



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Ηλεκτρ. Μηχ/κών και Μηχ/κών Υπολογιστών  
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής  
Εργαστήριο Ρομποτικής & Αυτοματισμού

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

## Άσκηση 2. Έλεγχος Pendubot

**Υπεύθυνος Εργαστηρίου:** Κ. Τζαφέστας / ([ktzaf@cs.ntua.gr](mailto:ktzaf@cs.ntua.gr))  
**Μεταπτυχιακός Συνεργάτης:** Γ. Θανέλλας / ([gthanellas@mail.ntua.gr](mailto:gthanellas@mail.ntua.gr))

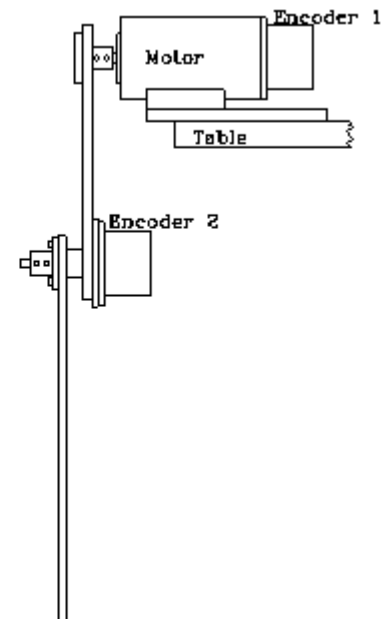
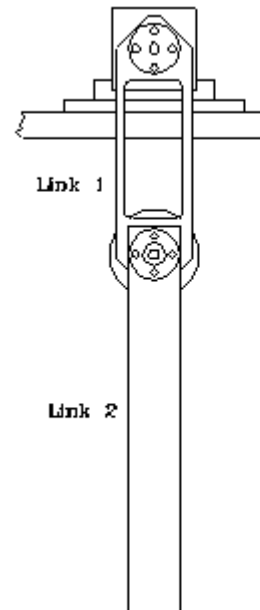
# Στόχοι Εργαστηρίου

- Εξοικείωση με την πειραματική ρύθμιση ενός ελεγκτή PD.
- Κατανόηση της επίδρασης συγκεκριμένων χαρακτηριστικών του δυναμικού ρομποτικού μοντέλου στον ελεγκτή PD.
- Υλοποίηση ενός ελεγκτή ο οποίος θα συμπεριλαμβάνει μη γραμμικούς όρους βασισμένους στο δυναμικό ρομποτικό μοντέλο.
- Πειραματισμός με τη λειτουργία ενός πλήρους μη γραμμικού ελεγκτή (δύο φάσεων).



# Πειραματική Διάταξη/1

- Ανάστροφο Εκκρεμές (pendubot)



# Πειραματική Διάταξη/2

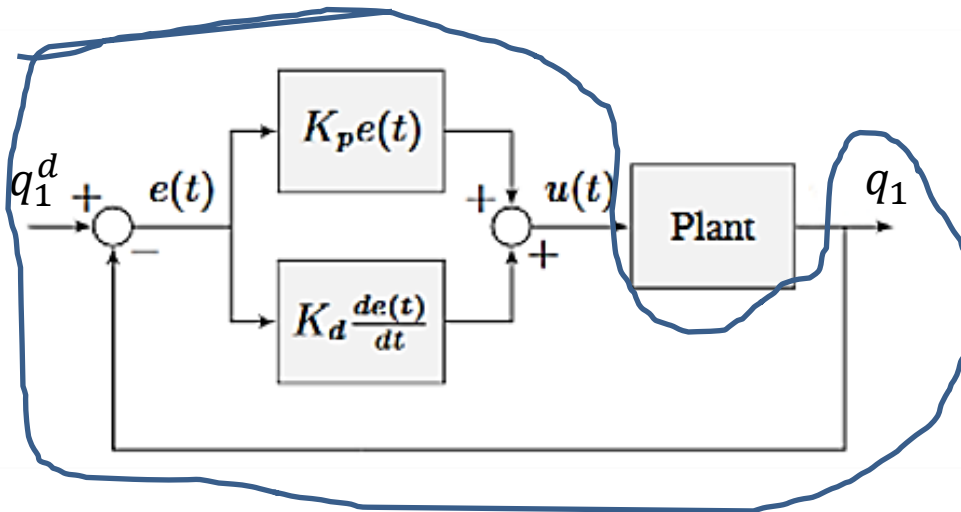
- Ανάστροφο Εκκρεμές (pendubot)



# PD Έλεγχος

- Η συνάρτηση ελέγχου δίνεται από την σχέση:

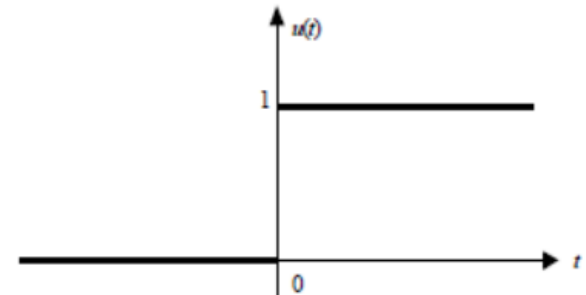
$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt}$$



$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$e(t) = (q_1^d - q_1)$$

$$\frac{de(t)}{dt} = (q_1^{d'} - q_1')$$



# Χαρακτηριστικά Απόκρισης

- Μεταβατική
  - Μέγιστη Υπερύψωση (overshoot) :  $\frac{q_1^{max} - q_1^d}{q_1^d} \%$
  - Χρόνος Ανύψωσης (rise time) : 10%-->90% της τελικής τιμής
- Μόνιμη
  - Σφάλμα μόνιμης κατάστασης :  $e_{ss}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{A}{1+k_p}$



# Πειραματική Ρύθμιση Ελεγκτή PD

Στόχος:  $q_{1d}(t) = 30^\circ, t \geq 0$

$K_p$	$K_d$	$e_{ss}$	$t_{rise}$ (s)	Overshoot (rad)
1	0			
	0.15			
	....			

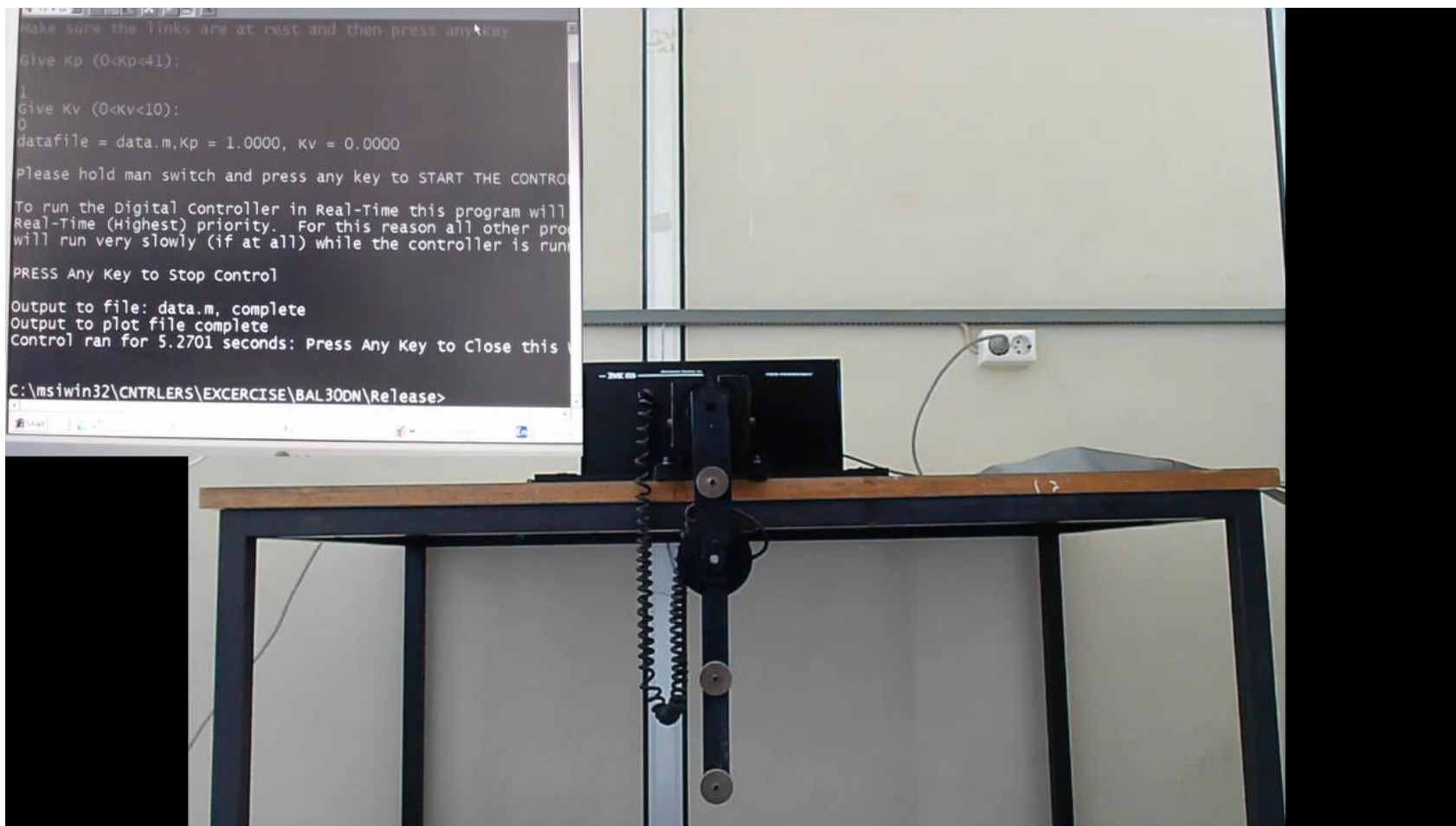


# Πείραμα 1





# Πείραμα 2



# Πείραμα 3



# Κρίσιμη απόσβεση ( $\zeta$ )

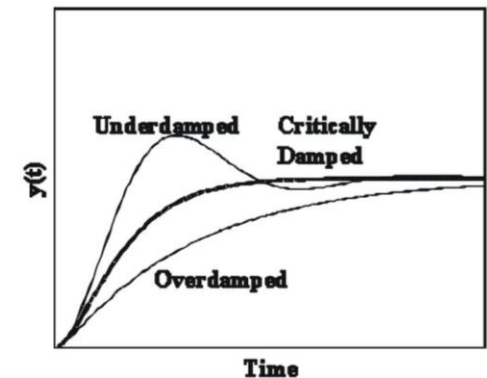
- Η τυπική συνάρτηση μεταφοράς ενός συστήματος δεύτερης τάξης:

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2}$$

- Οι ρίζες του χαρακτηριστικής εξίσωσης (πόλοι) ορίζουν την ευστάθεια:

Συντελεστής απόσβεσης	Ρίζες χαρακτηρ. εξίσωσης	Φαινόμενο
$0 < \zeta < 1$	$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n(1-\zeta^2)^{1/2}$	Υποαπόσβεση
$\zeta = 1$	$s_{1,2} = -\omega_n$	Κρίσιμη απόσβεση
$\zeta > 1$	$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n(\zeta^2 - 1)^{1/2}$	Υπεραπόσβεση
$\zeta = 0$	$s_{1,2} = \pm j\omega_n$	Συντηρούμενη ταλάντωση
$\zeta < 0$	$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n(1-\zeta^2)^{1/2}$	Αρνητική απόσβεση

Underdamped vs Overdamped

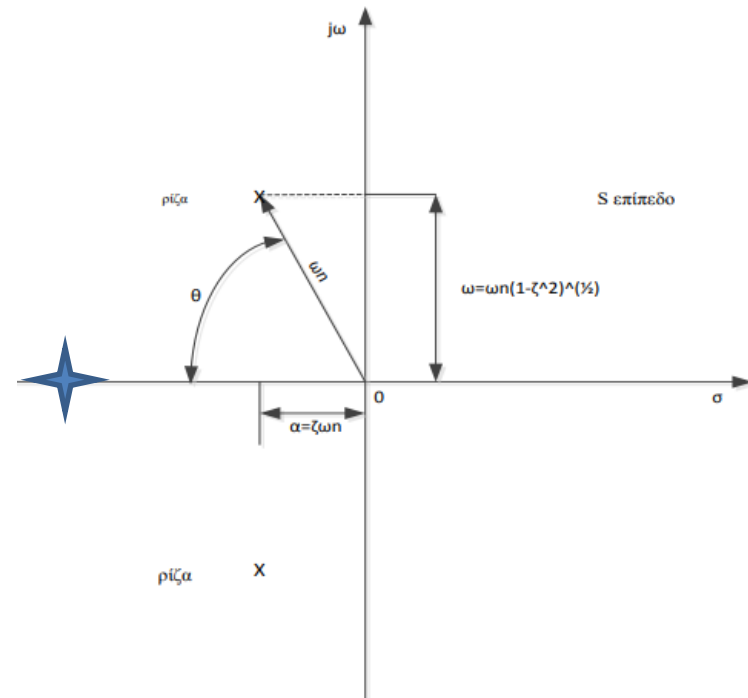


# Κρίσιμη απόσβεση ( $\zeta$ )

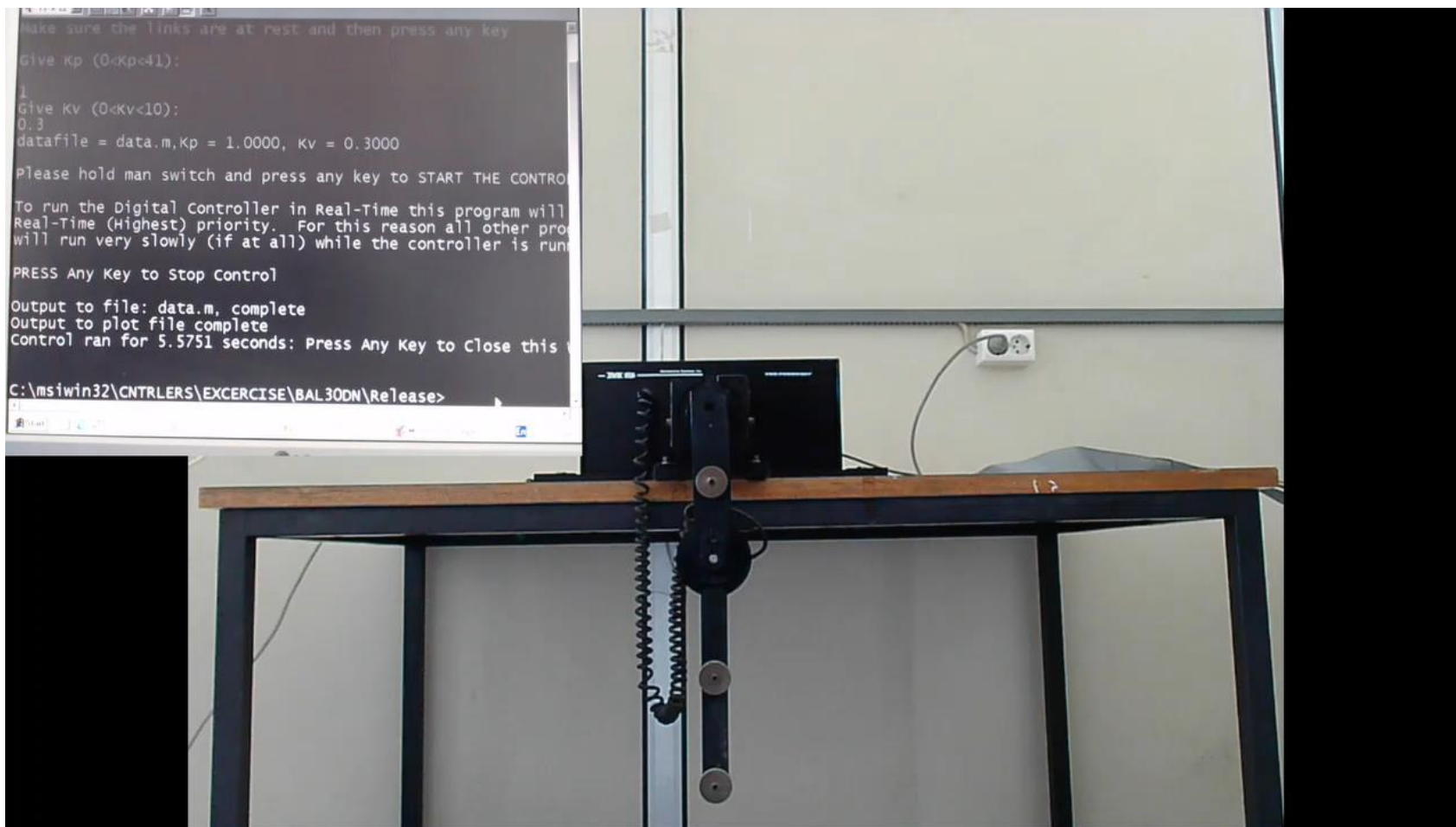
- Η τυπική συνάρτηση μεταφοράς ενός συστήματος δεύτερης τάξης:

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2}$$

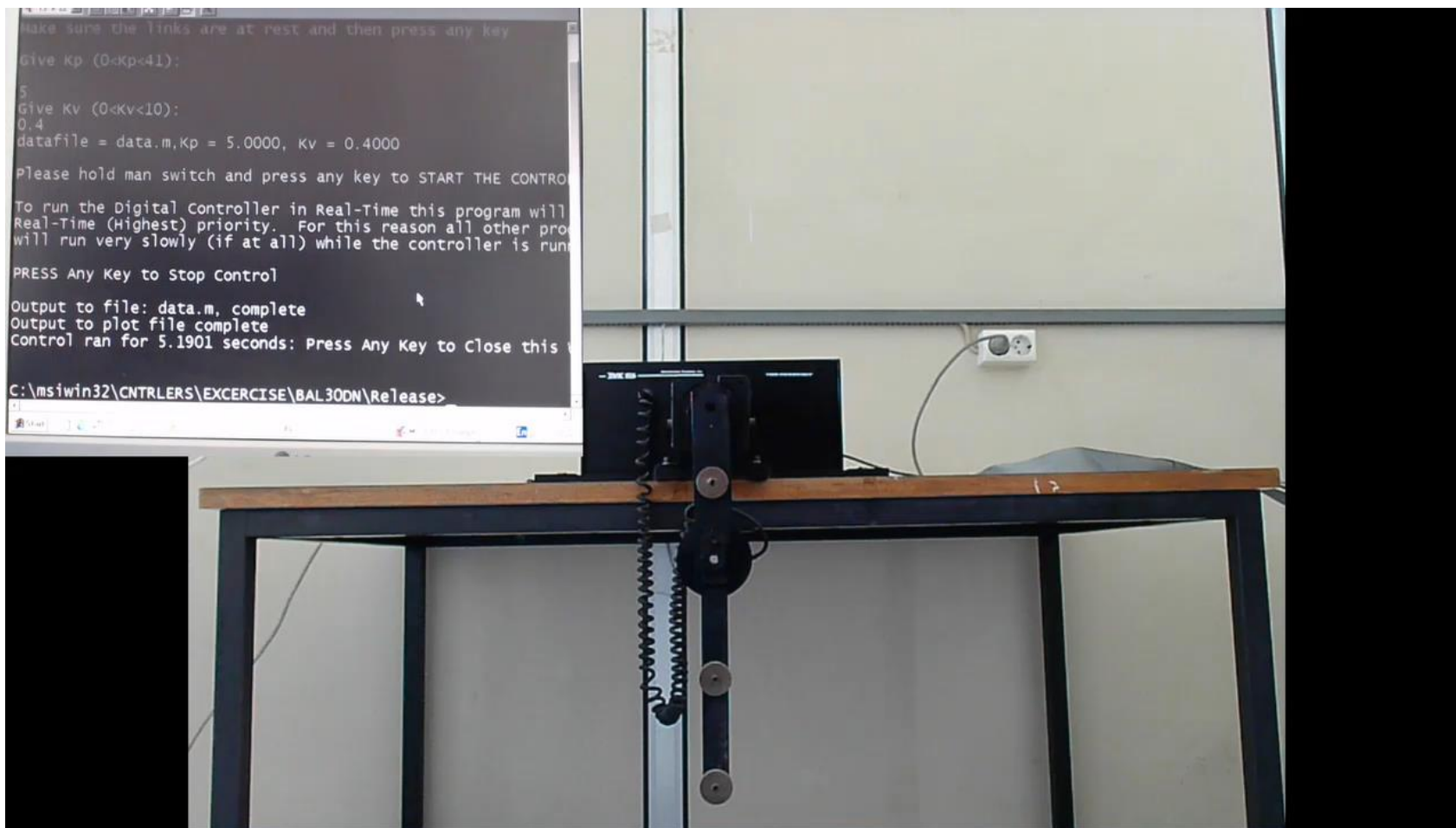
- Οι ρίζες του χαρακτηριστικής εξίσωσης (πόλοι) ορίζουν την ευστάθεια:



# Πείραμα 4



# Πείραμα 5



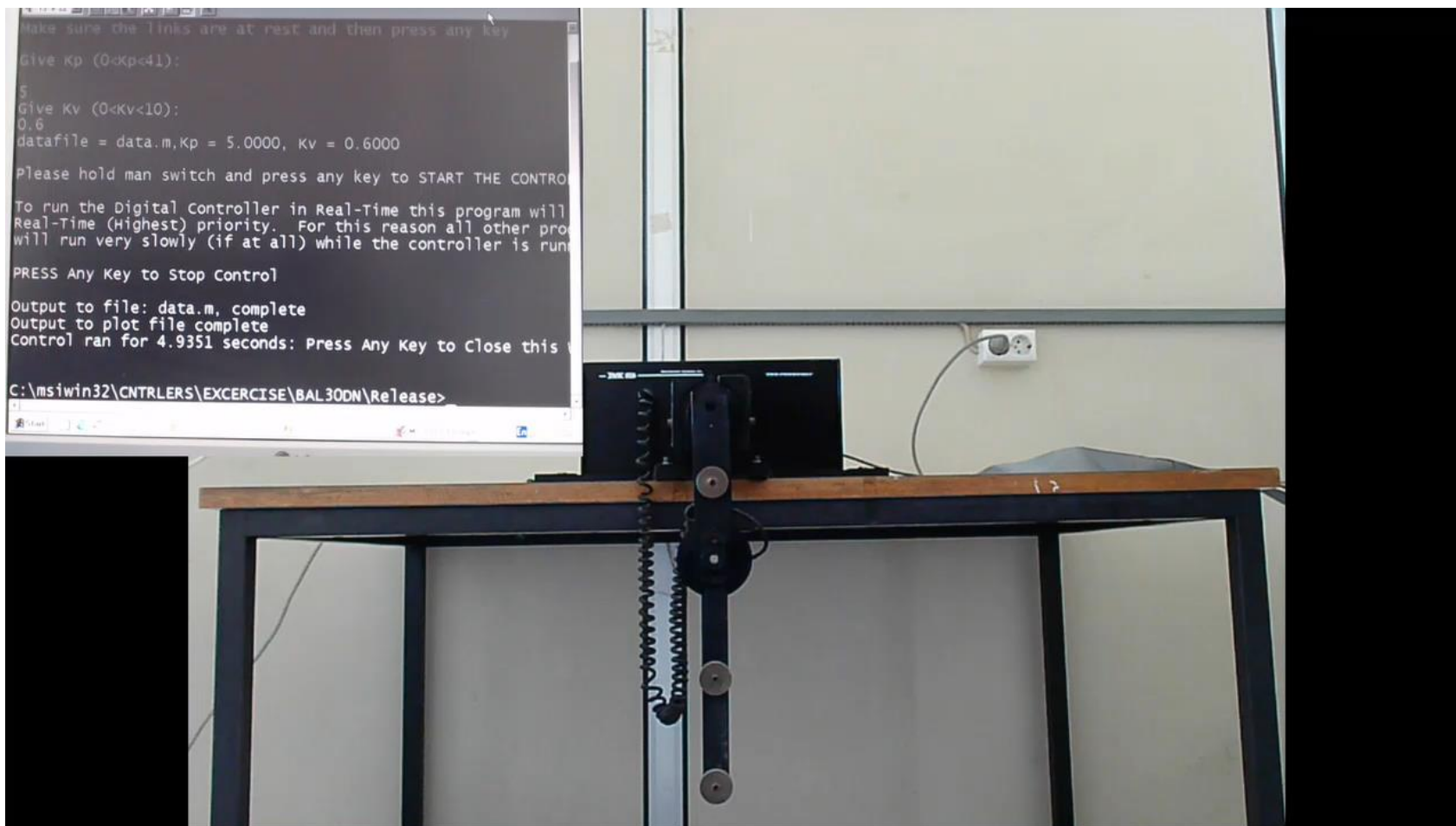
# Quiz #1



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Ηλεκτρ. Μηχ/κών και Μηχ/κών Υπολογιστών  
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής  
Εργαστήριο Ρομποτικής & Αυτοματισμού

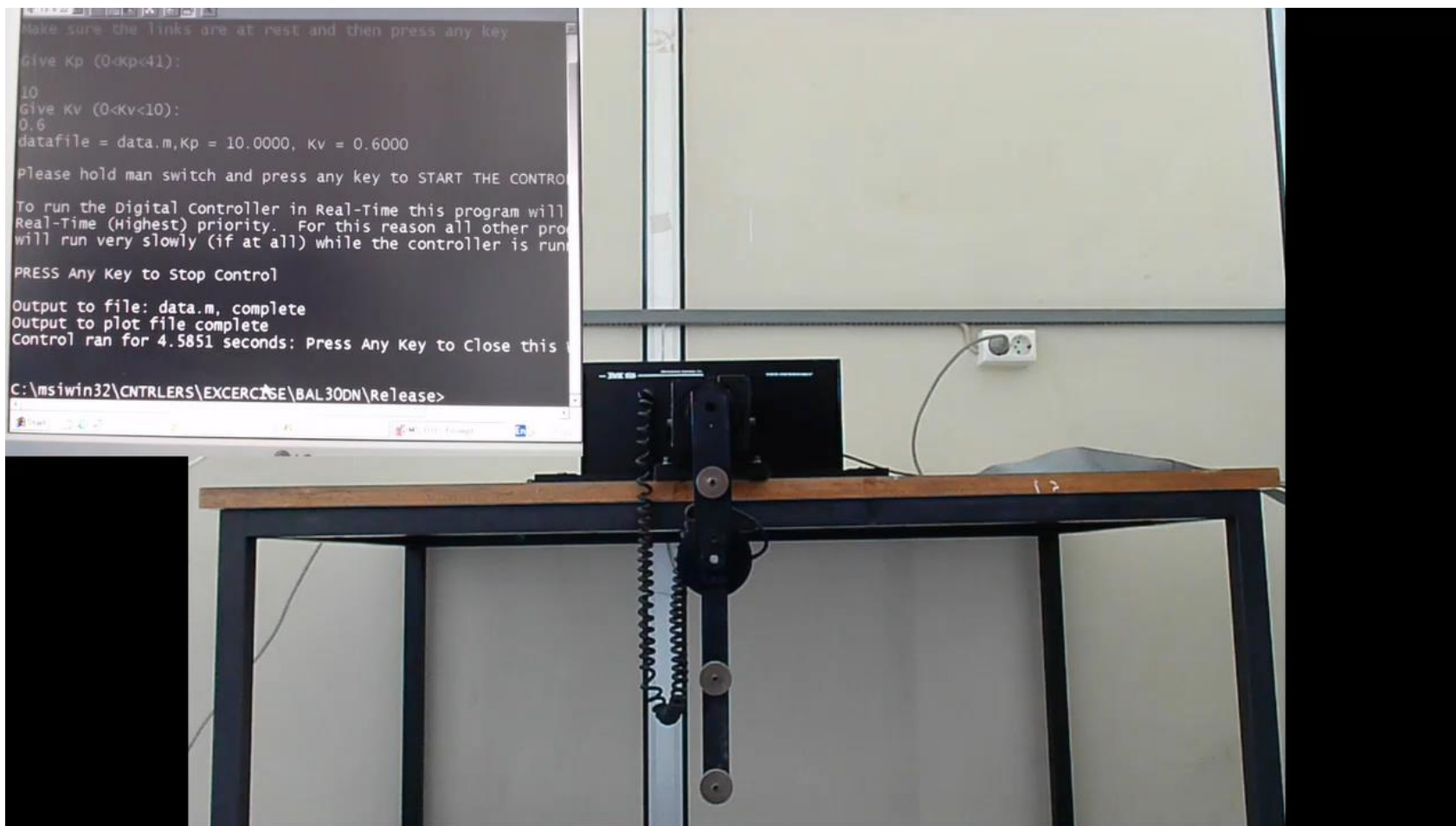


# Πείραμα 6

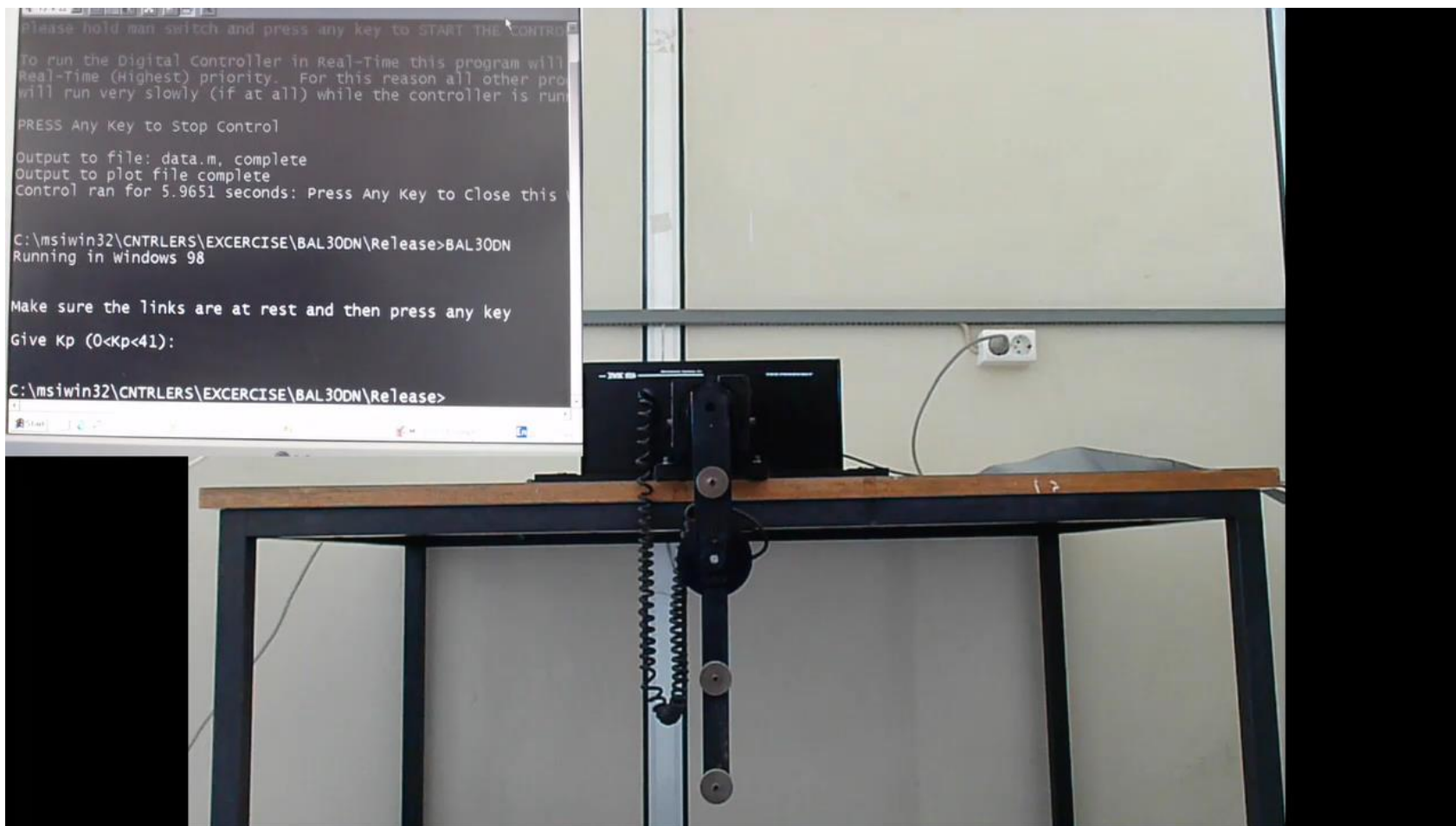




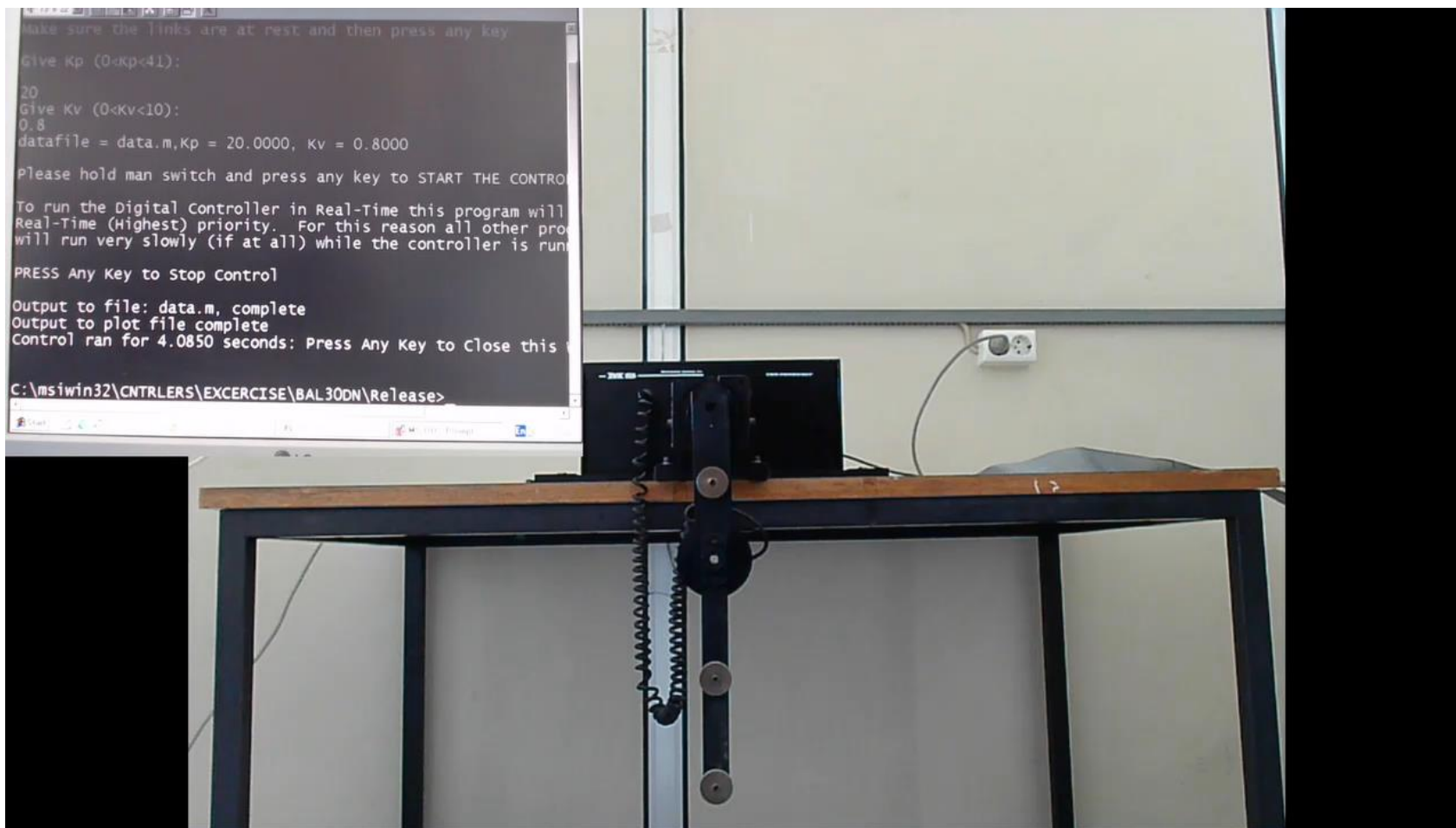
# Πείραμα 7



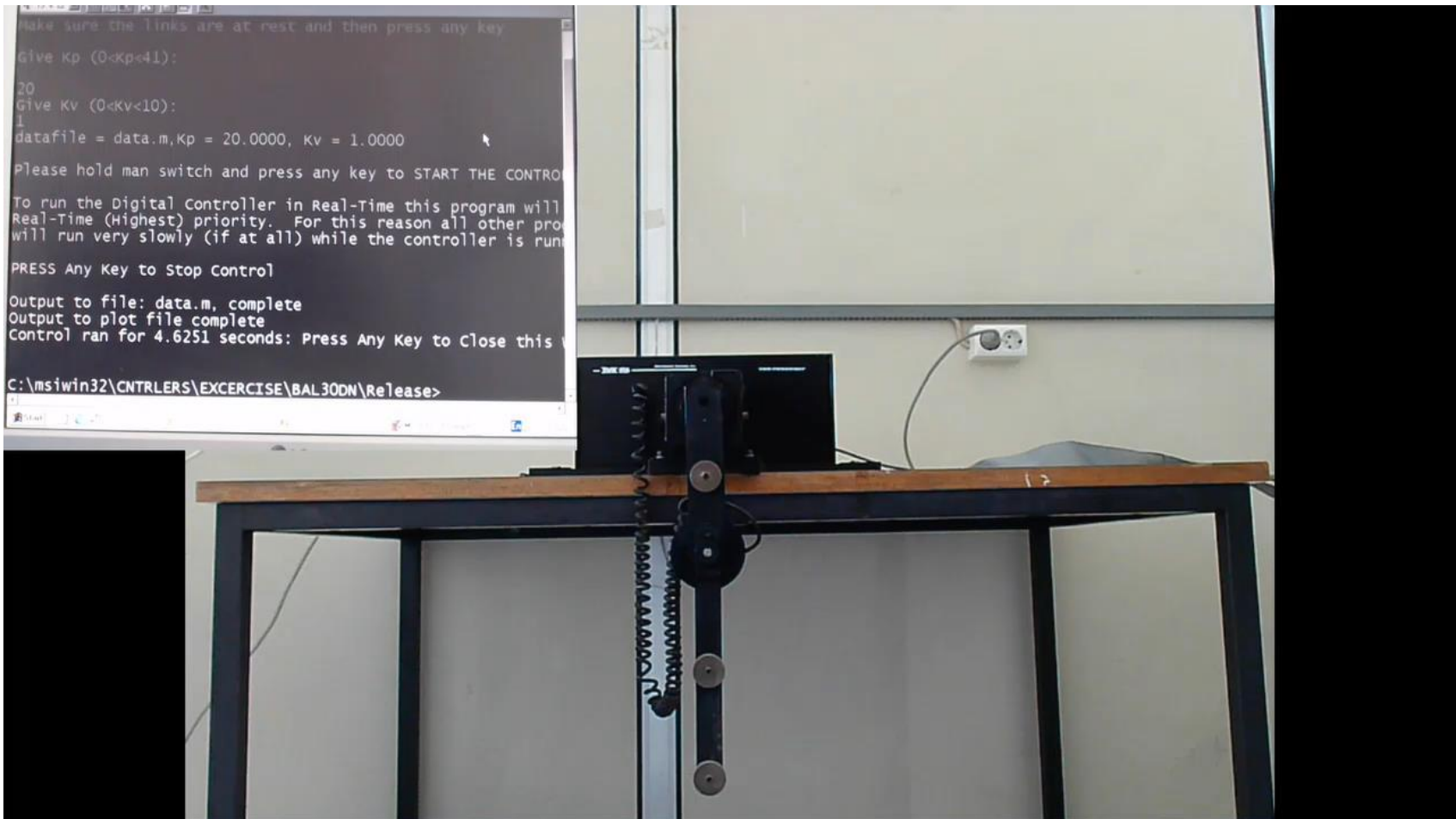
# Πείραμα 8



# Πείραμα 9



# Πείραμα 10



# Quiz #2



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Ηλεκτρ. Μηχ/κών και Μηχ/κών Υπολογιστών  
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής  
Εργαστήριο Ρομποτικής & Αυτοματισμού

# Magic Force???



# Αντιστάθμιση Βαρύτητας

- Από το δυναμικό μοντέλο Lagrange[1] προκύπτει ότι η ροπή εξαρτάται από:

$$\tau = D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)$$

- Για τον έλεγχο θέσης αρκεί να συμπεριλάβουμε στον PD έλεγχο τον όρο  $g(q)$ :

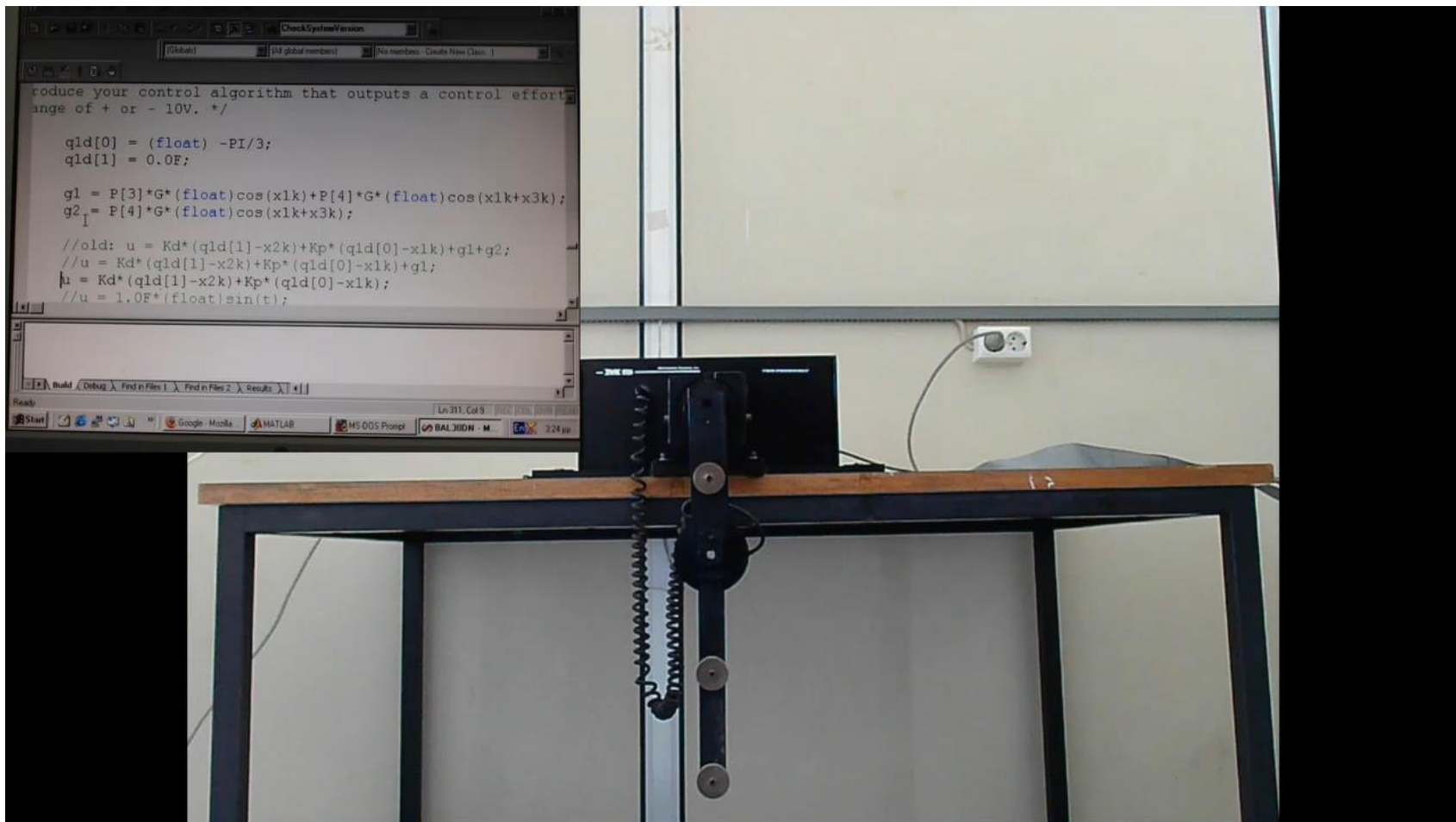
$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} + \tau_{g(q)}$$

[1] Block, D. J., & Spong, M. W. (1995). *Mechanical design and control of the pendubot*. SAE transactions, 36-43.





# Αξιολόγηση Αντιστάθμισης





# Μη γραμμικός ελεγκτής 2 φάσεων

- Φάση 1: ταλάντωση:

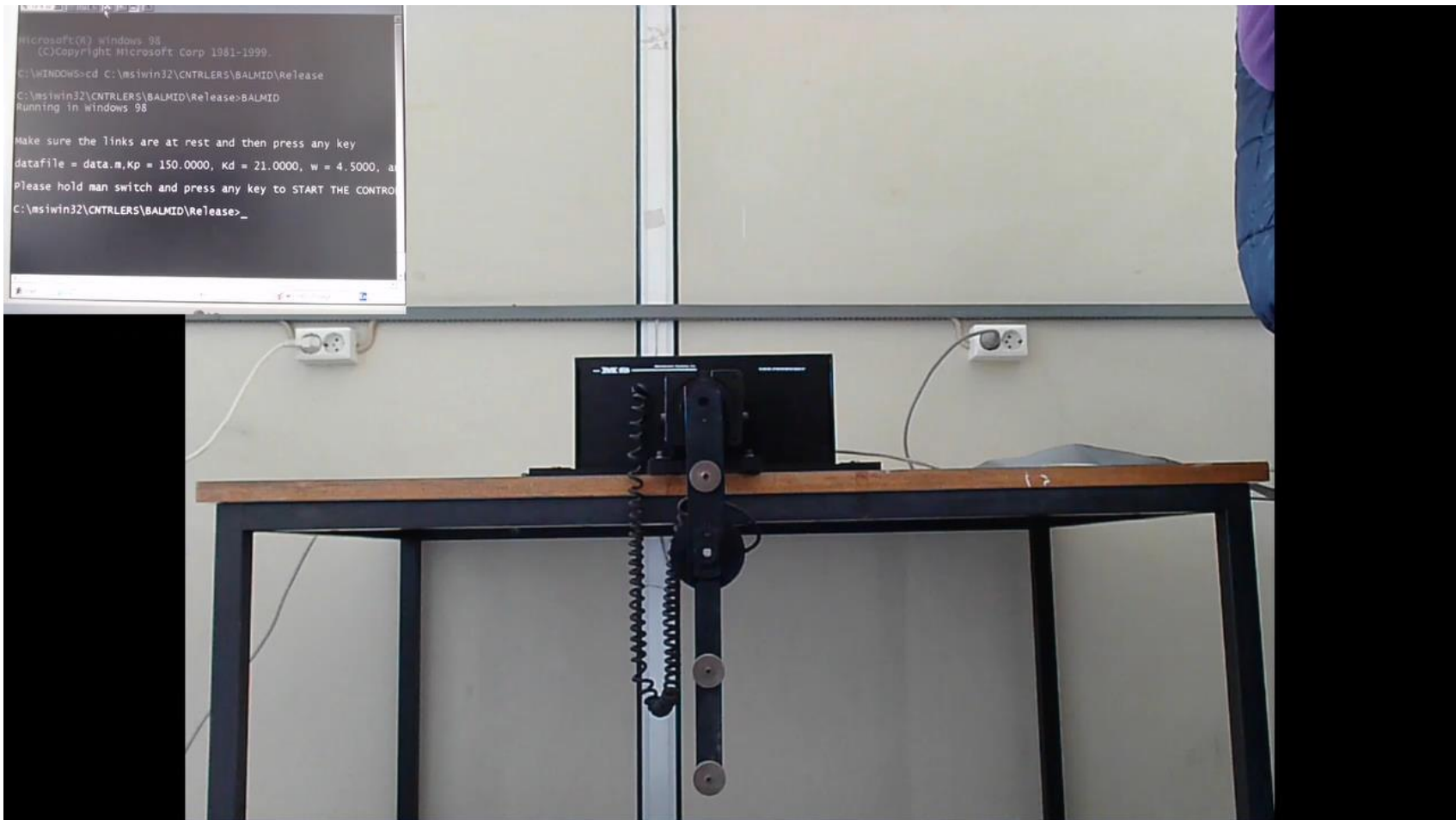
$$\dot{x} = Ax + bu + d$$

- Φάση 2: Εξισορρόπηση:

$$\begin{aligned} V_l(x, t) = \ln(1 + x^T P x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x^T P x)^n = \\ &= x^T P x - \frac{1}{2} (x^T P x)^2 + \frac{1}{3} (x^T P x)^3 - \dots \end{aligned}$$



# Μη γραμμικός ελεγκτής 2 φάσεων



# Αναφορά

- Περιγραφή πειράματος και θεωρίας ελέγχου
- 6 Αντιπροσωπευτικά Διαγράμματα μετρήσεων
- 3 διαγράμματα χαρακτηριστικών ( $K_p=1$ )
- Γιατί  $K_p \rightarrow \infty$ ;
- Τι είναι η αντιστάθμιση και γιατί την κάνουμε;
- Γιατί έχουμε συγκλίνει παραπάνω;
- Περιγραφή μη γραμμικού ελεγκτή 2 φάσεων
- 1 διάγραμμα για τα ζευγάρια  $(k_p, k_d)$  που παρουσιάζουν κρίσιμη απόσβεση, σύγκριση με ιδανική καμπύλη.

