

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ



ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ Ι: ΑΝΑΛΥΣΗ - ΕΛΕΓΧΟΣ - ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

(2021 – 2022)

2^η Εργαστηριακή Άσκηση: Έλεγχος Pendubot

Υπεύθυνος Εργαστηρίου:

- Κ. Τζαφέστας

Μεταπτυχιακοί Συνεργάτες:

- Γεώργιος Θανέλλας

Ημερομηνία διεξαγωγής:

- 10/11/2021 18:15 – 19:00

Ομάδα:

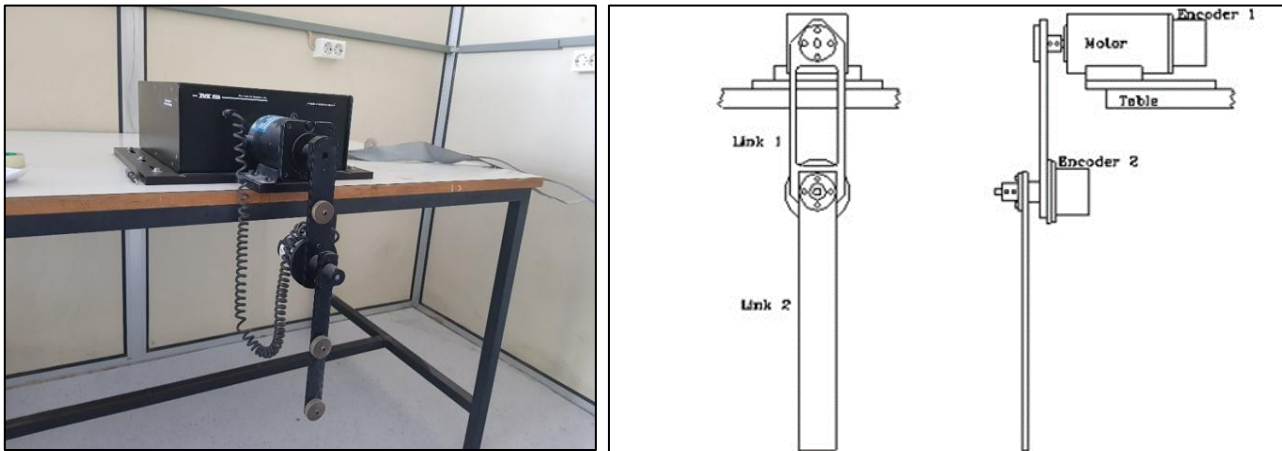
- B4-1

Ονοματεπώνυμο, Α.Μ. & Στοιχεία Επικοινωνίας Μελών:

- | | | |
|----------------------|--------------|--|
| ▪ Χάρης Αλετράρης | (031 18 700) | el18700@mail.ntua.gr |
| ▪ Παναγιώτης Γκότσης | (031 18 010) | el18010@mail.ntua.gr |
| ▪ Ειρηναίος Μιχαήλ | (031 18 705) | el18705@mail.ntua.gr |
| ▪ Χρήστος Τσούφης | (031 17 176) | el17176@mail.ntua.gr |

Περιγραφή Πειράματος

Η 2^η Εργαστηριακή Άσκηση με τίτλο “Έλεγχος Pendubot” αφορά τον χειρισμό ενός Pendubot του Εργαστηρίου Ρομποτικής, το οποίο φαίνεται στην συνέχεια.



Σκοπός του πειράματος ήταν η εξοικείωση με τον ρομποτικό εκκρεμές και η κατανόηση των βασικών τεχνικών γραμμικού και μη γραμμικού ελέγχου ρομποτικών μηχανισμών. Τα μέλη της ομάδας κλήθηκαν να προγραμματίσουν τον ρομποτικό εκκρεμές ώστε εκείνο να μεταβεί σε συγκεκριμένα σημεία στο χώρο. Το πείραμα που πραγματοποιήθηκε χωρίζεται σε 3 μέρη.

- Το πρώτο μέρος συσχετιζόταν με τον έλεγχο της θέσης της πρώτης άρθρωσης με τον Tuning PD ελεγκτή και στόχος ήταν η μεταφορά του ελεγχόμενου μέρους του ρομπότ από την θέση ευσταθούς ισορροπίας (θέση -90°) στην θέση $q_{1d} = -60^\circ$ με τις κατάλληλες παραμέτρους ώστε να συμβεί υπερύψωση με το μόνιμο σφάλμα να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο. Αυτό επιτεύχθηκε με την δοκιμή διαφόρων τιμών για K_p , K_d και παρατηρώντας το ρομπότ μέχρι την μόνιμη κατάσταση υπολογίζοντας παράλληλα το μόνιμο σφάλμα, τον χρόνο ανύψωσης και την υπερύψωση ώστε να προκύψει το διάγραμμα.
- Το δεύτερο μέρος αφορούσε την αντιστάθμιση της βαρύτητας με μη γραμμικό όρο ελέγχου. Ειδικότερα, παρατηρήθηκε ότι ο ελεγκτής δεν μπορούσε να πετύχει την σωστή συμπεριφορά εξαιτίας της επίδρασης των όρων βαρύτητας. Συνεπώς, επειδή αυτοί οι όροι δεν λήφθηκαν υπόψιν από το μοντέλο, ο Tuning PD ελεγκτής δεν μπορούσε να πετύχει την q_d και για αυτό το λόγο προστέθηκε ένας μη γραμμικός όρος ροπής ώστε να προκύψει μηδενικό μόνιμο σφάλμα.
- Το τρίτο μέρος πραγματευόταν την εξισορρόπηση ανάστροφου εκκρεμούς στην ενδιάμεση θέση ασταθούς ισορροπίας εφαρμόζοντας μη γραμμικό ελεγκτή ώστε το μη ελέγξιμο μέρος να έρθει από γωνία -90° σε γωνία 90° και το ελέγξιμο μέρος του βραχίονα να παραμείνει στην θέση ισορροπίας (δηλ. -90°). Για την πραγματοποίηση αυτού του στόχου εφαρμόστηκε ένας μη γραμμικός ελεγκτής με δύο φάσεις ελέγχου όπου, η πρώτη ήταν φάση ταλάντωσης ώστε το μη ελέγξιμο μέρος να έρθει σε κατάλληλη θέση και η δεύτερη ήταν φάση εξισορρόπησης ώστε, ελέγχοντας την πρώτη άρθρωση, να διατηρηθεί το μη ελέγξιμο μέρος σταθερό σε κατακόρυφη θέση.

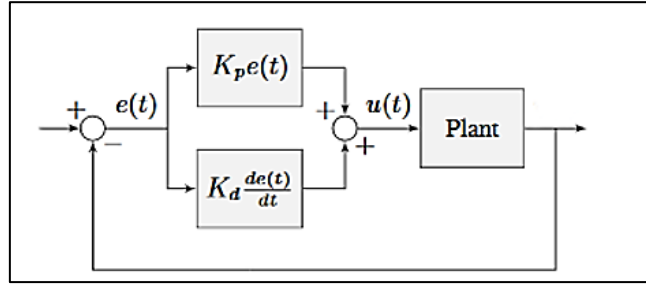
Θεωρία Ελέγχου

Το πρώτο μέρος αφορούσε την περίπτωση του γραμμικού Tuning PD ελεγκτή.

Αρχικά, για να είναι εφικτός ο έλεγχος της κίνησης του ανάστροφου εκκρεμούς, εφαρμόστηκε για πρώτη φάση ο ακόλουθος PD έλεγχος:

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Και το σύστημα που τον υλοποιεί είναι το εξής:



Η εξίσωση της εισόδου που εισήχθη στο εκκρεμές για τον γραμμικό ελεγκτή ήταν η εξής:

$$u = K_p(x_d - x) + K_d(\dot{x}_d - \dot{x})$$

Όπου, x_d η επιθυμητή (desired) θέση, x η πραγματική θέση \dot{x}_d η παράγωγος της επιθυμητής θέσης και \dot{x} η παράγωγος της πραγματικής θέσης και K_p το αναλογικό κέρδος και K_d το διαφορικό κέρδος. Η διαφορά $x_d - x$ ονομάζεται σφάλμα θέσης και η διαφορά $\dot{x}_d - \dot{x}$ ονομάζεται σφάλμα ταχύτητας. Εδώ, λόγω περιστροφής, καλούνται σφάλμα γωνίας και σφάλμα γωνιακής ταχύτητας αντίστοιχα.

Υπογραμμίζεται ότι ο P όρος του ελεγκτή επηρεάζει την τελική θέση, συνεπώς χρησιμοποιείται για την ρύθμιση του σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση ενώ ο όρος D του ελεγκτή επηρεάζει μόνο την μεταβατική κατάσταση, αφού στη μόνιμη κατάσταση οι ταχύτητες είναι αναγκαστικά ίσες με μηδέν. Η αύξησή του οδηγεί σε μείωση της ταχύτητας. Επιπλέον, όσο ταχύτερα προσεγγίζεται η επιθυμητή θέση, τόσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση σε υπερύψωση, μέχρι ο ελεγκτής να καταφέρει να επαναφέρει το σύστημα προς την επιθυμητή θέση.

Οπότε, για $y = x_d - x$, το Θεώρημα Τελικής Τιμής θα είναι:

$$U(s) = (K_p + K_d s)Y(s) \Leftrightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{K_p + K_d s}$$

Οπότε, ο υπολογισμός του e_{ss} γίνεται με βάση τον τύπο:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)U(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{1}{K_p}$$
$$\left(e_{ss}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{A}{1 + K_p} \right)$$

Συνεπώς, είναι γνωστό εκ των προτέρων το γεγονός ότι όσο μεγαλώνει το K_p , θα μειώνεται το σφάλμα αλλά ποτέ δεν θα γίνει ίσο με μηδέν διότι θα πρέπει το K_p να απειρίζεται. Άρα, μηδενικό σφάλμα μπορεί να επιτευχθεί εάν χρησιμοποιηθεί PID ελεγκτής.

Επιπλέον, ο υπολογισμός του overshoot γίνεται από τον τύπο:

$$\text{Μέγιστη υπερύψωση: } \frac{q_1^{max} - q_1^d}{q_1^d} \%$$

Όπου, q_1^{max} = μέγιστη τιμή εξόδου, q_1^d = τιμή εισόδου

Μάλιστα, σημειώνεται ότι είναι γνωστό από την θεωρία ότι όσο αυξάνεται ο συντελεστής της παραγώγου K_d , θα μειώνεται το q_1^{max} οπότε και η υπερύψωση. Επίσης, ο χρόνος ανύψωσης (rise time) είναι το 10% → 90% της τελικής τιμής.

Χαρακτηριστικά Πειραματικής Διάταξης

Το ρομπότ αποτελεί έναν 2-DOF μηχανισμό με 2 στροφικές αρθρώσεις (1) και (2) που προσδίδουν ένα βαθμό ελευθερίας σε αυτό και επίσης, διαθέτουν οπτικό κωδικοποιητή για την μέτρηση των γωνιών στροφής q_1 , q_2 καθώς και από 2 συνδέσμους (α) και (β). Αναλυτικότερα, η άρθρωση (1) κινείται από σύγχρονο DC κινητήρα ο οποίος μετασχηματίζει την ηλεκτρική ενέργεια σε στρεπτική ροπή ενώ η (2) είναι ελεύθερη και για αυτό το λόγο είναι δύσκολος ο πλήρης χειρισμός του ρομπότ. Επιπλέον, σημειώνεται ότι λόγω του βάρους και της αδράνειας του ελεύθερου συνδέσμου επηρεάζεται συνολικά η κινηματική αλυσίδα και έτσι το ρομπότ καλείται under-actuated (δηλαδή υπάρχει ελεύθερος βαθμός ελευθερίας). Ως αρχική κατάσταση θεωρείται η κατάσταση στην οποία βρίσκεται το σύστημα ύστερα από τη διαμεσολάβηση μεγάλου χρονικού διαστήματος από τον τερματισμό της προσημείωσης, όπου οι σύνδεσμοι θα κρέμονται ακίνητοι στη θέση ισορροπίας (δηλαδή η απόσταση end effector - $q_1 = L_1 + L_2$), εξαιτίας της βαρύτητας, των εσωτερικών τριβών και της τριβής με την ατμόσφαιρα. Σκοπός είναι ο έλεγχος της θέσης και της ταχύτητας του end effector, μέσω ενός προγραμματισμένου σερβοκινητήρα που υπάρχει στην άρθρωση q_1 , και δημιουργεί τις απαραίτητες ροπές για την περιστροφή της, ενώ η άρθρωση q_2 είναι ελεύθερη. Ταυτόχρονα, πάνω στις αρθρώσεις έχουν τοποθετηθεί δυο οπτικοί κωδικοποιητές (encoder interface card of Dynamics Research Corporation) για τη μέτρηση της γωνίας στροφής, οι οποίοι αποτελούν την ανάδραση για το βρόχο του κλειστού συστήματος ελέγχου.



Γραμμικός Έλεγχος

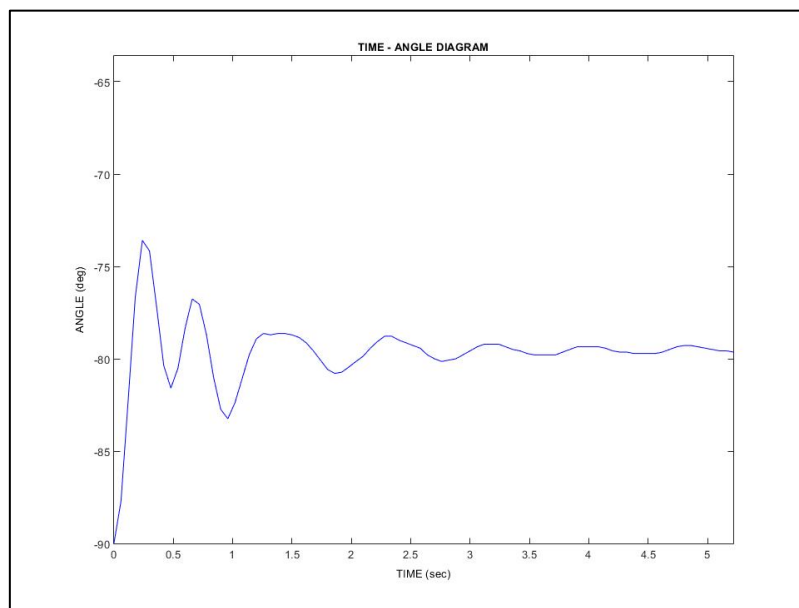
Στην συνέχεια φαίνονται οι γραφικές απεικονίσεις για τις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν με τον γραμμικό Tuning PD ελεγκτή. Ο προγραμματισμός του συστήματος γίνεται σε περιβάλλον C/C++, για την γρήγορη επικοινωνία μεταξύ υπολογιστή και ρομποτικού μηχανισμού, ενώ ταυτόχρονα με χρήση converters D/A – A/D (CIO-DAC-02 της Computer Boards Inc.) μετατρέπονται τα ψηφιακά σήματα σε αναλογικά και αντίστροφα, για την επίτευξη της επικοινωνίας. Με τη βοήθεια του προγράμματος BAL30DN που ήταν υλοποιημένο στο εργαστήριο, η ομάδα έδινε διάφορες τιμές στους ελεγκτές K_p , K_d και έτρεχε το πρόγραμμα. Έπειτα, αναλόγως με την κίνηση του Pendubot, γίνονταν διάφορες αναδιαμορφώσεις για την πρώτη άρθρωση μόνο, έτσι ώστε να φτάσει στην επιθυμητή θέση (γωνία 60°). Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας Matlab, εμφανίζονταν οι γραφικές παραστάσεις της γωνίας συναρτήσει του χρόνου. Από τις δοκιμές αυτές καταγράφηκαν το μόνιμο σφάλμα, ο χρόνος ανύψωσης και η υπερύψωση (η οποία οφειλόταν στο γεγονός ότι η δεύτερη άρθρωση δεν ήταν ελεγχόμενη) όπως φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα. Στην ιδανική περίπτωση, στόχος είναι η ισορροπία στις 60° με μηδενικό μόνιμο σφάλμα, σύντομο χρόνο ανύψωσης και μικρή υπερύψωση όμως επειδή αυτά τα μεγέθη εξαρτώνται μεταξύ τους είναι δύσκολη η βελτιστοποίηση και των τριών.

K_p	K_d	$e_{ss} \text{ (deg)}$	$T_r \text{ (sec)}$	Overshoot (rad)
1	0.00	19.416	0.18	0.1430
1	0.15	19.344	0.24	0.0188
1	0.30	19.344	0.54	0.0038
5	0.30	7.752	0.12	0.0754
5	0.60	7.968	0.48	0.0076
10	0.60	4.656	0.12	0.0176
20	0.60	2.424	0.12	0.1930
20	1.20	2.640	0.36	0.0101
20	1.20	-0.888	0.48	0.0063

Όπως προκύπτει από τον Πίνακα, οι πρώτες 8 μετρήσεις αναφέρονται σε αποτελέσματα γραμμικού ελέγχου ενώ η τελευταία προέκυψε από τον μη γραμμικό έλεγχο.

Ακολούθως, παρατίθενται οι γραφικές παραστάσεις που σχετίζονται με τις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν. Αρχικά, στις 3 πρώτες μετρήσεις ήταν σταθερό το $K_p = 1$ και άλλαζε το K_d . Έπειτα, αυξήθηκε και το K_p και τα αποτελέσματα είναι τα ακόλουθα.

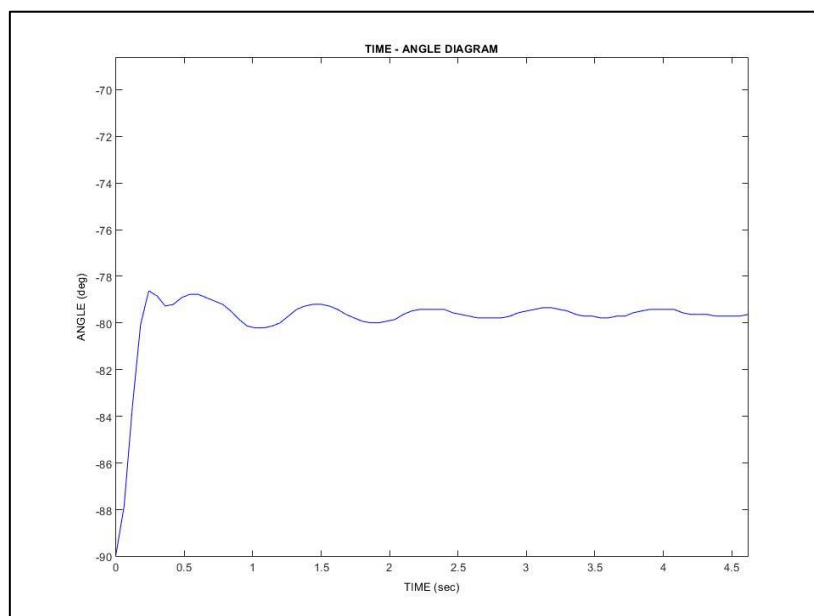
(α) $K_p = 1, K_d = 0.00$



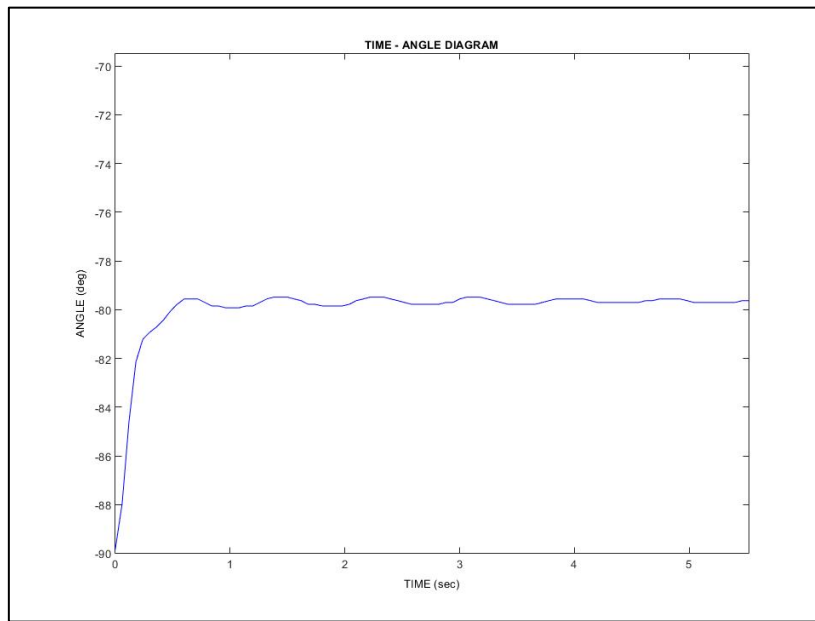
Σχολιασμός:

Εδώ, το $K_d = 0$ άρα χρησιμοποιείται ο αναλογικός ελεγκτής και δεν υπάρχει έλεγχος στην ταχύτητα του συστήματος αφού υπάρχουν ταλαντώσεις γύρω από την θέση μόνιμης κατάστασης. Το σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση είναι μεγάλο καθώς και το overshoot εξαιτίας της απουσίας ελέγχου ταχύτητας.

(β) $K_p = 1, K_d = 0.15$



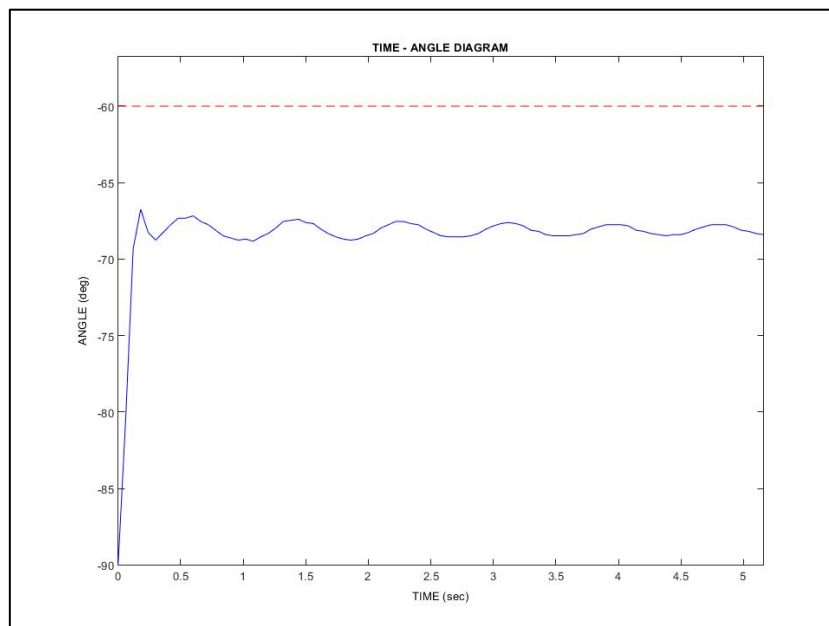
(γ) $K_p = 1, K_d = 0.30$



Σχολιασμός:

Επιβεβαιώνεται αυτό που ήταν γνωστό από την θεωρία. Ό,τι δηλαδή βελτιώνεται το overshoot μέχρι μια βέλτιστη τιμή, όμως δεν παρατηρείται κάποια ιδιαίτερη μεταβολή στο e_{ss} οπότε θα πρέπει να μεταβληθεί το K_p . Στο τελευταίο διάγραμμα παρατηρείται το φαινόμενο της κρίσιμης απόσβεσης, όπου πρακτικά δεν υπάρχει υπερύψωση. Έτσι, καταλαβαίνει κανείς ότι το overshooting έχει φτάσει σε βέλτιστο σημείο και για αυτό σταματάει η μεταβολή του όρου K_d .

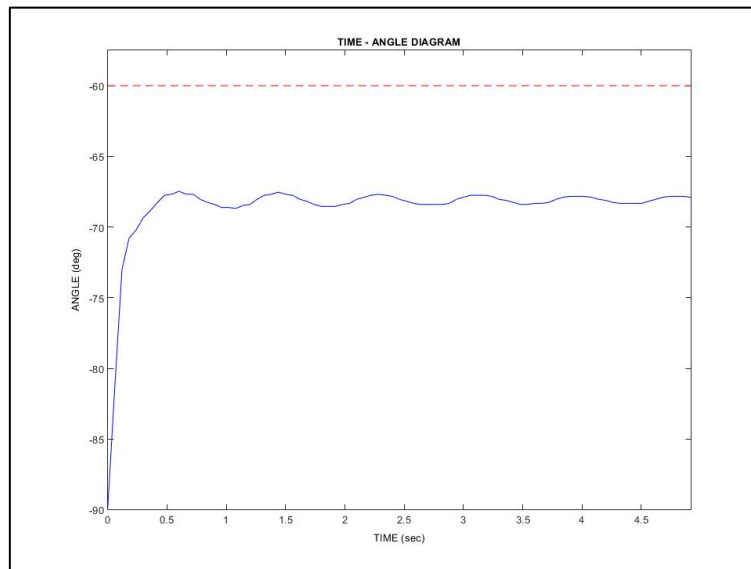
(δ) $K_p = 5, K_d = 0.30$



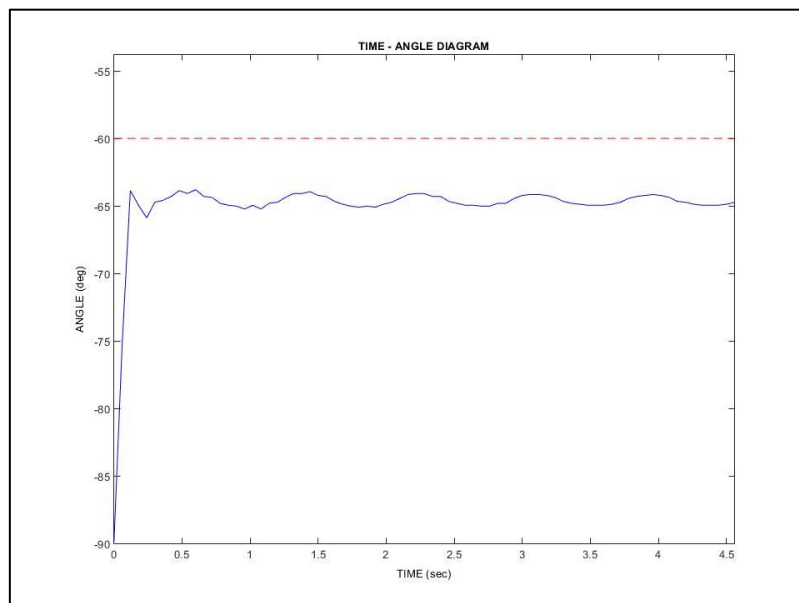
Σχολιασμός:

Εδώ, παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά με το πρώτο διάγραμμα (υψηλή ταλαντωτική συμπεριφορά και πολύ μεγάλο overshoot) αλλά το σφάλμα μόνιμης κατάστασης μειώθηκε.

(ε) $K_p = 5, K_d = 0.60$



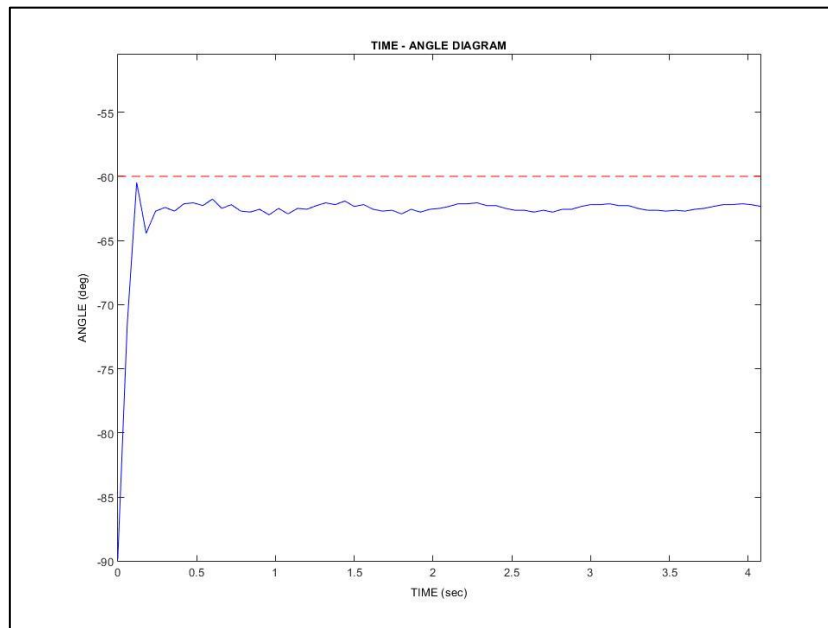
(στ) $K_p = 10, K_d = 0.60$



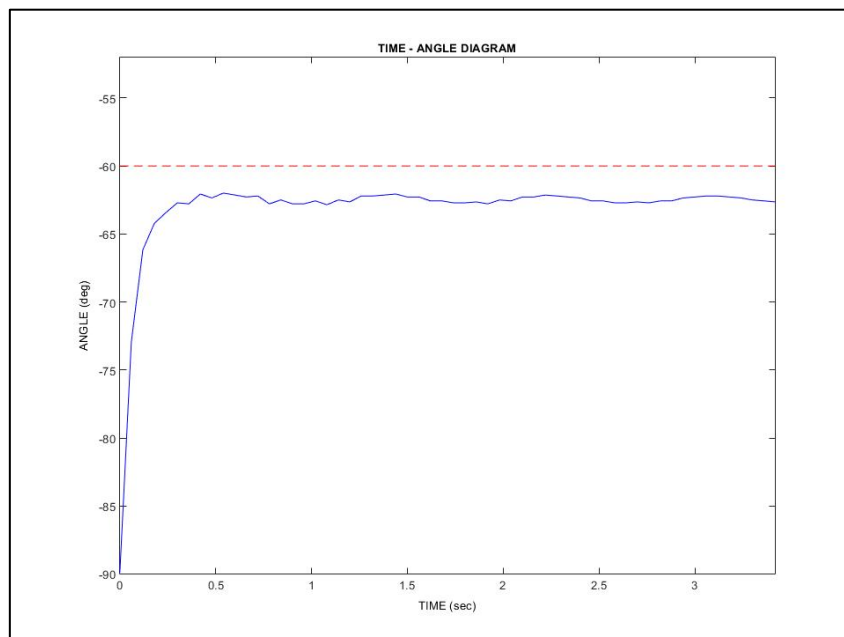
Σχολιασμός:

Εδώ, λόγος των K_p, K_d παραμένει σταθερός οπότε το T παραμένει επίσης σταθερό αφού επηρεάζεται από τον λόγο αυτών και το μόνιμο σφάλμα και το overshoot μειώθηκαν περαιτέρω.

(ζ) $K_p = 20, K_d = 0.60$



(η) $K_p = 20, K_d = 1.20$



Σχολιασμός:

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα και τις γραφικές φαίνεται πως όσο το K_p τείνει στο άπειρο, τόσο μειώνεται το μόνιμο σφάλμα. Για $K_p = 20$ φάνηκε ένα αποδεκτό e_{ss} το οποίο δεν μπορεί να μηδενιστεί λόγω του γεγονότος ότι πειραματικά το K_p δεν μπορεί να γίνει άπειρο, και με αυτόν τον ελεγκτή δεν συνυπολογίζονται οι μη γραμμικοί όροι (π.χ. βαρύτητα). Επιπλέον, φαίνεται πως για την τιμή $K_d = 1.2$ προκύπτει βέλτιστο overshoot.

Από τα παραπάνω διαγράμματα, επιλέγονται ενδεικτικά μερικά τα οποία θα αναλυθούν στην συνέχεια ώστε να προκύψουν τα κατάλληλα συμπεράσματα.

Για $K_p = 1, K_d = 0.00$ παρατηρείται ότι στην μόνιμη κατάσταση υπάρχουν αρκετές ταλαντώσεις λόγω του ελεύθερου τελικού άκρου του ρομπότ αλλά και στην εφαρμογή μόνο ελέγχου θέσης.

Για $K_p = 1, K_d = 0.15$ παρατηρείται ότι μειώνονται οι ταλαντώσεις και η ανύψωση εξαιτίας της προσθήκης του παράγοντα του διαφορικού ελεγκτή αλλά ότι αυξάνεται ο χρόνος ανύψωσης λόγω K_d .

Για $K_p = 5, K_d = 0.60$ παρατηρείται ότι επιτεύχθηκε καλύτερο μόνιμο σφάλμα λόγω K_p και καλύτερη ανύψωση λόγω K_d καθώς και περισσότερος χρόνος ανύψωσης λόγω K_d .

Για $K_p = 10, K_d = 0.60$ παρατηρείται ότι διατηρώντας σταθερό όπως πριν το K_d επιτυγχάνεται πολύ καλύτερο μόνιμο σφάλμα αυξάνοντας το K_p ενώ ο χρόνος ανύψωσης φαίνεται να μειώθηκε.

Για $K_p = 20, K_d = 0.60$ παρατηρείται ότι βελτιώθηκε τόσο το μόνιμο σφάλμα όσο και ο χρόνος ανύψωσης όμως αυξήθηκε και ο χρόνος ανύψωσης λόγω του σταθερού, σε σχέση με πριν, K_d .

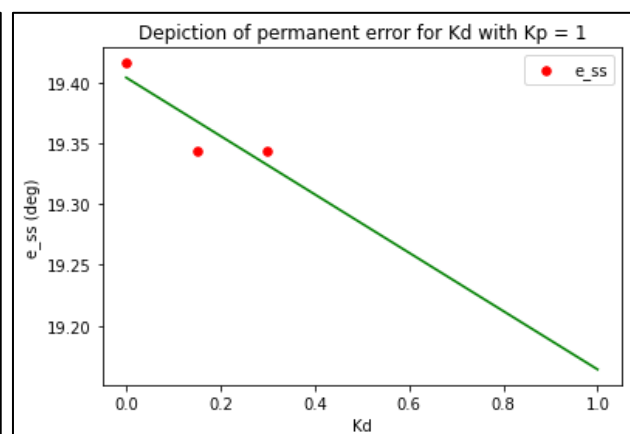
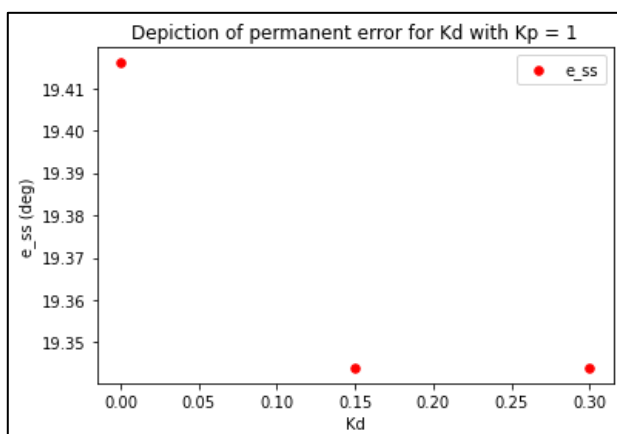
Για $K_p = 20, K_d = 1.2$ παρατηρείται ότι η βέλτιστη κατάσταση που θα μπορούσε να πετύχει ο γραμμικός ελεγκτής, λαμβάνοντας υπόψιν ότι υπάρχει κρίσιμη απόσβεση με μηδενική ανύψωση, πολύ μικρό μόνιμο σφάλμα και καλό χρόνο ανύψωσης.

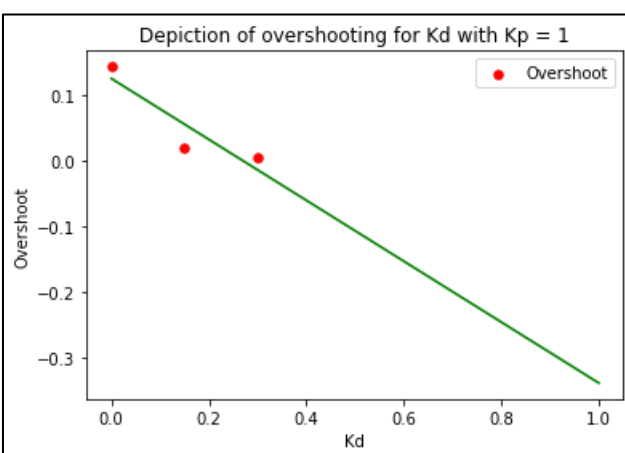
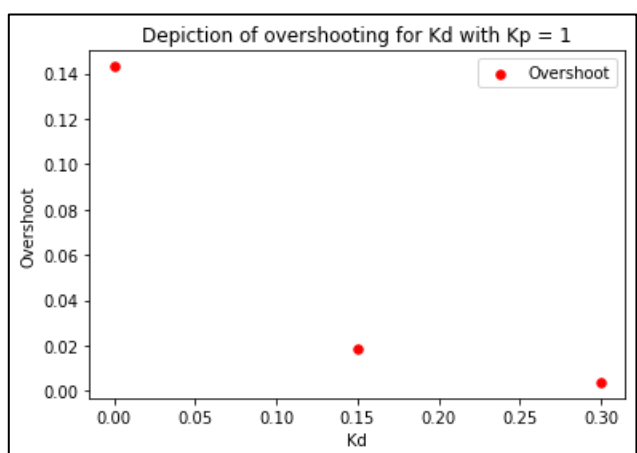
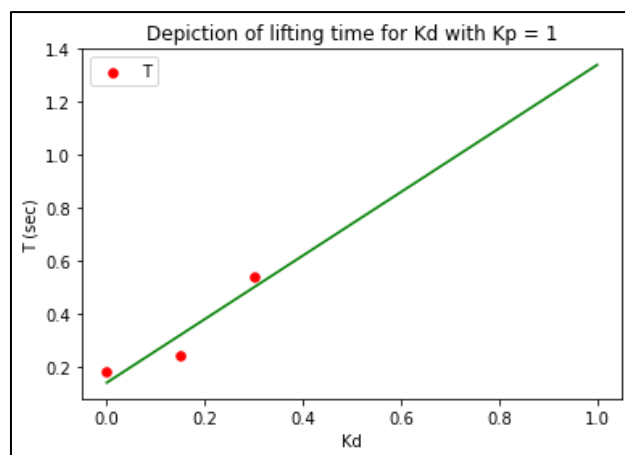
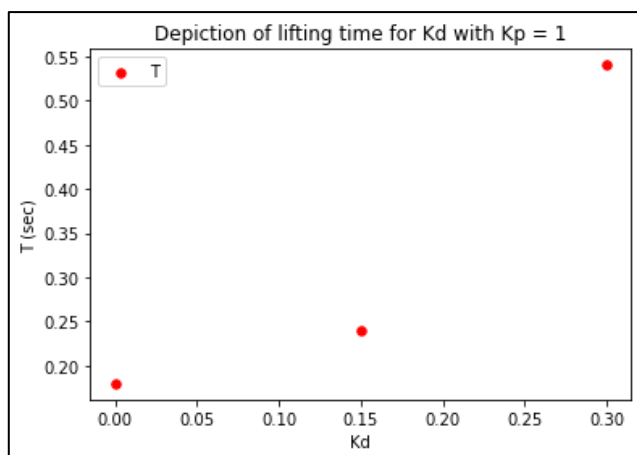
Για την βαθύτερη κατανόηση της επίδρασης κάθε παράγοντα K_p ή K_d χωριστά στον έλεγχο κρίνεται σκόπιμο να απομονωθεί ο ένας από αυτούς και να μελετηθεί η επίδραση του άλλου καθώς αλλάζει.

Για σταθερό $K_p = 1$ και μεταβαλλόμενο K_d προέκυπτε:

K_p	K_d	e_{ss}	T	Overshoot
1	0.00	19.416	0.18	0.1430
1	0.15	19.344	0.24	0.0188
1	0.30	19.344	0.54	0.0038

Επιπροσθέτως, παρατίθενται γραφικές παραστάσεις για τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται το κάθε χαρακτηριστικό όταν διατηρείται ο έλεγχος θέσης σταθερός και μεταβάλλεται ο έλεγχος ταχύτητας.





Σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλονται τα χαρακτηριστικά όταν διατηρείται ο έλεγχος θέσης σταθερός K_p και μεταβάλλεται ο έλεγχος ταχύτητας K_d παρατηρείται ότι το μόνιμο σφάλμα μειώνεται, το overshoot μειώνεται και ο χρόνος ανύψωσης αυξάνεται. Συνεπώς, ο έλεγχος ταχύτητας K_d καθυστερεί το σύστημα να κάνει έλεγχο αλλά του προσδίδει σημαντικά χαρακτηριστικά. Επομένως, φαίνεται πως όσο αυξάνεται το K_p διατηρώντας σταθερό το K_d , θα αυξάνεται η υπερύψωση και οι ταλαντώσεις και θα μειώνεται το μόνιμο σφάλμα και ο χρόνος ανύψωσης. Επιπλέον, όσο αυξάνεται το K_d διατηρώντας σταθερό το K_p , θα αυξάνεται ο χρόνος ανύψωσης, θα μειώνεται η υπερύψωση και το μόνιμο σφάλμα θα παραμένει σχεδόν αμετάβλητο.

Ωστόσο, λόγω της ροπής που προκαλείται από τη βαρύτητα δεν είναι εφικτό να επιτευχθεί η επιθυμητή θέση μόνο με του ελεγκτές K_p , K_d δηλαδή μόνο με αναλογικούς και διαφορικούς ελεγκτές. Επομένως, απαιτείται να συμπεριληφθεί στους υπολογισμούς και η βαρύτητα και για αυτό το λόγο προστίθεται στην ανατροφοδότηση του συστήματος ο όρος της ροπής της βαρύτητας όπως είναι υπολογισμένος από το μοντέλο του Lagrange. Έτσι, ουσιαστικά το ρομπότ έρχεται στην επιθυμητή θέση μηδενίζοντας το σφάλμα μόνιμης κατάστασης.

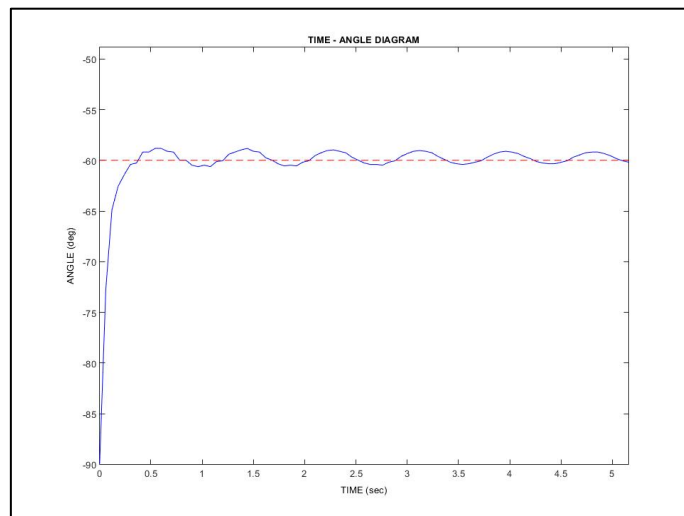
Από την παραπάνω ανάλυση, κρίνεται σκόπιμο να εφαρμοστεί μη γραμμικός έλεγχος ώστε να επιτευχθούν ιδανικές συνθήκες.

Μη Γραμμικός Έλεγχος

Ο Tuning PD ελεγκτής φάνηκε πως δεν μπορεί να πετύχει τα επιθυμητά αποτελέσματα λόγω των όρων βαρύτητας τους οποίους το μοντέλο δεν λάμβανε υπόψιν. Αυτό είναι φανερό και από την εφαρμογή του συνδυασμού $K_p = 20, K_d = 1.2$ όπου το μόνιμο σφάλμα ήταν και πάλι υπαρκτό. Μια λύση θα ήταν η προσθήκη ενός I ελεγκτή – ολοκληρωτή (θα αυξήσει την τάξη του συστήματος & θα μηδενίσει το σφάλμα στην Μ.Κ.) αλλά αυτό θα οδηγούσε το σύστημα στην αστάθεια αφού θα ενίσχυε τις ταλαντώσεις και θα αλλοίωνε τα χαρακτηριστικά του πειράματος οπότε θα απαιτούνταν επανάληψη των μετρήσεων. Οπότε, η λύση που προτιμήθηκε ήταν η προσθήκη ενός μη γραμμικού όρου ροπής που θα αντισταθμίσει τον όρο βαρύτητας. Για αυτό το λόγο θα πρέπει να υπολογιστούν οι μη γραμμικοί όροι της ροπής που ασκεί η βαρύτητα και να προστεθεί ένας όρος μη γραμμικής ροπής ελέγχου με σκοπό την αντιστάθμιση που θα εξαρτάται από το μήκος του συνδέσμου, το βάρος του και την θέση κάθε άρθρωσης κάθε στιγμή. Η προσθήκη αυτού του όρου είναι σαν να μετασχηματίζεται ο χώρος και να γίνεται μια μετάβαση στο οριζόντιο επίπεδο όπου δεν έχει πλέον ροπή η βαρύτητα. Έτσι, μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς να χρειαστεί να αλλάξουν τα χαρακτηριστικά του πειράματος. Επομένως, προκύπτουν οι εξισώσεις χρησιμοποιώντας το δυναμικό μοντέλο Lagrange με την παρακάτω μαθηματική φόρμουλα καθώς και η γραφική παράσταση:

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} + \tau_{g(q)}, \quad \tau = D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) \quad \text{ή}$$

$$u = K_p(x_d - x) + K_d(\dot{x}_d - \dot{x}) + \tau_{g1}, \quad \tau_{g1} = -((m_2 l_{c1} + m_2 l_1)g \cos q_1 + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2))$$



Σχολιασμός:

Πράγματι, παρατηρούνται πολύ καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με πριν κυρίως ως προς το μόνιμο σφάλμα. Παρατηρείται επίσης, ότι η ταλάντωση συνεχίζεται καθώς υπολογίστηκε μόνο ο όρος της βαρύτητας και δεν λήφθηκαν υπόψιν οι υπόλοιποι μη γραμμικοί όροι (π.χ. ταχύτητα). Ακόμη, η μεγάλη τιμή του K_p επιβαρύνει το σύστημα με αύξηση της ταλάντωσης. Ωστόσο, και πάλι παρατηρήθηκαν μικρές ταλαντώσεις και δεν επιτεύχθηκε μηδενικό μόνιμο σφάλμα γεγονός που οφείλεται σε πιθανές φθορές του ρομπότ αλλά και σε ασυνέπειες μεταξύ των πραγματικών μεγεθών που περιγράφουν την διάταξη και των μεγεθών που εισήχθησαν στο μοντέλο. Η σύγκλιση παραπάνω έγκειται στην παλαιότητα του ρομπότ, η οποία σε συνδυασμό με την αναπτυσσόμενη ταχύτητα δεν του επιτρέπει να σταματήσει την ταλάντωση ακριβώς στο επιθυμητό σημείο και το αναγκάζει να το ξεπεράσει, γεγονός το οποίο απεικονίζεται και στη φωτογραφία.

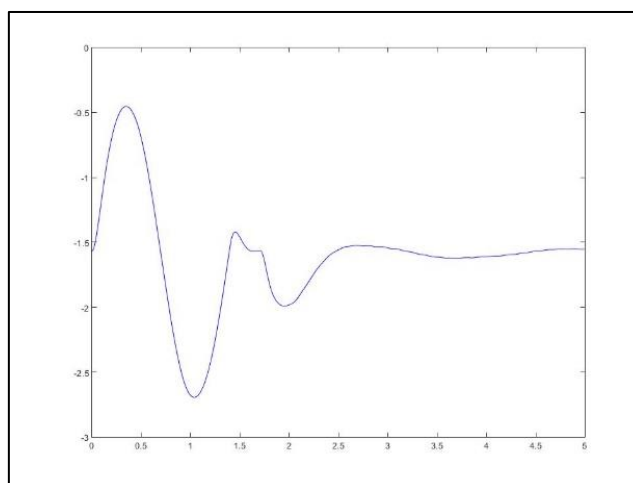
Μη Γραμμικός Έλεγχος 2 Φάσεων

Ύστερα, στόχος του πειράματος ήταν η εξισορρόπηση του ανάστροφου εκκρεμούς στην ενδιάμεση θέση ασταθούς ισορροπίας. Στον ελεγκτή χρησιμοποιήθηκαν και οι 2 αρθρώσεις για να επιτευχθεί η επιθυμητή τελική θέση. Αυτό συνέβη, φέρνοντας το μη ελέγξιμο μέρος από γωνία -90° σε γωνία 90° και αφήνοντας το ελέγξιμο μέρος του βραχίονα στην αρχική θέση ισορροπίας (γωνία -90°). Εκτός από μη γραμμικό έλεγχο χρησιμοποιήθηκε και έλεγχος που κατηγοριοποιείται σε φάση ταλάντωσης και φάση εξισορρόπησης. Συγκεκριμένα, στην φάση ταλάντωσης στόχος ήταν οι δυο αρθρώσεις να έρθουν από την θέση ευσταθούς ισορροπίας σε μια περιοχή κοντά στην επιθυμητή θέση ασταθούς ισορροπίας και αυτό επιτεύχθηκε χρησιμοποιώντας Partial Feedback Linearization πραγματοποιώντας δηλαδή, κάποιες ταλαντώσεις την πρώτης άρθρωσης λαμβάνοντας υπόψιν και μη γραμμικές συμπεριφορές. Έπειτα, στην φάση εξισορρόπησης του ανάστροφου εκκρεμούς στην θέση ασταθούς ισορροπίας, πρώτα εφαρμόστηκε Taylor για την γραμμικοποίηση των εξισώσεων κίνησης γύρω από το επιθυμητό σημείο ισορροπίας και μετά με LQR ή με τοποθέτηση πόλων κατασκευάστηκε ένας ελεγκτής full state-feedback ($u = -K \cdot x$) για την εξισορρόπηση του Pendubot. Οπότε, οι σχέσεις είναι:

$$\dot{x} = Ax + bu + d$$

$$V_l(x, t) = \ln(1 + x^T Px) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x^T Px)^n = x^T Px - \frac{1}{2} (x^T Px)^2 + \frac{1}{2} (x^T Px)^3 - \dots$$

Η νέα μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση του πειράματος, έδωσε μια αρχική ροπή στο άκρο ώστε να ξεκινήσει να ταλαντώνεται. Όταν βρεθεί το εκκρεμές στο επιθυμητό σημείο που, το κάτω άκρο κάνει μια στροφή και φθάνει στην κατακόρυφη θέση. Αυτό πραγματοποιείται από το σύστημα, το οποίο δίνει μια αντίθετη ροπή από αυτήν που έχει για να μπορέσει να σταθεροποιηθεί εκεί. Έτσι, οποιαδήποτε διαταραχή εισαχθεί στη συνέχεια στο pendubot αντικρούεται και το ρομπότ παραμένει σταθερό. Όπως φαίνεται και από την γραφική αλλά και από το πείραμα, το άκρο αρχικά δεν έχει αρκετή γωνιακή ταχύτητα για να φθάσει στο επιθυμητό σημείο, οπότε χρειάζεται να κάνει πρώτα μια ταλάντωση. Στην συνέχεια, παρατίθεται το διάγραμμα γωνίας – χρόνου της πρώτης άρθρωσης κατά την διάρκεια του ελέγχου.

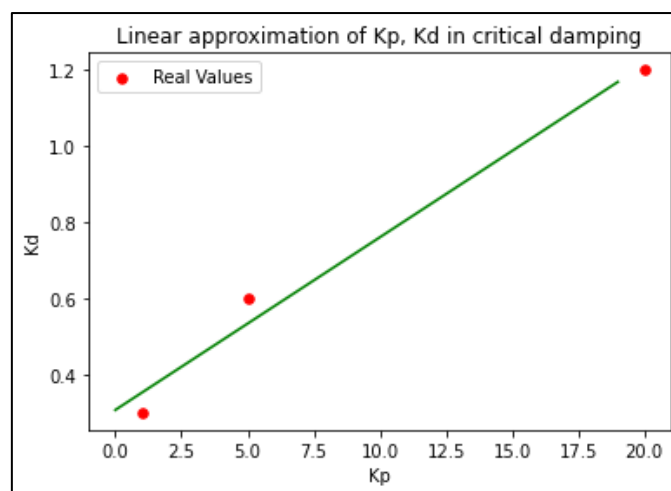


Σχολιασμός:

Παρατηρείται πώς στα 1.5 sec παρουσιάζει μια απότομη μεταβολή. Αυτό οφείλεται στην ροπή αντιστάθμισης που ασκεί το σύστημα επειδή βρίσκεται στην επιθυμητή θέση και μέχρι τα 2.5 sec φαίνονται οι μεταβολές που συμβαίνουν μέχρι να γίνει η σταθεροποίηση.

Κρίσιμη Απόσβεση

Σε αυτό το τελικό στάδιο, παρουσιάζεται και ένα διάγραμμα (K_p , K_d) στο οποίο έχει επιλεγθεί η καταγραφή των τιμών των παραγόντων θέσης και ταχύτητας οι οποίες έδωσαν κρίσιμη απόσβεση. Έτσι λοιπόν, το κριτήριο που συνδυάζει τα παραπάνω χαρακτηριστικά, είναι η καμπύλη εξόδου, η οποία είναι επιθυμητό να κάνει κρίσιμη απόσβεση. Μια τυπική συνάρτηση μεταφοράς ενός συστήματος 2η τάξης είναι η σχέση $H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2}$ η οποία μελετάται ως προς την ευστάθεια, υπολογίζοντας τους πόλους, δηλαδή τις ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης. Από αυτή τη μελέτη προκύπτει ότι για την επίτευξη της κρίσιμης απόσβεσης, απαιτούνται πραγματικοί πόλοι $s_{1,2} = -\omega_n$ και συντελεστής απόσβεσης $\zeta = 1$. Οπότε, με κατάλληλη εφαρμογή της συνάρτησης polyfit, επιτυγχάνεται η βέλτιστη ευθεία που περιγράφεται από τα τοποθετημένα σημεία. Το διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



Σχολιασμός:

Η γραφική παράσταση αποτελεί τη γραμμική παλινδρόμηση των σημείων που προκύπτει από τις μετρήσεις. Παρατηρείται ότι οι συντελεστές των (K_p , K_d) φαίνεται να επιλέχθηκαν έτσι ώστε να ακολουθούν γραμμική σχέση. Αυτό συμβαίνει διότι, αν για ένα ζεύγος (K_p , K_d) υπάρχει κρίσιμη απόσβεση, τότε το ίδιο θα συμβαίνει για κάθε ζεύγος (λK_p , λK_d) ($\lambda > 0$) αφού ο πολλαπλασιασμός με σταθερά δεν μεταβάλλει τις ρίζες της συνάρτησης μεταφοράς. Από το γράφημα επιβεβαιώνεται ότι οι αποκλίσεις από την προκύπτουσα ευθεία είναι μικρές, συνεπώς ο λόγος των δύο παραμέτρων του ελεγκτή είναι περίπου σταθερός για κρίσιμη απόσβεση.

Resources

- [1] Υλικό & Σημειώσεις μαθήματος
- [2] John J. Craig, Introduction to robotics: Mechanics & Control (2009)
- [3] Daniel J Block & Mark W Spong, Mechanical design & control of the pendubot, (1995)
- [4] Mark W Spong & Daniel J Block, The pendubot: A mechatronic system for control research and education, in Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control. IEEE, (1995)
- [5] The Pendubot: User's Manual, Mechatronic Systems Inc.