

1. a. Seseorang mempunyai tinggi badan dibawah 90 cm adalah syarat cukup untuk makan gratis di restoran ini atau mendapatkan mainan anak, tetapi bukan keduanya

p : Seseorang mempunyai tinggi badan di bawah 90 cm

q : Seseorang makan gratis

r : Seseorang mendapat mainan anak

$$= p \rightarrow (q \vee r)$$

- b. Keldi pergi untuk lari pagi atau memasak bersama teman-temannya jika dan hanya jika dia mempunyai waktu luang dan tidak perlu mengikuti kelas pemrograman

a : Keldi pergi untuk lari pagi

b : Keldi memasak bersama teman-temannya

c : Keldi mempunyai waktu luang

d : Keldi tidak perlu mengikuti kelas pemrograman.

$$= (a \vee b) \rightarrow (c \wedge d)$$

- c. Arisa bisa menonton film Oppenheimer jika dia diatas umur 17 tahun dan sudah membeli tiket bioskop dr kasir.

p : Arisa bisa menonton film Oppenheimer

q : Arisa diatas umur 17 tahun

r : Arisa sudah membeli tiket

$$= (q \wedge r) \rightarrow p$$

2. a.  $(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$

b	p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \vee q$	$(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
	1	1	0	1	1	1
	1	0	0	0	0	1
	0	1	1	0	1	0
	0	0	1	0	1	0

b.  $(p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$

b	p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$p \rightarrow q$	$\neg r \rightarrow \neg p$	$(p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$
	1	1	1	0	0	1	1	1
	1	1	0	0	1	1	0	1
	1	0	1	0	0	0	1	1
	1	0	0	0	1	0	0	0
	0	1	1	1	0	1	1	1
	0	1	0	1	1	1	1	1
	0	0	1	1	0	1	1	1
	0	0	0	1	1	1	1	1

Date / /

OM OT OW OT OF OS OS

1. a. Seseorang mempunyai tinggi badan dibawah 90 cm adalah syarat cukup untuk makan gratis di restoran ini atau mendapatkan mainan anak, tetapi bukan keduanya

p : seseorang mempunyai tinggi badan di bawah 90 cm

q : seseorang makan gratis

r : seseorang mendapat mainan anak

$$= p \rightarrow (q \vee r)$$

b. Keldi pergi untuk lari pagi atau memasak bersama teman-temannya jika dan hanya jika dia mempunyai waktu luang dan tidak perlu mengikuti kelas pemrograman

a : keldi pergi untuk lari pagi

b : keldi memasak bersama teman-temannya

c : keldi mempunyai waktu luang

d : keldi tidak perlu mengikuti kelas pemrograman.

$$= (a \vee b) \rightarrow (c \wedge d)$$

c. Arisa bisa menonton film oppenheimer jika dia diatas umur 17 tahun dan sudah membeli tiket bioskop di kasir.

p : Arisa bisa menonton film oppenheimer

q : Arisa diatas umur 17 tahun

r : Arisa sudah membeli tiket

$$= (q \wedge r) \rightarrow p$$

$$2. a. (p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} b & p & q & \neg p & p \wedge q & \neg p \vee q & (p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q) \end{array}$$

1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0

$$b. (p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} b & p & q & r & \neg p & \neg r & p \rightarrow q & \neg r \rightarrow \neg p & (p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p) \end{array}$$

1	1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1	1

36 lines, 6 mm



3. A: Alex adalah pelaku  
 B: Benny adalah pelaku  
 C: Charlie adalah pelaku  
 D: Doni adalah pelaku  
 E: Elly adalah pelaku

a. Formula logika:

- A(Alex): Pelakunya adalah salah satu dari Benny dan Elly  
 Formula:  $(B \vee E)$
- B(Benny): Jika pelakunya bukan Alex, maka pelakunya Charlie atau Doni  
 Formula:  $\neg A \rightarrow (C \vee D)$
- C(Charlie): Alex bukan pelakunya jika dan hanya jika Doni adalah pelakunya  
 Formula:  $\neg A \leftrightarrow D$
- D(Doni): Alex bersekongkol dengan Benny, atau Charlie bersekongkol dengan Elly  
 Formula:  $(A \wedge B) \vee (C \wedge E)$
- E(Elly): Doni adalah pelakunya, jika Alex atau Charlie adalah pelakunya juga  
 Formula:  $(A \vee C) \rightarrow D$

b.	A	B	C	D	E	$B \vee E$	$\neg A \rightarrow (C \vee D)$	$\neg A \leftrightarrow D$	$(A \wedge B) \vee (C \wedge E)$	$(A \vee C) \rightarrow D$
	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1

(Konsisten)

↳ Pelakunya Charlie dan Elly

4. A: Roni bermain sebagai bek

Formula logika:

B: Roni bermain sebagai gelandang

1.  $A \oplus B \oplus C$

7.  $(E \vee \neg J) \rightarrow K$

C: Roni bermain sebagai penyerang

2.  $D \leftrightarrow (\neg E \wedge \neg F)$

8.  $(D \wedge G) \oplus (\neg I \wedge H)$

D: Roni dalam kondisi prima

3.  $\neg G \rightarrow B$

E: Roni mengalami cedera

4.  $(C \wedge D) \vee H$

F: Roni terkena kartu merah

5.  $J \wedge \neg H$

G: Roni membuat lebih 2 Assist

6.  $(F \vee I) \rightarrow \neg A$

H: Tim pak inton kebocoran lebih 2 gol

I: Tim pak inton menggantikan lebih dari 2 pemain

J: Kiper melakukan lebih dari 4 penyelamatan

K: Tim pak inton kalah

b. Ringkasan kejadian di atas bersifat konsisten. Misal  $y$  adalah seluruh pernyataan dan  $y_1 = T$

$$1) \neg H \text{ (jika ini benar (T), } 1 \equiv T \text{ dan } H \equiv F) \equiv T$$

$$4) C \wedge D \vee H \text{ (} H \equiv F, C \equiv T, D \equiv T) \equiv T$$

$$2) A \oplus B \oplus C \text{ (} C \equiv T, A \equiv F, B \equiv F) \equiv T$$

$$3) \neg G \rightarrow B \text{ (} B \equiv F, G \equiv T) \equiv T$$

$$6) F \vee \neg A \text{ (} F \equiv F, A \equiv F, \neg A \equiv T) \equiv T$$

$$2) D \leftrightarrow \neg E \wedge \neg F \text{ (} D \equiv T, E \equiv F, F \equiv F) \equiv T$$

$$7) E \vee \neg I \rightarrow K \text{ (} E \equiv F, I \equiv T, K \equiv T) \equiv T$$

$$8) D \wedge G \oplus \neg J \wedge K \text{ (} D \equiv T, G \equiv T, \neg J \equiv T, K \equiv T) \equiv T$$

$\Rightarrow$  Ringkasan tersebut konsisten saat  $(A \equiv F), (B \equiv F), (C \equiv T), (D \equiv T), (E \equiv F), (G \equiv T), (H \equiv F), (F \equiv F), (I \equiv T), (J \equiv T), (K \equiv T)$

c. Informasi baru

- Tim pak Iton menang 3-2
- Tim pak Iton mengganti 3 pemain
- Roni memberi 3 Assist

Dampaknya, pernyataan (7) berubah (menjadi  $(E \vee \neg I \rightarrow K \equiv T)$ ) dan pernyataan (8) juga berubah (menjadi  $(D \wedge G) \oplus (\neg J \wedge K)$ ). Konsistensi proposisi tetap

$$5. a. ((p \rightarrow (q \vee r))) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s)) \text{ dan } q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$$

• Misal  $(p \equiv F, q \equiv F, r \equiv F, \text{ dan } s \equiv F)$ :

$$(p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s)) \text{ menghasilkan nilai False}$$

$$q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s)) \text{ menghasilkan nilai True}$$

$\therefore$  Kedua Formula tidak ekuivalen

$$b. (p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s) \text{ dan } (\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$$

• Misal  $(p \equiv F), (q \equiv F), (r \equiv T), (s \equiv T)$

$$(p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s) \text{ akan bernilai true}$$

$$(\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r)) \text{ akan bernilai False}$$

$\therefore$  kedua Formula tidak ekuivalen



$$6. a. (a \vee (\neg b \rightarrow c)) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a) \wedge \neg (\neg b \rightarrow c)$$

$$\equiv (a \vee (b \vee c)) \wedge (c \vee \neg a) \wedge \neg (b \vee c)$$

$$\equiv (a \vee (b \vee c)) \wedge (c \vee \neg a) \wedge (\neg b \wedge \neg c)$$

$$\neg b: T \quad b: F$$

$$\neg c: T \quad c: F$$

$$(a \vee F) \wedge (F \vee \neg a) \quad T \text{ dan } F$$

→ Maka preposisinya bersitat kontradiksi, karena salah satu preposisinya bernilai false

$$b. (\neg a \leftrightarrow c) \wedge (b \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow \neg a) \wedge (b \leftrightarrow \neg c)$$

$$\equiv (\neg a \rightarrow c) \wedge (c \rightarrow \neg a) \wedge (b \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow \neg a) \wedge (b \rightarrow \neg c) \wedge (\neg c \rightarrow b)$$

$$c: T$$

$\neg a: T$  → Preposisinya bersitat kontradiksi, karena salah satu preposisinya False

$$a: F$$

$$\neg c: F$$

$$c. ((a \vee b) \wedge (c \vee d)) \rightarrow ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$$

$$\equiv \neg ((a \vee b) \wedge (c \vee d)) \vee ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$$

$$\equiv (\neg(a \vee b) \vee \neg(c \vee d)) \vee ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$$

$$\equiv ((\neg a \wedge \neg b) \vee (\neg c \wedge \neg d)) \vee ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$$

→ Preposisinya bersitat tautologi, karena seluruhnya akan bernilai true

7.  $P(x)$ : "x suka menonton anime"

$Q(x)$ : "x menggunakan kacamata"

domain x adalah seluruh mahasiswa Fasikom.

$$a. \forall x (P(x) \vee Q(x))$$

↳ "Semua mahasiswa Fasikom suka menonton anime atau menggunakan kacamata"

$$b. \exists x (\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$$

↳ "Ada mahasiswa Fasikom yang tidak suka menonton anime dan menggunakan kacamata"

$$c. \neg \forall x (Q(x))$$

↳ "Tidak semua mahasiswa Fasikom menggunakan kacamata."

$$d. \neg \exists x (\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$$

↳ "Tidak ada mahasiswa Fasikom yang tidak menonton anime dan tidak menggunakan kacamata"

$$e. \forall x (P(x) \rightarrow \neg Q(x))$$

↳ "Semua mahasiswa Fasikom yang suka menonton anime tidak menggunakan kacamata"

8. a.  $\neg \forall x \forall y ((x > 0) \wedge (y > 0) \rightarrow (x - y > 0))$

$\hookrightarrow$  "tidak semua bilangan positif  $x > 0$  dan  $y > 0$  maka  $x - y > 0$

$\Rightarrow x = 2$  dan  $y = 2 = \text{False}$

$\Rightarrow x = 4$  dan  $y = 3 = \text{True} \checkmark$

b.  $\forall x ((x > 0) \rightarrow \exists a \exists b (a \neq b \wedge a^2 = x \wedge b^2 = x \wedge \forall c ((c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x)))$

$\hookrightarrow$  "Semua bilangan positif adalah bilangan kuadrat sempurna"

$\Rightarrow$  contoh bilangan kuadrat 1, 4, 9, 16

contoh bukan bilangan kuadrat 2, 3, 7, 11 = False  $\checkmark$

c.  $\exists x ((x > 0) \wedge \forall a \forall b \forall c (x = a^2 + b^2 + c^2))$

$\hookrightarrow$  "Ada bilangan bulat positif dan tidak memenuhi  $a^2 + b^2 + c^2$

$\Rightarrow$  contoh = 7 True  $\checkmark$

a.  $\neg \forall x \forall y ((x > 0) \wedge (y > 0) \rightarrow (x - y > 0))$

= diketahui bahwa  $x$  dan  $y$  adalah bilangan positif

= pertanyaan hanya true jika  $x > y$ ; jika  $x = y$ ,  $x - y = 0$  dan jika  $x < y$ ,  $x - y < 0$

= Karena  $\forall x \forall y ((x > 0) \wedge (y > 0) \rightarrow (x - y > 0))$  salah, maka  $\neg \forall x \forall y ((x > 0) \wedge (y > 0) \rightarrow (x - y > 0))$  benar

b.  $\forall x ((x > 0) \rightarrow \exists a \exists b (a \neq b \wedge a^2 = x \wedge b^2 = x \wedge \forall c ((c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x)))$

= artinya: untuk setiap bilangan bulat positif  $x$ , ada dua bilangan bulat  $a$  dan  $b$  yang hasil kuadratnya sama dengan  $x$  (dan tidak ada bilangan bulat lain yang hasil kuadratnya sama)

= bilangan bulat hanya bisa bernilai sama (setelah di kuadratkan) jika kebalikan (misal: -2 dan 2; -1 dan 1)

= Juga bilangan bulat tertentu tidak memenuhi akar kuadrat ini, seperti  $a^2 = 3$  atau  $b^2 = 3$

= karena tidak berlaku untuk semua bilangan bulat positif  $x$ , pernyataan ini salah

c.  $\exists x ((x > 0) \wedge \forall a \forall b \forall c (x = a^2 + b^2 + c^2))$

= pernyataan ini benar karena ada  $x$  (cth:  $x = 7$ ) tidak memenuhi



g. a.  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$  dan  $\neg \exists x (P(x) \wedge \neg Q(x))$

$\forall x (\neg P(x) \vee Q(x))$   $\forall x \neg (P(x) \wedge \neg Q(x))$  (negasi kuantor)

(hukum Implikasi)  $\forall x (\neg P(x) \vee Q(x))$  (de Morgan)

(Ekuivalen)

b.  $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$  dan  $\exists x (P(x) \wedge \exists x Q(x))$

$\Rightarrow$  Pernyataan 1 mengharuskan  $P(x)$  dan  $Q(x)$  bernilai benar di suatu  $x$

$\Rightarrow$  Pernyataan 2 hanya menyatakan bahwa  $P(x)$  dan  $Q(x)$  masing-masing benar di setidaknya satu  $x$

$\therefore$  kedua pernyataan Tidak Ekuivalen

Counter - example :

• Misal domain  $x = \{1, 3\}$ . Jika  $P(1)$  benar dan  $Q(1)$  benar, pernyataan 2 benar. Lain hal nya dengan pernyataan 1 yang mengharuskan  $P(x)$  dan  $Q(x)$  benar secara bersamaan

c.  $\forall x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$  dan  $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$

$\Rightarrow$  Kedua pernyataan Tidak Ekuivalen

Counter - example :

• misal domain  $x = \{1, 3\}$

• pada pernyataan 1. jika  $P(1)$  benar dan  $Q(1)$  benar ;  $P(3)$  salah dan  $Q(3)$  salah, maka pernyataan bernilai benar karena  $P(x)$  dan  $Q(x)$  memiliki nilai kebenaran sama untuk setiap nilai  $x$ .

• Sedangkan pada pernyataan 2,  $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$  hanya membahas soal hubungan implikasi,  $Q(x)$  bisa salah dan  $P(x)$  bisa benar, menghasilkan nilai pernyataan salah (dan sebaliknya)

d.  $\forall x (P(x) \wedge \neg Q(x))$  dan  $\neg \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$\therefore$  kedua pernyataan Tidak ekuivalen

Counter - Example:

Misal domain  $x = \{1, 3\}$

• jika  $P(1)$  benar,  $Q(1)$  salah,  $P(2)$  salah, dan  $Q(2)$  benar, maka pernyataan pertama salah karena  $P(2)$  salah dan  $Q(2)$  benar (tidak memenuhi) dan pernyataan kedua benar karena tidak ada  $x$  yang memenuhi  $P(x)$  dan  $Q(x)$  secara bersamaan sehingga keduanya bernilai benar.

10. Diket.

$M(x, y)$  :  $x$  mengikuti turnamen  $y$

$K(x, y)$  :  $x$  memenangkan turnamen  $y$

$x$  dan  $y$  adalah atlet dan turnamen dalam tahun 2023

a. Tidak semua atlet mengikuti semua turnamen dalam tahun 2023

$$\rightarrow \neg \forall x \forall y (M(x, y)) \equiv \exists x \exists y \neg M(x, y)$$

b. Semua atlet mengikuti setidaknya dua turnamen dalam tahun 2023

$$\rightarrow \forall x \exists y \exists z (y \neq z \wedge M(x, y) \wedge M(x, z))$$

c. Ada tepat satu atlet yang memenangkan semua turnamen yang ia ikuti di 2023

$$\rightarrow \exists x (\forall y (M(x, y) \rightarrow K(x, y))) \wedge \forall z (x \neq z \rightarrow \neg \forall y (M(z, y) \rightarrow K(z, y)))$$

d. Ada tepat satu atlet yang mengikuti lebih dari satu turnamen dalam 2023

$$\rightarrow \exists x (\exists y \exists z (y \neq z \wedge M(x, y) \wedge M(x, z))) \wedge \forall x_2 (x_1 \neq x_2 \rightarrow \neg (\exists y \exists z (y \neq z \wedge M(x_2, y) \wedge M(x_2, z))))$$