HAW Hamburg – Fakultät TI
Department Informations- und Elektrotechnik
Prof. Dr.-Ing. Karin Landenfeld

Abschlussklausur Mathematik 1 / EE-B1
Termin: 26.1.2017

Name, Vorname	
Matrikelnummer	

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Aufgabe 6
Maximal erreichbare Punktzahl	16	20	14	12	20	14
Erreichte Punkte						

Erreichte Punkte gesamt	
Leistungspunkte	
Datum/ Unterschrift	

Hinweise:

- Schreiben Sie die Lösungen bitte soweit es geht **in die Aufgabenblätter.**
- Falls Sie zusätzliche **eigene Blätter** benötigen, nehmen Sie bitte für jede Aufgabe ein separates Blatt und beschriften Sie es oben mit Namen und Aufgabennummer.
- Stellen Sie Ihre **Lösungen mit dem Rechengang und der Begründung** nachvollziehbar dar. Bloßes Hinschreiben von Ergebnissen bringt keine Punkte.
- Erlaubte Unterlagen: 4 Seiten mit handschriftlich erstellter Formelsammlung, davon 1 Seite als Kopie erlaubt
- Kein Taschenrechner, kein Laptop, kein Kommunikationsgeräte, …!

Aufgabe 1 (16 Punkte): Folgen

(a) Berechnen Sie die nachfolgenden Grenzwerte der gegebenen Folgen:

(1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2+n+8}{4n^2+3}$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^{n+1}+2^n}{3^n}$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(4n^2-2n+17)^2}{(n+1)^4}$

(b) Analysieren Sie die gegebene Folge bzgl. ihrer Eigenschaften:

$$(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \; mit \; a_n = \frac{3^{n+1}+2^n}{3^n+2}$$

(1) Monotonie

(2) Beschränktheit

(3) Infimum

(4) Supremum

(5) Verhalten für $n \to \infty$

Aufgabe 2 (20 Punkte): Funktionen, Grenzwerte und Stetigkeit

a) Berechnen Sie den nachfolgenden Grenzwert

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(\ln(x))}{\ln(x)}$$

Hinweis: Verwenden Sie die Regeln von Bernoulli l'Hospital !

b) Bestimmen Sie die Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ für die gegebene Funktion $f(x)$ so, dass die Funktion stetig ist.

$$f(x) := \begin{cases} e^{ax+1} & \text{für } x \leq -1 \\ x^2 & \text{für } -1 < x < 1 \\ e^{x^2+b} & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

c) Ist die Funktion $f(x)$, die Sie unter b) bestimmt haben, in allen Punkten differenzierbar? Begründen/ Berechnen Sie die Differenzierbarkeit speziell an den Punkten $x = -1$ und $x = 1$.

d) Untersuchen Sie für die Funktion $f(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{x^2-1}$ folgende Punkte

1. Definitionslücken

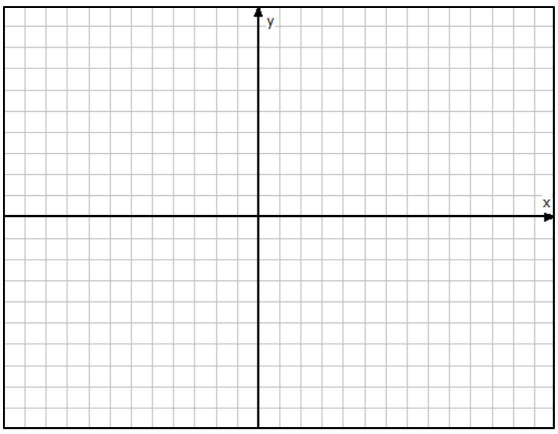
2. Hebbare Definitionslücken

3. Nullstellen

4. Pole und Art der Pole

5. Asymptote

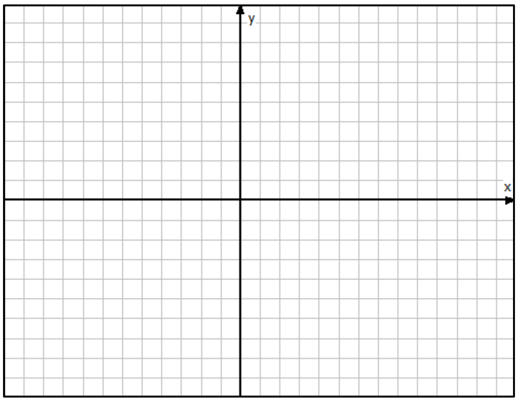
6. Skizzieren Sie die Funktion mit Hilfe der Angaben unter 1. - 5.



Aufgabe 3 (14 Punkte): : Differential- und Integralrechung

a) Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{2x}$.

Berechnen Sie sowohl $f'(x)$ als auch $\int f(x)\,dx$ und skizzieren Sie alles in dem gegebenen Koordinatensystem.

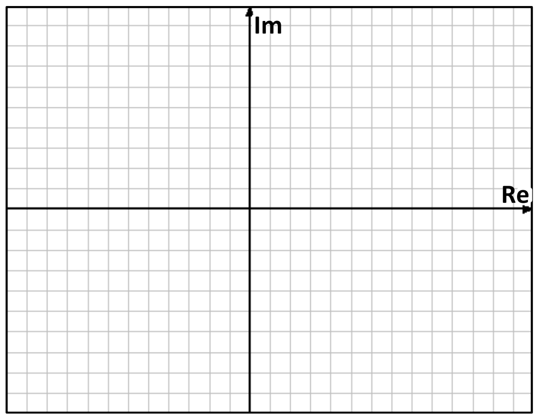


b) Berechnen Sie die Ableitung für die Funktion $f(x) = \ln(x^x)$.

c) Berechnen Sie die Extremwerte für die gegebene Funktion $f(x) = \dfrac{e^x}{1+e^{2x}}$.

Aufgabe 4 (12 Punkte): Komplexe Zahlen

a) Geben Sie die komplexe Zahl $z = \dfrac{2}{(1+\sqrt{3}\,j)}$ sowohl mit Polarkoordinaten als auch mit kartesischen Koordinaten an. Skizzieren Sie die Zahl in der Gaußschen Zahlenebene.



b) Berechnen Sie die drei komplexen Lösungen z_1, z_2, z_3 der Gleichung $z^3 = 27$!

Geben Sie die Lösungen sowohl in Polarkoordinaten als auch mit kartesischen Koordinaten an und skizzieren Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene.

Aufgabe 5 (20 Punkte): Vektoren, Matrizen, Lineare Gleichungssysteme

a) Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, durch Berechnung oder wörtliche Begründung.

(1) „Die Vektoren $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\underline{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ stehen senkrecht aufeinander."

(2) „Wenn das Skalarprodukt von zwei Vektoren gleich Null, so sind die beiden Vektoren linear unabhängig."

(3) „Sind zwei Vektoren linear unabhängig, dann ist das Skalarprodukt dieser Vektoren gleich Null."

(4) „Die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ linear unabhängig."

b) Gegeben ist die reelle Matrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(1) Berechnen Sie $B\,B^T$ und $B^T B$.

(2) Welchen Rang hat die Matrix B.

c) Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem

$$x_1 + x_3 = 2$$
$$x_1 + (r^2 - 1)x_2 + 2x_3 = 4$$
$$x_1 + 2x_3 = 3$$

Bestimmen Sie mit Hilfe der Gaußelimination, für welche Werte von r das lineare Gleichungssystem (1) genau eine Lösung (2) keine Lösung (3) unendliche viele Lösungen hat. Begründen Sie Ihre Aussage mit dem Rang und geben Sie jeweils die Lösungsmenge an.

Aufgabe 6 (14 Punkte): Logik und Beweise

a) Erstellen Sie für den folgenden logischen Ausdruck eine Wahrheitstafel:

$$\left(\left(A \wedge B\right) \vee \neg C\right) \wedge \left(B \vee A\right)$$

a) Zeigen Sie mit Hilfe der Vollständigen Induktion die folgende Aussage:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{9k}{4^{k+1}} = 1 - \frac{3n+4}{4^{n+1}} \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

Anhang:

Grundlegende Werte der trigonometrischen Funktionen:

Grad	Bogenmaß	sin	cos	tan
0°	0	0	1	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0.866$	$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.707$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.707$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0.866$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3} = 1.732$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	$\pm\infty$
135°	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.707$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2} = -0.707$	-1
180°	π	0	-1	0
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	$\pm\infty$