

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ
(4^ο Εξάμηνο, Εαρινό 2019)

Άσκηση 1.

Χρησιμοποιώντας το σήμα πληροφορίας $m(t) = \frac{1}{1+t^2}$ βρείτε τις διαμορφωμένες κυματομορφές και τους αντίστοιχους συντελεστές ευαισθησίας πλάτους K_a για τις παρακάτω μεθόδους διαμόρφωσης:

- (α) Διαμόρφωση πλάτους με 45% διαμόρφωση.
- (β) Διαμόρφωση απλής πλευρικής ζώνης με μεταδιδόμενη μόνο την άνω πλευρική ζώνη.

Άσκηση 2.

Σήμα πληροφορίας $m(t) = \cos(600\pi t) + 200\text{sinc}(400\pi t)$ υφίσταται διαμόρφωση κατά πλάτος διπλής πλευρικής ζώνης με καταπιεσμένο φέρον (DSBSC) με φέρον $c(t) = A \cdot \cos(2\pi f_c t)$. Ακολουθώς, το διαμορφωμένο σήμα $s(t) = m(t) \cdot c(t)$ διέρχεται από μη γραμμική διάταξη, στην έξοδο της οποίας λαμβάνεται σήμα $y(t) = [s(t)]^2$. Εάν η συχνότητα φέροντος είναι πολύ μεγαλύτερη του εύρους ζώνης του σήματος πληροφορίας, ζητείται να εκτελέσετε τα ακόλουθα:

- (α) Να υπολογιστούν αναλυτικά τα σήματα $s(t)$ και $y(t)$.
- (β) Να υπολογιστούν αναλυτικά και να σχεδιαστούν γραφικά οι μετασχηματισμοί Fourier $M(f)$, $S(f)$ και $Y(f)$ των σημάτων $m(t)$, $s(t)$ και $y(t)$.
- (γ) Να υπολογιστεί η ισχύς των σημάτων $m(t)$, $s(t)$ και $y(t)$.
- (δ) Να υπολογιστεί η ελάχιστη τιμή f_c^{\min} της συχνότητας φέροντος f_c , η οποία επιτρέπει την ανακατασκευή τυχαιού σήματος πληροφορίας $m(t)$ εύρους ζώνης W από την έξοδο $y(t)$ της μελετώμενης διάταξης.
- (ε) Εάν $f_c > f_c^{\min}$, σχεδιάστε διάταξη ανακατασκευής τυχαιού σήματος πληροφορίας $m(t)$ εύρους ζώνης W από την έξοδο $y(t)$.
- (στ) Ποιες είναι οι προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν, ώστε από την έξοδο $y(t)$ να μπορούμε να παράγουμε με απλά στοιχεία διαμορφωμένα σήματα DSBFC ($s_1(t)$), DSBSC ($s_2(t)$) και SSB με διέλευση κάτω πλευρικής ζώνης ($s_3(t)$) τυχαιού σήματος πληροφορίας $m(t)$ εύρους ζώνης W για συχνότητα φέροντος f_c ; Να σχεδιαστούν παραδείγματα τέτοιων διατάξεων.

Άσκηση 3.

Να υπολογιστούν αναλυτικά και να σχεδιαστούν γραφικά τα φάσματα $G_1(f)$, $G_2(f)$ και $G_3(f)$ των παρακάτω τριών σημάτων. Ειδικά για το $g_2(t)$, να γίνει επιπλέον σχεδιασμός του σήματος στο πεδίο του χρόνου.

(α) $g_1(t) = t \cdot \exp(j5\pi|t|)$

(β) $g_2(t) = \begin{cases} -2, & -3 \leq t \leq -1 \\ t, & -1 \leq t \leq 1 \\ 2, & 1 \leq t \leq 3 \end{cases}$ για $|t| \leq 3$ και $g_2(t+6k) = g_2(t)$ για κάθε $k \in \mathbb{Z}$.

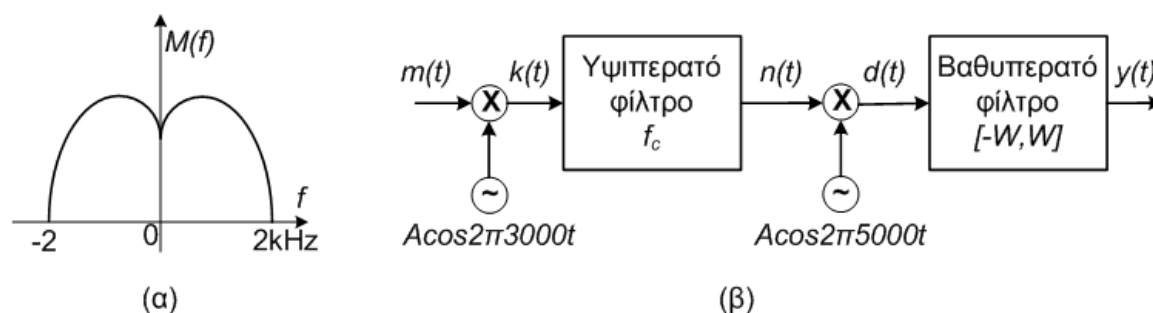
(γ) $g_3(t) = \int_{-t}^t [\text{sinc}(8\tau)]^2 d\tau$

Άσκηση 4.

Το σήμα $m(t)$ έχει μετασχηματισμό Fourier, όπως δίνεται στο ακόλουθο σχήμα 1 (α). Το σήμα αυτό εφαρμόζεται ως είσοδος στο σύστημα του σχήματος 1 (β), ώστε τελικά να παραχθεί το σήμα $y(t)$. Η συχνότητα αποκοπής του υπερπαρατό φίλτρου είναι $f_c = 3\text{kHz}$ και το εύρος ζώνης του βαθυπαρατό φίλτρου είναι: $W=2\text{kHz}$.

(α) Να σχεδιάσετε εποπτικά το μετασχηματισμό Fourier $K(f)$, $N(f)$, $D(f)$ και $Y(f)$ των σημάτων $k(t)$, $n(t)$, $d(t)$ και $y(t)$ αντίστοιχα.

(β) Δείξτε και εξηγήστε ότι αν μεταδοθεί το σήμα $y(t)$, ο δέκτης μπορεί να το τροφοδοτήσει σε ένα αντίγραφο του συστήματος του σχήματος 1 (β) για να ξαναπάρει το αρχικό σήμα $m(t)$.



Σχήμα 1

Άσκηση 5.

Θεωρείστε τις ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές x_1, x_2, x_3, \dots , καθεμία με ομοιόμορφη κατανομή μεταξύ $(-1, 1)$.

(α) Βρείτε την μέση τιμή και την διασπορά της $x = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6}$

(β) Ποια είναι η πιθανότητα $P[x < 1]$;

Άσκηση 6.

Θεωρείστε στοχαστική ανέλιξη $X(t)$ που ορίζεται με ενιαία τιμή ανά δείγμα χρονικής εξέλιξης $X(t) = x, \forall t$. Η x παίρνει τυχαίες τιμές με ομοιόμορφη κατανομή μεταξύ $[-1, 1]$.

Βρείτε τις $E[X(t)]$, $\sigma_{X(t)}^2$ και την αυτοσυσχέτιση $R_x(t_1, t_2)$

Άσκηση 7.

Θεωρείστε στοχαστική ανέλιξη $X(t)$ σταθερού πλάτους $A=3$ για κάθε χρονική στιγμή t μεταξύ $t_1=T$ και $t_2=T+2$, και μηδενικού πλάτους για κάθε άλλη χρονική στιγμή t εκτός του διαστήματος $[t_1, t_2]$. Το T που καθορίζει τη στιγμή έναρξης του παλμού είναι τυχαία μεταβλητή ομοιόμορφα κατανομημένη στο διάστημα $[0,2]$. Ζητούνται τα ακόλουθα:

(α) Να υπολογιστεί αναλυτικά η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας $P[X(t) \leq x]$.

(β) Να υπολογιστεί αναλυτικά η μέση τιμή της $X(t)$.

(γ) Να διερευνηθεί η στατικότητα της $X(t)$.

Άσκηση 8.

Μια στατική στοχαστική διαδικασία $X(t)$ μηδενικής μέσης τιμής, εφαρμόζεται σε ένα γραμμικό φίλτρο του οποίου η κρουστική απόκριση δίνεται από την παρακάτω περιορισμένη εκθετική συνάρτηση:

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-0.5t}, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Βρείτε την πυκνότητα φάσματος ισχύος $S_Y(f)$ της εξόδου $Y(t)$ του φίλτρου, συναρτήσει της πυκνότητας φάσματος ισχύος $S_X(f)$ της εισόδου $X(t)$ του φίλτρου.

Άσκηση 9.

Έστω θόρυβος Gauss στενής ζώνης $n(t) = n_I(t) \cos(2\pi f_c t) - n_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$ με

Πυκνότητα Φάσματος Ισχύος (Power Spectral Density) $S_N(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2}, & |f - f_c| \leq B \\ 0, & |f - f_c| > B \end{cases}$, $B < f_c$.

Βρείτε την Πυκνότητα Φάσματος Ισχύος της $X(t) = \cos \theta n_I(t) + \sin \theta n_Q(t)$ όπου θ σταθερή (μη τυχαία) γωνία.

Οδηγίες για την επίλυση και την παράδοση των ασκήσεων:

- Οι ασκήσεις παραδίδονται χειρόγραφες στα γραφεία ή τις θυρίδες των διδασκόντων.
- Η προθεσμία παράδοσης είναι η παραμονή της γραπτής εξέτασης του μαθήματος.
- Το σύνολο των ασκήσεων μετράει προσθετικά έως 10% στον τελικό βαθμό.