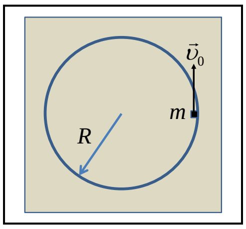
ΕΜΠ – ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ – ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ – ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2017-18
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ-Ι, 1ΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ ΣΧΟΛΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΜΥ
Διδάσκοντες: Η. Ζουμπούλης, Ι. Ράπτης

Β΄ ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 3 Νοεμβρίου 2017

Να επιστραφούν λυμένες μέχρι 20/11/17, οι 1, 2, 3, 4, 5α-β. [ΠΡΟΣΟΧΗ: Οι λύσεις να είναι χειρόγραφες και, είτε να παραδοθούν στο μάθημα, είτε να αναρτηθούν ως PDF στις «Εργασίες» του mycourses]

Για τις Ασκ. 5α-β, 6, 7: Θεωρήστε γνωστό ότι ένα σωματίδιο με φορτίο q και ταχύτητα $\vec{\upsilon}$, παρουσία Ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ και Μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$, δέχεται δύναμη $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{\upsilon} \times \vec{B}\right)$.



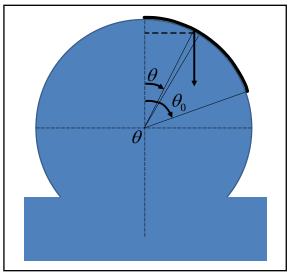
1. Οριζόντιο μεταλλικό δακτυλίδι ακτίνας R είναι στερεωμένο ακλόνητα πάνω σε οριζόντιο λείο τραπέζι. Στο εσωτερικό του δακτυλιδιού υπάρχει σημειακή μάζα m, ο συντελεστής τριβής της οποίας με το δακτυλίδι είναι μ. Η μάζα εκτοξεύεται με οριζόντια αρχική ταχύτητα υ_0, εφαπτομενικά στην εσωτερική επιφάνεια του δακτυλιδιού. (α) Υπολογίστε την ταχύτητα της μάζας ως συνάρτηση του χρόνου. (β) Υπολογίστε τη γωνιακή απόσταση της μάζας, από το σημείο εκτόξευσης, συναρτήσει του χρόνου. (γ) Επαναλάβετε τα ίδια ερωτήματα αν το εσωτερικό του δακτυλιδιού είναι λείο και ο συντελεστής τριβής της μάζας με το οριζόντιο τραπέζι είναι μ.

2. Πλοιάριο μάζας m ξεκινάει με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0 = \upsilon_0 \hat{x}$ στην επιφάνεια λίμνης. Το πλοιάριο υφίσταται αντίσταση ανάλογη της ταχύτητας, $\vec{F}_{\alpha\nu\tau} = -c\vec{\upsilon}$, όπου ο συντελεστής c, λόγω μεταβλητής σύστασης του υγρού κατά μήκος της πορείας του πλοιαρίου, εξαρτάται από τη θέση x με τη μορφή $c(x) = \dfrac{c_0}{(1+ax)^2}$. Τα c_0 και a είναι θετικές σταθερές, ενώ το $x = 0$ αντιστοιχεί στο σημείο εκκίνησης του πλοιαρίου.

(α) Γράψτε τη διαφορική εξίσωση κίνησης του πλοιαρίου και επιλύστε την προκειμένου να υπολογίσετε την εξάρτηση της ταχύτητας από τη θέση, $\upsilon = \upsilon(x)$.

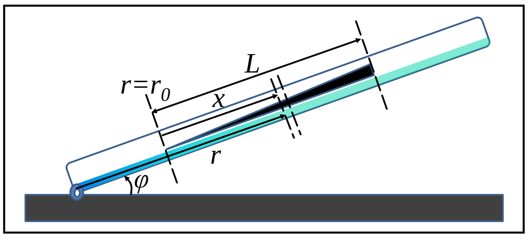
(β) Με βάση το αποτέλεσμα του ερωτήματος (α), διερευνήστε υπό ποια προϋπόθεση (για τα m, υ_0, c_0, a) η ταχύτητα του πλοιαρίου μηδενίζεται σε πεπερασμένη απόσταση από την αφετηρία και βρείτε πόση είναι αυτή η απόσταση.

(γ) Αν τα m, υ_0, c_0, a είναι τέτοια ώστε η ταχύτητα να μην μηδενίζεται ποτέ, να υπολογίσετε την οριακή τιμή της ταχύτητας για πολύ μεγάλες αποστάσεις από το αρχικό σημείο.



3. (α) Ομοιογενής αλυσίδα, μήκους L και μάζας m, συγκρατείται με το ένα άκρο της στο ανώτατο σημείο λείας κυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας R και εκτείνεται κατά μήκος τόξου κύκλου. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση της αλυσίδας τη στιγμή που απελευθερώνεται το άνω άκρο της, αν $L < R\pi/2$.

(β).Αν το άνω άκρο της αλυσίδας απελευθερωθεί από το ανώτατο σημείο, με μηδενική ταχύτητα, να υπολογισθεί η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση της αλυσίδας, όταν το άνω άκρο βρίσκεται σε γωνία θ_0, ως προς την κατακόρυφο, (με την προϋπόθεση ότι και τα δύο άκρα βρίσκονται στο άνω-δεξιά τεταρτοκύκλιο της κυλινδρικής επιφάνειας),

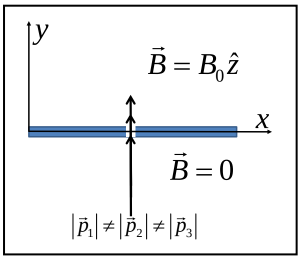


4. Ράβδος συνολικής μάζας m_0 και μήκους L έχει γραμμική πυκνότητα της μορφής $\lambda \equiv (dm/dx) = 2A(L+x)/(3L^2)$, $\quad 0 \le x \le L$. Η ράβδος βρίσκεται στο εσωτερικό ενός σωλήνα, ο οποίος έχει άρθρωση στο κάτω μέρος του $(r=0)$, έτσι ώστε να μπορεί να περιστραφεί περί οριζόντιο άξονα (κάθετο στο σωλήνα) μεταβάλλοντας ελεγχόμενα την κλίση του (γωνία φ) ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η τραχύτητα της ράβδου είναι ίδια σε όλο της το μήκος, αλλά η τραχύτητα του σωλήνα μεταβάλλεται, έτσι ώστε ο τοπικός συντελεστής τριβής να είναι συνάρτηση της απόστασης r από την άρθρωση, της μορφής $\mu(r) = L/2(L+r)$, $0 \le r < \infty$.

(α) Να υπολογιστεί η τιμή της σταθεράς *A*, συναρτήσει της μάζας m_0.

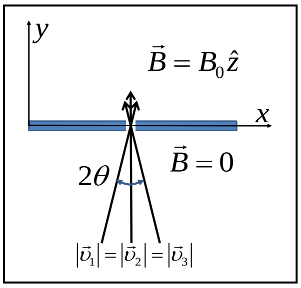
(β) Αν η αρχή της ράβδου, $(x=0)$ βρίσκεται στο σημείο $r=r_0$ του σωλήνα, όπως στο σχήμα, να υπολογίσετε την εφαπτομένη της μέγιστης κλίσης, $\tan\varphi_{\max}$, ***<u>πέραν της οποίας η ράβδος αρχίζει να ολισθαίνει στο εσωτερικό του σωλήνα</u>***, συναρτήσει των μεγεθών *L* και r_0, $\tan\varphi = f(L, r_0)$.

(γ) Υπολογίστε την οριακή τιμή της $\tan\varphi_{\max}$ όταν $r_0 \to \infty$.



5(α). ***<u>Επιλογέας ορμών για φορτισμένα σωματίδια</u>*** Υποθέστε ότι διαθέτουμε μία διάταξη παραγωγής φορτισμένων σωματιδίων με διαφορετικές μάζες και ταχύτητες, που όμως επιταχύνονται σε μία ορισμένη κατεύθυνση, π.χ., κατά μήκος του άξονα y. Υποδείξτε πως θα μπορούσαμε με ένα κατάλληλο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ σε μία περιοχή του χώρου και με ένα διάφραγμα που διαθέτει δύο οπές, να κατασκευάσουμε έναν ***<u>επιλογέα ορμών</u>*** για αυτά τα σωματίδια.

5(β). ***<u>Επιλογέας ταχυτήτων για φορτισμένα σωματίδια</u>***. Υποθέστε ότι διαθέτουμε μία διάταξη παραγωγής φορτισμένων σωματιδίων με διαφορετικές μάζες και ταχύτητες, αλλά και με διαφορετικό προσανατολισμό κίνησης. Υποδείξτε πως θα μπορούσαμε με ένα κατάλληλο συνδυασμό ενός ομοιογενούς Ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ και ενός ομοιογενούς Μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ να επιτύχουμε την επιλογή σωματιδίων που κινούνται σε ορισμένη κατεύθυνση με ορισμένο μέτρο ταχύτητας



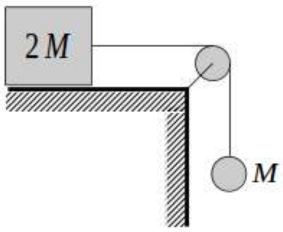
6. ***<u>Μαγνητική Εστίαση 180^o</u>***. Υποθέστε ότι διαθέτουμε μία διάταξη παραγωγής φορτισμένων σωματιδίων με ίδια μάζα και μέτρο ταχύτητας, αλλά με λίγο διαφορετικό προσανατολισμό κίνησης πουπροσδιορίζεται από τη γωνία απόκλισης θ, όπως στο σχήμα. Υποδείξτε πως θα μπορούσαμε με ένα κατάλληλο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ σε μία περιοχή του χώρου και με ένα διάφραγμα που διαθέτει δύο οπές, να εστιάσουμε τα σωματίδια επιτυγχάνοντας τη διέλευσή τους από μία περιοχή μικρών διαστάσων.

7. Σωματίδιο μάζας m και φορτίου q εκτοξεύεται με, αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0 = (\upsilon_{0x}, \upsilon_{0y}, \upsilon_{0z})$, σε περιοχή του χώρου όπου συνυπάρχουν ένα ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E} = \hat{z}E_0$ και ένα μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = \hat{z}B_0$, ομοιογενή και σταθερά. Να μελετήσετε την κίνηση που θα εκτελέσει το φορτισμένο σωματίδιο.

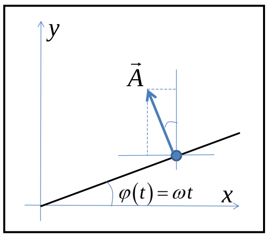
8. Σώμα μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $V\hat{y}$ κατά μήκος του άξονα των y, η θετική κατεύθυνση του οποίου είναι προς τα πάνω. Η αρχική θέση του σώματος είναι $y = 0$. Πάνω στο σώμα δρα, εκτός του βάρους του, δύναμη τριβής από τον αέρα ίση με $-mk\vec{\upsilon}$, όπου $\vec{\upsilon}$ η ταχύτητα του σώματος και k μια θετική σταθερά.
(α) Να διατυπωθεί η διαφορική εξίσωση κίνησης του σώματος.
(β) Δείξτε ότι τα υ και y ικανοποιούν τη σχέση $y = \dfrac{V-\upsilon}{k} - \dfrac{g}{k^2}\ln\left(\dfrac{1+kV/g}{1+k\upsilon/g}\right)$.
(γ) Δείξτε ότι το μέγιστο ύψος H στο οποίο θα φθάσει το σώμα είναι $H = \dfrac{V}{k} - \dfrac{g}{k^2}\ln\left(1+\dfrac{kV}{g}\right)$.

9. Στεφάνη μάζας M και ακτίνας R, κρέμεται με αβαρές νήμα από ακλόνητο σημείο, μέσα σε ομογενές πεδίο βαρύτητας g. Στη στεφάνη είναι περασμένα δύο τρύπια σφαιρίδια, μάζας m το καθένα, που μπορούν να ολισθαίνουν ως προς τη στεφάνη χωρίς τριβή. Δείξτε ότι, αν αφεθούν τα δύο σφαιρίδα, με μηδενική ταχύτητα, από την κορυφή της στεφάνης, έτσι ώστε να ολισθήσουν σε αντίθετες κατευθύνσεις, τότε η τάση στο νήμα ανάρτησης θα μπορούσε να μηδενιστεί, όταν τα σφαιρίδια βρίσκονται σε κατάλληλη γωνία, υπό την προϋπόθεση ότι το πηλίκο των μαζών, M/m, ικανοποιεί μία ορισμένη σχέση.

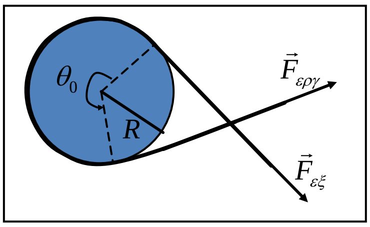
10. Κύβος μάζας $2M$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι και είναι δεμένος μέσω αβαρούς τροχαλίας και μη εκτατού (και αβαρούς) νήματος με κούφια σφαίρα. Αρχικά η σφαίρα είναι γεμάτη από άμμο μάζας M (το ίδιο το σφαιρικό κέλυφος έχει αμελητέα μάζα). Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σύστημα από τη θέση του σχήματος και οι κόκκοι άμμου, (με τη βοήθεια κατάλληλου εσωτερικού μηχανισμού), αρχίζουν να εκτοξεύονται προς τα κάτω από μικρή οπή στο κατώτερο σημείο της σφαίρας με σταθερό ρυθμό $\lambda = |dm/dt| > 0$ και σταθερή σχετική ταχύτητα $\upsilon_{\sigma\chi}$ ως προς την σφαίρα. Το σύστημα βρίσκεται μέσα στο ομογενές βαρυτικό πεδίο της Γης επιτάχυνσης g. Υποθέτουμε ότι η απόσταση μεταξύ του κύβου και της τροχαλίας είναι αρκετά μεγάλη ούτως ώστε ο κύβος να παραμένει συνεχώς πάνω στο τραπέζι για τα παρακάτω ερωτήματα.



(α) Βρείτε την επιτάχυνση του συστήματος σε χρονική στιγμή $t > t_0$ υποθέτοντας ότι οι συνθήκες του προβλήματος είναι τέτοιες ώστε η σφαίρα να αρχίσει την στιγμή t_0 να κινείται προς τα κάτω και ότι την στιγμή t υπάρχει ακόμη άμμος στην σφαίρα.
(β) Βρείτε ποια σχέση πρέπει να ικανοποιεί η $\upsilon_{\sigma\chi}$ (συναρτήσει των M, g, λ) για να αρχίσει η σφαίρα να κινείται προς τα κάτω την στιγμή t_0.
(γ) Έστω ότι η σφαίρα αρχίζει να κινείται τη στιγμή t_0. Βρείτε την ταχύτητα $\upsilon(t_1)$ τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία μηδενίζεται η επιτάχυνση του συστήματος .

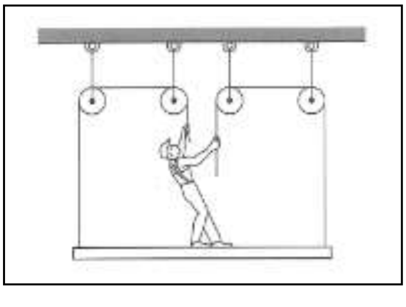


11. Λεία ράβδος μήκους περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, σε οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της. Κατά μήκος της ράβδου μπορεί να γλιστράει, χωρίς τριβή, διάτρητο σφαιρίδιο μάζας m. (α) Δείξτε ότι η θέση του σφαιριδίου, κατά μήκος της ράβδου, μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου με τη μορφή: $\rho(t) = ae^{\omega t} + be^{-\omega t}$. (β) Αν, τη χρονική στιγμή t=0, (και ενώ η ράβδος περιστρέφεται) το σφαιρίδιο αφεθεί στη θέση ρ_0 της ράβδου (ως προς το σταθερό άκρο) και με ταχύτητα υ_0 (κατά μήκος της ράβδου), να υπολογίσετε τις τιμές των σταθερών (a,b) του ερωτήματος-a. (γ) Δείξτε ότι για έναν συγκεκριμένο συνδυασμό των παραμέτρων $(\rho_0, \upsilon_o, \omega)$ μπορεί να επιτευχθεί ασυμπτωτική κίνηση του σφαιριδίου προς το σταθερό άκρο της ράβδου, με ταχύτητα που τείνει ασυμπωτικά στο μηδέν (για $t \to \infty$).



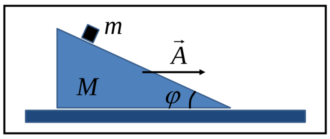
12. (α) Ο ακλόνητος κύλινδρος του σχήματος (εργατοκύλινδρος) χρησιμοποιείται για την εξισορρόπηση ισχυρής εξωτερικής δύναμης $\vec{F}_{\varepsilon\xi}$ με τη μικρότερη δύναμη ενός εργάτη $\vec{F}_{\varepsilon\rho\gamma}$, μέσω εκμετάλευσης της τριβής μεταξύ της επιφάνειας του κυλίνδρου και σχοινιού. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του σχοινιού και της επιφάνειας του κυλίνδρου είναι μ, και η συνολική γωνία τυλίγματος του σχοινιού περί τον κύλινδρο είναι θ_0, να δείξετε ότι, για στατική ισορροπία, το πηλίκο μείωσης της δύναμης είναι $\vec{F}_{\varepsilon\rho\gamma} / \vec{F}_{\varepsilon\xi} = e^{-\mu\theta_0}$. [Υπόδειξη: Υπολογίστε τη διαφορική τριβή dT που ασκείται σε διαφορικό τμήμα του σχοινιού, που αντιστοιχεί σε γωνία $d\theta$, και ολοκληρώστε]

13. Ηλεκτροκίνητο ρομποτικό όχημα μπορεί να κινηθεί σε ευθύγραμμη τροχιά έχοντας τη δυνατότητα να αναπτύξει μέγιστη επιτάχυνση μέτρου a_1 και μέγιστη επιβράδυνση μέτρου a_2, καθώς και να κινηθεί με σταθερή ταχύτητα επιλέξιμη από τον προγραμματιστή του.
(α) Να υπολογίστε τον ελάχιστο χρόνο με τον οποίο μπορεί να διανύσει μία ευθύγραμμη απόσταση μήκους *L*, ***<u>ξεκινώντας και τερματίζοντας με μηδενική ταχύτητα</u>***.
(β) Αν η μάζα του οχήματος είναι *m*, να υπολογίσετε το ρυθμό παροχής ενέργειας $P_{\varepsilon\pi\iota\tau}(t)$ (ισχύς) από τον κινητήρα στο όχημα, κατά τη φάση της επιτάχυνσης και τη μέγιστη κινητική ενέργειά του, αν η τριβή θεωρηθεί αμελητέα.
(γ) Να υπολογίσετε το ρυθμό απώλειας ενέργειας $P_{\varepsilon\pi\iota\beta\rho}(t)$, από τον μηχανισμό πέδησης, κατά τη φάση της επιβράδυνσης.
[Όλα τα ζητούμενα μεγέθη να υπολογιστούν συναρτήσει των a_1, a_2, L, m]



14. Ένας ελαιοχρωματιστής μάζας *M* στέκεται σε μια σκαλωσιά μάζας *m* και μετακινείται κατακόρυφα προς τα πάνω τραβώντας δύο σχοινιά που κρέμονται από τροχαλίες, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο ελαιοχρωματιστής τραβάει κάθε σχοινί με δύναμη *F* και επιταχύνει προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση *a*. Να βρείτε την τιμή της *a*, αγνοώντας το γεγονός ότι κανείς δεν θα μπορούσε να κάνει αυτή τη λειτουργία για πολλή ώρα.



15. Μία ορθογώνια σφήνα με γωνία βάσης φ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο έτσι ώστε να έχει σταθερή οριζόντια επιτάχυνση ίση με Α. Στην επικλινή πλευρά της σφήνας υπάρχει σημειακή μάζα m που μπορεί να γλυστράει χωρίς τριβή. (α) Να υπολογιστεί η τιμή της επιτάχυνσης A_0, έτσι ώστε η m να ακινητεί ως προς τη σφήνα. (β) Για τιμές της επιτάχυνσης $A<A_0$, να υπολογιστεί η επιτάχυνση της μάζας m, ως προς τη σφήνα και ως προς το δάπεδο.