Physik 1

(PH1-B-REE1)

Michael Erhard

Inhalt

10.2 Impulserhaltung (Wiederholung)

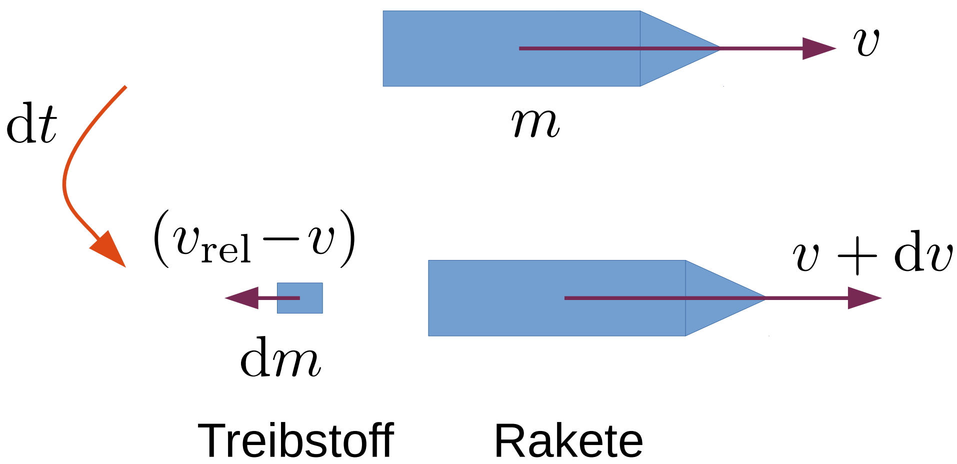
Für ein abgeschlossenes System von Massen (keine *externen* Kräfte) gilt **Impulserhaltung**, d.h.

$$\boxed{\sum_i \underline{p}_i = \sum_i m_i \, \underline{v}_i = \mathrm{const}}$$

- Die Impulse der einzelnen Massen können sich ändern, der Gesamtimpuls bleibt konstant.
- Dieser Erhaltungssatz folgt direkt aus dem ersten Newtonschen Axiom (actio=reactio).
- Nützlich für viele Berechnungen, wo die konkrete Wechselwirkung nicht von Interesse ist.

10.4 Ausblick: Raketenantrieb

Betrachte kurze Zeitdauer



$$p_{\mathrm{ges}} = m\, v$$

$$p'_{\mathrm{ges}} = (m - \mathrm{d}m)(v + \mathrm{d}v) - \mathrm{d}m\,(v_{\mathrm{rel}} - v)$$

Impulserhaltung liefert

$$m\, v = (m - \mathrm{d}m)(v + \mathrm{d}v) - \mathrm{d}m\,(v_{\mathrm{rel}} - v) \quad \overset{\mathrm{d}m\,\mathrm{d}v \approx 0}{\Longrightarrow} \quad m\,\mathrm{d}v = v_{\mathrm{rel}}\,\mathrm{d}m$$

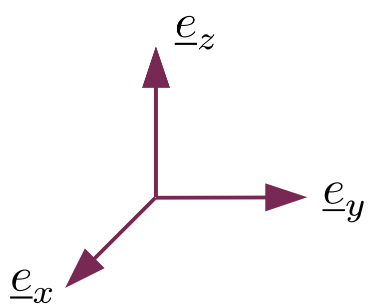
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\% \Rightarrow \boxed{m(t)\,\dot{v}(t) = F_{\mathrm{schub}} = \dot{m}(t)\,v_{\mathrm{rel}}}$$

11. Schwerpunkt und Drehmoment

11. Bewegte Bezugssysteme

Galilei-Transformation

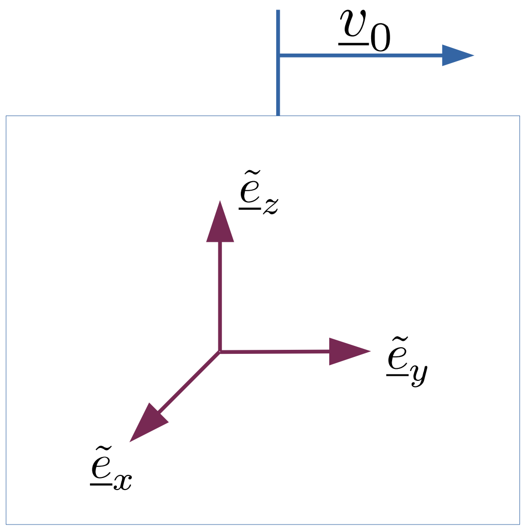
System 1



Umrechnung Koordinaten

$$\begin{aligned} \underline{x}' &= \underline{x} - \underline{v}_0 t \\ \underline{v}' &= \underline{v} - \underline{v}_0 \end{aligned}$$

System 2 mit Relativgeschwindigkeit



Beispiel: Bewegung in *x*-Richtung

$$\tilde{x} = x - v_0 t;\ \tilde{y} = y;\ \tilde{z} = z$$

$$\tilde{v}_x = v_x - v_0;\ \tilde{v}_y = v_y;\ \tilde{v}_z = v_z$$

11. Schwerpunktsystem

Definition **Schwerpunkt**

$$\underline{x}_\mathrm{S} := \frac{m_1 \underline{x}_1 + m_2 \underline{x}_2}{m_1 + m_2}$$

Bewegung des Schwerpunktes

$$\underline{v}_\mathrm{S} = \frac{m_1 \underline{v}_1 + m_2 \underline{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Bewegung im Schwerpunktsystem

$$\begin{aligned} \underline{\tilde{v}}_1 &= \underline{v}_1 - \underline{v}_\mathrm{S} \\ \underline{\tilde{v}}_2 &= \underline{v}_2 - \underline{v}_\mathrm{S} \end{aligned}$$

Allgemein:

$$\underline{x}_\mathrm{S} := \frac{\sum\limits_i m_i \underline{x}_i}{m_\mathrm{ges}} \quad \mathrm{mit} \quad m_\mathrm{ges} = \sum_i m_i$$

11. Impulse im Schwerpunktsystem

Schwerpunktbewegung

$$\underline{v}_\mathrm{S} = \frac{\sum_i m_i\,\underline{v}_i}{m_\mathrm{ges}} = \frac{\underline{p}_\mathrm{ges}}{m_\mathrm{ges}}$$

Aus Impulserhaltung folgt:

- Schwerpunktsbewegung vor, während und nach dem Stoß gleich (wenn keine externen Kräfte vorhanden)

Gesamtimpuls im Schwerpunktsystem

$$\underline{\tilde{p}}_\mathrm{ges} = \sum_i m_i \underline{\tilde{v}}_i = \sum_i m_i(\underline{v}_i - \underline{v}_\mathrm{S}) = \underbrace{\sum_i m_i \underline{v}_i}_{\underline{p}_\mathrm{ges}} - \underbrace{m_\mathrm{ges}\underline{v}_\mathrm{S}}_{\underline{p}_\mathrm{ges}} = 0$$

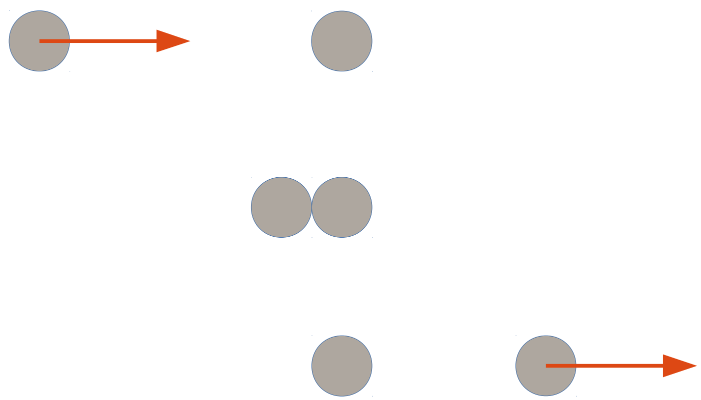
Es gilt auch Impulserhaltung.

11. Schwerpunktssystem

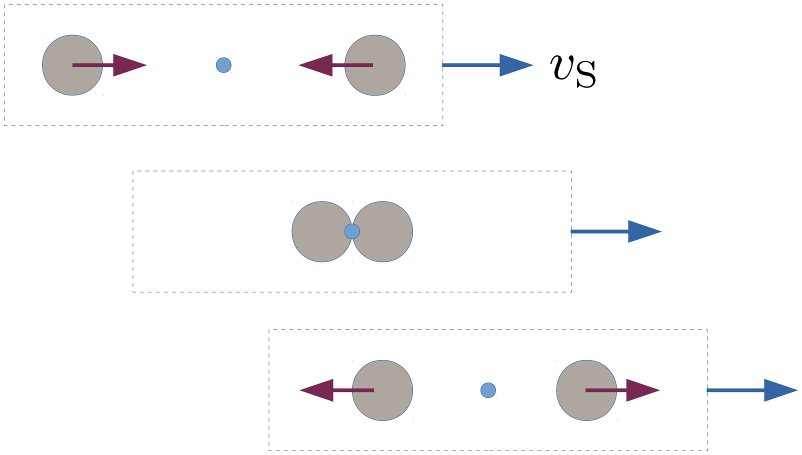
Beispiel: gleich schwere Massen, Masse 2 anfangs in Ruhe

$$v_\mathrm{S} = \frac{v_1}{2} = \frac{v_2'}{2}$$

Laborsystem



Schwerpunktsystem

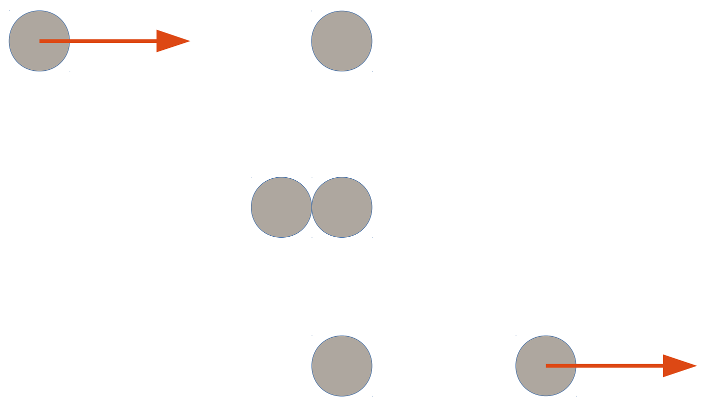


11. Schwerpunktssystem

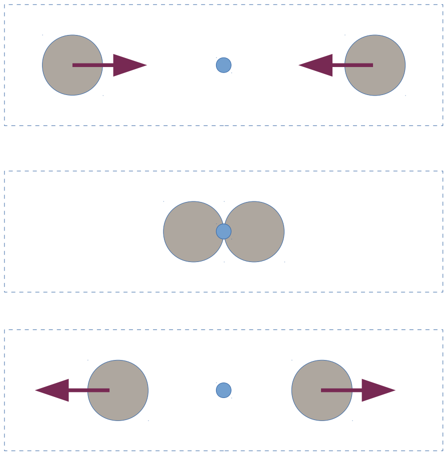
Beispiel: gleich schwere Massen, Masse 2 anfangs in Ruhe

$$v_{\mathrm{S}} = \frac{v_1}{2} = \frac{v_2'}{2}$$

Laborsystem



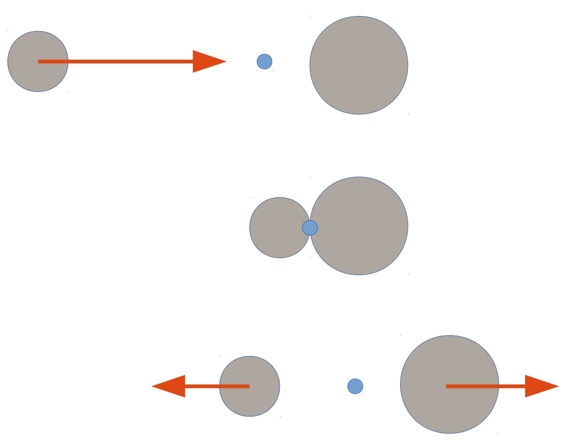
Schwerpunktsystem



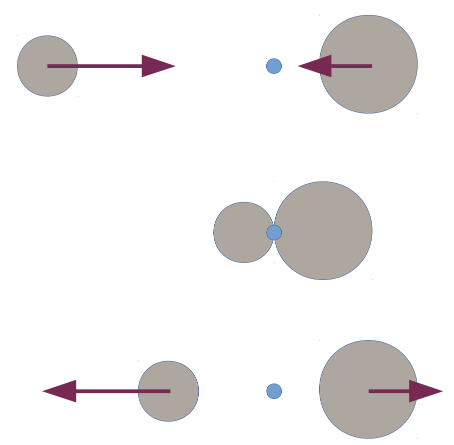
11. Schwerpunktssystem

Beispiel: unterschiedliche Massen

Laborsystem



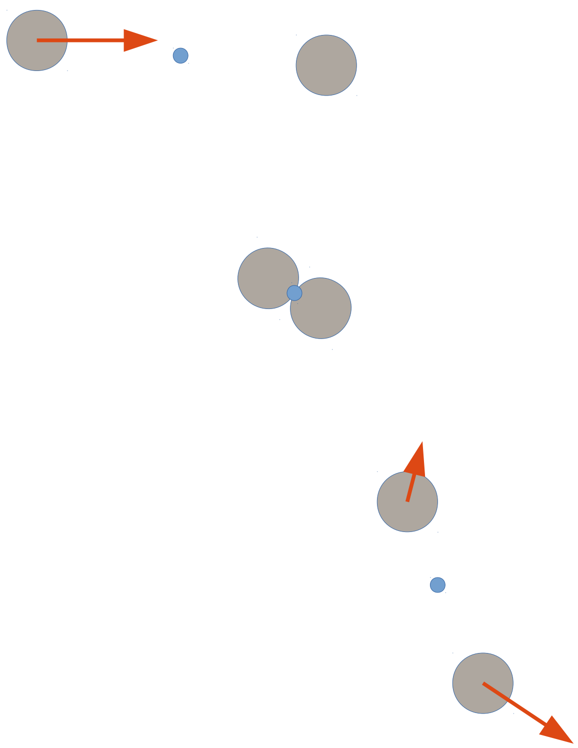
Schwerpunktsystem



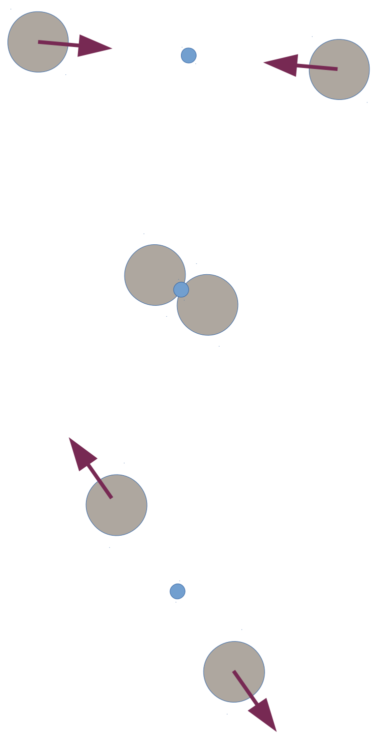
11. Schwerpunktssystem

Beispiel: nicht-zentraler Stoß (in 2d)

Laborsystem



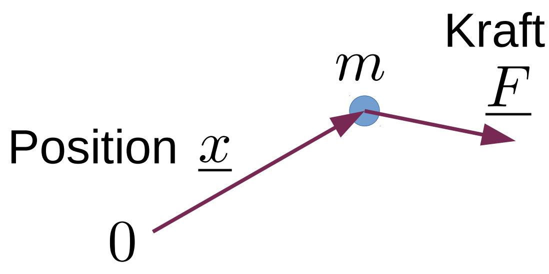
Schwerpunktsystem



11. Drehmoment und Schwerpunkt

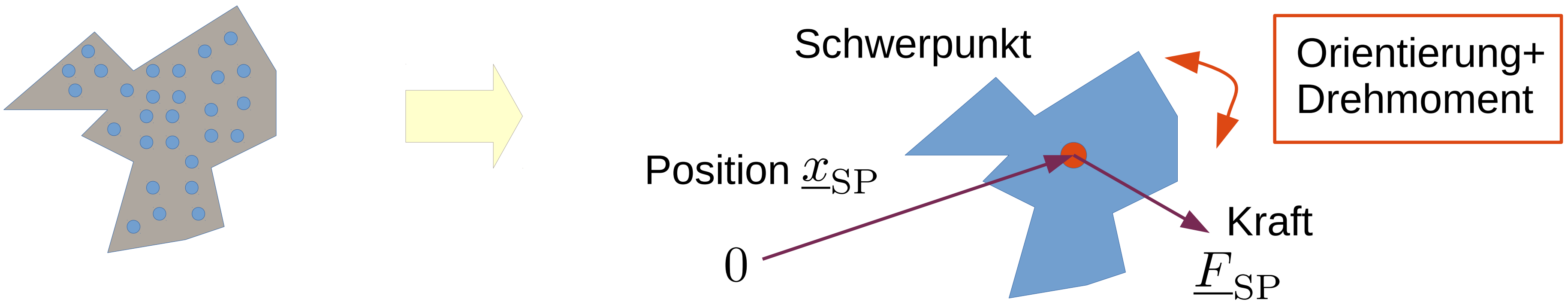
Einleitung

Bisher Massenpunkt(e) betrachtet $\underline{F} = m\ddot{\underline{x}}$



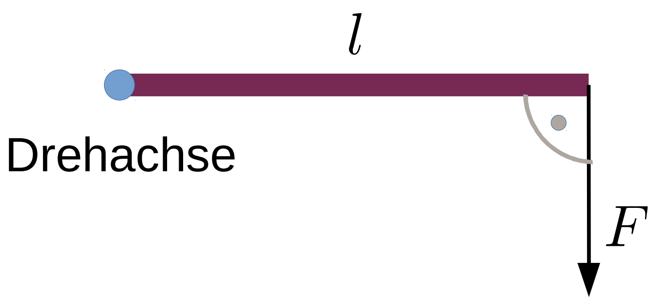
Nun Erweiterung der Mechanik auf „starre Körper“

= viele Massenpunkte oder „Massendichte“ in relativ zueinander unveränderlicher (starrer) Anordnung



11.1 Drehmoment

Drehmoment bezüglich *einer* Drehachse



Für eine Kraft <u>senkrecht</u> auf dem Hebelarm gilt

Drehmoment $\boxed{M = l\,F}$ Einheit: „Newtonmeter“ $[M] = \mathrm{N\,m}$

- Drehmoment ist proportional zur Hebellänge
- Drehmoment ist proportional zur Kraft

11.1 Drehmoment

Drehmoment mehrerer Kräfte (Vorzeichen beachten!)

Es gilt: $M_{\mathrm{ges}} = M_1 + M_2 + \cdots$

Im Beispiel: $M_{\mathrm{ges}} = -l_1\,F_1 + l_2\,F_2$

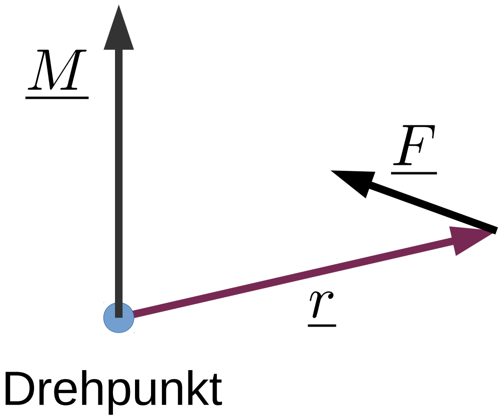
Im statischen Fall muss das Gesamtdrehmoment verschwinden

$$M_{\mathrm{ges}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{l_1\,F_1 = l_2\,F_2 \quad \text{Hebelgesetz}}$$

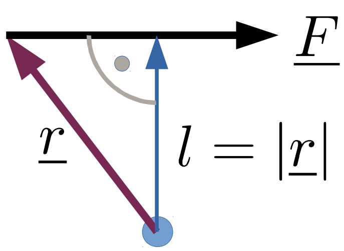
11.1 Drehmoment

Allgemeine Definition als Vektor

$$\boxed{\underline{M} = \underline{r} \times \underline{F}}$$



- Drehmoment steht senkrecht auf Radiusvektor (Hebelarm) und senkrecht auf Kraftvektor
- Betrag des Drehmoments $|\underline{M}| = |\underline{r}||\underline{F}| \sin \angle(\underline{r}, \underline{F})$

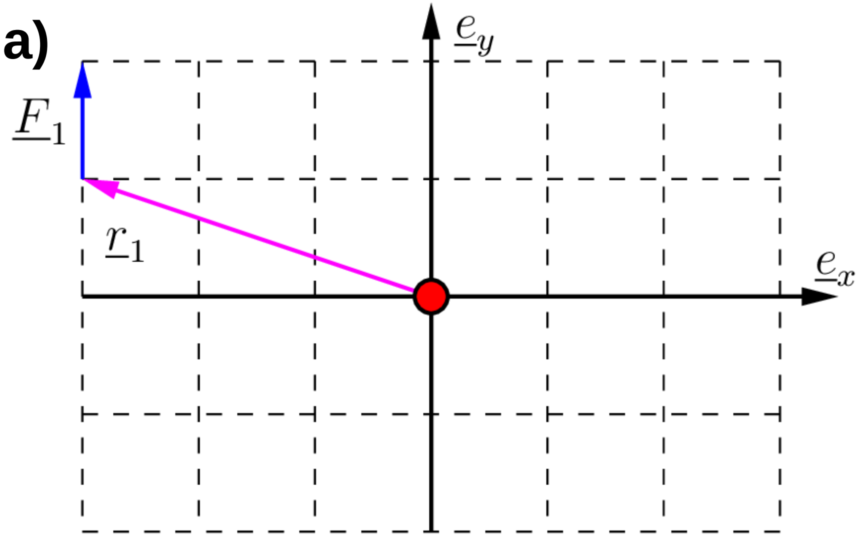


$l = |\underline{r}| \sin \angle(\underline{r}, \underline{F})$ effektive Hebellänge

11.1 Drehmoment

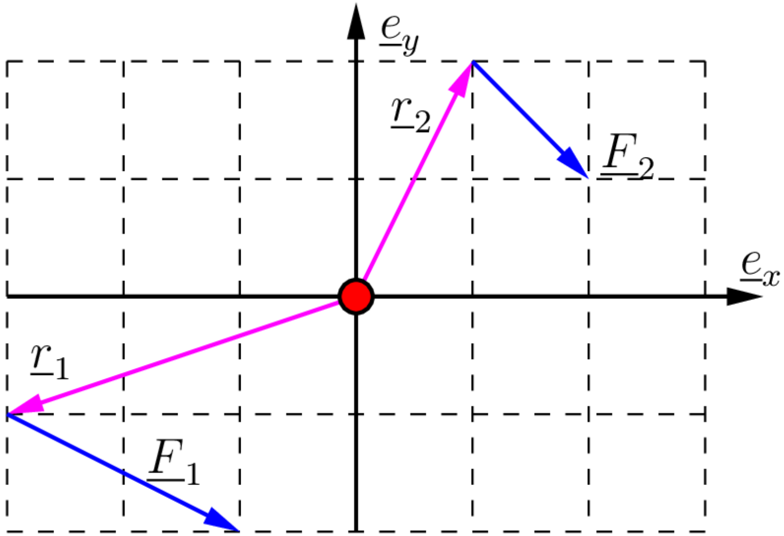
Aufgabe 1: Wie groß sind die Gesamtdrehmomente der beiden Konfigurationen

a)



$$\underline{r}_1 = \begin{pmatrix} -3\,\mathrm{m} \\ 1\,\mathrm{m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{F}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 10\,\mathrm{N} \\ 0 \end{pmatrix}$$

b)



$$\underline{r}_1 = \begin{pmatrix} -3\,\mathrm{m} \\ -2\,\mathrm{m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{F}_1 = \begin{pmatrix} 20\,\mathrm{N} \\ -10\,\mathrm{N} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{r}_2 = \begin{pmatrix} 1\,\mathrm{m} \\ 2\,\mathrm{m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{F}_2 = \begin{pmatrix} 10\,\mathrm{N} \\ -10\,\mathrm{N} \\ 0 \end{pmatrix}$$

11.2 Schwerpunkt

An Tafel

- *Definition*
- *Eigenschaft(en): Wirkung externer Kraft*
- *Stabilität*