2013 年秋季学期期末考试试卷

请在答题纸上写上姓名，学号以及email 和手机号码

请详细写出解答过程，复杂数值不需要计算出来，列出计算式子即可

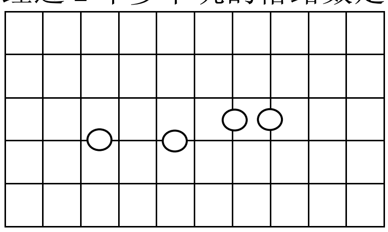
学号： 姓名： 手机号：

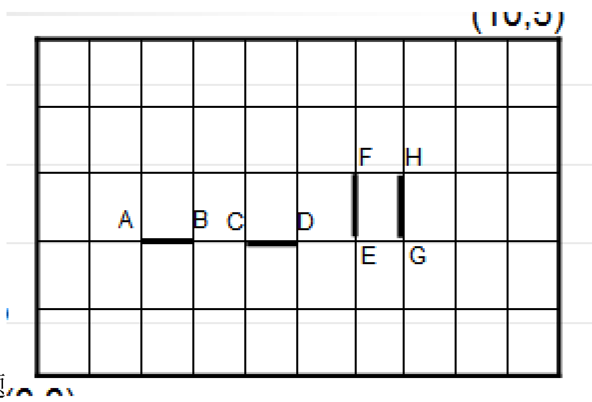
1. 有 5 对父亲和孩子（共 10 人）参加“爸爸去哪儿”节目，其中一期节目是“交换爸爸”，即每位父亲在节目中带的孩子不是自己的孩子。

   1）请问一共有多少种不同的安排方法？

   D5= 5!(1-1/1!+1/2!-1/3!+1/4!-1/5!) = 44

   2）一个游戏环节设计从格路平面（0，0）走到（10，5）点，只能沿格路走水平或垂直方向，不可回退，且途径道路上会有若干个萝卜坑（如图所示），请问**恰巧只**经过 2 个萝卜坑的格路数是多少？





• 2）同课堂例题

P2：

经过 AB,CD 的路径数为$|A1\cap A2|$=C(4,2)C(8,3);

经过 AB,EF 的路径数为 $|A1\cap A3|$=C(4,2)C(6,2);

经过 AB,HG 的路径数为 $|A1\cap A4|$=C(4,2)C(5,2);

经过 CD,EF 的路径数为$|A2\cap A3|$=C(6,2)C(6,2);

经过 CD,HG 的路径数为 $|A2\cap A4|$=C(6,2)C(5,2);

经过 EF,HG 的路径数为 $|A3\cap A4|$=0;

P3

经过 AB,CD,EF 的路径

$|A1\cap A2\cap A3|$=C(4,2)C(6,2);

经过 AB,CD,HG 的路径

$|A1\cap A2\cap A4|$=C(4,2)C(5,2);

$|A2\cap A3\cap A4|$=0

$|A1\cap A2\cap A3\cap A4|$=0

- $Q_2 = P_2 - 3P_3$= 6*81+15*25 – 18*25=411

2. 用 1*2 的红色砖和 1*2 蓝色砖铺 2*n 的路。

   1） 若红色的砖必须竖向放置，蓝砖必须横向放置，请问有多少种不同的方案？

   An = an-1+an-2

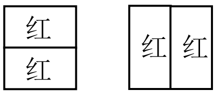
   A1=1, a2 = 2

   A0= 1

$$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad \beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$\boldsymbol{a_n = F_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^{n+1} - \beta^{n+1})}$$

   2） 如果两种颜色的砖在放置方向上没有限制，但是要求红色的砖**不能并排相邻**，即不可以两块红砖出现如下排列形式，请问一共有多少不同的方案？（只需列出递归式，



   并计算足够的初始值来验证递推式的正确性，不需要求解递推公式）

设 bn 表示最后一块砖是红砖竖着

按最后一块砖是不是竖着分

是横着的 3an-2

是竖着的 如果 n-1 的最后一块是竖着红砖，则只能加蓝色竖砖，否则蓝色红色都可以

n-1 的最后一块是竖着红砖 bn-1

n-1 的最后一块不是竖着红砖 (an-1 - bn-1)

an = 3an-2 +bn-1+ 2(an-1 - bn-1) = 3an-2 + 2an-1 - bn-1

bn 只要是在一个不以红竖砖结尾的序列上加上一块红的就可以

bn = an-1 –bn-1

an= an-1+4an-2+3an-3

a1=2

a2=6

a3=17

a4=47

或分析是否以蓝色竖块结尾，若是 an-1

若不是看是否最后是横砖？若是 3an-2

若不是，看 n-1 最后是不是横砖？若是 3an-3

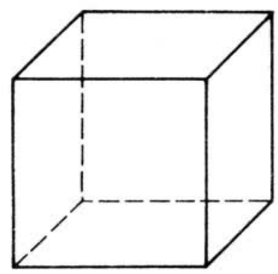
若不是，an-2

an= an-1+4an-2+3an-3

3. 一个正六面体的首饰盒，

1） 若在棱上装饰金线或者银线，每条棱上装饰一条金属线，且不允许有空棱，请问有多少种装饰方案？

正六面体：顶点 8 个，面 6 个，棱 12 条，均为正方形



正六面体

转动群	棱	个数
不动	$(1)^{12}$	1
面心-面心，±90 度	$(4)^3$	6
面心-面心，180 度	$(2)^6$	3
棱心-棱心，180 度	$(1)^2(2)^5$	6
空间对角线±120 度	$(3)^4$	8

（$2^{12}+6*2^3+3*2^6+6*2^7+8*2^4$）/24 = 218

2） 如果要考虑首饰盒要打开，因此沿着某个面上的三条棱切开，切开的边上不镶嵌金属边，其他的边需要镶嵌金边或者银边，请问有多少种不同方案？

排列问题，无等价类

2^9

3） 若考虑 1）中的棱装饰，另外还有 2 颗钻石需要镶嵌在首饰盒的面上，要把 2 颗钻石都用上，允许有空的面，若只考虑每个面钻石的个数，而不考虑摆放位置的话，请问有多少种装饰方案？

正六面体：顶点 8 个，面 6 个，棱 12 条，均为正方形

转动群	面	棱		分开放 求 r^2 的系数	同一个面 求 r 的系数	个数

不动	$(1)^6$	$(1)^{12}$	$2^{12}(r+b)^6$	$2^{12}C(6,2)$	2^{12} $C(6,1)$	1
面心-面心，±90度	$(1)^2(4)$	$(4)^3$	$2^3(r+b)^2(r^4+b^4)$	2^3	$2^3C(2,1)$	6
面心-面心，180度	$(1)^2(2)^2$	$(2)^6$	$2^6(r+b)^2(r^2+b^2)^2$	$2^6(C(2,1)+1)$	$2^6C(2,1)$	3
棱心-棱心，180度	$(2)^3$	$(1)^2(2)^5$	$2^7(r^2+b^2)^3$	2^7 $C(3,1)$	0	6
空间对角线±120度	$(3)^2$	$(3)^4$	$2^4(r^3+b^3)^2$	0	0	8
/24=				2682	1044	

Answer = 3726

4. 用单纯形法求解

$$Min \quad z = 2x_1 + 4x_2 - x_3$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 6 \\ -x_1 + x_2 + -6x_3 \geq -6 \\ 0.5x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 1 \end{cases}$$

(1,1,1) Z=5