

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ



ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

(2018-2019)

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ

ΑΣΚΗΣΗ 29-ΤΟΜΟΣ II

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ ΣΤΑ ΥΓΡΑ

Ονοματεπώνυμο : Χρήστος Τσούφης

A.M. : 03117176

Ομάδα : Δ7

Αριθμός Καταλόγου: 361

Ομάδα με : Ιάσων Χατζηθεοδώρου, Θεόδωρο Χατζηγεωργίου

Διεξαγωγή άσκησης : 9/5/2019

Υπεύθυνος εργαστηρίου : Ηλίας Καρκάνης

Σκοπός

Στόχος της εργαστηριακής αυτής άσκησης είναι η μέτρηση της ταχύτητας του ήχου u στην αιθυλική αλκοόλη. Αυτή θα υπολογιστεί με τη μέθοδο ενός στάσιμου υπερηχητικού κύματος που γίνεται ορατό με οπτικές μεθόδους, καθώς επίσης και ο προσδιορισμός του συντελεστή συμπίεστότητας του υγρού.

Γενικά

Η ταχύτητα διάδοσης των διαμήκων κυμάτων u_l (σε υλικό με διαστάσεις $\gg \lambda$) προκύπτει ως εξής:

$$u_l = \sqrt{\frac{\frac{1}{k} + \frac{4}{3}G}{\rho}}, \text{ όπου } k \text{ ο συντελεστής συμπίεστότητας του υγρού, } G \text{ το μέτρο διάτμησης και } \rho \text{ η πυκνότητά του.}$$

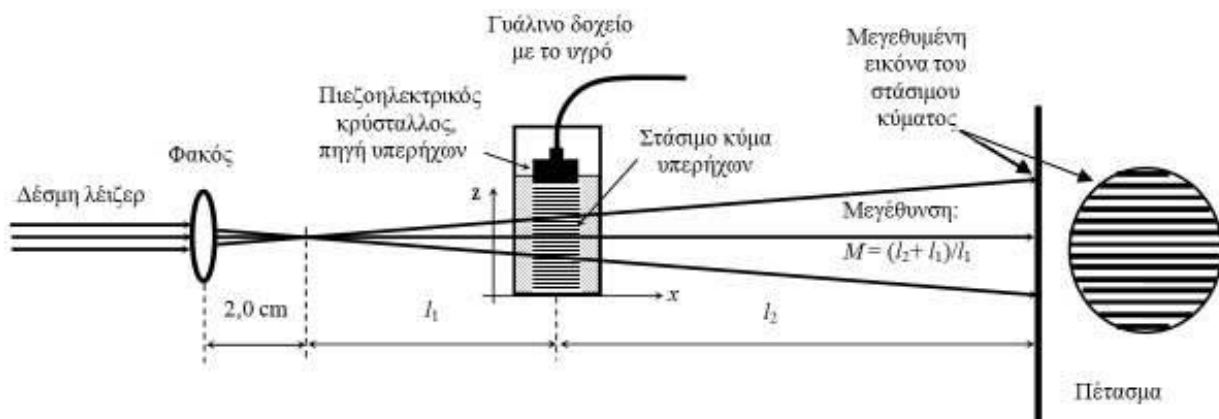
Όμοια, η ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων u_s (σε οποιοδήποτε υλικό) προκύπτει ως εξής:

$$u_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

Επειδή στα ρευστά (υγρά, αέρια) ισχύει ότι $G = 0$, ισχύει ότι σε αυτά δεν διαδίδονται τα εγκάρσια κύματα κι έτσι, η εξίσωση που προκύπτει είναι: $u = \sqrt{\frac{1}{k_{ad}\rho}}$, όπου το k_{ad} είναι ο αδιαβατικός συντελεστής συμπίεστότητας. Στην εξίσωση αυτή τόσο το k_{ad} όσο και το ρ εξαρτώνται από τη θερμοκρασία θ το οποίο συνεπάγεται ότι και η ταχύτητα του ήχου εξαρτάται από το θ . Σημειώνεται ότι η μεταβολή της ταχύτητας του ήχου ανά βαθμό Κελσίου έχει αρνητική τιμή (για αιθυλική αλκοόλη $\Delta u/\Delta\theta = -3,6 \text{ ms}^{-1}/^\circ\text{C}$) εκτός από το νερό.

Μέθοδος

Στην εργασία αυτή κάνοντας χρήση της μεθόδου του στάσιμου ηχητικού κύματος θα μετρηθεί η ταχύτητα του ήχου στην αιθυλική αλκοόλη. Παρακάτω φαίνεται η πειραματική διάταξη:



Ένα γυάλινο δοχείο είναι γεμάτο με το υγρό στο οποίο θα μετρηθεί η ταχύτητα του ήχου. Μία επίπεδη πιεζοηλεκτρική πηγή υπερήχων στέλνει ένα σχεδόν επίπεδο ηχητικό κύμα το οποίο, ανακλώμενο στον πυθμένα του δοχείου, δημιουργεί ένα στάσιμο ηχητικό πεδίο πίεσης κατά μήκος του άξονα z . Επειδή ο δείκτης διάθλασης εξαρτάται από την πίεση που ασκείται στο υγρό, θα διαμορφωθεί ελαφρώς κατά μήκος του άξονα z , ακολουθώντας την κατανομή της πίεσης μέσα στο υγρό.

Με τη βοήθεια ενός λείζερ και ενός συγκεντρωτικού φακού φωτίζεται το γυάλινο δοχείο με μια αποκλίνουσα φωτεινή δέσμη. Στο ηχητικό πεδίο υπάρχουν σημεία που δεν εκτρέπουν τις ακτίνες (κοιλίες πίεσης), οπότε αυτές συνεχίζουν την πορεία τους και αφήνουν, σε ένα πέτασμα πίσω από το δοχείο, ένα φωτεινό ίχνος με τη μεγαλύτερη λαμπρότητα. Όμως, στο ισχυρό ηχητικό πεδίο υπάρχουν και σημεία που εκτρέπουν έντονα το φως (δεσμοί πίεσης), οπότε το φωτεινό ίχνος των ακτινών που διέρχονται από τα σημεία αυτά έχει την ελάχιστη λαμπρότητα. Με τον τρόπο αυτό, το ηχητικό πεδίο μέσα στο υγρό γίνεται ορατό στο πέτασμα με τη μορφή φωτεινών και σκοτεινών κροσσών, η απόσταση μεταξύ των οποίων μπορεί εύκολα να μετρηθεί. Είναι γνωστό ότι σε ένα στάσιμο κύμα η απόσταση μεταξύ δύο δεσμών ή δύο κοιλιών, και επομένως μεταξύ δύο φωτεινών ή σκοτεινών κροσσών, ισούται με $\lambda/2$, όπου λ το μήκος κύματος του διαδιδόμενου κύματος. Έτσι, από την εικόνα στο πέτασμα υπολογίζεται η απόσταση μεταξύ δύο φωτεινών κροσσών και, επομένως, το $\lambda/2$. Επειδή είναι γνωστή και η συχνότητα f της ηχητικής πηγής, υπολογίζεται και η ταχύτητα του ήχου v μέσα στο εξεταζόμενο υγρό από τη σχέση $v = \lambda f$.

Πειραματική διάταξη

- Μια γεννήτρια υπερηχητικών συχνοτήτων (παρέχει εναλλασσόμενη υψηλή τάση συχνότητας 800 kHz και, επιπλέον, προσφέρει τη δυνατότητα ελέγχου της τιμής της τάσης εξόδου).
- Μία επίπεδη πηγή υπερήχων από χαλαζία (πιεζοκρύσταλλο) που, όταν τροφοδοτηθεί από τη γεννήτρια, παράγει υπερήχους της ίδιας συχνότητας με εκείνη της πηγής (800 kHz).
- Ένα γυάλινο δοχείο που περιέχει το υγρό στο οποίο θα μετρηθεί η ταχύτητα του ήχου. Μέσα στο υγρό αυτό δημιουργείται το στάσιμο υπερηχητικό πεδίο από την πηγή υπερήχων.
- Ένα λείζερ He-Ne ισχύος 2 – 3 mW.
- Έναν συγκεντρωτικό φακό εστιακής απόστασης $f = 2,0$ cm.
- Ένα πέτασμα από χαρτί μιλιμετρέ, πάνω στο οποίο, με τη βοήθεια του φακού, προβάλλεται η εικόνα του στάσιμου κύματος που δημιουργείται στο υγρό.
- Μια μετροταινία για τη μέτρηση των διαφορών αποστάσεων.
- Ένα θερμόμετρο για τη μέτρηση της θερμοκρασίας του υγρού.

Εκτέλεση

1^ο Πείραμα

Αριθμός φωτεινών κροσσών στο πέτασμα: $n = 18$

Απόσταση πρώτου και n-οστού κροσσού: $a = 40\text{mm}$ (με σφάλμα $\Delta a = \pm 1\text{mm}$) οπότε $a = 40\text{mm} \pm 1\text{mm}$

Θερμοκρασία αιθυλικής αλκοόλης: $\theta = 22^\circ\text{C}$

Πλάτος δοχείου(συνυπολογίζοντας και τα τοιχώματά του): $55\text{mm} \pm 1\text{mm}$

Απόσταση φακού από δεξιό άκρο δοχείου (βάσει του σχήματος της διάταξης): $380\text{mm} \pm 4\text{mm}$

Απόσταση περάσματος από δεξιό άκρο δοχείου: $710\text{mm} \pm 2\text{mm}$

2^ο Πείραμα

Αριθμός φωτεινών κροσσών στο πέτασμα: $n = 14$

Απόσταση πρώτου και n-οστού κροσσού: $a = 52\text{mm}$ (με σφάλμα $\Delta a = \pm 1\text{mm}$) οπότε $a = 52\text{mm} \pm 1\text{mm}$

Θερμοκρασία αιθυλικής αλκοόλης: $\theta = 22^\circ\text{C}$

Πλάτος δοχείου(συνυπολογίζοντας και τα τοιχώματά του): $55\text{mm} \pm 1\text{mm}$

Απόσταση φακού από δεξιό άκρο δοχείου (βάσει του σχήματος της διάταξης): $245\text{mm} \pm 4\text{mm}$

Απόσταση περάσματος από δεξιό άκρο δοχείου: $810\text{mm} \pm 2\text{mm}$

Θεωρήθηκε ότι ο χάρακας που χρησιμοποιήθηκε είχε σφάλμα $0,05\text{cm}$ στο κάθε άκρο του οπότε, όπου γινόταν μέτρηση και στα δύο άκρα, το σφάλμα ήταν ίσο με $0,1\text{cm}$.

Επεξεργασία των μετρήσεων

1. Η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών φωτεινών κροσσών στο πέτασμα είναι ίση με:

$$1^{\circ} \text{ Πείραμα: } d = \frac{a}{n-1} = \frac{40\text{mm} \pm 1\text{mm}}{18-1} = 2,35 \pm 0,05 \text{ mm}$$

$$2^{\circ} \text{ Πείραμα: } d = \frac{a}{n-1} = \frac{52\text{mm} \pm 1\text{mm}}{14-1} = 4 \pm 0,08 \text{ mm}$$

2. Η εικόνα του στάσιμου κύματος στο πέτασμα είναι $\frac{l_1 + l_2}{l_1}$ φορές μεγαλύτερη από την αληθινή εικόνα. Όπου l_1 : απόσταση φακού από κέντρο δοχείου – 20mm και l_2 : απόσταση πετάσματος από κέντρο δοχείου. Επίσης, επειδή είναι γνωστό ότι $\frac{\lambda}{2} =$ απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κροσσών, μπορεί να υπολογιστεί το μήκος κύματος λ' κι έτσι, το πραγματικό μήκος κύματος θα είναι:

$$\lambda = \frac{\lambda'}{\frac{l_1 + l_2}{l_1}}$$

Τέλος, από τη σχέση $u = \lambda \cdot f$ και με συχνότητα $f = 800\text{KHz}$ υπολογίζεται η ταχύτητα του ήχου u στο υγρό.

1^ο Πείραμα:

$$l_1 = (\text{απόσταση φακού από δεξιό άκρο δοχείου} - \frac{\text{πλάτος δοχείου}}{2}) - 20\text{mm} =$$

$$= 380\text{mm} \pm 4\text{mm} - \frac{55\text{mm} \pm 1\text{mm}}{2} - 20\text{mm} \Rightarrow l_1 = 332,5 \pm 3,5 \text{ mm}$$

$$l_2 = (\text{απόσταση πετάσματος από δεξιό άκρο δοχείου} + \frac{\text{πλάτος δοχείου}}{2}) =$$

$$= 710\text{mm} \pm 2\text{mm} + \frac{55\text{mm} \pm 1\text{mm}}{2} \Rightarrow l_2 = 737,5 \pm 2,5 \text{ mm}$$

$$\text{Οπότε } \frac{l_1 + l_2}{l_1} = \frac{332,5 \pm 3,5 \text{ mm} + 737,5 \pm 2,5 \text{ mm}}{332,5 \pm 3,5 \text{ mm}} = 3,22 \pm \delta, \text{ όπου } \delta = 3,22 \sqrt{\left(\frac{6}{1070}\right)^2 + \left(\frac{3,5}{332,5}\right)^2} = 0,04$$

$$\text{και } \frac{\lambda'}{2} = 2,35 \pm 0,05 \text{ mm} \Rightarrow \lambda' = 4,7 \pm 0,1 \text{ mm}$$

$$\text{Άρα, } \lambda = \frac{\lambda'}{\frac{l_1 + l_2}{l_1}} = \frac{4,7 \pm 0,1 \text{ mm}}{3,22 \pm 0,04 \text{ mm}} \Rightarrow \lambda = 1,46 \pm \delta\lambda, \text{ όπου } \delta\lambda = 1,46 \sqrt{\left(\frac{0,1}{4,7}\right)^2 + \left(\frac{0,04}{3,22}\right)^2} = 0,04 \text{ mm}$$

Συνεπώς, η ταχύτητα του ήχου u στο υγρό είναι:

$$u = (1,46 \pm 0,04 \text{ mm}) * (800 \text{ KHz}) = 1.168 \pm 32 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ και } \frac{\delta u}{u} = 2,7\%$$

2^ο Πείραμα:

$$l_1 = (\text{απόσταση φακού από δεξιό άκρο δοχείου} - \frac{\text{πλάτος δοχείου}}{2}) - 20\text{mm} =$$

$$= 245\text{mm} \pm 4\text{mm} - \frac{55\text{mm} \pm 1\text{mm}}{2} - 20\text{mm} \Rightarrow l_1 = 197,5 \pm 3,5 \text{ mm}$$

$$l_2 = (\text{απόσταση πετάσματος από δεξιό άκρο δοχείου} + \frac{\text{πλάτος δοχείου}}{2}) =$$

$$= 810\text{mm} \pm 2\text{mm} + \frac{55\text{mm} \pm 1\text{mm}}{2} \Rightarrow l_2 = 837,5 \pm 2,5 \text{ mm}$$

$$\text{Οπότε } \frac{l_1 + l_2}{l_1} = \frac{197,5 \pm 3,5 \text{ mm} + 837,5 \pm 2,5 \text{ mm}}{197,5 \pm 3,5 \text{ mm}} = 5,24 \pm \delta, \text{ όπου } \delta = 5,24 \sqrt{\left(\frac{6}{1035}\right)^2 + \left(\frac{3,5}{197,5}\right)^2} = 0,10$$

$$\text{και } \frac{\lambda'}{2} = 4 \pm 0,08 \text{ mm} \Rightarrow \lambda' = 8 \pm 0,16 \text{ mm}$$

$$\text{Άρα, } \lambda = \frac{\lambda'}{\frac{l_1 + l_2}{l_1}} = \frac{8 \pm 0,16 \text{ mm}}{5,24 \pm 0,10 \text{ mm}} \Rightarrow \lambda = 1,53 \pm \delta\lambda, \text{ όπου } \delta\lambda = 1,53 \sqrt{\left(\frac{0,1}{8}\right)^2 + \left(\frac{0,04}{5,24}\right)^2} = 0,04 \text{ mm}$$

Συνεπώς, η ταχύτητα του ήχου u στο υγρό είναι:

$$u = (1,53 \pm 0,04 \text{ mm}) * (800 \text{ KHz}) = 1.224 \pm 32 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ και } \frac{\delta u}{u} = 3\%$$

3. Η τιμή της ταχύτητας του ήχου στην αιθυλική αλκοόλη, σύμφωνα με την βιβλιογραφία (https://www.engineeringtoolbox.com/sound-speed-liquids-d_715.html) είναι $u = 1.144 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ σε θερμοκρασία 25°C.

Το πείραμα όμως διεξήχθη σε θερμοκρασία 22°C και για αυτό το λόγο θα γίνει μετατροπή της ταχύτητας u στην επιθυμητή θερμοκρασία ως εξής:

$$\frac{\Delta u}{\Delta \theta} = -3,6 \Rightarrow \frac{u - u_{\theta_{\text{εωρ}}}}{25 - 22} = -3,6 \Rightarrow \frac{1.144 - u_{\theta_{\text{εωρ}}}}{3} = -3,6 \Rightarrow u_{\theta_{\text{εωρ}}} = 3,6 * 3 + 1.144 \Rightarrow u_{\theta_{\text{εωρ}}} = 1.154,8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Παρατήρηση: Υπάρχει μια απόκλιση μεταξύ των πειραματικών και των θεωρητικών τιμών η οποία όμως είναι αποδεκτή επειδή είναι εντός του ορίου σφάλματος.

4. Για τον υπολογισμό του αδιαβατικού συντελεστή συμπιεστότητας k_{ad} της αιθυλικής αλκοόλης γίνεται χρήση του τύπου:

$$u = \sqrt{\frac{1}{k_{ad} \cdot \rho}} \Rightarrow k_{ad} = \frac{1}{u^2 \cdot \rho}$$

Και είναι γνωστό ότι η πυκνότητα ρ της αιθυλικής αλκοόλης είναι:

$$\rho = 0,78945 \frac{g}{cm^3} = 789,45 \frac{kg}{cm^3} \text{ στους } 20^\circ C.$$

(<https://sciencestruck.com/density-of-ethanol>)

1^ο Πείραμα:

$$\frac{\Delta u}{\Delta \theta} = -3,6 \Rightarrow \frac{u-u'}{22-20} = -3,6 \Rightarrow \frac{1.168-u'}{2} = -3,6 \Rightarrow u' = 3,6 \cdot 2 + 1.168 \Rightarrow u' = 1.175,2 \pm 32 \frac{m}{sec}$$

$$\text{Άρα, } k_{ad} = \frac{1}{u^2 \cdot \rho} = k_{ad} = \frac{1}{(1.175,2 \pm 32)^2 \cdot 789,45} \Rightarrow k_{ad} = (9,17 \pm 0,5) \cdot 10^{-10} Pa^{-1}.$$

2^ο Πείραμα:

$$\frac{\Delta u}{\Delta \theta} = -3,6 \Rightarrow \frac{u-u'}{22-20} = -3,6 \Rightarrow \frac{1.224-u'}{2} = -3,6 \Rightarrow u' = 3,6 \cdot 2 + 1.224 \Rightarrow u' = 1.231,2 \pm 32 \frac{m}{sec}$$

$$\text{Άρα, } k_{ad} = \frac{1}{u^2 \cdot \rho} = k_{ad} = \frac{1}{(1.231,2 \pm 32)^2 \cdot 789,45} \Rightarrow k_{ad} = (8,36 \pm 0,43) \cdot 10^{-10} Pa^{-1}.$$

Ο αδιαβατικός συντελεστής συμπιεστότητας της αιθυλικής αλκοόλης σε θερμοκρασία $\theta = 20^\circ C$, σύμφωνα με την βιβλιογραφία είναι:

$$k_{ad} = 9,4726 \cdot 10^{-10} Pa^{-1}.$$

(<https://chemistry.stackexchange.com/questions/66229/adiabatic-compressibility-factor-of-ethyl-alcohol/66235>)

Παρατήρηση: Οι πειραματικές τιμές στα δύο πειράματα είναι ίδιας τάξης με τη θεωρητική τιμή, με μια απόκλιση. Στο 1^ο Πείραμα η απόκλιση καλύπτεται από το διάστημα σφάλματος κι έτσι υπολογίζεται καλύτερα η θεωρητική τιμή, ενώ στο 2^ο Πείραμα δεν καλύπτεται, γεγονός που οφείλεται στην πιθανόν εσφαλμένη μέτρηση των μεγεθών.

