

Εργαστήριο 3: Ανάλυση ημιαγωγών στο Octave

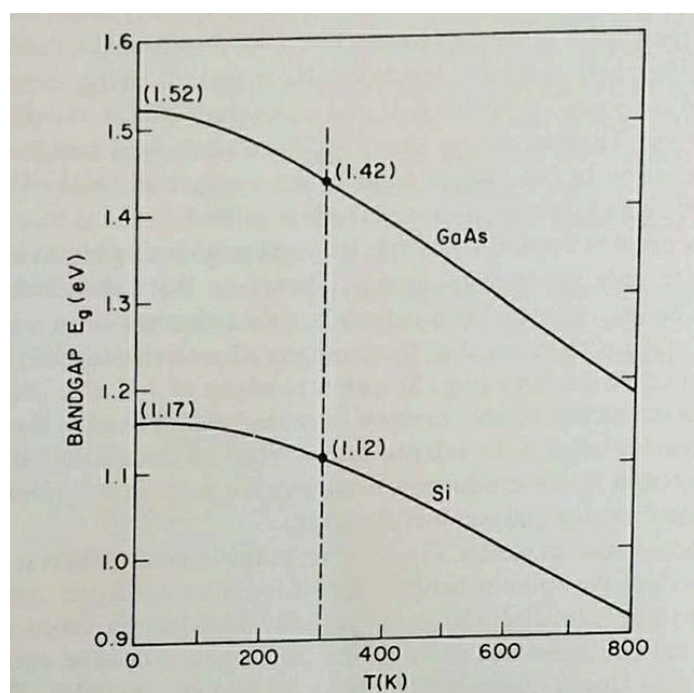
1.1. Ενεργειακές ζώνες

Σε κανονικές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης, οι τιμές του ενεργειακού διακένου στο πυρίτιο και το αρσενικούχο γάλλιο είναι 1.12 eV και 1.42 eV αντίστοιχα. Η σχέση μεταξύ διακένου και θερμοκρασίας δίνεται ως εξής:

$$E_g = 1.17 - \frac{(4.73 \times 10^{-4})T^2}{(T+636)} \quad \text{για το Si} \quad (1a)$$

και

$$E_g = 1.52 - \frac{(5.4 \times 10^{-4})T^2}{(T+204)} \quad \text{για το GaAs} \quad (1b)$$



Σχήμα 1: Ενεργειακές ζώνες Si, GaAs

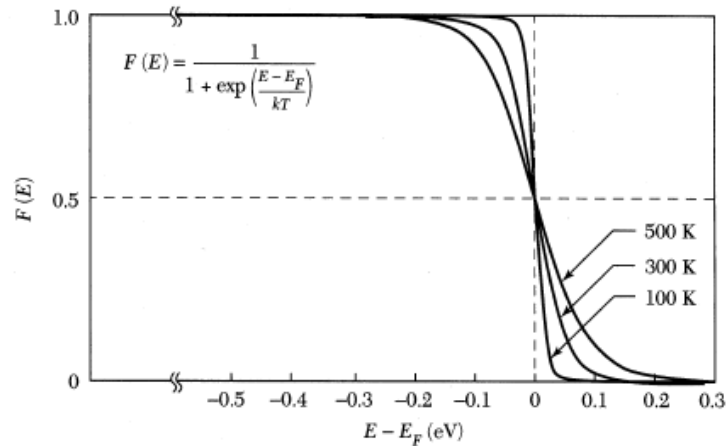
1) Να παραστήσετε τις εξισώσεις E_g για το Si και για το GaAs (1a, 1b) στο ίδιο γράφημα.

1.2. Συγκέντρωση ενδογενών φορέων

Η πιθανότητα μια ενεργειακή κατάσταση με ενέργεια E να έχει καταληφθεί από ένα ηλεκτρόνιο δίνεται από την συνάρτηση κατανομής Fermi-Dirac, η οποία ονομάζεται επίσης, συνάρτηση κατανομής Fermi

$$F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{(E-E_F)}{kT}}} \quad (2a)$$

Όπου k η σταθερά Boltzmann, T η θερμοκρασία σε βαθμούς Kelvin, και E_F το επίπεδο Fermi. Το επίπεδο Fermi είναι η ενέργεια στην οποία η πιθανότητα κατάληψής της από ένα ηλεκτρόνιο είναι ακριβώς $\frac{1}{2}$. Η κατανομή της συνάρτησης Fermi δίνεται στο Σχήμα 2 για διαφορετικές θερμοκρασίες



Σχήμα 2. Η συνάρτηση κατανομής Fermi $F(E)$ ως προς $(E - E_F)$ για διάφορες θερμοκρασίες.

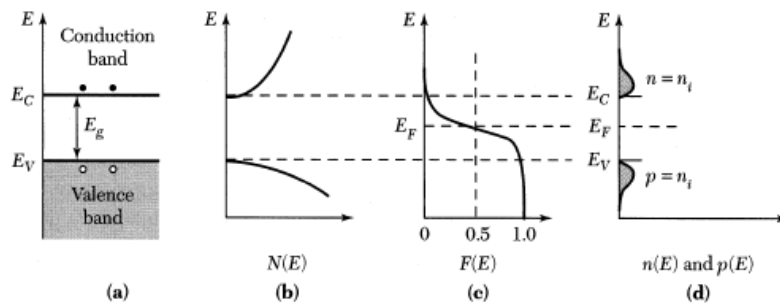
Να παρατηρήσουμε ότι η $F(E)$ είναι συμμετρική γύρω από το E_F . Για ενέργειες που είναι $3kT$ πάνω και κάτω από το επίπεδο Fermi, το εκθετικό της συνάρτησης Fermi γίνεται μεγαλύτερο από 20 και μικρότερο από 0.05 αντίστοιχα. Κατά συνέπεια η συνάρτηση Fermi μπορεί να γραφτεί προσεγγιστικά από απλούστερες εξισώσεις:

$$F(E) \cong e^{-\frac{(E-E_F)}{kT}}, \text{ για } E - E_F > 3kT \quad (2b)$$

και

$$F(E) \cong 1 - e^{-\frac{(E-E_F)}{kT}}, \text{ για } E - E_F < 3kT \quad (2c)$$

(η πιθανότητα κατάληψης μιας ενεργειακής κατάστασης από μια οπή σε μια ενέργεια E)



Σχήμα 3. Οι ενεργειακές ζώνες (a), η πυκνότητα καταστάσεων (b), η συνάρτηση Fermi (c) και η συγκέντρωση φορέων (d) σε έναν ενδογενή ημιαγωγό.

2) Να παραστήσετε τη συνάρτηση κατανομής Fermi (2a) για $T=350K$, $E_f=0,55eV$ $k=8,5*10^{-5}$.

Στη ζώνη αγωγιμότητας υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός από επιτρεπτές καταστάσεις. Παρόλα αυτά, στους ενδογενείς ημιαγωγούς θα υπάρχουν μόνο μερικά ελεύθερα ηλεκτρόνια στην ζώνη αγωγιμότητας και κατά συνέπεια η πιθανότητα κατάληψης ενός ηλεκτρονίου μιας από αυτές τις καταστάσεις είναι μικρή. Επίσης, υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός ενεργειακών στην ζώνη σθένους. Αντίθετα από την ζώνη αγωγιμότητας, οι περισσότερες από αυτές είναι κατειλημμένες από ηλεκτρόνια. Έτσι, η πιθανότητα ένα ηλεκτρόνιο να έχει καταλάβει μια από αυτές τις ενεργειακές καταστάσεις στην ζώνη σθένους είναι σχεδόν μονάδα. Έτσι, στην ζώνη σθένους θα υπάρχουν μόνο λίγες μη κατειλημμένες ενεργειακές καταστάσεις, δηλαδή οπές. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 15 και θα αποδειχθεί στην συνέχεια, το επίπεδο Fermi είναι περίπου στην μέση του ενεργειακού διακένου, δηλαδή η E_F είναι αρκετά kT κάτω από την E_C . Δεδομένου ότι η E_F είναι μια εκθετικώς μειούμενη συνάρτηση της E , η τιμή της E_{top} , μπορεί να αντικατασταθεί από το άπειρο. Έτσι:

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_n}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty E^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E-E_F}{kT}} dE \quad (2d)$$

Θέτοντας $x \equiv \frac{E}{kT}$, η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_n}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{E_F}{kT}} \int_0^\infty x^{\frac{1}{2}} e^{-x} dx \quad (2e)$$

Το ολοκλήρωμα της παραπάνω σχέσης ισούται με $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$. Έτσι:

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{E_F}{kT}} \quad (2f)$$

Αν δώσουμε την τιμή E_C στην ελάχιστη ενέργεια της ζώνης αγωγιμότητας (αντί της τιμής 0):

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_C-E_F}{kT}} = N_C e^{-\frac{E_C-E_F}{kT}} \quad (2g)$$

Και

$$N_C = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2h)$$

όπου N_C είναι η ολική πυκνότητα καταστάσεων στην ζώνη αγωγιμότητας. Σε θερμοκρασία δωματίου (300K), η N_C είναι $2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ για το Si και $4.7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ για το GaAs και $E_C - E_f = E_{gap}/2$.

Ομοίως, μπορούμε να βρούμε την πυκνότητα οπών p στην ζώνη σθένους:

$$p = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_F-E_V}{kT}} = N_V e^{-\frac{E_F-E_V}{kT}} \quad (2i)$$

Όπου

$$N_V = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2j)$$

είναι η ολική πυκνότητα καταστάσεων στην ζώνη σθένους. Σε θερμοκρασία δωματίου (300K), η N_V είναι $1.04 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ για το Si και $7.0 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ για το GaAs.

3) Να βρείτε τις τιμές n και p για τα Si και GaAs χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 2g και 2i για $T=300\text{K}$ ($E_g=1.12$ για Si και $E_g=1.42$ για GaAs).

Για τους ενδογενείς ημιαγωγούς, ο αριθμός των ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου στην ζώνη αγωγιμότητας ισούται με τον αριθμό των οπών ανά μονάδα όγκου στην ζώνη σθένους, ήτοι $n = p = n_i$, όπου n_i είναι η ενδογενής πυκνότητα φορέων. Η σχέση μεταξύ ηλεκτρονίων και οπών δίνεται στο Σχήμα 15d. Παρατηρούμε ότι η σκιασμένη επιφάνεια στην ζώνη αγωγιμότητας είναι ίδια με την επιφάνεια στην ζώνη σθένους.

Η τιμή του επιπέδου Fermi για έναν ενδογενή ημιαγωγό δίνεται συνδυάζοντας τις εξισώσεις που δίνουν το N_C και το N_V :

$$E_F = E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{N_V}{N_C} \right) = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{m_p}{m_n} \right) \quad (2k)$$

Σε θερμοκρασία δωματίου, ο δεύτερος όρος είναι πολύ μικρότερος του πρώτο. Έτσι, το ενδογενές επίπεδο Fermi, E_i , δηλαδή το επίπεδο Fermi σε έναν ενδογενή ημιαγωγό, είναι περίπου στην μέση του ενεργειακού διακένου.

Η πυκνότητα ενδογενών φορέων δίνεται από τις παραπάνω εξισώσεις:

$$np = n_i^2 \quad (2l)$$

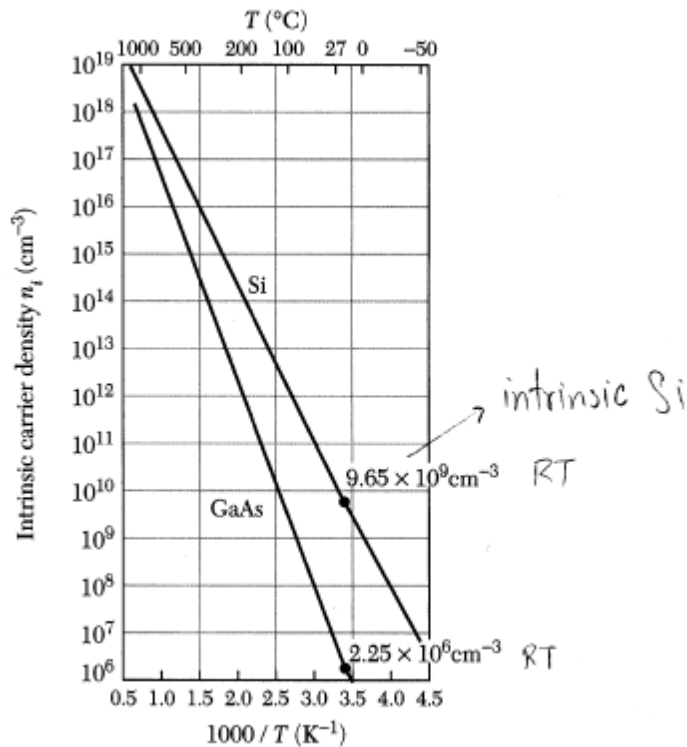
$$n_i^2 = N_C N_V e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad (2m)$$

Και

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-\frac{E_g}{2kT}} \quad (2n)$$

Όπου $E_g \equiv (E_C - E_V)$. Η εξίσωση $np = n_i^2$ ονομάζεται νόμος δράσης των μαζών, και ισχύει όπως θα αποδειχθεί στο επόμενο κεφάλαιο και για ενδογενείς και για εξωγενείς ημιαγωγούς (δηλαδή για ημιαγωγούς προσμίξεων, δηλαδή για ημιαγωγούς που είναι ντοπαρισμένοι με προσμίξεις) σε συνθήκες θερμοκρασιακής ισορροπίας. Από την εξίσωση αυτή φαίνεται ότι σε έναν ημιαγωγό προσμίξεων, η αύξηση της μιας κατηγορίας φορέων οδηγεί στην μείωση της άλλης. Αυτό γίνεται λόγω της επανασύνδεσης φορέων, κάτι που θα αναλυθεί αργότερα. Σε κάθε περίπτωση, το γινόμενο των ηλεκτρονίων στην ζώνη αγωγιμότητας με τις οπές στην ζώνη σθένους είναι σταθερό σε μια δοσμένη θερμοκρασία και ίσο με το τετράγωνο του αριθμού των φορέων στον ενδογενή ημιαγωγό.

Το Σχήμα 16 δίνει την εξάρτηση του αριθμού των φορέων n_i από την θερμοκρασία για το Si και το GaAs. Σε θερμοκρασία δωματίου, το n_i είναι $1.45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ για το Si και $1.79 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ για το GaAs. Όπως αναμένεται, όσο μεγαλύτερο είναι το ενεργειακό διάκενο, τόσο μικρότερη είναι η συγκέντρωση φορέων (προσοχή, η κλίμακα της συγκέντρωσης είναι λογαριθμική).



Σχήμα 16. Συγκέντρωση φορέων στο Si και το GaAs σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας

4) Να αποδείξετε το νόμο δράσης μαζών (2l) $np=n_i^2$

1.3. Ημιαγωγοί προσμίξεων: δότες και αποδέκτες

Σε συνθήκες ολοκληρωμένου ιονισμού μπορούμε να πούμε ότι:

$$n = N_D \quad (3a)$$

Όπου N_D είναι η συγκέντρωση των δοτών.

Από τις εξισώσεις 2h και 3a ($n = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}}$ και $n = N_D$) μπορούμε να υπολογίσουμε το επίπεδο Fermi σε σχέση με την φαινόμενη πυκνότητα καταστάσεων N_C και την πυκνότητα προσμίξεων N_D :

$$E_C - E_F = kT \ln \left(\frac{N_C}{N_D} \right) \quad (3b)$$

Αντίστοιχα, η συγκέντρωση των οπών είναι:

$$p = N_A \quad (3c)$$

όπου N_A είναι η πυκνότητα των αποδεκτών. Με παρόμοιο τρόπο όπως πριν:

$$E_F - E_V = kT \ln \left(\frac{N_V}{N_A} \right) \quad (3d)$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η συγκέντρωση δοτών, τόσο μικρότερη είναι η ενεργειακή διαφορά ($E_C - E_F$).

5) Να υπολογίσετε τα $E_C - E_F$ και $E_F - E_V$ (3b,3d).