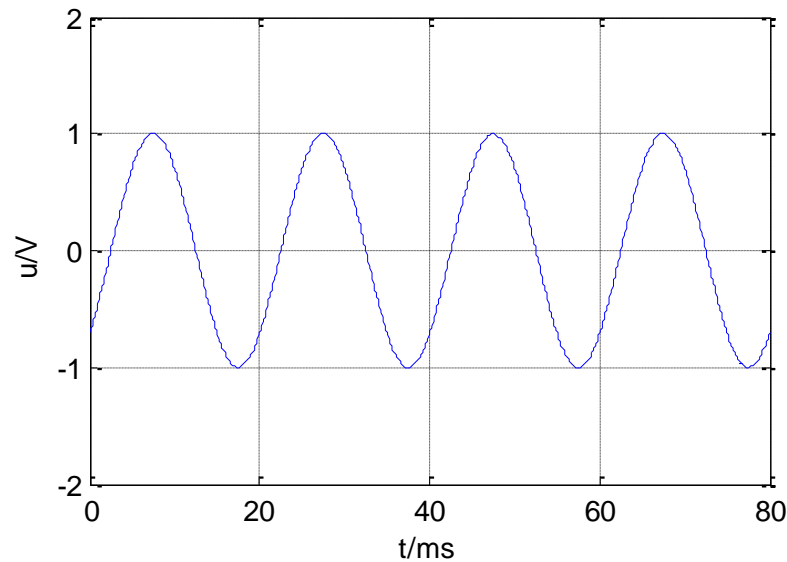
φ_0



Hier: $\hat{u} =$

$T =$

$\varphi_0 =$



verzögert: $\varphi_0 =$

SINUSFÖRMIGE GRÖßEN

Es sei das folgende Sinussignal gegeben: $i = \hat{i} \sin \omega t$

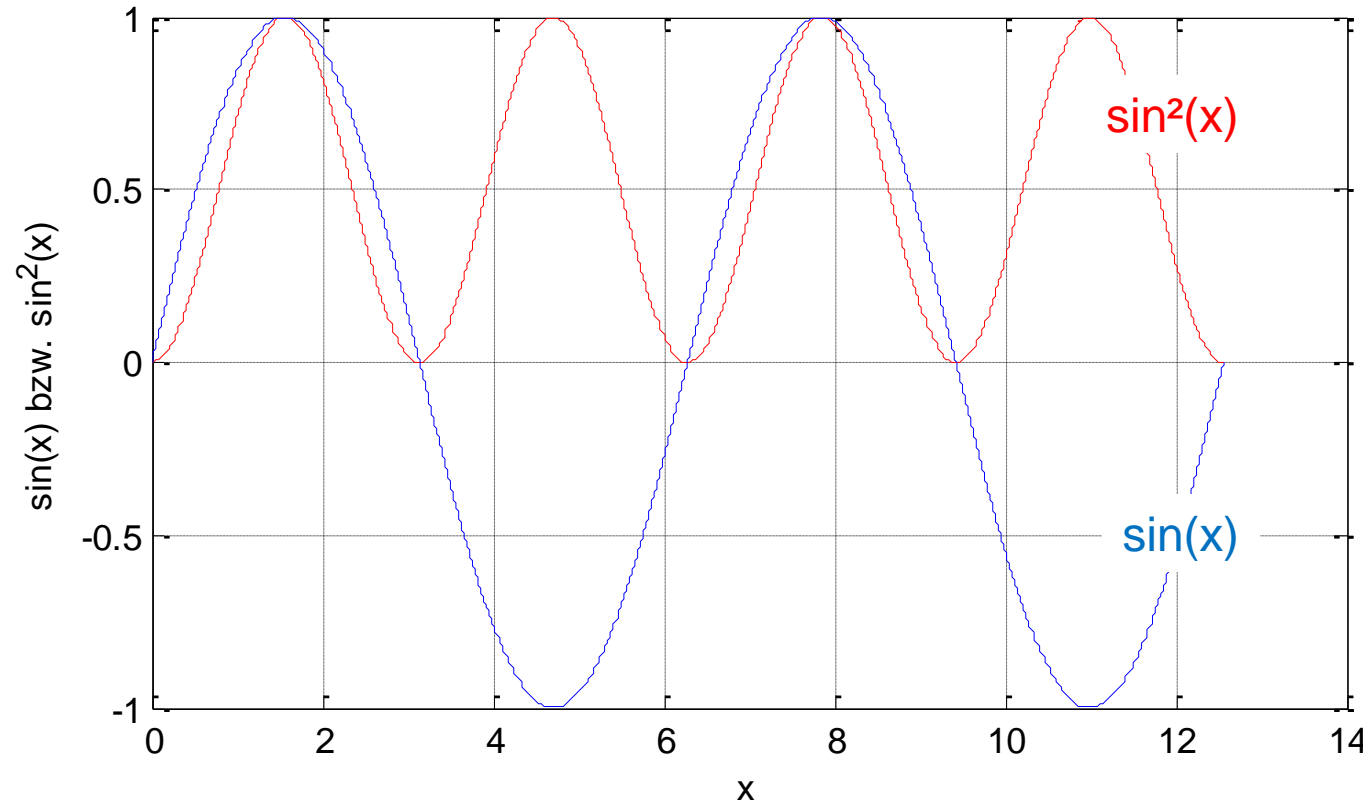
1. Wie groß ist der Mittelwert? $\bar{i} =$
2. Wie groß ist der Effektivwert? $?$

- Gesucht: Effektivwert
Gleichstrom I , der in einem Widerstand R die gleiche Leistung $P_{DC} = U I = R I^2$ umsetzt, wie der Wechselstrom

- Lösung über $I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt} =$

EXKURS: TRIGONOMETRISCHE FORMELN

Einfachere Schreibweise für \sin^2 ohne Exponent ?



Es gilt: $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$

(siehe z.B. http://de.wikipedia.org/wiki/Formelsammlung_Trigonometrie)

2.4 SINUSFÖRMIGE GRÖßEN → EFFEKTIVWERT

Es folgt mit: $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$

$$\begin{aligned} I &= \hat{i} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T \sin^2(\omega t) dt} = \hat{i} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \right] dt} \\ &= \hat{i} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left[\int_0^T \frac{1}{2} dt - \int_0^T \frac{1}{2} \cos(2\omega t) dt \right]} \end{aligned}$$

SINUSFÖRMIGE GRÖßEN

Mittelwert

$$\bar{i} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = 0$$

Effektivwert

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{i}$$

ganz analog gilt dies für sinusförmige Spannungen !!

TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

1.9.6 Rechteckförmige Signale

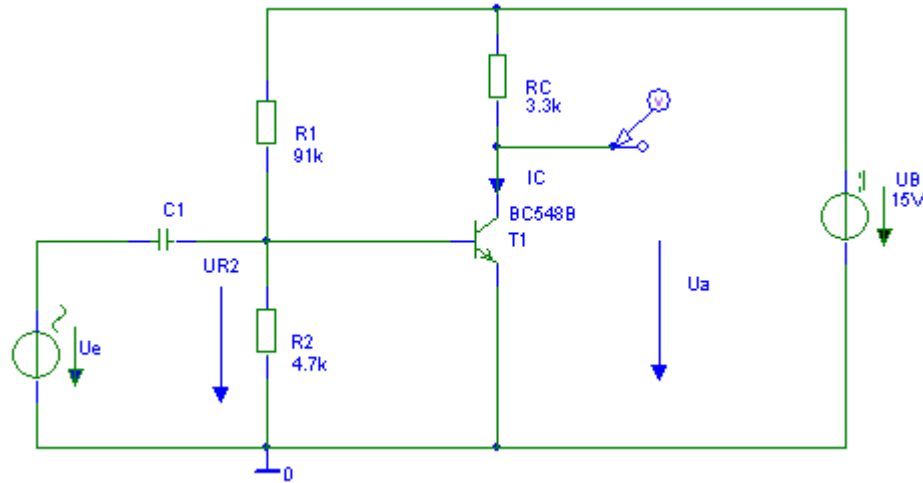
1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

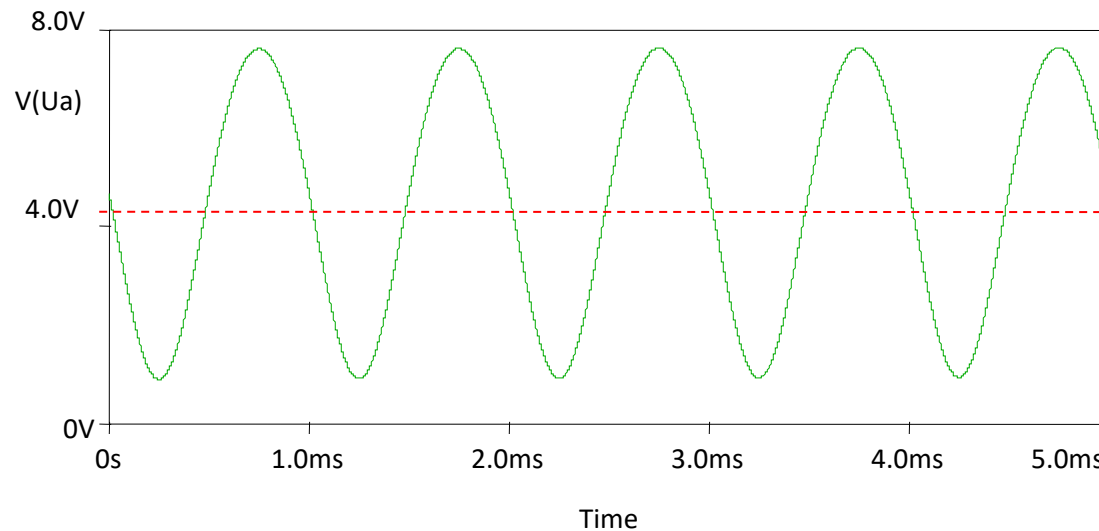
GLEICHANTEIL UND WECHSELANTEIL

Beispiel:



Ausgangssignal: $u(t) = \bar{u} + u_{\sim} = \bar{u} + \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

wobei:



\bar{u} :

u_{\sim} :

\hat{u} :

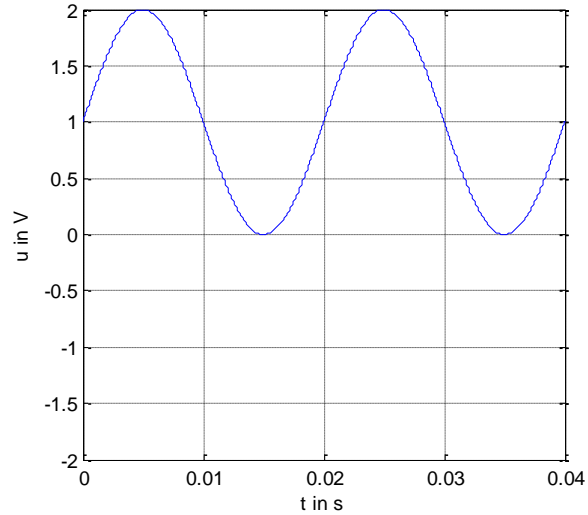
DER WAHRE EFFEKTIVWERT - TRMS

True RMS = Effektivwert unter Berücksichtigung von
Gleich- und Wechselspannungsanteil

Der True RMS-Wert U ergibt sich aus dem Gleichanteil \bar{u} und dem Effektivwert des Wechselanteils U_{\sim} wie folgt:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\bar{u} + u_{\sim})^2 dt} = \sqrt{\bar{u}^2 + U_{\sim}^2}$$

BEISPIEL ZU TRMS-BERECHNUNG



Bestimmung des wahren Effektivwertes
des abgebildeten Signals:

$$u(t) = 1V + 1V \sin(\omega t)$$

1. Bestimmung des Gleichanteils

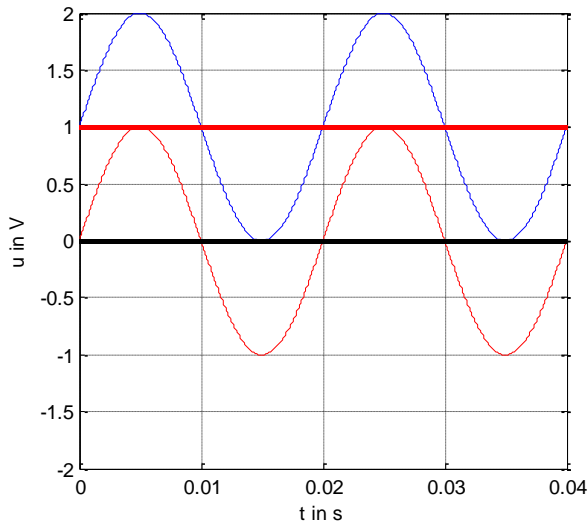
$$\bar{u} =$$

2. Bestimmung des Effektivwertes des
Wechselanteils U_{\sim}

$$U_{\sim} =$$

3. Bestimmung des TRMS

$$U = \sqrt{\bar{u}^2 + U_{\sim}^2} =$$



UNECHTER EFFEKTIVWERT

Was zeigt ein Drehspulinstrument für $u = \hat{u} \sin \omega t$

a) bei Wechselspannung

b) bei Wechselspannung nach Gleichrichtung:

Wie kann man dies Nutzen, um den Effektivwert anzuzeigen?

UNECHTER EFFEKTIVWERT

Messtechnisch kostengünstige Alternative für Meßgeräte
(nicht TRMS-fähige Multimeter, s.a. Laborversuch)

1. interne Gleichrichtung des Wechsignals
2. Bestimmung des Mittelwertes (Gleichrichtwert)
3. Berechnung des RMS über Formfaktor für Sinusspannung
4. Anzeige des Wertes $U = k_F |\bar{u}|$ als RMS

AUFGABE: FORMFAKTOR BEI SINUSSIGNAL

Aufgabe:

Wie groß ist der Formfaktor k_F bei einem Sinussignal?

Bei einem sinusförmigen Signal ohne Gleichanteil gilt: $\overline{|u|} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{u}$

Wie groß ist der zugehörige Formfaktor $F = \frac{U}{\overline{|u|}}$?

Lösung:

A. 1

B. 1,11

C. 1,41

VORSICHT: DAS GIBT ES AUCH IM LABOR!

Keine echte Messung des Effektivwertes z.B. bei MetraHit 15S

Wann funktioniert das?

Wie können Sie einfach testen, ob ein Messgerät eine echte Effektivwert-Messung durchführt?



TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

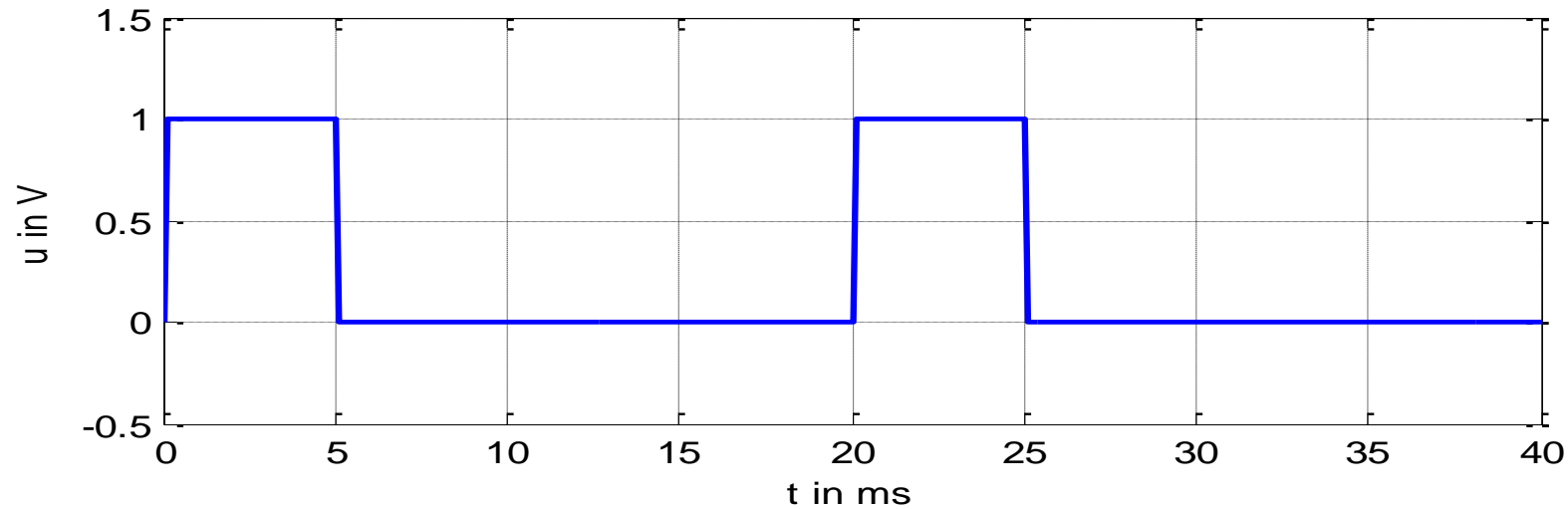
1.9.6 Rechteckförmige Signale

1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

RECHTECKFÖRMIGE SIGNALE



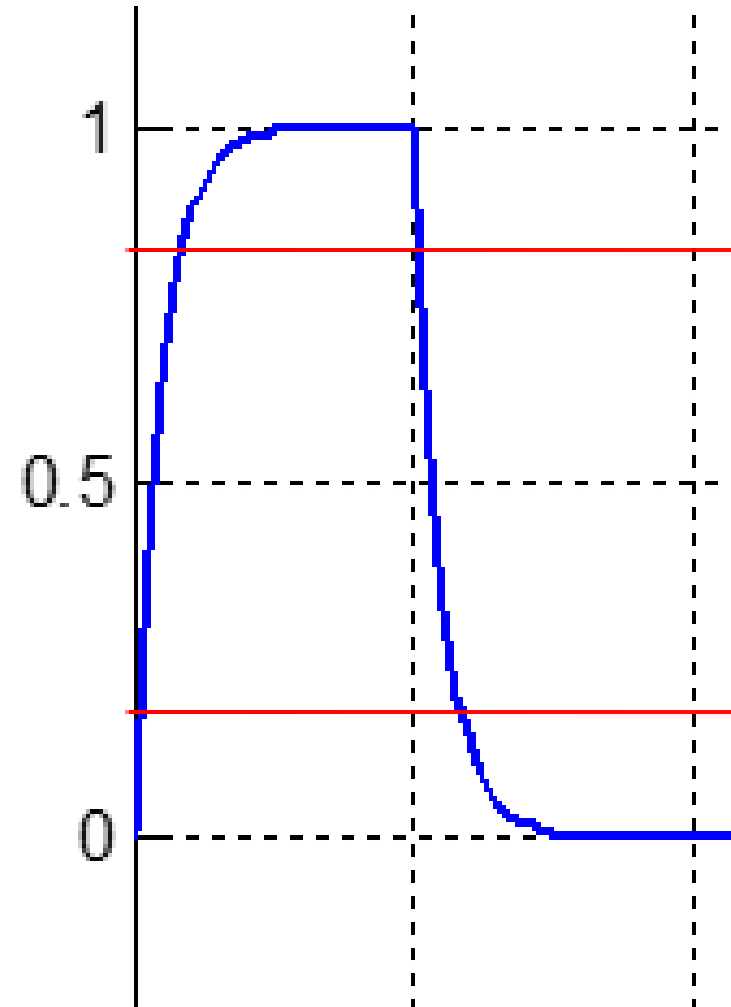
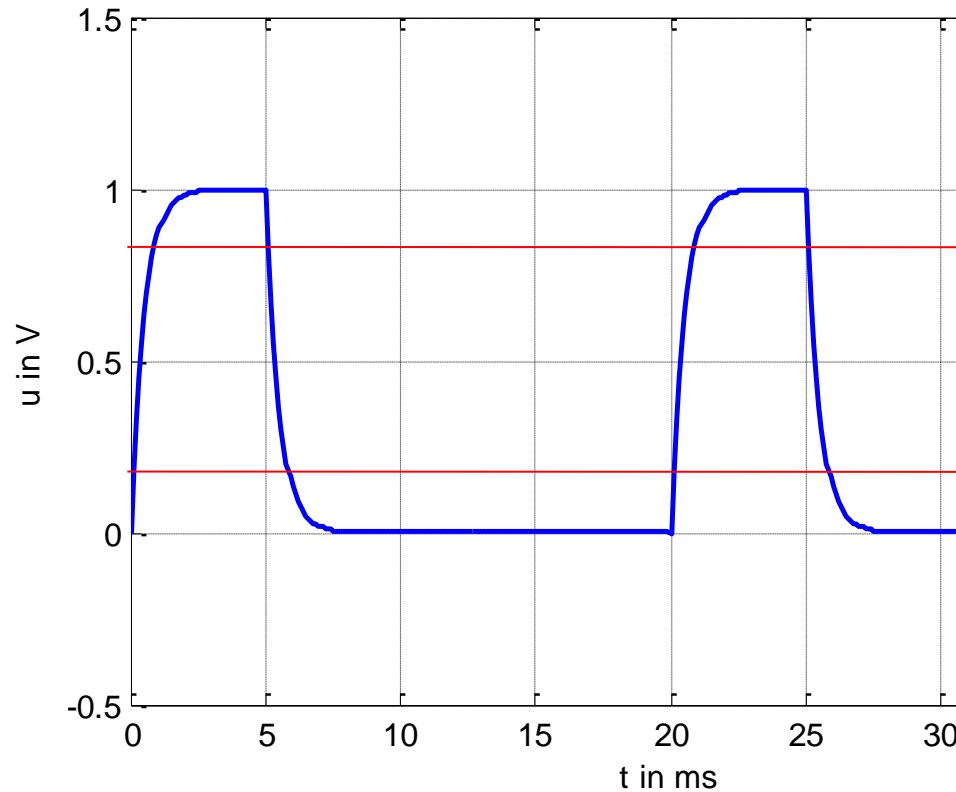
T : Periodendauer

t_{on} : Dauer des High-Pegels

t_{off} : Dauer des low-Pegels

$$a = \frac{t_{on}}{T} : \text{Tastverhältnis}$$

BESTIMMUNG DER ZEITKONSTANTEN



t_{on} : Anschaltdauer

t_{off} : Ausschaltdauer

t_r : Anstiegszeit (rise time)

t_f : Abfallzeit (fall time)

TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

1.9.6 Rechteckförmige Signale

1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

DIGITALES MULTIMETER

Wichtige Meßfunktionen

Position 1: Spannungsmessung

Parallel zur Quelle, Gerät ist hochohmig

Dies ist die Grundeinstellung bei der Inbetriebnahme und beim Wegräumen!

Position 2: Strommessung

Strom fließt durch das Meßgerät durch.

Meßgerät verhält sich wie ein Kurzschluß.

Position 3: Widerstandsmessung

Meßgerät nutzt eingebaute Batterie und treibt Strom durch den Widerstand.

Nie in einer Schaltung messen, Widerstand muss direkt angeschlossen werden.



DIGITALES MULTIMETER

Aufgabe: Benennen Sie die Betriebsart und ermitteln Sie die angezeigte Größe für das Signal.

Position 1:

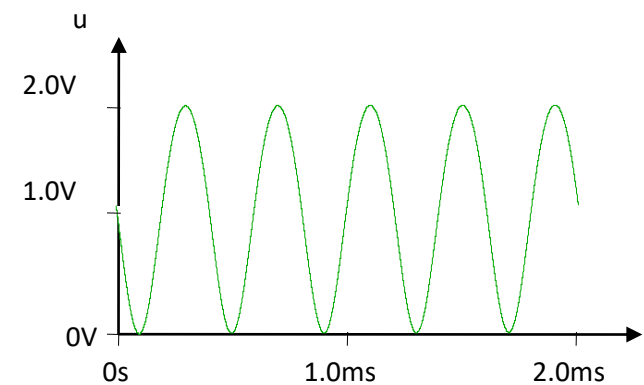
Wert:

Position 2:

Wert:

Position 3:

Wert:



TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

1.9.6 Rechteckförmige Signale

1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

WECHSELSPANNUNGSLEISTUNG

Bei **ohmscher Last** an einer Quelle
(kein Kondensator, keine Spule, kein Motor, ...)
dann Leistungsberechnung wie im Gleichstromfall
mit Effektivwerten:

$$P = U I \quad (\text{Definition der Leistung})$$

$$U = R I \quad (\text{Ohmsches Gesetz})$$

$$\Rightarrow P =$$

WECHSELSPANNUNGSLEISTUNG

Anwendungsbeispiel: Wasserkocher

Leistungsangabe auf Typenschild $P = 2300 \text{ W}$ / Netzspannung $U = 230 \text{ V}$

a) Welcher Strom fließt während des Betriebs?

b) Wie groß ist der Widerstand der Heizspirale?

c) Wie lange dauert es, bis 1 Liter Wasser kocht?

Es gelte für die Wärmeenergie $Q = m c \Delta T$ mit

m : Masse von 1 l Wasser

ΔT : Temperaturdifferenz und

$c = 4,182 \text{ Ws/(gK)}$ spezifische Wärmekapazität von Wasser



TEIL 1.9: EINFÜHRUNG WECHSELSPANNUNGSRECHNUNG

1.9.1 Problemstellung

1.9.2 Wechselgrößen

1.9.3 Kenngrößen für periodische Schwingungen

1.9.4 Sinusförmige Größen

1.9.5 Gleichanteil und Wechselanteil

1.9.6 Rechteckförmige Signale

1.9.7 Messinstrumente

1.9.8 Wechselspannungsleistung an ohmscher Last

1.9.9 Idealer Transformator

PROBLEMSTELLUNG

Beispielrechnung:

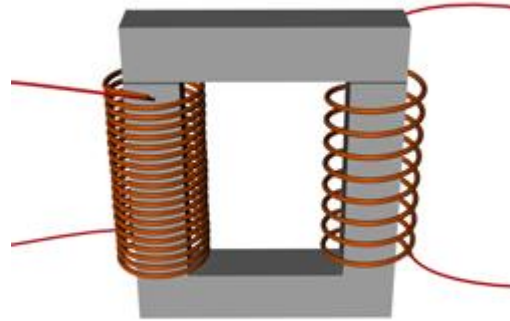
- a) Wie groß muss ein Vorwiderstand sein, damit eine 12 V, 20 W Halogenleuchte an einer 230 V Wechselspannung betrieben werden kann?
- b) Welche Verlustleistung entsteht am Widerstand?



TRANSFORMATOR: DIE BESSERE ALTERNATIVE

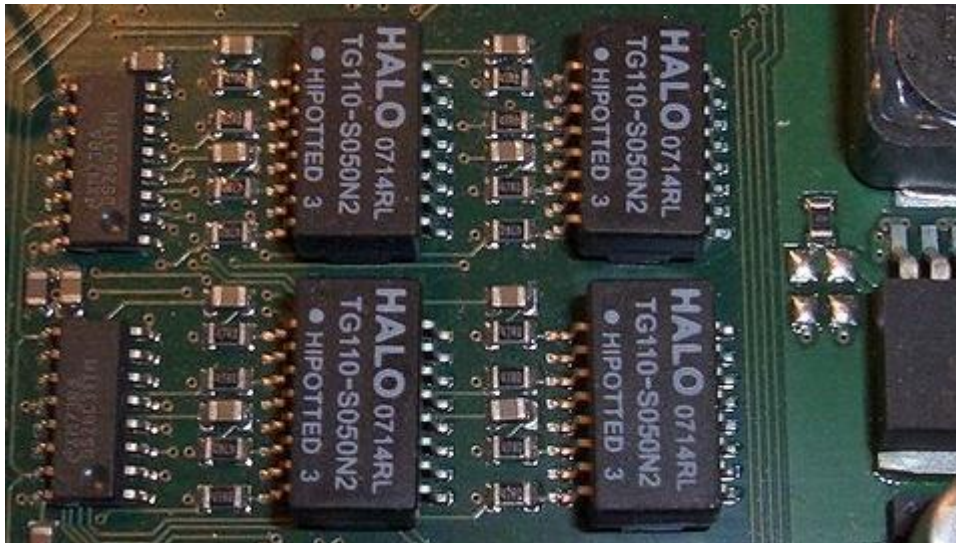
Transformation von **Wechselspannungen**

220 V ~

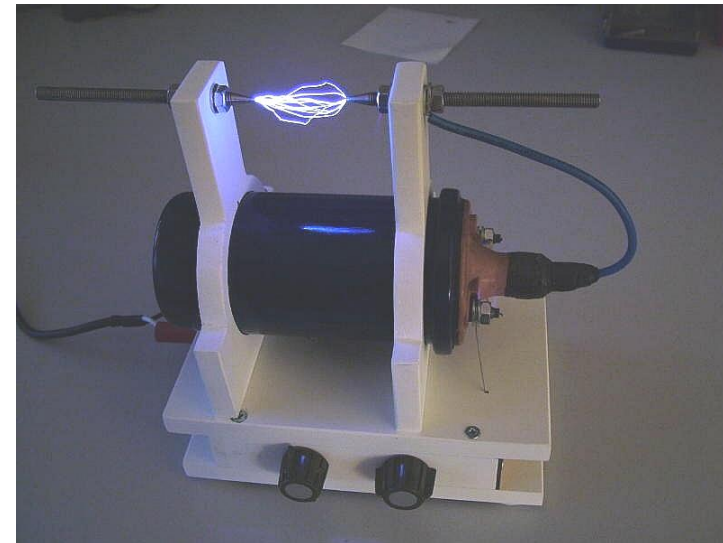


110 V ~

SMD-Signalübertrager für Ethernet

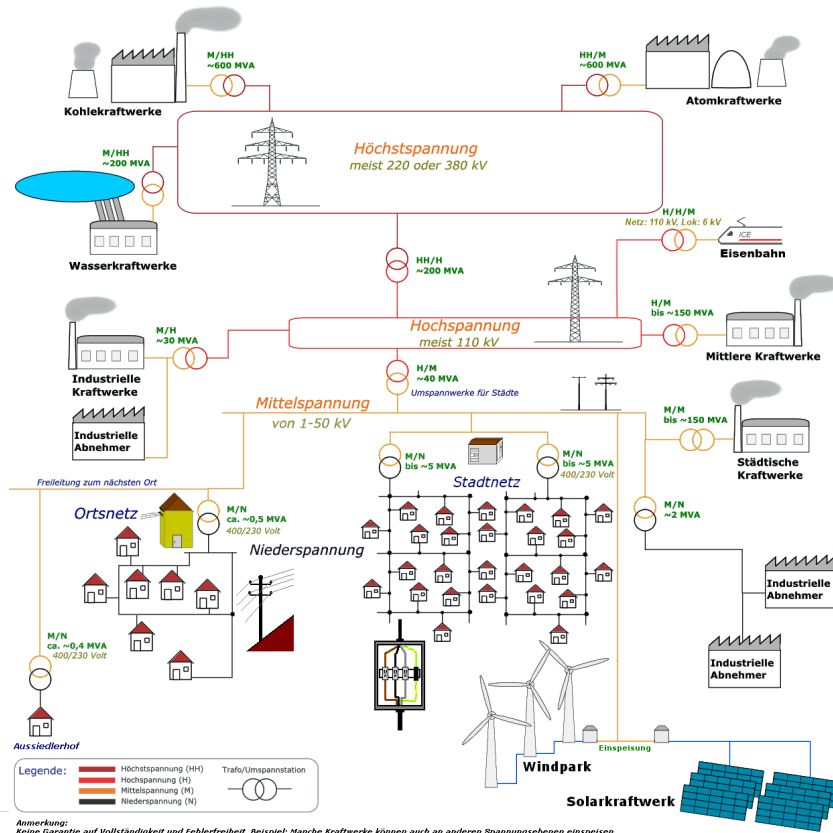


Zündspule im Auto



PROBLEMSTELLUNG

Transformation auf verschiedene Spannungspegel erforderlich



27 kV durch Generator
380 kV für Stromtransport
10 kV ins Transportnetz
400 V Drehstrom für Haushalte

Graphik: <http://de.wikipedia.org/wiki/Stromnetz>

TRANSFORMATOR → FUNKTION

Spule erzeugt
magnetisches Feld

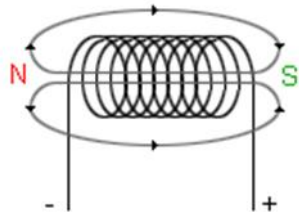
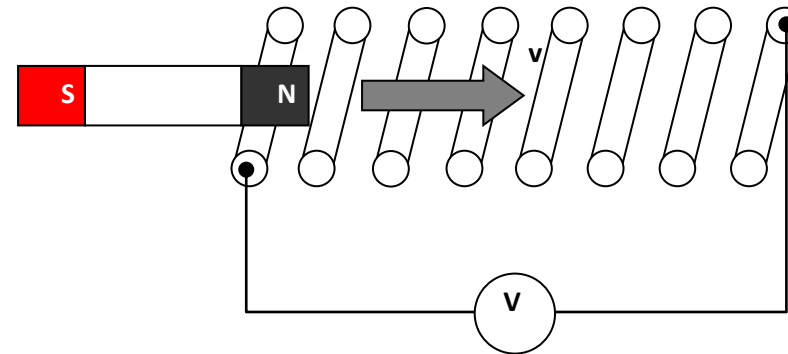


Abb.: Zylinderspule [www.phynet.de]



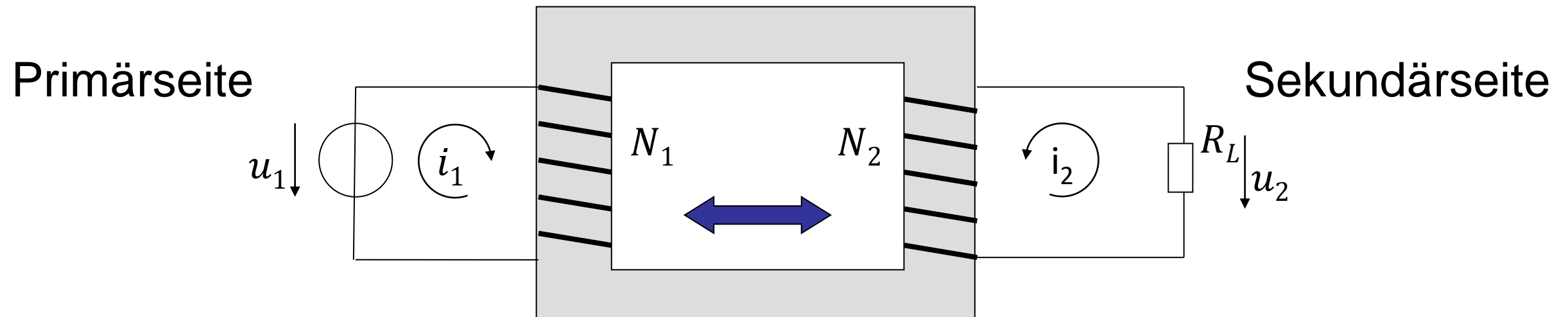
Feldänderung induziert
elektrische Spannung



TRANSFORMATOR → FUNKTION

Idee: Kombination von zwei Spulen

magnetisch gekoppelte Spulen bilden einen Transformator
Eisenkern führt die magnetischen Feldlinien



TRANSFORMATOR → BERECHNUNG

Es gilt das Induktionsgesetz für jede der beiden Spulen:

$$u = N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

N : Anzahl der Windungen der Spule
 Φ : magnetischer Fluss

idealer Transformator

⇒ magnetischer Fluß in beiden Spulen identisch $\Phi_1 = \Phi_2$

$$u_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} \quad \text{und} \quad u_2 = N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} \quad \text{mit} \quad \Phi_1 = \Phi_2$$

$$\Rightarrow \frac{u_1}{N_1} =$$

Spannungstransformation idealer Transformator: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}$

U_1 : Primärspannung; U_2 : Sekundärspannung

N_1 : Windungszahl der Primärwicklung; N_2 : Windungszahl der Sekundärwicklung

\ddot{u} : Übertragerverhältnis

TRANSFORMATOR → BERECHNUNG

Berechnung des Stromverhältnisses:

$$P_1 = U_1 I_1$$

$$P_2 = U_2 I_2$$

idealer Transformator:

$$P_1 = P_2 \quad \Rightarrow \quad U_1 I_1 =$$

Strom am Transformator:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

Hinweis: Transformator arbeitet nur bei Wechselspannung!
(ohne Magnetfeldänderung keine Induktion)

2.9 TRANSFORMATOR → AUFGABE

Aufgabe:

Ein Smartphone wird bei 5 V mit 2 A geladen. Das Ladegerät ist für eine Netzspannung von 230 V ausgelegt und besteht aus einem Transformator und einem Gleichrichter, der als vereinfachende Annahme über eine Sekundärspannung von 5V verfügt.

Wie groß ist die Stromaufnahme des Netzteils?

Lösung:

- A. 2 A
- B. 434 mA
- C. 43,4 mA

WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN ...

- Kenngrößen von Wechselgrößen definieren und bestimmen können
Scheitelwert, Spitze-Tal-Wert
- Kenngrößen periodischer Funktionen definieren und berechnen können
Periode, Frequenz, Amplitude, Formfaktor, Gleichrichtfaktor
- Effektivwert RMS einer sinusförmigen Wechselspannung berechnen
 $U =$
- Gleichanteil, Wechselanteil und TRMS berechnen können
 $U =$
- Kenngrößen von Rechtecksignalen definieren und bestimmen können
Periodendauer, Tastverhältnis, Rise time, Fall time
- Messen mit dem Multimeter
Spannungsmessung, Strommessung, Widerstandsmessung
Betriebsarten: DC, AC, Gesamt
- Leistungsberechnung bei Wechselspannung an ohmscher Last
- Idealer Transformator
Spannungs- , Stromverhältnis, Übertragungsfaktor berechnen können