Εργαστήριο Κυματικής & Κβαντικής Φυσικής Ενδεικτική Εργαστηριακή Αναφορά Θερμιονική Εκπομπή Ηλεκτρονίων

15 Μαΐου 2017

Κεφάλαιο 1

Σκοπός Άσκησης & Θεωρητικό Υπόβαθρο

1.1 Σκοπός της Άσκησης

Σκοπός της παρούσας εργαστηριαχής άσχησης ήταν η μελέτη του φαινομένου της θερμιονιχής εκπομπής ηλεκτρονίων σε λυχνία βολφραμίου για την εξαγωγή και επαλήθευση των νόμων του Richardson-Dushman και των Child-Langmuir καθώς και ο σχεδιασμός της πειραματιχής καμπύλης I_A-V_A για την άνοδο της λυχνίας. Προσδιορίζεται επίσης και το έργο εξαγωγής του βολφραμίου με τη μέθοδο Richardson.

1.2 Θεωρητικό Υπόβαθρο

1.2.1 Περιγραφή του φαινομένου

Όταν ένα μέταλλο θερμένεται ορισμένα από τα ηλεκτρόνια αποκτούν τόσο μεγάλη ενέργεια ώστε να εγκαταλείψουν το μέταλλο και να γίνουν ελεύθερα. Η έξοδος των ηλεκτρονίων από το μέταλλο δεν συνεχίζεται επ' άπειρον αφού τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια δημιουργούν ένα νέφος θετικού φορτίου στο μέταλλο, το οποίο έλκει τα ηλεκτρόνια περισσότερο από πρίν. Πρέπει επομένως να τροφοδοτήσουμε το μέταλλο με ηλεκτρόνια προκειμένου να αντικατασταθούν ηλεκτρόνια που έχουν εκπεμφθεί και αφετέρου να συλλέζουμε τα εκπεμφθέντα ηλεκτρόνια. Αυτό επιτυγχάνεται εύκολα με τη δημιουργία ενός κλειστού κυκλώματος σε έναν θάλαμο κενού (λυχνία κενού). Πρέπει να σημειωθεί ότι για να εκπεμφθεί ένα ηλεκτρόνιο θα πρέπει η κινητική του ενέργεια να είναι μεγαλύτερη από τη δυναμική του ενέργεια $E_F + \phi$, όπου E_F η ενέργεια Fermi και ϕ το έργο εξόδου του μετάλλου. Η κάθοδος της λυχνίας θερμαίνεται από ένα νήμα και εκπέμπει ηλεκτρόνια. Συνδέοντας διαφορά δυναμικού (μπαταρία) στους ακροδέκτες της λυχνίας επιτυγχάνουμε τον ανεφοδιασμό της καθόδου με τα ηλεκτρόνια και τη δημιουργία θετικού δυναμικού στην άνοδο και έτσι επιτυγχάνουμε να συλλέξουμε τα εκπεμφθέντα από το μέταλλο (W) ηλεκτρόνια. Χάρη στο κενό της λυχνίας εξασφαλίζεται η αποφυγή συγκρούσεων των ηλεκτρονίων με μόρια του αέρα. Το ρεύμα που μετράται στην άνοδο I_A εξαρτάται άμεσα με την τάση της ανόδου V_A . Το ρεύμα αυξάνεται προοδευτικά όσο αυξάνεται και η τάση μέχρι να φτάσει στον κόρο I_s , όταν πλέον η άνοδος θα συλλέγει όλα τα ελεύθερα ηλεκτρόνια τοου μετάλλου. Διακρίνουμε επομένως τρεις περιοχές ανάλογα με την τάση V_A στο άκρο της ανόδου.

Στην περίπτωση που εφαρμόζουμε αρνητικές τάσεις η λυχνία λειτουργεί ως ανορθωτής γιατί όταν η τάση γίνεται αρνητική δεν υπάρχει καθόλου ροή ρεύματος και τα ηλεκτρόνια που εγκαταλείπουν την κάθοδο απωθούνται από την άνοδο αλλά έχουν αρκετή ενέργεια ώστε να προσκρούσουν σε αυτή. Το ρεύμα σε αυτή την περιοχή υπακούει στην εκθετική μείωση

$$I_A = I_0 \exp\left(\frac{-V_A}{kT}\right)$$

Στην περιοχή όπου εφαρμόζονται θετικές τάσης και δεν έχει επέλθει κόρος το ηλεκτρικό πεδίο επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από το χωρικό φορτίο (space charge) που δημιουργείται πάνω στην κάθοδο (και προσδίδει επιπλέον ενέργεια στα ηλεκτρόνια και υπακούει στη σχέση Child-Langmuir (νόμος των 3/2)

$$I_A = I_0 + \frac{4}{9d^2} S\epsilon_0 \sqrt{\frac{2|e|}{m_e}} V_A^{3/2} \propto V_A^{3/2}$$

Τέλος στην περιοχή κόρου όπου το ηλεκτρικό πεδίο υποβοηθάει την θερμιονική εκπομπή χαμηλώνοντας το ϕ παρατηρείται το φαινόμενο Shottky και το ρεύμα κορεσμού της λυχνίας I_s εξαρτάται από το ρυθμό της θερμιονικής

εκπομπής των ηλεκτρονίων, τη θερμοκρασία και το έργο εξόδου του μετάλλου, και υπακούει στο νόμο $Richardson-Dushman^1$

$$I_s = SA_G T^2 \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right)$$

Όπου S η διατομή της ανόδου, A_G η σταθερά εκπομπής ηλεκτρονίων. Για μεγάλες εντάσεις εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου η μείωση του ϕ (υποβοηθηση από το ηλεκτρικό πεδίο) δίνεται ως

$$\Delta \phi = \phi_{
m energy6} - \phi = \left(rac{|e|^3 E}{4\pi\epsilon_0}
ight)^{1/2}$$

1.3 Περιγραφή Πειραματικής Διάταξης

Για την εκτέλεση των πειραμάτων για την μελέτη και επαλήθευση των νόμων Richardson και Langmuir καθώς και για τον σχεδιασμό των καμπυλών $I_A=f(V_A)$ χρησιμοποιήθηκε μια λυχνία κενού με κάθοδο κατασκευασμένη από πολυκρυσταλλικό W σε σχήμα ζικ-ζακ, ένα δίσκο για εξομάλυνση και ομογενοποίηση του ηλεκτρικού πεδίου και της ανόδου η οποία έχει επίσης σχήμα δίσκου. Η θέρμανση της καθόδου γίνεται με τη βοήθεια πηγής ρεύματος I_θ της τάξης 2 - 2,5 A, το οποίο μετράμε με τη βοήθεια ενός αμπερόμετρου που είναι σε σειρά με την πηγή ρεύματος, σε θερμοκρασίες 1700 - 2100 K. Εν συνεχεία σε σειρά με την άνοδο της λυχνίας κενού έχουμε συνδέσει ένα αμπερόμετρο ακριβείας (τάξης μA) και στα άκρα της λυχνίας εφαρμόζουμε μ τάση μέσα από μ πηγή τάσης (τροφοδοτικό). Οι πηγές είναι συνδεδεμένες σε κοινή γείωση.

1.4 Μεθοδολογία Λήψης και Επεξεργασίας Μετρήσεων

Οι μετρήσεις της τάσης ανόδου V_A και του ρεύματος ανόδου I_A γίνονται από το αμπερόμετρο ακριβείας και το βολτόμετρο. Στη συνέχεια χαράσσονται γραφικές παραστάσεις των λογαρίθμων των μεγεθών που έχουν μορφή $Y=\bar{a}X+\bar{b}$ όπου οι εκτιμήτριες \bar{a},\bar{b} προσδιορίζονται με τη γραφική μέθοδο και δύο ακραίες ευθείες $Y_1=a_1X+b_1,Y_2=a_2X+b_2$ προσδιορίζουν τα σφάλματα $\delta a,\delta b$

$$\delta a = \frac{1}{2}|a_1 - a_2| \qquad \delta b = \frac{1}{2}|b_1 - b_2|$$

Οι μετρήσεις για τον πειραματκό προσδιορισμό του εκθέτη του νόμου του Langmuir χαράσσονται σε μία log-log γραφική παράσταση. Υποθέτοντας ότι ο νόμος έχει μια μορφή

$$I_A = BV^a$$

με λογαρίθμιση τον ανάγουμε στη μορφή Y = aX + b:

$$ln I_A = ln B + a ln V$$

όπου θα προσδιορίσουμε βάσει των μετρήσεων την τιμή των $a, \, \delta a.$

Για τον προσδιορισμό του έργου εξαγωγής του W με βάση το νόμο του Richardson

$$I_s = AT^2 \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right)$$

θα ληφθεί ο λογάριθμος της σχέσης

$$\ln \frac{I_s}{T^2} = \ln A - \frac{1}{T} \frac{\phi}{k}$$

 $^{^1}$ Για λόγους πληρότητας αναφέρουμε την προέλευση του νόμου των Richardson-Dushman: Έστω dn(v) ο αριθμός των ελευθέρων ηλεκτρονίων με ταχύτητες από v ώς v+dv. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων ακολουθεί την στατιστική Fermi-Dirac η οποία στο σημείο $E_F+\phi$ προσεγγίζει την κατανομή Maxwell-Boltzman $f(E)=\exp\left(-\frac{E-E_F}{kT}\right)$. Επομένως γνωρίζουμε ότι $dn(v)\propto \exp[-\phi/(kT)]$. Επομένως $I_s=\iint_S J_s dS=\iint_S \int_{|u|>\sqrt{2(E_F+\phi)/m}} ev dn(v)=\mu^\alpha T^\beta \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right)$ και η οποία τελικά μας δίνει την εξίσωση Richardson-Dushman.

θα σχεδιαστεί διάγραμμα Arhennius της εξάρτησης $\ln I_s/T^2=f(1/T)$ για τον προσδιορισμό της κλίσης με τη γραφική μέθοδο $-\frac{\phi}{k}$ και κατόπιν του έργου εξόδου του \mathbf{W} . 2

Κεφάλαιο 2

Επεξεργασία Μετρήσεων

2.1 Πειραματικός Προσδιορισμός του εκθέτη στο νόμο του Langmuir

Πειραματικές Τιμές Ελήφθησαν 8 μετρήσεις (V_A,I_A) για θερμοχρασία καθόδου 2100 Κ για τάσεις εισόδου $6\div 20$ V με βήμα 2V, που αντιστοιχούσε σε ρεύμα θέρμανσης $I_{\theta}=2,27$ Α και τάση θέρμανσης $V_{\theta}=5,65$ V . Εν συνεχεία υπολογίστηκαν οι τιμές $V_A-V_{\theta}/2$, $\ln I_A$, $\ln (V_A-V_{\theta}/2)$ και σχεδιάστηκαν σε μιλιμετρέ χαρτί (με τις ίδιες μονάδες). Οι τιμές που υπολογίστηκαν παρουσιάζονται παρακάτω (με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων για τους λογαρίθμους) 1 :

V_A (V)	$I_A (\mu A)$	V_A – $V_\theta/2$ (V)	$\ln(I_A)$	$\ln(V_A - V_\theta/2)$
$\delta V_A = 0.01 \; \mathrm{V}$	$\delta I_A = 0.1 \mu\text{A}$	$\delta(V_A-V_{ heta}/2)=0{,}01~\mathrm{V}$		
6,00	19,2	3,18	2,95	$1,16 \pm 0,01$
8,00	29,3	5,18	3,38	$1,64 \pm 0,01$
10,00	40,2	7,18	3,69	$1,97 \pm 0,01$
12,00	53,3	9,18	3,98	2,22
14,00	66,7	11,18	4,20	2,41
16,00	81,9	13,18	4,41	2,58
18,00	97,7	15,18	4,58	2,72
20,00	112,6	17,18	4,72	2,84

Πειραματικές τιμές (V_A, I_A)

Προσδιορισμός του εκθέτη a Από τη γραφική μέθοδο εξήχθησαν δύο ευθείες $\ln I_A = f(\ln(V_A - V_\theta/2))$ με κλίσεις a_1, a_2 και η εκτιμήτρια \bar{a} προσδιορίστηκε ίση με $\bar{a} = \frac{8.00}{6.00} = 1.34 \approx 1.3$. Οι ακραίες ευθείες είχαν κλίσεις $a_1 = \frac{3.00}{2.00} = 1.56$ και $a_2 = 1.08$ αντίστοιχα. Το σφάλμα ανήλθε επομένως στην τιμή $\delta a = \frac{1}{2}|a_1 - a_2| = 0.24 \approx 0.2$ και το σχετικό σφάλμα στο 15%. Άρα το τελικό αποτέλεσμα είναι για 8 μετρήσεις (με ένα² σημαντικό ψηφίο):

$$a = 1, 3 \pm 0, 2$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή 3/2 ανήχει στο διάστημα εμπιστοσύνης που έχουμε υπολογίσει. Επομένως το πείραμά μας επιβεβαίωσε την τιμή του εκθέτη στο νόμο των 3/2 που έχουμε υπολογίσει θεωρητικά.

Αίτια σφαλμάτων και αποκλίσεων Στην περίπτωση που η τιμή που βρίσκαμε είχε σημαντική απόκλιση από την αναμενόμενη τιμή 3/2 τα σφάλματα και οι αποκλίσεις θα οφείλονταν καταρχάς στα όργανα μέτρησης, στην κατάσταση της λυχνίας κενού, τυχόν ηλεκτρομαγνητικά πεδία που υφίστανται στο χώρο και υποβοηθούν το φαινόμενο, θερμικό θόρυβο, η παρουσία ψυχρών άκρων στην κάθοδο λόγω του πεπερασμένου μήκους της που δημιουργούν κατανομές θερμότητας, αποκλίσεις που οφείλονται στο τροφοδοτικό και στην ανόρθωση και εξομάλυνση των τάσεων και ρεύματος εισόδου, σφάλματα ανάγνωσης καθώς, σφάλματα στη γραφικό υπολογισμό της κλίσης της ευθείας και λοιπά τυχαία σφάλματα.

 $^{^2}$ Εναλλαχτικά κάποιος θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει ελάχιστα τετράγωνα για να προσδιορίσει την κλίση \hat{a} ως $\hat{a}=rac{[y][x^2]-[x][xy]}{n[x^2]-[x]^2}$

¹Όπου τα σφάλματα είναι αμελητέα αγνοούνται

 $^{^2}$ Αν θεωρήσουμε ότι είναι σχετικά μεγάλος ο αριθμός των 8 μετρήσεών μας και επειδή το πρώτο ψηφίο του σφάλματος είναι μικρότερο του 3 μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και δεύτερο σημαντικό ψηφίο και τότε η μέτρησή μας γίνεται $a=1,34\pm0,24$

2.2 Καταγραφή των καμπυλών $I_A=f(V_A)$ για τρεις θερμοκρασίες της καθόδου

Λήφθηκαν συνολικά 90 μετρήσεις για εύρος τάσεων $0\div300~\rm V$ με βήμα $10~\rm V$ για θερμοκρασίες $2100~\rm K$, $2050~\rm K$, $2000~\rm K$ και σχεδιάστηκαν σε μιλιμετρέ χαρτί οι πειραματικές καμπύλες I_A-V_A . Τα σφάλματα είναι $\delta I_A=0,001~\rm mA$ ενώ για την τάση εισόδου διαφοροποιούνται από 0,1 - $1\rm V$ ανάλογα με την κλίμακα του οργάνου που χρησιμοποιούσαμε. Οι μετρήσεις παρουσιάζονται παρακάτω:

	$T=2100~\mathrm{K}$	$T=2050~\mathrm{K}$	$T=2000~\mathrm{K}$
V_A (V)	$I_A \text{ (mA)}$	$I_A \text{ (mA)}$	$I_A \text{ (mA)}$
0	0,000	0,000	0,000
10	0,040	0,045	0,026
20	0,115	0,101	0,052
30	0,189	$0,\!142$	0,066
40	$0,\!260$	$0,\!163$	0,076
50	0,314	$0,\!171$	0,083
60	0,362	$0,\!186$	0,090
70	0,389	0,198	0,094
80	0,410	$0,\!207$	0,099
90	0,431	$0,\!217$	0,104
100	$0,\!450$	$0,\!226$	0,109
110	0,466	$0,\!234$	0,113
120	0,479	0,244	0,117
130	0,493	$0,\!250$	0,120
140	$0,\!506$	$0,\!254$	0,122
150	0,519	$0,\!260$	0,124
160	0,529	$0,\!265$	0,126
170	0,540	$0,\!269$	0,128
180	0,549	$0,\!272$	0,129
190	$0,\!556$	$0,\!275$	0,131
200	$0,\!563$	$0,\!278$	0,132
210	$0,\!569$	0,281	0,133
220	$0,\!574$	$0,\!283$	0,134
230	$0,\!579$	$0,\!286$	0,135
240	0,583	$0,\!288$	0,136
250	0,588	0,290	0,137
260	0,593	$0,\!292$	0,138
270	$0,\!596$	$0,\!293$	0,139
280	0,599	$0,\!295$	0,140
290	0,603	$0,\!297$	0,140
300	0,606	0,299	0,141

Μετρήσεις I_A, V_A για θερμοχρασίες 2100 K, 2050 K, 2000 K

Παρατηρούμε ότι οι καμπύλες που σχεδιάσαμε για τις τρεις θερμοκρασίες $2100~\rm K$, $2050~\rm K$ και $2000~\rm K$ δεν συμφωνούν πλήρως με την θεωρητική καμπύλη στην περιοχή των "3/2" (διαφωνούν ως προς την κυρτότητα) του εργαστηριακού οδηγού ως προς τα ποιοτικά χαρακτηριστικά (περιοχή εξάρτησης από $V^{3/2}$ και περιοχή κόρου η οποία σημειώνεται και πάνω στο διάγραμμα). Επίσης παρατηρούμε ότι **ο κορεσμός που επέρχεται δεν είναι απότομος**. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μεγάλες τάσεις ανόδου απορροφούν πλήρως, αλλά σταδιακά, το νέφος που έχει δημιουργηθεί από τα ηλεκτρικά φορτία (ελεύθερα ηλεκτρόνια) και τα εξαναγκάζει να κινηθούν προς την άνοδο. Η μικρή αυτή αύξηση οφείλεται στη μείωση του ϕ κατά $\Delta \phi$ όπως περιγράφεται στο θεωρητικό μέρος (Φαινόμενο Schottky). Στην εξίσωση Richardshon-Dushman το ϕ αντικαθίσταται από το $\phi - \Delta \phi$:

$$I = AT^2 \exp\left(-rac{\phi - \Delta \phi}{kT}
ight)$$
 όπου $\Delta \phi = \left(rac{|e|^3 E}{4\pi\epsilon_0}
ight)^{1/2}$

το οποίο είναι προφανές ότι μας δίνει μια ομαλή κλίση-ομαλό κορεσμό αφού η θερμιονική εκπομπή υποβοηθάται από πεδίο κατά τρόπο που εξαρτάται από το $E^{1/2}$. Στην κατασκευή της διάταξης, συγκεκριμένα, το ηλεκτρικό πεδίο της ανόδου δρα ανομοιόμορφα στην επιφάνεια της καθόδου, αλλά επηρεάζει εντονότερα το τμήμα της καθόδου με προσανατολισμό προς την άνοδο και λιγότερο το υπόλοιπο μέρος της. Έτσι, πρώτα έρχεται σε κορεσμό η περιοχή της καθόδου που προσανατολίζεται προς την άνοδο ύστερα το πίσω τμήμα της, με αποτέλεσμα το σταδιακό κορεσμό του ρεύματος.

2.3 Προσδιορισμός του έργου εξόδου του W με τη μέθοδο Richardson

Ελήφθησαν 9 μετρήσεις του ρεύματος κόρου I_s της λυχνίας κενού για θερμοκρασίες $2100 \div 1700~{\rm K}$ με βήμα $50~{\rm K}$ προκειμένου να πραγματοποιηθεί πειραματική εξαγωγή αποτελεσμάτων για τον υπολογισμό του έργου εξόδου του ${\rm W}$ με τη μέθοδο Richardson. Κατόπιν υπολογίστηκαν οι τιμες $1/T~(1/{\rm K})$ και $I_s/T^2~({\rm σε}~{\rm A/K}^2)$ και του $\ln(I_s/T^2)$ και παρουσιάζονται παρακάτω³

T(K)	I_s (μ A)	1/T (1/K)	$\ln(I_s/T^2)$
2100	616,0	0,000476	-22,7
2050	295,0	0,000487	-23,4
2000	138,0	0,000500	-24,0
1950	63,0	0,000513	-24,8
1900	27,0	0,000526	-25,6
1850	11,0	0,000541	-26,5
1800	4,0	0,000556	-27,4
1750	1,0	0,000571	-28,8
1700	0,6	0,000588	-29,2

Στη συνέχεια χαράχτηκε το διάγραμμα Arrhenius σε άξονες $\ln(I_s/T^2)$ και $10^5/T$ και προσδιορίστηκε γραφικά η κλίση της πειραματικής ευθείας 4 . Η κλίση αυτή (όπως προκύπτει από τη γραφική παράσταση βρέθηκε ίση με $\bar{a}=-0,599\times 10^5$ Κ επομένως η πειραματική εκτίμιση για το έργο εξόδου είναι $\bar{\phi}=-k\bar{a}=5,161\approx 5,2$ eV. Οι ακραίες ευθείες προσδιορίστηκαν με κλίσεις $a_1=-0,642\times 10^5$ Κ και $a_2=-0,560\times 10^5$ Κ επομένως το σφάλμα στη μέτρηση του έργου εξόδου ανήλθε στην τιμή $\delta\phi=\frac{k}{2}|a_2-a_1|=0,353\approx 0,4$ eV και το σχετικό σφάλμα $\sigma_{\sigma\chi}=7,6\%$. Επομένως το τελικό αποτέλεσμα για τον προσδιορισμό του έργου εξόδου του W για 9 μετρήσεις δίνεται με ένα σημαντικό ψηφίο:

$$\phi = 5, 2 \pm 0, 4 \text{ eV}$$

Η πειραματική τιμή (διάστημα εμπιστοσύνης με βαθμό εμπιστοσύνης $\gamma=0,53$) που υπολογίσαμε για το έργο εξόδου δεν συμπεριλαμβάνει την αποδεκτή τιμή $4.5~{\rm eV}$ που είναι και η αναμενόμενη τιμή για το έργο εξαγωγής του ${\rm W}^5$ (βολφραμίου). Παρόλα αυτά το πείραμά μας έδωσε αποτελέσματα σχετικά κοντά στο αναμενόμενο αποτέλεσμα.

Αίτια σφαλμάτων και αποκλίσεων Τα σφάλματα και οι αποκλίσεις οφείλονται καταρχάς στα όργανα μέτρησης, στην κατάσταση της λυχνίας κενού, τυχόν ηλεκτρομαγνητικά πεδία που υφίστανται στο χώρο και υποβοηθούν το φαινόμενο, θερμικό θόρυβο, αποκλίσεις που οφείλονται στο τροφοδοτικό και στην ανόρθωση και εξομάλυνση των τάσεων και ρεύματος εισόδου, σφάλματα ανάγνωσης και λοιπά τυχαία σφάλματα.

Αναφορές

- [1] S.O. Kasap, Αρχές Ηλεκτρονικών Υλικών και Διατάξεων, 2η Έκδοση, 2002, Εκδ. Παπασωτηρίου
- [2] Η.J. Pain, Η Φυσική των ταλαντώσεων και των κυμάτων, Εκδόσεις Συμμετρία, 1997
- [3] Thermionic Emission Lemma, Wikipedia
- [4] Schottky Effect Lemma, Wikipedia
- [5] Εργαστηριαχές Ασχήσεις Φυσιχής, Τόμος Ι, Παράγρ. Γ7, Γ4
- [6] Work Function Lemma, Wikipedia
- [7] Tungsten (W) Lemma, Wikipedia

 $^{^3}$ Με αχρίβεια ενος δεχαδιχού ψηφίου για τους λογαρίθμους (για τη χάραξη γραφιχής παράστασης)

 $^{^4}$ Η Μ.Ε.Τ. έδωσε μια τιμή $\hat{\phi}=5,2\pm0,4~{
m eV}$

 $^{^5\}Sigma$ ύμφωνα με το [7] το έργο του W κυμαίνεται από $4{,}32$ - $5{,}22~eV$