GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK 1

Vorlesung 12
Wechselstromleistung

http://www.elektronik-kompendium.de/sites/grd/0201114.htm

WECHSELSTROM

Inhalte der Kapitel 5 bis 7: Wechselstrom

7 Wechselstrom

- Wechselstrom-Messbrücken
- Wechselstromleistung – Blindstromkompensation - Leistungsanpassung
- Impedanz und Admittanz
- Darstellung im Zeitbereich | komplexe Darstellung

6 Magnetisches Feld

- Spule
- Magnetisches Feld

5 Elektrisches Feld

- Kondensator
- Elektrisches Feld

7 WECHSELSPANNUNG

7.1 Sinusförmige Größen

7.2 Komplexe Wechselstromrechnung

7.3 Elektrische Impedanz

7.4 Admittanz

7.5 Wechselstromleistung

7.6 Blindstromkompensation

7.7 Leistungsanpassung bei Impedanzen

7.8 Wechselstrom-Messbrücken

http://www.elektronik-kompendium.de/sites/grd/0201114.htm

HINTERGRUND: EINKAUF VON STROM

Preisblatt
gültig ab 01.01.2020

Stromnetz Hamburg

Stand: 10.01.2020

Netzentgelte

Die Netzentgelte für SLP-Kunden in der Niederspannungsebene bestehen aus einem Arbeits- und einem Grundpreis.

Der Grundpreis findet keine Anwendung für Speicherheizungen, sonstige steuerbare Verbrauchseinrichtungen sowie Pauschalanlagen.

Arbeitspreis	
Arbeitspreis für S	
Arbeitspreis für st	
Grundpreis	

Die Netzentgelte f
Entnahmestelle ar

Benutzungsdaue	
Entnahmespannu	
Hochspannung	
Umspannung Hoc	
Mittelspannung	
Umspannung Mitte	
Niederspannung	

Benutzungsdauer ≥ 2.500 h/a **Entnahmespannungsebene**	**Jahresleistungspreis**	**Arbeitspreis**
Hochspannung	65,93 €/kW*a	0,69 ct/kWh
Umspannung Hoch-/Mittelspannung	42,05 €/kW*a	1,23 ct/kWh
Mittelspannung	56,92 €/kW*a	1,66 ct/kWh
Umspannung Mittel-/Niederspannung	85,52 €/kW*a	1,66 ct/kWh
Niederspannung	54,69 €/kW*a	3,86 ct/kWh

Entnahmespannungsebene	**Monatsleistungspreis**	**Arbeitspreis**
Hochspannung	10,99 €/kW*Monat	0,69 ct/kWh
Umspannung Hoch-/Mittelspannung	7,01 €/kW*Monat	1,23 ct/kWh
Mittelspannung	9,49 €/kW*Monat	1,66 ct/kWh
Umspannung Mittel-/Niederspannung	14,25 €/kW*Monat	1,66 ct/kWh
Niederspannung	9,12 €/kW*Monat	3,86 ct/kWh

Entnahmespannungsebene	**Tagesleistungspreis**	**Arbeitspreis**
Hochspannung	0,36 €/kW*Tag	0,69 ct/kWh
Umspannung Hoch-/Mittelspannung	0,23 €/kW*Tag	1,23 ct/kWh
Mittelspannung	0,31 €/kW*Tag	1,66 ct/kWh

Anmerkung:
Tagesleistungspreise können gemäß § 17 Abs. 8 StromNEV nur für den Strombezug der von Land aus erbrachten Stromversorgung von Seeschiffen beansprucht werden.

Blindarbeit

Unterschreitet der durchschnittliche Leistungsfaktor den Wert 0,9 induktiv, so kann die monatlich 50 % der Wirkarbeit übersteigende Blindarbeit je Blindarbeitskilowattstunde (kvarh) berechnet werden.

Blindarbeitspreis	1,53 ct/kvarh

Blindarbeit

Unterschreitet der durchschnittliche Leistungsfaktor den Wert 0,9 induktiv, so kann die monatlich 50 % der Wirkarbeit übersteigende Blindarbeit je Blindarbeitskilowattstunde (kvarh) berechnet werden.

Blindarbeitspreis	1,53 ct/kvarh

Beispiel:
Netzentgelte Stromnetz Hamburg
https://www.stromnetz-hamburg.de/download/netzentgelte-2020/?wpdmdl=17113

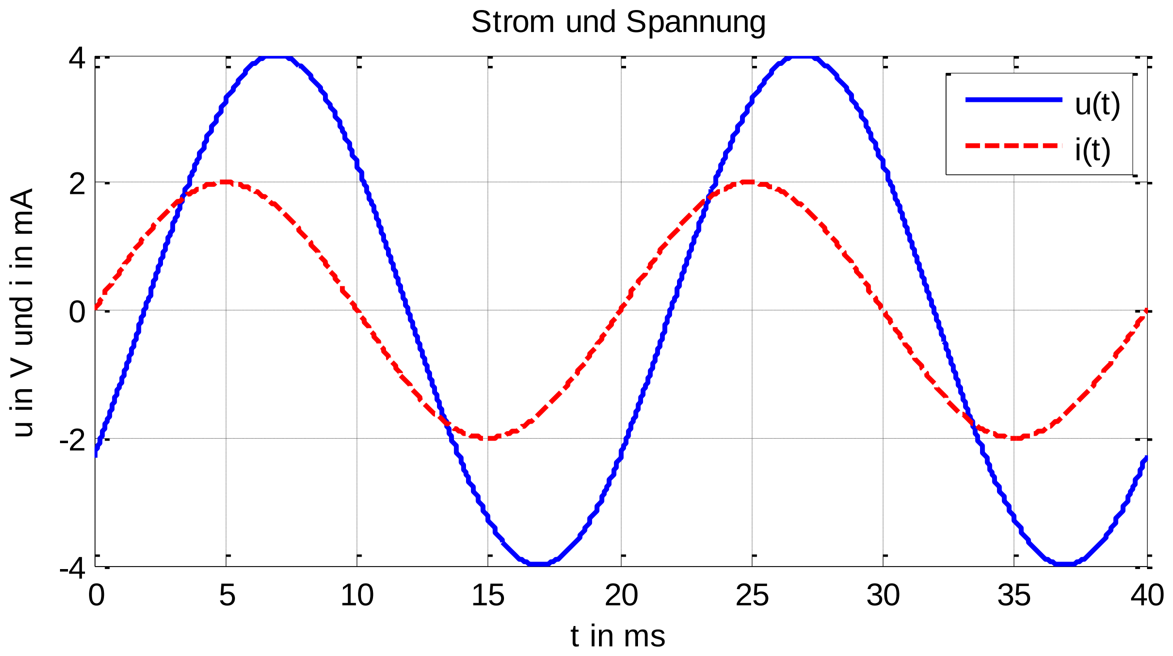
WECHSELSTROMLEISTUNG

Aufgabe:

Skizzieren Sie den Verlauf von $p(t) = u \cdot i$ in dem Diagramm.

$$\hat{u} = 4V\angle -30°$$

$$\hat{i} = 2mA \angle 0°$$



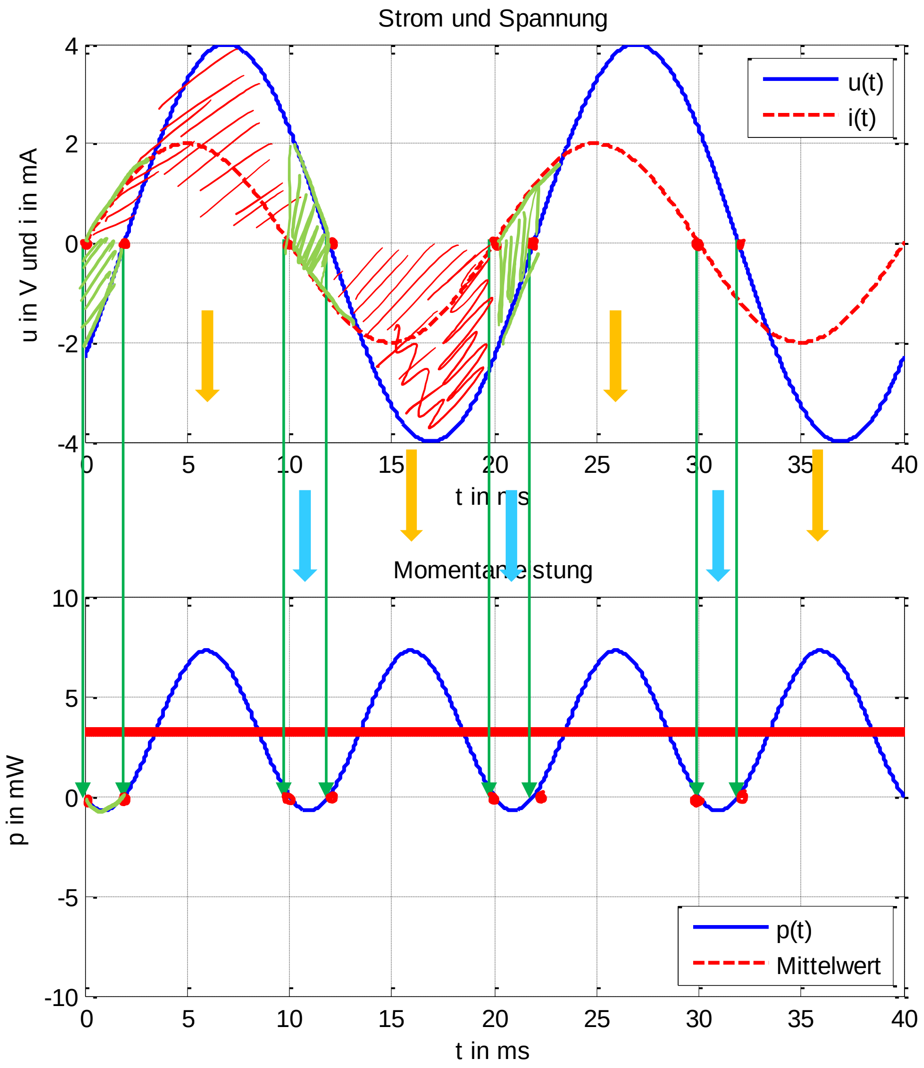
WECHSELSTROMLEISTUNG

Ergebnis :

$$p(t) = u \cdot i$$

Beobachtung :

- Es existiert eine mittlere Leistung
- Frequenz verdoppelt sich



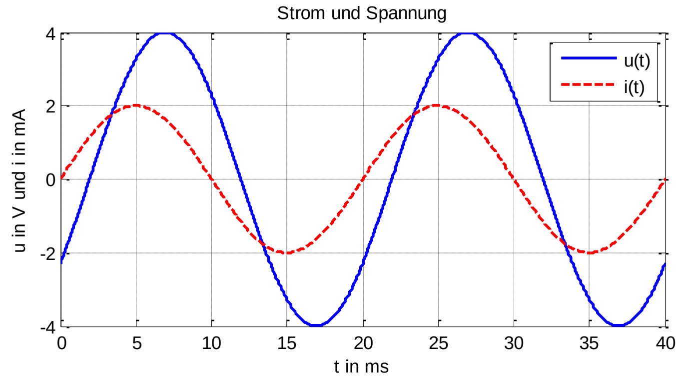
WECHSELSTROMLEISTUNG

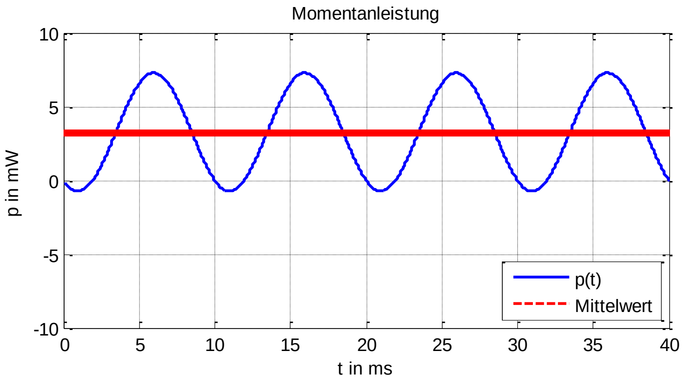
Mathematisch betrachtet:

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}\left[\cos(x - y) - \cos(x + y)\right]$$

mit i und u folgt aus:

$$i = \hat{\imath} \cdot \sin\omega t$$
$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$





$$\Rightarrow p = \hat{\imath} \sin(\omega t) \cdot \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi) = \hat{\imath}\hat{u} \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{\hat{\imath}\hat{u}}{2} \cdot \left[\cos(\omega t - (\omega t + \varphi)) - \cos(\omega t + (\omega t + \varphi))\right]$$

$\Rightarrow$ Gleichanteil: → Wirkleistung

$$= \frac{\hat{\imath}\hat{u}}{2}\left[\cos(-\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)\right]$$

$\Rightarrow$ Amplitude des Wechselanteils: → Scheinleistung

Gleichanteil: $\frac{\hat{\imath}\hat{u}}{2}\cos(\varphi)$

$\Rightarrow$ Wirkleistung

Wechselanteil mit Amplitude $\frac{\hat{\imath}\hat{u}}{2} = I \cdot U$

$\Rightarrow$ Scheinleistung

DEFINITIONEN FÜR WECHSELSTROMLEISTUNG

Wirkleistung = mittlere Leistung

$$\boxed{P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt}$$

Mit den Effektivwerten U und I definiert man:

$S = U \cdot I$	Scheinleistung	mit $[S] = 1\,\mathrm{VA}$
$P = U \cdot I \cos\varphi$	Wirkleistung	mit $[P] = 1\,\underline{\mathrm{W}}$
$\cos\varphi = P / S$	Leistungsfaktor	

HINTERGRUND: EINKAUF VON STROM

Preisblatt
gültig ab 01.01.2020

Stromnetz Hamburg

Stand: 10.01.2020

Netzentgelte

Die Netzentgelte für SLP-Kunden in der Niederspannungsebene bestehen aus einem Arbeits- und einem Grundpreis.

Der Grundpreis findet keine Anwendung für Speicherheizungen, sonstige steuerbare Verbrauchseinrichtungen sowie Pauschalanlagen.

Arbeitspreis	
Arbeitspreis für S	
Arbeitspreis für ste	
Grundpreis	

Die Netzentgelte f
Entnahmestelle ar

Benutzungsdauer Entnahmespannu		
Hochspannung		
Umspannung Hoc		
Mittelspannung		
Umspannung Mitte		
Niederspannung		

Benutzungsdauer ≥ 2.500 h/a Entnahmespannungsebene	Jahresleistungspreis	Arbeitspreis
Hochspannung	65,93 €/kW*a	0,69 ct/kWh
Umspannung Hoch-/Mittelspannung	42,05 €/kW*a	1,23 ct/kWh
Mittelspannung	56,92 €/kW*a	1,66 ct/kWh
Umspannung Mittel-/Niederspannung	85,52 €/kW*a	1,66 ct/kWh
Niederspannung	54,69 €/kW*a	3,86 ct/kWh

Entnahmespannungsebene	Monatsleistungspreis	Arbeitspreis
Hochspannung	10,99 €/kW*Monat	0,69 ct/kWh
Umspannung Hoch-/Mittelspannung	7,01 €/kW*Monat	1,23 ct/kWh
Mittelspannung	9,49 €/kW*Monat	1,66 ct/kWh
Umspannung Mittel-/Niederspannung	14,25 €/kW*Monat	1,66 ct/kWh
Niederspannung	9,12 €/kW*Monat	3,86 ct/kWh

Entnahmespannungsebene	Tagesleistungspreis	Arbeitspreis
Hochspannung	0,36 €/kW*Tag	0,69 ct/kWh
Umspannung Hoch-/Mittelspannung	0,23 €/kW*Tag	1,23 ct/kWh
Mittelspannung	0,31 €/kW*Tag	1,66 ct/kWh

Anmerkung:
Tagesleistungspreise können gemäß § 17 Abs. 8 StromNEV nur für den Strombezug der von Land aus erbrachten Stromversorgung von Seeschiffen beansprucht werden.

Blindarbeit

Unterschreitet der durchschnittliche Leistungsfaktor den Wert 0,9 induktiv, so kann die monatlich 50 % der Wirkarbeit übersteigende Blindarbeit je Blindarbeitskilowattstunde (kvarh) berechnet werden.

Blindarbeitspreis	1,53 ct/kvarh

Blindarbeit

Unterschreitet der durchschnittliche Leistungsfaktor den Wert 0,9 induktiv, so kann die monatlich 50 % der Wirkarbeit übersteigende Blindarbeit je Blindarbeitskilowattstunde (kvarh) berechnet werden.

Blindarbeitspreis	1,53 ct/kvarh

Beispiel:
Netzentgelte Stromnetz Hamburg
https://www.stromnetz-hamburg.de/download/netzentgelte-2020/?wpdmdl=17113

AUFGABE ZU WECHSELSTROMLEISTUNG

Bestimmen Sie die Wirk- und Scheinleistung für
$\hat{u} = 4\,V, \hat{\imath} = 2\,mA$ mit einer Phasendifferenz von $30°$.

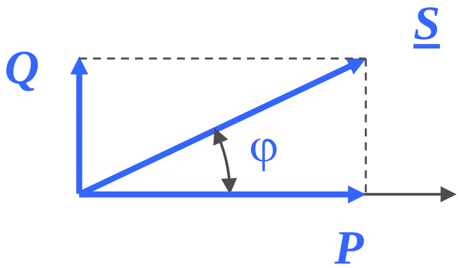
$\cos\varphi = \cos(30°) = \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}866$

$S = UI = \frac{\hat{u}\,\hat{\imath}}{2} = \frac{4V \cdot \cancel{2}mA}{\cancel{2}} \quad 4\,mVA$

$P = S \cdot \cos\varphi = 3{,}46\,mW$

KOMPLEXE SCHEINLEISTUNG

Fasst man S als einen komplexen Zeiger $\underline{S} = S \angle \varphi$ auf, kann man ihn in der komplexen Ebene wie folgt darstellen:



$\underline{S} = P + jQ$	Komplexe Scheinleistung	$[S] = 1\,VA$
$P = U \cdot I \cos\varphi = S \cos\varphi$	Wirkleistung mit	$[P] = 1\,W$
$Q = U \cdot I \sin\varphi = S \sin\varphi$	Blindleistung mit	$[Q] = 1\,var$

$$P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\}$$

$$Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\}$$

$$S = |\underline{S}|$$

BERECHNUNG: KOMPLEXE SCHEINLEISTUNG

Sind die komplexen Effektivwerte $\underline{U}$ und $\underline{I}$ gegeben, so gilt:

$$\boxed{\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*}$$

mit $\underline{I}^* =$ konjugiert komplexe Zahl von $\underline{I}$

BERECHNUNG DER KOMPLEXEN SCHEINLEISTUNG

$z = a + jb$

z^2

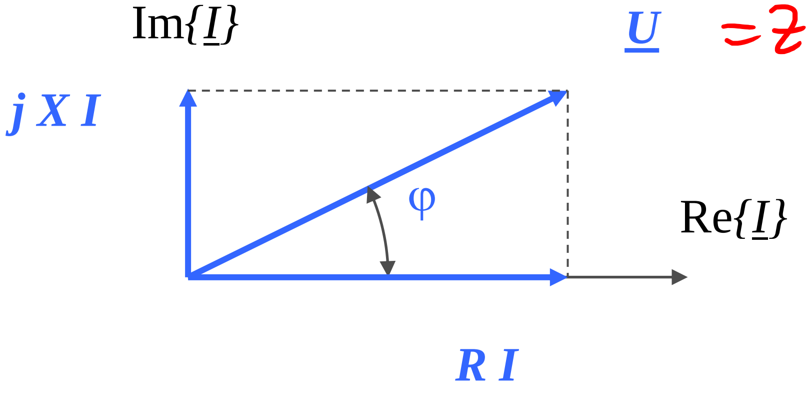
$z \cdot z^*$

$z \cdot z^* = (a+jb)(a-jb) = a^2 + b^2 = z^2$

Sind die komplexen Effektivwerte $\underline{U}$ und $\underline{I}$ gegeben, so gilt:

$$\boxed{\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*}$$

Beweis: $\Rightarrow \underline{U} = (R + jX)\underline{I}$



Allgemein gilt: $\underline{Z} = R + jX$ und $\underline{U} = \underline{Z}\ \underline{I}$.

$$R \cdot I = \cos\varphi \cdot U$$

$$X \cdot I = \sin\varphi \cdot U$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = X \cdot I \cdot I = X \cdot I^2$$

$$\Rightarrow \underline{S} = P + jQ = RI^2 + jX \cdot I^2 = (R + jX)I^2 = (R + jX)\underline{I} \cdot \underline{I}^* = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

BEISPIEL: INDUKTIVITÄT L MIT $\underline{Z} = j\omega L$

$$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I} = j\omega L \cdot \underline{I}$$

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = j\omega L \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^* = j\omega L \cdot I^2$$

$$\Rightarrow P = 0$$

$$\Rightarrow Q = \omega L I^2$$

$\Rightarrow$ Keine Wirkleistung!

$\underline{Z}_{C_1} = \frac{1}{j\omega C_1} = -j\frac{1}{\omega C_1}$

AUFGABE: BESTIMMEN SIE DIE BLINDLEISTUNG

$\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 377\ s^{-1}$ $\quad \omega\cdot C_1 = 0{,}0377\ 1/\Omega$

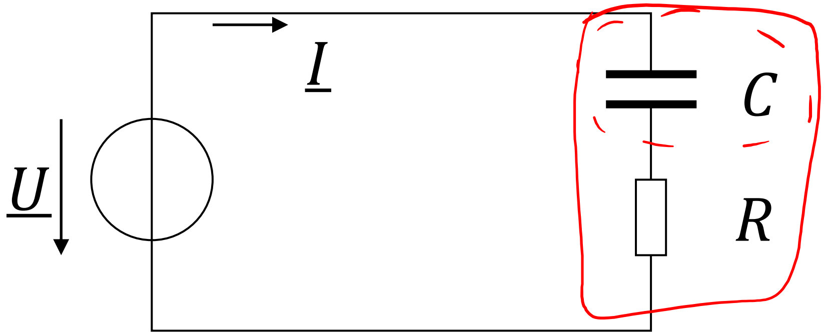
$\underline{Z} = 10\Omega - j26{,}5\Omega$

$\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z} = 1{,}37A + j3{,}63A$

$\underline{S} = \underline{U}\cdot\underline{I}^* = 110V\cdot(1{,}37A - j3{,}63A) = 150{,}6W \underline{-j399{,}4VA}$

$Q = 399{,}4VA = \mathrm{Im}\{\underline{S}\}$

$P = 150{,}6W = \mathrm{Re}\{\underline{S}\}$



$\underline{U} = 110\,V$
$C = 100\,\mu F$
$R = 10\,\Omega$
$f = 60\,Hz$

7 WECHSELSPANNUNG

BLINDSTROMKOMPENSATION

Maschinen (ganze Fabriken) stellen eine induktive Last dar.

Es soll die Leistung $P = I^2 R$ erbracht werden.

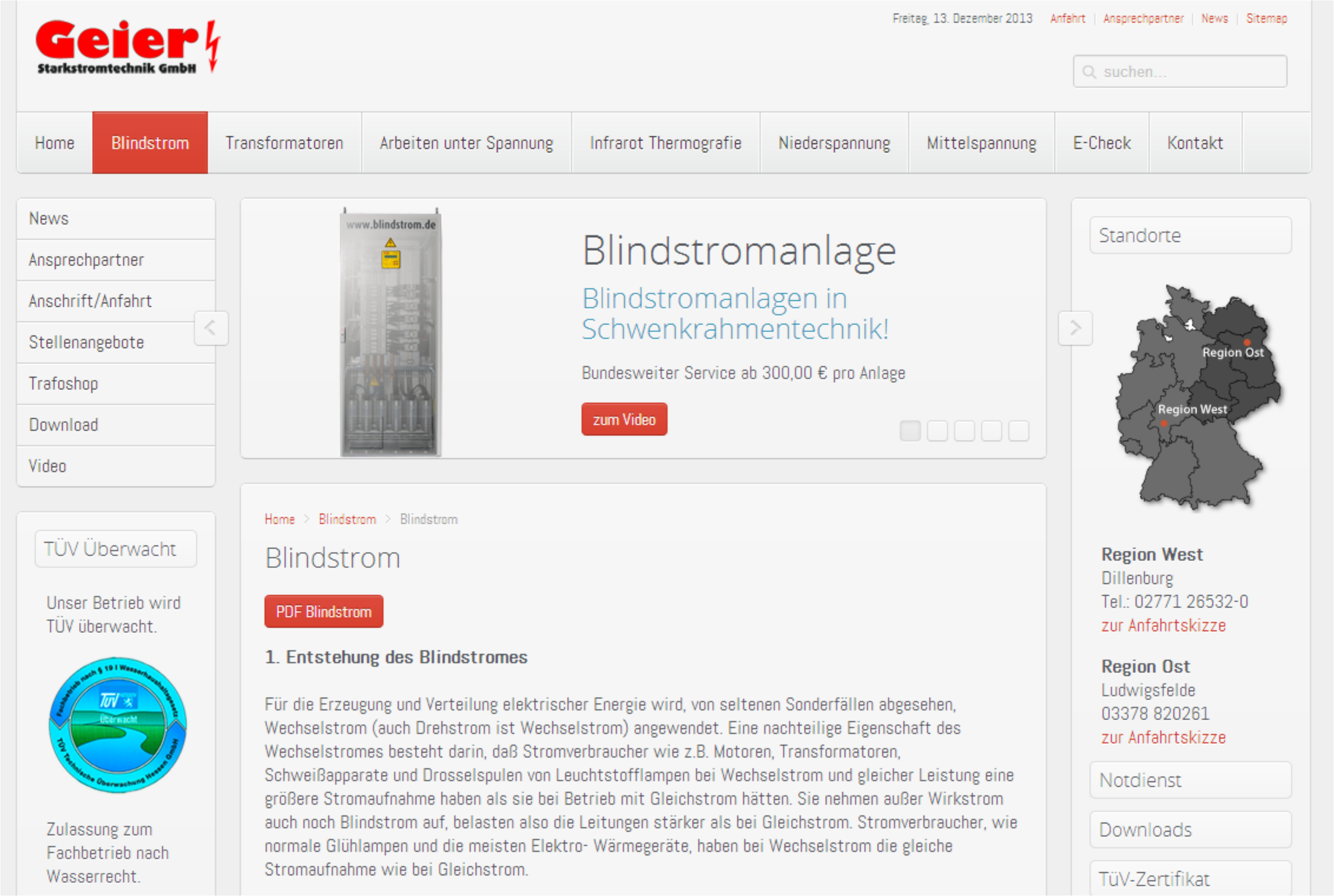
Der Generator muss die Scheinleistung S mit $S > P$ erbringen.

$\Rightarrow$ Es fließt durch die Zuleitung ein höherer Strom als nötig! $\boxed{\hat{S} = P \cdot \cos\varphi}$

Idee: Zusätzlicher Kondensator um den Leistungsfaktor zu erhöhen!

$\Rightarrow$ Blindstrom Kompensation

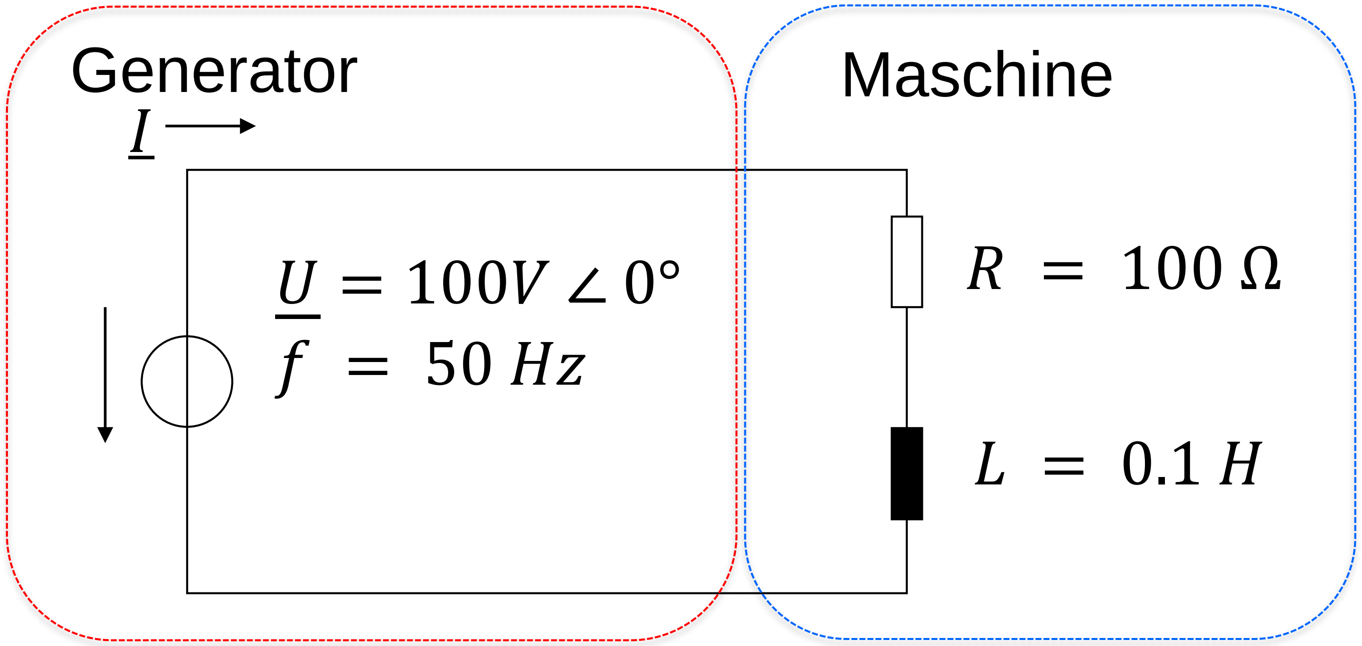
UMSETZUNG EINER BLINDSTROMKOMPENSATION

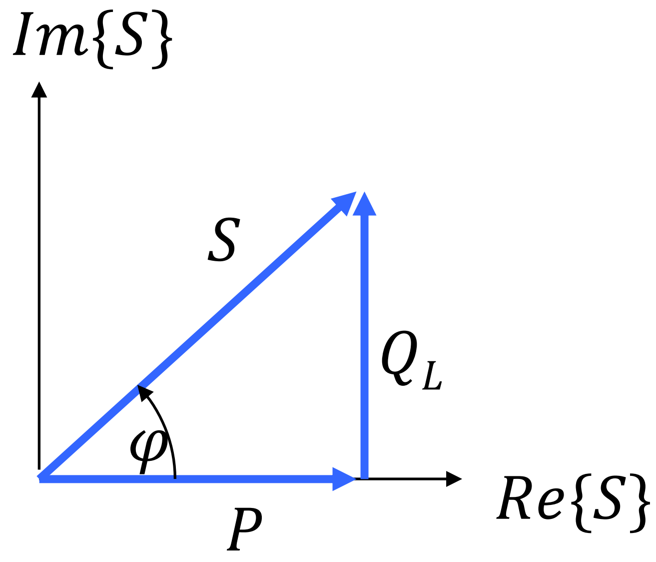


Quelle: http://www.geier-starkstromtechnik.de/blindstromanlagen/blindstrom.html

Video: http://www.youtube.com/watch?v=MJPI-pTjiec&feature=share&list=UUEJTOdVH6s00WhaxKjExnAg&index=15

INDUKTIVE LAST OHNE KOMPENSATION





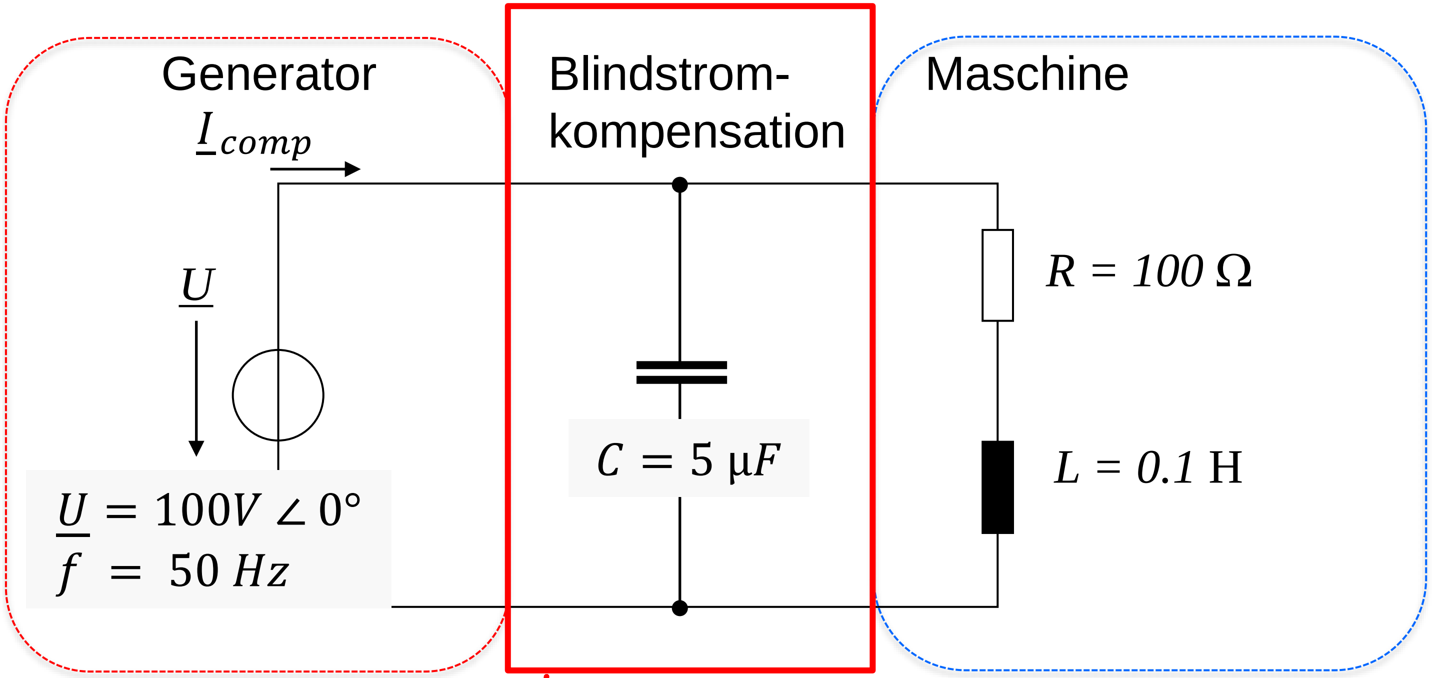
$\underline{Z} = R + j\omega L = 100\Omega + j31{,}4\Omega = 104{,}8\Omega \angle 17{,}4°$

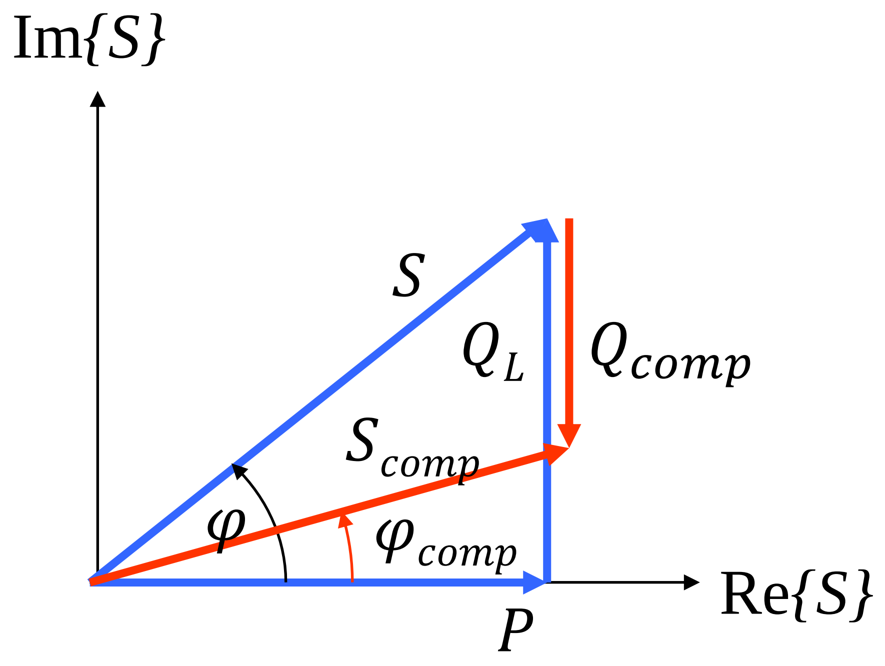
$\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z} = \dfrac{100V\, e^{j0°}}{104{,}8\Omega \cdot e^{j17{,}4°}} = 0{,}954\,A \angle -17{,}4°$

$\Rightarrow \quad \underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^{*} = 100V \cdot 0{,}954 \angle +17{,}4° = 95{,}4\,VA \angle 17{,}4°$

$\Rightarrow \quad \varphi = 17{,}4°$ $\qquad \cos\varphi = 0{,}954 \Rightarrow \cos\varphi = 95{,}4° = \dfrac{P}{S}$

BLINDSTROMKOMPENSATION





$\underline{Y}_{comp} = j\omega C + \frac{1}{\underline{Z}_M} = 9{,}1\,mS - j\,1{,}3\,mS$
$= 9{,}19\,mS \angle -8{,}1°$

$\underline{I}_{comp} = \underline{U} \cdot \underline{Y}_{comp} = 0{,}91\,A \angle -8{,}1°$

$\underline{S}_{comp} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 91{,}9\,VA \angle +8{,}1°$

$\varphi = 8{,}1°$ $\cos\varphi = 0{,}99 \Rightarrow 99\%$

Verbesserung des Leistungsfaktors:
$\cos\varphi_{comp} = 1$: vollständige Kompensation
$\cos\varphi_{comp} < 1$: Teilkompensation

gleiche Leistung P bei niedrigerem Strom I

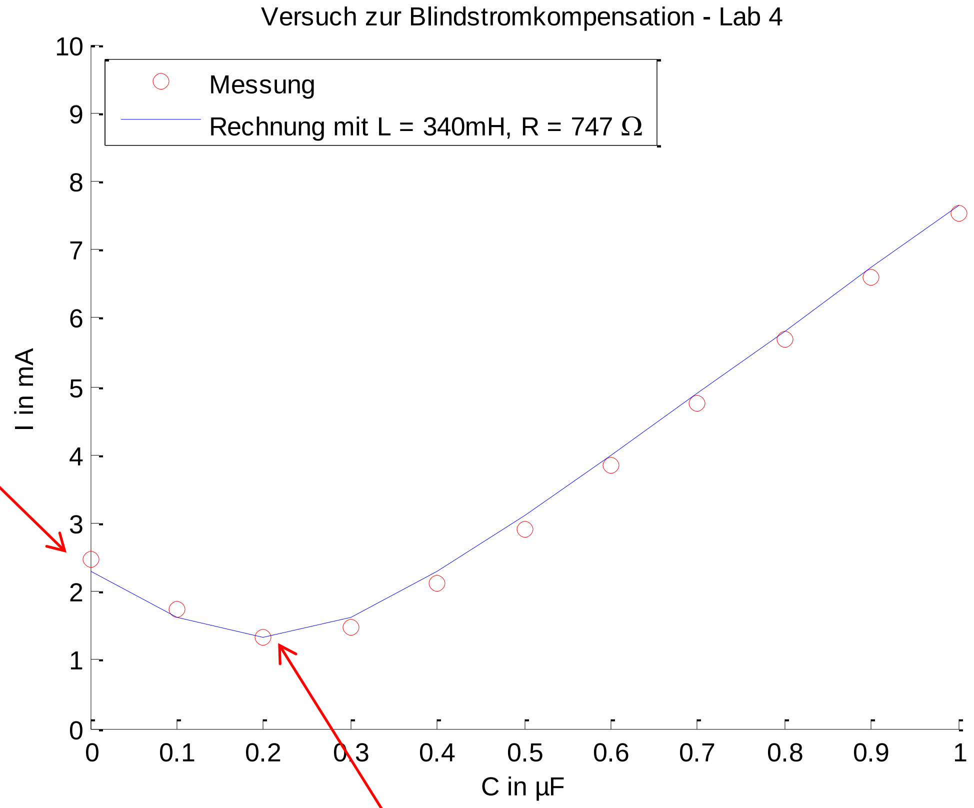
BEISPIEL

Experimentelle Bestimmung der Kompensationskapazität

ohne Kondensator:

$(C = 0\ \mu F)$

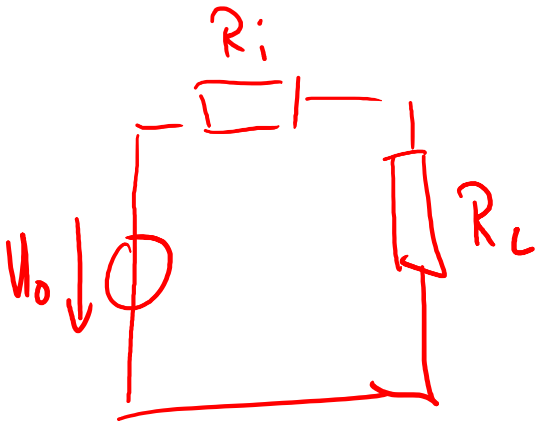
$\Rightarrow I = 2{,}5\, mA$



Quelle:
Klask, T.; Looft, M.; Nohdurft, B: EE Laborversuch 4, 2013.

Bei Wahl des korrekten Kondensators $(C = 0{,}2\ \mu F)$
=> Gesamtstromaufnahme nur noch $I = 1{,}5\, mA$

7 WECHSELSPANNUNG



7.1 Sinusförmige Größen

7.2 Komplexe Wechselstromrechnung

7.3 Elektrische Impedanz

7.4 Admittanz

7.5 Wechselstromleistung

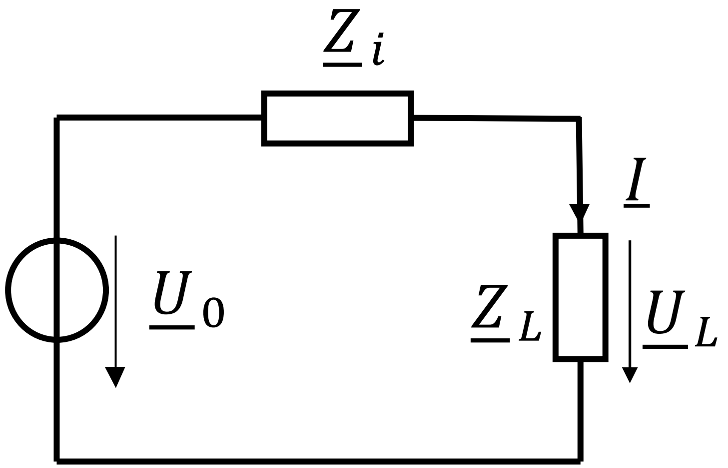
7.6 Blindstromkompensation

7.7 Leistungsanpassung bei Impedanzen

7.8 Wechselstrom-Messbrücken

$P_{max} \Rightarrow R_L = R_i$

LEISTUNGSANPASSUNG BEI IMPEDANZEN



$\underline{U}_0$: Wechselspannungsquelle

$\underline{Z}_i$: Innenimpedanz der Spannungsquelle

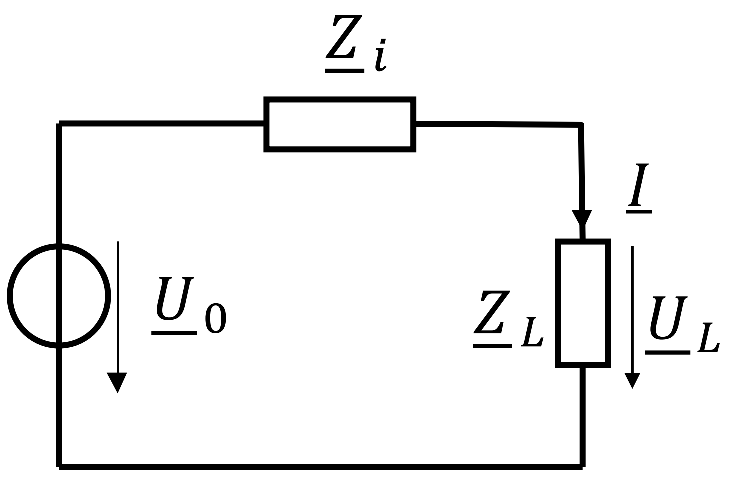
$\underline{Z}_L$: Lastimpedanz

Leistungsanpassung:
Anpassung der Last $\underline{Z}_L = R_L + jX_L$, so dass sich die maximale Wirkleistung P_L in $\underline{Z}_L$ ergibt.

Frage:

Unter welcher Bedingung wird $P_L = f(\underline{Z}_i)$ maximal?

BEDINGUNG FÜR LEISTUNGSANPASSUNG



Wie berechnet sich $P_L = f(\underline{U}_0, \underline{Z}_i, \underline{Z}_L)$?

$$\underline{S}_L = \underline{U}_L \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{U}_L = \underline{U}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_i} = \underline{U}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}}$$

$$\underline{I} = \underline{U}_0 / (\underline{Z}_L + \underline{Z}_i) = \underline{U}_0 / \underline{Z}$$

$$\underline{S}_L = \underline{U}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}} \cdot \underline{U}_0^* / \underline{Z}^* = U_0^2 \frac{\underline{Z}_L}{Z^2} = \frac{U_0^2}{Z^2} (R_L + jX_L)$$

$$P_L = \mathrm{Re}\{\underline{S}_L\} = \frac{U_0^2}{Z^2} R_L$$

Mit:

$\underline{Z}_i = Ri + j\,Xi$

$\underline{Z}_L = R_L + j\,XL$

$\underline{Z} = \underline{Z}_i + \underline{Z}_L$

MAXIMUM DER WIRKLEISTUNG

$$P_L = \frac{U_0^2}{Z^2} \cdot R_L$$

Maximum wenn: $\dfrac{\partial P_L}{\partial R_L} = 0$ und $\dfrac{\partial P_L}{\partial X_L} = 0$

$\dfrac{\partial P_L}{\partial X_L}$ (= partielle Ableitung nach $X_L \Rightarrow$ alles außer X_L sei konstant)

$$\frac{\partial P_L}{\partial X_L} = \frac{\partial}{\partial X_L} \frac{U_0^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2} = U_0^2 \cdot \frac{0 - 2 \cdot X_L \cdot (X_i + X_L)}{\left((R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2\right)^2} = -\frac{2U_0 \cdot X_L \cdot (X_i + X_L)}{\left((R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2\right)^2} = 0$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{\partial}{\partial R_L} \frac{U_0^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2} = U_0^2 \cdot \frac{(R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2 - 2 \cdot R_L \cdot (R_i + R_L)}{\left((R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2\right)^2}$$

$$= U_0^2 \cdot \frac{R_i{}^2 + 2R_iR_L + R_L{}^2 + (X_i + X_L)^2 - 2R_LR_i - 2R_L{}^2}{\left((R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2\right)^2} = U_0^2 \cdot \frac{R_i{}^2 - R_L{}^2 + (X_i + X_L)^2}{\left((R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2\right)^2} = 0$$

BEDINGUNG FÜR LEISTUNGSANPASSUNG

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = 0 \Leftrightarrow {R_i}^2 - {R_L}^2 + (\cancel{X_i} + \cancel{X_L})^2 = 0 \quad \Leftrightarrow R_i^2 = R_L^2$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial X_L} = 0 \Leftrightarrow \cancel{2U_0} \cdot \cancel{X_L} \cdot (X_i + X_L) = 0 \quad \Leftrightarrow X_i = -X_L$$

$$R_L = R_i$$

$$X_L = -X_i$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\underline{Z}_L = \underline{Z}_i^*$$

Wir erhalten: $P_{L,\max} = \dfrac{U_0^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2 + (\cancel{X_i} + \cancel{X_L})^2} = \dfrac{U_0^2 R_L}{(2 \cdot R_i)^2} = \dfrac{U_0^2}{4R_i} = U_0^2 \cdot \dfrac{1}{4R_i} = U_0^2 \cdot \dfrac{1}{4R_L}$

ÜBUNG ZUR LEISTUNGSANPASSUNG

$\underline{Z}_i = \underline{Z}_L^*$ mit $\underline{Z}_L = R_L + jX_L$

$= 20\Omega - j10\Omega$

$\Rightarrow \underline{Z}_i = 20\Omega + j10\Omega$

Bestimmen Sie die Innenimpedanz einer Spannungsquelle, die für Leistungsanpassung an eine Lastimpedanz $R_L = 20\,\Omega$ und $X_L = -10\,\Omega$ an einer $10V$ Wechselspannungsquelle bei $\omega = 100\,s^{-1}$ benötigt wird.

Welche Wirkleistung wird in Z_L umgesetzt?

$R_i = 20\Omega$

$X_i = 10\Omega = \omega L_i$

$L_i = X_i/\omega = 100mH$

$P_L = \frac{U_0^2}{4R_i} = \frac{100V^2}{4\cdot 20\Omega} = 1{,}25\,W$

WAS SIE MITNEHMEN SOLLEN …

Wechselstromleistung

- Wirkleistung $P =$
- Scheinleistung $S =$
- Blindleistung $Q =$
- Leistungsfaktor $\cos \varphi$
- komplexe Leistung $\underline{S} =$

verstehen und berechnen

Blindstromkompensation

$\omega L =$

- Blindstromkompensation anwenden können
- Leistungsfaktor nach Korrektur berechnen können

Leistungsanpassung

$R_L =$ $X_L =$

- Leistungsanpassung verstehen und anwenden können