

ΕΜΠ / ΣΗΜΜΥ / Καθ. Ι.Λ. Τσαλαμέγκας
ΠΡΩΤΗ ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΑ ΗΜ ΠΕΔΙΑ Β

1η άσκηση

1) Να βρεθεί ποιά από τις διανυσματικές συναρτήσεις

α) $\vec{E} = k(xy\hat{x} + 2yz\hat{y} + 3xz\hat{z})$

β) $\vec{E} = k[y^2\hat{x} + (2xy + z^2)\hat{y} + 2yz\hat{z}]$

μπορεί να αναπαραστήσει την ένταση ηλεκτροστατικού πεδίου.

2) Για το ηλεκτροστατικό αυτό πεδίο να βρεθεί με δύο τρόπους η συνάρτηση δυναμικού $\Phi(x, y, z)$ αν η αναφορά των δυναμικών βρίσκεται στην αρχή $O(0, 0, 0)$. [Υπόδειξη:

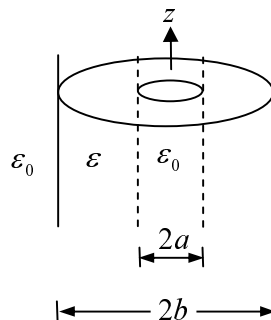
1ος τρόπος: Χρησιμοποιήστε τον τύπο $\Phi(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_{αναφ}} \vec{E} \cdot d\vec{r}$ με κατάλληλη επιλογή του δρόμου ολοκλήρωσης από τη θέση \vec{r} μέχρι την $\vec{r}_{αναφ}$.

2ος τρόπος: Με χρήση του τύπου $\vec{E} = -\nabla\Phi$ προκύπτουν οι διαφορικές εξισώσεις:

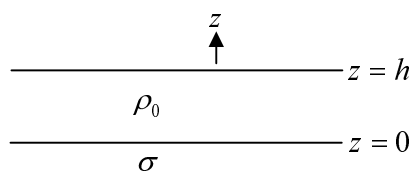
$$E_x = -\partial\Phi / \partial x, \quad E_y = -\partial\Phi / \partial y, \quad E_z = -\partial\Phi / \partial z$$

από τις οποίες με ολοκλήρωση προκύπτει η έκφραση της $\Phi(x, y, z)$.]

2η άσκηση: Η απέραντη ως προς z κυλινδρική διάταξη του σχήματος φέρει χωρικό ηλεκτρικό φορτίο σταθερής πυκνότητας ρ_0 στην περιοχή $a < r < b$, η οποία έχει διηλεκτρική σταθερά ϵ . Οι άλλες περιοχές πληρούνται με αέρα (ϵ_0). Με την αναφορά των δυναμικών στην επιφάνεια $r = b$, να βρεθεί η συνάρτηση δυναμικού σε κάθε περιοχή του χώρου. Η απάντηση να δοθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους.



3η άσκηση: Η επίπεδη διάταξη του σχήματος φέρει επιφανειακό φορτίο σταθερής πυκνότητας σ στην επιφάνεια $z = 0$ και χωρικό φορτίο σταθερής πυκνότητας ρ_0 στην περιοχή $0 < z < h$. Η διηλεκτρική σταθερά είναι ϵ παντού. Να βρεθεί και με τους τρεις γνωστούς τρόπους η συνάρτηση δυναμικού παντού στον χώρο. Η αναφορά των δυναμικών βρίσκεται στην επιφάνεια $z = h$. (Το γραμμικό αλγεβρικό σύστημα που θα βρείτε σε κάποιον από τους τρεις τρόπους δεν χρειάζεται να λυθεί.)



4η άσκηση: Στη σφαιρική διάταξη του σχήματος, η σφαίρα ακτίνας a είναι αγωγίμη και έχει δυναμικό $\Phi = V$. Ο σφαιρικός φλοιός $a < r < b$ έχει διηλεκτρική σταθερά ε και ο υπόλοιπος χώρος είναι αέρας (ε_0). Να βρεθεί α) η συνάρτηση δυναμικού σε κάθε περιοχή του χώρου και β) το συνολικό φορτίο της αγωγίμης σφαίρας. Η λύση να δοθεί με δύο τουλάχιστον από τους τρεις γνωστούς τρόπους. (Η αναφορά των δυναμικών να ληφθεί στο άπειρο. Αλγεβρικές πράξεις, π.χ. επίλυση γραμμικών συστημάτων που ενδεχομένως προκύπτουν σε κάποιον από τους τρόπους, δεν χρειάζεται να εκτελεστούν.)

