

GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK 1

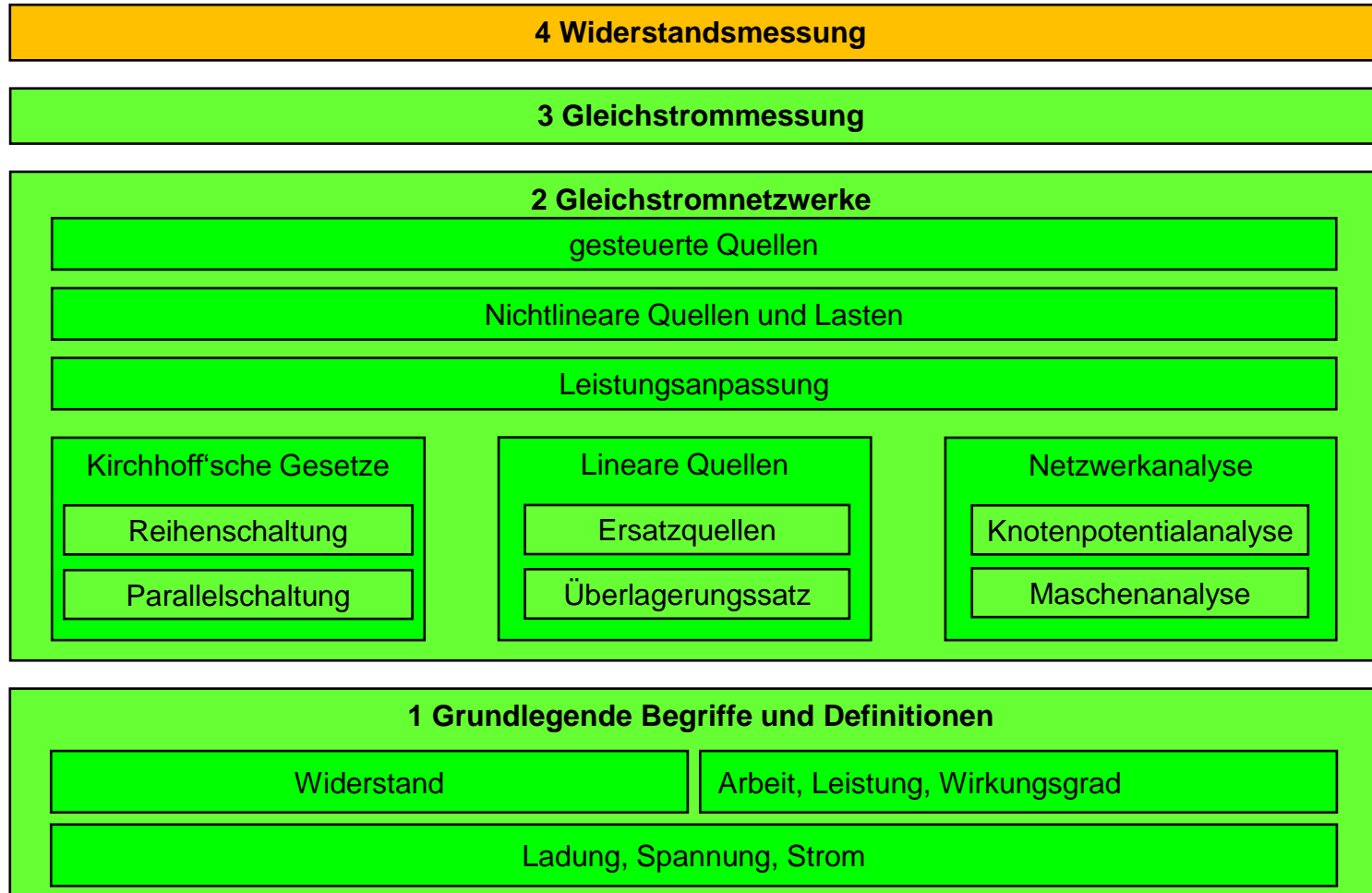
Teil 7:

b) Mesung von Widerständen



GLEICHSTROM

Inhalte der Kapitel 1 – 4: Gleichstrom



4 WIDERSTANDSMESSUNG

4.1 Ohmmeter mit Stromquelle

4.2 Vierleiter-Anschlussstechnik für kleine Widerstände

4.3 Wheatstonesche Brücke

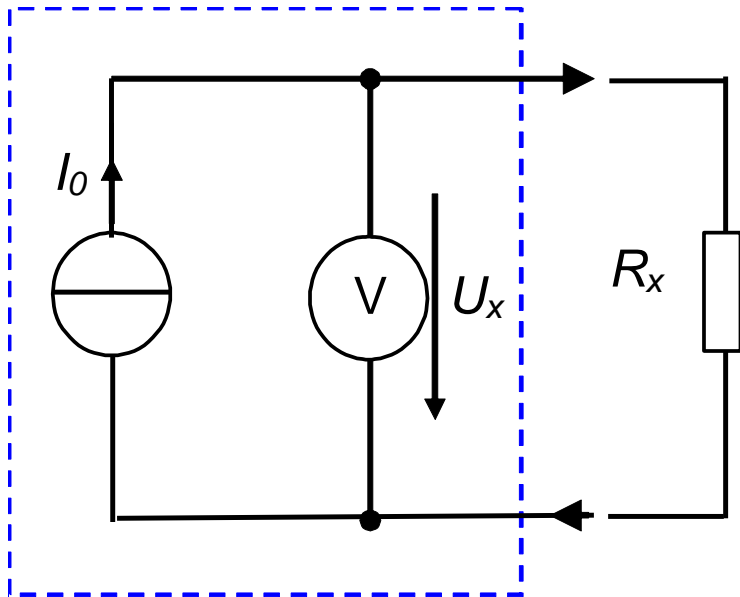
4.4 Temperaturmessung mit Pt-100

4.5 Messung der Strömungsgeschwindigkeit

4.6 Dehnungsmessstreifen

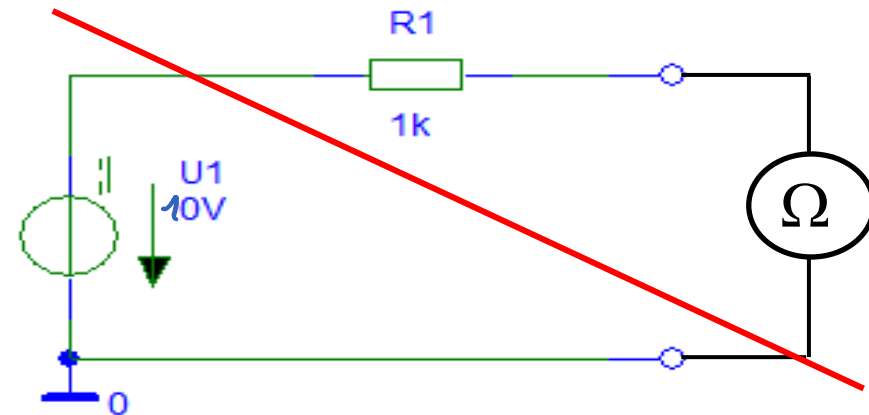
WAS IST EIN OHMMETER ?

Eine Stromquelle mit Voltmeter:



Wichtig:

Widerstände nie in einer Schaltung messen!



4 WIDERSTANDSMESSUNG

4.1 Ohmmeter mit Stromquelle

4.2 Vierleiter-Anschlussstechnik für kleine Widerstände

4.3 Wheatstonesche Brücke

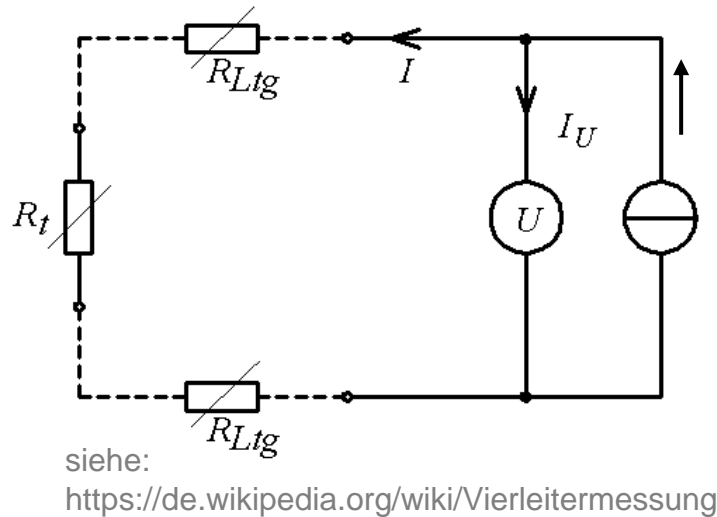
4.4 Temperaturmessung mit Pt-100

4.5 Messung der Strömungsgeschwindigkeit

4.6 Dehnungsmessstreifen

VIERLEITER-ANSCHLUSSTECHNIK

2-Leiter-Technik

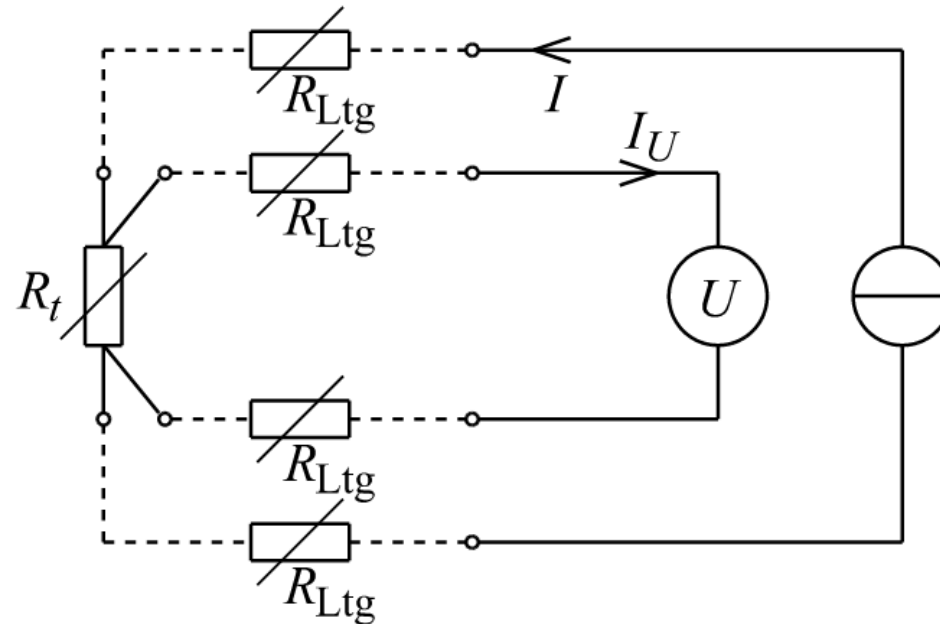


Problem:

R_{Ltg} = Übergangswiderstand
+ Zuleitungswiderstand

⇒ Fehlmessung durch $I \cdot R_{Ltg}$

4-Leiter-Technik für höchste Genauigkeit

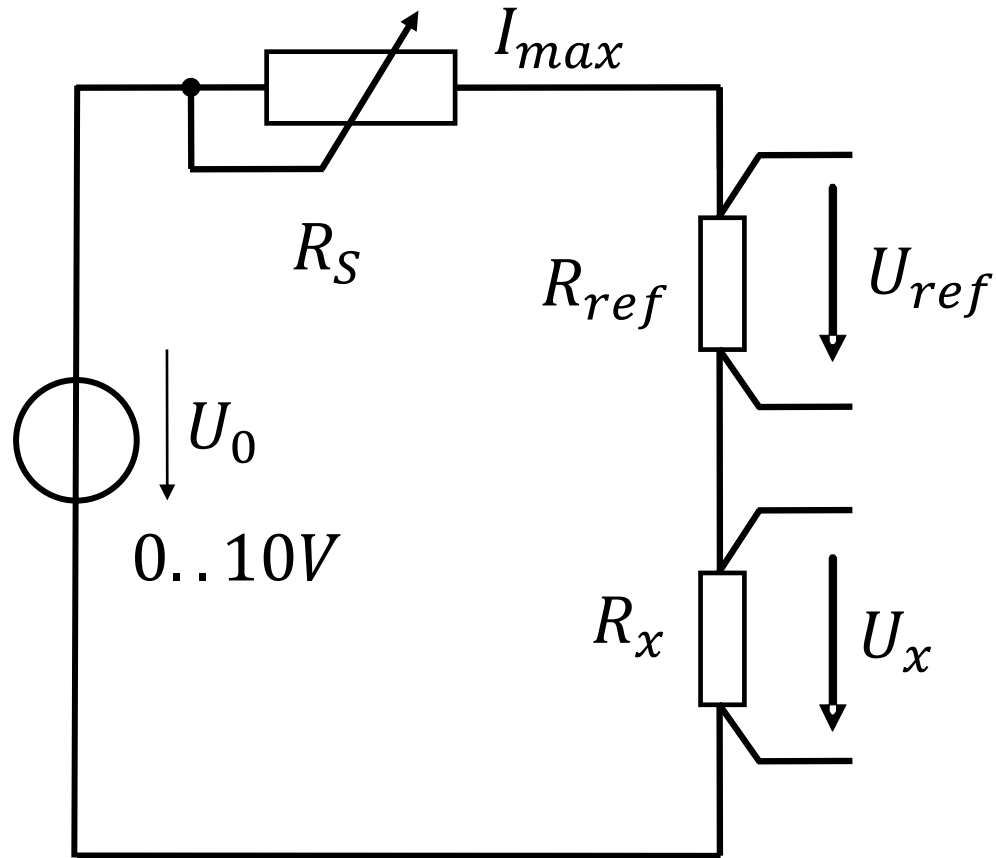


Lösung:

R_{Ltg} ist zwar ebenso groß, aber $I_U \ll I$

→ kaum Auswirkung auf
Spannungsmessung

WIDERSTANDSMESSUNG MIT VIERLEITERTECHNIK



R_S : Strombegrenzung

R_{ref} : bekannter Referenzwiderstand

R_x : Prüfling (unbekannter Widerstand)

4 WIDERSTANDSMESSUNG

4.1 Ohmmeter mit Stromquelle

4.2 Vierleiter-Anschlussstechnik für kleine Widerstände

4.3 Wheatstonesche Brücke

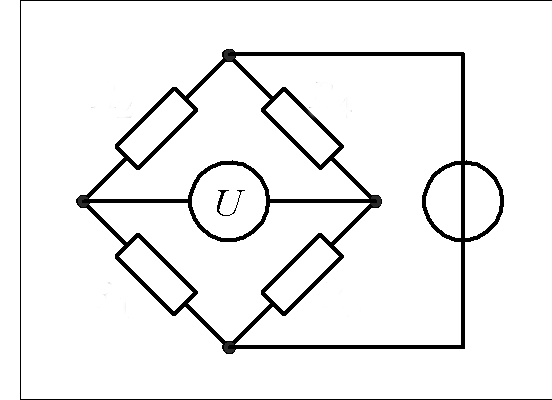
4.4 Temperaturmessung mit Pt-100

4.5 Messung der Strömungsgeschwindigkeit

4.6 Dehnungsmessstreifen

DIE WHEATSTONE'SCHE BRÜCKENSCHALTUNG

- Ziel: Messung von Widerständen
- zuerst beschrieben von Samuel Hunter Christie
- Aber:
Wheatstone hat als erster den Nutzen der Brückenschaltung zur präzisen Messung von Widerständen erkannt.
- Wann?
- Wheatstone erfand darauf den variablen Widerstand in 1840



WIE MESSEN WIR DAMIT DEN WIDERSTAND?

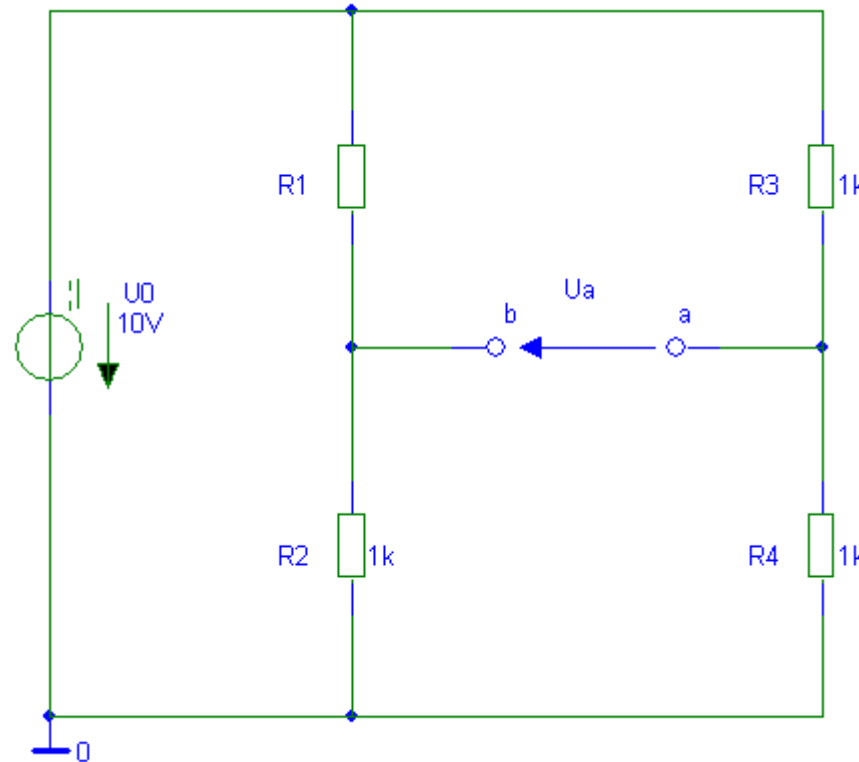
Aufgabe: Mit einem Voltmeter ($R_{I,V} \gg 1k\Omega$) messen Sie $U_{ab} = 1,667 V$.

Wie groß ist R_1 ?

A. $3 k\Omega$

B. $2 k\Omega$

C. $1 k\Omega$



Betriebsart

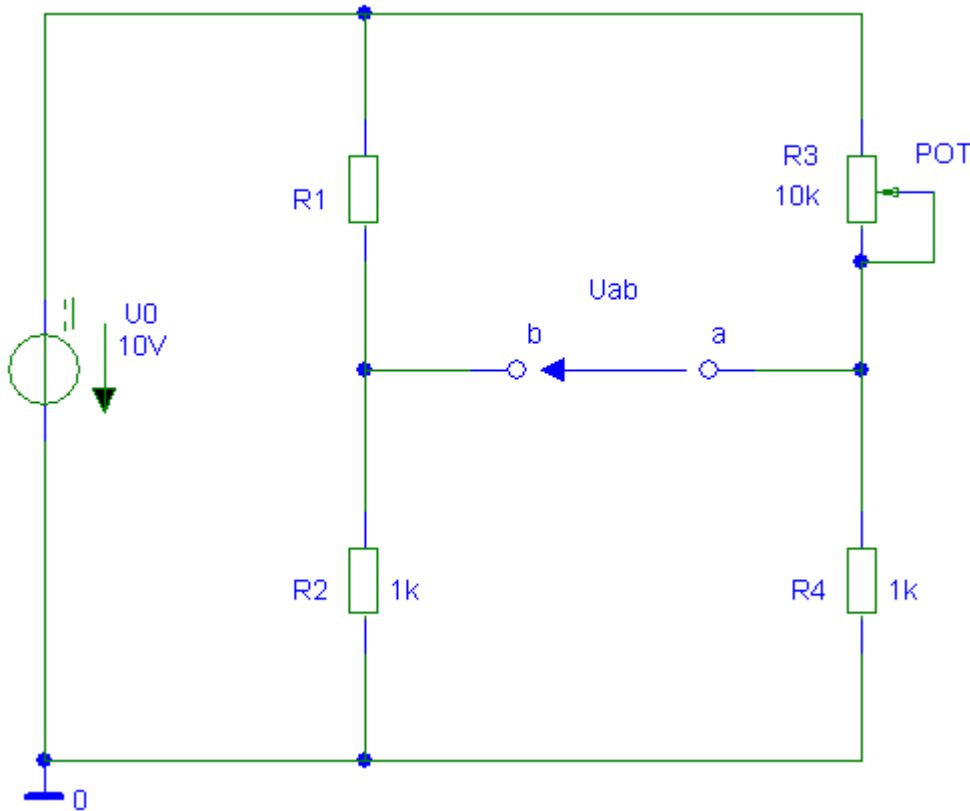
⇒ Ausschlagbrücke

Einer von 4 Widerständen ist der “Sensor”

⇒ Viertelbrücke

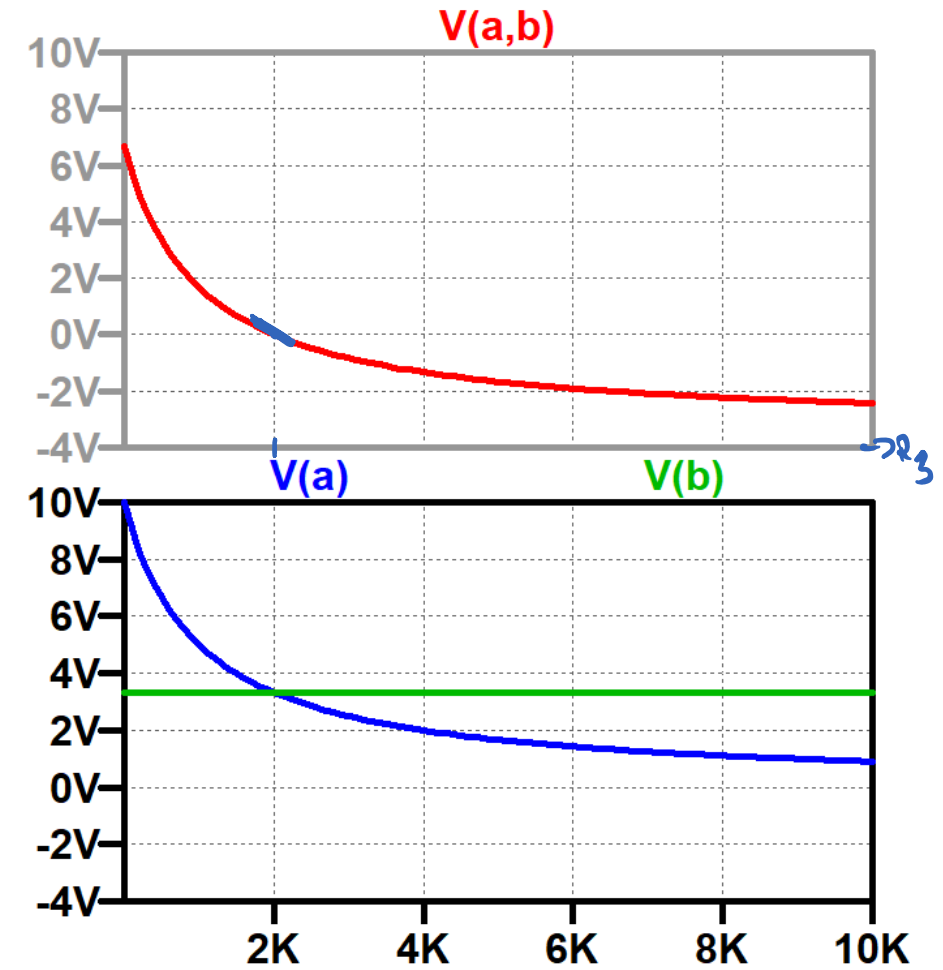
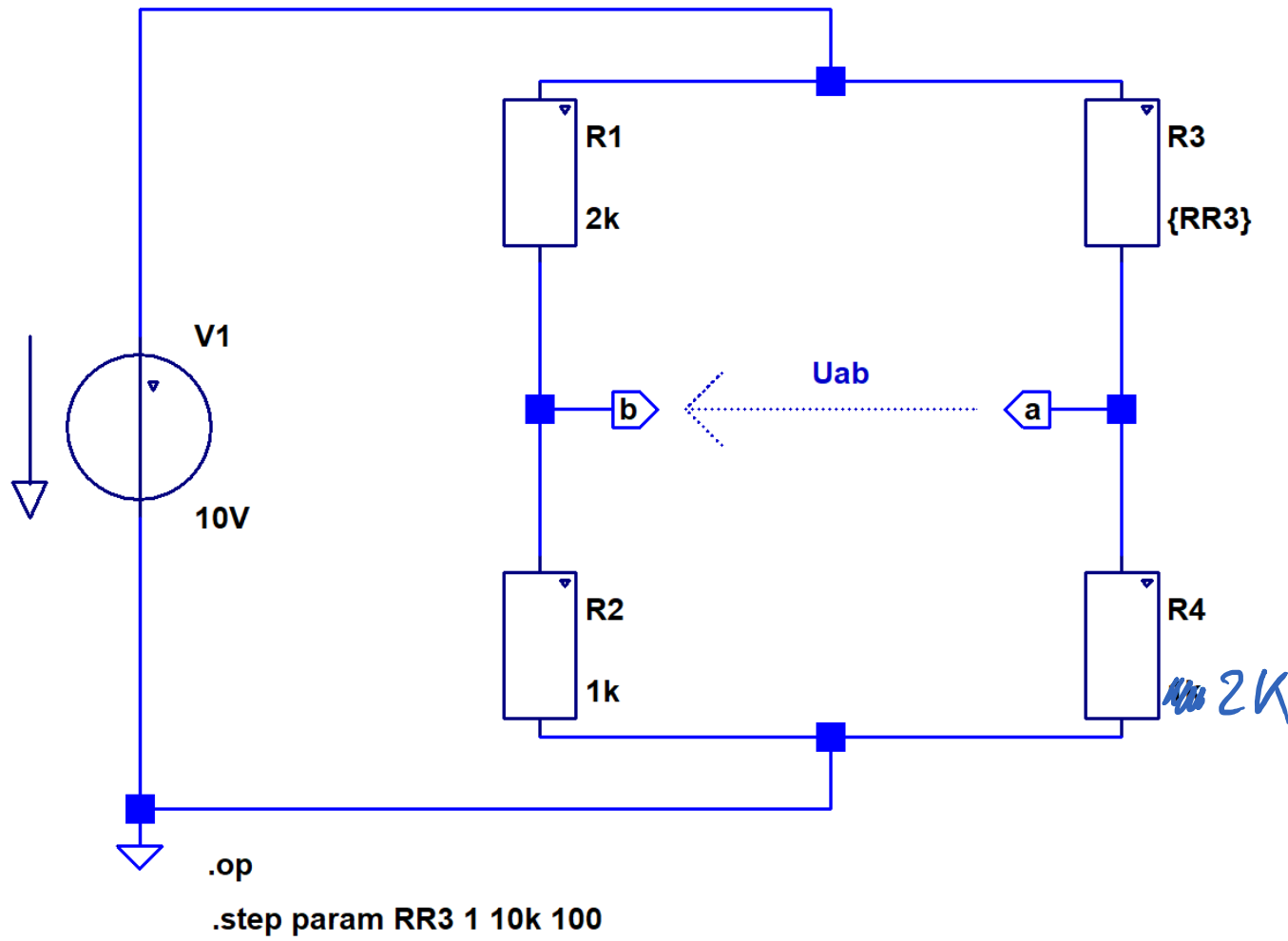
ANDERE BETRIEBSART: ABGLEICHBRÜCKE

Wählen Sie R_3 , so dass $U_{ab} = 0$



$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

SIMULATION DER BRÜCKENSPANNUNG



VORTEIL DER ABGLEICHBRÜCKE

Frage:

Was ist der Hauptvorteil der Abgleichbrücke?

- A. Man benötigt 4 Widerstände.
- B. Bereits geringe Widerstandsabweichungen können erkannt werden.
- C. Sehr genaue Messung, da kein Strom durch das Messgerät fließt.

AUSSCHLAGBRÜCKE FÜR DIE MESSUNG VON ΔR_1

U_{ab} für kleine Abweichungen von R_1 vom Abgleichpunkt

Es gilt im Abgleich: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Leftrightarrow R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$

Es gilt bei $R_1 + \Delta R_1$:

$$U_{ab} = U_{R4} - U_{R2} = U_0 \cdot \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_1 + \Delta R_1 + R_2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_{ab}}{U_0} = \frac{R_4 \cdot (R_1 + \Delta R_1 + R_2) - R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{(R_3 + R_4) \cdot (R_1 + \Delta R_1 + R_2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_{ab}}{U_0} = \frac{R_1 R_4 + \Delta R_1 R_4 + R_2 R_4 - R_2 R_3 - R_2 R_4}{(R_3 + R_4) \cdot (R_1 + \Delta R_1 + R_2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_{ab}}{U_0} = \frac{\Delta R_1 R_4}{(R_3 + R_4) \cdot (R_1 + \Delta R_1 + R_2)}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{ab}}{U_0} \approx \frac{R_4}{(R_3 + R_4) \cdot (R_1 + R_2)} \cdot \Delta R_1$$

Spezialfall: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$

$$U_{ab} \approx U_0 \cdot \frac{\Delta R}{4R}$$

AUSSCHLAGBRÜCKE FÜR DIE MESSUNG VON ΔR_1

U_{ab} bei kleinen Abweichungen von R_1 vom Abgleichpunkt

- Wir nennen:

- **Brückenverhältnis** $a = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$

- relative **Verstimmung** der Brücke $v = \frac{\Delta R_1}{R_1}$

$$\frac{U_{ab}}{U_0} \approx \frac{R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \cdot \Delta R_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{U_{ab}}{U_0} \approx \frac{a}{(1 + a)^2} \cdot v$$

BRÜCKENEMPFINDLICHKEIT

Änderung von U_{ab} in Abhängigkeit von R_1 im Abgleichpunkt

$$E_0 = \frac{dU_{ab}}{dR_1} \approx \frac{\Delta U_{ab}}{\Delta R_1} = \frac{U_{ab}}{\Delta R_1} \quad \text{für} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Für $\Delta R_1 \ll R_1$ ergibt sich mit
$$\frac{U_{ab}}{U_0} \approx \frac{a}{(1+a)^2} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

$$E_0 =$$

MAXIMALE BRÜCKENEMPFLINDLICHKEIT – MATHEMATISCH

Der mathematische Weg: $E_0 \approx \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{a}{(1+a)^2} = k \cdot \frac{a}{(1+a)^2}$

Extremum $\Leftrightarrow dE_0 / da = 0$

Regel: $(u/v)' =$

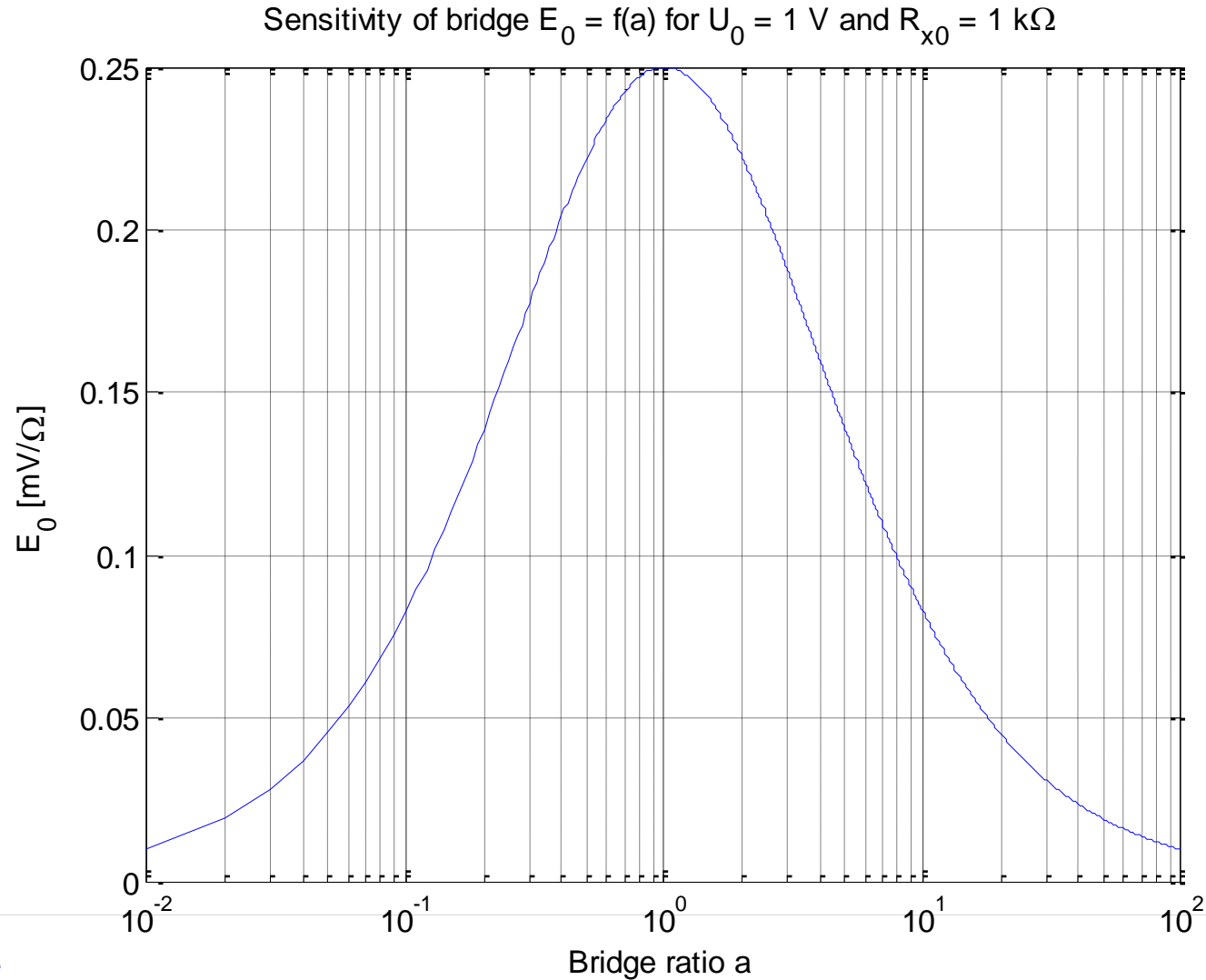
$$u = \quad \Rightarrow u' =$$

$$v = \quad \Rightarrow v' =$$

$$\frac{dE_0}{da} = \frac{u'v - v'u}{v^2} = 0 \Leftrightarrow u'v = v'u$$

\Leftrightarrow

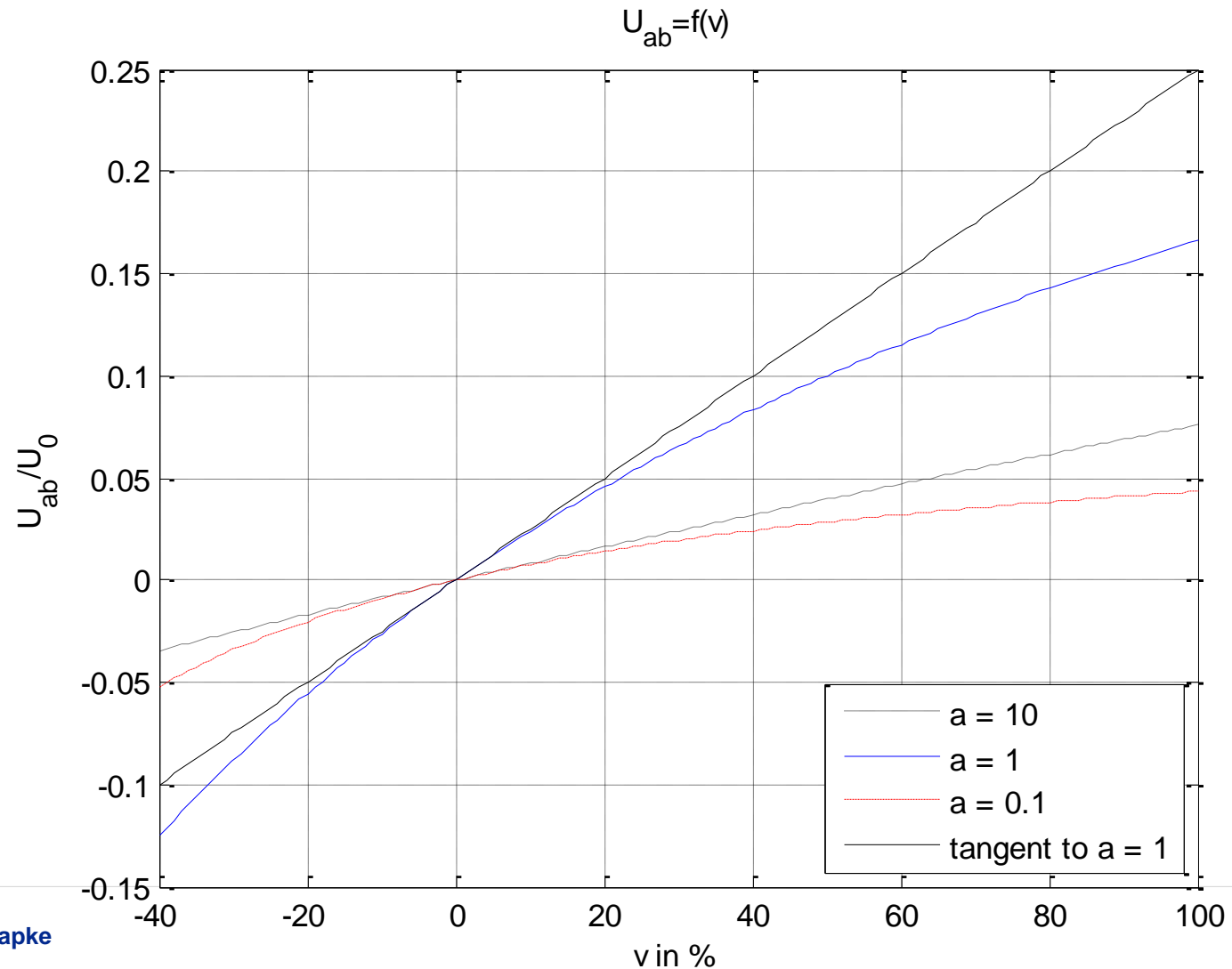
MAXIMALE BRÜCKENEMPFLINDLICHKEIT – GRAPHISCH



$$E_0 \approx \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{a}{(1+a)^2}$$

Für $a = 1$
erhalten wir:

EINFLUSS DES BRÜCKENVERHÄLTNISSSES a AUF E_0



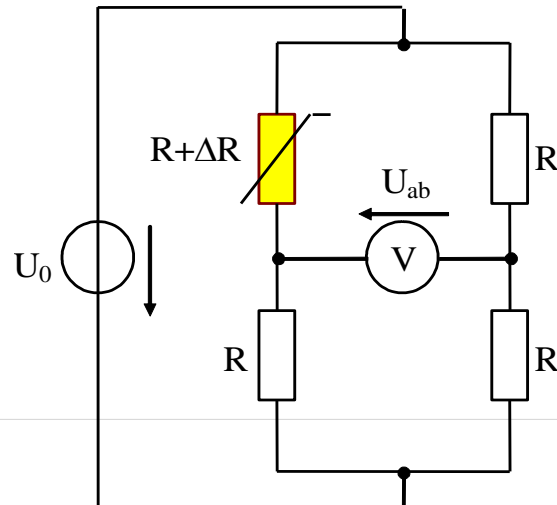
KONSEQUENZ FÜR BRÜCKENSCHALTUNGEN

Frage: Welche Konsequenz folgt aus dem Verlauf von E_0 und a ?

$$\Rightarrow a =$$

$$\Rightarrow R_1 = \quad R_3 =$$

\Rightarrow Typische Konfiguration:



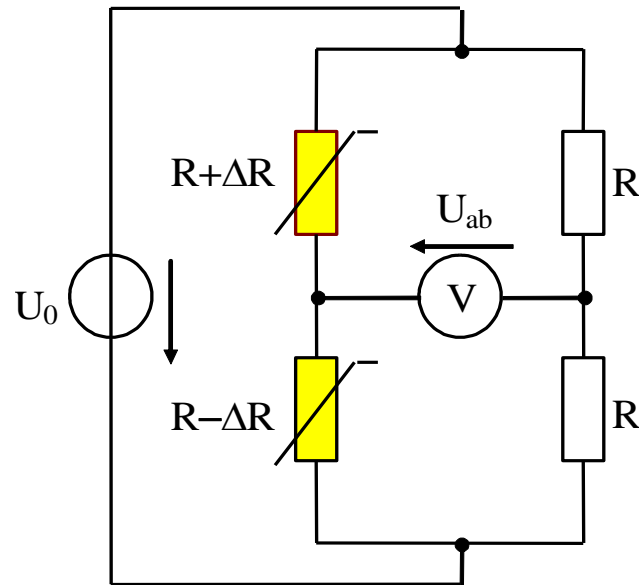
$$U_{ab} \approx U_0 \cdot \frac{\Delta R}{4R}$$

Viertelbrücke:

1 von 4 Widerständen ist aktiv

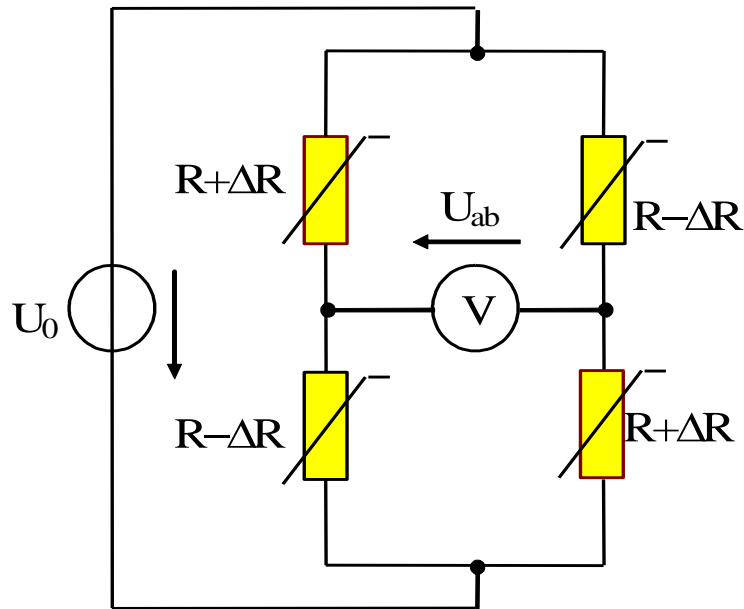
HALBBRÜCKE

Berechnen Sie die Brückenspannung für 2 aktive Widerstände. Funktioniert dies auch, wenn die Widerstände sich gleichsinnig verändern?



VOLLBRÜCKE

Berechnen Sie die Brückenspannung für 4 aktive Widerstände. Achten Sie dabei auf die Anordnung der Widerstände.



ANWENDUNGSBEISPIELE

- Messtechnik
 - Temperatur
 - Durchflussgeschwindigkeit
 - Dehnungsmessstreifen

4 WIDERSTANDSMESSUNG

4.1 Ohmmeter mit Stromquelle

4.2 Vierleiter-Anschlussstechnik für kleine Widerstände

4.3 Wheatstonesche Brücke

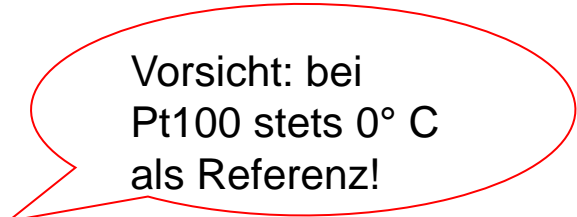
4.4 Temperaturmessung mit Pt-100

4.5 Messung der Strömungsgeschwindigkeit

4.6 Dehnungsmessstreifen

TEMPERATURMESSUNG

- Typische Sensoren für die Temperaturmessung
- Pt-100
 - Platin
 - Nennwiderstand von $100\ \Omega$ bei $\vartheta_0=0^\circ$
 - Gebräuchlichster Typ
- Ni-100
 - Nickel



Vorsicht: bei
Pt100 stets 0°C
als Referenz!

TEMPERATURABHÄNGIGKEIT

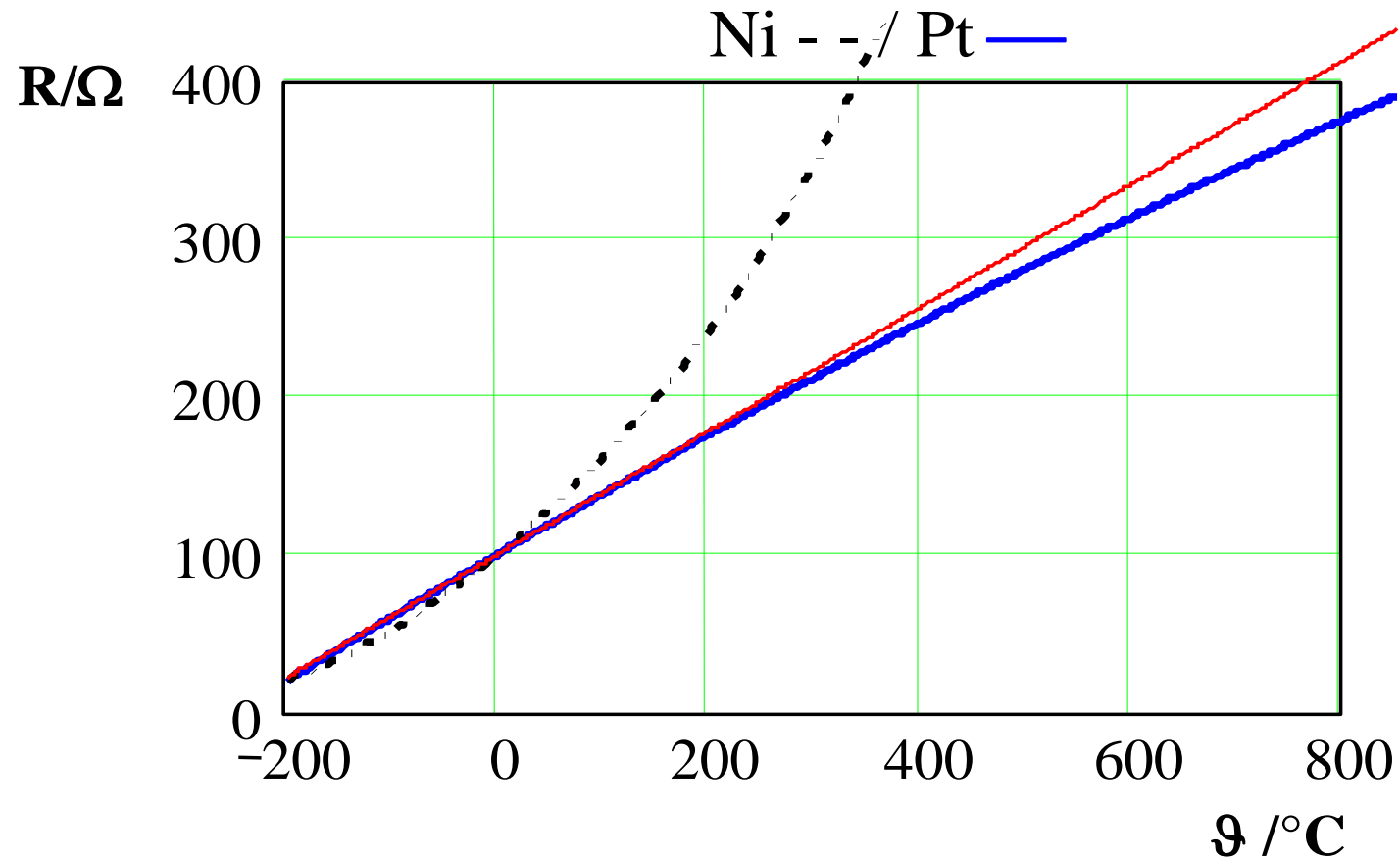
- Wiederholung Grundlagen : $R = R_{20}(1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_{20}))$
- für Temperaturmessung:
 - für hohe Genauigkeit ist die lineare Approximation nicht ausreichend
 - Bezugstemperatur $\vartheta_0 = 0^\circ$

$$R(\vartheta) = R_0(1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0) + \beta(\vartheta - \vartheta_0)^2 + \gamma(\vartheta - \vartheta_0)^4)$$

Rote Kurve

Sensor	α	β	γ
Pt-100 0 ... 850°C	$3.90802 \cdot 10^{-3}/\text{K}$	$- 0.580195 \cdot 10^{-6}/\text{K}^2$	0
Ni-100 -60 ... 180°C	$5.485 \cdot 10^{-3}/\text{K}$	$+ 6.65 \cdot 10^{-6}/\text{K}^2$	$28.05 \cdot 10^{-12}/\text{K}$

PT-100 VERSUS NI-100

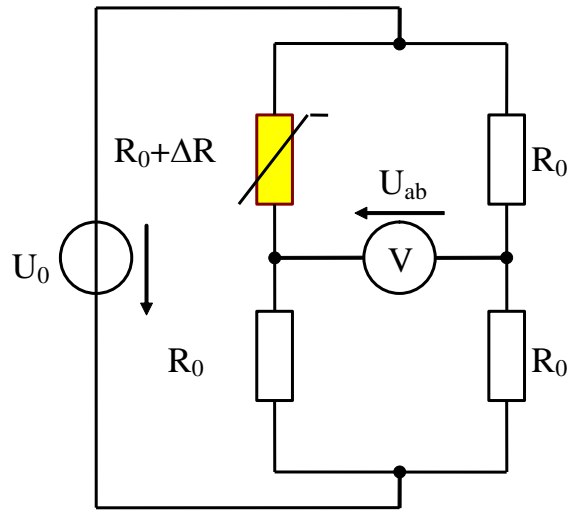


Vorteil des Pt-100:

Vorteil des Ni-100:

TEMPERATURMESSBRÜCKE

Bestimmen Sie U_{ab} als Funktion der Temperatur ϑ .



Lösung:

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta)$$

$$U_{ab} \approx U_0 \cdot \frac{\Delta R}{4R_0}$$

$$\Delta R = R_t - R_0$$

4 WIDERSTANDSMESSUNG

4.1 Ohmmeter mit Stromquelle

4.2 Vierleiter-Anschlussstechnik für kleine Widerstände

4.3 Wheatstonesche Brücke

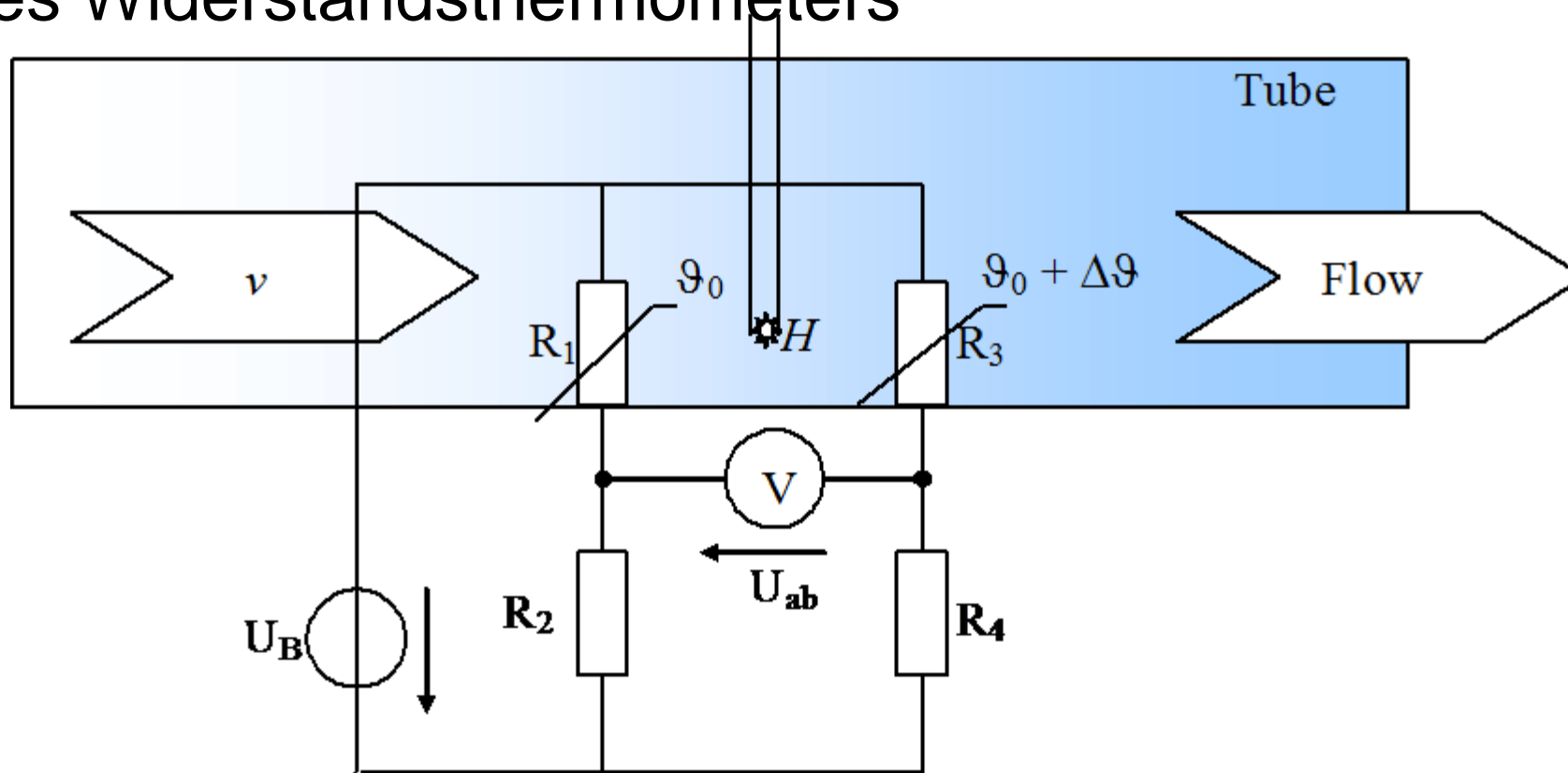
4.4 Temperaturmessung mit Pt-100

4.5 Messung der Strömungsgeschwindigkeit

4.6 Dehnungsmessstreifen

MESSUNG DER DURCHFLUSSGESCHWINDIGKEIT

mittels eines Widerstandsthermometers



4 WIDERSTANDSMESSUNG

4.1 Ohmmeter mit Stromquelle

4.2 Vierleiter-Anschlussstechnik für kleine Widerstände

4.3 Wheatstonesche Brücke

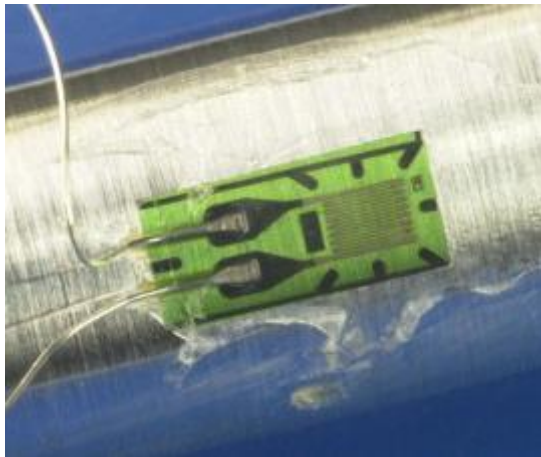
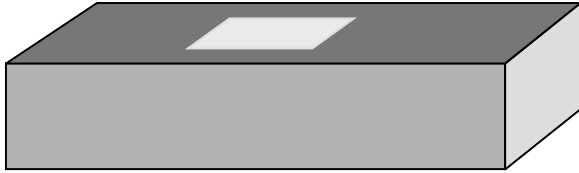
4.4 Temperaturmessung mit Pt-100

4.5 Messung der Strömungsgeschwindigkeit

4.6 Dehnungsmessstreifen

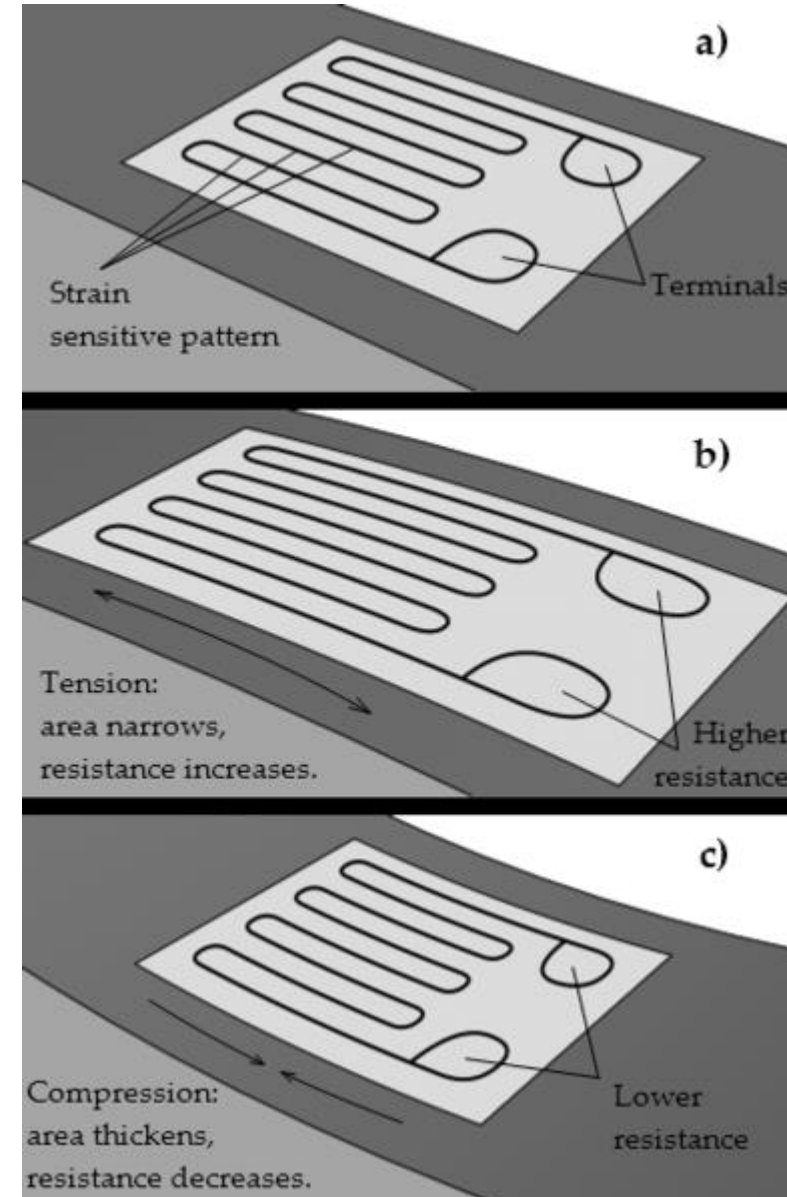
DEHNUNGSMESSSTREIFEN (DMS)

- Messung der Verformung



- Messprinzip:

$$R = f(\text{Länge})$$

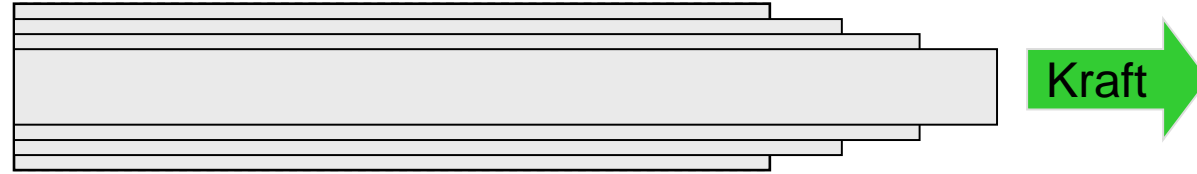


WIESO HÄNGT DER WIDERSTAND VON DER LÄNGE AB?

- Metallischer Leiter
 - ρ : spezifischer Widerstand
 - ℓ : Länge
 - A : Querschnittsfläche
- $R =$
- Es habe der Leiter einen Durchmesser D
 - $A =$

$\Rightarrow R =$

WAS PASSIERT, WENN SICH ALLE VARIABLEN ÄNDERN?



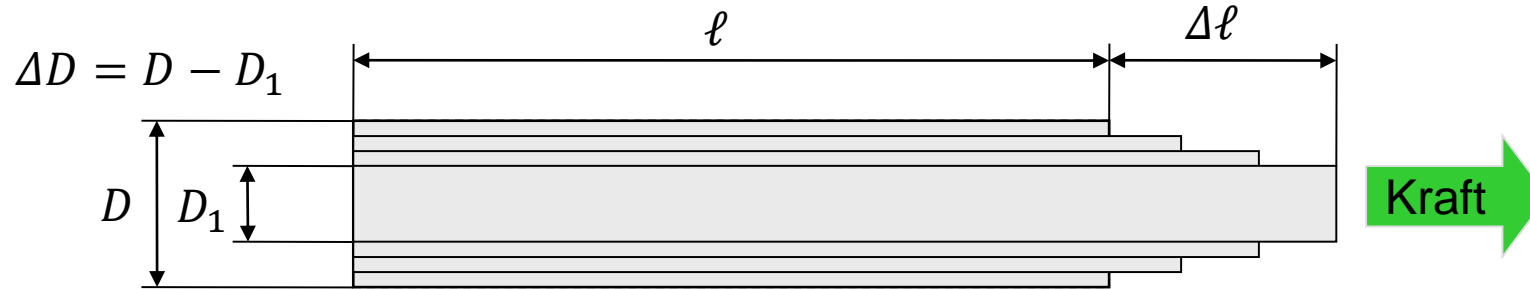
Zieht man an dem Leiter, wird er länger und dünner

Wie verändert sich dann der Widerstand ? \Rightarrow totales Differential

$$\Rightarrow \Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_N} \Delta x_N \quad \text{von} \quad R = \frac{4 \cdot \rho \cdot \ell}{\pi \cdot D^2} = y = f(\rho, \ell, D)$$

- $\frac{\partial R}{\partial \rho} =$
- $\frac{\partial R}{\partial \ell} =$
- $\frac{\partial R}{\partial D} =$
- $\frac{\Delta R}{R} =$

ZUGBELASTUNG



- $\Delta\rho / \rho = 0$ (für Halbleiter-DMS ist dies jedoch signifikant)
- $\Delta\ell / \ell$ **Dehnung ε**
- $\Delta D / D$ **Querkontraktion**
- $\mu = -\frac{\Delta D / D}{\Delta\ell / \ell}$ **Poissonzahl**

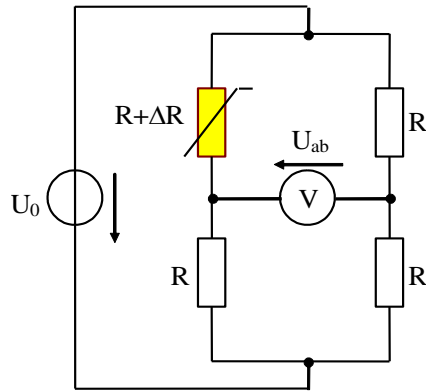
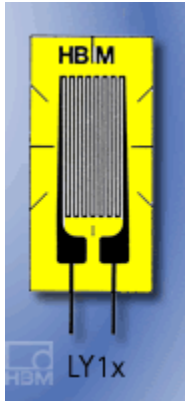
Metalle haben eine Poissonzahl von $\mu \approx 0.5 \Rightarrow \frac{\Delta D}{D} \approx -\frac{1}{2} \frac{\Delta\ell}{\ell}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta\ell}{\ell} - \frac{2\Delta D}{D} =$$

Der sogenannte K-Faktor ist für Metalle $K \cong 2$.

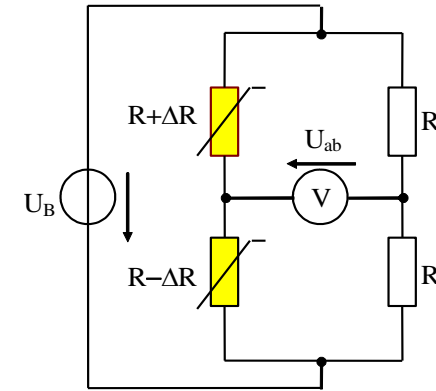
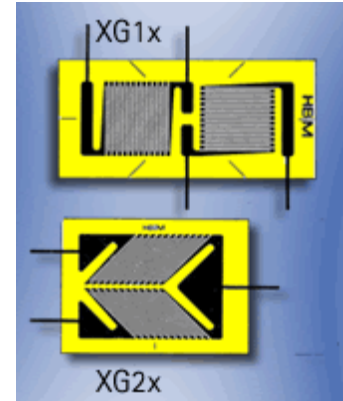
DMS UND WHEATSTONE'SCHE BRÜCKE

■ Viertelbrücke



$$U_{ab} = \frac{U_0}{4} \frac{\Delta R}{R} = \varepsilon \cdot K \cdot \frac{U_0}{4}$$

■ Halbbrücke



$$U_{ab} = \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R} = \varepsilon \cdot K \cdot \frac{U_0}{2}$$

WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN ...

- Umgang mit dem Ohmmeter
- Messung von sehr kleinen Widerständen
- Wheatstone'sche Brückenschaltung
 - Abgleichbrücke
 - Ausschlagbrücke
 - viertel – halb – voll
- Anwendungen
 - Temperaturmessung
 - Messung der Durchflussgeschwindigkeit
 - Dehnungsmessung