

1. [2+2+2] Buatlah kalimat logika proposisi dari pernyataan berikut dan definisikan terlebih dahulu notasi-notasi proposisi yang digunakan:

- Seseorang mempunyai tinggi badan di bawah 90 cm adalah syarat cukup untuk makan gratis di restoran ini atau mendapatkan mainan anak, tetapi bukan keduanya.
- Keidi pergi untuk lari pagi atau memasak bersama teman-temannya jika dan hanya jika dia mempunyai waktu luang dan tidak perlu mengikuti kelas pemrograman.
- Arisa bisa menonton film Oppenheimer jika dia di atas umur 17 tahun dan sudah membeli tiket bioskop di kasir.

a. P : seseorang mempunyai tinggi badan di bawah 90 cm

q : makan gratis di restoran ini

r : mendapatkan mainan anak

$$P \rightarrow q \oplus r$$

b. P : Keidi pergi untuk lari pagi

q : Keidi memasak bersama teman-temannya

r : Keidi mempunyai waktu luang

s : Keidi perlu mengikuti Kelas pemrograman

$$P \vee q \leftrightarrow r \wedge s$$

c. P : Arisa bisa menonton film Oppenheimer

r : Arisa di atas umur 17 tahun

s : Arisa sudah membeli tiket bioskop di kasir

$$r \wedge s \rightarrow P$$

2. [2+2] Buatlah tabel kebenaran dengan formula proposisi berikut:

- $(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
- $(p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$

a.	p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \vee q$	$(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
	0	0	1	0	1	0
	0	1	1	0	1	0
	1	0	0	0	0	1
	1	1	0	1	1	1

b.	p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$p \rightarrow q$	$\neg r \rightarrow \neg p$
	1	0	0	0	1	0	0
	0	0	1	1	0	1	1
	0	0	0	1	1	1	1
	1	1	1	0	0	1	1
	1	0	1	0	0	0	1
	0	1	0	1	1	1	1
	0	1	1	1	0	1	1
	1	1	0	0	1	1	0

3. [4+6] Di sebuah pertanian Dengklek, terjadi sebuah insiden pencurian bebek-bebek kesayangan Pak Dengklek. Setelah melihat rekaman CCTV, polisi menemukan ada dua sosok mengendap-ngendap di malam sebelumnya. Setelah melakukan penyelidikan, polisi mendapatkan bahwa kedua orang tersebut merupakan pekerja di peternakan Pak Dengklek. Namun, polisi masih tidak dapat mengetahui secara pasti siapa kedua orang tersebut. Akhirnya, polisi memutuskan untuk menginterogasi lima pekerja di peternakan Pak Dengklek: Alex, Benny, Charlie, Doni, dan Elly. Polisi yakin bahwa ada TEPAT DUA dari mereka yang merupakan pelaku pencurian di malam sebelumnya. Diketahui juga pelaku pasti akan selalu berbohong, sedangkan tiga lainnya adalah saksi jujur. Dapatkah kalian membantu polisi menemukan kedua pencuri tersebut?

Berikut merupakan hasil interogasi kelima tersangka oleh polisi:

- Alex (A) berkata: "Pelakunya adalah salah satu dari Benny dan Elly."
 - Benny (B) berkata: "Jika pelakunya bukan Alex, maka pelakunya adalah Charlie atau Doni."
 - Charlie (C) berkata: "Alex bukan pelakunya jika dan hanya jika Doni adalah pelakunya."
 - Doni (D) berkata: "Alex bersekongkol dengan Benny, atau Charlie bersekongkol dengan Elly."
 - Elly (E) berkata: "Doni adalah pelakunya, jika Alex atau Charlie adalah pelakunya juga."
- a. Berdasarkan hasil laporan polisi di atas, definisikan proposisi atomik dan translasikan pernyataan-pernyataan dari 5 tersangka tersebut ke dalam bentuk formula logika proposisi yang tepat! (**Hint:** gunakan variable proposisi yang merepresentasikan pelaku, seperti 'x': "X adalah pelaku")
- b. Dari kelima tersangka tersebut, terdapat tepat dua orang pelaku, kedua orang tersebut juga berbohong saat diinterogasi polisi. Siapakah kedua pelaku tersebut? Berikan penjelasan!

a. Proposisi atomik

a : A adalah pelaku

b : B adalah pelaku

c : C adalah pelaku

d : D adalah pelaku

e : E adalah pelaku

logika proposisi

$$A = b \oplus e$$

$$B = \neg a \rightarrow c \vee d$$

$$C = \neg a \leftrightarrow d$$

$$D = a \wedge b \vee c \wedge e$$

$$E = a \vee c \rightarrow d$$

b. truth table :

a	b	c	d	e	$\neg b \oplus \neg e$	$a \rightarrow \neg(c \wedge d)$	$a \leftrightarrow \neg d$	$\neg(a \vee b) \vee \neg(c \vee e)$	$d \rightarrow (a \wedge c)$
1	1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0

kedua pelaku adalah charlie dan Elly karena Saat charlie dan Elly tidak jujur bersifat konsisten

4. [6+6+5] Diketahui tim sepak bola pada Tim Pak Iton sedang bertanding dengan tim milik Pak Cilik, berikut merupakan ringkasan kejadian dalam pertandingan:

1. Roni hanya bermain di salah satu posisi, yaitu sebagai bek, gelandang, atau penyerang.
 2. Roni dalam kondisi yang prima jika dan hanya jika dia tidak mengalami cedera dan tidak terkena kartu merah.
 3. Roni bermain sebagai gelandang, apabila dia tidak membuat lebih dari 2 assist untuk timnya.
 4. Roni bermain sebagai penyerang dan sedang dalam kondisi prima atau tim kebobolan lebih dari dua gol.
 5. Kiper tim Pak Iton melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama dan tim tidak kebobolan lebih dari 2 gol.
 6. Roni tidak dapat bermain sebagai bek jika dia telah menerima kartu merah atau tim Pak Iton menggantikan lebih dari 2 pemain sepanjang pertandingan
 7. Jika Roni mengalami cedera atau kiper tidak melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama, maka Tim Pak Iton kalah.
 8. Roni dalam kondisi prima dan membuat lebih dari 2 assist, atau Tim Pak Iton tidak menggantikan lebih dari 2 pemain dan kalah, namun tidak keduanya.
- a. Definisikan proposisi atomik dan translasikan delapan pernyataan dari ringkasan kejadian di atas ke formula logika proposisi menggunakan proposisi atomik yang didefinisikan!
- b. Apakah ringkasan kejadian di atas bersifat konsisten? Jelaskan!
- c. Bagaimana jika ditambahkan informasi baru: "Tim Pak Iton menang 3-1, timnya mengati 3 pemain, dan Roni memberi 3 assist"? Jelaskan dampaknya terhadap konsistensi ringkasan kejadian di atas!

a. a : Roni bermain sebagai bek

b : Roni bermain sebagai gelandang

c : Roni bermain sebagai penyerang

d : Roni dalam kondisi prima

e : Roni mengalami cedera

f : Roni mendapat kartu merah

g : Roni membuat lebih dari 2 assist

h : Tim kebobolan lebih dari 2 gol.

i : Kiper melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama

j : tim mengganti lebih dari 2 pemain

k : tim Pak Iton kalah

1. $a \oplus b \oplus c$

2. $d \leftrightarrow (\neg e \wedge \neg f)$

3. $\neg g \rightarrow b$

4. $(c \wedge d) \vee h$

5. $i \wedge \neg h$

6. $f \vee j \rightarrow \neg a$

7. $(e \vee \neg i) \rightarrow k$

8. $(d \wedge g) \oplus (\neg j \wedge \neg k)$

c. Tim Pak ITon menang = $\neg k$

Tim mengganti 3 pemain = j

Roni memberi 3 Assist = g

tetap konsisten karena tidak mengubah nilai apapun

b. konsisten, karena terdapat Sebuah interpretasi yang dapat membuat Semua pernyataan tersebut bernilai True, dengan interpretasi Sebagai berikut:

a \equiv F

b \equiv F

c \equiv T

d \equiv T

e \equiv F

f \equiv F

g \equiv T

h \equiv F

i \equiv T

j \equiv T

k \equiv F

5. [6+3] Tentukan manakah pasangan formula yang ekuivalen. Jika ekuivalen, buktikan dengan menggunakan hukum-hukum ekuivalensi dan sebutkan hukum yang digunakan pada setiap langkah. Jika tidak ekuivalen, berikan interpretasi yang membuat nilai kebenarannya berbeda.

- a. $((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s))$ dan $q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$
 b. $(p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s)$ dan $(\neg p \wedge q) \vee (r \rightarrow s) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$

a. $p \vee (q \vee r) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r) \equiv p \vee (q \vee r) \wedge (r \vee \neg q)$ (Implikasi)

$$\begin{aligned} & ((p \vee (q \vee r)) \wedge (r \vee \neg q)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s)) \equiv ((p \vee (q \vee r)) \wedge (r \vee \neg q)) \vee (\neg p \wedge ((r \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow r))) \\ & \equiv (p \vee (q \vee r) \vee \neg p \wedge (r \rightarrow s)) \wedge (r \vee \neg q \vee \neg p \wedge (s \rightarrow r)) \\ & q \vee (p \wedge (r \vee s)) \end{aligned}$$

Kedua formula tidak ekuivalen, misalnya jika p bernilai benar dan q, r, s bernilai salah, maka Formula 1 bisa bernilai benar tetapi formula 2 akan bernilai salah

b. $= p \wedge \neg(q \wedge r) \vee (\neg p \vee s)$ (Hukum De Morgan)

$$= (p \vee \neg q \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$$

Kedua formula tidak ekuivalen. Misalnya, jika p dan q bernilai benar, dan r bernilai salah, maka nilai kebenaran formula 1 dan formula 2 bisa berbeda

6. [4+3+3] Tentukan apakah proposisi berikut bersifat tautologi, kontradiksi, atau satisfiable dan jelaskan alasannya!

- a. $(a \vee (\neg b \rightarrow c)) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a) \wedge (\neg b \rightarrow c)$
 b. $(\neg a \leftrightarrow c) \wedge (b \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow \neg a) \wedge (b \leftrightarrow \neg c)$
 c. $((a \vee b) \wedge (c \vee d)) \rightarrow ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$

a. $(a \vee (\neg b \rightarrow c)) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a) \wedge \neg(\neg b \rightarrow c)$

$$(a \vee (b \vee c)) \wedge (c \vee \neg a) \wedge \neg(b \vee c)$$

$$(a \vee (b \vee c)) \wedge (c \vee \neg a) \wedge (\neg b \wedge \neg c)$$

$$a \wedge \neg a$$

Ini adalah kontradiksi

b. $(a \leftrightarrow c) \wedge (b \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow \neg a) \wedge (b \leftrightarrow \neg c)$

$$(a \leftrightarrow c) \wedge (\neg b \vee a) \wedge (c \vee \neg a) \wedge (b \leftrightarrow \neg c)$$

Kita tidak dapat menemukan kombinasi nilai yang konsisten, sehingga proposisi ini juga adalah kontradiksi

c. $((a \vee b) \wedge (c \vee d)) \rightarrow ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$

$$\neg(a \vee b) \wedge (c \vee d) \vee ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$$

$$= (\neg(a \vee b) \vee \neg(c \vee d)) \vee ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$$

$$= (\neg a \wedge \neg b) \vee (\neg c \wedge \neg d) \vee (a \vee c) \vee (b \wedge d)$$

Proposisi ini satisfiable karena ada nilai-nilai di mana proposisi ini benar, tetapi bukan tautologi

7. [2+2+2+2] Jika diketahui $P(x)$ adalah pernyataan "x suka menonton anime" dan $Q(x)$ adalah pernyataan "x menggunakan kacamata", dengan domain x adalah seluruh mahasiswa Fasilkom, terjemahkan formula logika predikat di bawah ke dalam bahasa Indonesia:

- $\forall x(P(x) \vee Q(x))$
- $\exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$
- $\neg \forall x(Q(x))$
- $\neg \exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$
- $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

- Setiap mahasiswa Fasilkom Suka Menonton anime atau menggunakan kacamata
- Ada mahasiswa Fasilkom yang tidak suka menonton anime dan tidak menggunakan kacamata
- Tidak semua mahasiswa Fasilkom Menggunakan kacamata
- Tidak ada mahasiswa Fasilkom yang tidak suka menonton anime dan tidak menggunakan kacamata
- Setiap mahasiswa Fasilkom yang suka menonton anime tidak menggunakan kacamata

8. [2+4+3] Tentukan nilai kebenaran dari setiap pernyataan berikut jika diketahui domain setiap variabel adalah semua bilangan bulat. Berikan penjelasan singkat.

- $\neg \forall x \forall y ((x > 0) \wedge (y > 0) \rightarrow (x - y > 0))$
- $\forall x ((x > 0) \rightarrow \exists a \exists b (a \neq b \wedge a^2 = x \wedge b^2 = x \wedge \forall c ((c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x)))$
- $\exists x ((x > 0) \wedge \forall a \forall b \forall c (x \neq a^2 + b^2 + c^2))$

- $\neg \forall x \forall y ((x > 0) \wedge (y > 0) \rightarrow (x - y > 0))$

Kesimpulan: Benar. Ada pasangan (x, y) seperti $(1, 1)$ yang menjadikan pernyataan dalam tanda kurung salah.

- $\forall x ((x > 0) \rightarrow \exists a \exists b (a \neq b \wedge a^2 = x \wedge b^2 = x \wedge \forall c (c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x)))$

Kesimpulan: Salah. Tidak ada dua bilangan berbeda a dan b yang kuadratnya sama dengan x dan memenuhi semua kondisi.

- $\exists x ((x > 0) \wedge \forall a \forall b \forall c (x \neq a^2 + b^2 + c^2))$

Kesimpulan: benar. ada bilangan positif, seperti $x=3$, yang tidak dapat dituliskan sebagai jumlah kuadrat dari tiga bilangan tersebut

9. [4+3+4+3] Selidiki apakah pasangan-pasangan formula berikut saling ekuivalen dan jelaskan dengan hukum-hukum yang tepat. Jika tidak, tunjukkan counter example-nya. Asumsikan variabel pada setiap pasangan formula memiliki domain yang sama.

a. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ and $\neg \exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$

b. $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ and $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$

c. $\forall x(P(x) \leftrightarrow Q(x))$ and $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$

d. $\forall x(P(x) \wedge \neg Q(x))$ and $\neg \exists x(P(x) \wedge Q(x))$

11

a. $H_1) \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

$H_2) \neg \exists x (P(x) \wedge \neg Q(x))$

$\forall x \neg (P(x) \wedge \neg Q(x))$

$\forall x (\neg P(x) \vee Q(x))$

$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

\therefore ekuivalen

b. $H_1) \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$H_2) \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$

$(P(1) \wedge Q(1)) \vee (P(2) \wedge Q(2))$

$(P(1) \vee P(2)) \wedge (Q(1) \vee Q(2))$

$(a \wedge b) \vee (c \wedge d)$
 $\begin{array}{ccccc} T & F & F & T \\ & F & \vee & F \\ & & & F \end{array}$

$(a \vee c) \wedge (b \vee d)$
 $\begin{array}{ccccc} T & F & F & T \\ & T & \wedge & T \\ & & & T \end{array}$

tidak ekuivalen

c. $H_1) \forall x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$

$H_2) \forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$

$(P(1) \leftrightarrow Q(1)) \wedge (P(2) \leftrightarrow Q(2))$

$(P(1) \wedge P(2)) \rightarrow (Q(1) \wedge Q(2))$

$(a \leftrightarrow b) \wedge (c \leftrightarrow d)$
 $\begin{array}{ccccc} T & F & F & F \\ & F & & T \\ & & F & \end{array}$

$a \wedge c \rightarrow b \wedge d$
 $\begin{array}{ccccc} T & F & F & F \\ & F & & F \\ & & T & \end{array}$

tidak ekuivalen

d. $H_1) \forall x (P(x) \wedge \neg Q(x))$

$H_2) \neg \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$(P(1) \wedge \neg Q(1)) \wedge (P(2) \wedge \neg Q(2))$

$\forall x \neg (P(x) \wedge Q(x))$

$(a \wedge \neg b) \wedge (c \wedge \neg d)$
 $\begin{array}{ccccc} T & \neg P & F & \neg T \\ T & T & F & F \\ & T & & F \\ & & F & \end{array}$

$\forall x (\neg P(x) \vee \neg Q(x))$

$(\neg P(1) \vee \neg Q(1)) \wedge (\neg P(2) \vee \neg Q(2))$

$(\neg a \vee \neg b) \wedge (\neg c \vee \neg d)$
 $\begin{array}{ccccc} \neg T & \neg F & \neg F & \neg F \\ F & T & T & T \\ & T & & T \end{array}$

tidak ekuivalen

10. [2+2+3+4] Setiap tahunnya, ada banyak turnamen badminton yang diselenggarakan di berbagai negara dan diikuti oleh atlet-atlet dari seluruh dunia. Misalkan $M(x,y)$ didefinisikan sebagai "x mengikuti turnamen y" dan $K(x,y)$ didefinisikan sebagai "x memenangkan turnamen y," di mana x adalah atlet dan y adalah turnamen dalam tahun 2023. Berikut adalah beberapa pernyataan yang dapat dinyatakan dalam formula logika predikat:

- Tidak semua atlet mengikuti semua turnamen dalam tahun 2023
- Semua atlet mengikuti setidaknya dua turnamen dalam tahun 2023
- Ada tepat satu atlet yang memenangkan semua turnamen yang ia ikuti dalam tahun 2023
- Terdapat tepat 1 atlet yang mengikuti lebih dari 1 turnamen dalam tahun 2023

Catatan: Atlet harus mengikuti turnamen untuk memenangkan turnamen. Pernyataan tidak berhubungan dengan satu sama lain.

a. $\neg \forall x \forall y M(x,y)$

b. $\forall x \exists y_1, y_2 (M(x, y_1) \wedge M(x, y_2) \wedge y_1 \neq y_2)$

c. $\exists x (\forall y (M(x,y) \rightarrow K(x,y)) \wedge \forall z ((\forall y (M(z,y) \rightarrow K(z,y))) \rightarrow z = x))$

d. $\exists x (\exists y_1, \exists y_2 (M(x, y_1) \wedge M(x, y_2) \wedge y_1 \neq y_2) \wedge \forall z (\exists y_3 \exists y_4 (M(z, y_3) \wedge M(z, y_4) \wedge y_3 \neq y_4)))$