

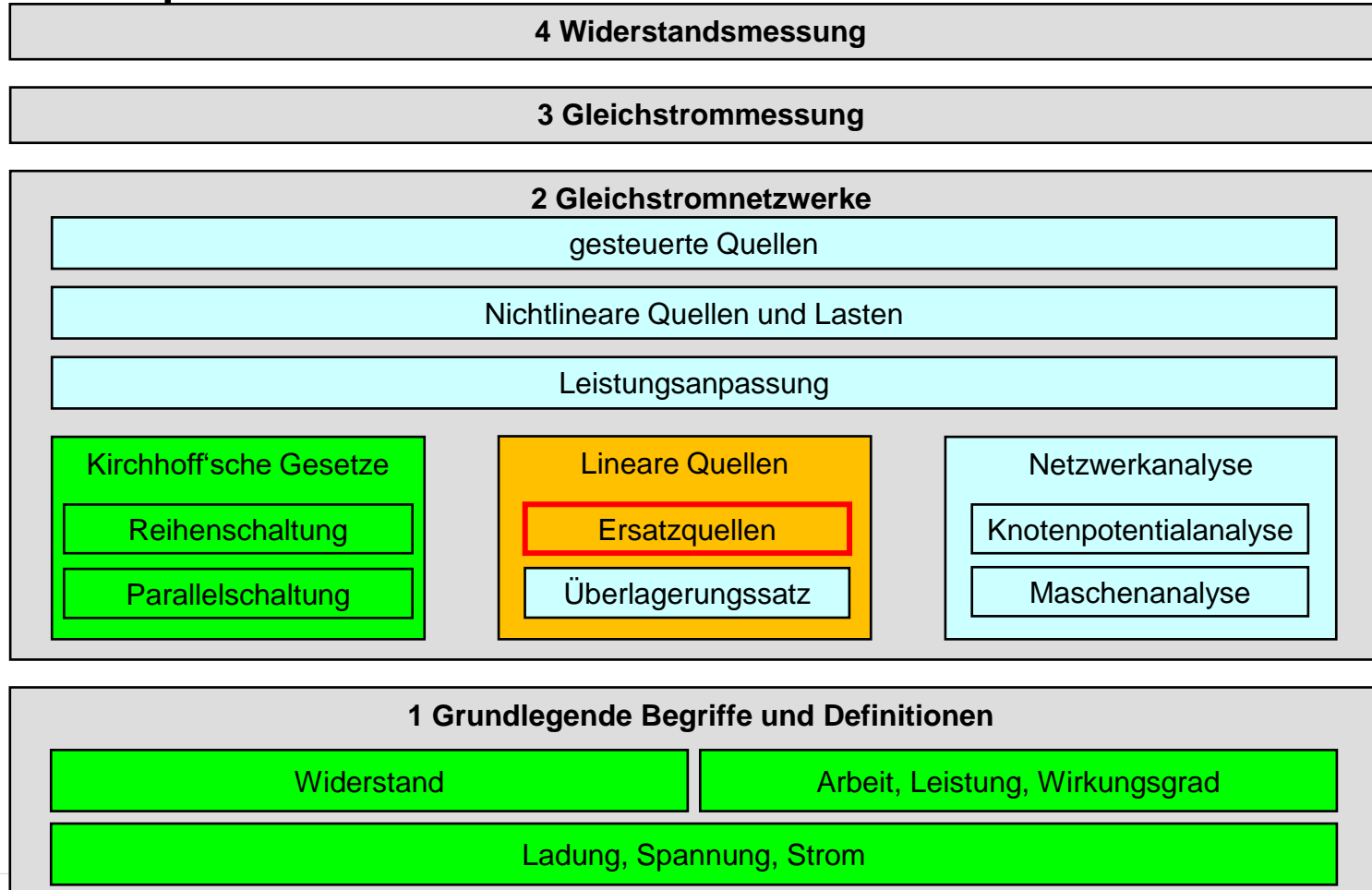
GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK ET1

Teil 3 Lineare Quellen und Ersatzspannungsquellen



GLEICHSTROM

Inhalte der Kapitel 1 – 4: Gleichstrom



2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

- 2.1 Zählpfeilsystem
- 2.2 Grundlegende Begriffe
- 2.3 Kirchhoffsche Gesetze
- 2.4 Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen
- 2.5 Strom- und Spannungsteiler
- 2.6 Lineare Quellen**
- 2.7 Umwandlung in Ersatzquellen
- 2.8 Überlagerungsprinzip
- 2.9 Netzwerkanalyse
- 2.10 Leistungsanpassung
- 2.11 Nichtlineare Quellen und Verbraucher
- 2.12 Gesteuerte Quellen

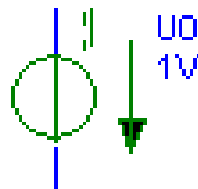
SPANNUNGS- UND STROMQUELLEN

Wie werden elektrische Schaltungen mit Leistung versorgt?

-
-
-

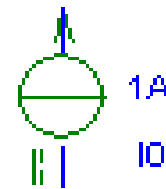
In der Netzwerkanalyse denkt man sich eine ideale Quelle:

Ideale Spannungsquelle



$$U_0 = \text{const.}$$

Ideale Stromquelle



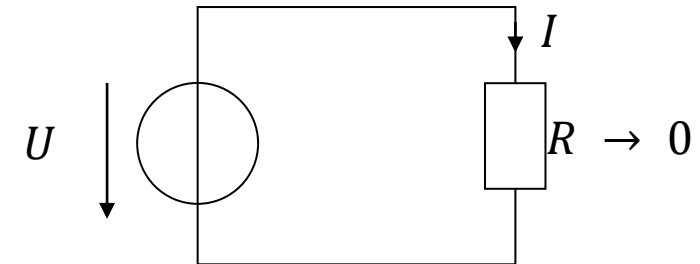
$$I_0 = \text{const.}$$

IDEALE SPANNUNGSQUELLE

Was passiert mit einer idealen Spannungsquelle im Falle eines Kurzschlusses?

- A. U wird 0
- B. I wird 0
- C. I wird unendlich groß
- D. Leistung wird unendlich groß
- E. Leistung geht gegen 0

Näherungsweise Realisierung einer idealen Spannungsquelle:



Labornetzteil



REALE SPANNUNGSQUELLE

Was passiert bei einer (realen) Batterie bei einem Kurzschluss?

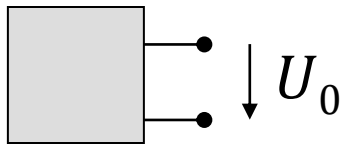
- A. I wird unendlich groß
- B. I wird 0
- C. I ergibt einen zunächst konstanten endlichen Wert
- D. U wird unendlich groß
- E. U wird 0
- F. U ergibt einen zunächst konstanten endlichen Wert



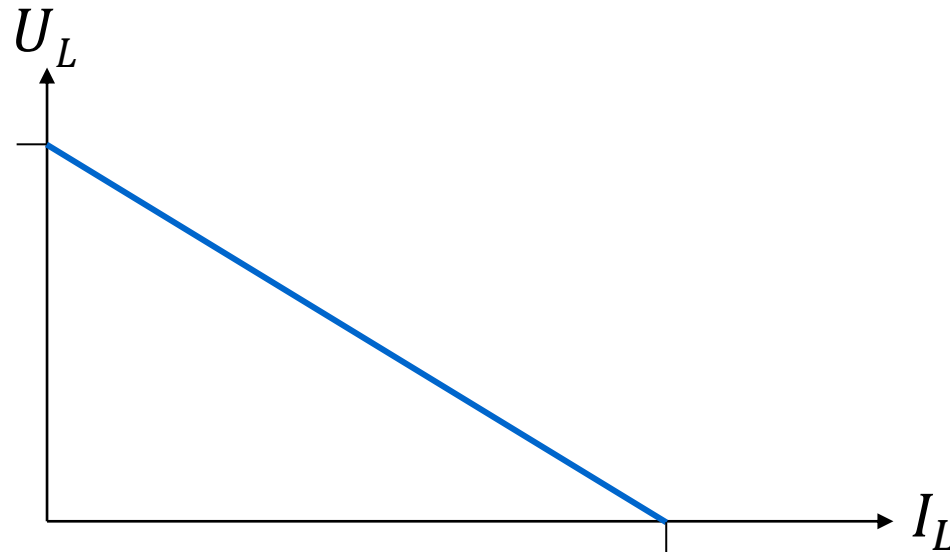
Warnhinweis:
Batterien nie
kurzschließen,
da
dies zu deren
Explosion
führen kann!

LINEARE SPANNUNGSQUELLE

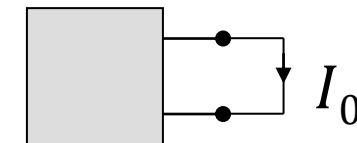
Klemmenspannung U sinkt mit steigendem Laststrom I_L



**Leerlaufspannung U_0
ohne Last**

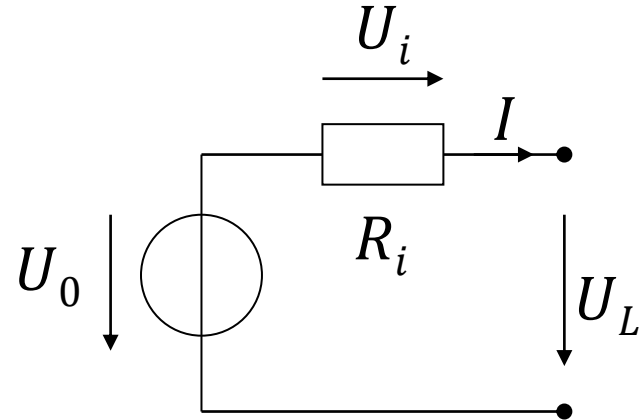


**Kurzschlußstrom I_0 :
 $R_L = 0$**



LINEARE SPANNUNGSQUELLE

Schaltbild



Gleichung

$$U_L =$$

U_0 : Leerlaufspannung
 R_i : Innenwiderstand



Beispiel:

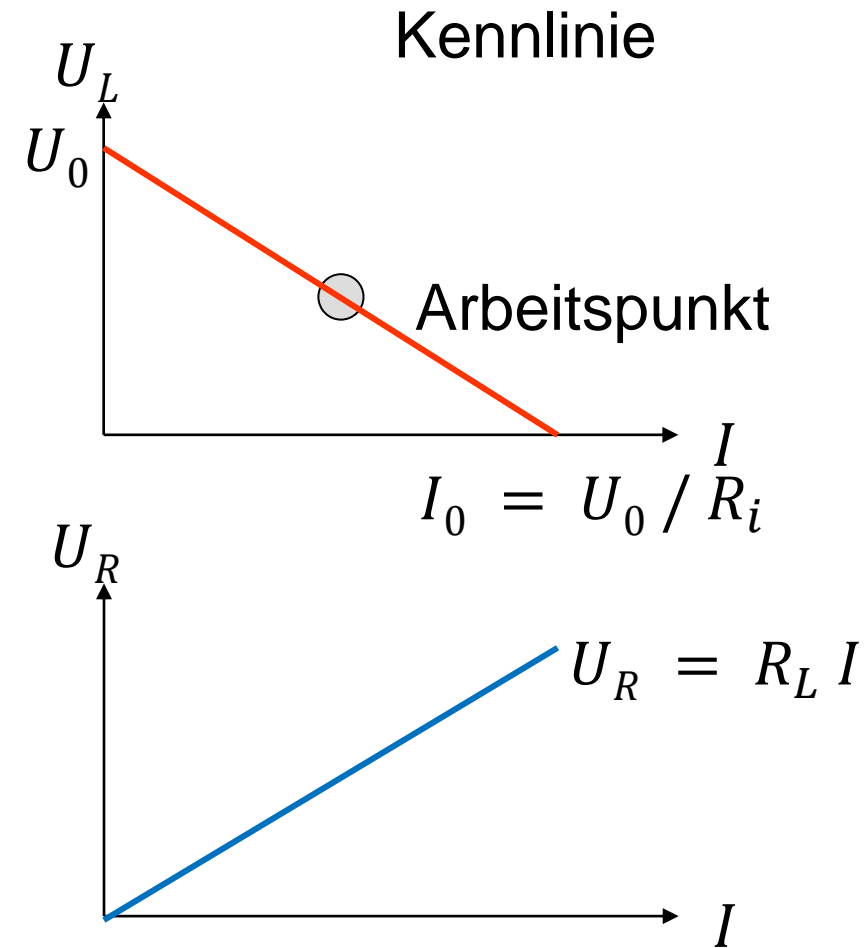
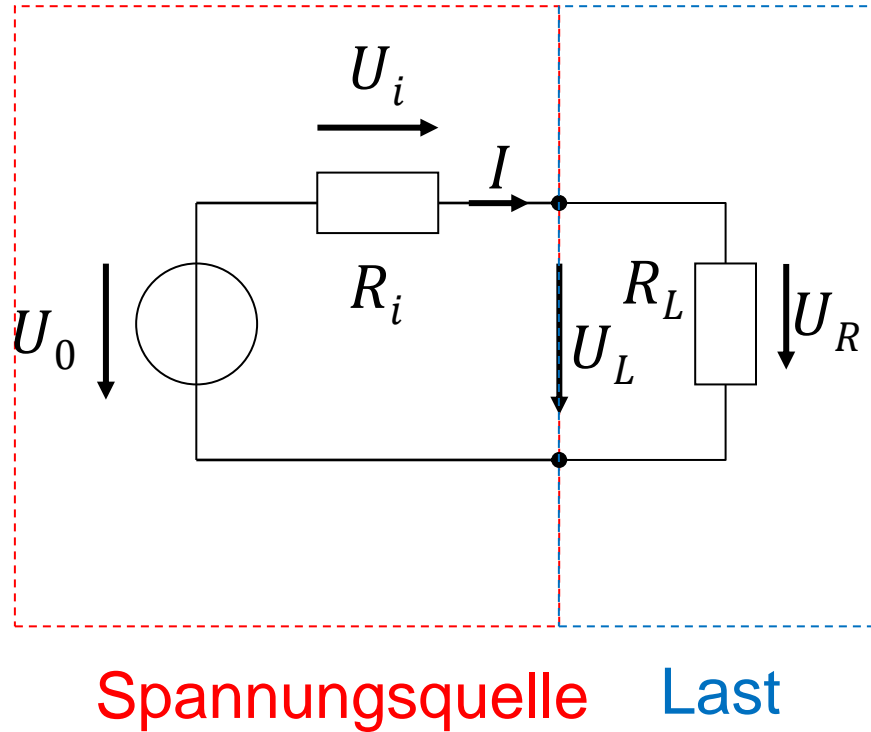
$$U_0 = 1,5 \text{ V}$$

$$R_i = 0,15 \Omega$$

vergleiche:
NiCd-Akku $0,016 \Omega$

LINEARE SPANNUNGSQUELLE MIT LAST

Schaltung



ÜBUNG

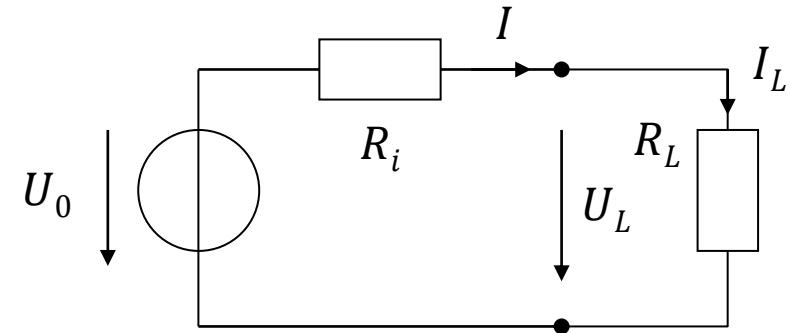
Berechnen Sie Spannung, Strom und Leistung im Arbeitspunkt.

gegeben: U_0 , R_i , R_L

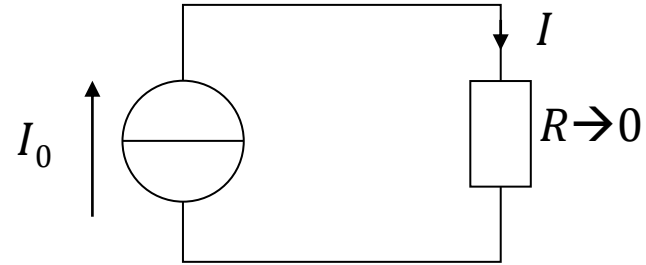
- $I_L =$

- $U_L =$

- $P_L =$



IDEALE STROMQUELLE

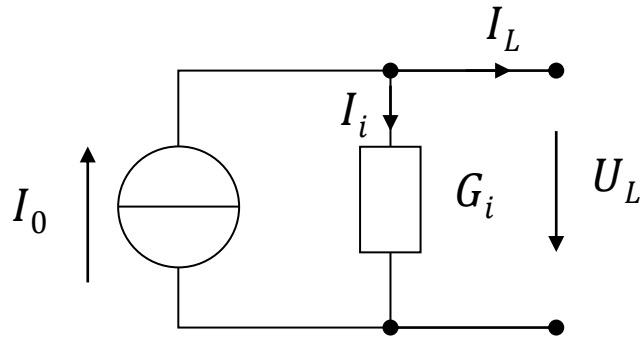


Was passiert, wenn die Klemmen einer idealen Stromquelle kurzgeschlossen werden?

- A. Nichts
- B. Strom geht gegen Null
- C. Strom geht gegen unendlich
- D. Leistung geht gegen unendlich

LINEARE STROMQUELLE

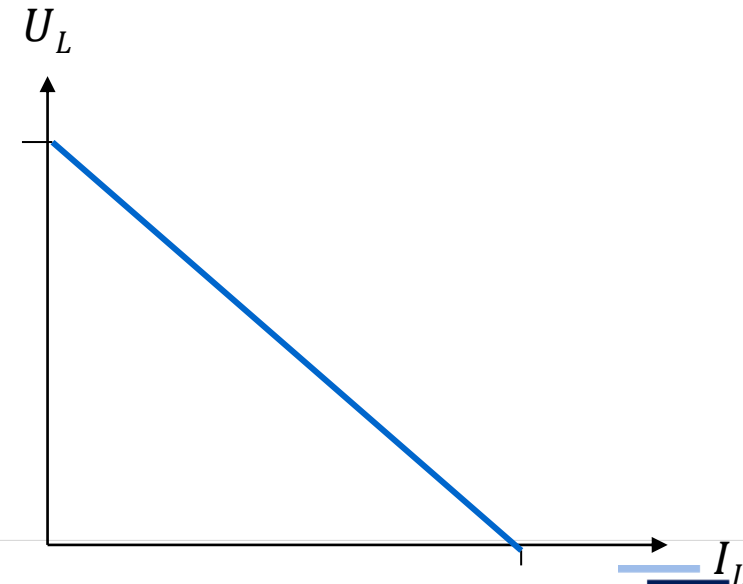
Wie sieht die Kennlinie einer linearen Stromquelle aus?



$$I_L =$$

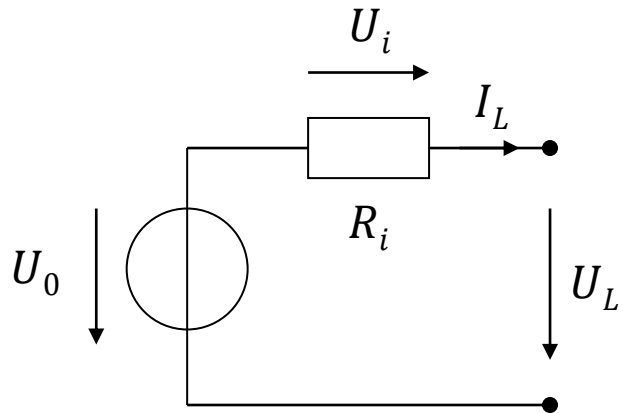
$$I_i =$$

$$\Rightarrow I_L =$$



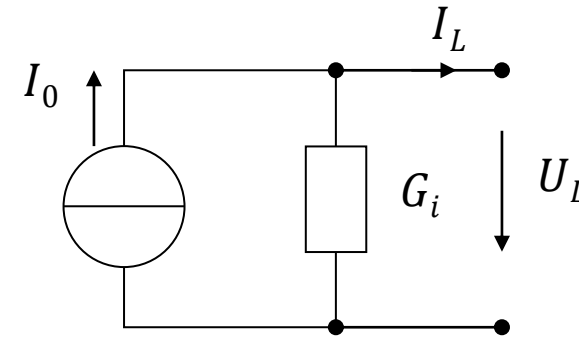
UMWANDLUNG VON LINEAREN QUELLEN

Lineare Spannungsquelle



$$U_L = U_0 - R_i I_L$$

Lineare Stromquelle



$$I_L = I_0 - G_i U_L$$

$$\Rightarrow U_L =$$

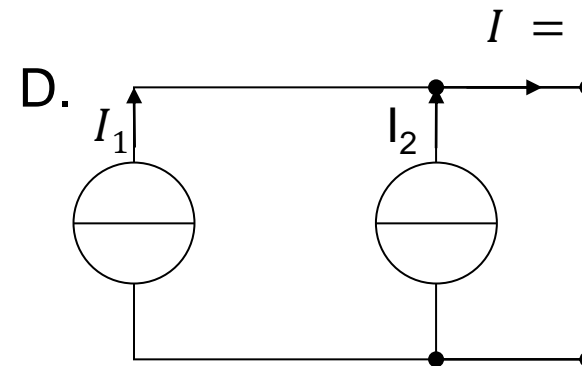
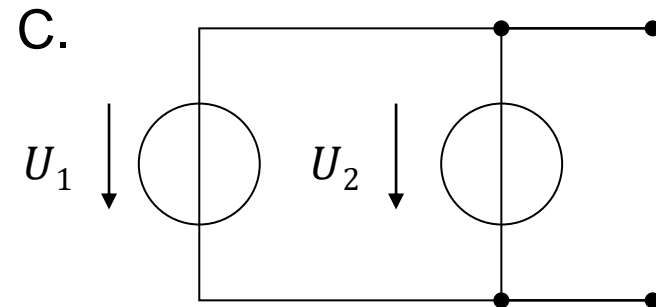
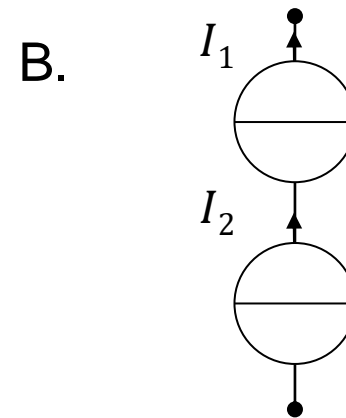
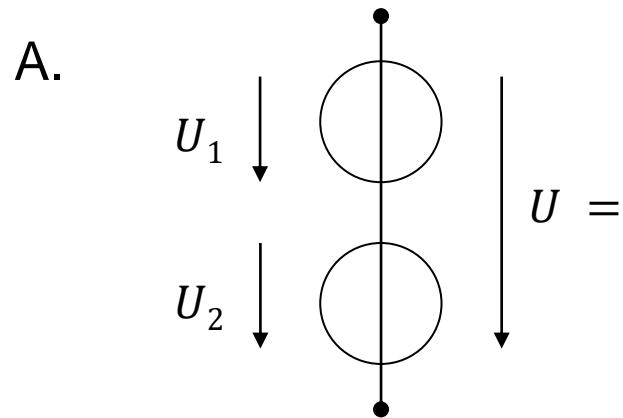
Beide Schaltungen verhalten sich gleich, wenn:

$$R_i =$$

$$U_0 =$$

KOMBINATION VON IDEALEN QUELLEN

Welche Kombinationen sind zulässig?



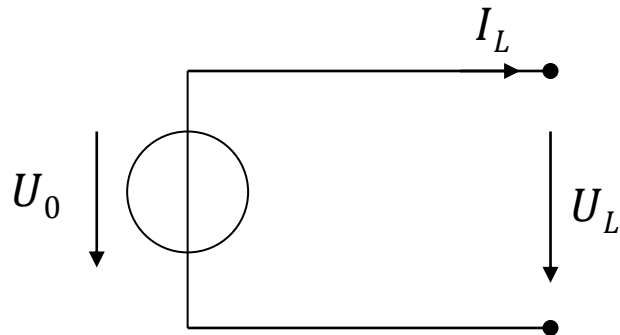
ZWISCHENRESUMÉE

Ideale Quelle



Abb.: Labornetzteil

$$U_L = U_0$$

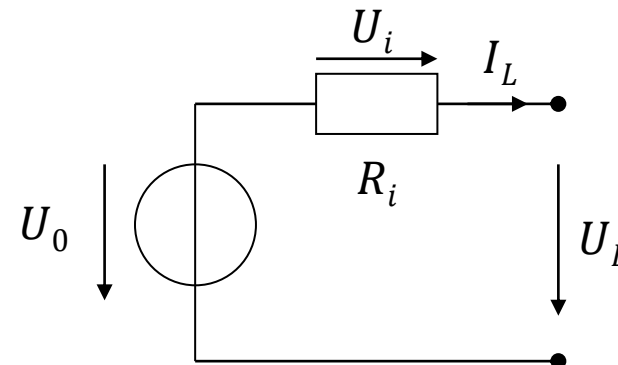


Lineare Quelle



Abb.: Batterie

$$U_L = U_0 - R_i I_L$$



2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

2.1	Zählpfeilsystem	Grundlagen
2.2	Grundlegende Begriffe	
2.3	Kirchhoffsche Gesetze	
2.4	Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen	
2.5	Strom- und Spannungsteiler	
2.6	Lineare Quellen	
2.7	Umwandlung in Ersatzquellen	Methoden
2.8	Überlagerungsprinzip	
2.9	Netzwerkanalyse	
2.10	Leistungsanpassung	Sonstiges
2.11	Nichtlineare Quellen und Verbraucher	
2.12	Gesteuerte Quellen	

UMWANDLUNG IN ERSATZQUELLEN

Ziel: Verfahren zur Vereinfachung einer Schaltung

Idee: nur Spannung und Strom an Klemmenpaar gesucht
⇒ Betrachtung als **Eintor** = Black box mit zwei Anschlüssen

(Hinweis: Zweipol ist eine veraltete Bezeichnung für ein Eintor)

Es gilt:

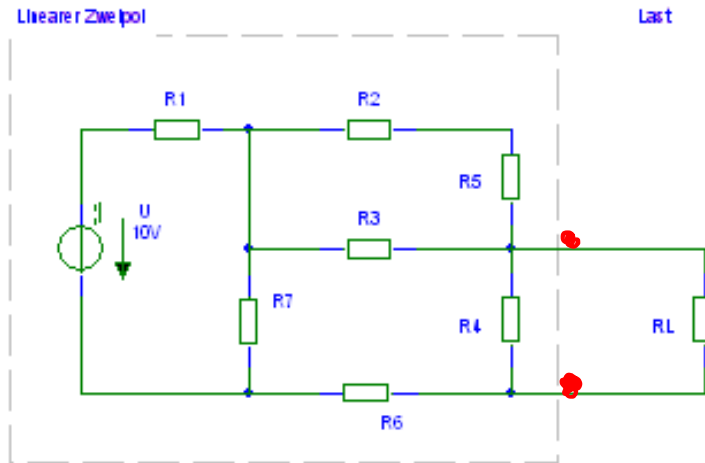
Jedes aktive lineare Eintor lässt sich in eine Ersatzspannungsquelle oder Ersatzstromquelle umwandeln.

NORTON- UND THÉVENIN-THEOREM

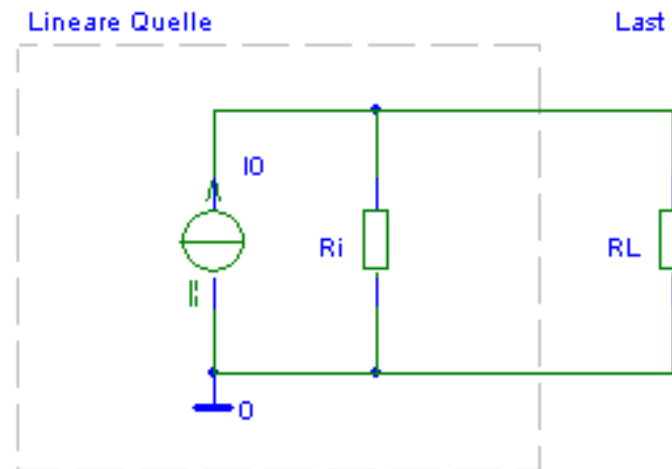
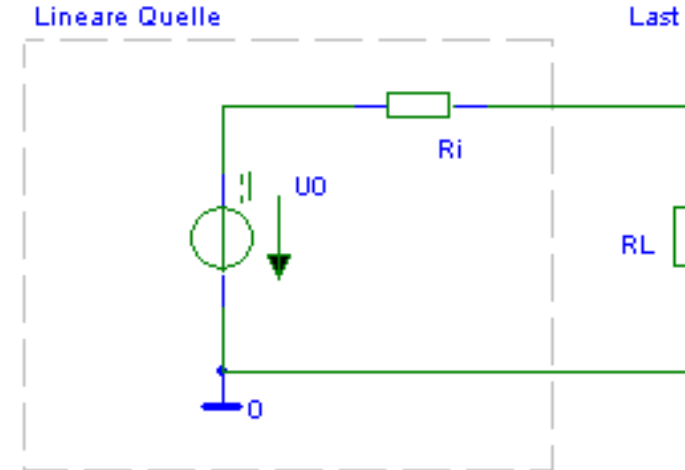
Aktiver Linearer Zweipol

Ersatzquelle

Thévenin-Theorem



Norton-Theorem



BESTIMMUNG DER ERSATZQUELLE

1. Bestimmung der Quellenspannung U_0
Leerlaufspannung des linearen Zweipols

2. Bestimmung des Innenwiderstandes R_i
Innenwiderstand zwischen den beiden Polen
(ohne den Lastwiderstand „in die Klemmen hineinschauen“)

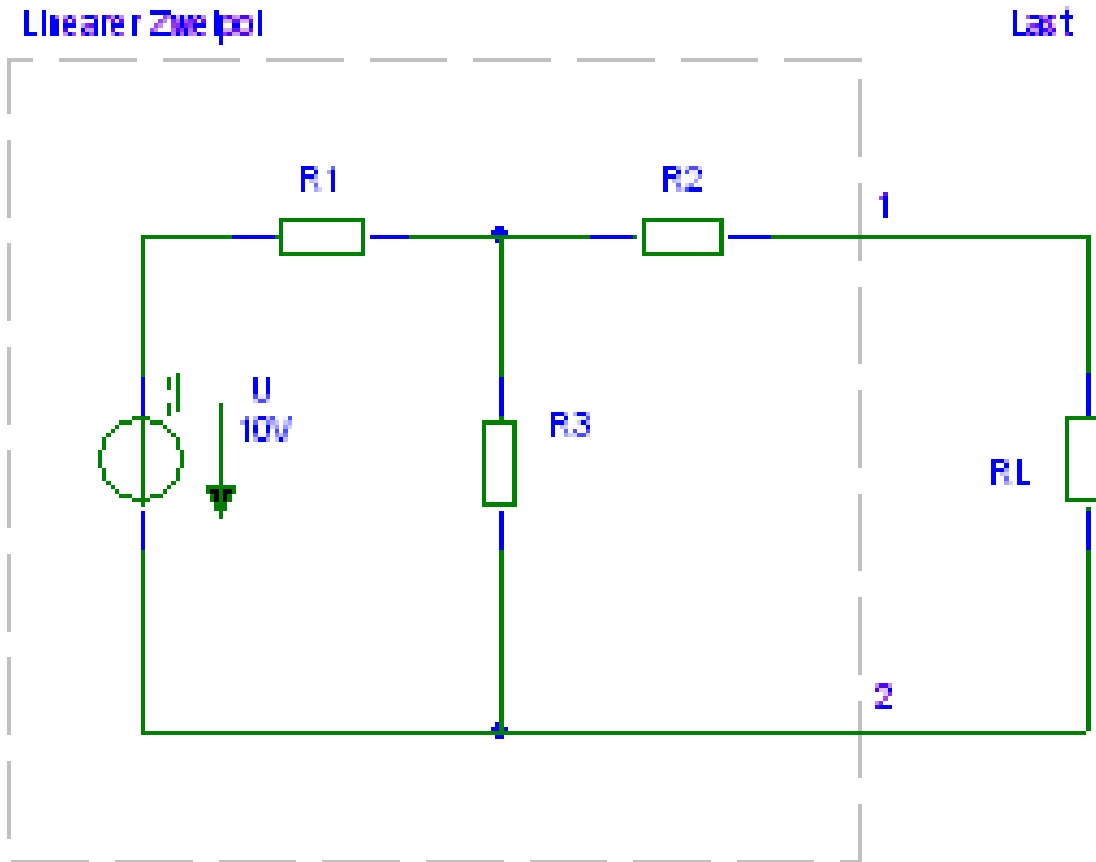
- ideale Spannungsquellen → durch Kurzschluss ersetzen
- ideale Stromquellen entfernen

Optional, nur wenn lineare Stromquelle gesucht:

3. Berechnung des Kurzschlussstromes I_0
Wenn Ersatzstromquelle gefragt
⇒ Kurzschlussstrom über $I_0 = U_0 / R_i$ berechnen

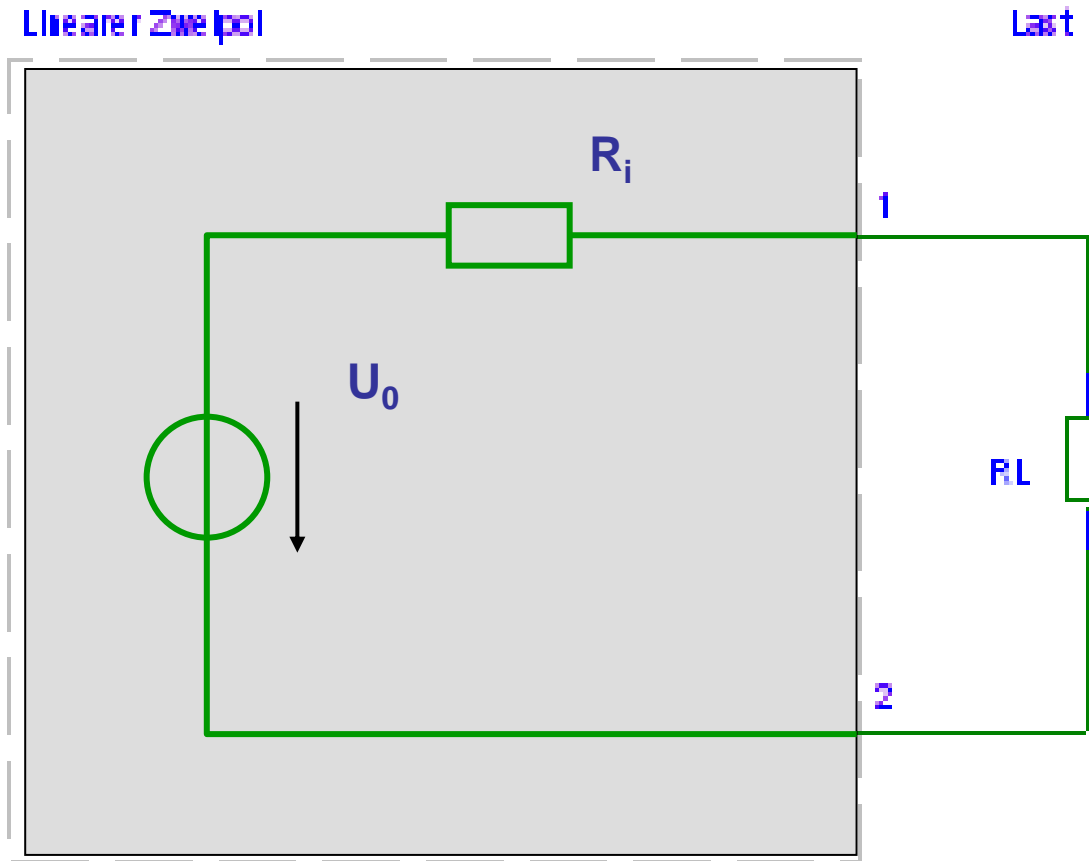
BEISPIEL

Bestimmen Sie die Ersatzquelle der folgenden Schaltung:

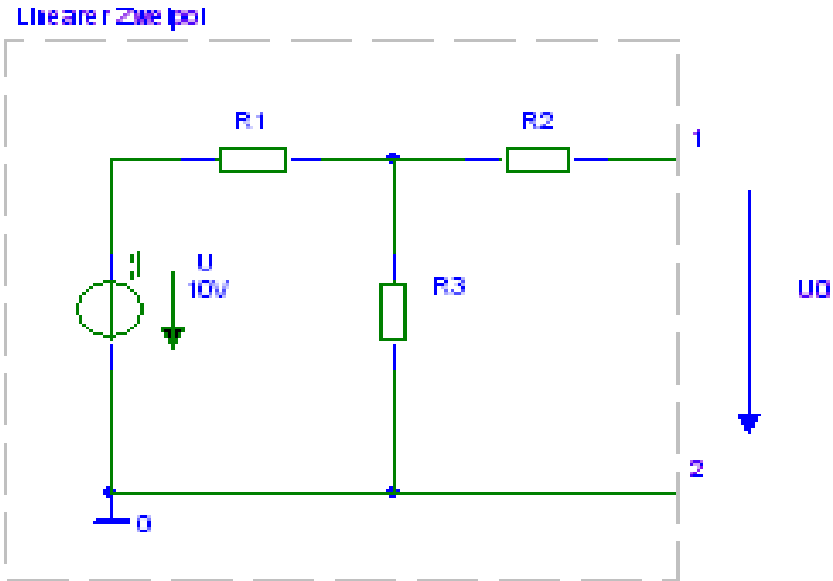


BEISPIEL

Bestimmen Sie die Ersatzquelle der folgenden Schaltung:



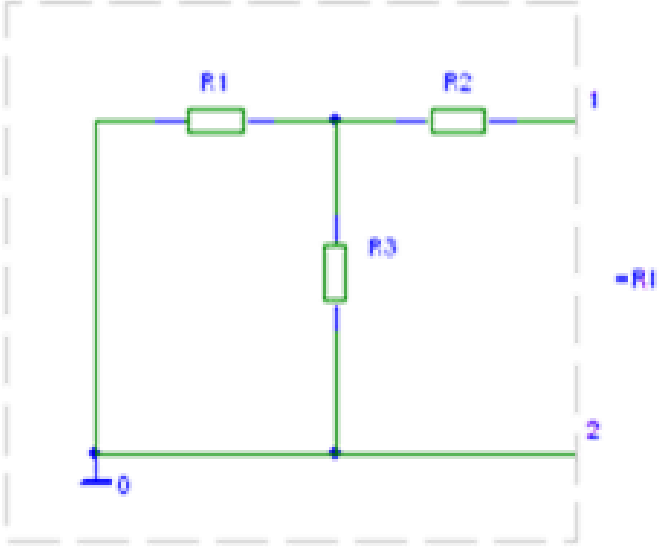
1. BESTIMMUNG DER LEERLAUFSPANNUNG



- Leerlauf der Klemmen 1 und 2 !
- Wie groß ist der Strom durch R_2 ?
- Wie groß ist die Spannung an R_2 ?
- Wie groß ist U_0 ?

2. BESTIMMUNG DES INNENWIDERSTANDES

Linearer Zweipol



Spannungsquelle → Kurzschluss

Stromquelle → Unterbrechung

Widerstand zwischen den Klemmen:

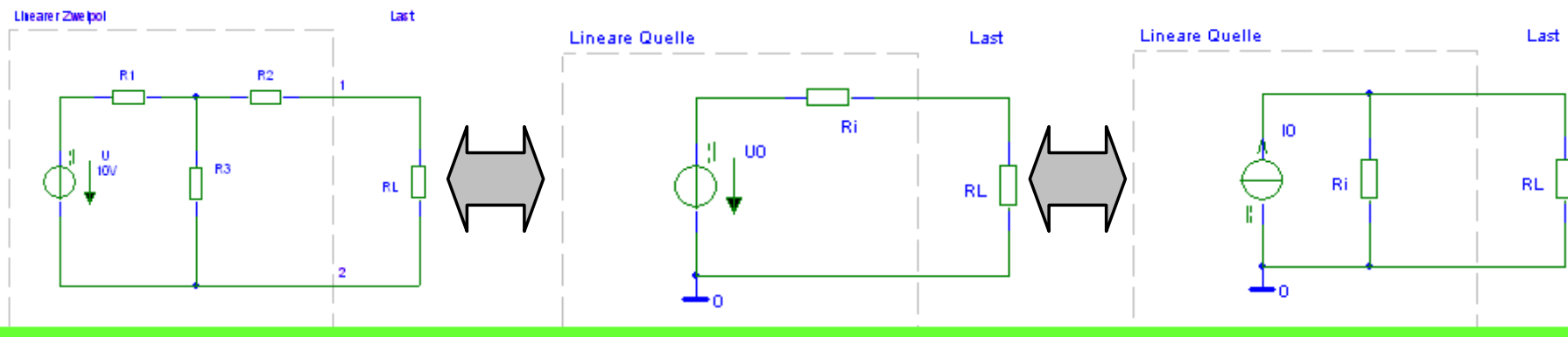
3. BESTIMMUNG DES KURZSCHLUßSTROMES

Kurzschlußsstrom berechnen: $I_0 = U_0 / R_i$

$$I_0 = \frac{U_0}{R_i} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot U \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \cdot U$$

Ergebnis:

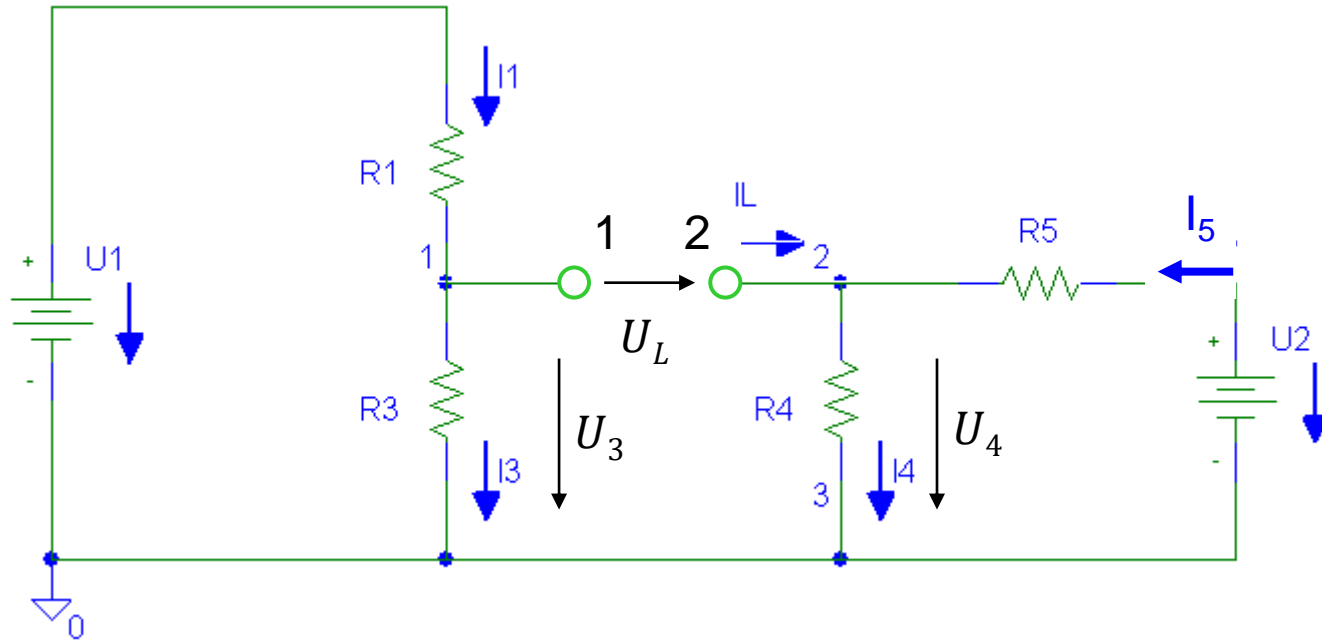
3 Schaltungen, die sich bzgl. der Klemmen 1-2 gleich verhalten



Vorsicht: Häufig wird die Leerlaufspannung U_0 mit U verwechselt !

ÜBUNGSAUFGABE

Bestimmen Sie die Ersatzspannungsquelle, gegeben sind U_1, U_2 und die Widerstände.



$$U_0 =$$

$$R_i =$$

LÖSUNG ZUM VERGLEICH

$$U_3 = U_1 \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

$$U_4 = U_2 \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5}$$

$$U_0 = U_{12} = U_3 - U_4$$

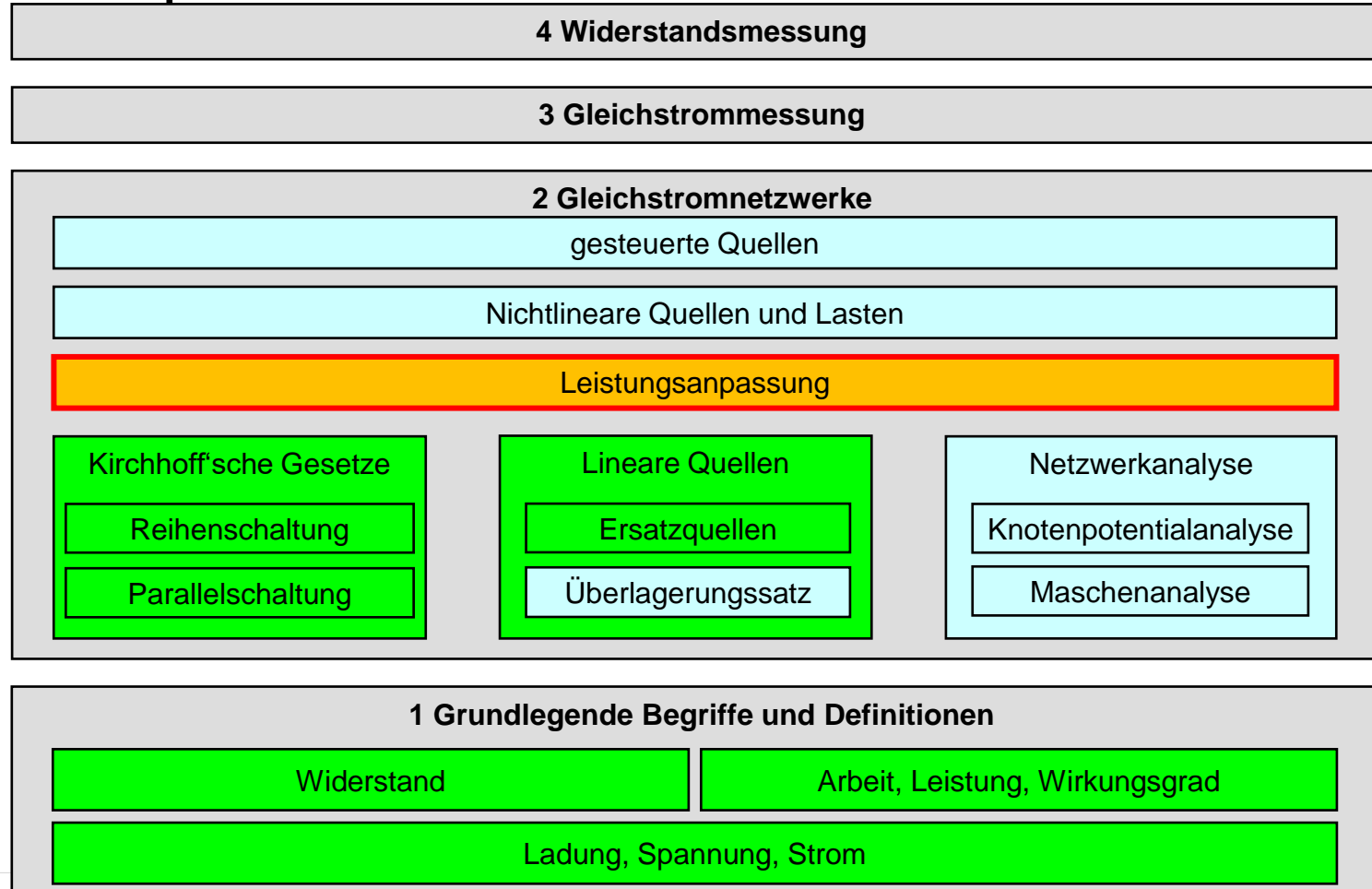
$$R_i = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$$

2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

2.1	Zählpfeilsystem	Grundlagen
2.2	Grundlegende Begriffe	
2.3	Kirchhoffsche Gesetze	
2.4	Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen	
2.5	Strom- und Spannungsteiler	
2.6	Lineare Quellen	
2.7	Umwandlung in Ersatzquellen	Methoden
2.8	Überlagerungsprinzip	
2.9	Netzwerkanalyse	
2.10	Leistungsanpassung	Sonstiges
2.11	Nichtlineare Quellen und Verbraucher	
2.12	Gesteuerte Quellen	

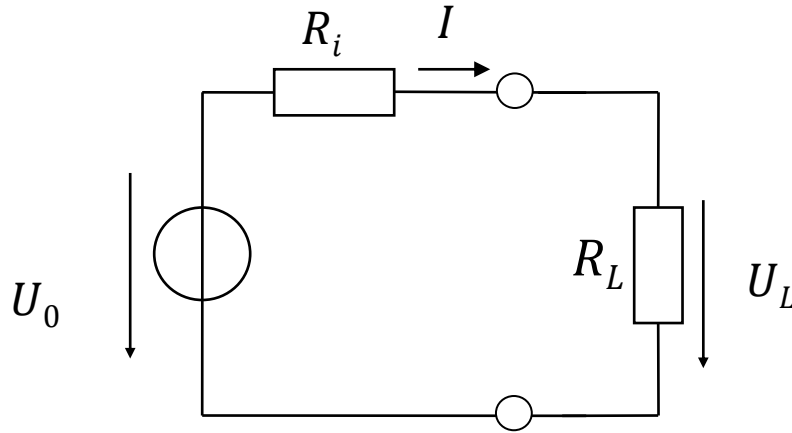
GLEICHSTROM

Inhalte der Kapitel 1 – 4: Gleichstrom



LEISTUNG IN LAST R_L BEI LINEARER QUELLE

Wie groß ist die Leistung, die in der Last R_L umgewandelt wird?



$$P_L = \frac{R_L U_0^2}{(R_i + R_L)^2}$$

$I =$

$U_L =$

$P_L =$

LEISTUNGSANPASSUNG BEI LINEARER QUELLE

Bei welchem Lastwiderstand ist die Leistung in R_L maximal?

$P_L = f(R_L)$ hat Maximum, wenn:

Es gilt: $\left(\frac{f}{g}\right)' =$

Mit: $P_L = \frac{R_L U_0^2}{(R_i + R_L)^2} \quad \Rightarrow f = \quad g =$

$$\Rightarrow f' = \quad g' =$$

$$P_L'(R_L) =$$

RECHNUNGEN (SAUBER)

$$\begin{aligned}u &= R_L U_0^2 & v &= (R_i + R_L)^2 \\u' &= U_0^2 & v' &= 2(R_i + R_L)\end{aligned}$$

$$P_L = \frac{U_0^2 (R_i + R_L)^2 - R_L U_0^2 2(R_i + R_L)}{(R_i + R_L)^4}$$

$$P_L = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R_L U_0^2 2(R_i + R_L) = U_0^2 (R_i + R_L)^2$$

$$R_L^2 = R_i^2$$

$$R_L = R_i$$

$$P_L(R_L) = \frac{R_i U_0^2}{(4R_i^2)} = \frac{U_0^2}{4R_i}$$

MATHEMATICA LÖSUNG

<https://develop.open.wolframcloud.com/app/>

```
PL[RL_]:=U0^2*(RL/(RL+Ri)^2);
```

```
D[PL[RL],RL]
```

```
FullSimplify[D[PL[RL],RL]]
```

```
Solve[D[PL[RL],RL]==0,RL]
```

```
PL[Ri]
```

```
Plot[PL[RL]/.{U0->1,Ri->1},{RL,0,6}]
```

```
In[1]:= PL[RL_] := U0 ^ 2 * (RL / (RL + Ri) ^ 2) ;  
D[PL[RL] , RL]
```

```
Out[17]=  $-\frac{2 RL U0^2}{(Ri + RL)^3} + \frac{U0^2}{(Ri + RL)^2}$ 
```

```
In[18]:= FullSimplify[D[PL[RL] , RL]]
```

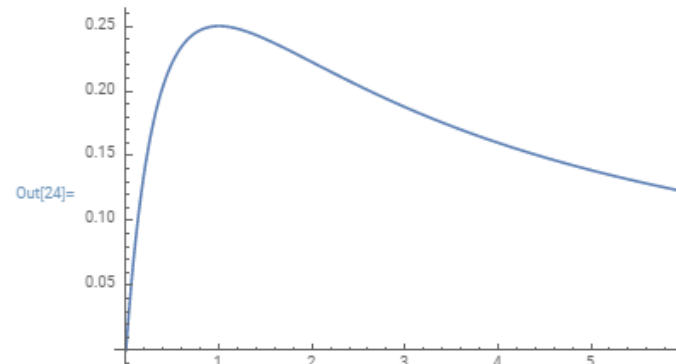
```
Out[18]=  $\frac{(Ri - RL) U0^2}{(Ri + RL)^3}$ 
```

```
In[19]:= Solve[D[PL[RL] , RL] == 0 , RL]
```

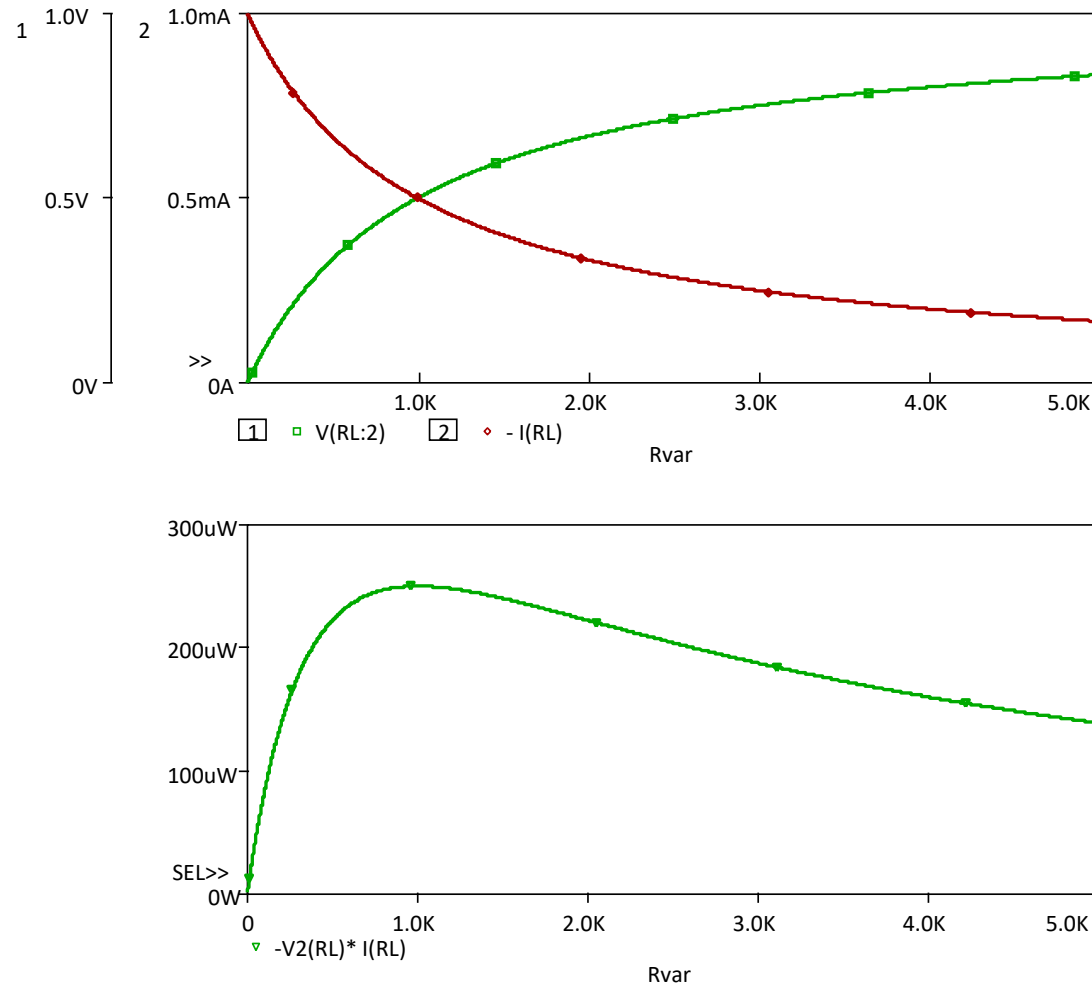
```
Out[19]= {{RL -> Ri}}
```

```
In[20]:= PL[Ri]
```

```
Out[20]=  $\frac{U0^2}{4 Ri}$ 
```



LEISTUNGSANPASSUNG BEI LINEARER QUELLE



Die Leistung in R_L wird maximal für $R_i = R_L$ und es gilt:

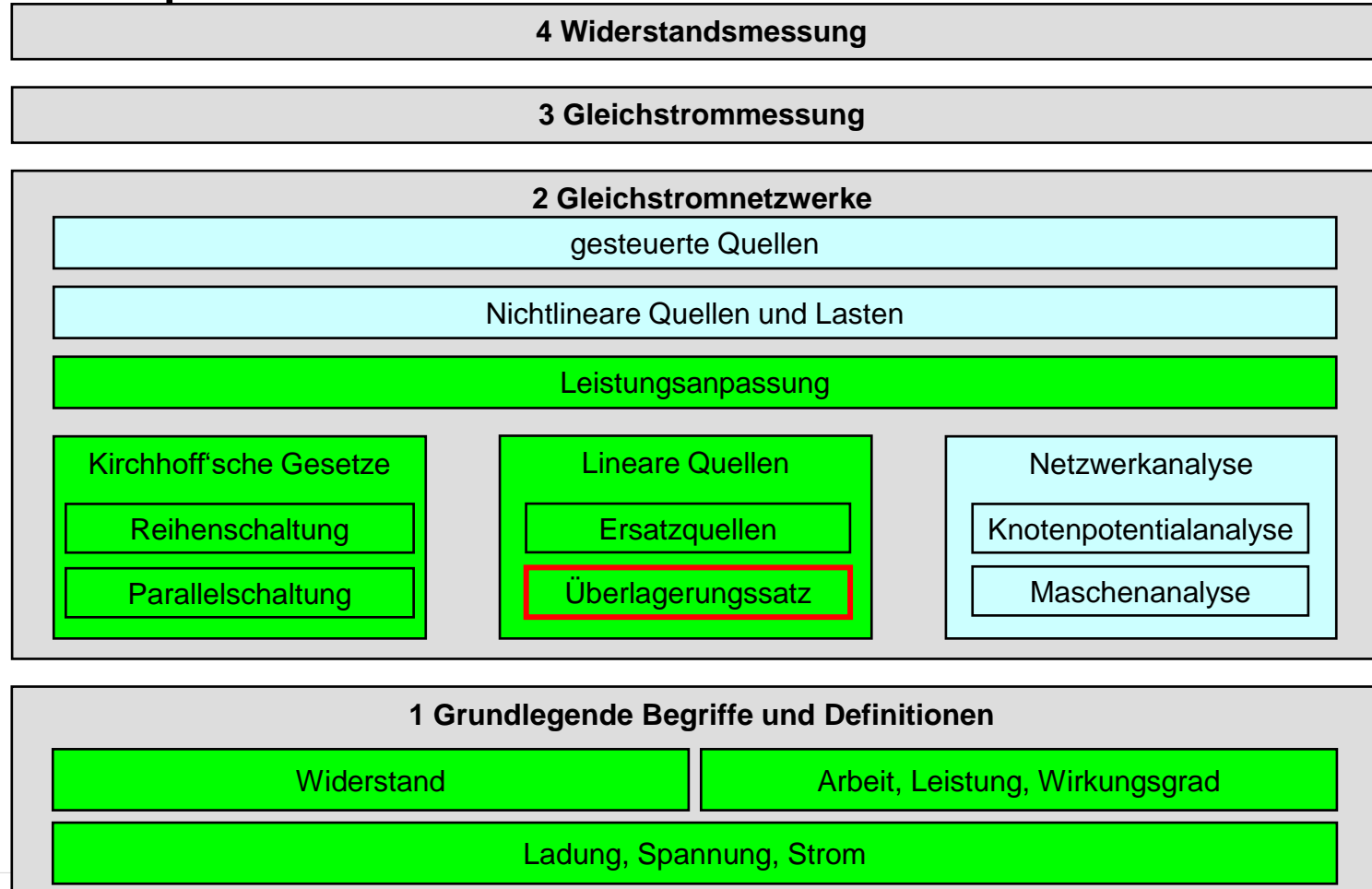
$$P_{L,max} = \frac{U_0^2}{4R_i}$$

2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

2.1	Zählpfeilsystem	Grundlagen
2.2	Grundlegende Begriffe	
2.3	Kirchhoffsche Gesetze	
2.4	Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen	
2.5	Strom- und Spannungsteiler	
2.6	Lineare Quellen	
2.7	Umwandlung in Ersatzquellen	Methoden
2.8	Überlagerungsprinzip	
2.9	Netzwerkanalyse	
2.10	Leistungsanpassung	Sonstiges
2.11	Nichtlineare Quellen und Verbraucher	
2.12	Gesteuerte Quellen	

GLEICHSTROM

Inhalte der Kapitel 1 – 4: Gleichstrom



ÜBERLAGERUNGSPRINZIP

Ziel: Analyse von Schaltungen mit mehr als einer Quelle

Idee: Wirkung jeder Quelle einzeln berechnen
Einzelwirkungen aufaddieren

Es gilt:

- In einem linearen Netzwerk kann die von allen Quellen hervorgerufene Wirkung an einer beliebigen Stelle des Netzwerkes als Summe der Wirkungen jeder einzelnen Quelle bestimmt werden.
- Dabei sind die idealen Quellen durch ihre idealen Innenwiderstände zu ersetzen (ideale Spannungsquelle $R_i = 0$, Stromquelle mit $R_i \rightarrow \infty$).

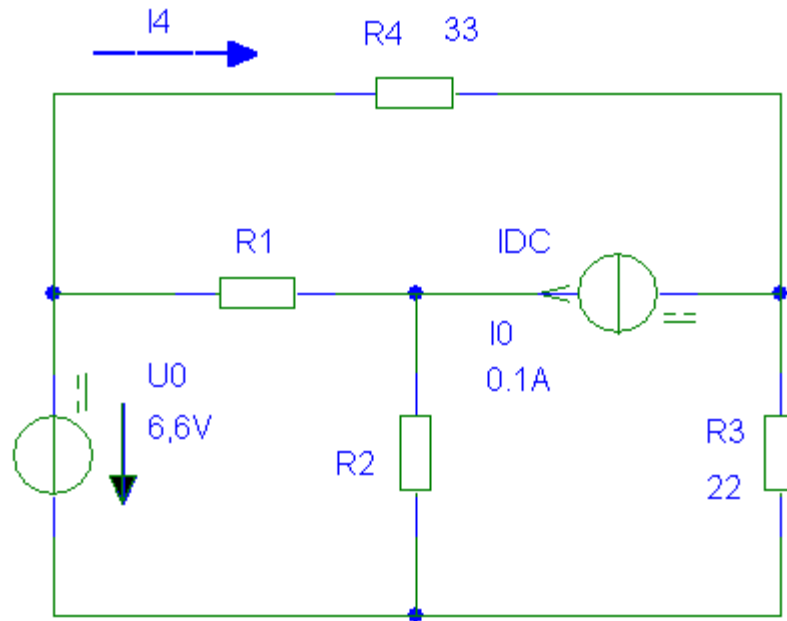
Auch bezeichnet als: **Superpositionsprinzip** oder **Helmholtz-Prinzip**

METHODE DES ÜBERLAGERUNGSPRINZIPS

- je Quelle ein Schaltbild:
 - alle anderen idealen Spannungsquellen kurzgeschlossen
 - alle anderen idealen Stromquellen entfernt
- je Schaltbild berechnet man dann den gesuchten Teilstrom oder die gesuchte Teilspannung
- Ergebnis
= Summe der Teilströme oder Teilspannungen
(die Superposition)

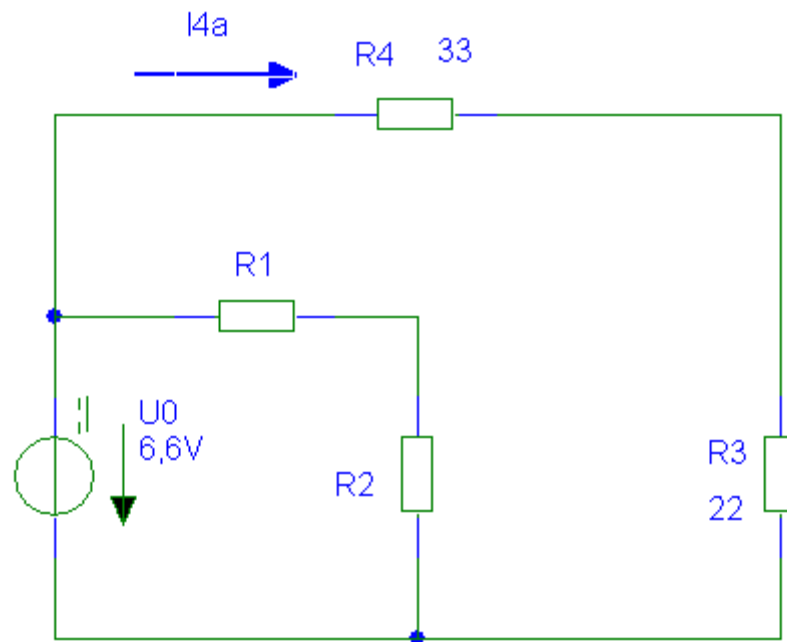
BEISPIEL

Bestimmen Sie den Laststrom I_4



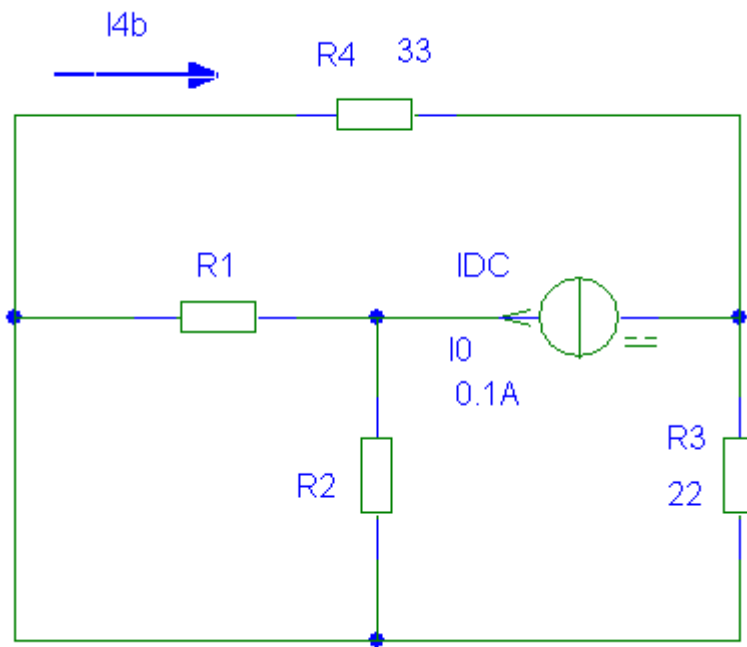
1. SCHALTBILD: EINFLUSS VON U_0

$$I_{4a} =$$



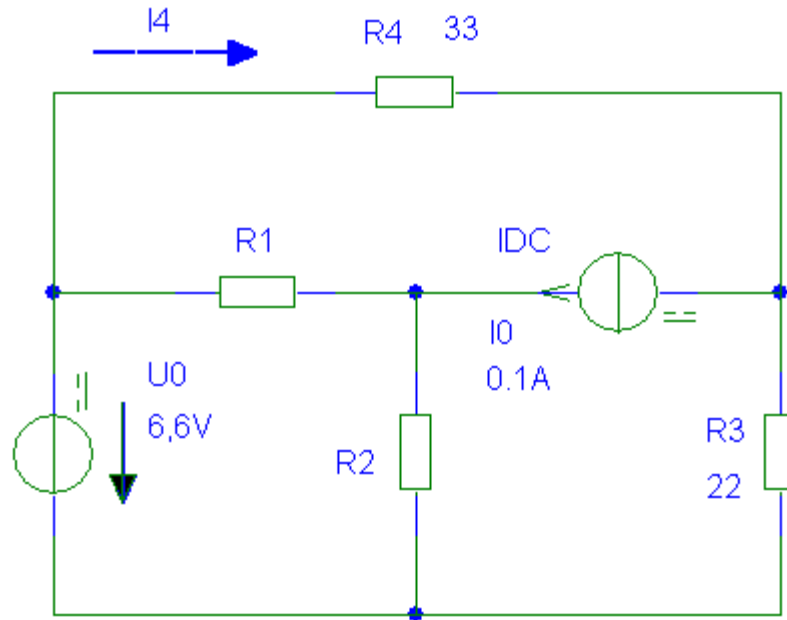
2. SCHALTBILD: EINFLUSS VON I_0

$$I_{4b} =$$



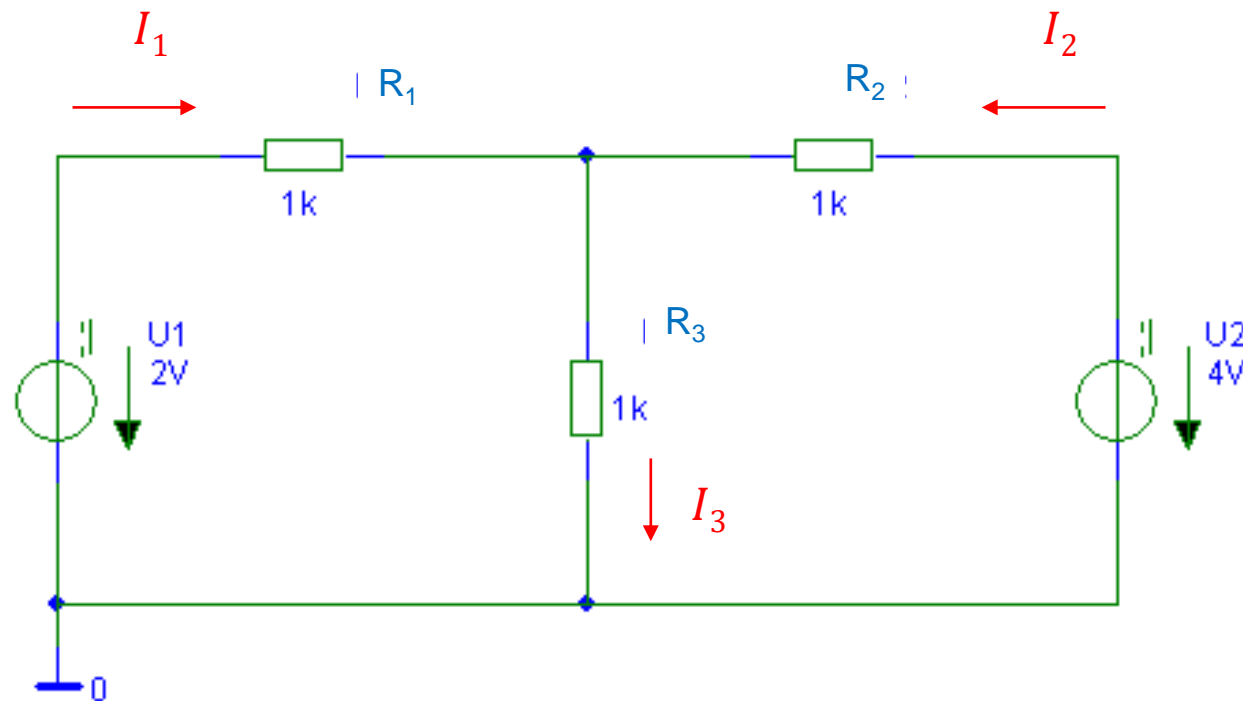
3. SUPERPOSITION

$$I_4 = I_{4a} + I_{4b} =$$

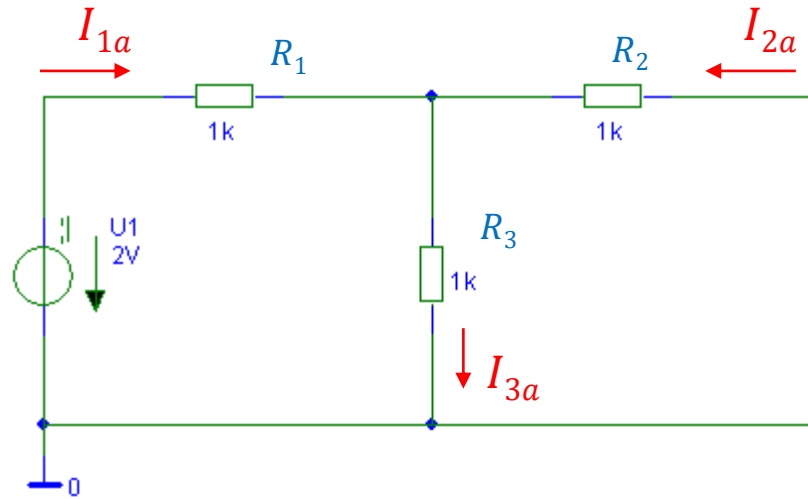


ÜBUNGSAUFGABE ZUR SUPERPOSITION

Bestimmen Sie den Strom I_3 durch den mittleren Widerstand.



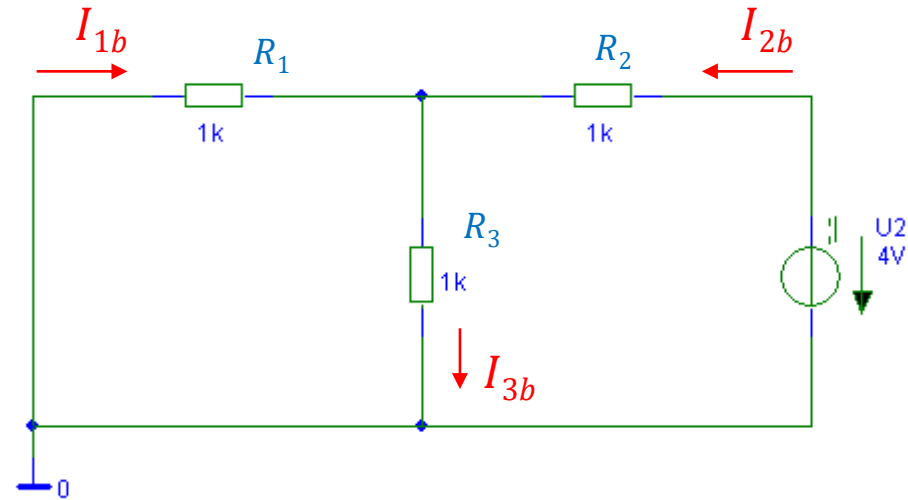
1. EINFLUSS VON U_1



$$I_{1a} =$$

$$I_{3a} =$$

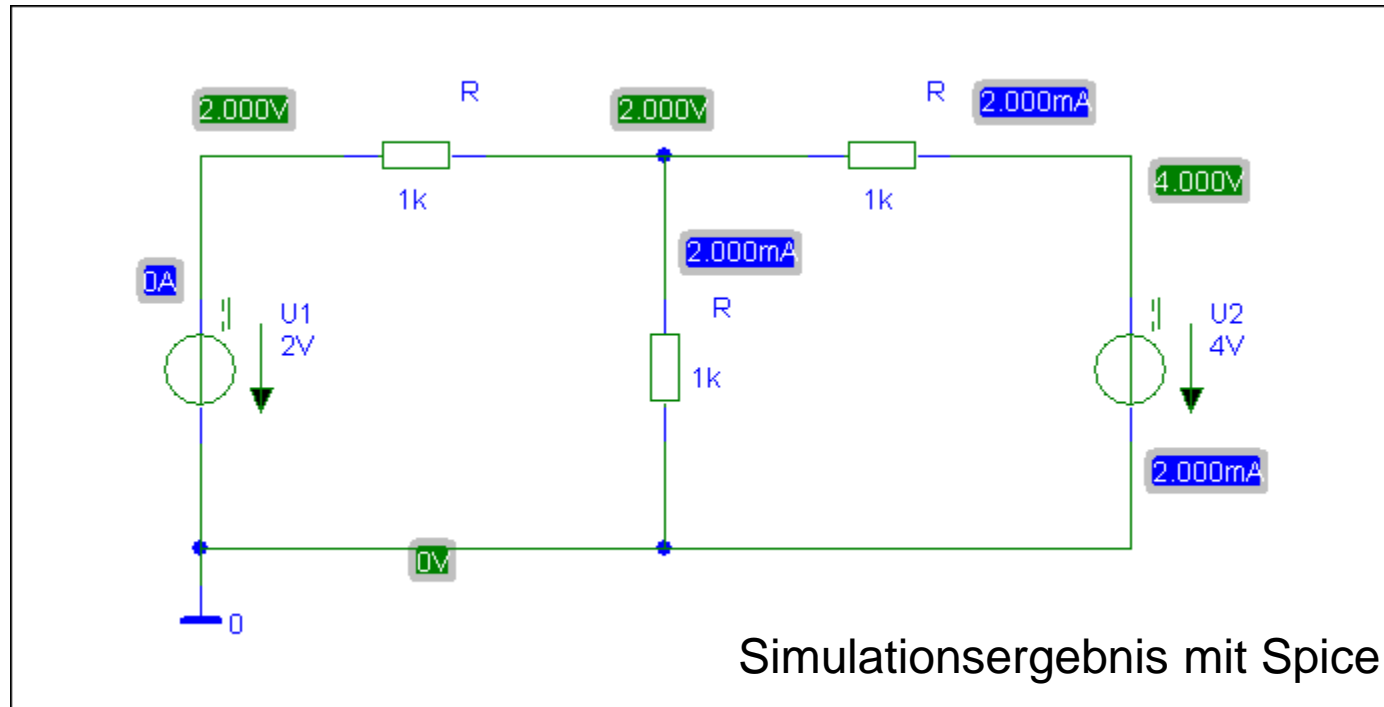
2. EINFLUSS VON U_2



$$I_{2b} =$$

$$I_{3b} =$$

3. SUPERPOSITION



$$I_{3a} = 2/3 \text{ mA}$$

$$I_{3b} = 4/3 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I_3 =$$

WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN... (1)

Kennlinien und Schaltbild der linearen Quellen

- lineare Spannungsquelle:
- lineare Stromquelle:

Umwandlung von linearer Spannungs- in lineare Stromquelle:

- Widerstand:
- Stromquelle:

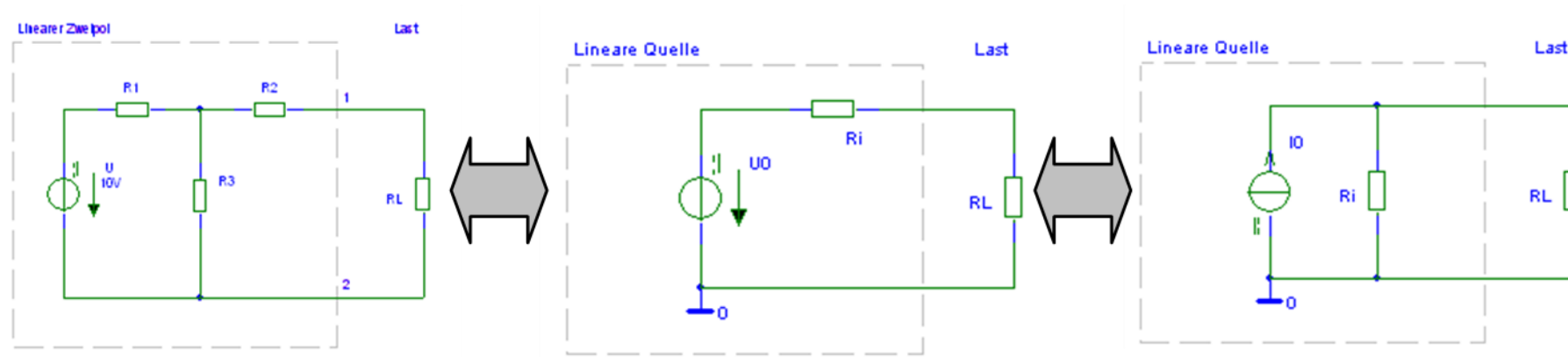
Umwandlung eines aktiven linearen Netzwerkes in Ersatzquelle:

- 1.
- 2.

Leistungsanpassung ist gegeben, wenn:

WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN (2)

Wie bestimmt man den Innenwiderstand einer Quelle?



WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN... (3)

Überlagerungsprinzip

- eingesetzt, wenn:
- Vorgehen:
- Spannungsquelle ersetzen durch:
- Stromquelle ersetzen durch: