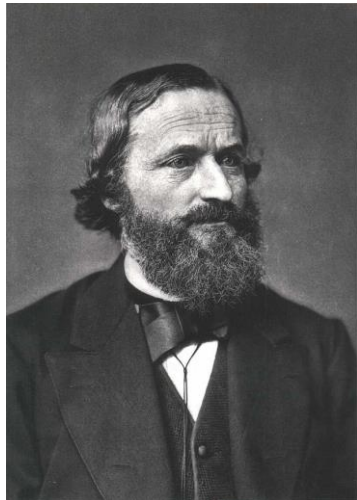


# GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK ET1

## Teil 2

### Gleichstromschaltungen, von Kirchhoff bis zum Spannungsteiler



Gustav Robert Kirchhoff (\* 12. März 1824 in Königsberg (Preußen); † 17. Oktober 1887 in Berlin) war ein deutscher Physiker, der sich insbesondere um die Erforschung der Elektrizität verdient gemacht hat. Kirchhoff ist bekannt für seine Regeln der elektrischen Stromkreise zur Beschreibung der Abhängigkeit von elektrischer Spannung, elektrischem Strom und elektrischem Widerstand, die er 1845 fand.

([http://de.wikipedia.org/wiki/Gustav\\_Robert\\_Kirchhoff](http://de.wikipedia.org/wiki/Gustav_Robert_Kirchhoff))

# REVIEW ...

SI Einheiten und SI Präfix

Einheiten

Ladung

Spannung

Strom

Stromdichte

Widerstand

ohmscher Widerstand?

Leitwert

Spezifischer Widerstand

Spezifischer Leitwert

Gleichstromwiderstand

Differentieller Widerstand

Temperaturkoeffizient

Temperaturempfindlichkeit

MKSA, pico =  $10^{-12}$ , ...

Hilfe bei Fehlersuche

Quelle des elektrischen Feldes

$$U = W / Q$$

$$I = Q / t$$

$$J = I / A$$

$$R = U / I$$

$R = \text{const.}$ , Ohmsches Gesetz

$$G = 1/R$$

$$R = \rho \ell / A$$

$$\sigma = 1 / \rho$$

$$R = U / I \text{ im AP}$$

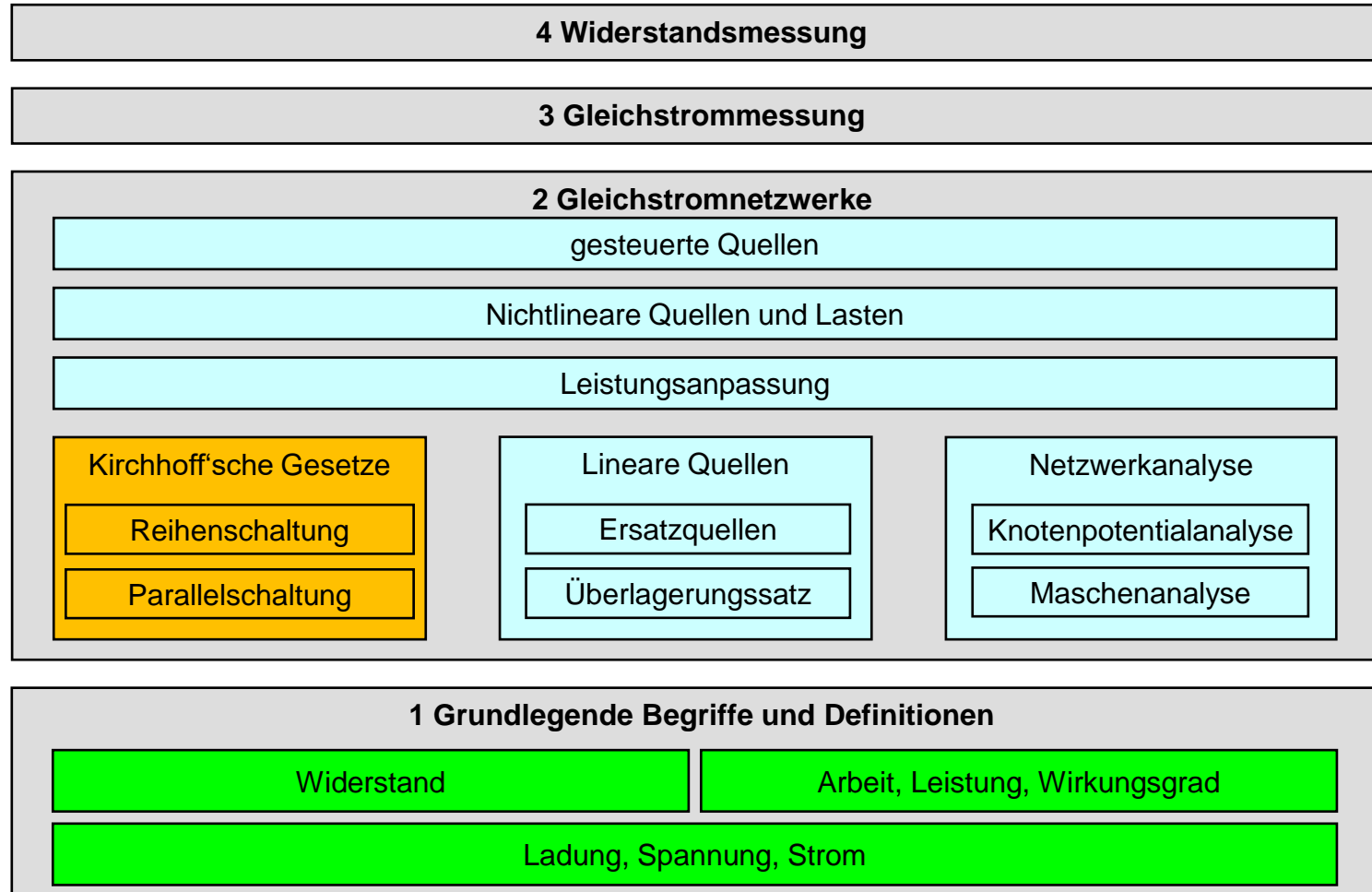
$$r = dU / dI \text{ im AP}$$

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta \vartheta)$$

$$E = dR / d\vartheta$$

# GLEICHSTROM

## Inhalte der Kapitel 1 – 4: Gleichstrom

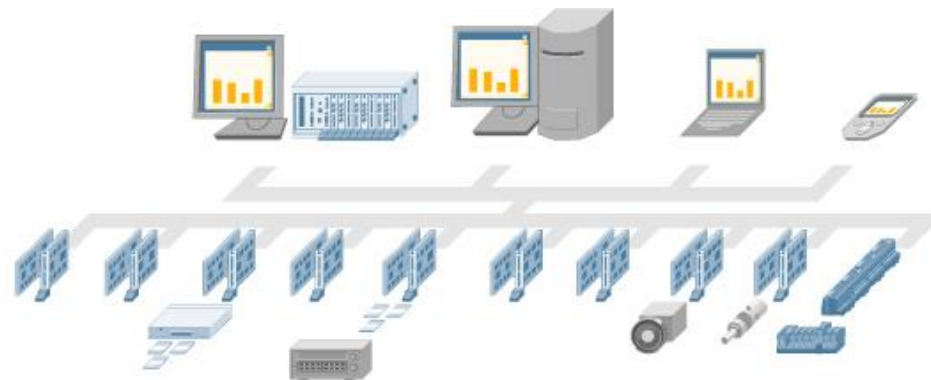


# PROBLEMSTELLUNG

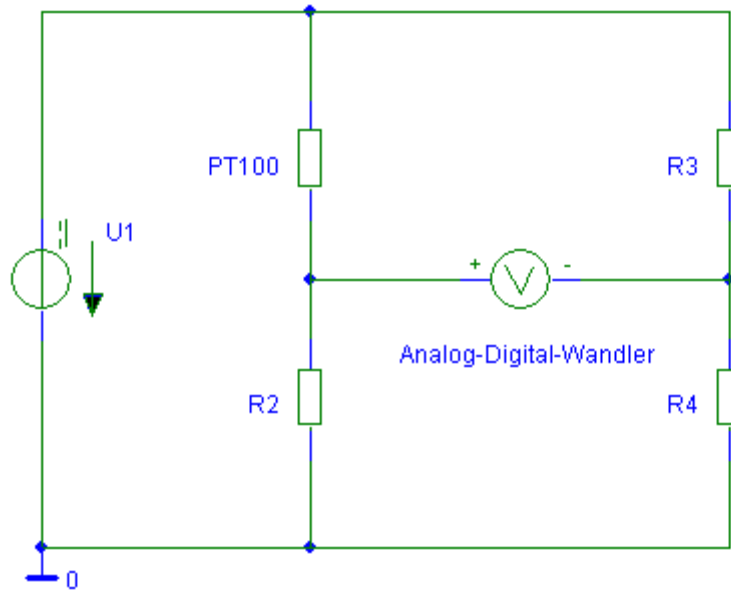
Werten Sie das Signal eines Pt100-Temperatursensors durch einen Rechner aus.

gegeben:

- Temperaturbereich:  $0^{\circ}\text{C} \dots +100^{\circ}\text{C}$
- Temperaturkoeffizient  $\alpha = 3,85 \cdot 10^{-3} / \text{K}$
- Analogschnittstelle für  $U_{in} = 0 \dots 1\text{V}$



# LÖSUNGSMÖGLICHKEIT



Wheatstone'sche Brückenschaltung  
zur präzisen Widerstandsmessung

→ Später im Kurs

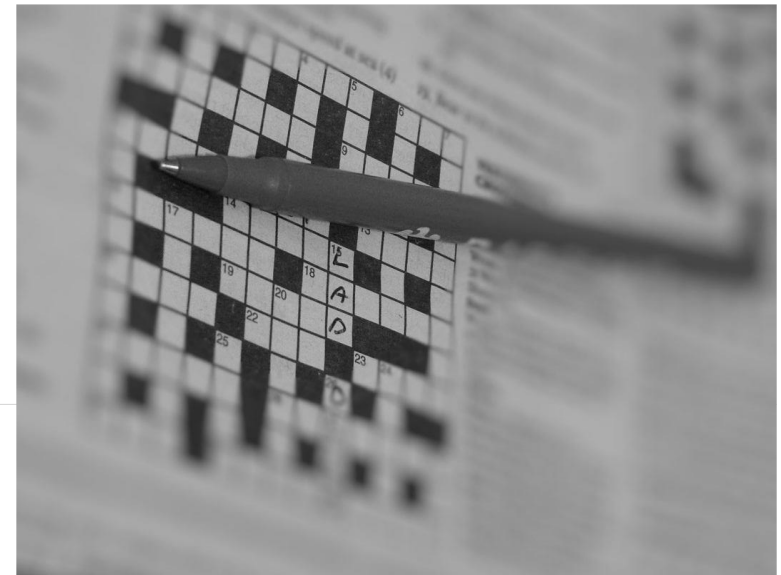
Offene Fragen:

- Wie groß sollen die Widerstände sein?
- Wie groß sollte die Versorgungsspannung gewählt werden?

# ANALYSE VON GLEICHSTROM. WARUM?

- Aufbau von Grundlagenwissen
  - Netzwerkanalyse deckt einen sehr großen Teil der grundlegenden Dinge der Elektrotechnik ab
- Ingenieurmäßiges Arbeiten trainieren
  - Methodisches Vorgehen zur Lösung komplexer Aufgaben

...oder nehmen Sie es als eine  
Art Kreuzworträtsel.



## 2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

### 2.1 Zählpfeilsystem

2.2 Grundlegende Begriffe

2.3 Kirchhoffsche Gesetze

2.4 Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen

2.5 Strom- und Spannungsteiler

2.6 Lineare Quellen

2.7 Umwandlung in Ersatzquellen

2.8 Überlagerungsprinzip

2.9 Netzwerkanalyse

2.10 Leistungsanpassung

2.11 Nichtlineare Quellen und Verbraucher

2.12 Gesteuerte Quellen

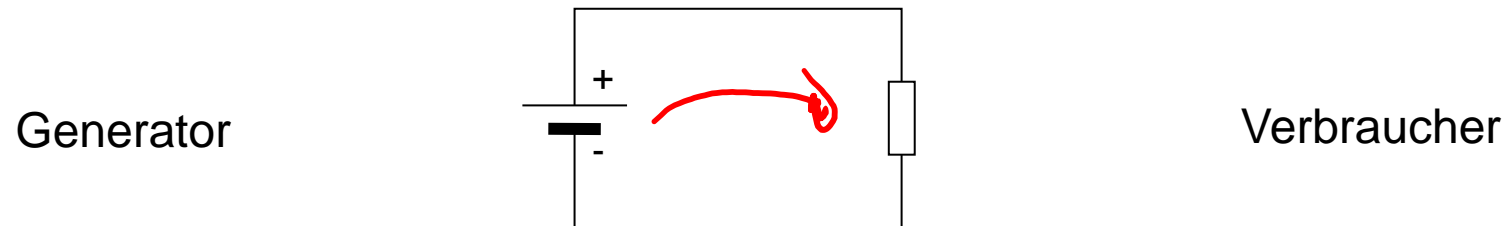
# ELEKTRISCHER SCHALTKREIS

Energie wird transportiert...

- vom Generator (Quelle, source)
- zum Verbraucher (load, sink)

Im physikalischen Sinne gilt:

- Energie wird nicht erzeugt, sondern umgeformt
- Energie wird nicht verbraucht, sondern umgeformt



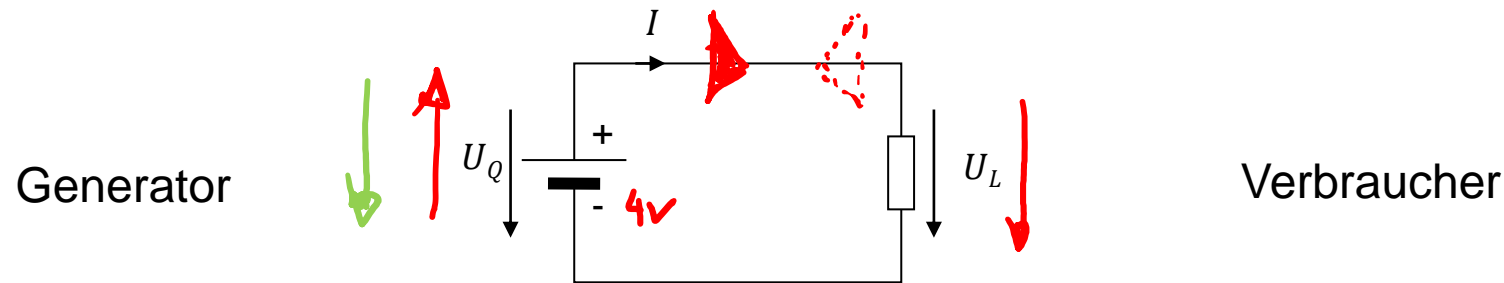


# ZÄHLPFEILSYSTEM

Stromrichtung := Bewegungsrichtung positiver Ladungsträger

## Konvention für Zählpfeile

- Spannung: positiv, wenn von hohem Potential zu niedrigem
- Strom: positiv, wenn Stromrichtung gleich Pfeilrichtung
- Verbraucher: Spannungs- und Strompfeil in gleiche Richtung
- Quellen: Spannungs- und Strompfeil entgegengesetzt



Wichtig: Zu jeder Spannung  $U_1 = -4V$  und jedem Strom  $I_1 = 14V$  gehört eine Richtungsangabe.

## 2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

2.1 Zählpfeilsystem

**2.2 Grundlegende Begriffe**

2.3 Kirchhoffsche Gesetze

2.4 Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen

2.5 Strom- und Spannungsteiler

2.6 Lineare Quellen

2.7 Umwandlung in Ersatzquellen

2.8 Überlagerungsprinzip

2.9 Netzwerkanalyse

2.10 Leistungsanpassung

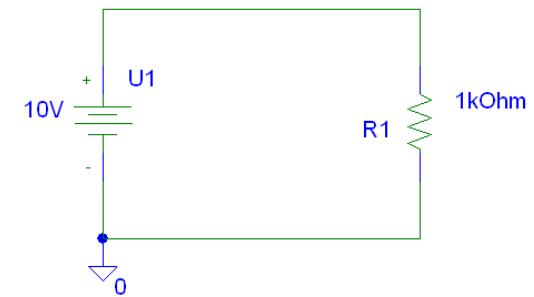
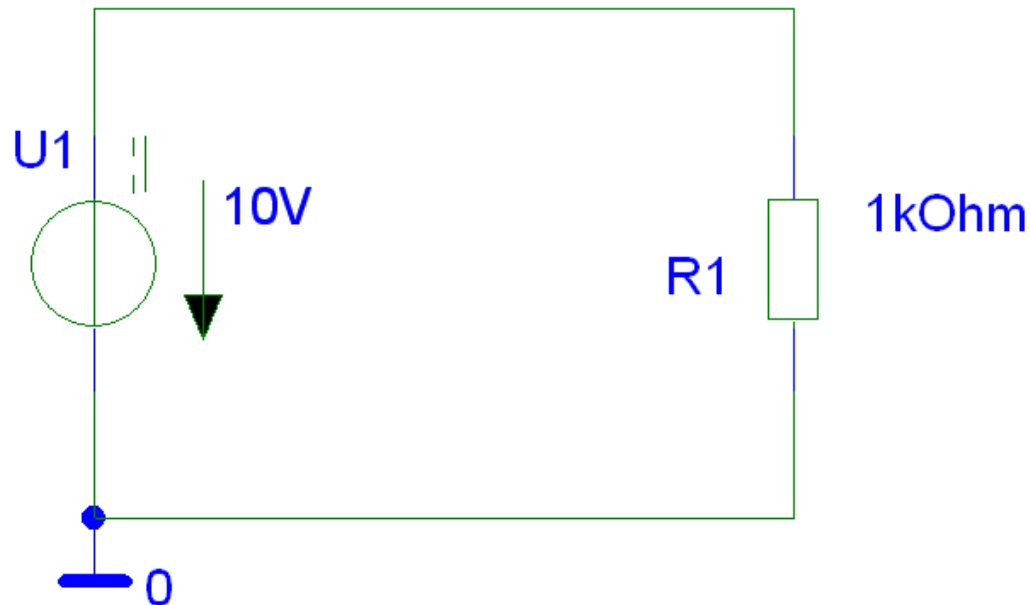
2.11 Nichtlineare Quellen und Verbraucher

2.12 Gesteuerte Quellen

# BEGRIFFE NETZWERK UND SCHALTKREIS

- **Netzwerk**  
Verbindung von elektronischen Bauelementen
- **Schaltkreis**  
Netzwerk mit geschlossener Schleife

... daher der Begriff  
Netzwerkanalyse



# DEFINITION ZWEIG

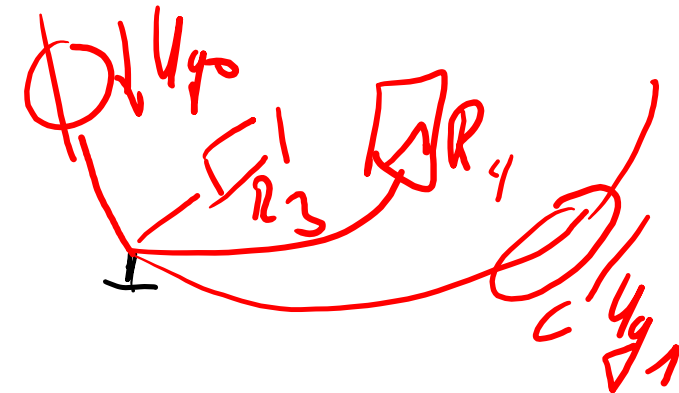
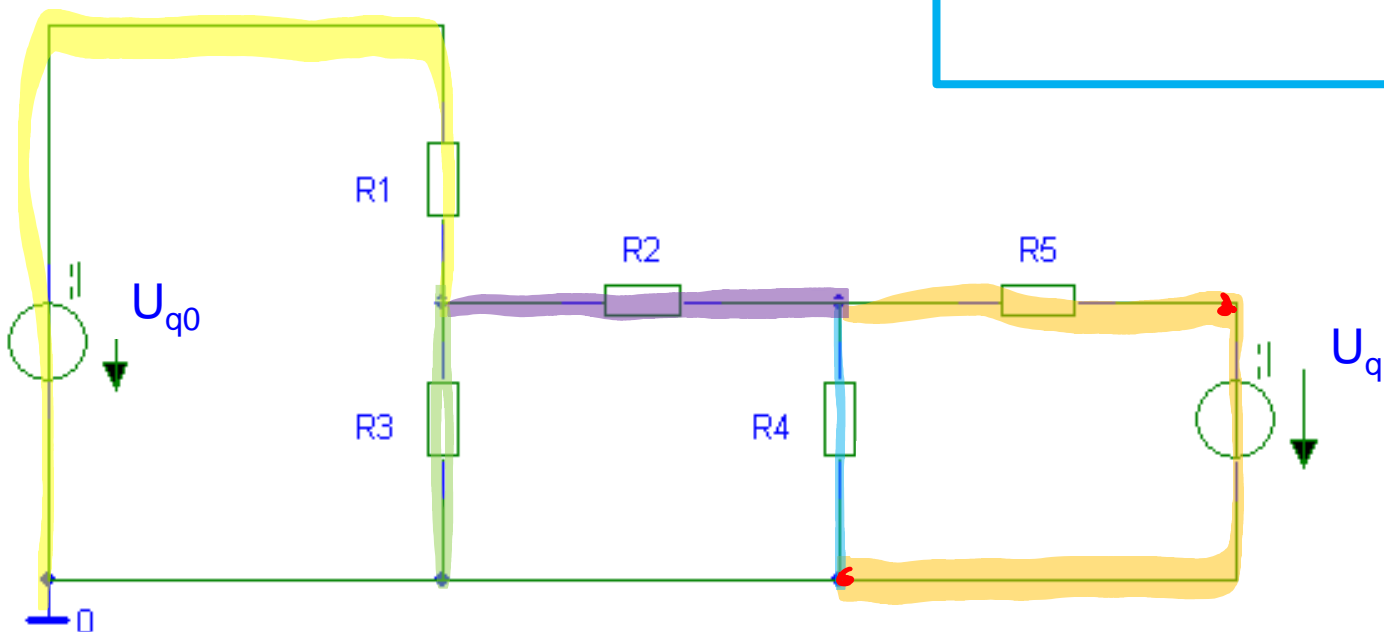
09:51

## Zweig:

Ein oder mehrere Elemente in Serie ohne Abzweigung

Wieviele Zweige  $z$  hat dieses Netzwerk?

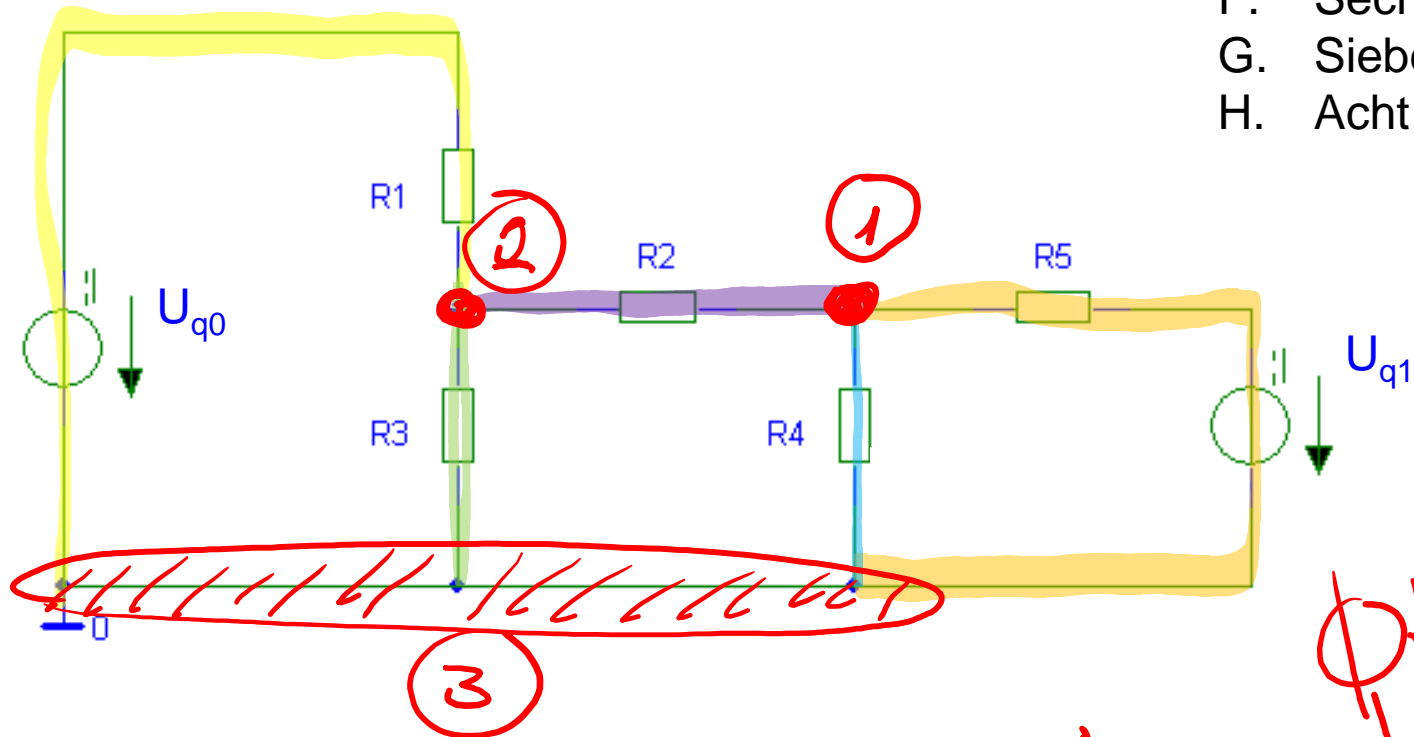
- A. Einen
- B. Zwei
- C. Drei
- D. Vier
- E. Fünf
- F. Sechs
- G. Sieben
- H. Acht
- I. Neun



# DEFINITION KNOTEN

## Knoten:

Verbindung von 2 oder mehr Zweigen.



Wie groß ist die Anzahl der Knoten  $k$ ?

- A. Einen
- B. Zwei
- C. Drei
- D. Vier
- E. Fünf
- F. Sechs
- G. Sieben
- H. Acht



Ein Netzwerk mit  $k$  Knoten hat genau  $k - 1$  unabhängige Knoten.

# DEFINITION MASCHE

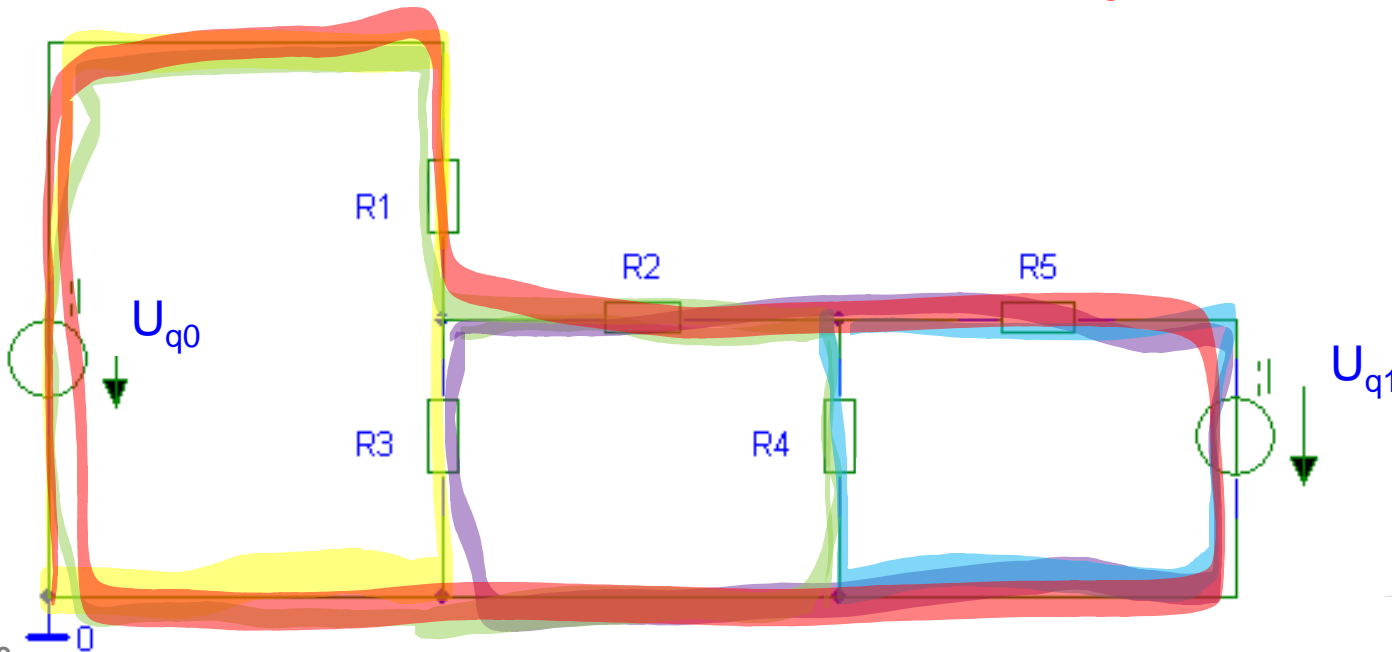
## Masche:

Jede geschlossene Schleife in einem Netzwerk.

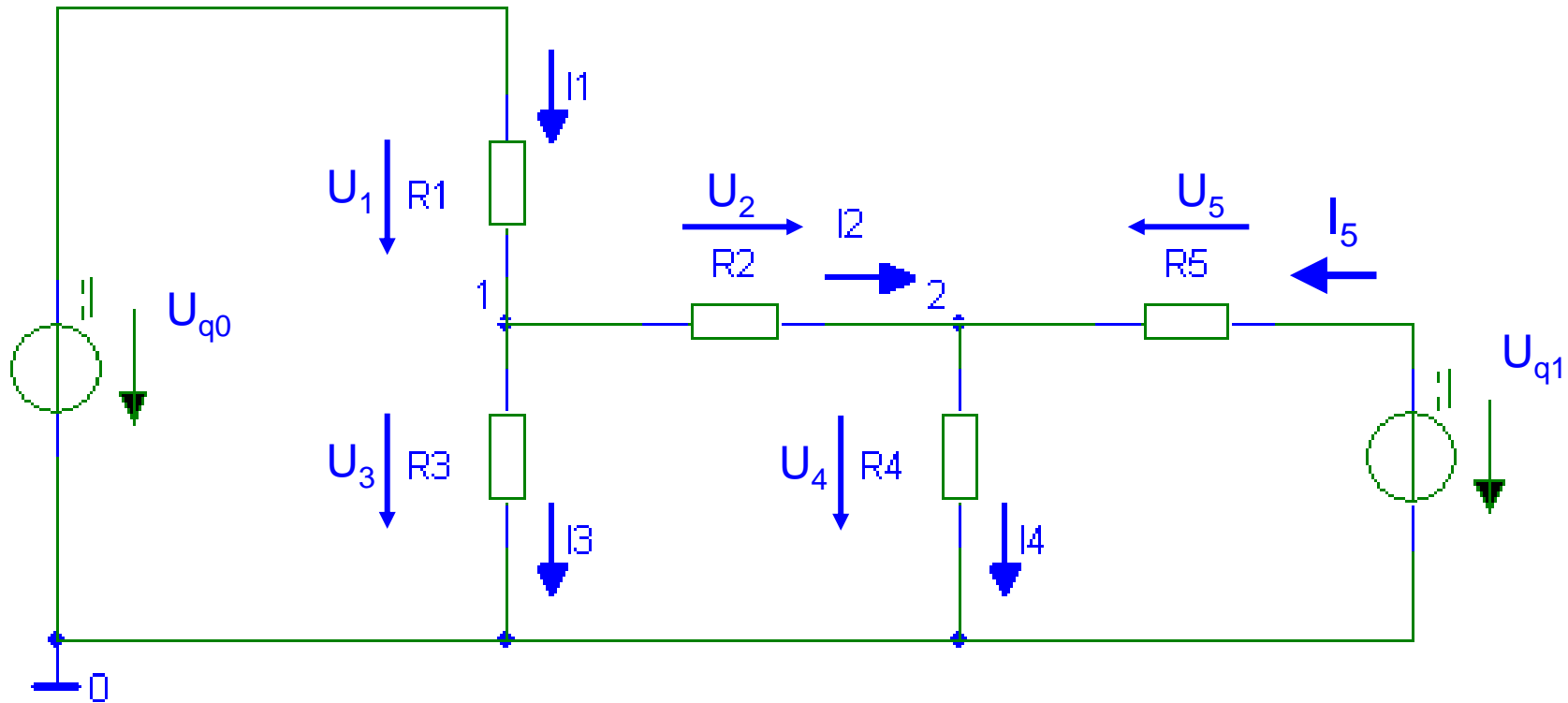
Anzahl der unabhängigen Maschen  $m = z - (k - 1)$

$$3 = 5 - (3 - 1)$$

Hier?



# GLEICHSTROMNETZWERK



## 2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

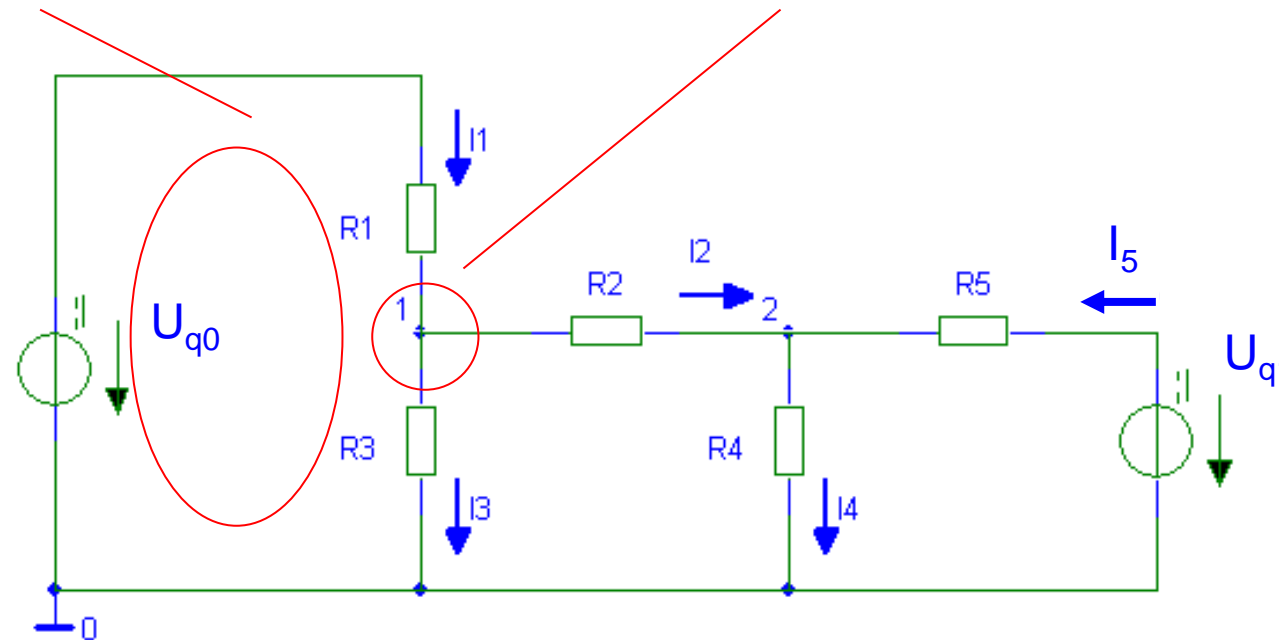
- 2.1 Zählpfeilsystem
- 2.2 Grundlegende Begriffe
- 2.3 Kirchhoffsche Gesetze**
- 2.4 Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen
- 2.5 Strom- und Spannungsteiler
- 2.6 Lineare Quellen
- 2.7 Umwandlung in Ersatzquellen
- 2.8 Überlagerungsprinzip
- 2.9 Netzwerkanalyse
- 2.10 Leistungsanpassung
- 2.11 Nichtlineare Quellen und Verbraucher
- 2.12 Gesteuerte Quellen



# KIRCHHOFFSCHE GESETZE

Kirchhoffsche Maschenregel  
(Kirchhoffs' Voltage Law KVL)  
→ Spannungen in Masche

Kirchhoffs Knotenregel  
(Kirchhoff's current law KCL)  
→ Ströme in Knoten



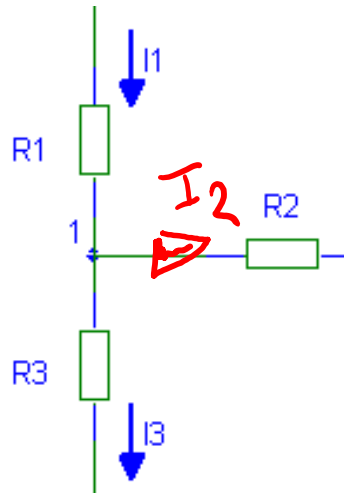
# KIRCHHOFFSCHE KNOTENREGEL

Die Summe aller in einen Knoten hinein- und hinausfließenden Ströme ist gleich Null.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

+  $I_i$  wenn Pfeil auf Knoten zeigt,  $-I_i$  wenn Pfeil vom Knoten weg zeigt

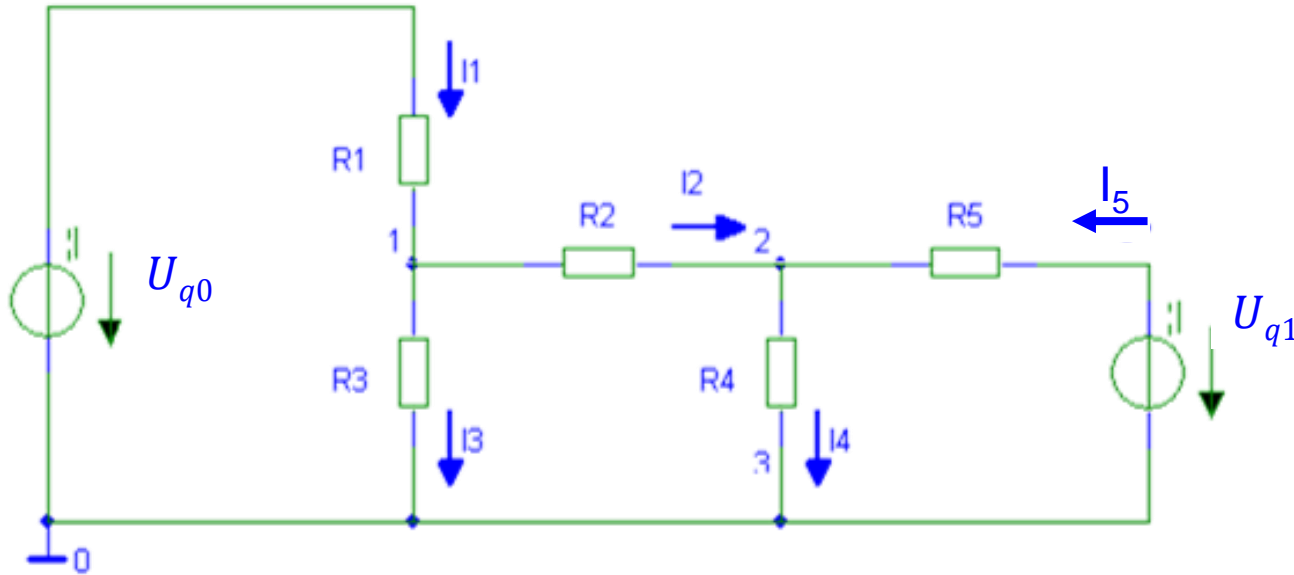
• Beispiel:



Knotenregel für Knoten 1:  
 $+ I_1 - I_3 - I_2 = 0$

# ÜBUNG

Wenden Sie die Kirchhoffsche Knotenregel an.



Knoten 1:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Knoten 2:  $I_2 + I_5 - I_4 = 0$

Knoten 3:  $I_3 + I_4 - I_5 - I_1 = 0$

Welche Aussagen sind korrekt?

A.  $K1: I_1 + I_2 + I_3 = 0$

B.  $K2 = I_2 - I_4 + I_5$

C.  $K3: I_3 + I_4 - I_5 = I_1$  ✓

# BEACHTEN: NUR K-1 UNABHÄNGIGE KNOTEN

$$K_1: I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$K_2: I_2 - I_4 + I_5 = 0$$

$$K_3: -I_1 + I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$\begin{aligned} (K_1) + (K_2) &: I_1 - \cancel{I_2} - I_3 + \cancel{I_2} - I_4 + I_5 = 0 + 0 \\ \Leftrightarrow & I_1 - I_3 - I_4 + I_5 = 0 \\ \Leftrightarrow & \cdot (-1) : -I_1 + I_3 + I_4 - I_5 = 0 \end{aligned}$$

Vergleiche mit  $K_3$ !

# KIRCHHOFFSCHE MASCHENREGEL

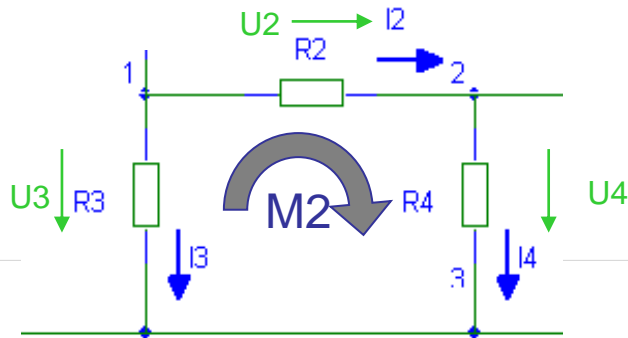
- Die Summe aller Spannungen entlang eines Maschenumlaufes ist gleich Null.

$$\sum_{i=1}^n U_i = 0$$

Umlaufsinn der Schleife definieren (Konvention: im Uhrzeigersinn), dann:

- +  $U_i$  wenn Pfeil von  $U_i$  in Richtung der Schleife
- $U_i$  wenn Pfeil von  $U_i$  gegen die Richtung der Schleife

- Beispiel:



Maschenregel:

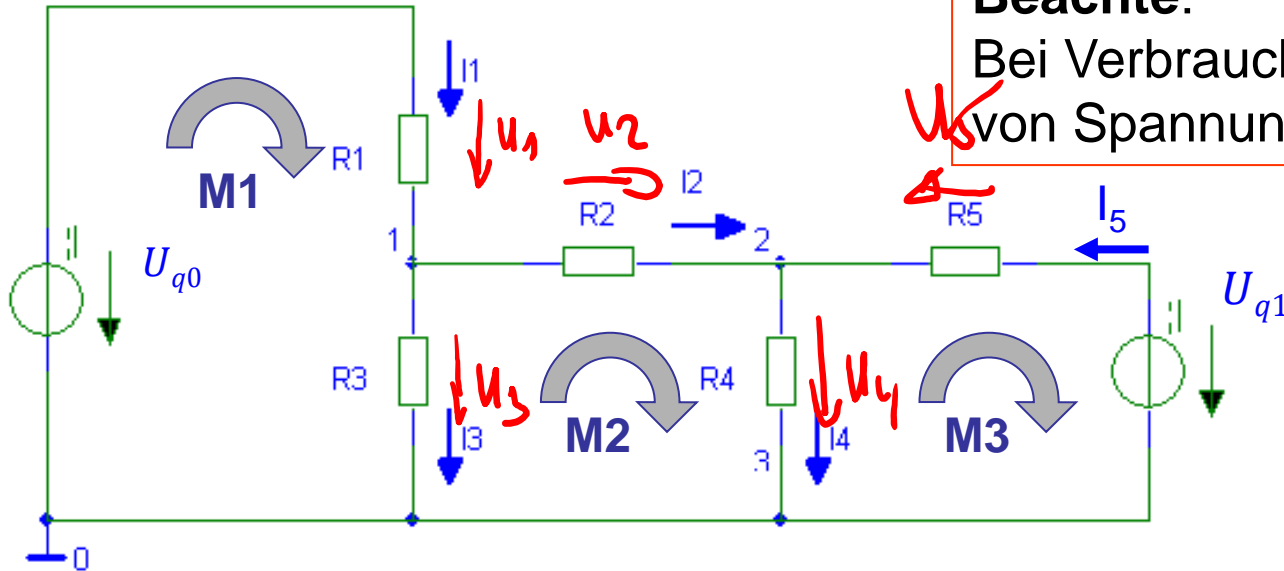
$$+ U_2 + U_4 - U_3 = 0$$

# ÜBUNG: KIRCHHOFFS MASCHENREGEL

Wenden Sie die Kirchhoffsche Maschenregel an.

**Beachte:**

Bei Verbrauchern (z.B. Widerständen) zeigen die Pfeile von Spannung und Strom in die gleiche Richtung.



Masche 1:  $+U_1 + U_3 - U_{q0} = 0$

Masche 2:  $+U_2 + U_4 - U_3 = 0$

Masche 3:  $U_{q1} - U_4 - U_5 = 0$

Welche Antwort ist korrekt?

A.  $M_1: U_1 + U_3 = 0$

B.  $M_2: U_2 - U_3 + U_4 = 0$  ✓

C.  $M_3: U_{q1} = U_4 + U_5$  ✓

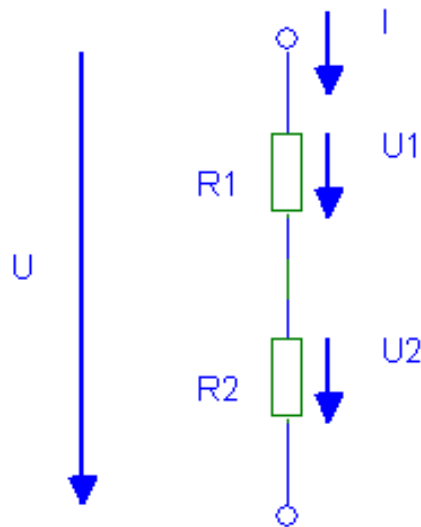
## 2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

- 2.1 Zählpfeilsystem
- 2.2 Grundlegende Begriffe
- 2.3 Kirchhoffsche Gesetze
- 2.4 Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen**
- 2.5 Strom- und Spannungsteiler
- 2.6 Lineare Quellen
- 2.7 Umwandlung in Ersatzquellen
- 2.8 Überlagerungsprinzip
- 2.9 Netzwerkanalyse
- 2.10 Leistungsanpassung
- 2.11 Nichtlineare Quellen und Verbraucher
- 2.12 Gesteuerte Quellen

# REIHENSCHALTUNG VON WIDERSTÄNDEN

## Reihenschaltung

- 2 Bauelemente haben nur einen gemeinsamen Ende und mit diesem Knoten sind keine anderen Elemente verbunden

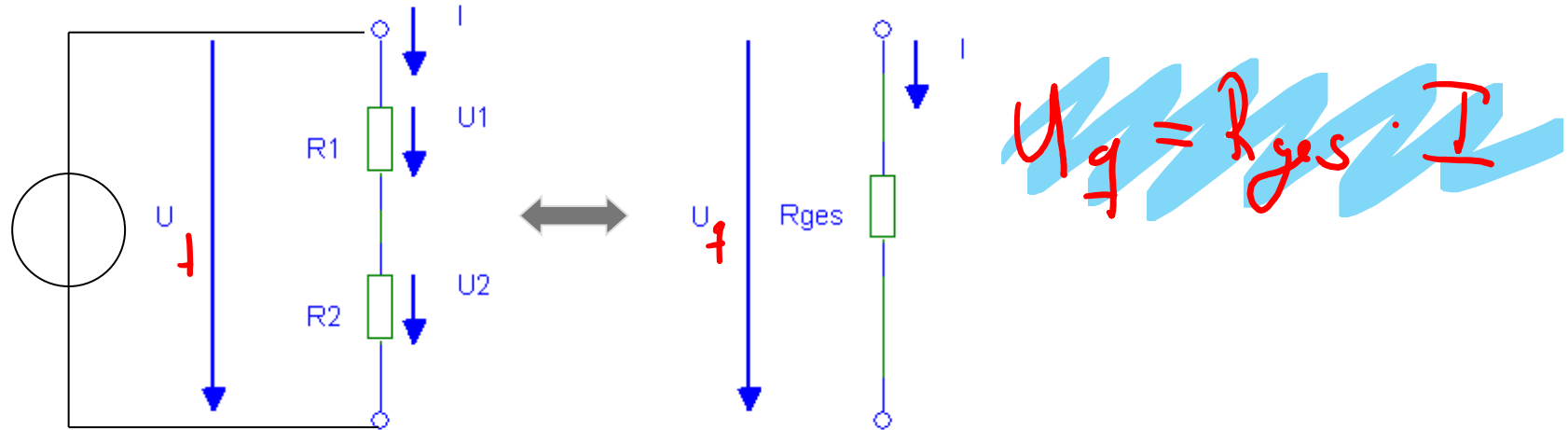


$R_1$  und  $R_2$  sind in Reihe geschaltet?



# GESAMTWIDERSTAND DER REIHENSCHALTUNG

Welcher Gesamtwiderstand entspricht der Reihenschaltung?



Maschenregel

Ohmsches Gesetz:

$$: U_1 + U_2 - U_g = 0 \Leftrightarrow U_g = U_1 + U_2$$
$$U_1 = R_1 \cdot I \quad \wedge \quad U_2 = R_2 \cdot I$$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$

$$R_{ges} \cdot I = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I \quad | : I \Rightarrow R_{ges} = R_1 + R_2$$

# ALLGEMEIN GILT FÜR DIE REIHENSCHALTUNG

- mehr als 2 Elemente in Reihe:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

- Kurzform:

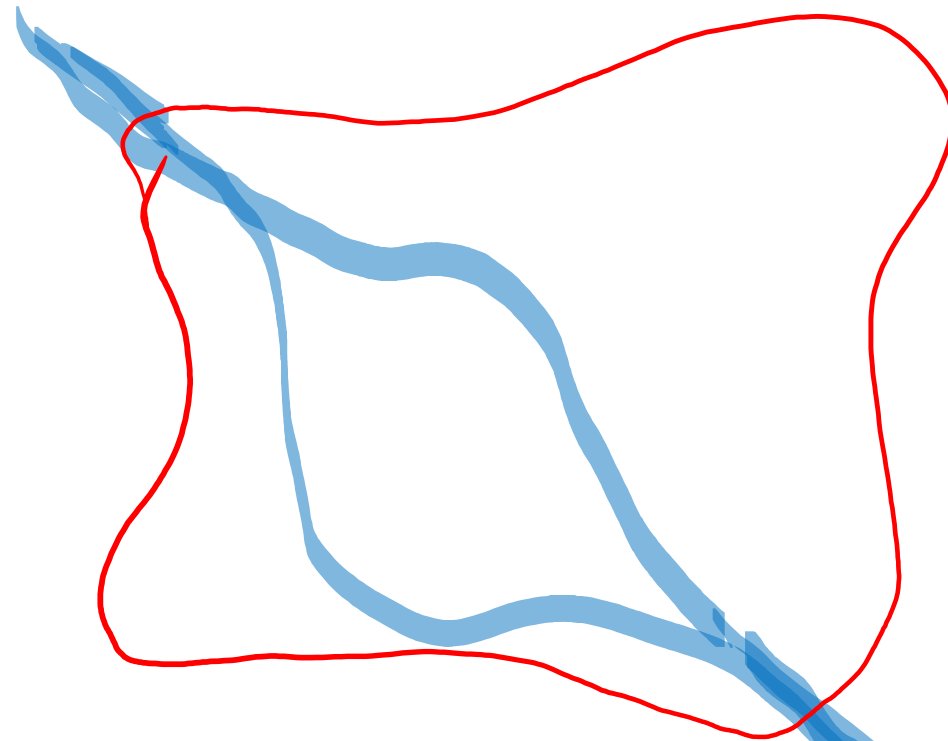
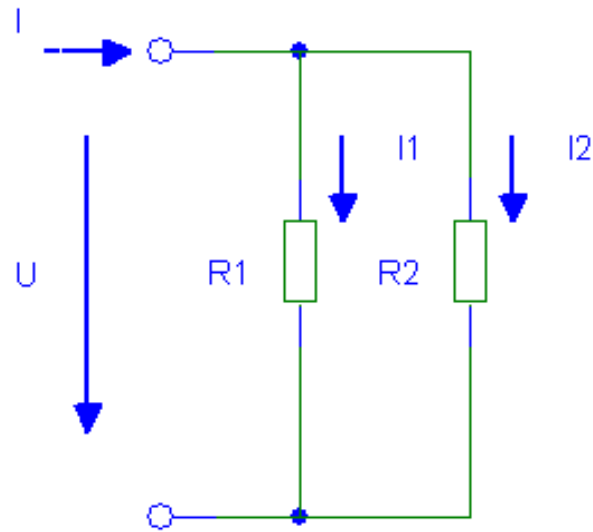
$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

Der Gesamtwiderstand ist stets größer als *der größte Teilwiderstand*

# PARALLELSCHALTUNG VON WIDERSTÄNDEN

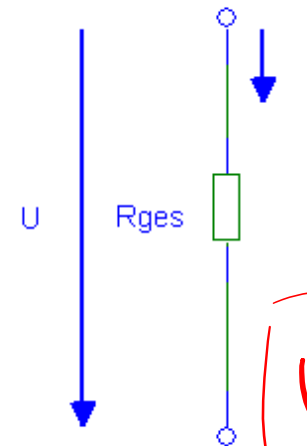
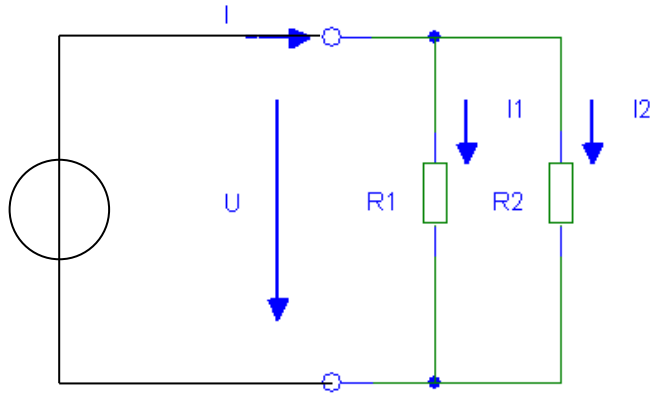
## Parallelschaltung

- 2 Elemente haben zwei gemeinsame Enden



# GESAMTWIDERSTAND DER PARALLELSCHALTUNG

Was ist der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung?



$$U = R_{ges} \cdot I$$

$$\frac{U}{R_{ges}} = I$$

$$\frac{U}{R_{ges}} = I_1 + I_2$$

$$I_1 + I_2 = I$$

Knotenregel

Ohmsches Gesetz

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} &: +I - I_1 - I_2 = 0 \Leftrightarrow I_1 + I_2 = I \\ &: I_1 \cdot R_1 = U \quad \wedge \quad I_2 \cdot R_2 = U \\ &\quad \frac{U}{R_1} = I_1 \quad \wedge \quad \frac{U}{R_2} = I_2 \\ &\frac{U}{R_{ges}} = I_1 + I_2 \Leftrightarrow \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \Leftrightarrow \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{aligned}$$

# ALLGEMEINE LÖSUNG DER PARALLELSCHALTUNG

$$G = 1/R$$

- mehr als 2 Elemente parallel:

$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n \Leftrightarrow 1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n$$

- Kurzform:

$$G = \sum_{i=1}^n G_i$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

- für  $n = 2$ :  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow$

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Der Gesamtwiderstand ist stets kleiner als

*Kleinste Teilwiderstand?*

# HINWEISE

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

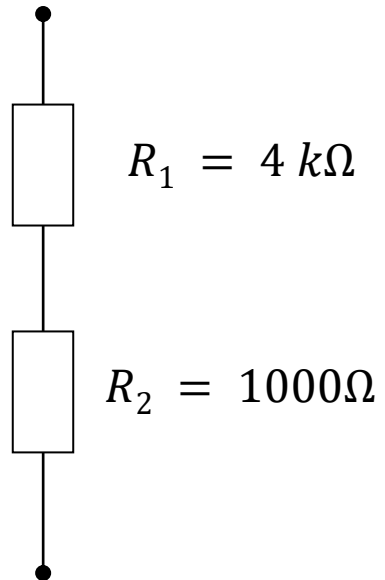
$$\Leftrightarrow R_y = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\left(\frac{1}{R}\right) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} \Leftrightarrow R_y = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1}$$

# ÜBUNG

Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand



$$R_g = R_1 + R_2$$



Lösung

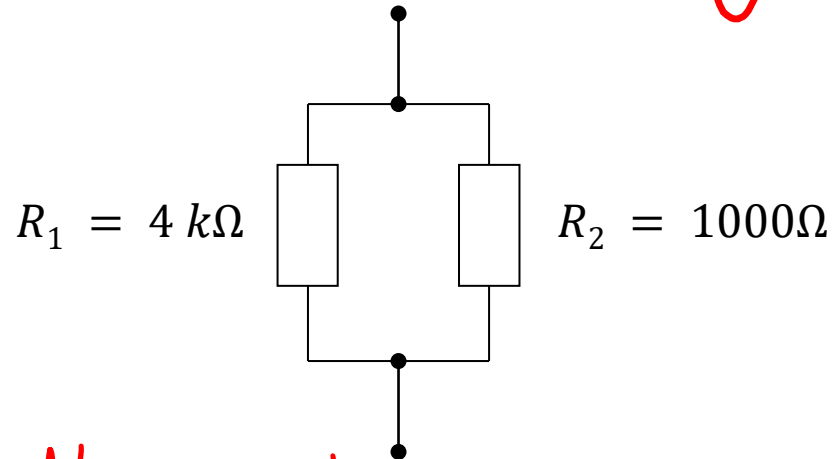
/ A.  $R = 1004 \Omega$

B.  $R = 4,1 \text{ k}\Omega$

C.  $R = 5 \text{ k}\Omega$  ✓

# ÜBUNG

Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand



$$R_g = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



Lösung

- A.  $R = 5 \text{ k}\Omega$
- B.  $R = 3 \text{ k}\Omega$
- C.  $R = 800\Omega$

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_g$$



## 2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

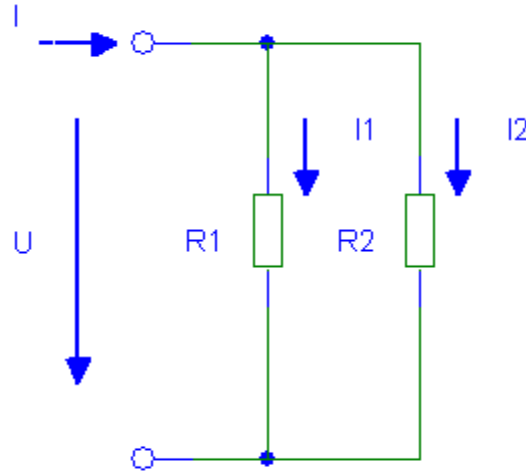
- 2.1 Zählpfeilsystem
- 2.2 Grundlegende Begriffe
- 2.3 Kirchhoffsche Gesetze
- 2.4 Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen
- 2.5 Strom- und Spannungsteiler**
- 2.6 Lineare Quellen
- 2.7 Umwandlung in Ersatzquellen
- 2.8 Überlagerungsprinzip
- 2.9 Netzwerkanalyse
- 2.10 Leistungsanpassung
- 2.11 Nichtlineare Quellen und Verbraucher
- 2.12 Gesteuerte Quellen

# STROMTEILER

$$I_1 = G_1 \cdot \frac{I}{G_1 + G_2}$$

$$G_1 = 1/R_1$$

$$G_2 = 1/R_2$$



$$I_1 = G_1 \cdot U \quad I_2 = G_2 \cdot U$$

$$I = I_1 + I_2 = G_1 U + G_2 U = (G_1 + G_2) U$$

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} \cdot I = \frac{G_1}{G_{\text{ges}}} \cdot I$$

$$U = \frac{I}{G_1 + G_2}$$

Bei Parallelschaltung teilt sich der Strom entsprechend des Verhältnisses der Leitwerte auf.

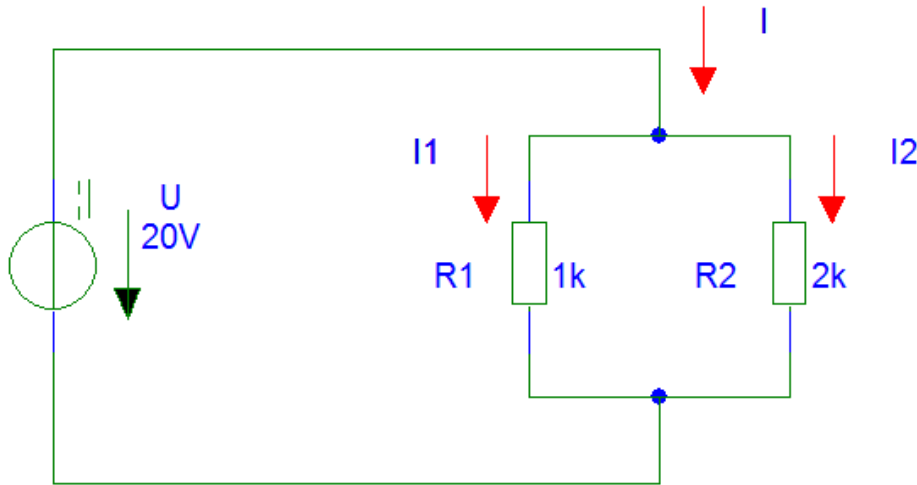
$$I_i = \frac{G_i}{G} \cdot I$$

# AUFGABE

$$I_2 = U / R_2 = \frac{20V}{2000\Omega} = 10mA$$



Bestimmen Sie  $I$ ,  $I_1$  und  $I_2$ , das Verhältnis  $I_1 / I_2$  und  $G_1 / G_2$ .



$$G_1 = \frac{1}{R_1} = 1mS \quad G_2 = \frac{1}{2000\Omega} = 0,5mS$$
$$G = 1,5mS$$

$$I = 30mA = G \cdot U = 1,5mS \cdot 20V = 30mA$$

$$I_1 = 20mA \quad I_2 = 10mA$$

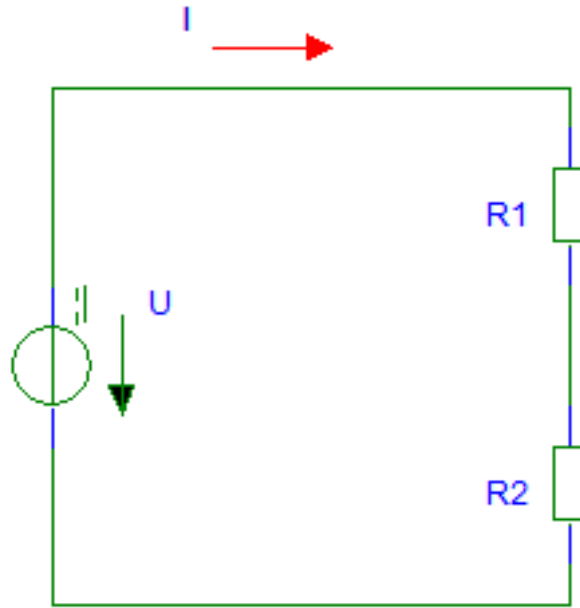
$$G_1 / G_2 = I_1 = \frac{1mS}{1,5mS} \cdot 30mA = 20mA$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{20mA}{10mA} = 2 \quad \frac{G_1}{G_2} = \frac{1mS}{0,5mS} = 2$$

Richtige Antwort?

- A.  $I_1 / I_2 = 2$  ✓
- B.  $I_2 / I_1 = 2$
- C.  $G_2 / G_1 = 1/2$  ✓

# SPANNUNGSTEILER



$$U_2 = R_2 \cdot I$$

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

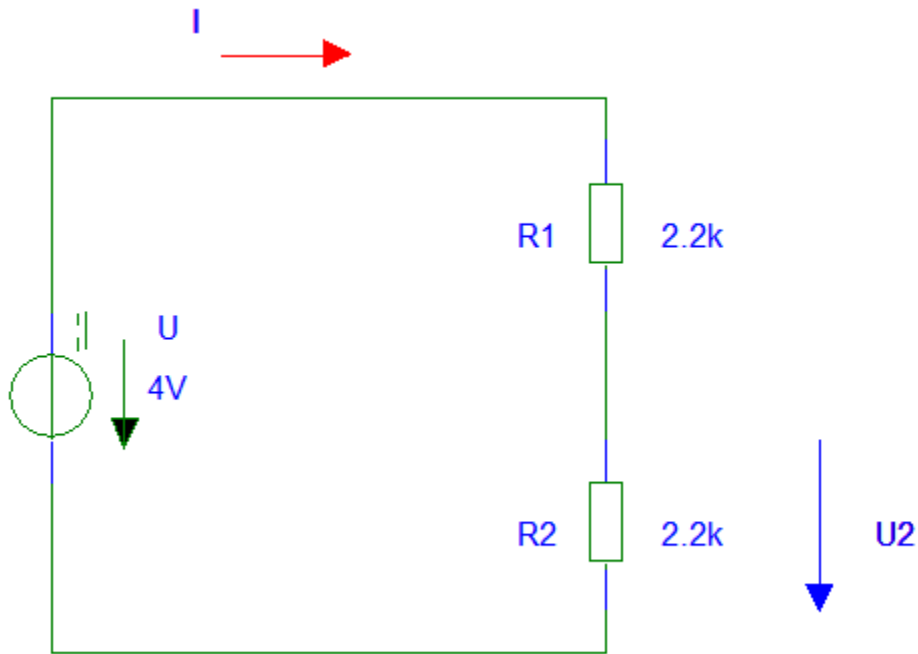
$$\Rightarrow U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

Die Spannung an den Widerständen teilt sich entsprechend der Widerstandswerte auf.

$$U_i = \frac{R_i}{R} \cdot U$$

# AUFGABE

Bestimmen Sie die Spannung  $U_2$ .

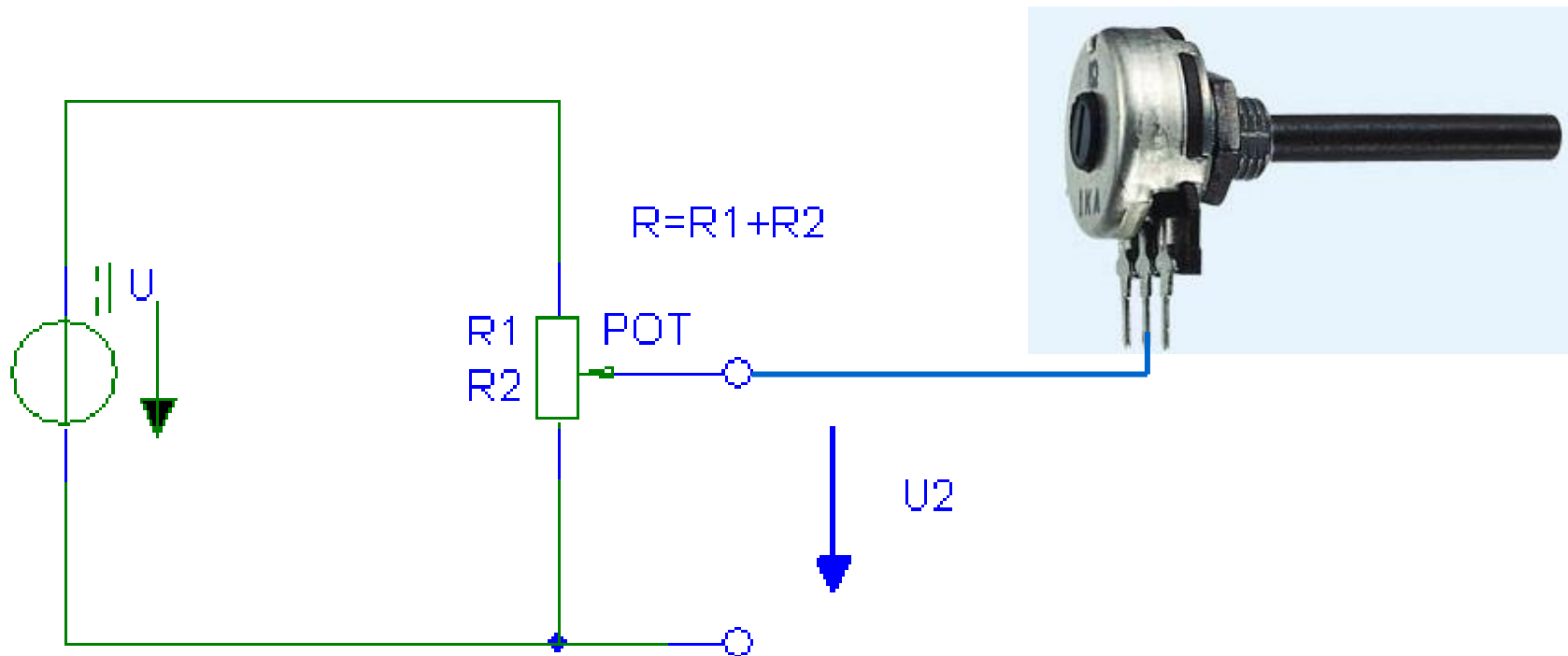


Lösung:

- A.  $U_2 = 2,2 \text{ V}$
- B.  $U_2 = 2 \text{ V}$
- C.  $U_2 = 1 \text{ V}$


# ANWENDUNG: EINSTELLBARE SPANNUNG

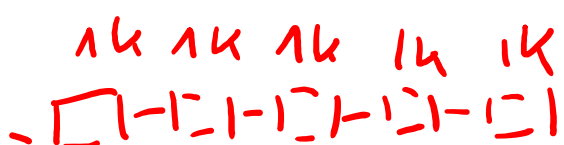
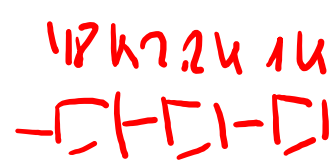
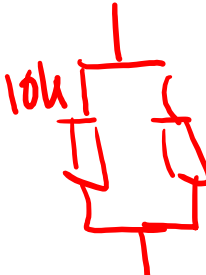
Wie kann man die Spannung einstellen, wenn nur eine Batterie mit fester Spannung zur Verfügung steht?

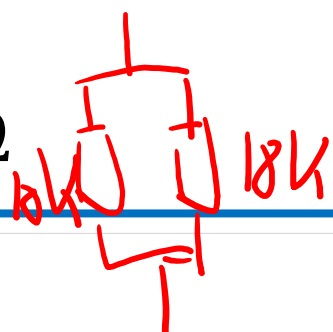



# ANWENDUNG / ÜBUNG

Was machen Sie, wenn Sie genau diesen Widerstand benötigen ...

•  $4\text{ k}\Omega = 1,8\text{ k}\Omega + 2,2\text{ k}\Omega$    $4 \times 1,1\text{ k}\Omega$

•  $5\text{ k}\Omega$    $1\text{ k}\Omega$   $1\text{ k}\Omega$   $1\text{ k}\Omega$   $1\text{ k}\Omega$   $1\text{ k}\Omega$    $10\text{ k}\Omega$   $2,2\text{ k}\Omega$   $1\text{ k}\Omega$    $10\text{ k}\Omega$   $= \frac{1}{\frac{1}{3\text{ k}\Omega}}$

•  $9\text{ k}\Omega$    $10\text{ k}\Omega$   $18\text{ k}\Omega$   $1\text{ k}\Omega$   $6,8\text{ k}\Omega$   $2,2\text{ k}\Omega$  

E 12 Toleranz $\pm 10\%$
1,0
1,2
1,5
1,8
2,2
2,7
3,3
3,9
4,7
5,6
6,8
8,2

# WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN ...

Grundbegriffe verstehen, definieren, anwenden

- Netzwerk, Schaltkreis, Zweig, Knoten, Masche

Kirchhoffsche Gesetze

- Maschenregel
- Knotenregel

Schaltung von Widerständen

- Parallelschaltung
- Reihenschaltung

Spannungsteiler

Stromteiler