

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΕΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟ ΕΤΟΣ 2017 - 2018 - ΕΞΑΜΗΝΟ 2ο

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΦΥΛΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ 1-A

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ*

(I) Για καθε μία από τις παρακάτω εξισώσεις αναφέρατε, αν (i) είναι συνήθης ή μερική διαφορική εξίσωση, (ii) γραμμική (ομογενής ή μη), ημιγραμμική, σχεδόν γραμμική ή πλήρως μη γραμμική συνήθης διαφορική εξίσωση. Επίσης, δώστε την τάξη και το βαθμό αυτών, όπου αυτός μπορεί να ορισθεί.

(1) $y''' - 3y' + 2y = 0$ (NS pg 8 1), (2) $x(y'')^3 + (y')^4 - y = 0$, (NS pg 8 6) (3) $ty'' + t^2y' - \sin t\sqrt{y} = t^2 - t + 1$, (NS pg 8 9) (4) $ye^y - \cos(y') + \sin(y') = 0$, (NS pg 8 15) (5) $\sqrt{u} + 3u_s = u_{sss}$, (NS pg 8 19) (6) $y^{(4)} + 3(y''')^7 + 5y^2 = 0$, (NS pg 8 21). (7) $y(\tan y) + 3xy' + 5y = 21$, (NS pg 8 14).

(II) Να εξετασθεί αν οι ακόλουθες συναρτήσεις αποτελούν λύσεις των αντίστοιχων διαφορικών εξισώσεων. Επίσης, να προσδιορισθεί το πεδίο ορισμού αυτών των λύσεων.

(1) $y^2 = x^2 - cx$, $2xyy' = y^2 + x^2$ (NS pg 13 3), (2) $y = c_1x \cos(\ln x) + c_2x \sin(\ln x)$, $x^2y'' - xy' + 2y = 0$ (NS pg 13 11), (3) $y = \ln[\cos(x-a)] + b$, $y'' + (y')^2 + 1 = 0$, (NS pg 13 13), (4) $y^2 - 1 = (x+2)^2$, $y^2 - 1 = (2y + xy)y'$, (NS pg 13 16). (5) $x^2y^2 - \sin x = c$, $2y' = x^{-2}y^{-1}[\cos x - 2xy^2]$, (NS pg 13 20).

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 2: Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις 1ης Τάξης

(I) Να βρεθεί το σύνολο όλων των δυνατών λύσεων των ακόλουθων προβλημάτων:

(1) $2y' - y^3 \cos x = 0$, (NS pg 43 9) (2) $y' = \frac{(x-1)y^5}{x^2(2y^3-1)}$, (NS pg 43 13) (3) $y' = \frac{3x^2+4x+2}{2(y-1)}$, $y(0) = -1$, (NS pg 43 26) (4) $2xydx + (x^2 + y^2)dy = 0$, $y(2) = 2$. (NS pg 50 23) (5) $2xe^{2y}dx + 2(1 + x^2e^{2y})dy = 0$, $y(2) = 0$. (NS pg 50 26) (6) $\left(3x + \frac{6}{y}\right) + \left(\frac{x^2}{y} + 3\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = 0$, (NS pg 58 9), (7) $(x^2 - y^2 - y)dx + (x^2y^4 - x)dy = 0$, (NS pg 58 10), (8) $(2x - 2y - x^2 + 2xy)dx + (2x^2 - 4xy - 2x)dy = 0$, (NS pg 58 17), (9) $y' - \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x} = 0$. (NS pg 68 35) (10) $x^2y' - xy = e^xy^3$. (NS pg 68 41) (11) $y' = \frac{2\cos^2 x - \sin^2 x + y^2}{2\cos x}$, $x > 0$, όταν μια λύση αυτής είναι η $y_1(x) = \sin x$. (NS pg 72 3) (12) $y' = -8xy^2 + 4x(4x+1)y - (8x^3 + 4x^2 - 1)$, $x > 0$, όταν μια λύση αυτής είναι η $y_1(x) = x$. (NS pg 72 5) (13) $y' = x^3 + \frac{2}{x}y - x^{-1}y^2$, $x > 0$, όταν μια λύση αυτής είναι η $y_1(x) = -x^2$. (NS pg 72 12) (14) $\frac{y}{x} \cos \frac{y}{x} dx - \left(\frac{x}{y} \sin \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}\right) dy = 0$, (NS pg 79 19) (15) $x^2y' - (4x^2 + xy + y^2) = 0$, $y(1) = -1$, (NS pg 80 23), (16) $\left(x + \sqrt{y^2 - xy}\right)y' = y$, $y(1/2) = 1$, (NS pg 80 29) (17) $(y')^2 + 4x^5y' - 12x^4y = 0$, (NS pg 85 2) (17) $x(y')^2 + (x - y)y' + 1 - y = 0$, (NS pg 85 7) (19) $y = xy' + \sqrt{1 + (y')^2}$, (NS pg 85 17).

(II) Να λυθούν με 2 τουλάχιστον μεθόδους τα παρακάτω προβλήματα:

(1) $y(8x - 9y)dx + 2x(x - 3y)dy = 0$, (NS pg 89 46) (2) $6y^2dx - x(2x^3 + y)dy = 0$, (NS pg 89 47) (3) $(x - 2y - 1)dx - (x - 3)dy = 0$. (NS pg 89 52) (4) $(2x - 3y + 1)dx - (3x + 2y - 4)dy = 0$. (NS pg 89 53) (5) $2x^3y' = y(y^2 + 3x^2)$. (NS pg 89 48).

* Τα προβλήματα είναι από το βιβλίο: [NS] Νικόλαος Μ. Σταυρακάκης: «Διαφορικές εξισώσεις: Συνήθεις & Μερικές. Θεωρία και Εφαρμογές από τη Φύση και τη Ζωή», Εκδόσεις ΤΣΟΤΡΑΣ, Αθήνα, Οκτώβριος

2017, σελ 834 +xxx.

Σημείωση: Είναι επιθυμητή και θα ληφθεί θετικά υπόψη, η εφαρμογή Υπολογιστικών Προγραμμάτων, όπως *Mathematica*, *MatLab*, *Maple*, κλπ, για αναλυτική και γεωμετρική διερεύνηση των παραπάνω προβλημάτων. Τα ηλεκτρονικά αρχεία, που θα δημιουργηθούν, μπορούν να σταλούν στη διεύθυνση: nikolas@central.ntua.gr.

ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΦΥΛΛΟΥ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1 ΜΕΧΡΙ: 20 03 2018, ΖΩΓΡΑΦΟΥ, 05 03 2018

****ΠΡΟΣΟΧΗ ΟΙ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΘΑ ΠΑΡΑΔΙΔΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΠΡΩΤΟΤΥΠΟ. ΣΥΝΙΣΤΑΤΑΙ ΝΑ ΚΡΑΤΑΤΕ ΦΩΤΟΤΥΠΙΕΣ ΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ, ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΘΑ ΕΠΙΣΤΡΑΦΟΥΝ****