

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών



Σήματα και Συστήματα – Εργασία MATLAB (2018-19)

Ονοματεπώνυμο : Χρήστος Τσούφης

A.M. : 03117176

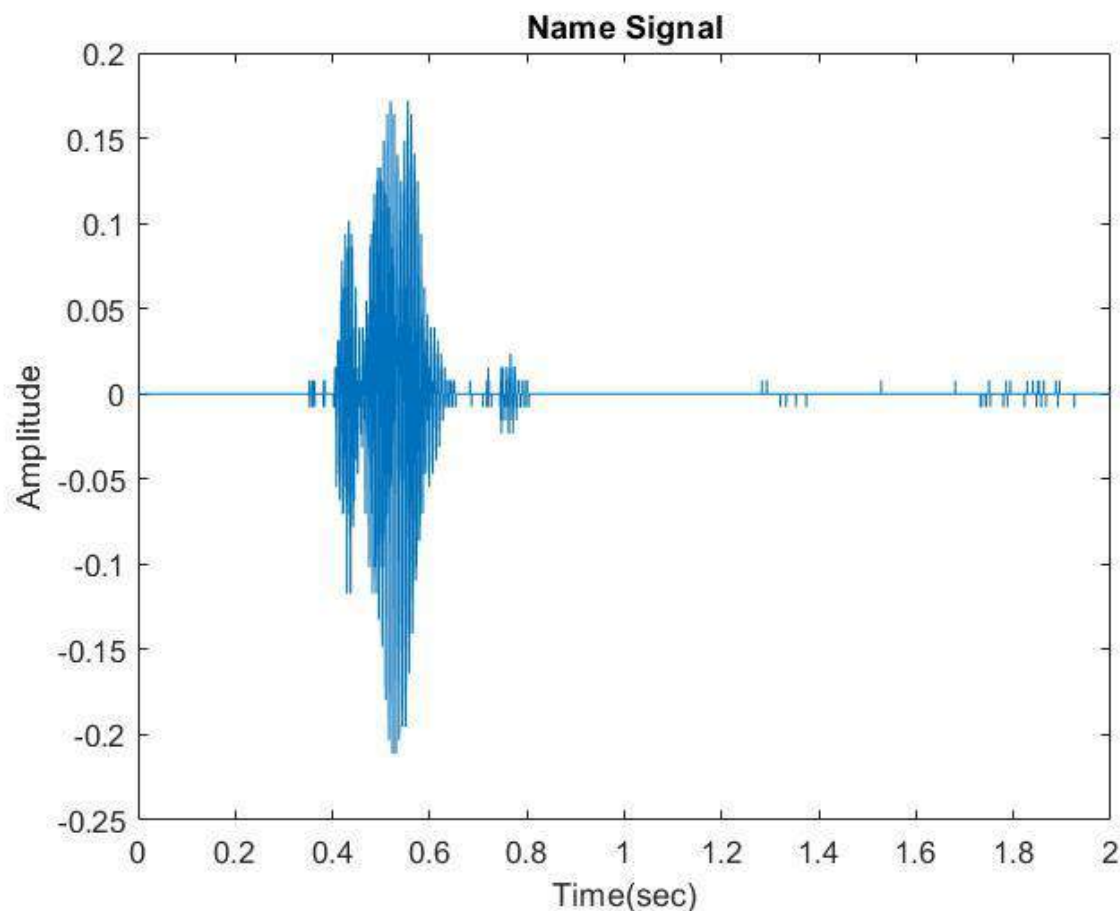
Μέρος Α

A1

Αρχικά καταγράφηκε ένα αρχείο ήχου με το όνομά μου με διάρκεια 2 sec και ρυθμό δειγματοληψίας 8000Hz στο περιβάλλον του Matlab συνδυάζοντας τις εντολές audiorecorder(), recordblocking() και getaudiodata().

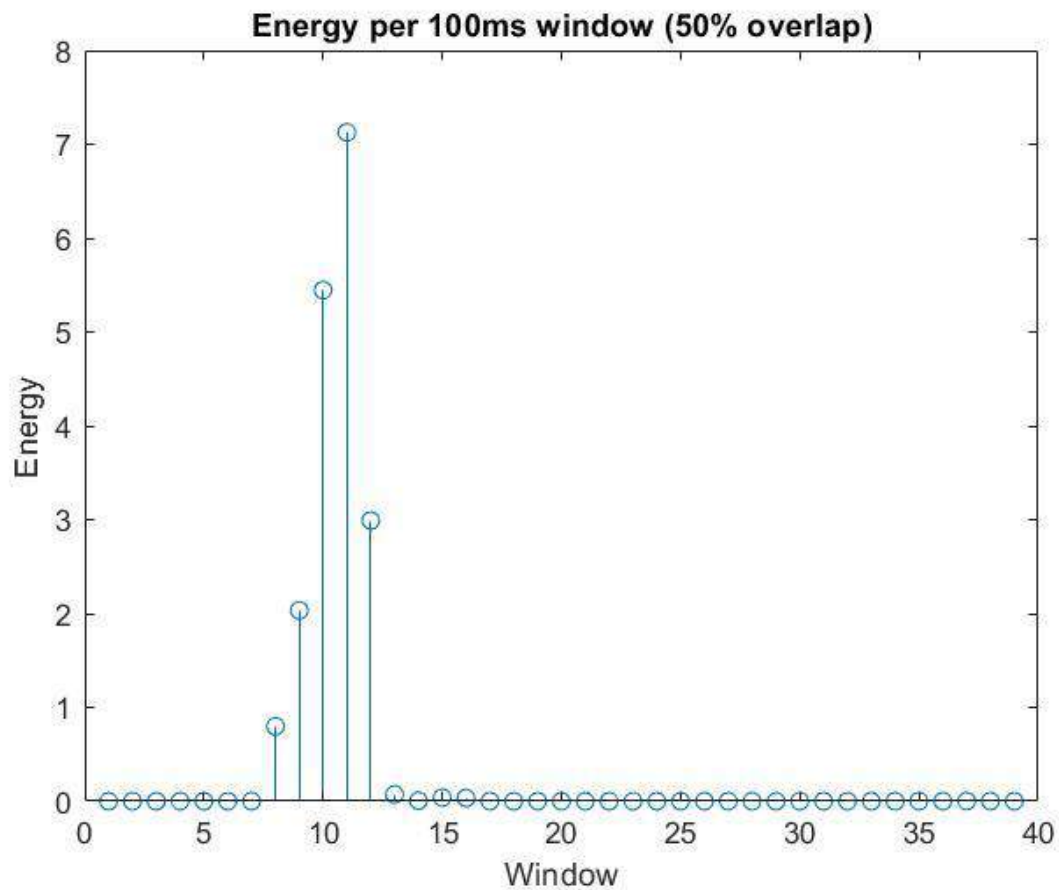
A2

Το παραπάνω φωνητικό σήμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα συναρτήσεως του χρόνου το οποίο σχεδιάστηκε με την εντολή plot() αφού πρώτα προσαρμόστηκε ο οριζόντιος άξονας ώστε να δείχνει χρόνο με την εντολή linspace() :



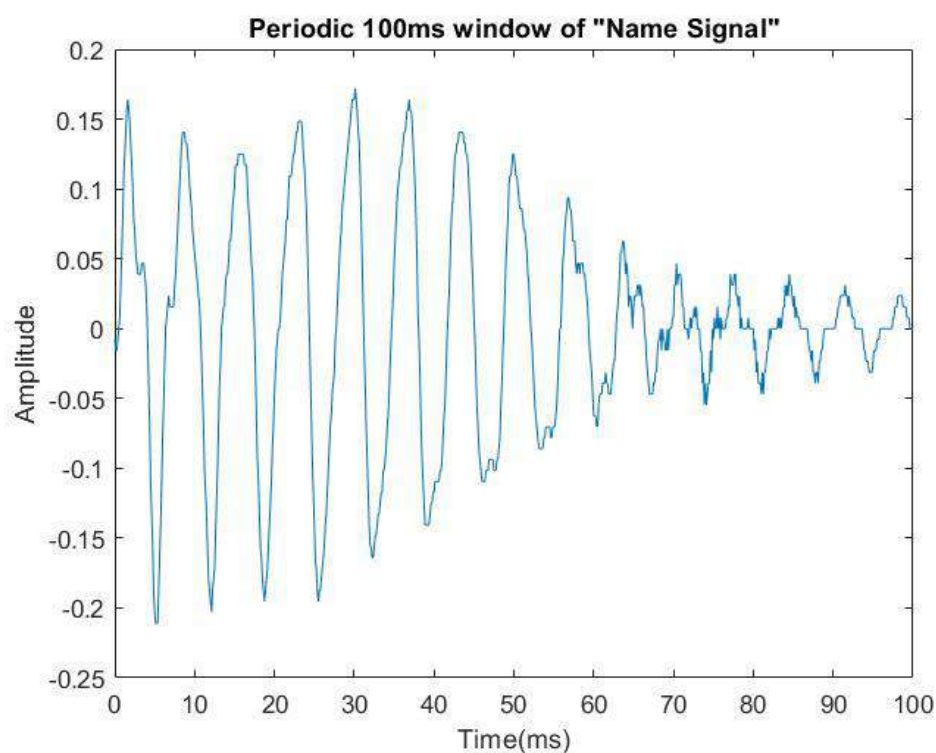
A3

Το ακόλουθο σχήμα απεικονίζει τη γραφική παράσταση της ενέργειας του σήματος που ηχογραφήθηκε με παράθυρο 100ms = 0.1sec (άρα 800 δειγμάτων) και 50% επικάλυψη (δηλ. 0.05sec). Για την επίτευξη αυτού αρκεί ένα for loop το οποίο σε κάθε επανάληψη αθροίζει τις τιμές του σήματος από `y(first)` έως και `y(last)` και τις αποθηκεύει σε άλλο vector, όπου `first` και `last` δύο μεταβλητές που αρχικοποιούνται σε 1 και 800 αντίστοιχα και σε κάθε βήμα αυξάνονται κατά 400 ώστε να υπάρξει 50% επικάλυψη.

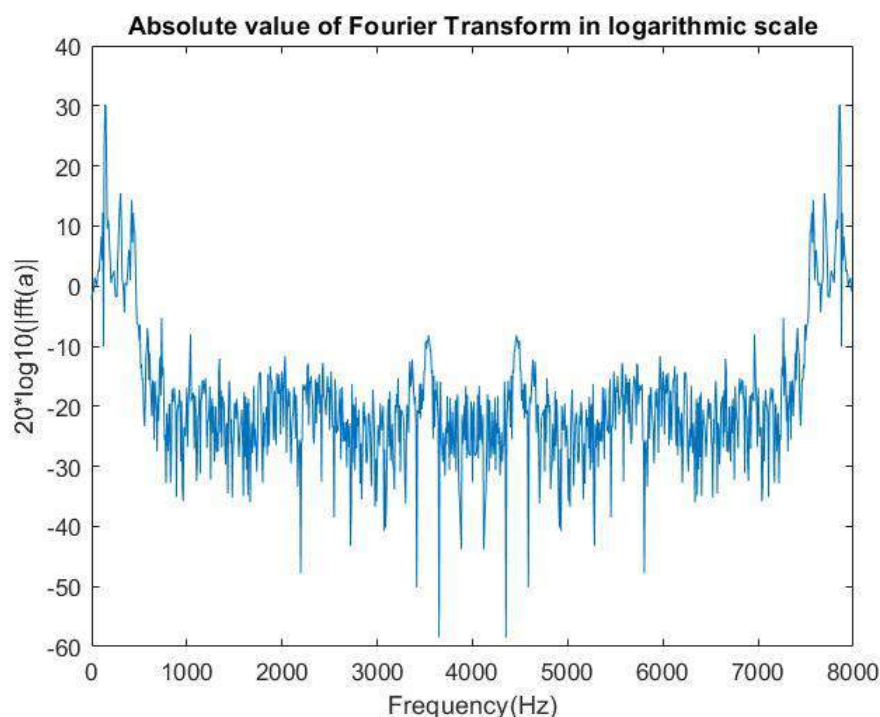
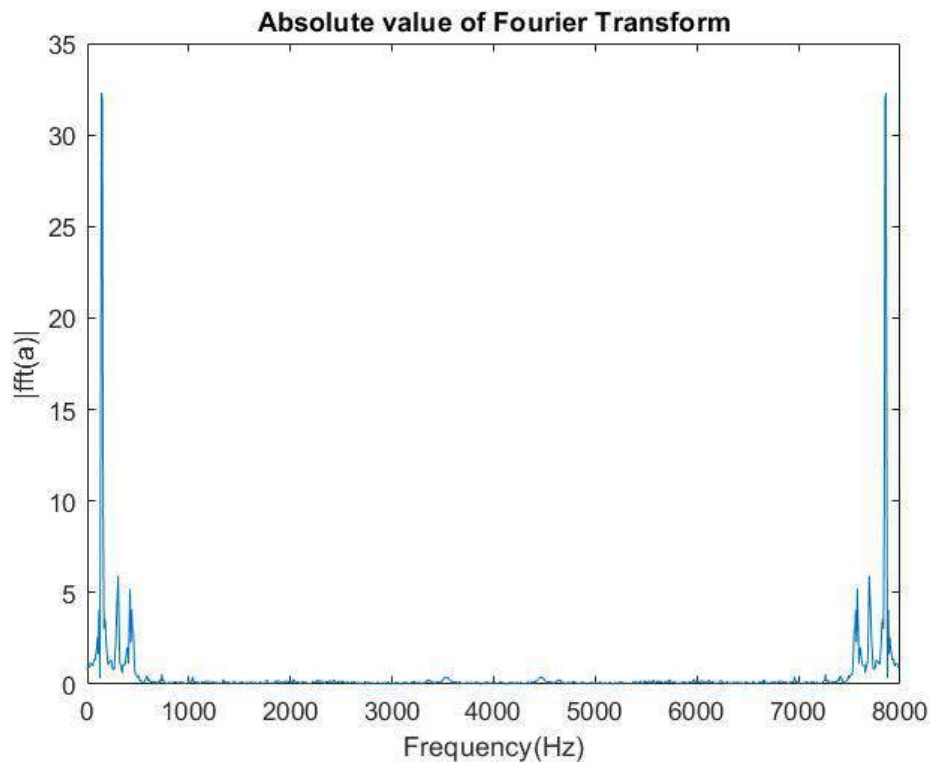


A4

Σε αυτό το βήμα επιλέχθηκε το τμήμα διάρκειας 100ms (δείγματα 4200 μέχρι και 5000) και ονομάστηκε `rec.wav`. Αυτό παρουσίαζε περιοδικότητα ως προς την χρονική διάρκεια από μέγιστο σε μέγιστο, αλλά το πλάτος μειωνόταν σταδιακά. Στο σχήμα που έπεται, φαίνεται η γραφική παράστασή του με το χρόνο. Το φώνημα που ακούγεται είναι το «ο» του ονόματός μου.

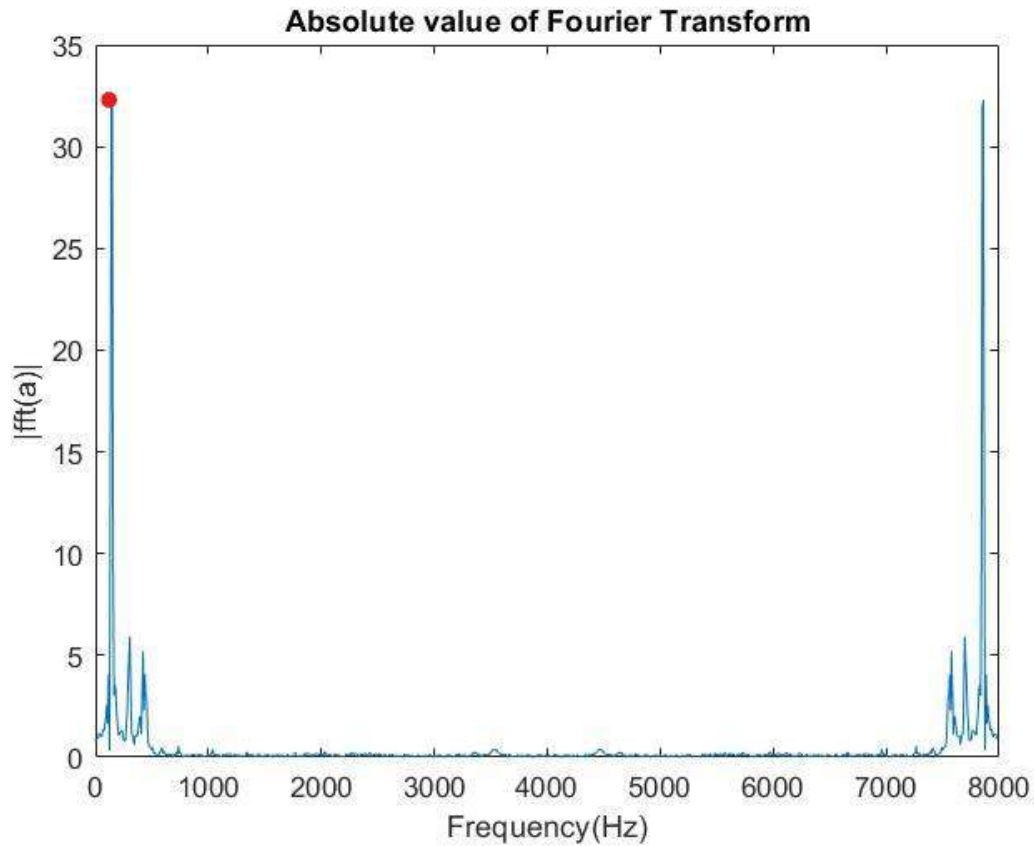


Σε αυτό το βήμα εφαρμόστηκε ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier (DFT) υπολογισμένος σε 1024 δείγματα στο τμήμα που επιλέχθηκε στο προηγούμενο ερώτημα. Η συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε ήταν η `fft()`. Για να εμφανιστεί σωστά ο οριζόντιος άξονας των συχνοτήτων ορίστηκε η μεταβλητή DF ως ο λόγος της συχνότητας δειγματοληψίας προς το μήκος του νέου σήματος που προέκυψε μετά το μετασχηματισμό. Έπειτα επιλέχθηκε ως άξονας συχνοτήτων ένα διάνυσμα από 0 έως 8000 μείον το DF με βήμα DF. Τα παρακάτω σχήματα απεικονίζουν το μέτρο του μετασχηματισμού ως προς τη συχνότητα σε κανονική και λογαριθμική κλίμακα αντίστοιχα.

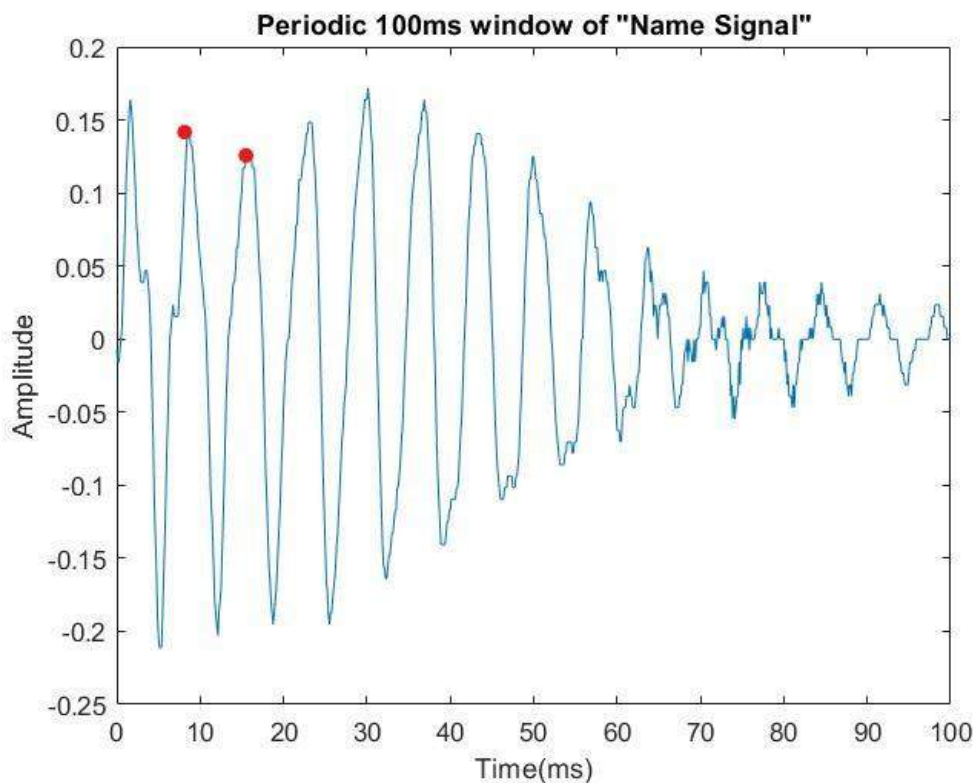


A6

Η πρώτη κορυφή του μέτρου του μετασχηματισμού Fourier αντιστοιχεί στη θεμελιώδη συχνότητα. Όπως φαίνεται στο σχήμα αυτή η συχνότητα είναι 93.75 Hz.



Υπολογίζοντας την περίοδο του αρχικού σήματος αυτή υπολογίζεται 11 ms. Άρα η θεμελιώδης συχνότητα είναι $1000/11.3 \text{ Hz} = 91 \text{ Hz}$. Άρα επαληθεύεται η σχέση συχνότητας – περιόδου με μικρή απόκλιση που σχετίζεται με την ακρίβεια των πράξεων και την επιλογή των δειγμάτων.



Μέρος Β

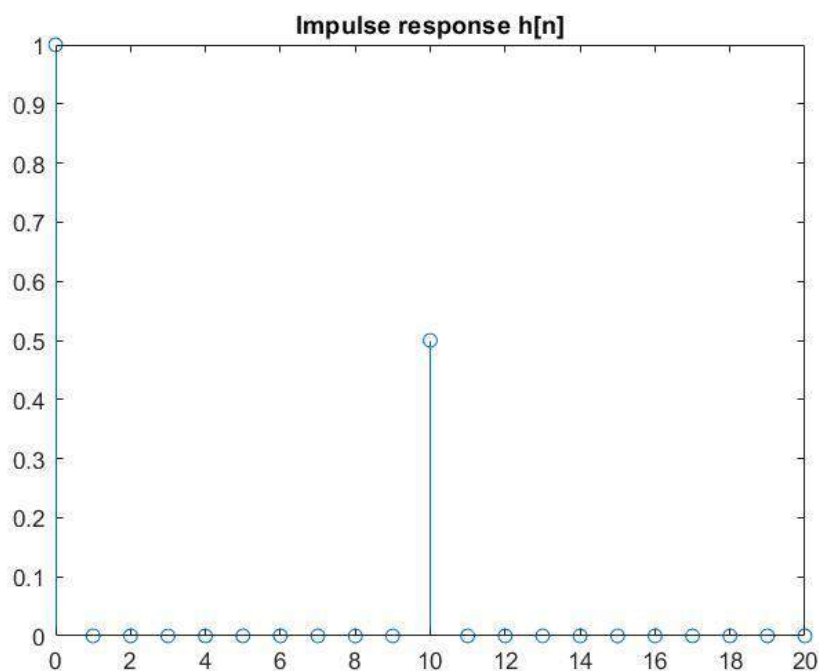
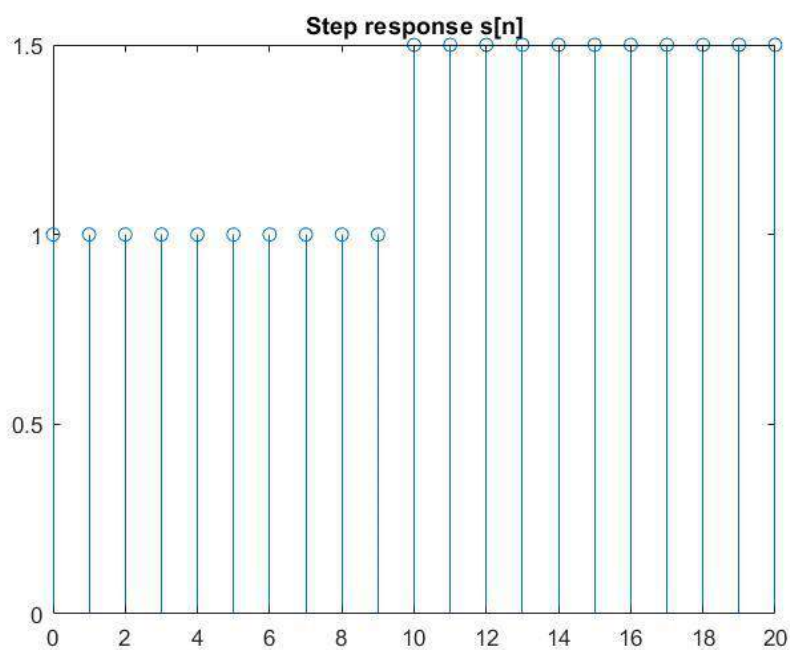
B1

Για να σχεδιαστεί η κρουστική και βηματική απόκριση του συστήματος χρειάζεται πρώτα να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς του. Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό με $y[n] \rightarrow Y[z]$ και $x[n] \rightarrow X[z]$ προκύπτει :

$$y[n] = x[n] + a \cdot x[n - n_0] \rightarrow Y[z] = X[z] + a \cdot z^{-n_0} \cdot X[z]$$

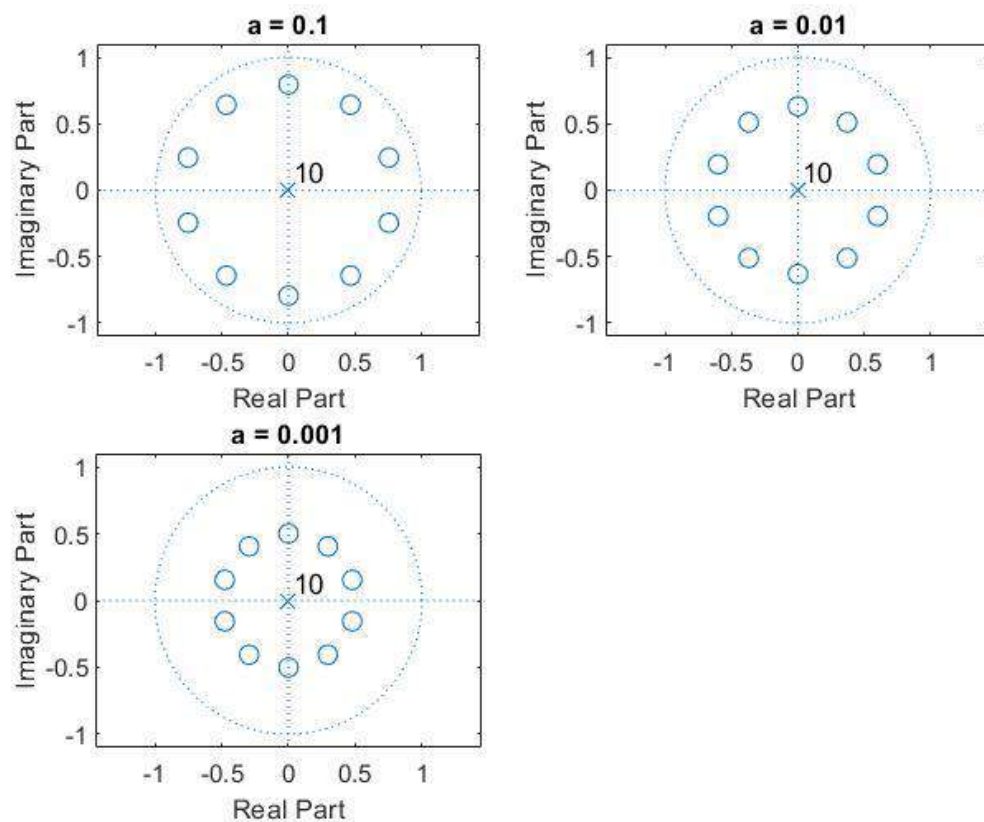
$$\text{Άρα } H[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} = \frac{z^{n_0} + a}{z^{n_0}}$$

Για $a = 0.5$ και $n_0 = 10$ ο αριθμητής περιγράφεται από το διάνυσμα $[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.5]$, ενώ ο παρονομαστής από το $[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$. Παρακάτω φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις της βηματικής και κρουστικής απόκρισης αντίστοιχα.



B2

Παρακάτω φαίνονται τα διαγράμματα μηδενικών/πόλων για τις τρεις τιμές του a τα οποία σχεδιάστηκαν με την εντολή `zplane()`.

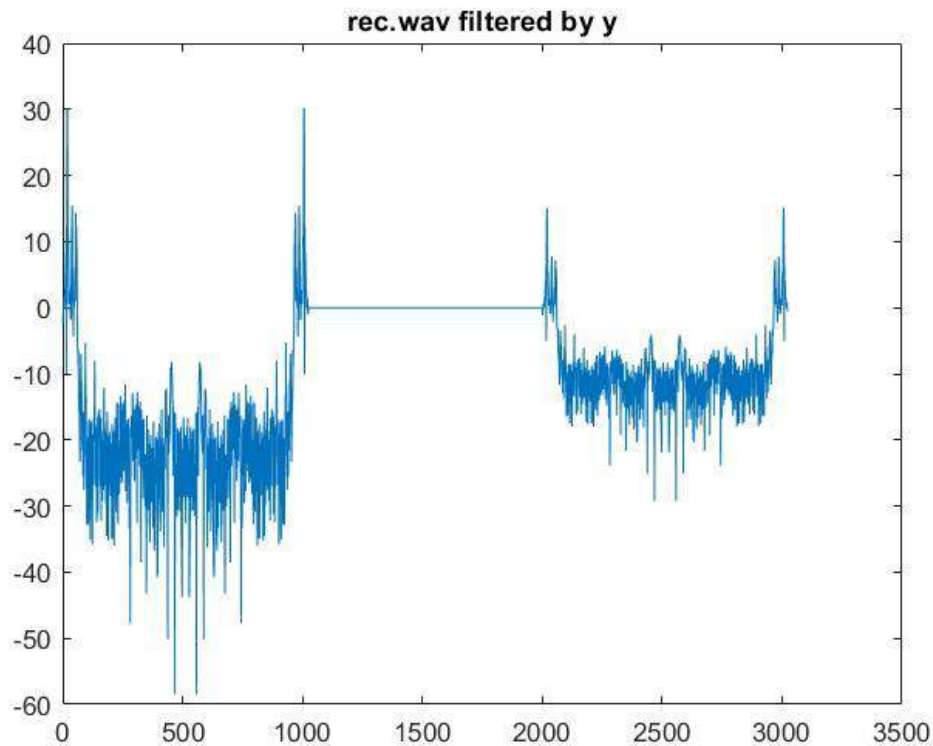


Χρησιμοποιώντας την εντολή `roots()` στον αριθμητή και παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς για $a = 0.1$, προκύπτουν τις ρίζες που φαίνονται στον πίνακα, οι οποίες ταυτίζονται με αυτές που βρίσκει το `zplane()`.

Ρίζες αριθμητή	Ρίζες παρονομαστή
$-0.7555 + 0.2455i$	0
$-0.7555 - 0.2455i$	0
$-0.4669 + 0.6426i$	0
$-0.4669 - 0.6426i$	0
$0.0000 + 0.7943i$	0
$0.0000 - 0.7943i$	0
$0.4669 + 0.6426i$	0
$0.4669 - 0.6426i$	0
$0.7555 + 0.2455i$	0
$0.7555 - 0.2455i$	0

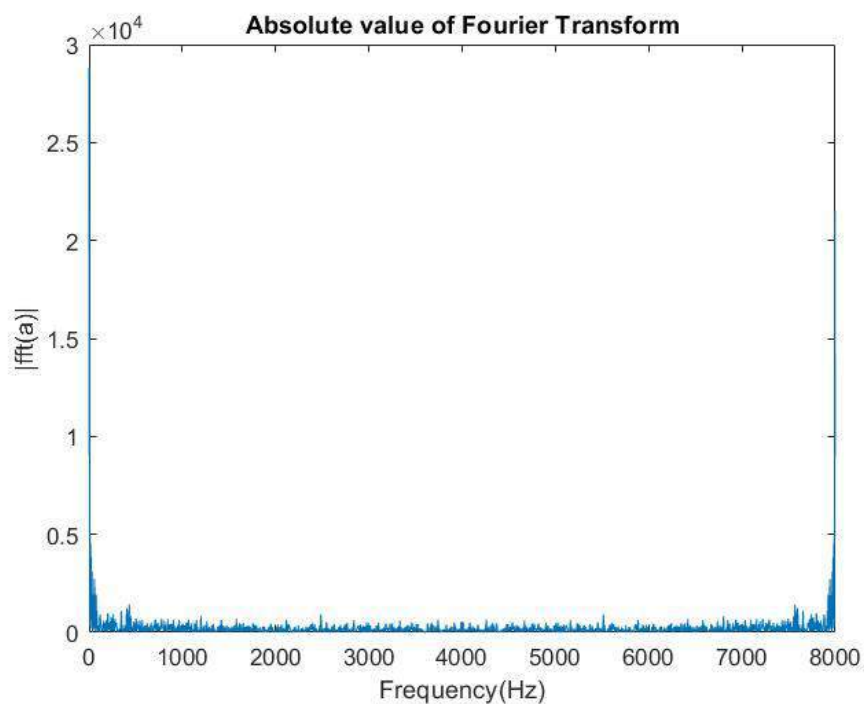
B3

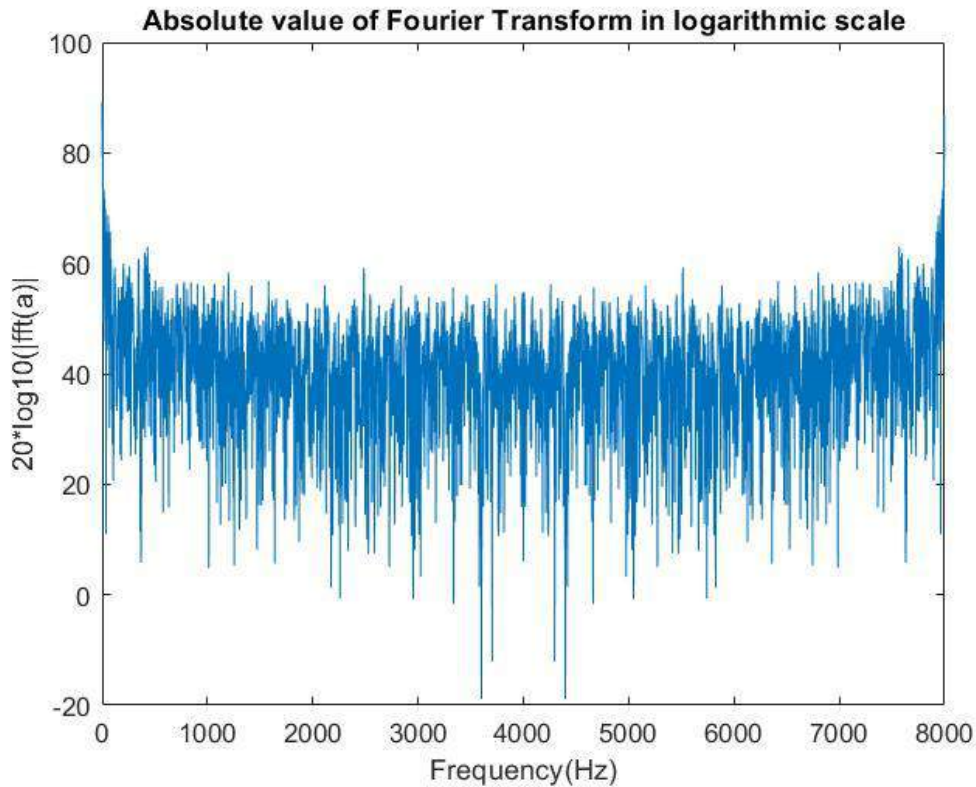
Για $a = 0.5$ και $no = 2000$ και εφαρμόζοντας την εντολή `filter()` στο `rec.wav`, στο οποίο έχουν προστεθεί 2000 μηδενικά στο τέλος ώστε να φαίνεται ολόκληρο το αποτέλεσμα.



B4

Χρησιμοποιώντας την εντολή `sound()` και ακούγοντας το νέο σήμα παρατηρείται, όπως είναι αναμενόμενο, ότι ακούγεται το φώνημα 'ο' δύο φορές και τη δεύτερη με χαμηλότερη ένταση. Στα δύο επόμενα σχήματα φαίνονται οι δύο γραφικές παραστάσεις που αντιστοιχούν στο μέτρο του μετασχηματισμού Fourier, μετρημένου σε 4096 δείγματα του σήματος σε κανονική και λογαριθμική κλίμακα.





Μέρος Γ

Γ1

Σε αυτό το βήμα υλοποιήθηκε ένας ταλαντωτής δεύτερης τάξης ως συνάρτηση της μορφής :

$y = \text{resonator}(x, \text{resonator frequency}, r, \text{sampling frequency})$, με διπλό συζ. μιγαδικό πόλο $r \cdot e^{j\Omega}$ και $r \cdot e^{-j\Omega}$.

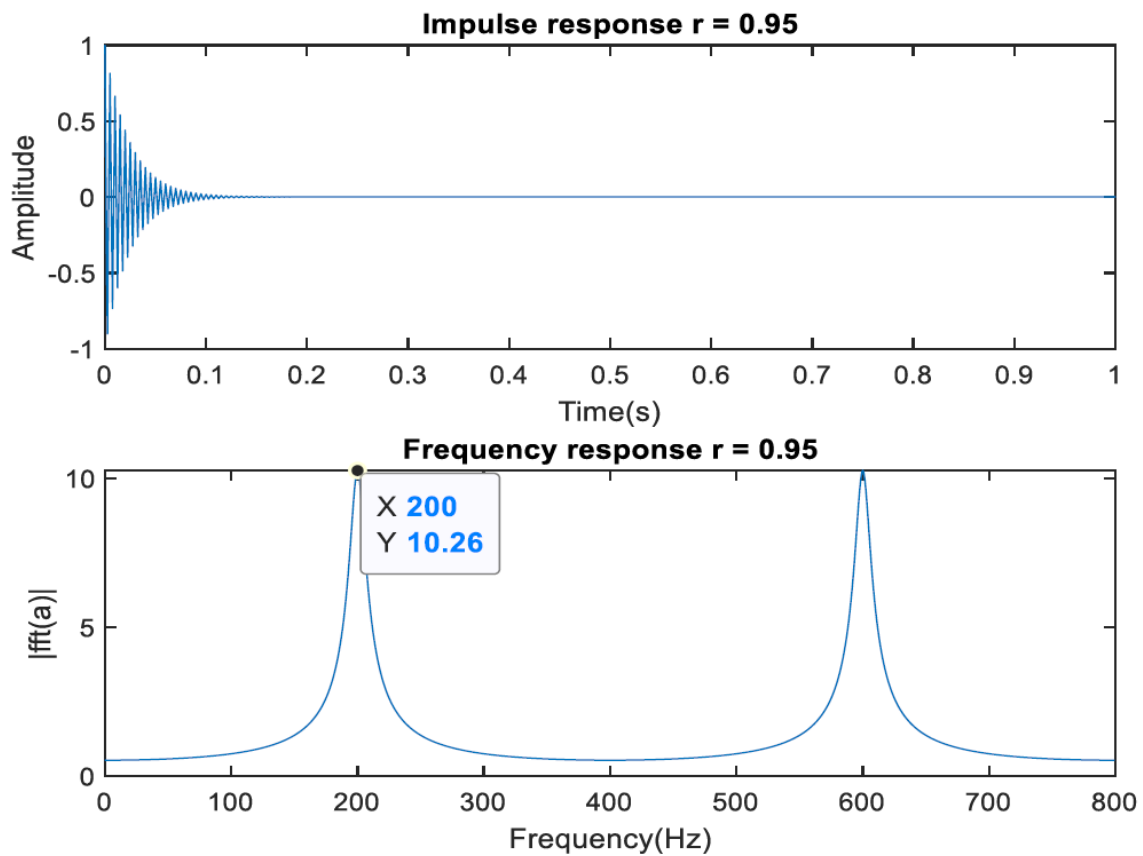
Αυτό σημαίνει ότι η συνάρτηση μεταφοράς είναι της μορφής : $H[z] = \frac{1}{z^2 + az + b}$

Οι δύο πόλοι αποτελούν τις ρίζες του παρονομαστή, δηλαδή $z^2 + az + b = (z - re^{j\Omega})(z - re^{-j\Omega})$. Από αυτή τη σχέση και από την $\Omega = 2\pi \frac{Fr}{Fs}$, προκύπτει ότι $a = -2r \cos(2\pi \frac{Fr}{Fs})$ και $b = r^2$. Άρα τα διανύσματα αριθμητή και παρονομαστή είναι [1] και $[1 - 2r \cos(2\pi \frac{Fr}{Fs}) \ r^2]$ αντίστοιχα. Η συνάρτηση resonator είναι η εξής :

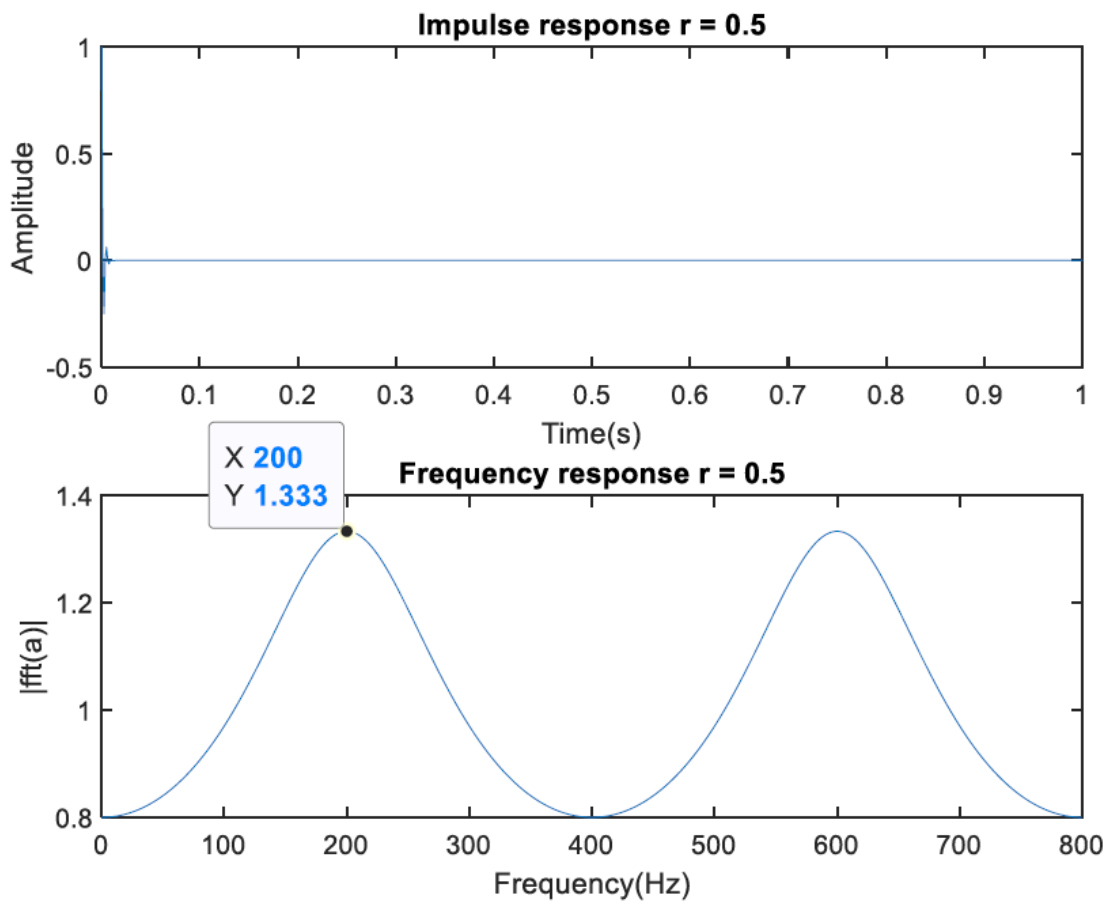
```
function y = resonator(x, resonator_frequency, r, sampling_frequency)
    nom = [1];
    denom = [1 - 2*r*cos(2*pi*resonator_frequency/sampling_frequency) r^2];
    y = filter(nom, denom, x);
end
```

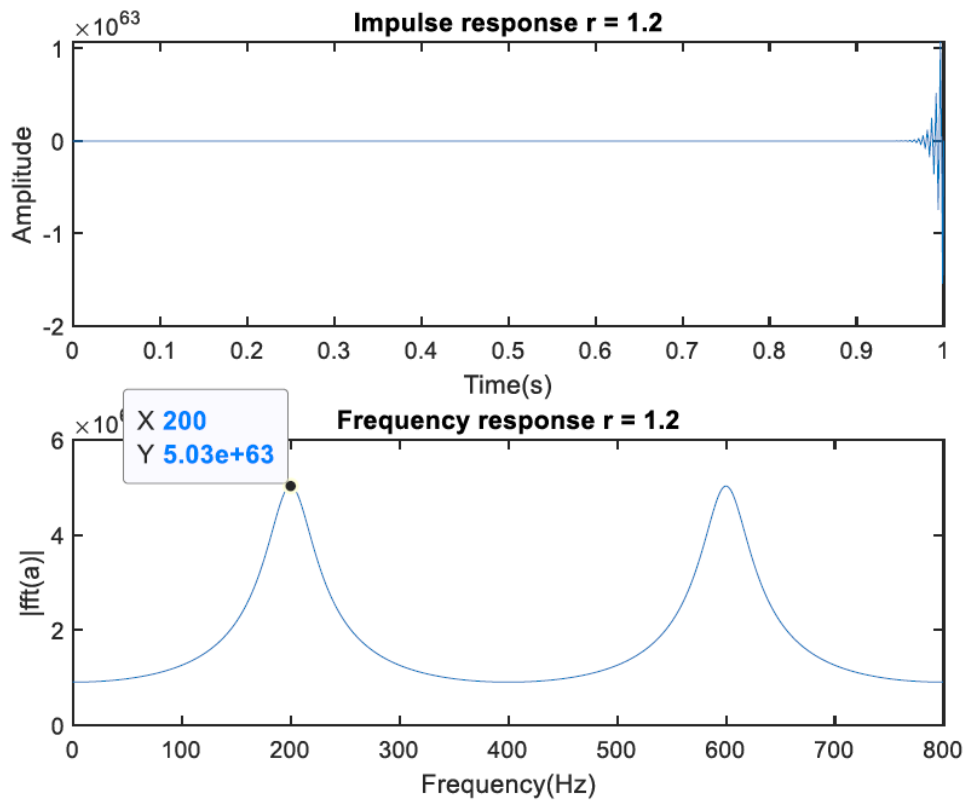
Γ2

Υποθέτοντας 1 δευτερόλεπτο διάρκεια κατά το σχεδιασμό της κρουστικής απόκρισης του παραπάνω συστήματος, προέκυψαν τα εξής διαγράμματα της κρουστικής και συχνотικής απόκρισης αντίστοιχα. Οι παράμετροι που δόθηκαν στη συνάρτηση resonator ήταν $r = 0.95$, $Fr = 200$, $Fs = 800$ ώστε $\Omega = \pi/2$. Όπως φαίνεται η συχνότητα στην οποία μεγιστοποιείται το πλάτος της συχνотικής απόκρισης είναι όπως αναμενόταν ίση με $Fr = 200$ Hz.



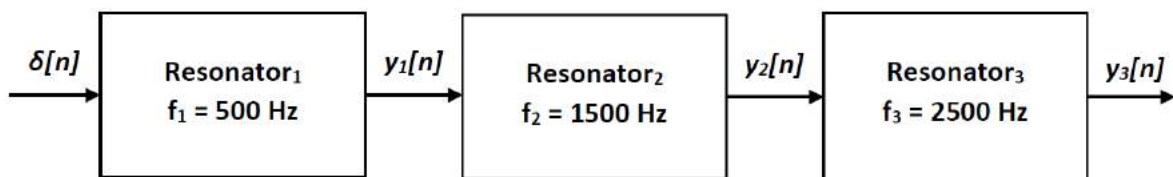
Τα επόμενα σχήματα αντιστοιχούν σε $r = 0.5$ και $r = 1$.



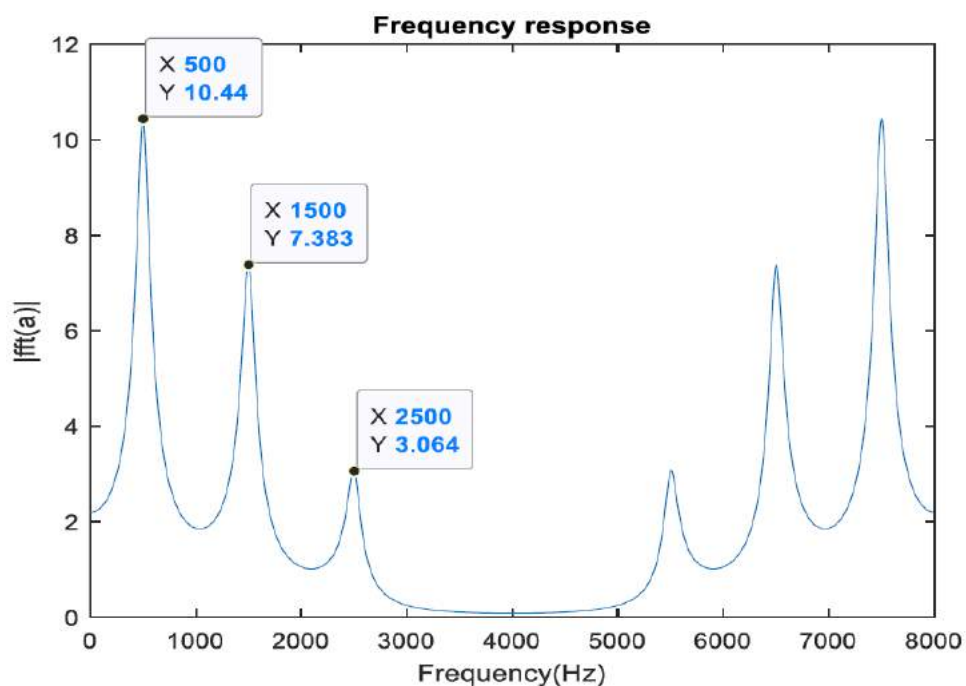


Γ3

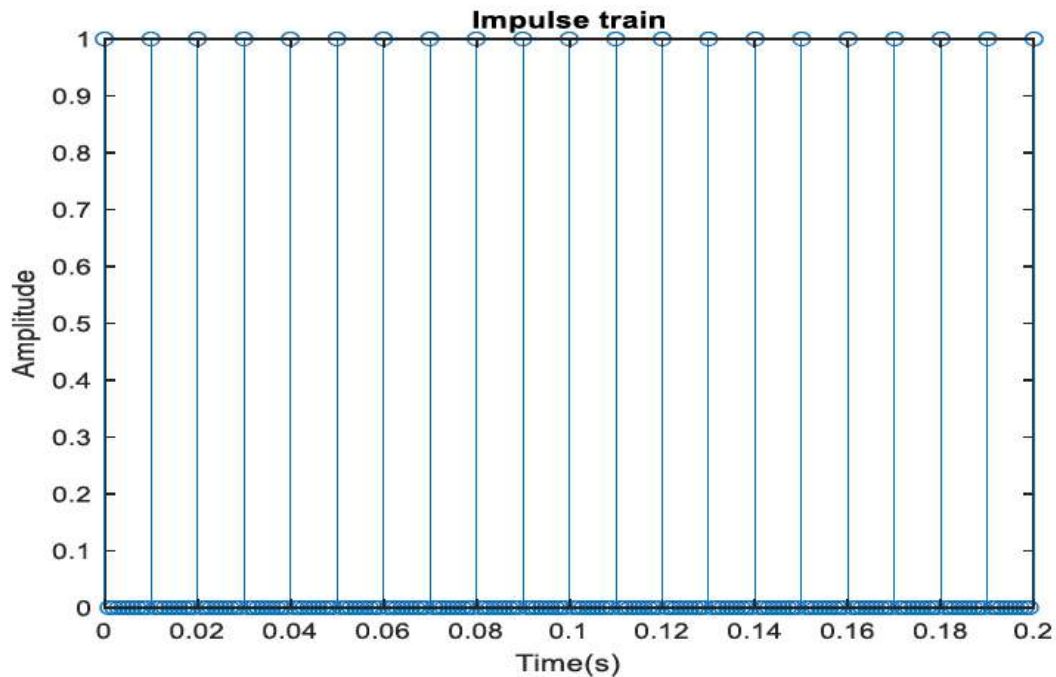
Οι τρεις ταλαντωτές σε σειρά σχηματικά αποδίδονται ως :



Πιο συγκεκριμένα τοποθετήθηκαν 500, 1500 και 2500 Hz αντίστοιχα, δηλαδή η έξοδος του ενός γινόταν είσοδος του επόμενου, με αρχική είσοδο την διακριτή συνάρτηση Dirac. Επίσης επιλέχθηκε $F_s = 8000$ και $r = 0.95$. Έπειτα υπολογίστηκε ο μετασχηματισμός Fourier της συνολικής εξόδου ο οποίος αναπαρίσταται στο παρακάτω διάγραμμα.



Τέλος, χρησιμοποιήθηκε ως είσοδος στο προηγούμενο σύστημα μια παλμοσειρά από κρουστικές συχνότητας 100 Hz και διάρκειας 0.2 sec, της οποίας η γραφική παράσταση είναι η εξής.



Στην έξοδο του συστήματος εφαρμόστηκε μετασχηματισμός Fourier, το μέτρου του οποίου είχε γραφική παράσταση την παρακάτω. Ο ήχος του συγκεκριμένου σήματος δεν θυμίζει κάποιο συγκεκριμένο φώνημα. Για τον υπολογισμό του αριθμητή και παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς της $y[n] = x[n] - x[n - 1]$, επαναλήφθηκαν τα βήματα του ερωτήματος Β.1, με αποτέλεσμα να προκύψει $H[z] = \frac{z-1}{z}$.

Χρησιμοποιώντας την εντολή `filter()` με είσοδο την $x[n]$, και κατόπιν εφαρμογή της εντολής `sound()`, ο ήχος που ακούστηκε έμοιαζε στο φώνημα «ε».

