

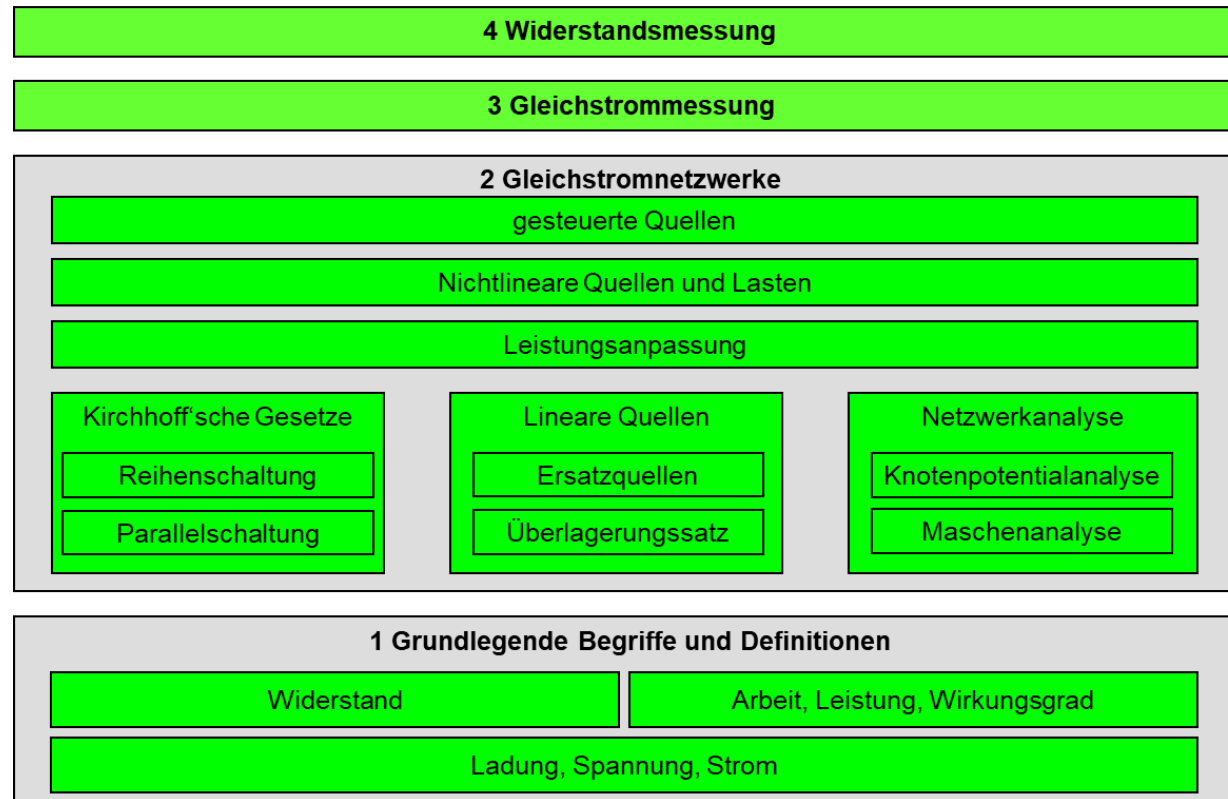
GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK 1 - ET1

Teil 08

Elektrisches Feld und Kondensator

GLEICHSTROM

Inhalte der Kapitel 1 – 4: Gleichstrom



WECHSELSTROM

Inhalte der Kapitel 5 bis 7: Wechselstrom



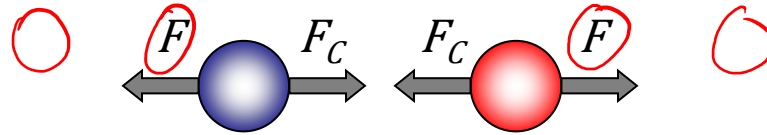
5 ELEKTRISCHES FELD

- 5.1 Homogenes Feld
- 5.2 Inhomogenes Feld
- 5.3 Influenz
- 5.4 Permittivität
- 5.5 Punktladungen
- 5.6 Kondensator



REVIEW: ELEKTRISCHE FELDSTÄRKE E

Um Ladungen unterschiedlicher Polarität zu trennen, muss man von außen Energie aufbringen.



Es entsteht ein elektrisches Feld.

Elektrische Feldstärke E = Kraft F auf Ladung Q bezogen auf Q

$$E = \frac{F}{Q} \quad \text{mit} \quad [E] = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{Cm}} = 1 \frac{\text{VAs}}{\text{Asm}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

REVIEW: ELEKTRISCHES FELD

elektrisches Feld:

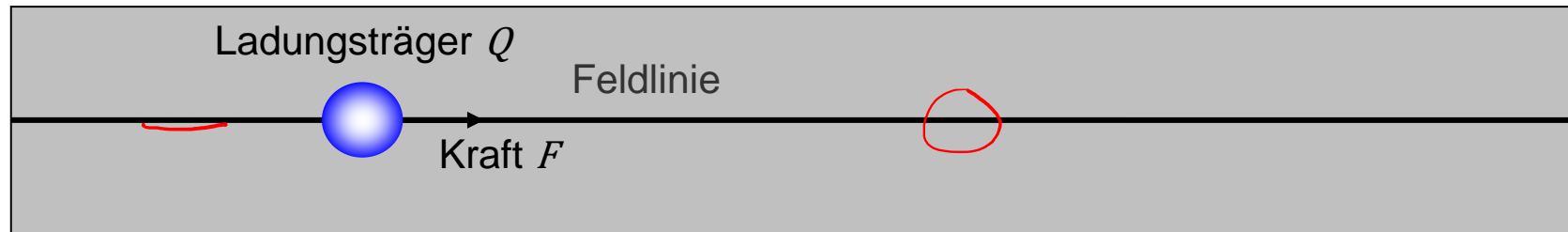
Kraftwirkung auf geladene Teilchen

elektrischer Strom:

geordnete Bewegung von Ladungsträgern

elektrische Feldstärke:

$$E = F/Q$$



Woran erkennt man die Feldstärke?

Kraft auf ein Ladungsträger?

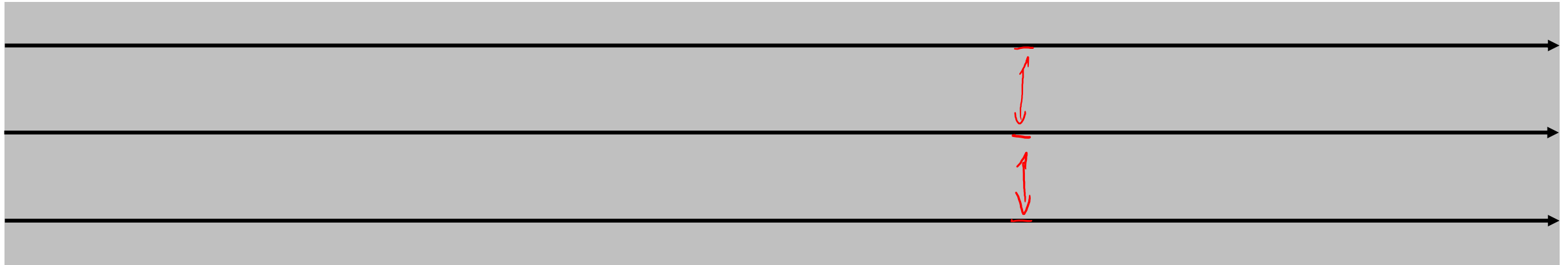
HOMOGENES FELD

- an jedem Ort die gleiche Feldstärke (Betrag und Richtung)

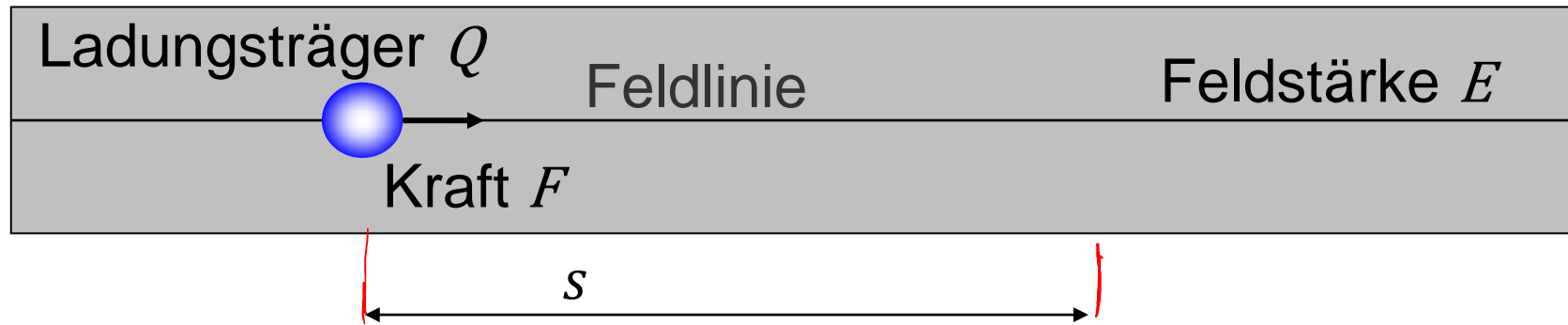
Frage:

Was bedeutet dies für die Feldlinien?

Parallel + gleicher Abstand



REVIEW: ELEKTRISCHE ARBEIT



Frage:

- Welche Arbeit muss man in einem homogenen Feld aufwenden, um eine Ladung entlang einer Feldlinie zu bewegen?

$$W = F \cdot s = E \cdot Q \cdot s$$

- Welcher Potentialdifferenz entspricht dies?

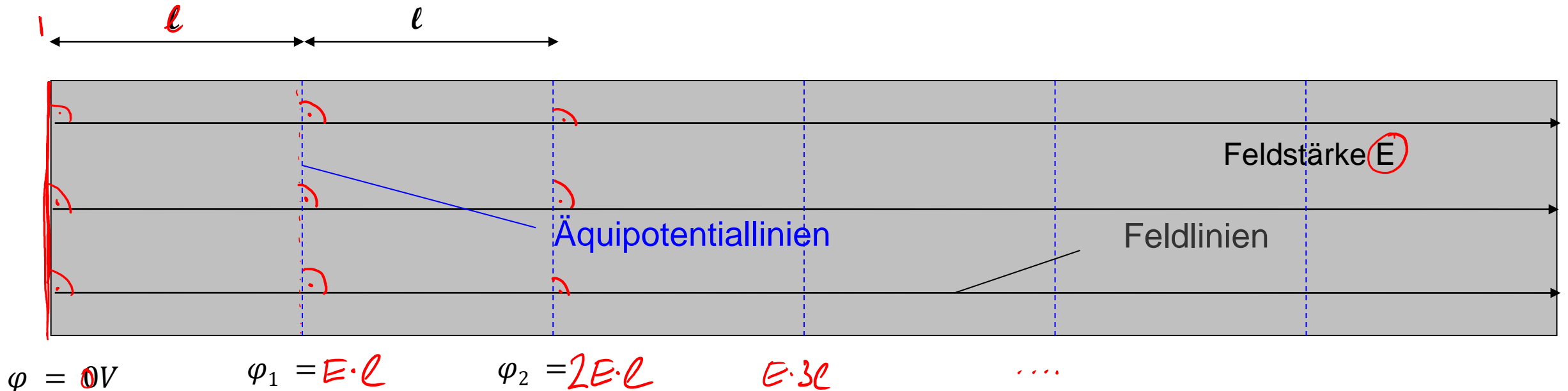
$$U = \frac{W}{Q} = E \cdot s \quad \Rightarrow \quad E = U/s$$

FELDLINIEN UND ÄQUIPOTENTIALLINIEN

Frage: Was sind Äquipotentialflächen?

Fläche gleichen Potentials

- bei zweidimensionaler Darstellung \rightarrow Äquipotentiallinien
- schneiden sich immer im rechten Winkel mit Feldlinien



5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

5.4 Permittivität

5.5 Punktladungen

5.6 Kondensator

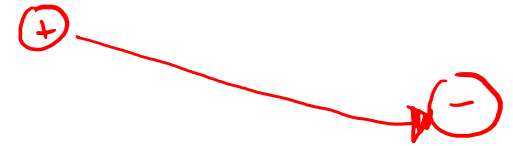


INHOMOGENES FELD

Inhomogen \Leftrightarrow Feldstärke ist nicht an jedem Ort gleich

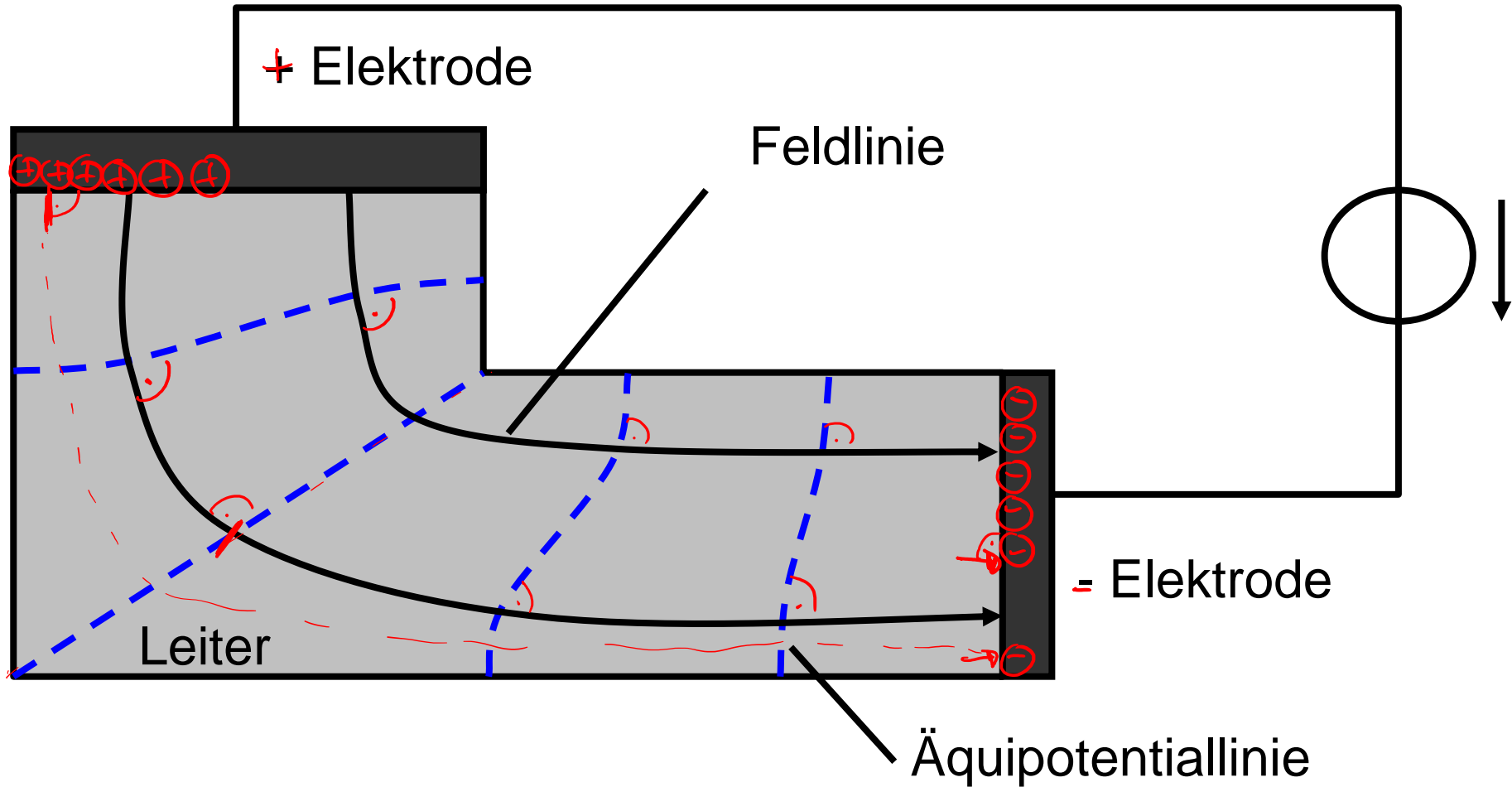
Allgemeine Eigenschaften von Feldlinien:

- Feldlinien beginnen bei positiven Ladungen und enden auf negativen Ladungen
- Feldlinien stehen senkrecht auf sehr gut leitenden Flächen
- Feldlinien schneiden sich nicht

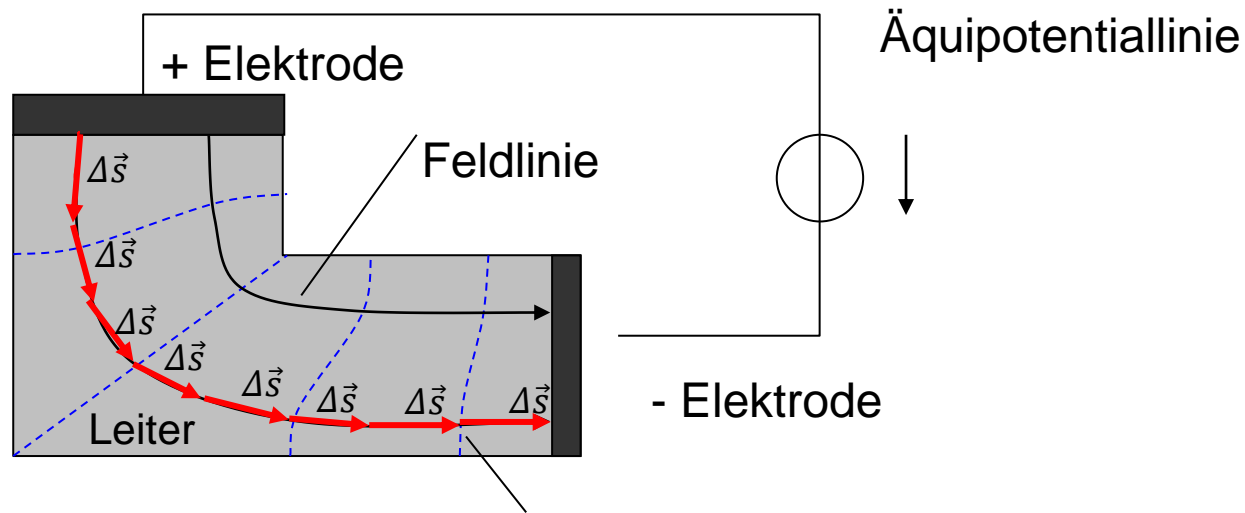


INHOMOGENES FELD

Beispiel:



SPANNUNGSBERECHNUNG IM INHOMOGENEN FELD



Bei Vektoren heisst der Punkt
"Skalarprodukt" sonst "normales"
Produkt

1. Zerlegung eines „Weges“ in gerade Teilstücke $\Delta\vec{s}$

homogen
 $U = E \cdot l$

2. Bei $E \cdot s$ wirkt nur die Feldstärke in Richtung des Weges $\Delta\vec{s}$

$$\Rightarrow \vec{E} \cdot \overrightarrow{\Delta s} = E \cdot \Delta s \cdot \cos\angle(\vec{E}, \overrightarrow{\Delta s})$$

$$\Rightarrow U_{12} = \underbrace{E_1 \Delta s_1} + \underbrace{E_2 \Delta s_2}_{\text{klein}} + \dots \Rightarrow U_{12} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

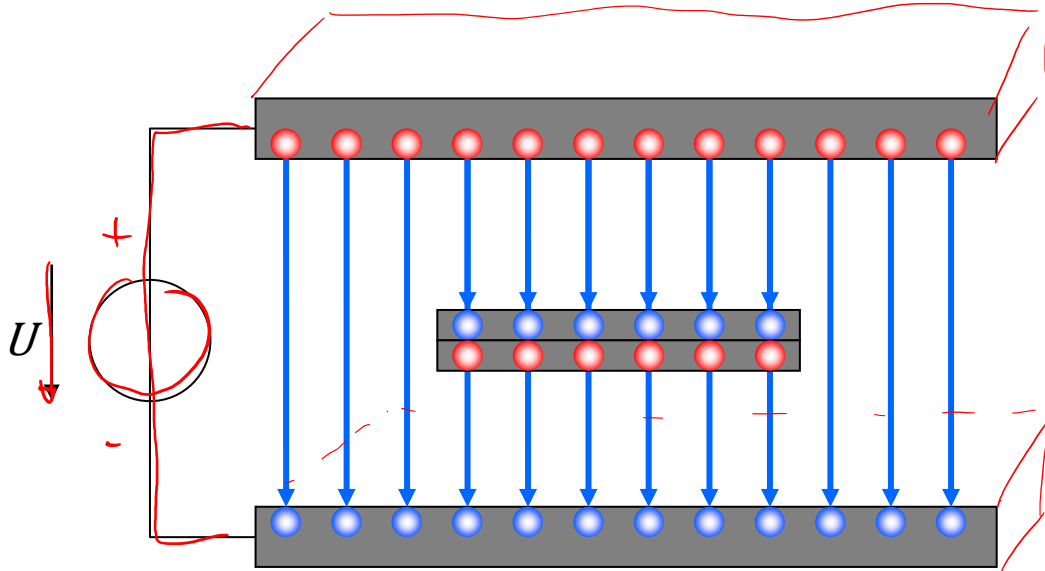
5.3 Influenz

5.4 Permittivität

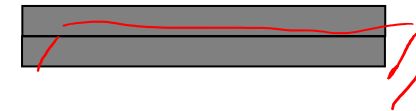
5.5 Punktladungen

5.6 Kondensator

LADUNGSTRENNUNG DURCH INFLUENZ



Influenzladung Q auf Fläche A



Ladungsmenge hängt von der Fläche ab:

⇒ Definition der elektrischen Flussdichte

Flussdichte D ist proportional zur Feldstärke:

- ϵ : Permittivität mit $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$
- $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$: Permittivität des Vakuums
- ϵ_r : relative Permittivität (Materialkonstante)

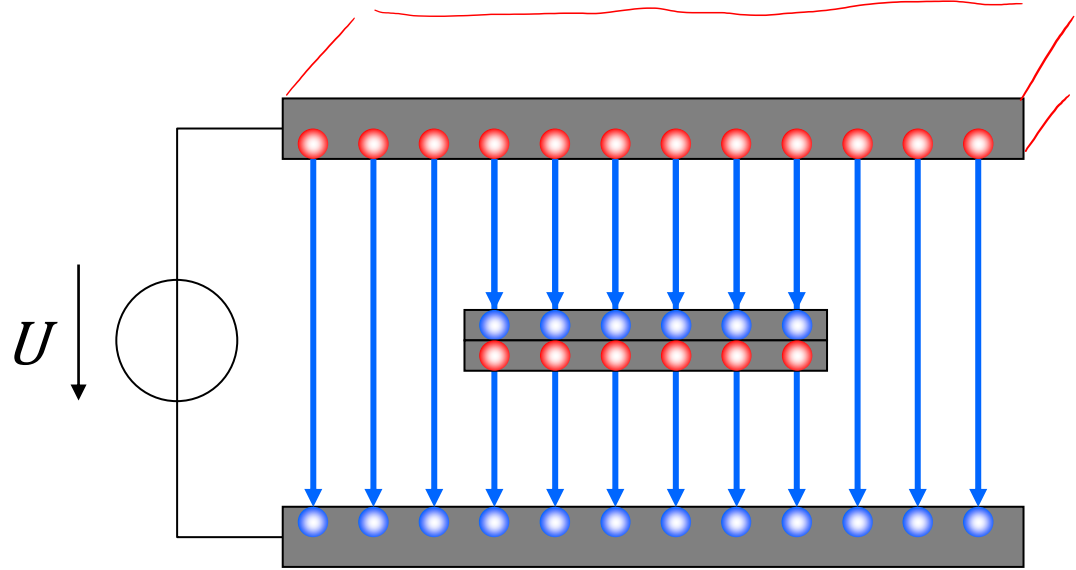
$$Q \sim A$$

$$D = \frac{Q}{A}$$

$$D = \epsilon E = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

ϵ „epsilon“

FLUSSDICHTE



Die Flussdichte ist eine Feldeigenschaft.

$\Rightarrow D = \frac{Q}{A}$ gilt auch ohne eingebrachte Metallplatten !

BESTIMMUNG DER LADUNG Q ÜBER D

$$D = Q/A$$

Es gilt für eine kleine Fläche ΔA , wenn D senkrecht zu ΔA :

$$D = \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

Allgemein gilt für ΔQ mit der Flächennormalen $\Delta \vec{A}$:

$$\Delta Q = \vec{D} \cdot \Delta \vec{A}$$

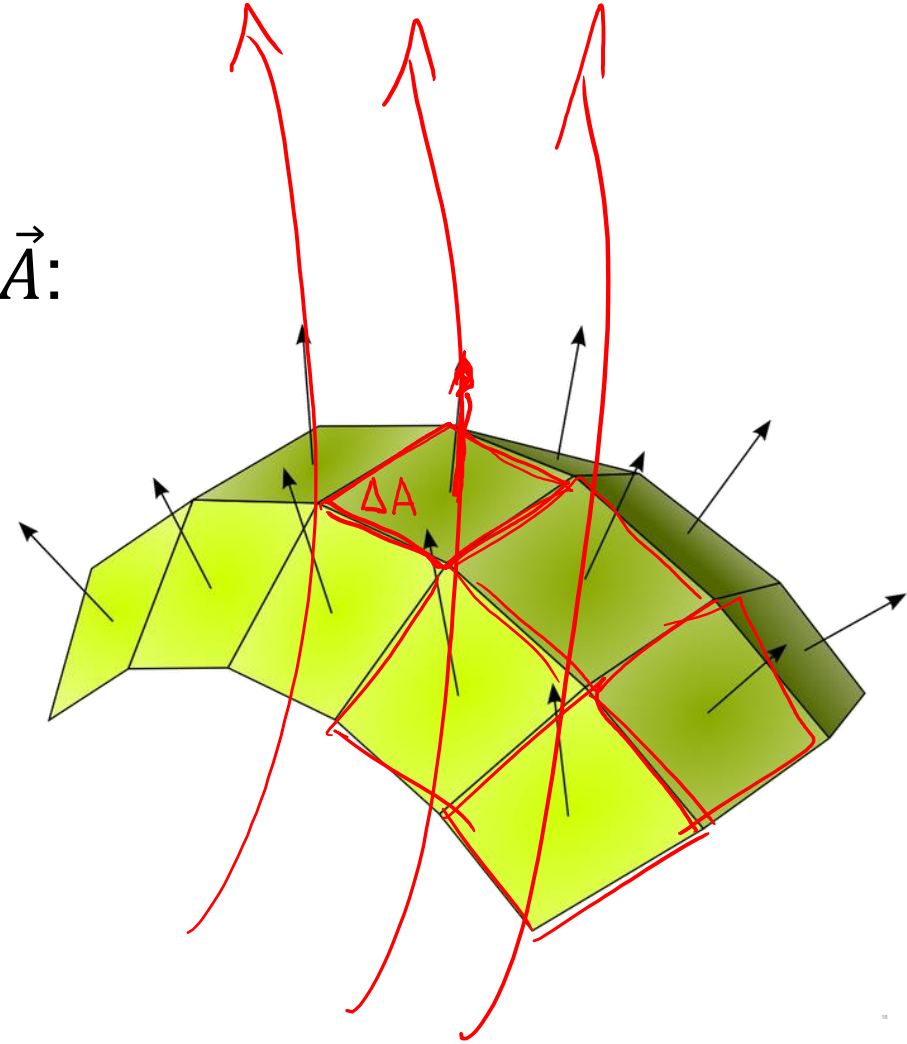
↑
Skalarprodukt

Die Gesamtladung ergibt sich als Summe aller Teilladungen über eine geschlossene Fläche.

$$Q = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$$

↑
Hüllflächenintegral

Maxwellsche Gleichung
auch: Gaußsches Gesetz



5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

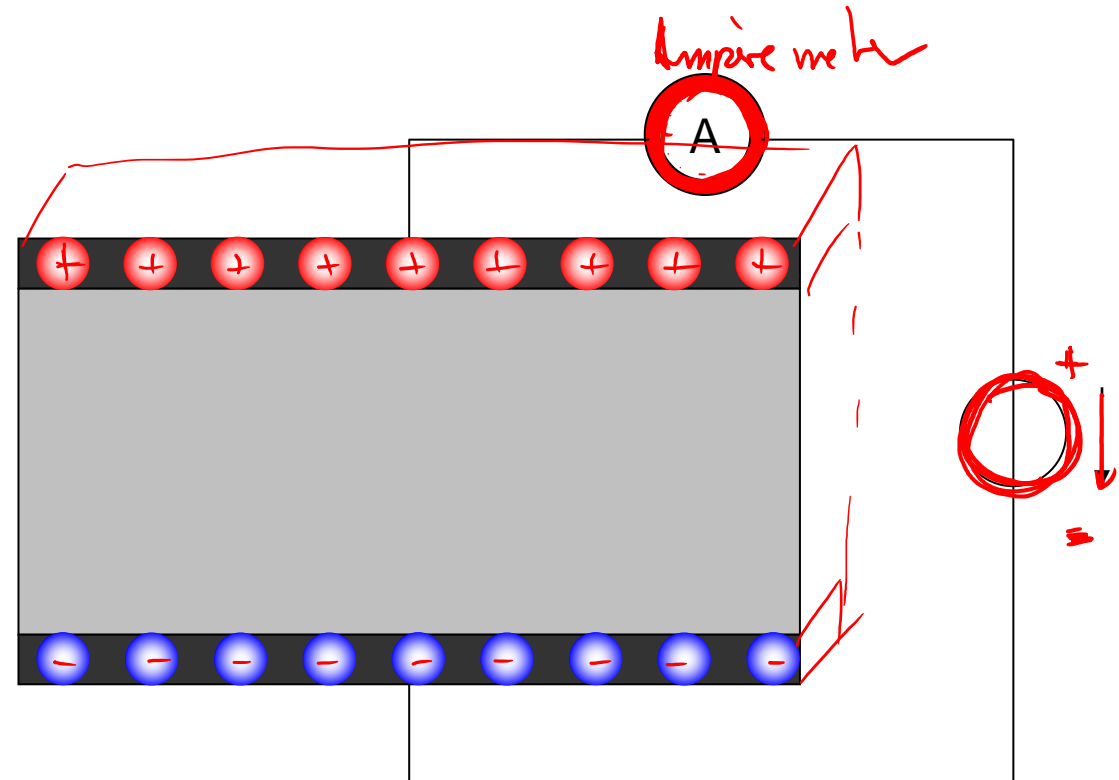
5.4 Permittivität ϵ

5.5 Punktladungen

5.6 Kondensator

MATERIE IM FELD

Was passiert wenn ein Isolator zwischen zwei geladene Platten gebracht wird?



MATERIE IM FELD $\Rightarrow Q \uparrow$

- Spannung U bleibt konstant
- Aus $E = U/d$ folgt dass die Feldstärke unverändert bleibt
- Mit $\epsilon_r > 1$ folgt aus $D = \epsilon_r \epsilon_0 E$ dass die Flussdichte steigt
- Aus $D = Q/A$ folgt dass die Ladung steigt

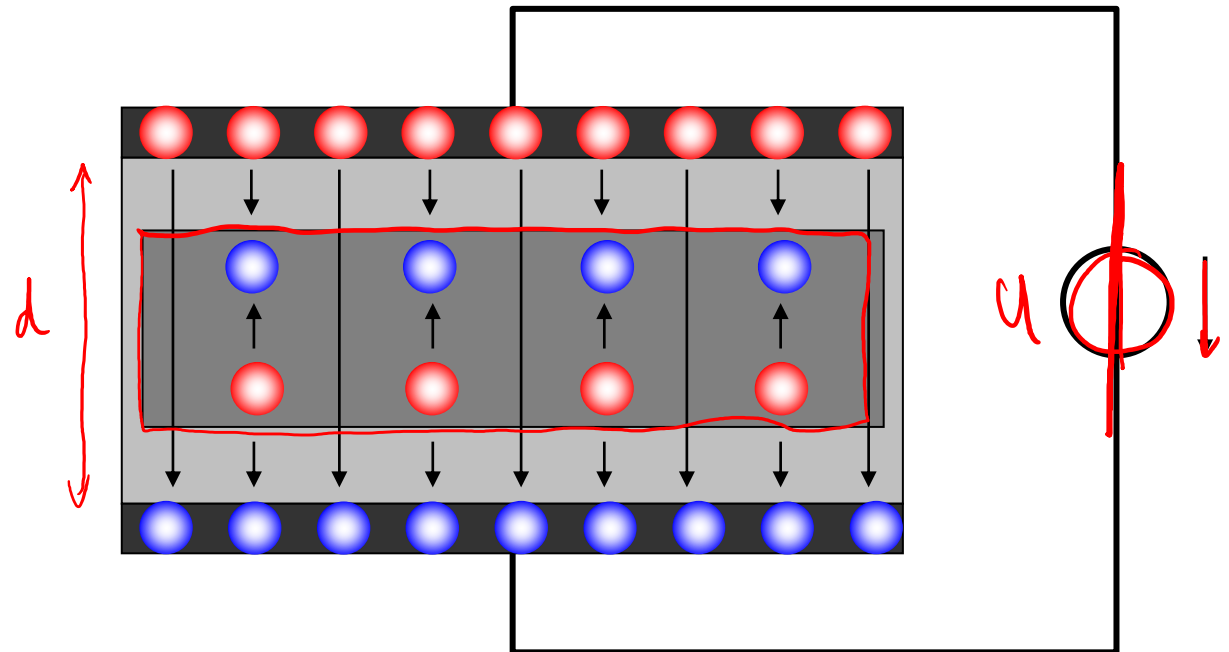
mit $\epsilon_r \uparrow \rightarrow D \uparrow$

mit $D \uparrow \rightarrow Q \uparrow$

→ Grund hierfür: Moleküle polarisiert

Typische Werte für ϵ_r :

- Luft: 1
- Kunststoffolie 2 ... 4
- Papier, imprägniert 4 ... 6
- Glas 5 ... 16
- Aluminiumoxid 8



5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

5.4 Permittivität

5.5 Punktladungen

5.6 Kondensator

PUNKTLADUNG

Ladung auf einer Kugel mit vernachlässigbarem Radius

Frage:

Wie kann man das Feld einer Punktladung berechnen?

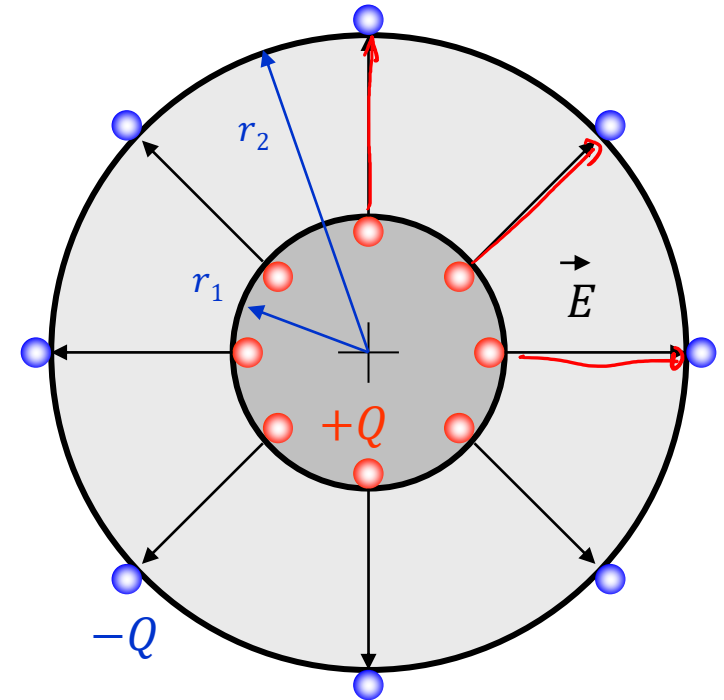
$$\underline{Q} = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = D \cdot 4\pi \cdot r^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot r^2}$$

Bei Punktladung anwendbar?

$$r_1 \rightarrow 0$$

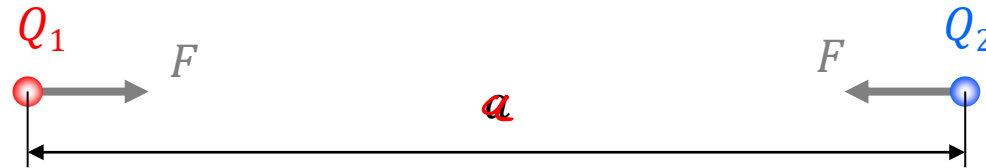
$$; r_2 \rightarrow \infty$$



KRAFTWIRKUNG ZWISCHEN PUNKTLADUNGEN

Frage:

- Wie groß ist die Kraft zwischen zwei Punktladungen Q_1 und Q_2 im Abstand a voneinander?



Feld durch Q_1 :

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

Kraft auf Q_2 durch E_1 :

$$F_2 = Q_2 E_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 \underset{\uparrow r^2}{a^2}}$$

Frage:

- Wie heißt diese Beziehung?

Coulombsche Gesetz

COULOMBSCHES GESETZ

Frage:

Was hat Coulomb in seinen Versuchen mit geladenen Kugeln in 1785 festgestellt?

- Kraft $F \sim Q$
- Kraft $F \sim \frac{1}{\text{Abstand}} = \frac{1}{r^2}$

Coulombsches Gesetz:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

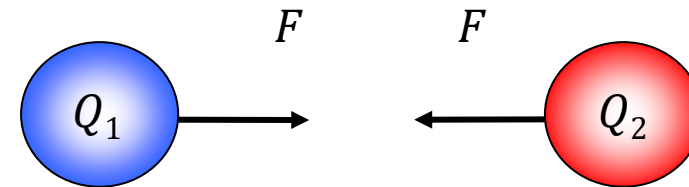
Permittivität des Vakuums:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

gleichnamige geladene Kugeln stoßen sich ab



entgegengesetzt geladene Kugeln ziehen sich an



WECHSELSTROM

Inhalte der Kapitel 5 bis 7: Wechselstrom



5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

5.4 Permittivität

5.5 Kondensator

Definition der Kapazität

Kondensatorgleichung

Reihen- und Parallelschaltung

Energie im Kondensator

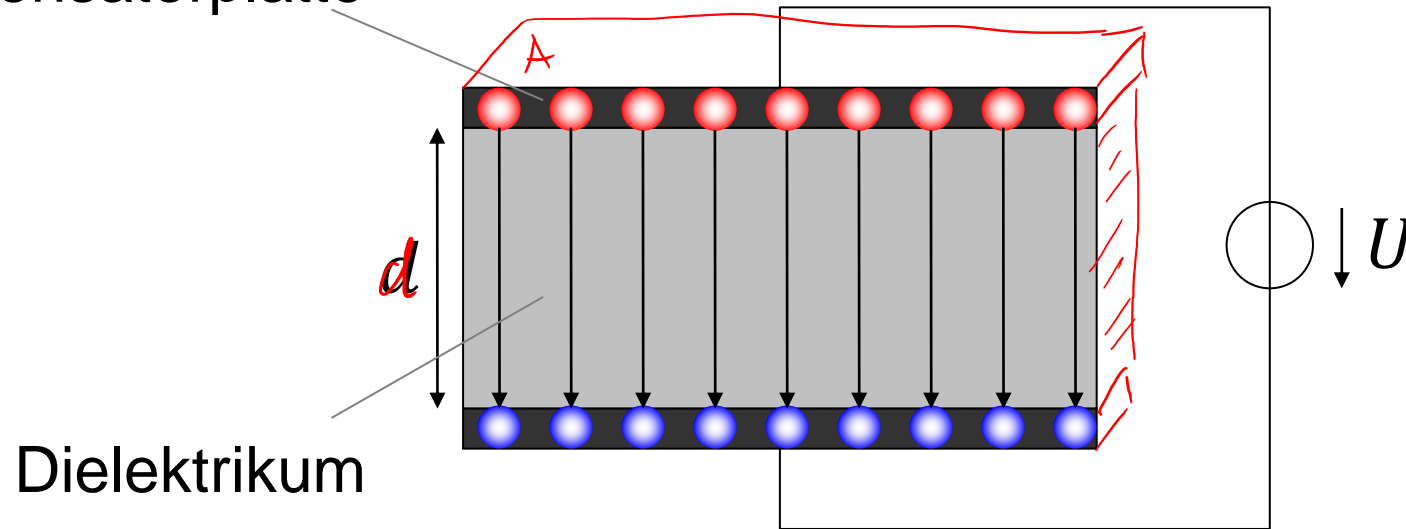
Berechnung der Kapazität

Bauformen

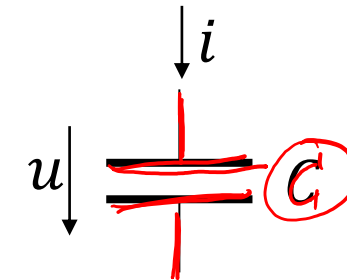
KONDENSATOR

- zwei parallele Metallplatten in definiertem Abstand d
 - isolierender Abstandshalter heißt Dielektrikum
- ⇒ elektronisches Bauelement, das Ladung speichert

Kondensatorplatte



Schaltzeichen



C : Capacitor (engl.)

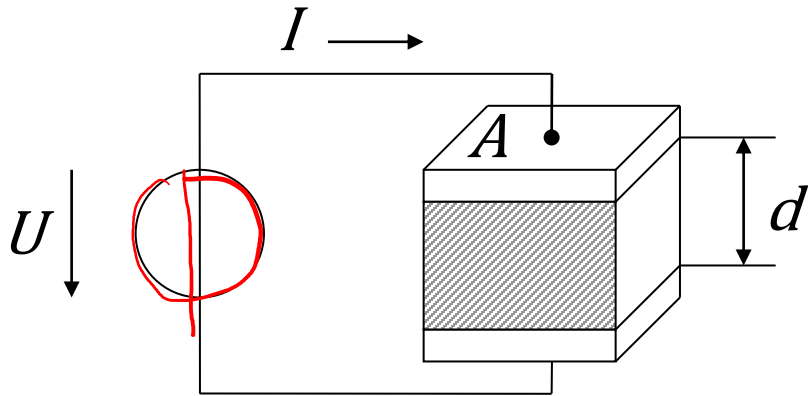
d : Plattenabstand
 A : Fläche einer Platte

KAPAZITÄT

Ladungsmenge Q ist proportional zur Spannung U

$$\Rightarrow Q \propto U$$

\Rightarrow Proportionalitätskonstante heißt **Kapazität C**



$$Q = C \cdot U \Rightarrow C = \frac{Q}{U}$$

$$[C] = 1 \text{ As/V} = 1 \text{ F (Farad)}$$



ANALOGIE ZUM WASSERMODELL

Frage:

Womit kann man einen Kondensator vergleichen?

Analogie zum Wassereimer

- Ladungsmenge Q : *Wassermenge*
- Spannung U : *Füllstand*
- Kapazität C : *Grundfläche*

WOZU IST DER KONDENSATOR GUT?

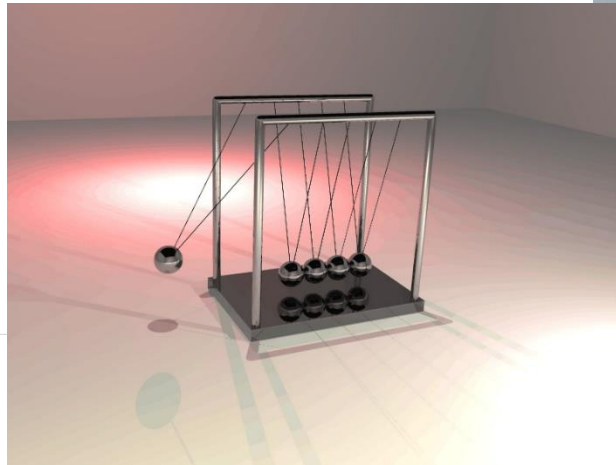
Ladungsspeicher



Frequenzabhängiger Widerstand
→ Hochpass- oder Tiefpassfilter



Schwingkreise



5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

5.4 Permittivität

5.5 Kondensator

Definition der Kapazität

Kondensatorgleichung

Reihen- und Parallelschaltung

Energie im Kondensator

Berechnung der Kapazität

Bauformen

KONDENSATORGLEICHUNG

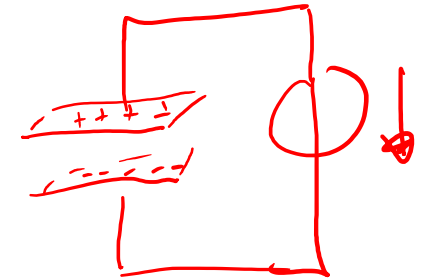
$$u \Rightarrow u(t) \quad \text{graph of } u(t) \text{ vs } t$$

- Bei einer veränderlichen Spannung am Kondensator gilt:

$$\underline{q(t)} = C \underline{u(t)} \quad | \quad d/dt \Rightarrow \textcircled{dq/dt} = d/dt (C \cdot u(t)) = C \cdot \frac{du}{dt}$$

- Zusammenhang zwischen Ladung q und Strom i :

$$i = dq/dt$$



- Beiderseitiges Ableiten der ersten Gleichung ergibt:

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

Kondensatorgleichung

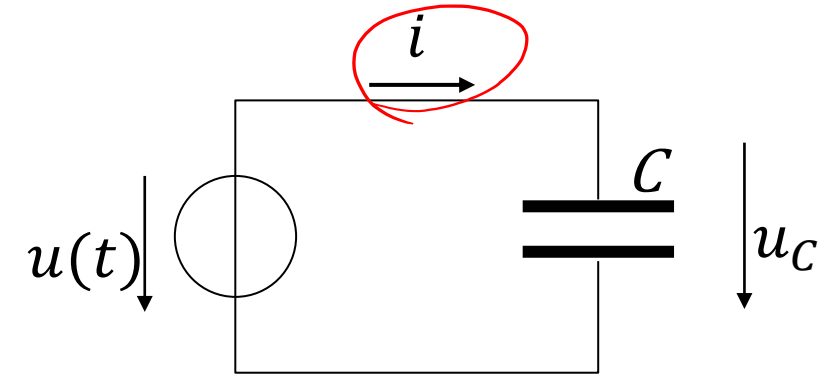
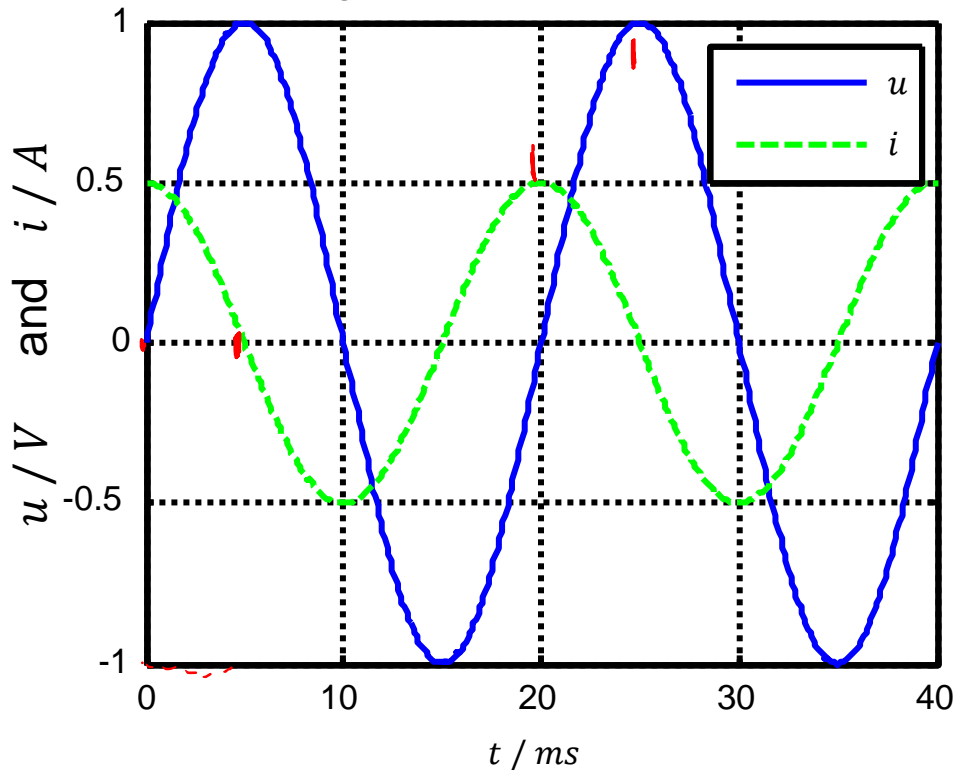
⇒ Es fließt nur dann ein Strom, wenn sich die Spannung ändert

STROM UND SPANNUNG AM KONDENSATOR

Gegeben: $\underline{u(t)} = u = \hat{u} \sin(\omega t)$

$$\Rightarrow i = \dot{C} \cdot \frac{du}{dt} = \dot{C} \cdot \frac{d}{dt}(\hat{u} \cdot \sin(\omega t)) = \dot{C} \cdot \hat{u} \cdot \frac{d}{dt}(\sin(\omega t)) = \dot{C} \cdot \hat{u} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

Voltage and current at capacitor



Vorgriff auf Wechselstromrechnung

Spannung

folgt
um $\pi/2$

Strom

5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

5.4 Permittivität

5.5 Kondensator

Definition der Kapazität

Kondensatorgleichung

Reihen- und Parallelschaltung

Energie im Kondensator

Berechnung der Kapazität

Bauformen

REIHENSCHALTUNG VON KONDENSATOREN

Durch beide Kondensatoren fließt derselbe Strom und es gilt:

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow Q_1 = Q_2 = Q$$

Für die Gesamtspannung gilt:

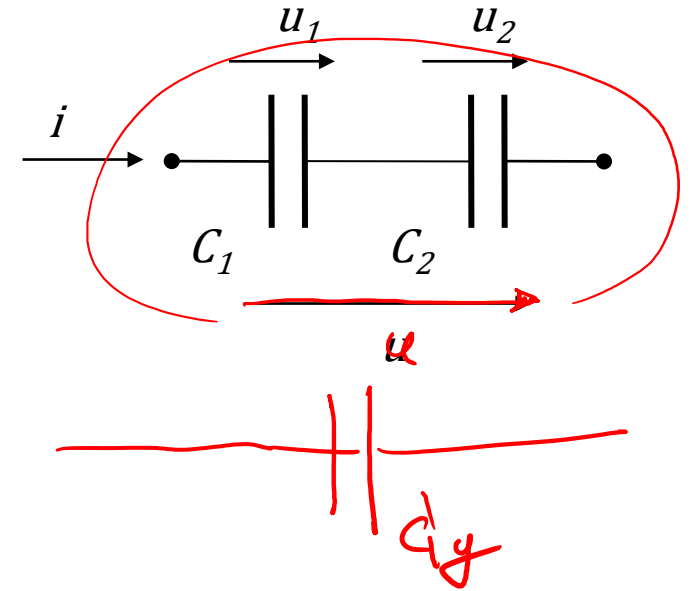
$$u = u_1 + u_2$$

Mit der Definitionsgleichung der Kapazität $C_1 = q/u_1$ folgt:

$$\frac{Q}{C_g} = u = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

\Rightarrow

$$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

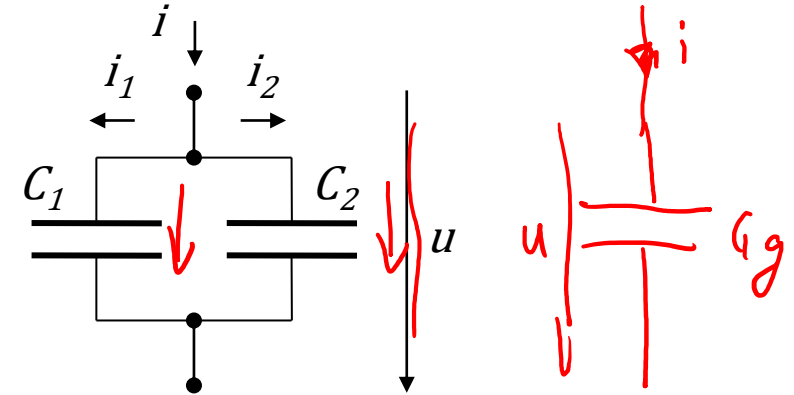


„Reihenschaltung von Kondensatoren wie
Parallelschaltung von Widerständen“

PARALLELSCHALTUNG VON KONDENSATOREN

Aus der Kirchhoffschen Knotenregel folgt:

$$i = i_1 + i_2$$



Aus $q = \int i dt$ folgt damit:

$$q = \int i dt = \int i_1 dt + \int i_2 dt = q_1 + q_2$$

$$\frac{dq}{dt} = i \quad || \quad q = \int i dt$$

Mit der Definitionsgleichung der Kapazität $C = q/u$ folgt:

$$q = \cancel{C_g \cdot u} = C_1 \cdot u_1 + C_2 \cdot u_2 \Rightarrow \\ = \cancel{C_1 \cdot u} + \cancel{C_2 \cdot u}$$

$$C_g = C_1 + C_2$$

„Parallelschaltung von Kondensatoren wie
Reihenschaltung von Widerständen“

5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

5.4 Permittivität

5.5 Kondensator

Definition der Kapazität

Kondensatorgleichung

Reihen- und Parallelschaltung

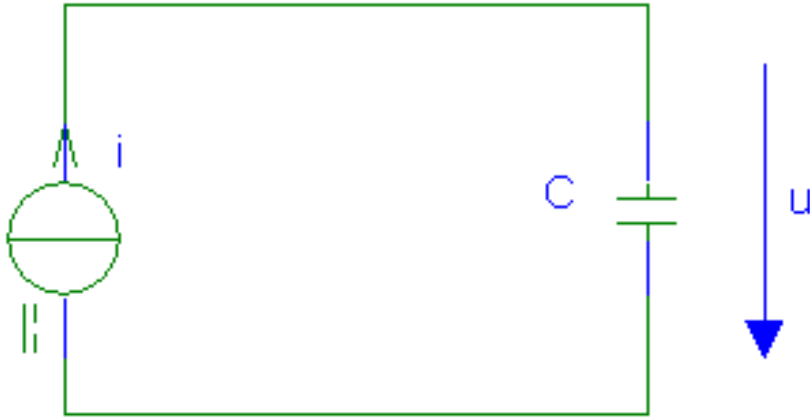
Energie im Kondensator

Berechnung der Kapazität

Bauformen

ENERGIE IM KONDENSATOR

Ladevorgang eines Kondensators:



Ladungsmenge um den Kondensator zu laden:

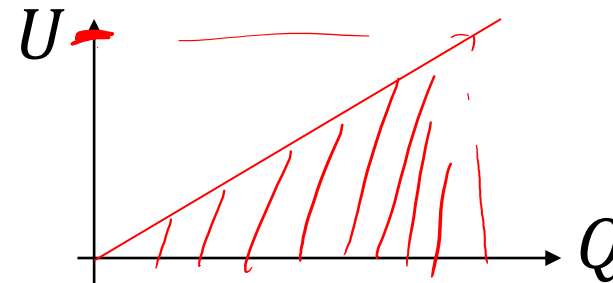
$$Q = C U$$

Arbeit während des Ladens gegeben durch:

$$w(t) = u(t) \cdot q(t) = u(t) \cdot C \cdot u(t) = C \cdot u(t)^2$$

Da die Spannung nicht konstant während des Ladens ist sondern von 0 auf U steigt ist die aufzubringende Arbeit gegeben durch:

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$



5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

5.4 Permittivität

5.5 Punktladungen

5.6 Kondensator

Definition der Kapazität

Kondensatorgleichung

Reihen- und Parallelschaltung

Energie im Kondensator

Berechnung der Kapazität

Bauformen

FELDSTÄRKE IM PLATTENKONDENSATOR

1. Elektrisches Feld
(Kraftwirkung auf Ladung Q)

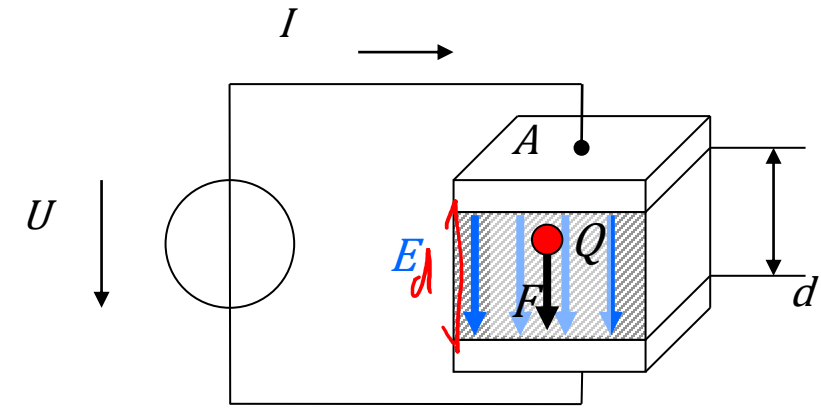
$$E = \overline{F}/Q$$

2. Elektrische Spannung
(Arbeit um Ladung Q zu bewegen)

$$U = W/Q$$

3. Arbeit
(nur wenn F konstant, wie im Plattenkondensator)

Damit folgt für den Kondensator: $U = E \cdot d$



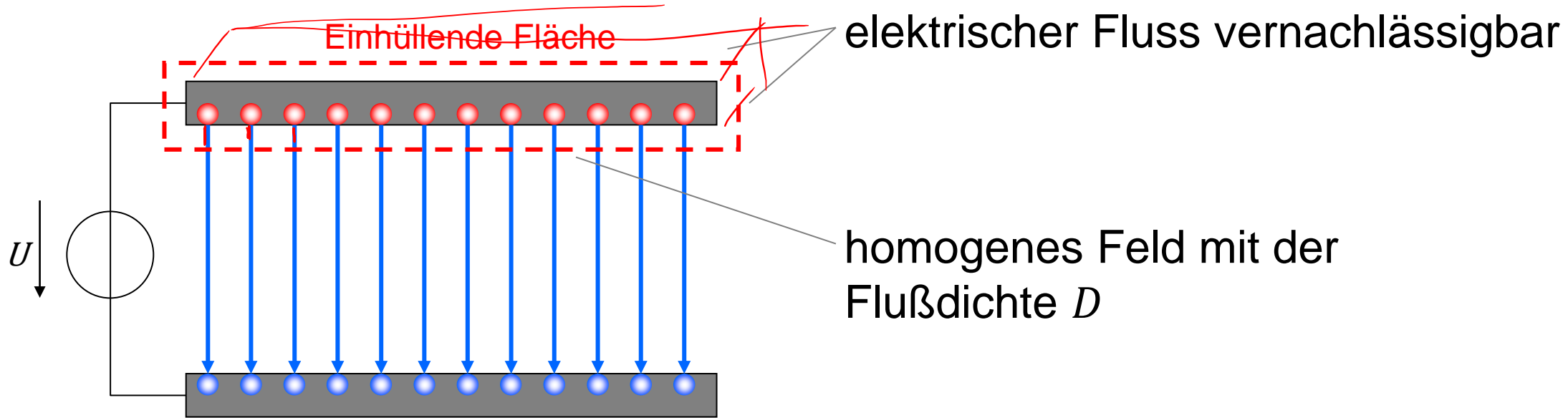
Das elektrische Feld in einem Plattenkondensator ist homogen, also überall gleich. (Stärke und Richtung)

$$W = \overline{F} \cdot s = \overline{F} \cdot d$$

$$\Rightarrow E = U/d$$

FLUSSDICHTE IM PLATTENKONDENSATOR

$$Q = \oint \vec{D} \cdot d\vec{A}$$



Bestimmung der Ladung Q über Flussdichte D

$$Q = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = D \cdot A_c$$

mit der Plattenfläche A_c

KAPAZITÄT DES PLATTENKONDENSATORS

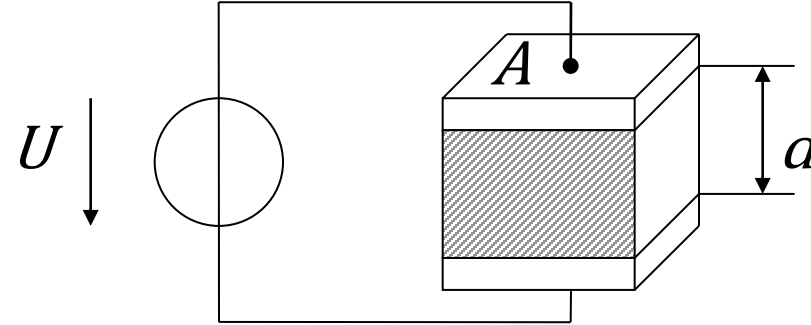
Für den Plattenkondensator gilt:

$$U = E \cdot d \quad \checkmark$$

$$Q = D \cdot A \quad \checkmark$$

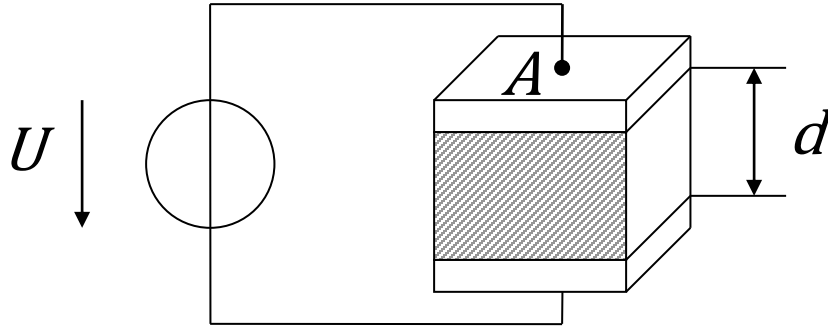
$$D = \varepsilon \cdot E \quad \Rightarrow$$

$$C = \frac{Q}{U}$$



$$\Rightarrow C = \frac{D \cdot A}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r (E) A}{U} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{A}{U} \Rightarrow C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

WIE ERZIELE ICH EINE HOHE KAPAZITÄT?



$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Hohe Kapazität erfordert:

- $A \uparrow$
 - Aufwickeln
 - Aufräuen der Fläche (Ätzen)
- $d \downarrow$
 - dünne Schicht, aber: Durchschlagsgefahr
- $\epsilon_r \uparrow$

Luft:	1
Kunststoffolie	2 ... 4
Papier, imprägniert	4 ... 6
Glas	5 ... 16
Aluminiumoxid	8
Tantaloxid	25
Keramik	6 ... 50 000

5 ELEKTRISCHES FELD

5.1 Homogenes Feld

5.2 Inhomogenes Feld

5.3 Influenz

5.4 Permittivität

5.5 Punktladungen

5.6 Kondensator

Definition der Kapazität

Kondensatorgleichung

Reihen- und Parallelschaltung

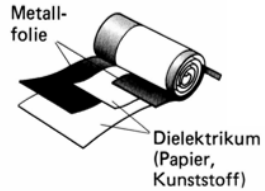
Energie im Kondensator

Berechnung der Kapazität

Bauformen

BAUFORMEN

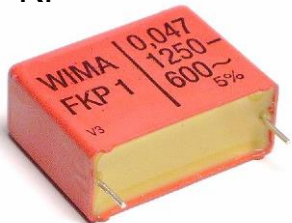
Metallfolie + Dielektrikumsfolie



K: Kunststoffolie
KP: Polypropylen
KS: Polystyrol

2 pF ... 500 nF

KP



Metallisierte Dielektrikumsfolie

MP: Papier
MK: Kunststoffolie

MK: 100 pF ... 10 μ F
MP: 100 pF ... 10 mF

MK



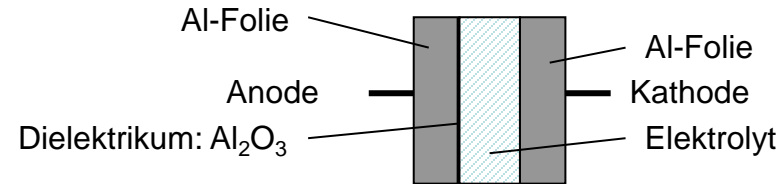
MP



MK



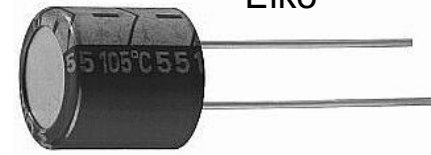
Elektrolyt- Kondensator



Al-Elko: Aluminium
Ta-Elko: Tantal

Al: 1 μ F ... 1 F
Ta: 100 nF ... 1 mF

Elko



Tantal-Elko



Polung beachten!

Keramik- Kondensator

NDK: niedriges ϵ_r
HDK: hohes ϵ_r

1 pF ... 1 μ F

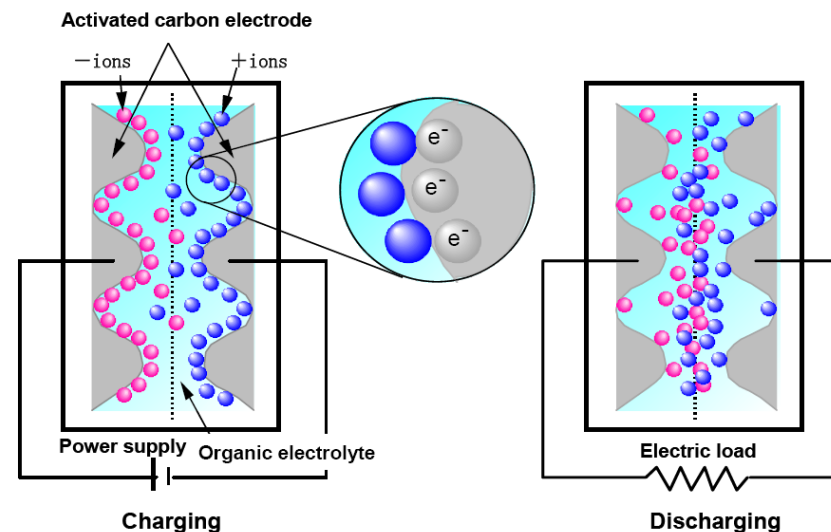


DC bis NF

HF

GOLDCAP® - DOPPELSCHICHTKONDENSATOR

- Electric double layer capacitor (EDLC)
- Kapazität bis einige 100 F
- Prinzip:
Dielektrikum aus einer nur wenige Atomlagen dicken Ionen-Schicht
+ große Fläche durch Rauheit
- Anwendung: Energiespeicher für unbegrenzte Anzahl von Ladungszyklen



WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN...

Begriffe

- Feldlinie
- Äquipotentiallinie

homogenes und inhomogenes Feld

- Unterschied verstehen
- Ausrichtung von Feldlinien und Äquipotentiallinien kennen
- Spannung und Feldstärke im homogenen Feld berechnen können

Influenz

- Effekt der Influenz beschreiben können
- Definition der Flussdichte kennen und anwenden können
- Anwendung der Flussdichte verstehen

Zusammenhang zwischen Q , E , D , U

- formelmäßigen Zusammenhang zwischen den Größen verstehen
- Formeln anwenden können

Permittivität

- Begriff verstehen und erklären

WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN...

Kondensator

- Aufbau und Funktionsprinzip verstehen und erklären
- Definition der Kapazität kennen:
- Kondensatorgleichung herleiten und anwenden:
- Reihen- und Parallelschaltung von Kondensatoren

$$C =$$

$$i =$$

Reihenschaltung:

$$C =$$

Parallelschaltung:

$$C =$$

- Energie im Kondensator berechnen:
- Kapazität eines Kondensators berechnen:
- Bauformen erkennen

$$W =$$

$$C =$$