

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**



**ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ Ι: ΑΝΑΛΥΣΗ - ΕΛΕΓΧΟΣ - ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ**

(2021 – 2022)

*3<sup>η</sup> Εργαστηριακή Άσκηση: Προγραμματισμός Ρομπότ Adept*

Υπεύθυνος Εργαστηρίου:

- Κ. Τζαφέστας

Μεταπτυχιακοί Συνεργάτες:

- Αθανάσιος Δομέτιος

Ημερομηνία διεξαγωγής:

- 01/12/2021 & 14/12/2021 16:00 – 17:00 (Ms Teams)

Ομάδα:

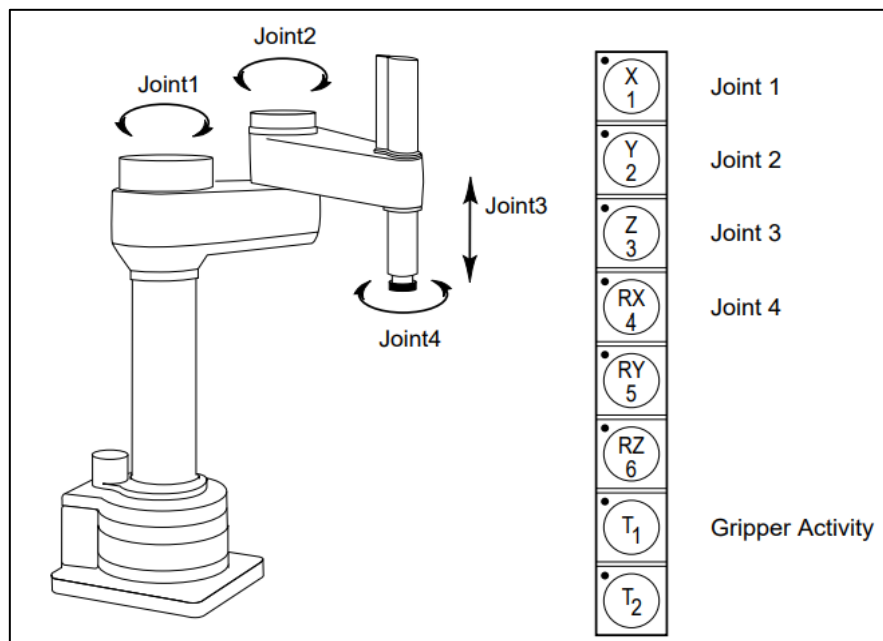
- B4-1

Ονοματεπώνυμο, Α.Μ. & Στοιχεία Επικοινωνίας Μελών:

- |                      |              |  |
|----------------------|--------------|--|
| ▪ Χάρης Αλετράρης    | (031 18 700) | <a href="mailto:el18700@mail.ntua.gr">el18700@mail.ntua.gr</a> |
| ▪ Παναγιώτης Γκότσης | (031 18 010) | <a href="mailto:el18010@mail.ntua.gr">el18010@mail.ntua.gr</a> |
| ▪ Ειρηναίος Μιχαήλ   | (031 18 705) | <a href="mailto:el18705@mail.ntua.gr">el18705@mail.ntua.gr</a> |
| ▪ Χρήστος Τσούφης    | (031 17 176) | <a href="mailto:el17176@mail.ntua.gr">el17176@mail.ntua.gr</a> |

## Περιγραφή Πειράματος

Η 3<sup>η</sup> Εργαστηριακή Άσκηση με τίτλο “Προγραμματισμός Ρομπότ Adept” αφορά τον χειρισμό ενός Pendubot του Εργαστηρίου Ρομποτικής, το οποίο φαίνεται στην συνέχεια. Μελετήθηκαν τα χαρακτηριστικά του, έγινε ανάλυση του κινηματικού μοντέλου και βρέθηκαν οι ιδιομορφίες του. Ακόμη, μελετήθηκε η πολυωνυμική παρεμβολή και η συστηματοποίηση της διαδικασίας pick & place και παρουσιάστηκε η μέθοδος online προγραμματισμού του Adept με ένα MCP χειριστήριο.

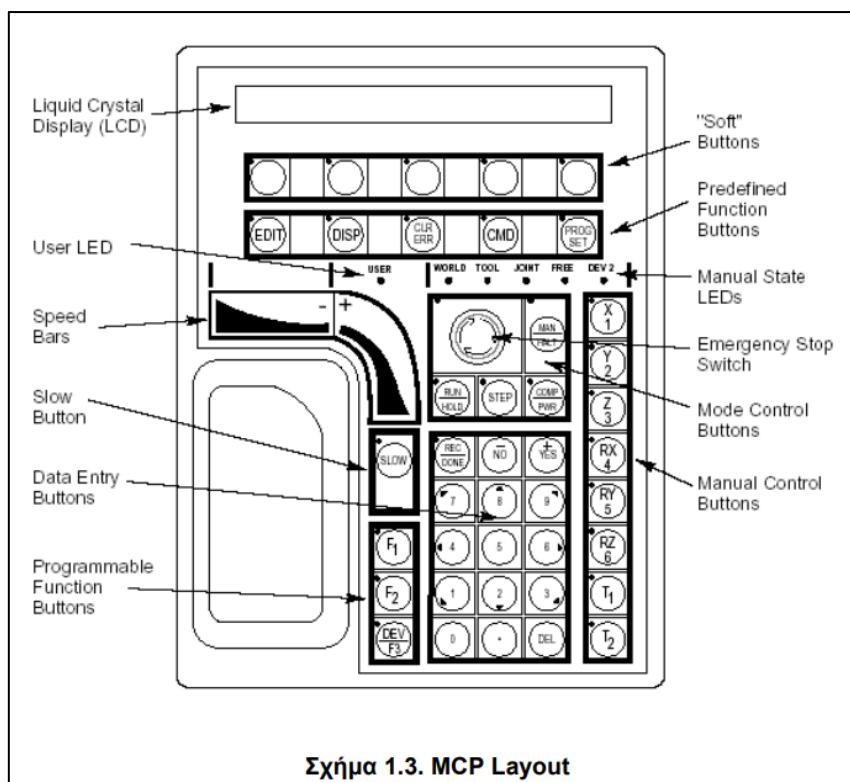


Σκοπός του πειράματος ήταν η γνωριμία και εξοικείωση με τον «εν λειτουργία» (on-line) προγραμματισμό της ρομποτικής διάταξης, με τη χρήση ενός χειριστηρίου Manual Control Pendant. Πιο αναλυτικά, στην άσκηση περιλαμβανόταν η μελέτη ρομποτικού βραχίονα της εταιρείας Adept που χρησιμοποιείται εκτενώς σε βιομηχανικά περιβάλλοντα, η εκτέλεση συγκεκριμένων δραστηριοτήτων pick & place και η μελέτη του θεωρητικού υπόβαθρου που υλοποιεί το ρομποτικό σύστημα. Συγκεκριμένα, ο ρομποτικός βραχίονας διέθετε χειριστήριο τύπου Teach Pendant με το οποίο δινόταν εντολή για να κινηθεί το εργαλείο δράσης προς συγκεκριμένη κατεύθυνση. Η κίνηση του εργαλείου δράσης γινόταν με βάση διαφορετικές λειτουργίες διδασκαλίας, όπως φαίνεται και παρακάτω, και επιπροσθέτως υπήρχε δυνατότητα περιστροφής του end-effector ως προς τον τελικό άξονα z και λειτουργία grab & release. Έτσι, κατά την διάρκεια του εργαστήριου, έγινε μια επίδειξη της κίνησης του ρομπότ μετακινώντας ξύλινα κυβάρια από την θέση που βρίσκονταν σε κάποια νέα. Το πείραμα αυτό που εκτελέστηκε σε μικρή κλίμακα στο εργαστήριο, αποτελεί μικρογραφία ενός βιομηχανικού ρομποτικού περιβάλλοντος, όπου εκεί οι ρομποτικοί βραχίονες είναι κατάλληλα προγραμματισμένοι ώστε να εκτελούν επαναλαμβανόμενα προκαθορισμένες εργασίες που αφορούν βιομηχανικά αντικείμενα. Συνεπώς, για την ασφαλή λειτουργία του ρομπότ και τον σαφή καθορισμό της θα πρέπει να πραγματοποιηθεί ανάλυση του ρομπότ όσον αφορά την κίνησή του στο χώρο αλλά και του εκάστοτε αλγορίθμου pick & place που αφορά τη λειτουργία του.

## Χαρακτηριστικά Πειραματικής Διάταξης

### Ρομποτικός βραχίονας

Ο βραχίονας που χρησιμοποιήθηκε στην άσκηση αυτή διαθέτει 4 αρθρώσεις οπότε και 4 βαθμούς ελευθερίας εκ των οποίων τρεις είναι περιστροφικές (άρθρωση 1, 2, 4) και οδηγούνται από ηλεκτρικούς κινητήρες συνεχούς ρεύματος (DC) και μια είναι πρισματική (άρθρωση 3) και οδηγείται μέσω μηχανισμού με αέρα υπό πίεση. Ειδικότερα, οι δύο πρώτες στρωφικές αρθρώσεις αποτελούν έναν 2R-planar μηχανισμό στο οριζόντιο επίπεδο, η 3<sup>η</sup> είναι πνευματικά επενεργούμενη και μετατοπίζει τον end-effector κατακόρυφα, δηλαδή στον άξονα z και η 4<sup>η</sup> περιστρέφει το τελικό εργαλείο δράσης ως προς τον κατακόρυφο άξονα. Οι αρθρώσεις του ρομπότ κινούνται από σερβοκινητήρες που προσδίδουν πλήρη έλεγχο στην κίνηση. Το εργαλείο δράσης (end-effector) του ρομπότ διαθέτει gripper το οποίο έχει την δυνατότητα να χειρίζεται αντικείμενα μικρού μεγέθους και να τα μετακινεί σε διάφορες θέσεις του χώρου. Επίσης, ο βραχίονας διαθέτει δυνατότητες προγραμματισμού (γλώσσα προγραμματισμού V), καθώς και παρεμβολής, ενώ δεν διαθέτει αισθητήρες (πρόκειται για σχετικά παλιό μοντέλο). Τέλος, σημειώνεται πως αν η πίεση πέσει κάτω από ένα ορισμένο όριο, τότε ο ρομποτικός βραχίονας μπορεί να κλειδώσει και να εμφανίσει προειδοποιητικά μηνύματα. Αυτή η δομή του κινηματικού μηχανισμού τον καθιστά κατάλληλο για εργασίες τύπου pick & place.



### Χειριστήριο MCP

Το χειριστήριο χρησιμοποιεί το παγκόσμιο σύστημα για την παράλληλη κίνηση όλων των αξόνων. Έτσι, μέσω των επιλογών “X”, “Y”, “Z”, “RZ” κάθε φορά επιλέγεται η μεταφορική και περιστροφική κίνηση που θα πραγματοποιήσει, με τα “+” και “-” επιλέγεται η κατεύθυνση και με το “T1” λειτουργεί ο end-effector.

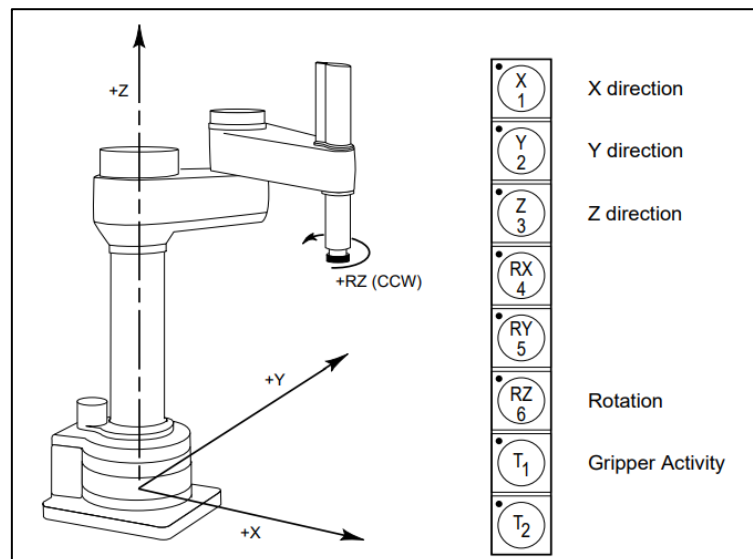
## Καταστάσεις Ρομποτικού Βραχίονα

Ο χειρισμός και η διδασκαλία του ρομποτικού μηχανισμού πραγματοποιείται, όπως αναφέρθηκε, μέσω του Teach Pendant, το οποίο εικονίζεται παραπάνω. Όπως φαίνεται στην εικόνα, το χειριστήριο διαθέτει μεταξύ άλλων πλήκτρο emergency stop, πλήκτρα επιλογής της κατάστασης λειτουργίας, οθόνη LED και πλήκτρα ελέγχου της ταχύτητας του ρομπότ. Στα δεξιά του χειριστηρίου βρίσκονται τα manual control buttons, μέσω των οποίων μπορεί να γίνει ο έλεγχος των αρθρώσεων, ανάλογα με την επιλεγμένη λειτουργία διδασκαλίας. Τα πλήκτρα T<sub>1</sub> και T<sub>2</sub> ελέγχουν το άνοιγμα και το κλείσιμο του gripper.

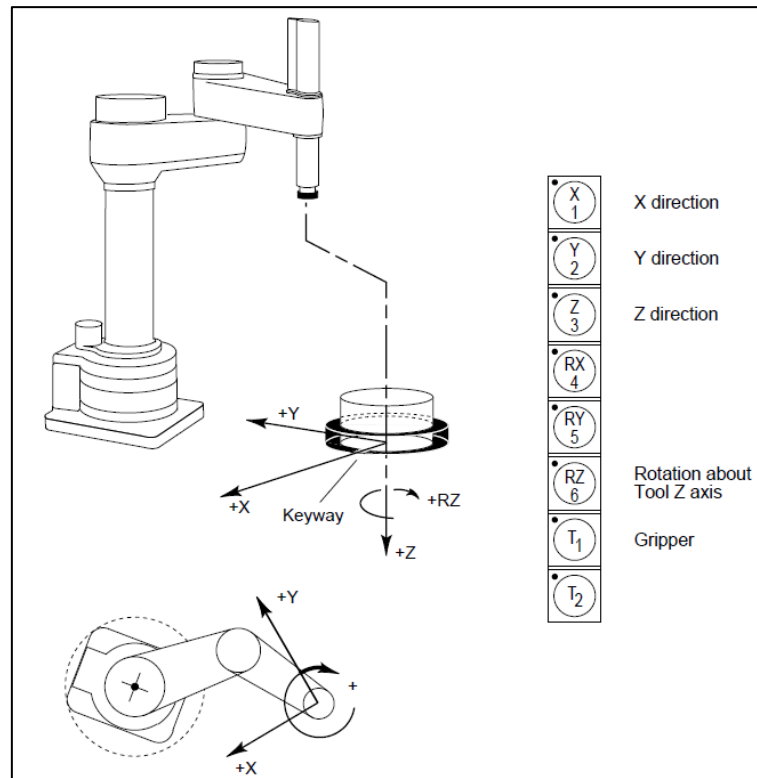
Η διδασκαλία του ρομπότ αφορά στην τοποθέτηση του ρομπότ σε συγκεκριμένες θέσεις και στην αποθήκευσή τους, με σκοπό την εκμάθηση του ρομπότ ως προς τις κινήσεις που καλείται να πραγματοποιήσει. Μέσω του χειριστηρίου MCP υποστηρίζονται οι τέσσερις λειτουργίες διδασκαλίας που αναφέρονται παρακάτω.

Αναλόγως την λειτουργία που θα επιτελέσει, ο βραχίονας έχει την δυνατότητα να κινηθεί με διαφορετικά συστήματα συντεταγμένων. Οπότε, για κάθε σύστημα που επιλέγεται, θα βρίσκεται και σε διαφορετική κατάσταση κίνησης και χειρισμού. Οι πιθανές καταστάσεις που μπορεί να βρεθεί είναι οι εξής:

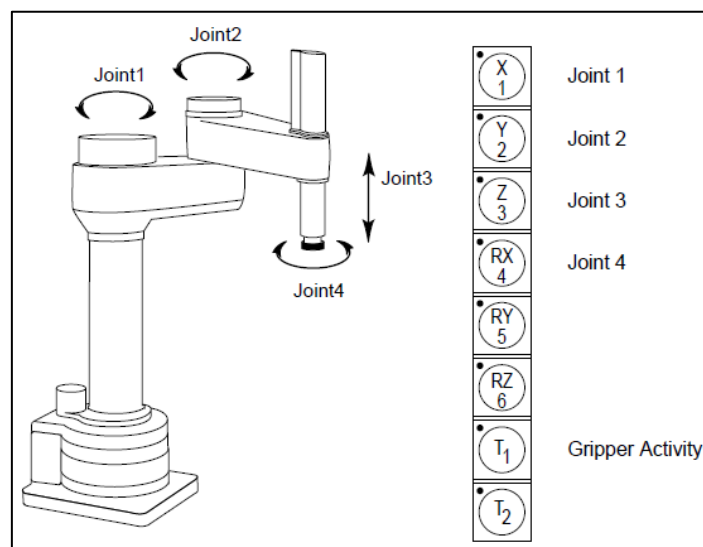
- *Παγκόσμια Κατάσταση (World State):* Ο βραχίονας κινείται με βάση το παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων. Για ένα ρομπότ τύπου SCARA η αρχή των αξόνων βρίσκεται στην βάση του βραχίονα και οι κατευθύνσεις των αξόνων είναι όπως φαίνονται στην εικόνα. Με άλλα λόγια, αυτή η λειτουργία διδασκαλίας είναι εκφρασμένη στη βάση του ρομπότ και μέσω του χειριστηρίου δίνονται εντολές για μετακίνηση του τελικού στοιχείου δράσης στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων της βάσης του ρομπότ.



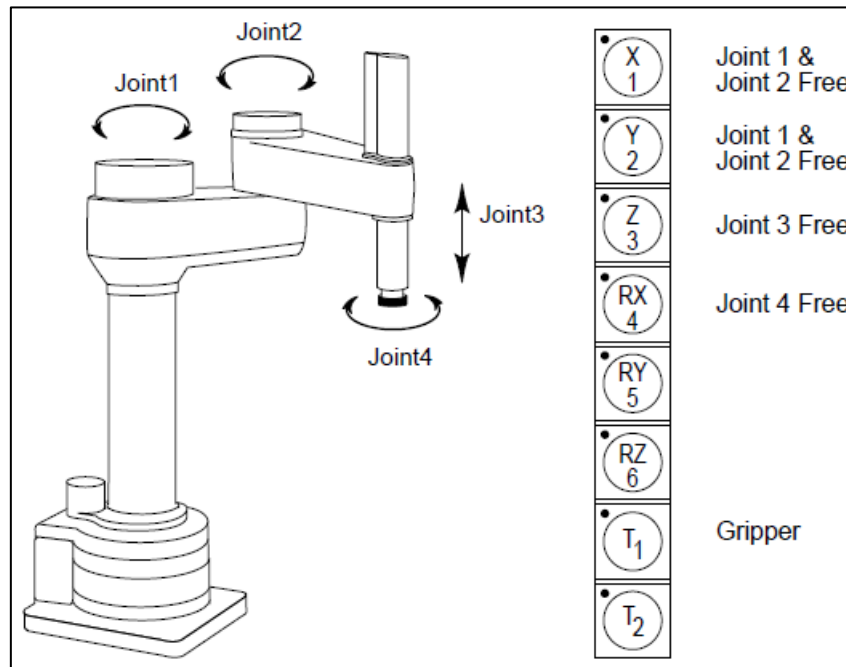
- *Κατάσταση Εργαλείου (Tool State)*: Ο βραχίονας κινείται με βάση το σύστημα συντεταγμένων που βρίσκεται στο gripper και είναι κεντραρισμένο με τον άξονα z να κατευθύνεται προς τα έξω και χρησιμοποιείται για την εκτέλεση εργασιών που απαιτούν λεπτό χειρισμό της δαγκάνας. Με άλλα λόγια, αυτή η λειτουργία διδασκαλίας είναι εκφρασμένη στο τελικό στοιχείο δράσης του ρομπότ και έτσι, δίνονται εντολές για μετακίνηση του τελικού στοιχείου δράσης στο σύστημα συντεταγμένων του τελικού εργαλείου δράσης.



- *Κατάσταση Άρθρωσης (Joint State)*: Ο βραχίονας ελέγχεται με βάση τις αρθρώσεις του από τον χειριστή και χρησιμοποιείται όταν κάποιος έχει εμπειρία και θέλει να επισπεύσει κάποιες διαδικασίες. Με άλλα λόγια, αυτή η λειτουργία διδασκαλίας είναι εκφρασμένη στο χώρο των αρθρώσεων μέσω του χειριστηρίου δίνονται εντολές για μετακίνηση κάθε άρθρωσης ξεχωριστά.



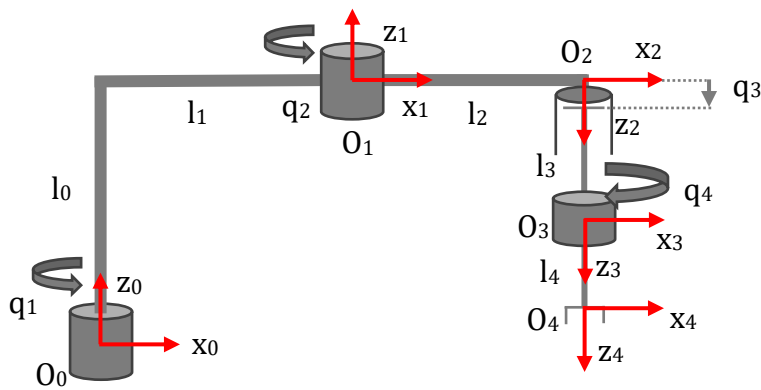
- *Ελεύθερη Κατάσταση (Free State)*: Οι αρθρώσεις του βραχίονα απελευθερώνονται από τους σερβοκινητήρες και από τα φρένα και χρησιμοποιείται για εξατομικευμένες περιπτώσεις. Με άλλα λόγια, αυτή η λειτουργία διδασκαλίας αφορά την απελευθέρωση των αρθρώσεων και μέσω του χειριστηρίου απελευθερώνονται επιλεγμένες αρθρώσεις ώστε ο χειριστής να μπορεί να τις κινήσει με το χέρι.



## Ευθεία Κινηματική Ανάλυση

Η ανάλυση της κίνησης του ρομπότ ξεκινά από την ευθεία κινηματική του ανάλυση χρησιμοποιώντας την μέθοδο των Denavit-Hartenberg. Τα πλαίσια αναφοράς των συνδέσμων τοποθετούνται όπως φαίνονται παρακάτω. Αρχικά, τοποθετούνται στο σχήμα οι άξονες  $z_i$  σύμφωνα με την γενικευμένη διεύθυνση μετατόπισης της άρθρωσης  $i+1$ , με  $i = 0, 1, 2, 3$ . Επισημαίνεται ότι οι αρθρώσεις αριθμούνται από  $q_1$  ως  $q_4$ , όπως γίνεται στη μεθοδολογία D-H, ενώ οι σύνδεσμοι συμβολίζονται με  $l_i$ , με  $i = 0, 1, 2, 3, 4$ . Ύστερα, τοποθετούνται οι άξονες  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  ώστε να είναι στην κοινή κάθετο μεταξύ  $z_{i-1}$ ,  $z_i$ . Ειδικότερα, τοποθετείται ο  $x_1$  στην προέκταση του συνδέσμου  $l_1$ , ο  $x_2$  στην προέκταση του συνδέσμου  $l_2$ , ενώ ο  $x_3$  κατά σύμβαση παράλληλος με τον  $x_2$ . Επιπλέον, τοποθετείται ο  $x_4$  στην κανονική κατάσταση του ρομπότ παράλληλος με τον  $x_3$  ενώ στην τυχαία θέση διαφέρει κατά γωνία  $q_4$ . Τέλος, σημειώνεται ότι επιλέγεται ο  $x_0$  αυθαίρετα ώστε να είναι παράλληλος με το σύνδεσμο  $l_1$  στη διάταξη αρχικοποίησης. Οι άξονες  $y_i$  τίθενται κατάλληλα ώστε τα επιμέρους συστήματα συντεταγμένων να είναι ορθοκανονικά και δεξιόστροφα. Υπογραμμίζεται ότι δεν εμφανίζονται οι άξονες στο σχήμα αφού δεν συμμετέχουν στην επίλυση του κινηματικού μοντέλου.

Το σχήμα της διάταξης αρχικοποίησης είναι το ακόλουθο:



Έτσι, ο πίνακας παραμέτρων της μεθόδου D-H θα είναι:

$i$	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$q_1$	$l_0$	$l_1$	0
2	$q_2$	0	$l_2$	$\pi$
3	0	$q_3 + l_3$	0	0
4	$q_4$	$l_4$	0	0

Οπότε, πλέον μπορεί να υπολογιστεί το μητρώο μετασχηματισμού του συστήματος συντεταγμένων του εργαλείου δράσης ως προς το σύστημα συντεταγμένων της βάσης του ρομπότ που είναι και το παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων.

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_4^0(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4) &= A_1^0(q_1)A_2^1(q_2)A_3^2(q_3)A_4^3(q_4) = \\
&= (T_z(l_0)R_z(q_1)T_x(l_1))(R_z(q_2)T_x(l_2)R_x(\pi))(T_z(q_3 + l_3))(R_z(q_4)T_z(l_4)) = \\
&= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 + l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & c_1 l_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & s_1 l_1 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & c_2 l_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & s_2 l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_3 - l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & c_1 l_1 + c_{12} l_2 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & s_1 l_1 + s_{12} l_2 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ -s_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -q_3 - l_3 - l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} \cos(q_1 + q_2 - q_4) & \sin(q_1 + q_2 - q_4) & 0 & c_1 l_1 + c_{12} l_2 \\ \sin(q_1 + q_2 - q_4) & -\cos(q_1 + q_2 - q_4) & 0 & s_1 l_1 + s_{12} l_2 \\ 0 & 0 & -1 & l_0 - q_3 - l_3 - l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Οπότε, ο προσανατολισμός και η θέση του τελικού στοιχείου δράσης, αντίστοιχα, ως προς το σύστημα συντεταγμένων της βάσης του μηχανισμού:

$$\mathbf{R}_4^0(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4) = \begin{pmatrix} \cos(q_1 + q_2 - q_4) & \sin(q_1 + q_2 - q_4) & 0 \\ \sin(q_1 + q_2 - q_4) & -\cos(q_1 + q_2 - q_4) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}_4^0(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4) = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 l_1 + c_{12} l_2 \\ s_1 l_1 + s_{12} l_2 \\ l_0 - q_3 - l_3 - l_4 \end{pmatrix}$$

Όπου,  $c_{i...j} = \cos(q_i + \dots + q_j)$ ,  $s_{i...j} = \sin(q_i + \dots + q_j)$

Και  $\cos\left(q_i + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(q_i)$ ,  $\sin\left(q_i + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(q_i)$



## Διαφορική Κινηματική Ανάλυση

Παρακάτω, υπολογίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας και τα ιδιάζοντα σημεία αυτού – singularities.

### Υπολογισμός Ιακωβιανής Μήτρας

Η Ιακωβιανή μήτρα είναι ένας πίνακας διαστάσεων  $6 \times n$  όπου  $n$  είναι ο αριθμός των αρθρώσεων.

Συνεπώς, εδώ θα είναι ένας πίνακας διαστάσεων  $6 \times 4$  ο οποίος ορίζεται από την σχέση:

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} v_E \\ \omega_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{L_1} J_{L_2} J_{L_3} J_{L_4} \\ J_{A_1} J_{A_2} J_{A_3} J_{A_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix}$$

Από την ανάλυση D-H προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_3^0(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3) &= \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 & c_1 l_1 + c_{12} l_2 \\ s_{12} & -c_{12} & 0 & s_1 l_1 + s_{12} l_2 \\ 0 & 0 & -1 & l_0 - q_3 - l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{R}_3^0(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3) &= \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ s_{12} & -c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_2^0(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) &= \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 & c_1 l_1 + c_{12} l_2 \\ s_{12} & -c_{12} & 0 & s_1 l_1 + s_{12} l_2 \\ 0 & 0 & -1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{R}_2^0(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) &= \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ s_{12} & -c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1^0(\mathbf{q}_1) &= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & c_1 l_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & s_1 l_1 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{R}_1^0(\mathbf{q}_1) &= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Για τον υπολογισμό της Ιακωβιανής μήτρας απαραίτητα είναι επίσης και τα εξής μεγέθη:

$$b_0 = R_0^0 b = I_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$b_1 = R_1^0 b = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$b_2 = R_2^0 b = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ s_{12} & -c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$b_3 = R_3^0 b = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ s_{12} & -c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Τέλος, υπολογίζονται οι μετατοπίσεις του τελικού συστήματος ως προς τα ενδιάμεσα και το αρχικό:

$$r_4^0 = \begin{pmatrix} c_1 l_1 + c_{12} l_2 \\ s_1 l_1 + s_{12} l_2 \\ l_0 - q_3 - l_3 - l_4 \end{pmatrix}$$

$$r_4^1 = \begin{pmatrix} c_{12} l_2 \\ s_{12} l_2 \\ -q_3 - l_3 - l_4 \end{pmatrix}$$

$$r_4^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -q_3 - l_3 - l_4 \end{pmatrix}$$

$$r_4^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_4 \end{pmatrix}$$

Συνεπώς, τώρα μπορούν να υπολογιστούν οι συνιστώσες της Ιακωβιανής μήτρας ως εξής:

$$J_{L_1} = b_0 \times r_4^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_1 l_1 + c_{12} l_2 \\ s_1 l_1 + s_{12} l_2 \\ l_0 - q_3 - l_3 - l_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -s_1 l_1 - s_{12} l_2 \\ c_1 l_1 + c_{12} l_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$J_{A_1} = b_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$J_{L_2} = b_1 \times r_4^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} l_2 \\ s_{12} l_2 \\ -q_3 - l_3 - l_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -s_{12} l_2 \\ c_{12} l_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$J_{A_2} = b_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$J_{L_3} = b_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$J_{A_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$J_{L_4} = b_3 \times r_4^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$J_{A_4} = b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Επομένως,

$$J = \begin{bmatrix} J_{L_1} J_{L_2} J_{L_3} J_{L_4} \\ J_{A_1} J_{A_2} J_{A_3} J_{A_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_1 l_1 - s_{12} l_2 & -s_{12} l_2 & 0 & 0 \\ c_1 l_1 + c_{12} l_2 & c_{12} l_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Αξίζει να σημειώσουμε ότι η 4<sup>η</sup> και η 5<sup>η</sup> γραμμή της Ιακωβιανής μήτρας είναι μηδενικές, καθώς ο υπό μελέτη μηχανισμός δεν μπορεί να περιστρέψει το εργαλείο δράσης περί τον άξονα x ή τον άξονα y. Επομένως, οι  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  μπορούν να αγνοηθούν στη διαφορική κινηματική ανάλυση, με παράλειψη των δύο αυτών μηδενικών γραμμών του πίνακα J.

### Υπολογισμός Ιδιόμορφων διατάξεων

Παρατηρήθηκε ότι υπάρχουν περιορισμοί, δηλαδή ιδιόμορφες διατάξεις, στον ελεύθερο χώρο που ο βραχίονας δεν πρέπει να επισκεφθεί διότι αλλοιώνεται και για αυτό το λόγο θα πρέπει να αποφεύγονται. Οι ιδιόμορφες διατάξεις είναι αποτέλεσμα της γεωμετρίας του και, εν προκειμένω, είναι η διάταξη “Elbow Up” & “Elbow Down”. Με άλλα λόγια, είναι θέσεις του ρομποτικού βραχίονα στις οποίες χάνει την δυνατότητα κίνησης προς κάποια κατεύθυνση την οποία μπορεί να πραγματοποιήσει σε κάποια άλλη γενική θέση, δηλαδή οι βαθμοί ελευθερίας του ρομπότ μειώνονται. Στις θέσεις αυτές η Ιακωβιανή μήτρα παρουσιάζει γραμμικώς εξαρτημένες γραμμές. Για τον προσδιορισμό των θέσεων αυτών αρκεί να λυθεί η εξίσωση:

$$\begin{vmatrix} -s_1 l_1 - s_{12} l_2 & -s_{12} l_2 & 0 & 0 \\ c_1 l_1 + c_{12} l_2 & c_{12} l_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -(s_1 l_1 + s_{12} l_2) c_{12} l_2 + (c_1 l_1 + c_{12} l_2) s_{12} l_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (c_1 s_{12} - s_1 c_{12}) l_1 l_2 = 0 \Leftrightarrow s_2 = 0 \Leftrightarrow q_2 = 0 \vee q_2 = \pi$$

Συνεπώς, οι ιδιόμορφες διατάξεις του μηχανισμού είναι οι θέσεις 0,  $\pi$  για την άρθρωση  $q_2$ . Πράγματι, στις θέσεις αυτές το ρομπότ χάνει βαθμό ελευθερίας, αφού οι δύο βραχίονες του ρομπότ έρχονται στην ίδια ευθεία, οπότε το τελικό εργαλείο δεν μπορεί να κινηθεί παράλληλα σε αυτούς. Σημειώνεται ότι για τις μη ιδιόμορφες διατάξεις, η παραπάνω ορίζουσα είναι μη μηδενική και ο τροποποιημένος Ιακωβιανός πίνακας αντιστρέφεται. Έτσι, ο αντίστροφος αυτός είναι:

$$J^{-1}(q_1, q_2) = \frac{1}{s_2 l_1 l_2} \begin{pmatrix} c_{12} l_2 & s_{12} l_2 & 0 & 0 \\ -c_1 l_1 - c_{12} l_2 & -s_1 l_1 - s_{12} l_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -s_2 l_1 l_2 & 0 \\ -c_1 l_1 & -s_1 l_1 & 0 & -s_2 l_1 l_2 \end{pmatrix}$$

Αυτός ο πίνακας μπορεί να αξιοποιηθεί για την αντίστροφη διαφορική κινηματική ανάλυση καθώς

$$\dot{p} = J\dot{q} \Leftrightarrow \dot{q} = J^{-1}\dot{p}$$

Οπότε, μπορεί να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος ταχύτητας του ρομποτικού συστήματος και ο σχεδιασμός τροχιάς όπως θα φανεί στην συνέχεια.

## Σχεδιασμός Κίνησης και Τροχιάς

Ο σχεδιασμός τροχιάς συνίσταται στην κατασκευή μιας συνάρτησης της επιθυμητής εξέλιξης της θέσης του ρομπότ με το χρόνο, η οποία θα χρησιμοποιηθεί για την κίνηση του ρομπότ ώστε αυτό να ακολουθήσει την επιθυμητή καμπύλη (δρόμο) στο χώρο. Ο σχεδιασμός τροχιάς επιτυγχάνεται παρεμβάλλοντας ενδιάμεσες θέσεις μεταξύ του αρχικού και τελικού σημείου, για να δημιουργηθεί έτσι μια ομαλή καμπύλη. Μια απλή μέθοδος σχεδιασμού τροχιάς είναι η πολυωνυμική παρεμβολή, στην οποία χρησιμοποιείται πολυωνυμική συνάρτηση παρεμβολής, οι συντελεστές της οποίας επιλέγονται ώστε να ικανοποιούνται οι αρχικές και τελικές οριακές συνθήκες για την συνάρτηση και τις πρώτες παραγώγους της και έτσι να εξασφαλίζεται η συνέχεια και ομαλότητα της τροχιάς.

Εδώ, μελετάται ο σχεδιασμός δρόμου μεταξύ δύο σημείων A και B. Η μετάβαση θα πρέπει να γίνει ακολουθώντας τους νόμους της κινηματικής και δυνάμεις στις αρθρώσεις. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που θα ακολουθήσει ο ρομποτικός χειριστής για την εκτέλεση μιας εργασίας σε προκαθορισμένο χρόνο ονομάζεται τροχιά. Έτσι, επιλέγεται μια σειρά από N σημεία τα οποία θα ακολουθήσει ο βραχίονας. Η τροχιά θα προκύψει ως ένα πολυώνυμο βαθμού  $N - 1$ . Ωστόσο, ο υπολογισμός του είναι πολύπλοκος και με μικρή ακρίβεια αφού κάθε συντελεστής εξαρτάται από πολλές συνθήκες και κάθε αλλαγή σημείου θα απαιτεί τον επαναπροσδιορισμό ολόκληρου του πολυωνύμου. Για αυτό τον λόγο επιλέγεται πολυώνυμο μικρότερου βαθμού αλλά και για να γίνει απαλοιφή των αρνητικών στοιχείων. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, έστω ότι το ευθύγραμμο τμήμα AB δεν περιέχει κανένα εμπόδιο στο οποίο να μπορεί να πέσει το ρομπότ. Σε περίπτωση ύπαρξης εμποδίου E μπορεί να οριστεί ένας ενδιάμεσος στόχος M και να κινηθεί κατά της πολυγραμμικής διαδρομής  $A \rightarrow M \rightarrow B$ . Σκοπός είναι ο σχεδιασμός μιας περιοδικής κίνησης ανάμεσα στα A και B που ανήκουν στο κοινό επίπεδο με τελικό χρόνο ίσο με  $t_f$ .

Αρχικά, υποδιαιρείται ο στόχος σε ενδιάμεσα σημεία  $A \equiv A_1, A_2, \dots, A_n \equiv B$  και για κάθε ενδιάμεση κίνηση  $A_{i-1} \rightarrow A_i$  χρησιμοποιείται παρεμβολή με χρήση  $K+1$  συναρτήσεων  $\varphi_k(t)$  μοντελοποιώντας την προσδοκώμενη τροχιά ως:

$$r_i(t) = (x_i(t), y_i(t), z_i(t))^T = \sum_{k=0}^K a_{ik} \varphi_k(t)$$

Όπου,  $a_{ik} = (a_{ikx}, a_{iky}, a_{ikz})^T \in \mathbb{R}^3$  οι συντελεστές της παρεμβολής.

Ως συναρτήσεις βάσης  $\varphi_k(t)$  χρησιμοποιούνται τα πολυώνυμα  $\varphi_k(t) = t^k$ .

Σε πρακτικές περιπτώσεις μια κίνηση μεταξύ δύο σημείων A, B με διάνυσμα  $d = r_B - r_A$  μπορεί να διαιρεθεί σε τρεις βασικές φάσεις. Αρχικά, είναι η φάση της επιτάχυνσης από το  $r_A$  ως το  $r_A + \frac{d}{4}$  με χρήση πολυωνύμου 5<sup>ου</sup> βαθμού (για την θέση) για χρόνο  $\frac{T}{8}$ . Έπειτα, είναι η φάση της κίνησης με σταθερή ταχύτητα μεταξύ  $r_A + \frac{d}{4}$  έως  $r_A + \frac{3d}{4}$  για χρόνο  $\frac{2T}{3}$ . Τέλος, είναι η φάση της επιβράδυνσης από  $r_A + \frac{3d}{4}$  έως το τέλος με χρήση πολυωνύμου 5<sup>ου</sup> βαθμού για χρόνο  $\frac{T}{8}$ .

Τονίζεται ότι η κίνηση θα πρέπει να είναι περιοδική και ευθύγραμμη, δηλαδή το ρομπότ να διέρχεται από τα ίδια σημεία για  $A \rightarrow B$  και για  $B \rightarrow A$ . Οπότε, προκύπτει πως:

- Φάση σταθερής ταχύτητας: Έστω  $V = \frac{d}{2 \cdot \frac{3T}{4}}$ . Η κίνηση με σταθερή ταχύτητα θα έχει εξίσωση:

$$r(t) = r_A + \frac{d}{4} + \frac{t - \frac{T}{8}}{V}$$

- Φάση Επιτάχυνσης: Έστω το πολυώνυμο 5<sup>ου</sup> βαθμού όπως παραπάνω και οι ακόλουθες συνθήκες:

$$r(0) = 0, r\left(\frac{T}{8}\right) = r_A + \frac{d}{4}$$

$$\dot{r}(0) = 0, \dot{r}\left(\frac{T}{8}\right) = V$$

$$\ddot{r}(0) = 0, \ddot{r}\left(\frac{T}{8}\right) = 0$$

Οπότε, το γραμμικό σύστημα καταλήγει στις σχέσεις:

$$a_0 = r_A, a_1 = a_2 = 0$$

$$a_3 = \frac{5120d - 256T V}{T^3}$$

$$a_4 = \frac{-61440d + 3584T V}{T^4}$$

$$a_5 = \frac{196608d - 12288T V}{T^5}$$

- Φάση Επιβράδυνσης: Για την επιβολή της περιοδικότητας της κίνησης αρκεί να επιλυθεί η συναρτησιακή σχέση:

$$r(t) + r(T - t) = r_A + d$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι για  $\frac{7T}{8} \leq t \leq T$  θα ισχύει:

$$r(t) = r_A + d - \sum_{k=0}^5 a_k (t - T)^k$$

Παρατηρεί κανείς ότι τόσο η θέση όσο και η ταχύτητα είναι συνεχείς συναρτήσεις του χρόνου. Μάλιστα, για κίνηση από το B στο A με διάνυσμα  $d' = -d$  υπάρχει συμμετρία στην κίνηση και κάνοντας απαλοιφή του χρόνου, προκύπτει ευθύγραμμη τροχιά.

Τέλος, πρέπει για τις τροχιές να ισχύει συνέχεια στην θέση και στην ταχύτητα, δηλαδή να ισχύει ότι  $C^1(\mathbb{R}^3)$ .

Η συνολική τροχιά του ρομπότ γράφεται ως εξής:

$$r(t) = \sum_{i=1}^n r_i(t)$$

Επιπροσθέτως, θεωρείται γνωστό το διαφορικό κινηματικό μοντέλο:

$$\dot{p} = J(q)\dot{q}$$

Και το γεωμετρικό μοντέλο:

$$p = \Gamma(q)$$

Του ρομπότ ως προς το παγκόσμιο σύστημα, το οποίο έχει εξαχθεί από την ευθεία κινηματική ανάλυση που εκτελέστηκε παραπάνω. Χρησιμοποιώντας το αντίστροφο γεωμετρικό και το αντίστροφο διαφορικό κινηματικό μοντέλο υπολογίζονται οι επιθυμητές θέσεις  $q(t)$  και ταχύτητες  $\dot{q}(t)$  των αρθρώσεων, ώστε να τροφοδοτηθούν, με δειγματοληπτικό τρόπο, οι τοπικοί βρόχοι ελέγχου των αρθρώσεων.

Για να διασφαλιστεί ότι το ρομπότ θα διαγράψει τη σωστή τροχιά, γίνεται έλεγχος θέσης του ρομπότ χρησιμοποιώντας π.χ. PD ελεγκτή:

$$u(t) = K_p e(t) + \dot{r}(t)$$

Όπου,  $e(t) = p(t) - r(t)$ , όπου  $p(t)$  η θέση του ρομπότ.

Ειδικότερα, το σφάλμα προκύπτει ως εξής:

$$\dot{e}(t) = \dot{p}(t) - \dot{r}(t) = J(q)\dot{q}(t) - \dot{r}(t) = J(q)J^{-1}(q) \left( K_p e(t) + \dot{r}(t) \right) - \dot{r}(t) = K_p e(t)$$

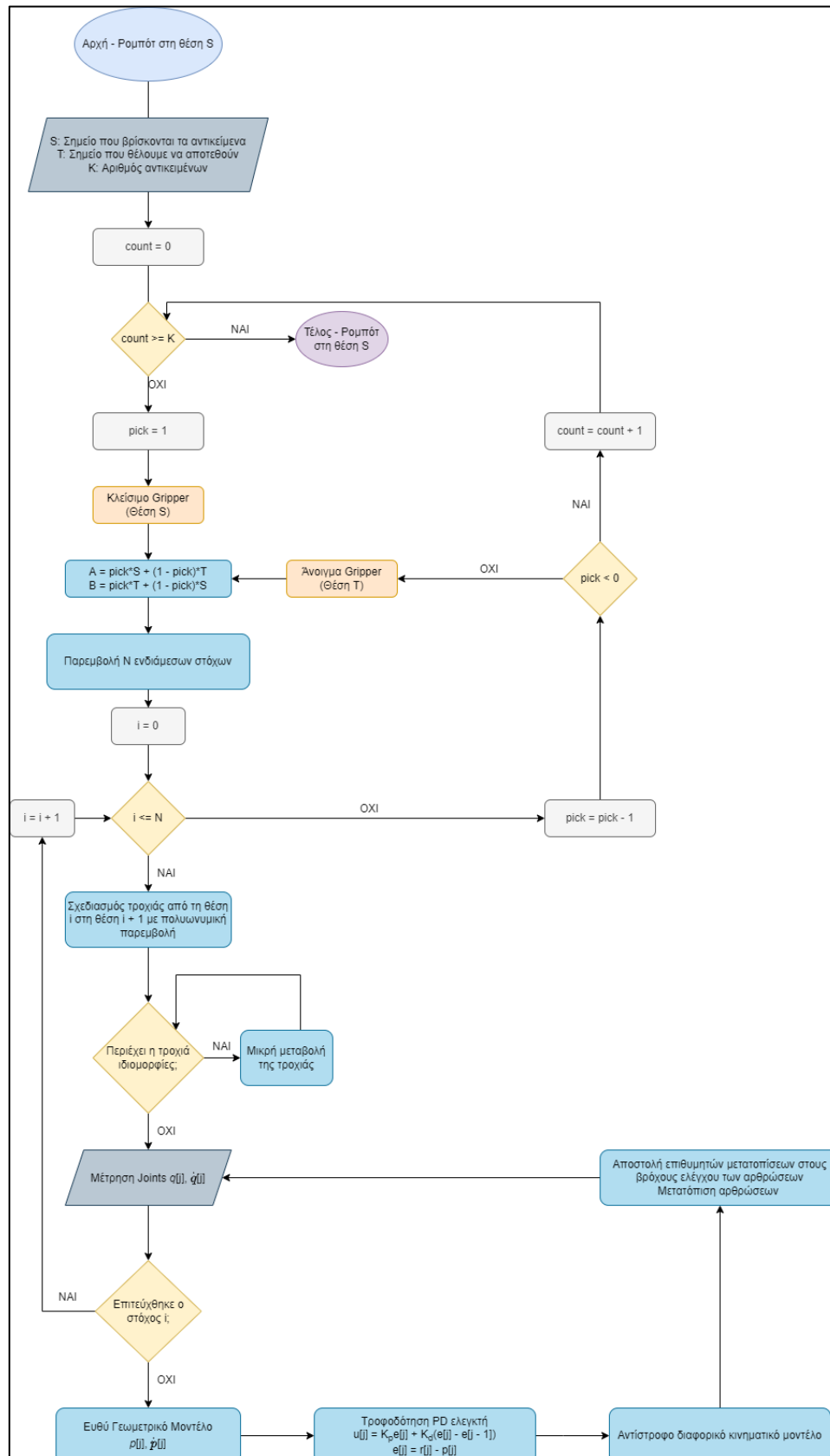
Συνεπώς, διαλέγοντας πίνακα  $K_p$  με ευσταθείς ιδιοτιμές θα ισχύει ότι  $e(t) \rightarrow 0$  για  $t \rightarrow \infty$  και έτσι,  $p(t) \rightarrow r(t)$ .

Σχολιασμός:

Σε όλα τα βήματα που περιεγράφηκαν παραπάνω ελέγχεται αν το ρομπότ βρεθεί σε ιδιόμορφη διάταξη, δηλαδή αν  $|J(q)| = 0$  για κάποια  $q$ . Εάν διαπιστωθεί ότι κατά τη φάση του planning το ρομπότ διέρχεται από singular configuration τότε μεταβάλλεται ελαφρώς η τροχιά κατά απόσταση ίση με  $\epsilon = \max_t \|e(t)\| > 0$  ώστε να είναι  $|J(q)| \neq 0$  όπως αναφέρεται και στα Resources παρακάτω.

## Αλγόριθμος Pick & Place

Εδώ, παρουσιάζεται ένα διάγραμμα ροής για την διαδικασία ελέγχου του ρομπότ τύπου pick & place, όπου καλείται να εκτελεί περιοδικά μια προδιαγεγραμμένη εργασία μετακίνησης αντικειμένων.





## **Resources**

[1] Υλικό & Σημειώσεις μαθήματος

[2] John J. Craig, *Introduction to robotics: Mechanics & Control* (2009)

[3] Kostas Nanos and Evangelos Papadopoulos, "On cartesian motions with singularities avoidance for free-floating space robots," in *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, pp. 5398-5403 (2012)

[4] Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, and Giuseppe Oriolo, *Robotics: modelling, planning and control*, Springer Science & Business Media (2010)