HAW Hamburg – Fakultät TI
Department Informations- und Elektrotechnik
Prof. Dr.-Ing. Karin Landenfeld

Abschlussklausur Mathematik 1 / EE-B1
Termin: 30.1.2019 11:00 Uhr

Zeitdauer: 120 Minuten

Name, Vorname	
Matrikelnummer	

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Aufgabe 6
Maximal erreichbare Punktzahl	12	16	16	16	14	12
Erreichte Punkte						

Erreichte Punkte gesamt	
Leistungspunkte	
Datum/ Unterschrift	

Hinweise:

- Schreiben Sie die Lösungen bitte soweit es geht **in die Aufgabenblätter.**
- Falls Sie zusätzliche **eigene Blätter** benötigen, nehmen Sie bitte für jede Aufgabe ein separates Blatt und beschriften Sie es oben mit Namen und Aufgabennummer.
- Stellen Sie Ihre **Lösungen mit dem Rechengang und der Begründung** nachvollziehbar dar. Bloßes Hinschreiben von Ergebnissen bringt keine Punkte.
- Erlaubte Unterlagen: 4 Seiten mit handschriftlich erstellter Formelsammlung, davon 1 Seite als Kopie erlaubt
- Kein Taschenrechner, kein Laptop, kein Kommunikationsgeräte, …!

Aufgabe 1 (12 Punkte): Funktionen

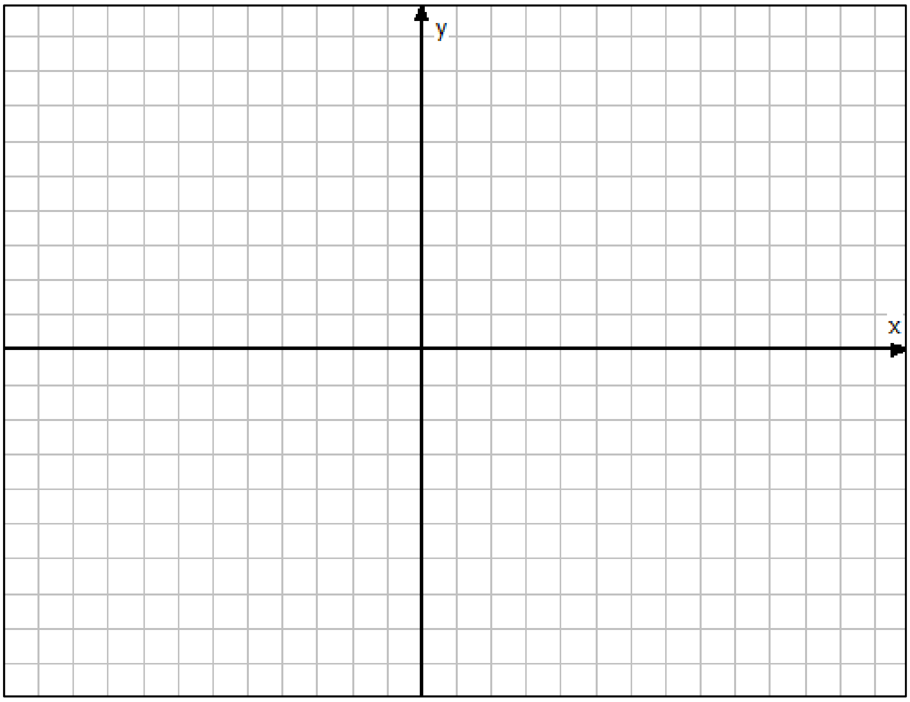
a) Skizzieren Sie in dem nebenstehenden Koordinatensystem die folgenden Funktionen

$$f_1(x) = |x-3| + 1$$

$$f_2(x) = \left|\sin(x + \frac{\pi}{2})\right|$$

$$f_3(x) = \cos(|\,x\,|)$$

$$f_4(x) = 2^{|x|}$$



b) Beweisen Sie, dass die Funktion

$$f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R} \; mit \; f(x) = \frac{1}{x} - \ln(x)$$

im Intervall $[1, e]$ genau eine Nullstelle hat.

Aufgabe 2 (16 Punkte): Funktionen und Grenzwerte

a) Bestimmen und begründen Sie für die nachfolgend gegebene gebrochen rationale Funktion

$$f(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2\,(x-2)}$$

- den Definitionsbereich

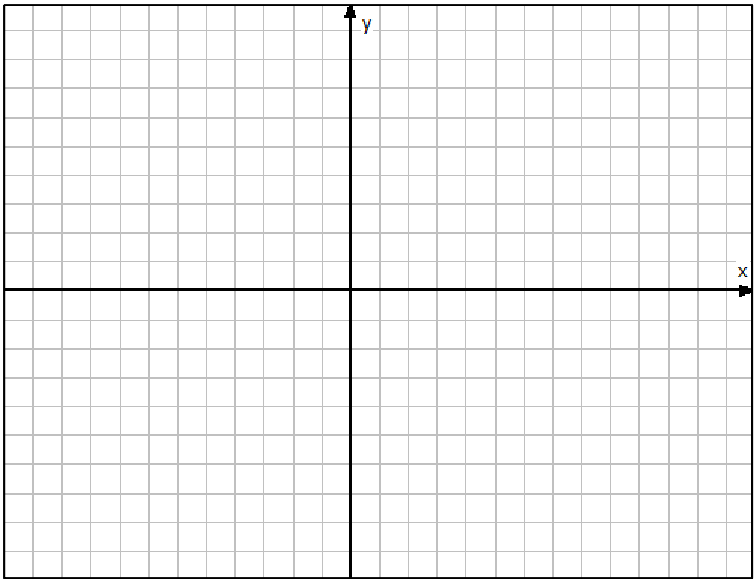
- die Nullstellen

- die Asymptoten

- die Pole (inklusive der Art des VZ-Wechsels)

  Hinweis: Berechnen Sie die Grenzwerte an den Polen mit Hilfe von Folgen.

- Skizzieren Sie die Kurve in dem beiliegenden Diagramm.



b) Berechnen Sie die nachfolgenden Grenzwerte mit Verwendung der Regeln von Bernoulli l'Hospital:

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x - \log(x+1)}{1 - \cos x}$

(2) $\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{1}{x-1} \right)$

Aufgabe 3 (16 Punkte): : Differentialrechung

a) Berechnen Sie alle Stellen, in denen die Funktion

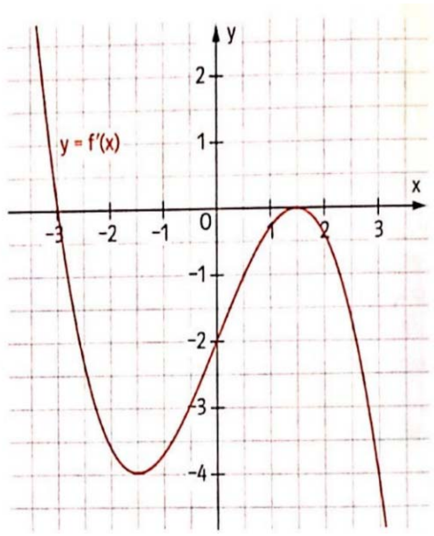
$$f:[-\pi,\pi]\rightarrow\mathbb{R}\ \ mit\ \ f(x)=\cos(x)-\cos^2(x)$$

ein lokales Minimum oder Maximum annimmt.

b) In der Abbildung ist der Graph $f'(x)$ einer unbekannten Funktion $f(x)$ gegeben.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!



Aussage 1:

f *hat im Bereich* $-4 < x < 3$ *zwei lokale Extremwerte.*

Aussage 2:

f *ist im Bereich* $-3 < x < 3$ *monoton fallend.*

Aussage 3:

Der Graph von f *hat an der Stelle* $x = 1{,}5$ *einen Punkt mit waagerechter Tangente, der weder Hoch– noch Tiefpunkt ist.*

Aussage 4:

Der Graph von f *ändert an der Stelle* $x = 0$ *sein Krümmungsverhalten.*

Aussage 5:

f'' *hat im sichtbaren Bereich genau eine Nullstelle.*

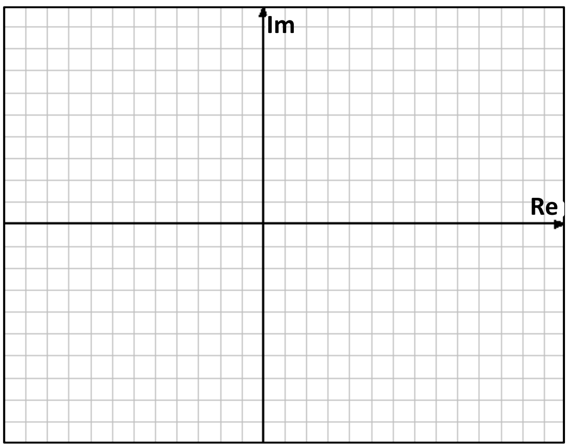
Aufgabe 4 **(16 Punkte): Komplexe Zahlen**

a) Bestimmen Sie die folgende komplexe Zahl mit ihren kartesischen Koordinaten

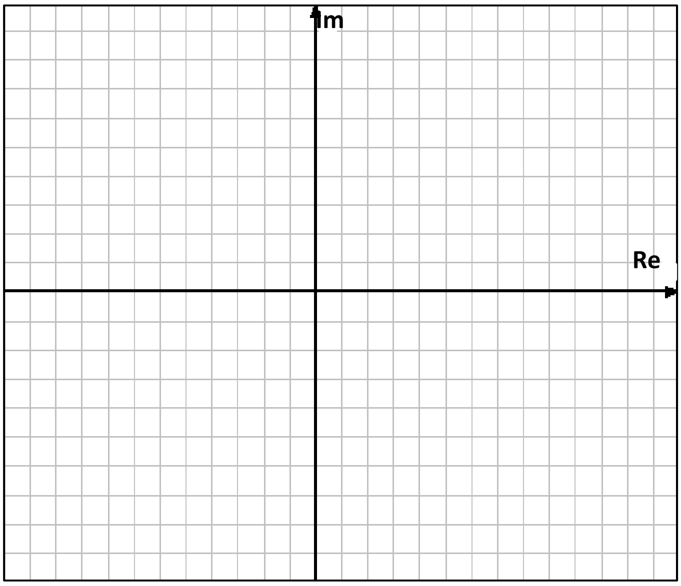
$$z = \frac{3+j}{4+3j} + 2e^{-j\frac{\pi}{2}}, \quad z \in \mathbb{C} \quad .$$

b) Bestimmen Sie für das folgende Polynom 3.Grades die Linearfaktorzerlegung $p(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ an und skizzieren Sie die Nullstellen in der Gaußschen Zahlenebene.

Hinweis: Eine Nullstelle ist gegeben: $x_1 = 1 - 2j$.



c) Berechnen Sie alle komplexen Lösungen für $z = \sqrt[5]{j}$ und skizzieren Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene.



Aufgabe 5 **(14 Punkte): Vektoren, Matrizen, Lineare Gleichungssysteme**

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems und begründen Sie Ihre Vorgehensweise!

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

b) Prüfen Sie die folgenden Vektoren auf lineare Unabhängigkeit

$$\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \underline{v_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \ \underline{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ q \end{pmatrix}$$

(1) Für welche Werte des Parameters $q \in \mathbb{R}$ sind die drei Vektoren $\underline{v_1}$, $\underline{v_2}$, $\underline{v_3}$ linear unabhängig und für welche Werte von $q \in \mathbb{R}$ sind die Vektoren linear abhängig. *Hinweis: Formulieren und lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems. Begründen Sie Ihre Vorgehensweise!*

(2) Geben Sie für den Fall der linearen Abhängigkeit aus (1) die konkrete Linearkombination an.

Aufgabe 6 (12 Punkte): Logik und Beweise

a) Gegeben ist der folgende logische Ausdruck $D := (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$.

(1) Ermitteln Sie mit Hilfe der Wahrheitstabelle den Wahrheitswert des logischen Ausdrucks D in Abhängigkeit von den Wahrheitswerten der Aussagen A, B, C .

(2) Erstellen Sie mit Hilfe der Wahrheitstabelle für D eine KNF sowie eine DNF.

(3) Vereinfachen Sie D mit gültigen Rechengesetzen soweit wie möglich.

b) Zeigen Sie mit Hilfe der Vollständigen Induktion die folgende Aussage:

$$Sei\ A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$dann\ gilt\ \ f\ddot{u}r\ das\ n-\ fache\ Produkt\ A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 2^n - 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Anhang:

Grundlegende Werte der trigonometrischen Funktionen:

Grad	Bogenmaß	sin	cos	tan
0°	0	0	1	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0.866$	$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.707$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.707$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0.866$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3} = 1.732$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	$\pm\infty$
135°	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.707$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2} = -0.707$	-1
180°	π	0	-1	0
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	$\pm\infty$