

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ



ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

(2020-2021)

3^η Σειρά Γραπτών Ασκήσεων

Ονοματεπώνυμο:

➤ Χρήστος Τσούφης

Αριθμός Μητρώου:

➤ 03117176

Στοιχεία Επικοινωνίας:

➤ el17176@mail.ntua.gr

1^η Άσκηση

1. Έστω ότι υπάρχουν έξι διανύσματα δεδομένων, καθένα από τα οποία ανήκει σε μία από δύο κλάσεις A και B. Συγκεκριμένα:

$(0, 1, 3) \in B$, $(3, 0, -1) \in A$, $(1, 2, 0) \in B$, $(3, -1, 0) \in A$, $(-2, 1, -2) \in B$, $(0, -2, -1) \in A$

Εκπαιδεύστε ένα perceptron με αρχικό διάνυσμα βαρών $(w_0, w_1, w_2, w_3) = (1, 1, -1, -1)$, βήμα μάθησης $\beta = 0.2$ και συνάρτηση ταξινόμησης $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{αν } x \geq 0 \\ 0, & \text{αν } x < 0 \end{cases}$ έτσι ώστε να ταξινομεί σωστά τα παραπάνω διανύσματα δεδομένων δίνοντας έξοδο 0 για την κλάση A και 1 για την κλάση B.

Είναι γνωστό ότι $w(k+1) = w(k) + \beta \cdot (y(k) - f(x(k)))$ με $f(\sum_i (w_i x_i + w_o))$

Εποχή	Βήμα	$x(k)$	$y(k)$	$f(x(k))$	$y(k) - f(x(k))$	Update	Weights (1,1,-1,-1)
1	1	(1,0,1,3)	1	$f(-3)=0$	$1-0=1$	(0.2,0,0.2,0.6)	(1.2,1,-0.8,-0.4)
	2	(1,3,0,-1)	0	$f(4.6)=1$	$0-1=-1$	(-0.2,-0.6,0,0.2)	(1,0.4,-0.8,-0.2)
	3	(1,1,2,0)	1	$f(-0.2)=0$	$1-0=1$	(0.2,0.2,0.4,0)	(1.2,0.6,-0.4,-0.2)
	4	(1,3,-1,0)	0	$f(3.4)=1$	$0-1=-1$	(-0.2,-0.6,0.2,0)	(1,0,-0.2,-0.2)
	5	(1,-2,1,-2)	1	$f(1.2)=1$	$1-1=0$	(0,0,0,0)	(1,0,-0.2,-0.2)
	6	(1,0,-2,-1)	0	$f(1.6)=1$	$0-1=-1$	(-0.2,0,0.4,0.2)	(0.8,0,0.2,0)
2	7	(1, 0, 1, 3)	1	$f(1)=1$	$1-1=0$	(0,0,0,0)	(0.8,0,0.2,0)
	8	(1,3,0,-1)	0	$f(0.8)=1$	$0-1=-1$	(-0.2,-0.6,0,0.2)	(0.6,-0.6,0.2,0.2)
	9	(1,1,2,0)	1	$f(0.4)=1$	$1-1=0$	(0,0,0,0)	(0.6,-0.6,0.2,0.2)
	10	(1,3,-1,0)	0	$f(-1.4)=0$	$0-0=0$	(0,0,0,0)	(0.6,-0.6,0.2,0.2)
	11	(1,-2,1,-2)	1	$f(1.6)=1$	$1-1=0$	(0,0,0,0)	(0.6,-0.6,0.2,0.2)
	12	(1,0,-2,-1)	0	$f(0)=1$	$0-1=-1$	(-0.2,0,0.4,0.2)	(0.4,-0.6,0.6,0.4)
3	13	(1,0,1,3)	1	$f(2.2)=1$	$1-1=0$	(0,0,0,0)	(0.4,-0.6,0.6,0.4)
	14	(1,3,0,-1)	0	$f(-1.8)=0$	$0-0=0$	(0,0,0,0)	(0.4,-0.6,0.6,0.4)
	15	(1,1,2,0)	1	$f(1)=1$	$1-1=0$	(0,0,0,0)	(0.4,-0.6,0.6,0.4)
	16	(1,3,-1,0)	0	$f(-2)=0$	$0-0=0$	(0,0,0,0)	(0.4,-0.6,0.6,0.4)
	17	(1,-2,1,-2)	1	$f(1.4)=1$	$1-1=0$	(0,0,0,0)	(0.4,-0.6,0.6,0.4)
	18	(1,0,-2,-1)	0	$f(-1.2)=0$	$0-0=0$	(0,0,0,0)	(0.4,-0.6,0.6,0.4)

2. Θεωρήστε ότι σας δίνεται το διάνυσμα $(3, -1, 3)$. Το perceptron θα το ταξινομήσει στην κλάση:

Διάνυσμα βαρών: $(w_0, w_1, w_2, w_3) = (0.4, -0.6, 0.6, 0.4)$

Συνάρτηση ταξινόμησης: βηματική συνάρτηση f.

Για είσοδο $(3, -1, 3)$ θα ισχύει ότι:

$$(w_0, w_1, w_2, w_3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = (0.4, -0.6, 0.6, 0.4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 0.4 \cdot 1 + (-0.6) \cdot 3 + 0.6 \cdot (-1) + 0.4 \cdot 3 = -0.8$$

Οπότε, $f(-0.8) = 0$

Συνεπώς, ο perceptron θα το ταξινομήσει στην κλάση A.

2^η Άσκηση

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης, υπολογίστε σε ποια κλάση θα το ταξινομήσει το διάνυσμα $(3, -1, 3)$ ένας ταξινομητής πλησιέστερου γείτονα και ένας ταξινομητής 3 πλησιέστερων γειτόνων που χρησιμοποιεί ως απόσταση την ευκλείδεια απόσταση.

Υπολογισμός ευκλείδειας απόστασης (sorted):

- $r = (r_1, r_2, r_3) = (3, -1, 3)$
- $\text{sim}(r, d_i) = \sqrt{(r_1 - d_{i1})^2 + (r_2 - d_{i2})^2 + (r_3 - d_{i3})^2}$

Οπότε,

- $\text{sim}(r, d_1) = \sqrt{(3 - 0)^2 + (-1 - 1)^2 + (3 - 3)^2} = \sqrt{13}$
- $\text{sim}(r, d_2) = \sqrt{(3 - 3)^2 + (-1 - 0)^2 + (3 + 1)^2} = \sqrt{17}$
- $\text{sim}(r, d_3) = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-1 - 2)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{22}$
- $\text{sim}(r, d_4) = \sqrt{(3 - 3)^2 + (-1 + 1)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{9}$
- $\text{sim}(r, d_5) = \sqrt{(3 + 2)^2 + (-1 - 1)^2 + (3 + 2)^2} = \sqrt{54}$
- $\text{sim}(r, d_6) = \sqrt{(3 - 0)^2 + (-1 + 2)^2 + (3 + 1)^2} = \sqrt{26}$

Ταξινομητής πλησιέστερου γείτονα:

Το διάνυσμα είναι το $d_4 = (3, -1, 0)$ που ανήκει στην κλάση A

Συνεπώς, το $(3, -1, 3)$ θα ταξινομηθεί στην κλάση A.

Ταξινομητής 3 πλησιέστερων γειτόνων:

Τα διανύσματα αυτά είναι το $d_1 = (0, 1, 3)$ που ανήκει στην κλάση B, το $d_2 = (3, 0, -1)$ που ανήκει επίσης στην κλάση A και το $d_4 = (3, -1, 0)$ που ανήκει στην κλάση A.

Συνεπώς, δύο ανήκουν στην κλάση A και ένα στην κλάση B άρα το $(3, -1, 3)$ θα ταξινομηθεί στην κλάση A.

3^η Άσκηση

Δίνονται τα ασαφή σύνολα: $A_1 = 0.6/x_1 + 0.8/x_2 + 1/x_3$, $A_2 = 0.4/y_1 + 1/y_2$, $B = 1/z_1 + 0.5/z_2$

και ο ασαφής κανόνας: “αν η X είναι A_1 και η Y είναι A_2 , τότε η Z είναι B ” ο οποίος αποτελεί ένα ασαφές σύστημα.

Χρησιμοποιώντας τους συνήθεις ασαφείς τελεστές και τη συνεπαγωγή Mamdani, υπολογίστε το ασαφές σύνολο εξόδου του συστήματος αν η τιμή της εισόδου είναι x_2 για τη μεταβλητή X και y_1 για τη μεταβλητή Y .

Ισχύει ότι:

- $A_1' = 1/x_2$, $A_2' = 1/y_1 \rightarrow A_1' \cap A_2' = \min(1, 1)/<x_2, y_1> = 1/<x_2, y_1> = A'$
- $B'(z) = \sup_{x,y \in X \times Y} \min\{A'(x, y), R(x, y, z)\}$
- $R(x, y, z) = \min\{S(x, y), B(z)\}$ & $S(x, y) = \min\{A_1(x), A_2(y)\}$
Τότε, $R(x, y, z) = \min\{A_1(x), A_2(y), B(z)\}$
- Έτσι,
$$R = 0,4/<x_1, y_1, z_1> + 0,4/<x_1, y_1, z_2> + 0,6/<x_1, y_2, z_1> + 0,5/<x_1, y_2, z_2> +$$
$$+ 0,4/<x_2, y_1, z_1> + 0,4/<x_2, y_1, z_2> + 0,8/<x_2, y_2, z_1> + 0,5/<x_2, y_2, z_2> +$$
$$+ 0,4/<x_3, y_1, z_1> + 0,4/<x_3, y_1, z_2> + 1/<x_3, y_2, z_1> + 0,5/<x_3, y_2, z_2>$$
- $B'(z_1) = \sup_{x,y \in X \times Y} \min\{A'(x, y), R(x, y, z_1)\} = \min\{A'(x_2, y_1), R(x_2, y_1, z_1)\} = \min\{1, 0.4\} = 0.4$
- $B'(z_2) = \sup_{x,y \in X \times Y} \min\{A'(x, y), R(x, y, z_2)\} = \min\{A'(x_2, y_1), R(x_2, y_1, z_2)\} = \min\{1, 0.4\} = 0.4$

Άρα, $B' = 0,4/<x_2, y_1, z_1> + 0,4/<x_2, y_1, z_2>$