

# Tugas I : Logika Proposisi dan Logika Predikat

Nama : Erico Putra Bani Mahendra  
 NPM : 2406423181  
 Kelas : Matematika Diskret I G

- 1.) a.)  $p =$  Seseorang memiliki tinggi badan di bawah 90 cm  
 $q =$  Seseorang makan gratis di restoran ini  
 $r =$  Seseorang mendapatkan mainan anak

$$\boxed{p \rightarrow (q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r) \equiv p \rightarrow (q \oplus r)}$$

- b.) a = Keidi pergi untuk lari pagi  
 b = Keidi pergi untuk memasak bersama teman-temannya  
 c = Keidi mempunyai waktu luang  
 d = Keidi tidak perlu mengikuti kelas pemrograman

$$\boxed{(a \vee b) \leftrightarrow (c \wedge d)}$$

- c.)  $x =$  Arisa berumur diatas 17 tahun  
 $y =$  Arisa bisa menonton film Oppenheimer  
 $z =$  Arisa sudah membeli tiket bioskop di kiosir

$$\boxed{(x \wedge z) \rightarrow y}$$

- 2.) a.)  $(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\neg p \vee q$	$(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	T	F
F	F	F	T	F

- b.)  $(p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg r \rightarrow \neg p$	$(p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

$$b.) (P \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$$

P	q	r	$P \rightarrow q$	$\neg r \rightarrow \neg p$	$(P \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

3.) a.)  $A = B \oplus E \equiv (\neg B \wedge E) \vee (B \wedge \neg E)$  }  $A = \text{Alex adalah pelaku}$   
 $B = \neg A \rightarrow (C \vee D)$  }  $B = \text{Benny adalah Pelaku}$   
 $C = \neg A \leftrightarrow D$  }  $C = \text{Charlie adalah pelaku}$   
 $D = (A \wedge B) \vee (C \wedge E)$  }  $D = \text{Doni adalah pelaku}$   
 $E = (A \vee C) \rightarrow D$  }  $E = \text{Elly adalah pelaku}$

Pelaku ?					Masing-masing pernyataan				
A	B	C	D	E	$B \oplus E$	$\neg A \rightarrow (C \vee D)$	$\neg A \leftrightarrow D$	$(A \wedge B) \vee (C \wedge E)$	$(A \vee C) \rightarrow D$
Y	Y	N	N	N	T	F	F	T	F
Y	N	Y	N	N	F	T	F	F	F
Y	N	N	Y	N	F	T	F	F	T
Y	N	N	N	Y	T	T	F	F	F
N	Y	Y	N	N	T	T	F	F	F
N	Y	N	Y	N	T	T	T	F	T
N	Y	N	N	Y	F	F	F	F	F
N	N	Y	Y	N	F	T	T	F	T
N	N	Y	N	Y	T	T	F	T	F
N	N	N	Y	Y	T	T	T	F	T

b.) Berdasarkan tabel kebenaran diatas, dapat kita konklusikan yang merupakan dua orang pelaku adalah Charlie dan Elly. Hal yang mendasari hal tersebut adalah kita tahu bahwa yang merupakan pelaku akan berbohong. Pada implementasi ke sembilan pada di truth table, Charlie dan Elly di asumsikan sebagai pelaku dan pernyataan dari keduanya bernilai False. Hal tersebut menandakan bahwa mereka berbohong atas pernyataan mereka, dan yang kita tahu, pelaku akan selalu berbohong pada setiap pernyataan. Penyimpulan ini diperkuat oleh pernyataan Doni yang mengatakan bahwa Charlie dan Elly bersikongkuol.

- a.)
- A = Roni bermain sebagai bek
  - B = Roni bermain sebagai gelandang
  - C = Roni bermain sebagai penyerang
  - D = Roni dalam kondisi prima
  - E = Roni mengalami cedera
  - F = Roni terkena kartu merah
  - G = Roni membuat lebih dari 2 assist
  - H = Tim Pak Iton kebobolan lebih dari 2 gol
  - I = Kiper tim Pak Iton melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama
  - J = Tim Pak Iton menggantikan lebih dari 2 pemain Sepanjang pertandingan
  - K = Tim Pak Iton kalah
- Proposisi atomik

Hasil translasi dengan proposisi atomik :

- )  $A \oplus B \oplus C \equiv (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C)$
- )  $D \leftrightarrow (\neg E \wedge \neg F) \quad (\neg D \wedge \neg E \wedge \neg F) \vee (D \wedge E \wedge F)$
- )  $\neg G \rightarrow B \quad ((\neg G) \wedge B) \vee (\neg G \wedge \neg B)$
- )  $C \wedge D \vee H \quad ((C \wedge D) \wedge H) \vee ((C \wedge D) \wedge \neg H)$
- )  $I \wedge \neg H \quad ((I \wedge \neg H) \wedge ((\neg I) \vee H)) \vee ((I \wedge \neg H) \wedge (\neg (\neg I) \wedge \neg H))$
- )  $(F \vee J) \rightarrow \neg A \quad ((F \vee J) \wedge \neg A) \vee ((\neg F) \wedge A)$
- )  $(E \vee \neg I) \rightarrow K \quad ((E \vee \neg I) \wedge K) \vee ((\neg E) \wedge (\neg \neg I) \wedge K)$
- )  $(D \wedge G) \oplus (\neg J \wedge K) \equiv (\neg(D \wedge G) \wedge (\neg J \wedge K)) \vee ((D \wedge G) \wedge \neg(\neg J \wedge K))$

b.) Pernyataan-pernyataan diatas bersifat konsisten karena ada setidaknya satu interpretasi yang menyebabkan pernyataan-pernyataan diatas bernilai True secara keseluruhan.

Interpretasi yang memenuhi adalah :

- |                    |   |  |
|--------------------|---|--|
| $A = \text{False}$ | $\Rightarrow A \oplus B \oplus C \text{ (TRUE)}$                      | Semua pernyataan bersifat True, maka pernyataan-pernyataan tersebut <u>konsisten</u> . |
| $B = \text{False}$ | $\Rightarrow D \leftrightarrow (\neg E \wedge \neg F) \text{ (TRUE)}$ |  |
| $C = \text{True}$  | $\Rightarrow \neg G \rightarrow B \text{ (TRUE)}$                     |  |
| $D = \text{True}$  | $\Rightarrow C \wedge D \vee H \text{ (TRUE)}$                        |  |
| $E = \text{False}$ | $\Rightarrow I \wedge \neg H \text{ (TRUE)}$                          |  |
| $F = \text{False}$ | $\Rightarrow (F \vee J) \rightarrow \neg A \text{ (TRUE)}$            |  |
| $G = \text{True}$  | $\Rightarrow (E \vee \neg I) \rightarrow K \text{ (TRUE)}$            |  |
| $H = \text{False}$ | $\Rightarrow (D \wedge G) \oplus (\neg J \wedge K) \text{ (TRUE)}$    |  |
| $I = \text{True}$  |   |  |
| $J = \text{True}$  |   |  |
| $K = \text{False}$ |   |  |

c.) Informasi baru tersebut mengalihbahan munculnya  $\neg p \wedge \neg q \wedge r$  interpretasi baru?

$G = \text{True}$  (Roni memberikan 3 assist)

$K = \text{False}$  (Tim Pak Itan menang)

$H = \text{False}$  (Tim Pak Itan tidak kebobolan lebih dari 2 gol)

$J = \text{True}$  (Tim Pak Itan mengganti 3 pemain)

$\hookrightarrow$  Informasi diatas tidak berdampak apa-apa terhadap konsistensi yang telah dibangun. Hal itu karena seluruh interpretasi baru yang dibuat merupakan syarat konsistensi yang telah dibuat pada soal sebelumnya.

5.) a.)  $((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r)) \equiv q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$

$$((\neg p \vee (q \vee r)) \wedge (q \vee \neg r)) \vee (\neg p \wedge (\neg r \wedge s))$$

$$((\neg p \wedge (q \vee \neg r)) \vee (q \vee \neg r)) \wedge (q \vee \neg r)$$

$$q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s)) \wedge (\neg s \wedge r)$$

$$q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s)) \wedge T$$

$$q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s)) \quad (\text{Ekuivalen})$$

b.)  $(p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s) \equiv (\neg (p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$

$$\neg (p \vee (q \wedge \neg r)) \vee (\neg p \vee s) \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \vee s) \wedge (\neg p \wedge \neg r)$$

$$\neg ((p \vee q) \wedge (p \vee \neg r)) \vee (\neg p \vee s) \equiv (\neg p \vee \neg q) \vee (\neg p \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg r)$$

$$\neg (p \vee q) \vee \neg (p \vee \neg r) \vee (\neg p \vee s) \equiv$$

$$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \vee (\neg p \vee s) \not\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee (\neg p \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg r)$$

(Tidak Ekuivalen)

6.) a.)  $(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge (\neg r \rightarrow \neg p) \wedge \neg (\neg q \rightarrow r)$

$$(p \vee (\neg q \rightarrow r)) \wedge (\neg r \rightarrow \neg p) \wedge \neg (\neg q \rightarrow r)$$

$$(p \vee (\neg q \rightarrow r)) \wedge \neg (\neg q \rightarrow r) \wedge (\neg r \rightarrow \neg p)$$

$$7.) A.) \forall x(P(x) \vee Q(x))$$

: Untuk seluruh mahasiswa Fasilkom, terdapat mahasiswa yang suka menonton anime, menggunakan kacamata, atau keduanya.

$$B.) \exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$$

: Beberapa mahasiswa Fasilkom tidak suka menonton anime dan tidak menggunakan kacamata.

$$C.) \neg \forall x(\neg Q(x))$$

: Tidak semua mahasiswa Fasilkom menggunakan kacamata

$$D.) \neg \exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$$

: Tidak ada mahasiswa Fasilkom yang tidak suka menonton anime dan tidak menggunakan kacamata.

$$E.) \forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$$

: Semua mahasiswa Fasilkom yang suka nonton anime bukan merupakan pengguna kacamata.

$$8.) a.) \forall x \forall y ((x>0) \wedge (y>0) \rightarrow (x-y>0)) \equiv \exists x \exists y \neg((x>0) \wedge (y>0)) \rightarrow (x-y>0)$$
$$\equiv \exists x \exists y \neg(\neg((x>0) \wedge (y>0)) \vee (x-y>0))$$
$$\equiv \exists x \exists y ((x>0) \wedge (y>0) \wedge \neg(x-y>0))$$

→ Makna dari logika tersebut adalah setidaknya terdapat sepasang  $x$  dan  $y$  yang merupakan bilangan bulat positif dimana  $x$  kurang dari atau sama dengan  $y$ . Logika ini bersifat valid atau benar.

$$b.) \forall x((x>0) \rightarrow \exists a \exists b(a \neq b \wedge a^2=x \wedge b^2=x \wedge \forall c((c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x))$$

→ Makna dari logika diatas adalah, untuk setiap bilangan bulat lebih dari 0, terdapat tepat dua bilangan lainnya apabila dikuadratkan akan menghasilkan bilangan itu. ~~dan~~

Hal ini valid, karena kita memiliki bilangan bulat positif dan negatif yang ketika di kuadratkan akan selalu bernilai positif.

$$1^2 = (-1)^2 = 1$$

$$2^2 = (-2)^2 = 4$$

$$3^2 = (-3)^2 = 9$$

} Oleh karena itu, logika tsb. valid!

$$c.) \exists x((x>0) \wedge \forall a \forall b \forall c(x \neq a^2 + b^2 + c^2))$$

→ Makna dari logika tersebut adalah terdapat bilangan bulat positif yang besarnya tidak sama dengan jumlah kuadrat dari tiga bilangan positif lainnya. Hal ini bersifat valid karena tidak semua jumlah kuadrat dari tiga bilangan bulat lain memenuhi seluruh kemungkinan nilai bilangan bulat positif.

g.) a.)  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$  dan  $\neg \exists x (P(x) \wedge \neg Q(x))$

$$\forall x (\neg P(x) \vee Q(x)) \equiv \forall x \neg (P(x) \wedge \neg Q(x))$$

$$\forall x (\neg P(x) \vee Q(x)) \equiv \forall x (\neg P(x) \wedge Q(x))$$

( $\Rightarrow$ ) Kedua expresi tersebut merupakan expresi yang ekuivalen.

b.)  $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$  dan  $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$

Asumsikan kita memiliki domain  $\{x_1, x_2\}$ , maka, expresi diatas dapat kita ubah menjadi bentuk lain :

$$(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \vee (P(x_2) \wedge Q(x_2)) \quad \text{dan} \quad (P(x_1) \vee P(x_2)) \wedge (Q(x_1) \vee Q(x_2))$$

Berdasarkan penjabaran secara proposisi diatas, maka kedua expresi tersebut tidak ekuivalen.

c.)  $\forall x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$  dan  $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$

Dengan asumsi domain  $x$  adalah  $\{x_1, x_2\}$ , kita dapat menjabarkan expresi diatas :

$$\forall x ((P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \rightarrow P(x))) \equiv \neg \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$$

$$\forall x ((\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge (\neg Q(x) \vee P(x))) \equiv \exists x \neg P(x) \vee \forall x Q(x)$$

$$((\neg P(x_1) \vee Q(x_1)) \wedge (\neg Q(x_1) \vee P(x_1))) \wedge ((\neg P(x_2) \vee Q(x_2)) \wedge (\neg Q(x_2) \vee P(x_2))) \\ \neq \quad (\text{Tidak ekuivalen})$$

$$(\neg P(x_1) \vee \neg P(x_2)) \vee (Q(x_1) \wedge Q(x_2))$$

d.)  $\forall x (P(x) \wedge \neg Q(x))$  and  $\neg \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

Dengan asumsi domain  $x$  adalah  $\{x_1, x_2\}$ , kita jabarkan terlebih dahulu expresi diatas :

$$\forall x (P(x) \wedge \neg Q(x)) \equiv \forall x \neg (P(x) \wedge Q(x))$$

$$\forall x (P(x) \wedge \neg Q(x)) \equiv \forall x (\neg P(x) \vee \neg Q(x))$$

$$((P(x_1) \wedge \neg Q(x_1)) \wedge (P(x_2) \wedge \neg Q(x_2))) \neq ((\neg P(x_1) \vee \neg Q(x_1)) \wedge (\neg P(x_2) \vee \neg Q(x_2)))$$

Dapat disimpulkan bahwa dua expresi tersebut tidak ekuivalen.

$$10-\text{a.) } \exists x \forall y (\neg M(x, y))$$

$$\text{b.) } \forall x \exists y (M(x, y) \wedge \forall z ((z \neq y) \rightarrow M(x, z)))$$

$$\text{c.) } \exists x \forall y (K(x, y) \wedge \forall z ($$

$$\text{d.) } \exists x \forall y (K(x, y) \vee \forall z (x = z \wedge K(z, y)))$$