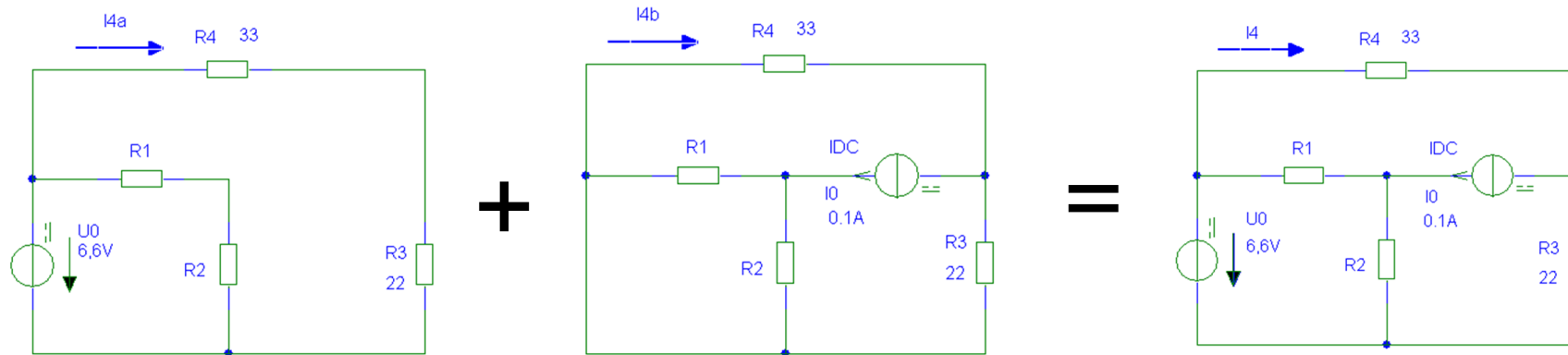


GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK ET1

Teil 4 Netzwerkanalyse



2 GLEICHSTROMSCHALTUNGEN

2.1	Zählpfeilsystem	Grundlagen
2.2	Grundlegende Begriffe	
2.3	Kirchhoffsche Gesetze	
2.4	Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen	
2.5	Strom- und Spannungsteiler	
2.6	Lineare Quellen	
2.7	Umwandlung in Ersatzquellen	Methoden
2.8	Überlagerungsprinzip	
2.9	Netzwerkanalyse	
2.10	Leistungsanpassung	Sonstiges
2.11	Nichtlineare Quellen und Verbraucher	
2.12	Gesteuerte Quellen	

SYSTEMATISCHE NETZWERKANALYSE

Netzwerk mit z Zweigen

- z Zweigströme
- z Zweigspannungen
- ⇒ $2z$ Gleichungen erforderlich

Systematisch vorgehen, um den Überblick zu behalten!

3 Methoden der Netzwerkanalyse

- ➔ • **Basisverfahren** (Zweigstromverfahren)
einfache Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze
- **Maschenstromverfahren**
Reduzierung der Gleichungszahl durch Definition von Maschenströmen
- **Knotenpotentialverfahren**
Reduzierung der Gleichungszahl durch Definition von Knotenspannungen

REVIEW: ZWEIG, KNOTEN, MASCHE

Zweig: Ein oder mehrere Elemente in Serie ohne Abzweigung

Knoten: Verbindung von 2 oder mehr Zweigen.

Ein Netzwerk mit k Knoten hat genau $k - 1$ unabhängige Knoten.

Masche: Jede geschlossene Schleife in einem Netzwerk.

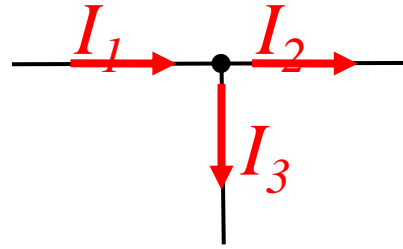
Anzahl der unabhängigen Maschen $m = z - (k - 1)$

KIRCHHOFFSCHE REGELN

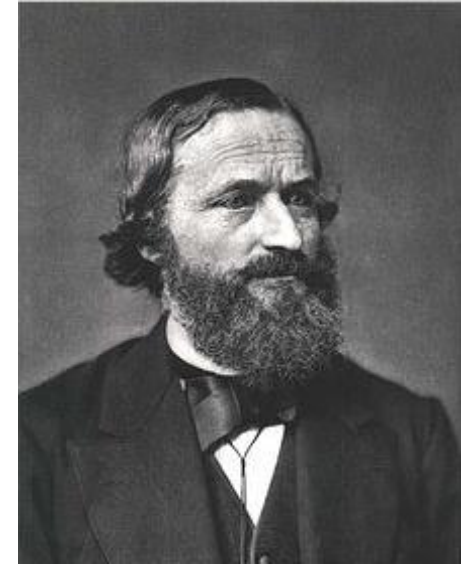
Knotenregel → $k-1$ Knotengleichungen

„Die Summe aller zu- und abfließenden Ströme eines Knotens ist Null“

$$\sum_{\text{Knoten}} I_i = 0$$



$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$



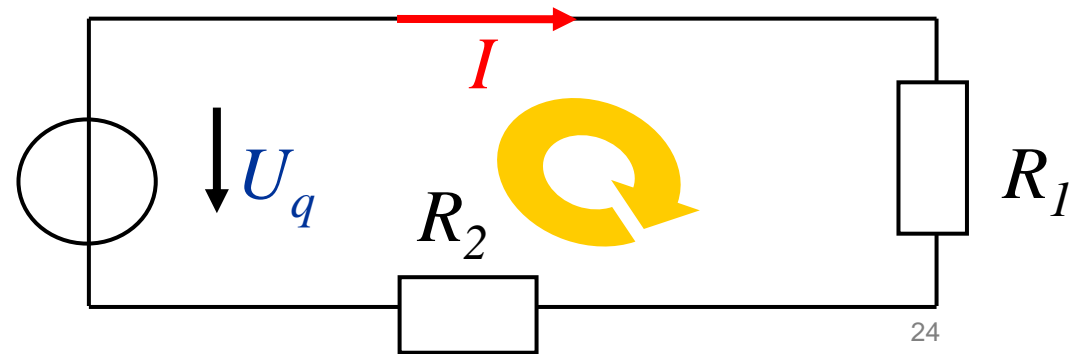
Gustav Kirchhoff 1824-1887

Maschenregel → m Maschengleichungen

„Die Summe aller Teilspannungen einer Masche ist Null“

$$\sum_{\text{Masche}} U_i = 0$$

$$R_1 \cdot I + R_2 \cdot I - U_q = 0$$



BASISVERFAHREN: IDEE

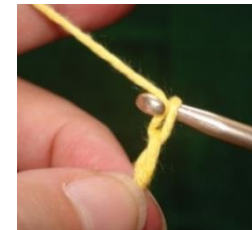
Netzwerk mit z Zweigen. Gesucht:

- z Zweigströme
- z Zweigspannungen

→ $2z$ Gleichungen erforderlich



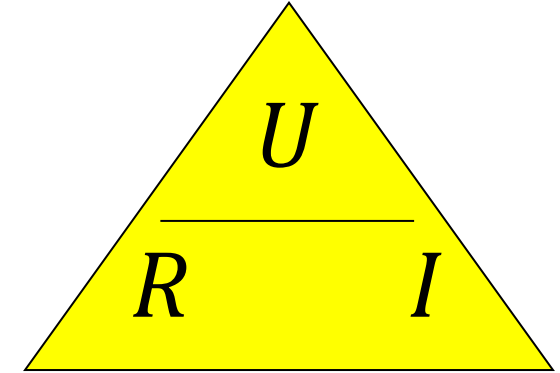
$k - 1$ Knotengleichungen
 $m = z - k + 1$ Maschengleichungen



OHMSCHES GESETZ

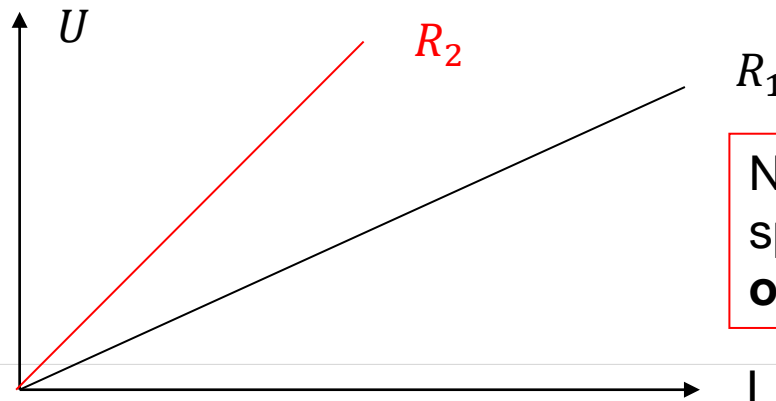
Bei einem metallischen Leiter und konstanter Temperatur ist der Widerstand R konstant.

⇒ Spannung proportional zum Strom



Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$ mit $R = \text{const.}$

Georg S. Ohm
1789 - 1854



Nur wenn R konstant ist,
spricht man von einem
ohmschen Widerstand.

BASISVERFAHREN: IDEE

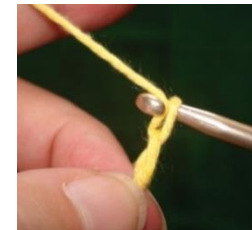
Netzwerk mit z Zweigen. Gesucht:

- z Zweigströme
- z Zweigspannungen

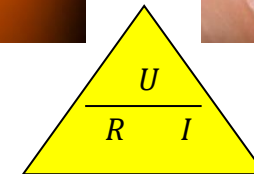
→ $2z$ Gleichungen erforderlich



$$\begin{array}{ll} k - 1 & \text{Knotengleichungen} \\ m = z - k + 1 & \text{Maschengleichungen} \end{array}$$



$$\begin{array}{ll} z & \text{Ohmsche Gleichungen} \end{array}$$

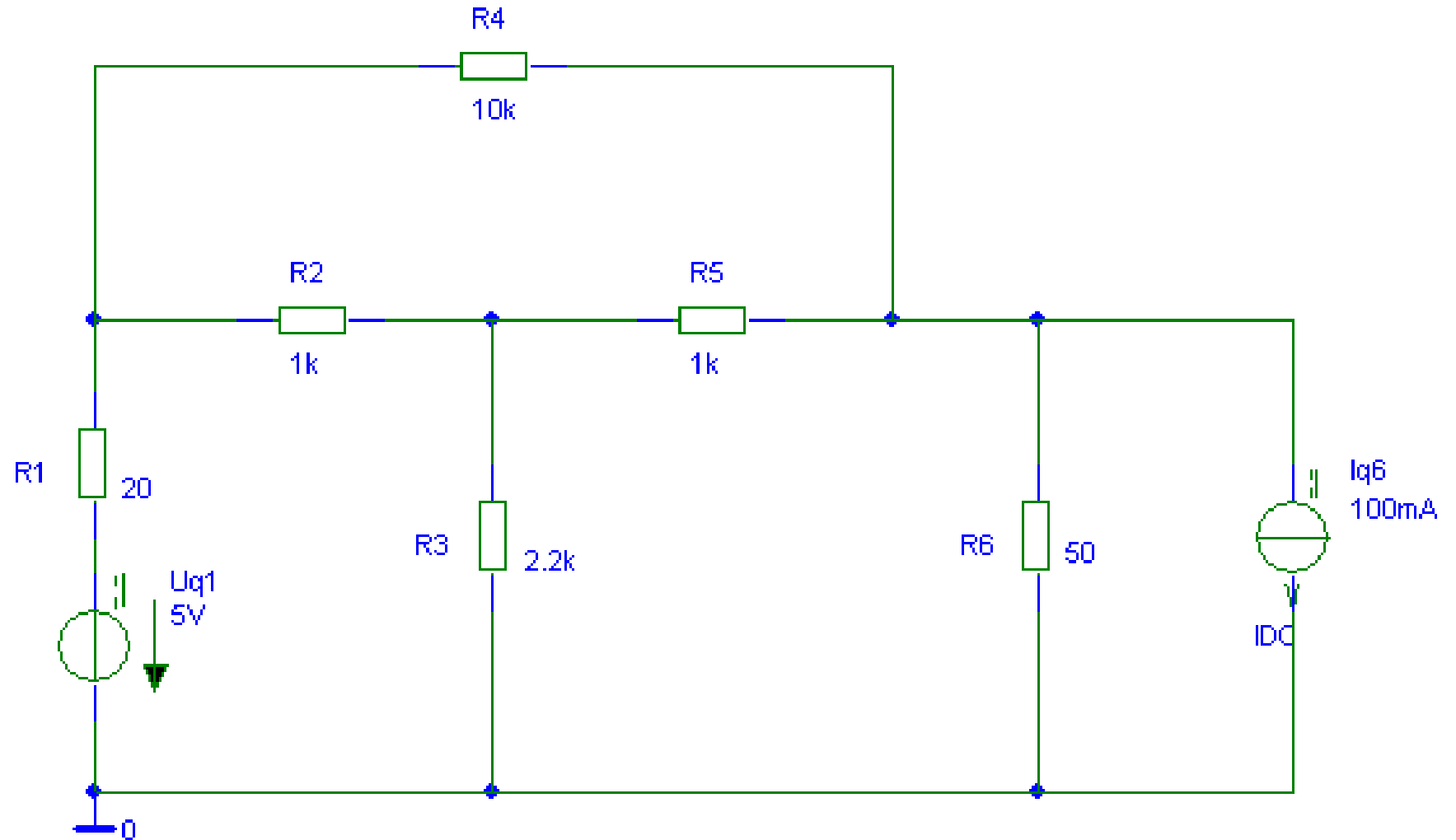


$$\begin{array}{ll} 2z & \text{Gleichungen} \end{array}$$

BASISVERFAHREN ÜBER ZWEIGSTRÖME

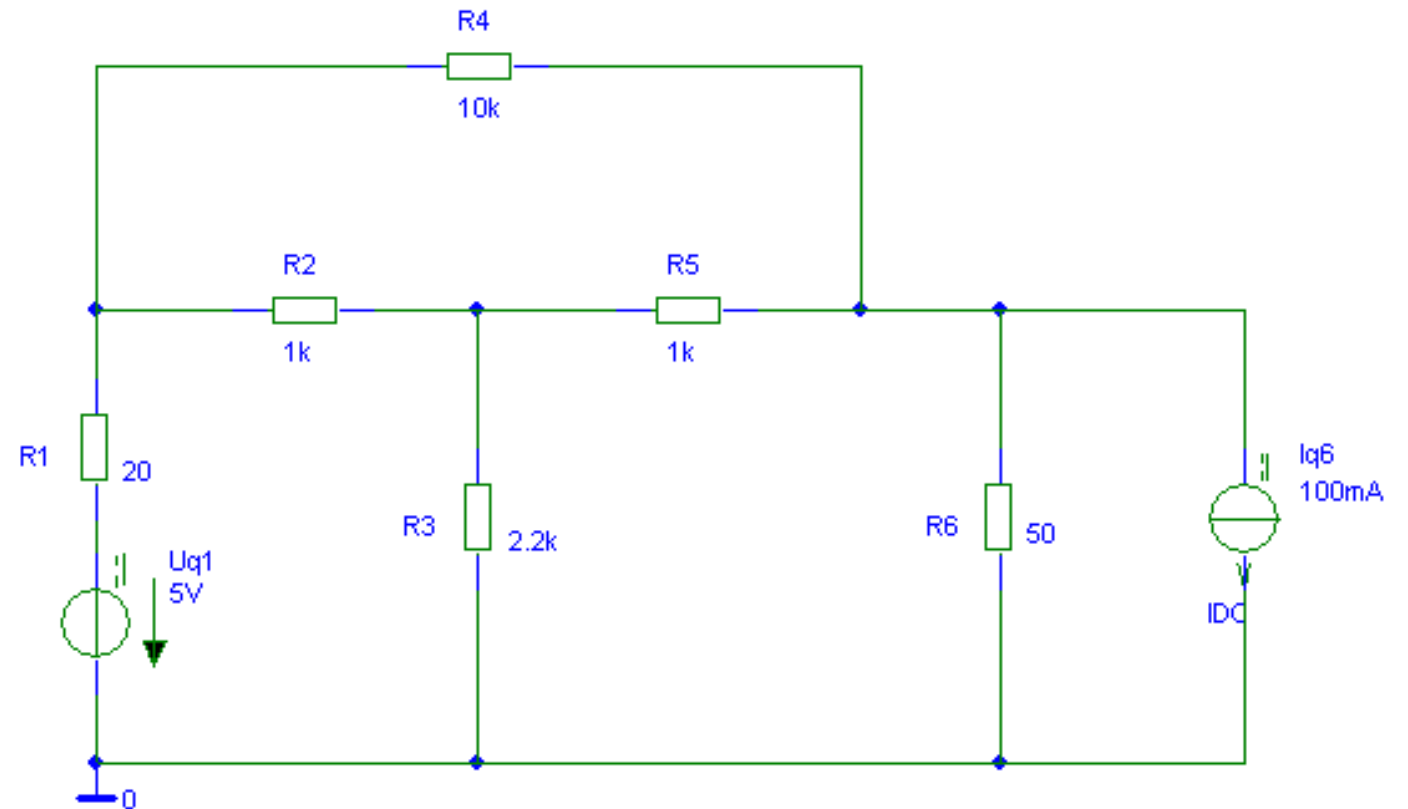
1. Zweigströme definieren
2. Zweigspannungen definieren (Richtung wie Zweigströme)
3. Knoten nummerieren (0 für Masseknoten - GND)
4. Maschen nummerieren und Umlaufsinn festlegen (für jedes Fenster im Uhrzeigersinn)
5. Kirchhoffs Maschenregel für jede Masche anwenden
6. Kirchhoffs Knotenregel für $k-1$ Knoten anwenden (Masseknoten auslassen)

SCHRITT 1: ZWEIGSTRÖME



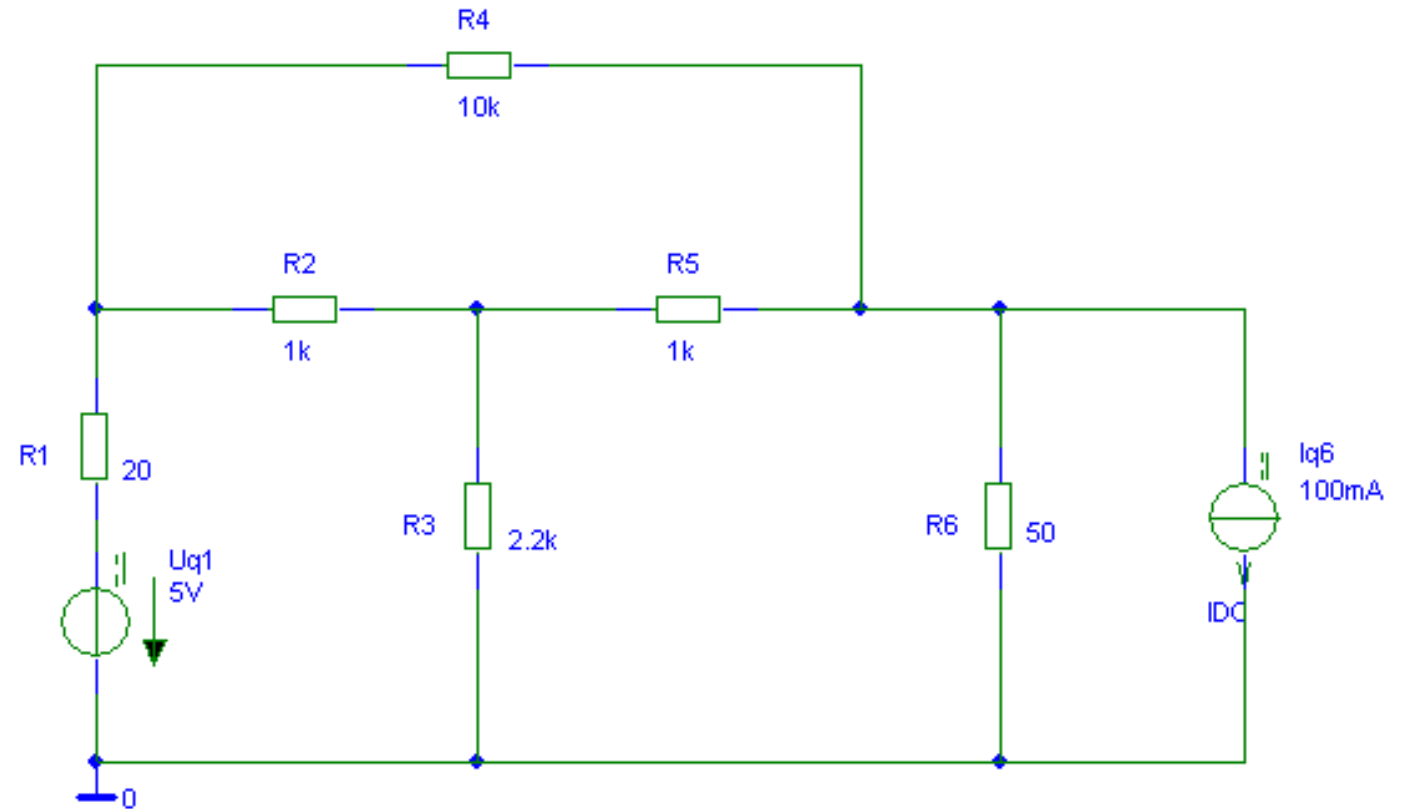
1. Zweigströme definieren

SCHRITT 2: ZWEIGSPANNUNGEN



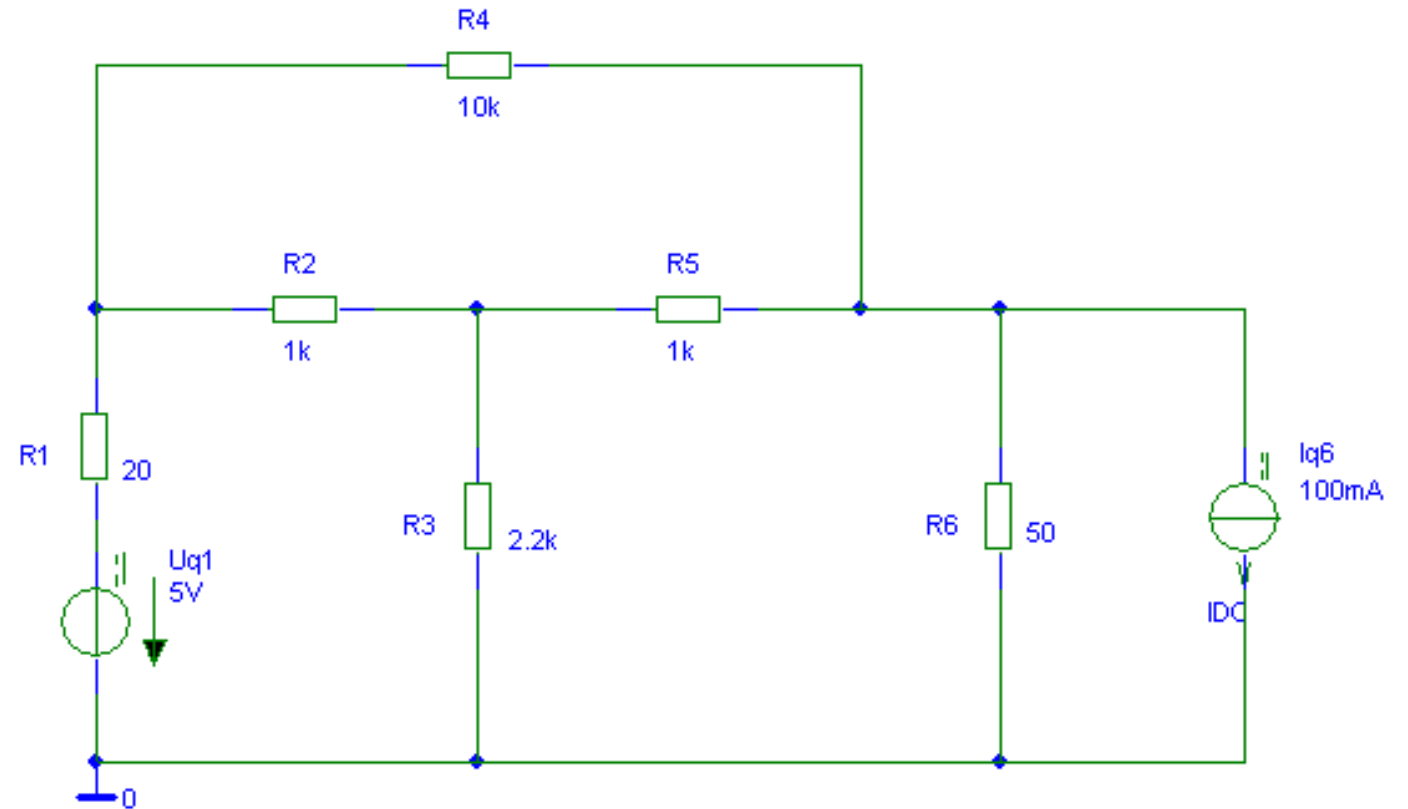
2. Zweigspannungen definieren (Richtung wie Zweigströme)

SCHRITT 3: KNOTEN



3. Knoten nummerieren (0 für Masseknoten - GND)

SCHRITT 4: MASCHEN



4. Maschen nummerieren und Umlaufsinn festlegen
(für jedes Fenster im Uhrzeigersinn)

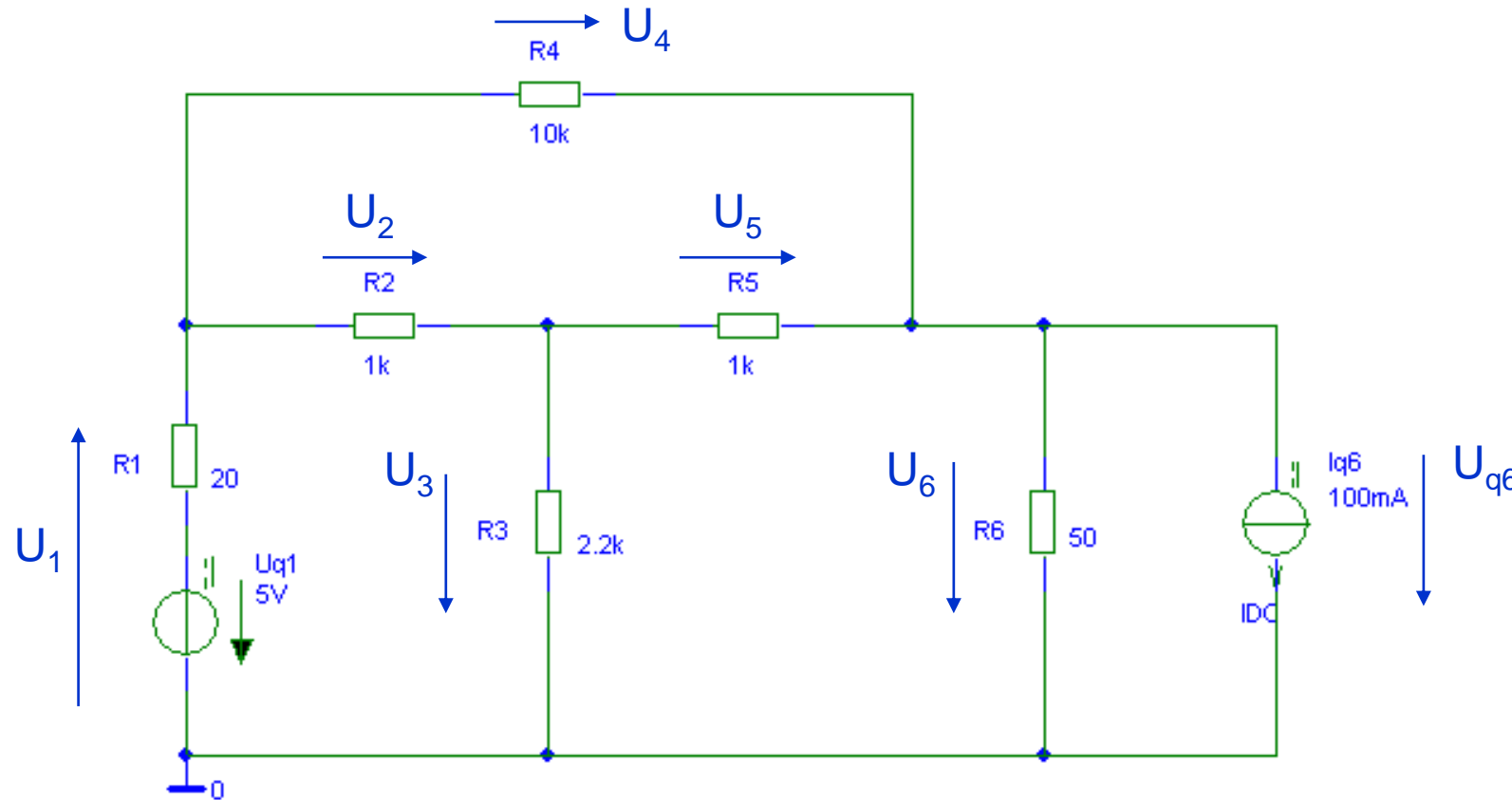
SCHRITT 5: MASCHENREGEL

M1:

M2:

M3:

M4:



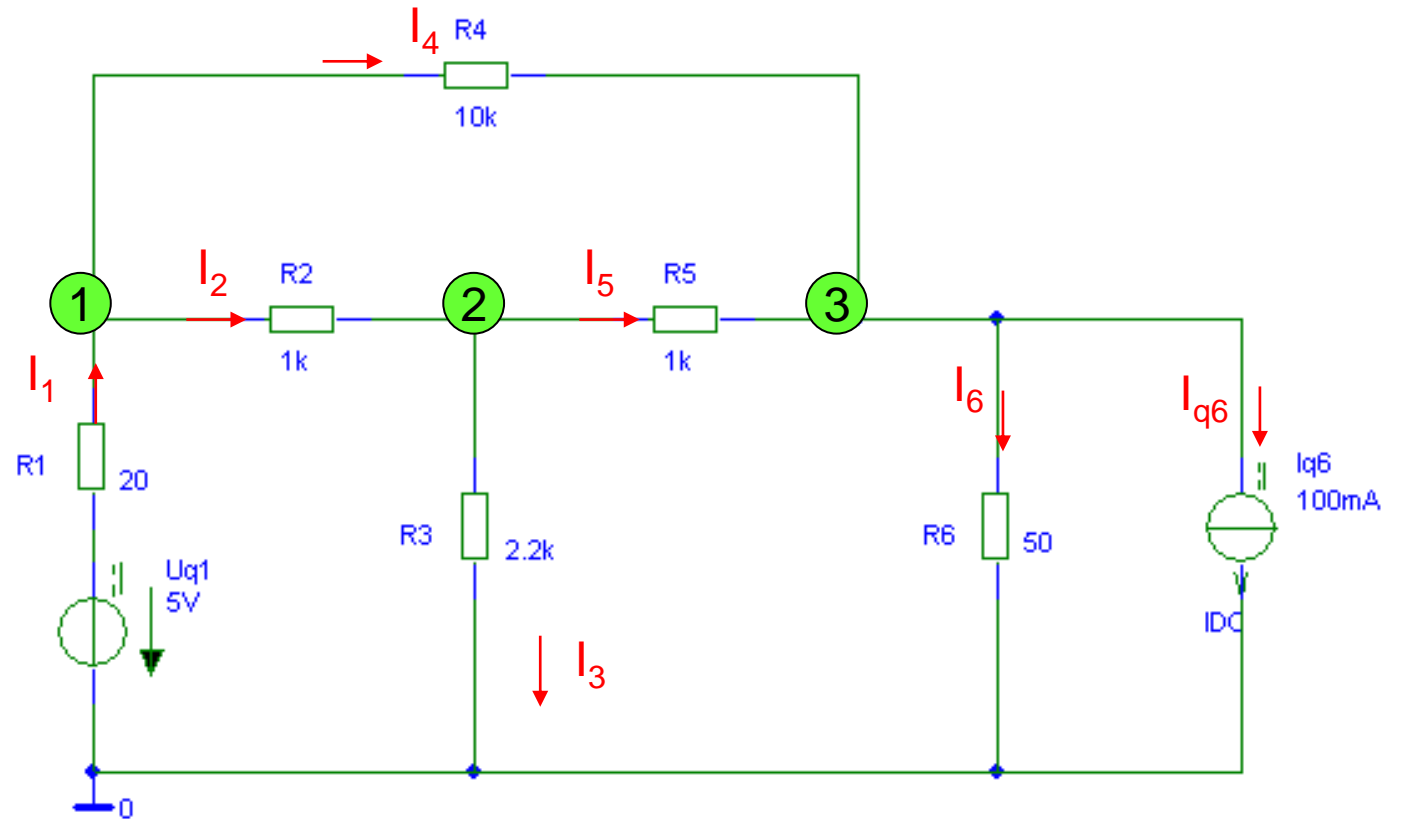
5. Kirchhoffs Maschenregel für jede Masche anwenden

SCHRITT 6: KNOTENREGEL

K1:

K2:

K3:



6. Kirchhoffs Knotenregel für k-1 Knoten anwenden
(Masseknoten auslassen)

LÖSEN DER GLEICHUNGEN

Unbekannte: $U_1 \dots U_6, U_{q6}, I_1 \dots I_6$

➔ 13 Unbekannte

Gleichungen: 4 für Maschen- und 3 Knotengleichungen

➔ 7 Gleichungen

Ohmsches Gesetz

- $U_1 = R_1 I_1 - U_{q1}$
- $U_2 = R_2 I_2$
- $U_3 = R_3 I_3$
- $U_4 = R_4 I_4$
- $U_5 = R_5 I_5$
- $U_6 = R_6 I_6$

Vorgehen

- Alle Spannungen durch Ströme substituieren (6 Gleichungen für 6 Variablen)
- Nach Zweigströmen auflösen
- Zweigspannungen über obige Gleichungen (ohmsches Gesetz) berechnen

LINEARES GLEICHUNGSSYSTEM

$$K1: I_1 - I_2 - I_4 = 0$$

$$K2: I_2 - I_3 - I_5 = 0$$

$$K3: I_4 + I_5 - I_6 - I_{q6} = 0$$

$$M1: U_1 + U_2 + U_3 = 0 \quad \Leftrightarrow -U_{q1} + R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0$$

$$M2: -U_2 + U_4 - U_5 = 0 \quad \Leftrightarrow -R_2 I_2 + R_4 I_4 - R_5 I_5 = 0$$

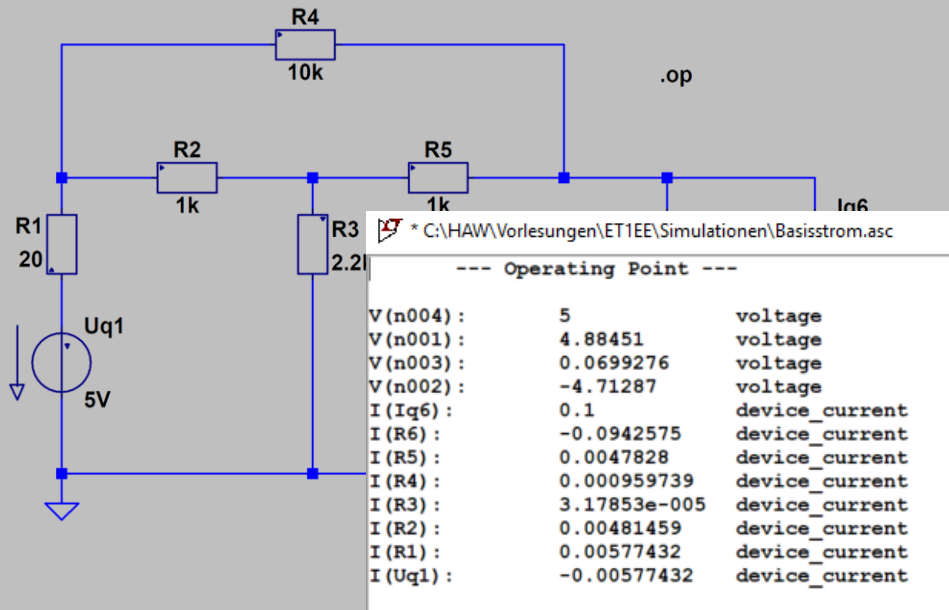
$$M3: -U_3 + U_5 + U_6 = 0 \quad \Leftrightarrow -R_3 I_3 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = 0$$

$$M4: -U_6 + U_{q6} = 0 \quad \Leftrightarrow -R_6 I_6 + U_{q6} = 0$$

7 Gleichungen für die Unbekannten:

Lösung zum Beispiel über Gauß-Elimination

LÖSUNGEN



$R_1=1, R_2=1, R_3=1, R_4=1, R_5=1, R_6=1, U_{q1}=1, I_{q6}=1$
 $\text{syms } I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5 \ I_6 \ U_{q6}$

$\text{eqn1} = I_1 - I_2 - I_4 == 0;$
 $\text{eqn2} = I_2 - I_3 - I_5 == 0;$
 $\text{eqn3} = I_4 + I_5 - I_6 - I_{q6} == 0;$
 $\text{eqn4} = R_1 \cdot I_1 - U_{q1} + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 == 0;$
 $\text{eqn5} = -R_2 \cdot I_2 + R_4 \cdot I_4 - R_5 \cdot I_5 == 0;$
 $\text{eqn6} = -R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 + R_6 \cdot I_6 == 0;$
 $\text{eqn7} = -R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 + U_{q6} == 0;$

$[M, U] = \text{equationsToMatrix}([\text{eqn1}, \text{eqn2}, \text{eqn3}, \text{eqn4}, \text{eqn5}, \text{eqn6}, \text{eqn7}], [I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, U_{q6}])$

$I = M \setminus U$

numerisch in Matlab über $M \setminus U$ lösen

Mathematica rechnet symbolisch (mit Variablen):

$\text{eqn1} = I_1 - I_2 - I_4 == 0;$
 $\text{eqn2} = I_2 - I_3 - I_5 == 0;$
 $\text{eqn3} = I_4 + I_5 - I_6 - I_{q6} == 0;$
 $\text{eqn4} = R_1 \cdot I_1 - U_{q1} + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 == 0;$
 $\text{eqn5} = -R_2 \cdot I_2 + R_4 \cdot I_4 - R_5 \cdot I_5 == 0;$
 $\text{eqn6} = -R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 + R_6 \cdot I_6 == 0;$
 $\text{eqn7} = -R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 + U_{q6} == 0;$

$\text{sol} = \text{FullSimplify}[\text{Solve}[\{\text{eqn1}, \text{eqn2}, \text{eqn3}, \text{eqn4}, \text{eqn5}, \text{eqn6}, \text{eqn7}\}, \{I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, U_{q6}\}]]$

→ sol=

$$\left\{ \begin{aligned} I_1 &\rightarrow \frac{I_{q6} (R_2 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5)) R_6 + (R_4 R_5 + R_3 (R_4 + R_5) + (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_5 + R_6)) U_{q1}}{R_3 R_4 R_5 + R_2 R_4 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_4 + R_5) R_6 + R_1 (R_4 R_5 + R_3 (R_4 + R_5) + (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_5 + R_6))}, \\ I_2 &\rightarrow \frac{I_{q6} (R_3 R_4 - R_1 R_5) R_6 + R_4 (R_3 + R_5) U_{q1} + (R_4 + R_5) R_6 U_{q1}}{R_3 R_4 R_5 + R_2 R_4 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_4 + R_5) R_6 + R_1 (R_4 R_5 + R_3 (R_4 + R_5) + (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_5 + R_6))}, \\ I_3 &\rightarrow \frac{-I_{q6} (R_2 R_4 + R_1 (R_2 + R_4 + R_5)) R_6 + (R_4 R_5 + (R_2 + R_4 + R_5) R_6) U_{q1}}{R_3 R_4 R_5 + R_2 R_4 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_4 + R_5) R_6 + R_1 (R_4 R_5 + R_3 (R_4 + R_5) + (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_5 + R_6))}, \\ I_4 &\rightarrow \frac{I_{q6} R_2 R_3 R_6 + I_{q6} (R_1 + R_2 + R_3) R_5 R_6 + R_3 R_5 U_{q1} + R_2 (R_3 + R_5 + R_6) U_{q1}}{R_3 R_4 R_5 + R_2 R_4 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_4 + R_5) R_6 + R_1 (R_4 R_5 + R_3 (R_4 + R_5) + (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_5 + R_6))}, \\ I_5 &\rightarrow \frac{I_{q6} (R_1 R_2 + (R_1 + R_2 + R_3) R_4) R_6 + (R_3 R_4 - R_2 R_6) U_{q1}}{R_3 R_4 R_5 + R_2 R_4 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_4 + R_5) R_6 + R_1 (R_4 R_5 + R_3 (R_4 + R_5) + (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_5 + R_6))}, \\ I_6 &\rightarrow \frac{-I_{q6} (R_2 R_3 R_4 + R_1 R_3 (R_2 + R_4) + (R_2 + R_3) R_4 R_5 + R_1 (R_2 + R_3 + R_4) R_5) + (R_2 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5)) U_{q1}}{R_3 R_4 R_5 + R_2 R_4 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_4 + R_5) R_6 + R_1 (R_4 R_5 + R_3 (R_4 + R_5) + (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_5 + R_6))}, \\ U_{q6} &\rightarrow \frac{-I_{q6} (R_2 R_3 R_4 + R_1 R_3 (R_2 + R_4) + (R_2 + R_3) R_4 R_5 + R_1 (R_2 + R_3 + R_4) R_5) R_6 + (R_2 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5)) R_6 U_{q1}}{R_3 R_4 R_5 + R_2 R_4 (R_3 + R_5) + R_3 (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_4 + R_5) R_6 + R_1 (R_4 R_5 + R_3 (R_4 + R_5) + (R_4 + R_5) R_6 + R_2 (R_3 + R_5 + R_6))} \end{aligned} \right\}$$

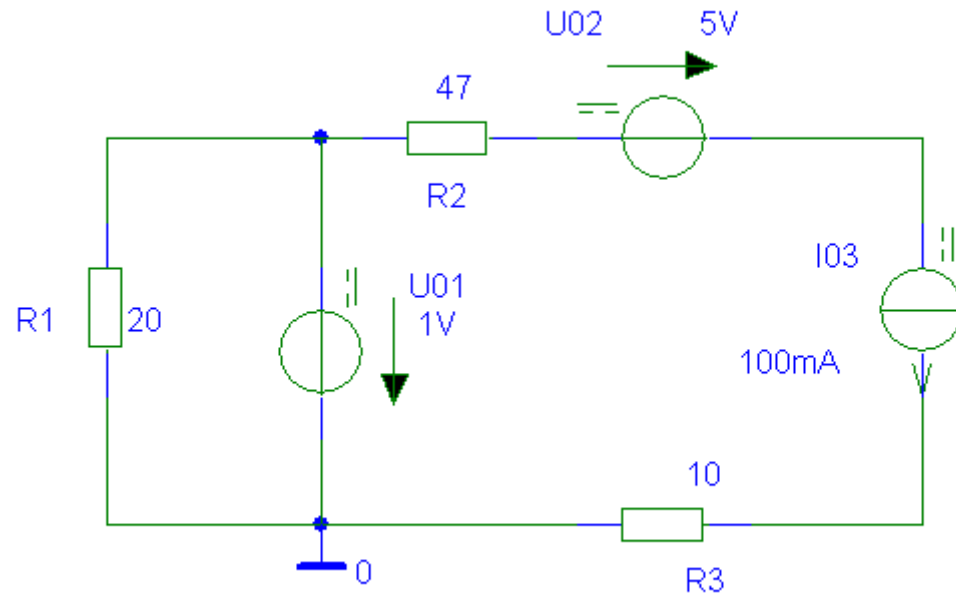
$\text{sol} /. \{R_1 \rightarrow 20, R_2 \rightarrow 1000, R_3 \rightarrow 2200, R_4 \rightarrow 10000, R_5 \rightarrow 1000, R_6 \rightarrow 50, U_{q1} \rightarrow 5, I_{q6} \rightarrow 0.1\}$

$\{ \{I_1 \rightarrow 0.00577432, I_2 \rightarrow 0.00481459, I_3 \rightarrow 0.0000317853, I_4 \rightarrow 0.000959739, I_5 \rightarrow 0.0047828, I_6 \rightarrow -0.0942575, U_{q6} \rightarrow -4.71287\} \}$

<https://develop.wolframcloud.com/app>

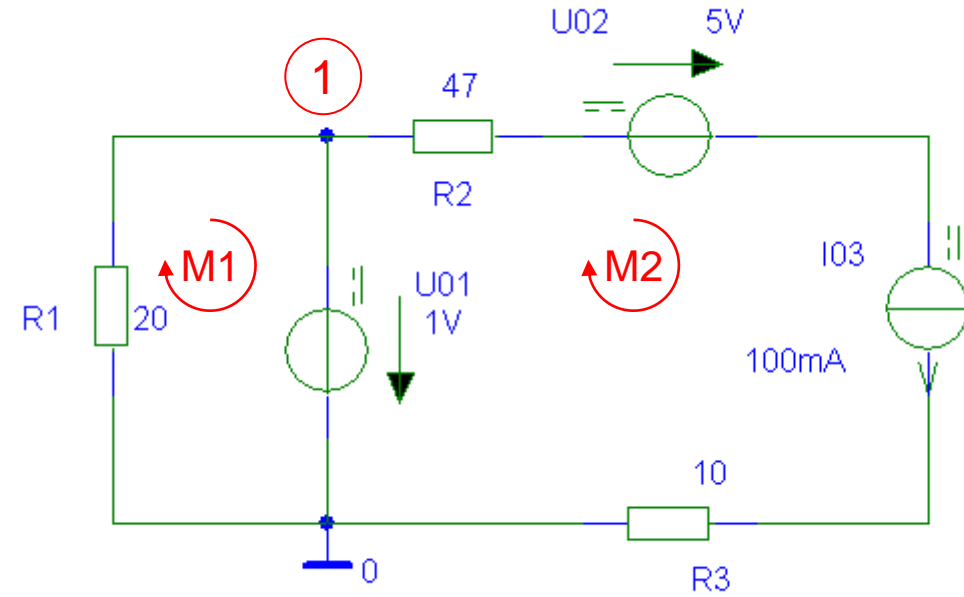
AUFGABE (1)

Definieren Sie Knoten und Maschen sowie Ströme und Spannungen.



AUFGABE (2)

Stellen Sie die Gleichungen auf und lösen Sie diese.



K1:

M1:

M2:

KONTROLLE ÜBER MATHEMATICA

$$K1 = -I1 - I2 - I03 == 0;$$

$$M1 = -R1 I1 + U01 == 0;$$

$$M2 = -U01 + R2 * I03 + U02 + U4 + R3 * I03 == 0;$$

```
sol=FullSimplify[Solve[{K1,M1,M2},{I1,I2,U4}]]
```

$$\left\{ I1 \rightarrow \frac{U01}{R1}, I2 \rightarrow -\frac{I03 R1 + U01}{R1}, U4 \rightarrow -I03 R2 - I03 R3 + U01 - U02 \right\}$$

```
N[sol]/.{R1 -> 20, R2 -> 47, R3-> 10, U01-> 1, U02-> 5, I03-> 100*10^-3}
```

$$\left\{ I1 \rightarrow \frac{1}{20}, I2 \rightarrow -0.15, U4 \rightarrow -9.7 \right\}$$

KONTROLLE DER LÖSUNG ÜBER MATLAB

Matlab File VL05.m

```
% Vorlesung 05 - Loesungsbeispiel für Lineare Gleichungen
%Zuweisung der Variablen
R1 = 20; R2 = 47; R3 = 10;
U01 = 1; U02 = 5; I03 = 100e-3;

%Definition der Matrix M mit den Spalten für I1, I2 und U04
M = [-1 -1 0; R1 0 0 ; 0 0 1]

%Definition des Loesungsvektors (Spaltenvektor)
y = [I03; -U01; U01-U02-R2*I03-R3*I03]

%Loesung der Gleichung mit x = [I1; I2; U04]
x = M \ y
```

Ergebnisse

M =	y =	x =
-1 -1 0	0.1000	0.0500
20 0 0	-1.0000	0.1500
0 0 1	-9.7000	-9.7000

SERVICE DES HAUSES: MATLAB-LIZENZ

HAW hat Studierenden-Lizenz von **Matlab** erworben

<http://www.etech.haw-hamburg.de/matlab>

(ca. 1 DVD als Download)

- Matlab ist der Standard an Universitäten, auch an der HAW
- Matlab ist:
 - leistungsfähiger „Taschenrechner“
 - dient zur Visualisierung von Messreihen im Labor
 - rechnet mit komplexen Zahlen
 - bietet Toolboxes für viele Fächer und wird in allen Semestern genutzt (Regelungstechnik, Signalverarbeitung, Bildverarbeitung, ...)
- aber: Lizenz nur für Lehrzwecke, nicht für kommerzielle Nutzung
- Matematica online Version

<https://develop.wolframcloud.com/app>

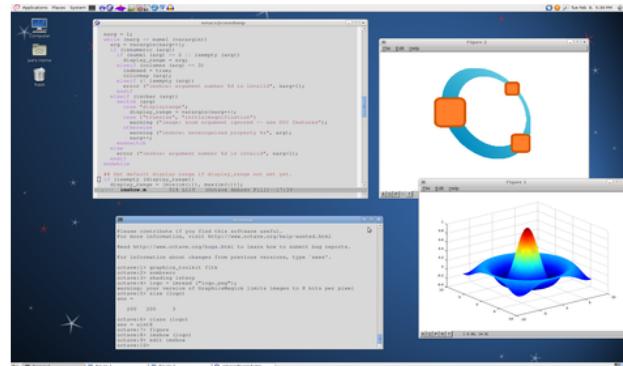
(etwas schwerer in der Notation – ungewohnt)

ALTERNATIV: GNU OCTAVE

<http://www.gnu.org/software/octave/>

- weitgehend Matlab-kompatibel
- public domain / open source

GNU Octave



GNU Octave is a high-level interpreted language, primarily intended for numerical computations. It provides capabilities for the numerical solution of linear and nonlinear problems, and for performing other numerical experiments. It also provides extensive graphics capabilities for data visualization and manipulation. Octave is normally used through its interactive command line interface, but it can also be used to write non-interactive programs. The Octave language is quite similar to Matlab so that most programs are easily portable.

Octave is distributed under the terms of the [GNU General Public License](https://www.gnu.org/licenses/gpl-3.0.de.html).

Home

About

Download

Support

Get Involved

Donate

Your donations help to fund continuing maintenance tasks, development of new features and the organization of Octave conferences.

Amount (USD)

\$ 50.00

☒ Pay with credit card

☐ Pay with PayPal

Continue...

Following the Continue link will take you to a Free Software Foundation page for



HAW Hamburg

Fakultät TI

Technik und Informatik

LTSPICE LAB

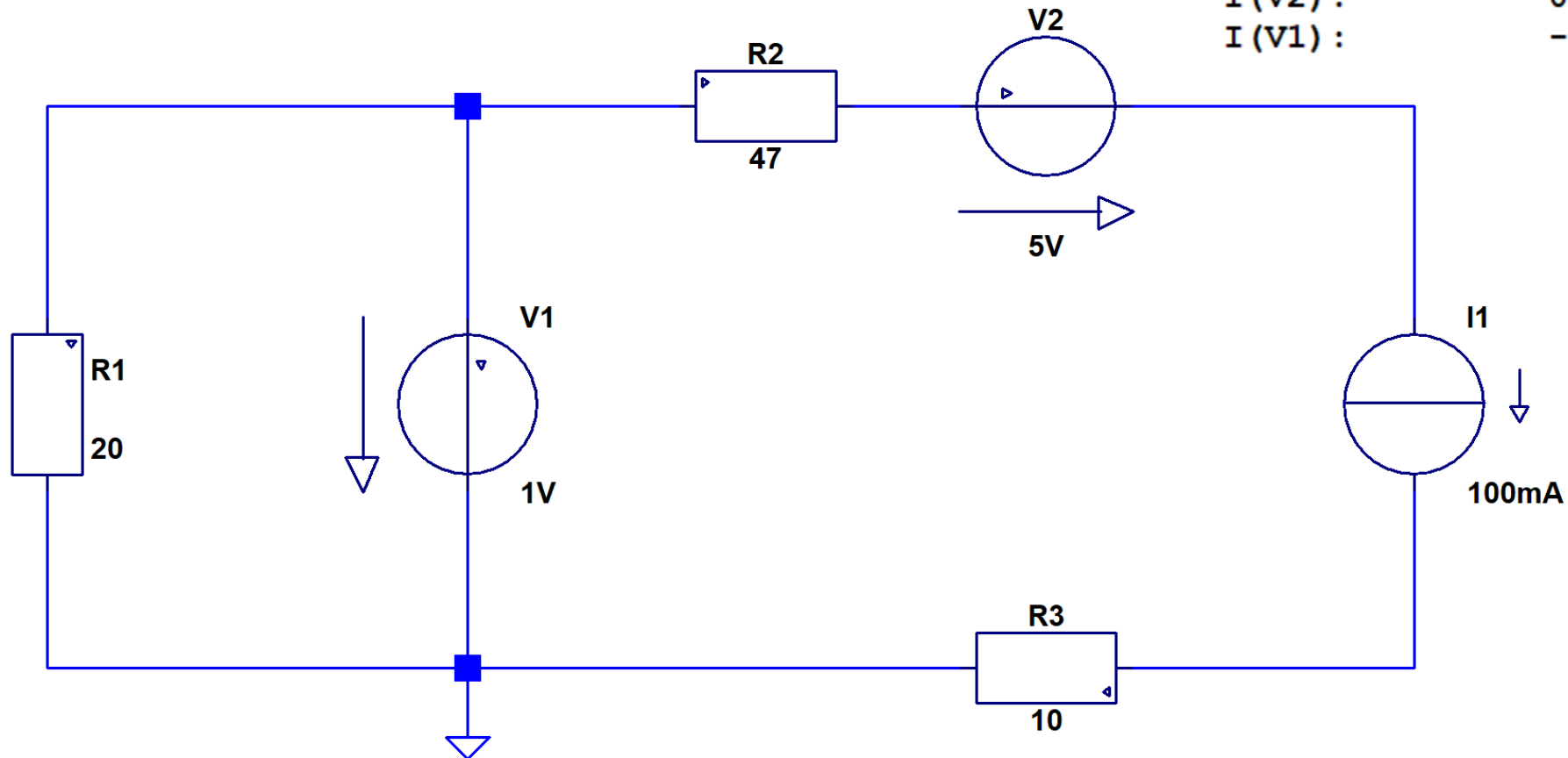
Versuchen Sie sich selbst an LTSpice

<https://www.haw-hamburg.de/ti-ie/labore/grundlagen-elektrotechnik/download.html>

- zu Hause: Download LTSpice
- zeichnen Sie Ihre Lieblingsnetzwerk

LÖSUNG MIT SPICE

Simulation in LTSpice



.op

--- Operating Point ---

V(n001) :	1	voltage
V(n002) :	-3.7	voltage
V(n004) :	1	voltage
V(n003) :	-8.7	voltage
I(I1) :	0.1	device_current
I(R3) :	0.1	device_current
I(R2) :	0.1	device_current
I(R1) :	0.05	device_current
I(V2) :	0.1	device_current
I(V1) :	-0.15	device_current

WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN...

Basisverfahren über Zweigströme

- immer einsetzbar
- Verfahren verstehen und anwenden können:
 1. Spannungen, Ströme, Knoten, Maschen festlegen
 2. Knotenregel anwenden
 3. Zweigspannungen durch Ohmsches Gesetz eliminieren
 4. Lösen nach Strömen, dann Spannungen über ohmsches Gesetz

Lösungen mittels Gauss, Matlab, Mathematica oder SPICE