Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

Tugas 1 : Logika Proposisi dan Logika Predikat

1\. a) p = seseorang mempunyai tinggi badan di bawah 90 cm
q = makan gratis di resto ini
r = mendapatkan mainan anak

$p \rightarrow (q \oplus r)$

b) p = Keidi lari pagi
q = Keidi memasak bersama teman-temannya
r = Keidi mempunyai waktu luang
s = keidi perlu mengikuti kelas pemrograman

$(p \vee q) \leftrightarrow (r \wedge \neg s)$

c) p = Arisa menonton film Oppenheimer
q = Arisa di atas umur 17 tahun
r = Arisa memberi tiket bioskop di kasir

$(q \wedge r) \rightarrow p$

2\. a) $(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$

p	q	$\neg p$	$(p \wedge q)$	$(\neg p \vee q)$	$(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0

b) $(p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$(p \rightarrow q)$	$(\neg r \rightarrow \neg p)$	$(p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$
1	1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1

Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

3. Tepat Dua orang adalah Pelaku

a.) proposisi atomik:

a : A bukan pelaku
b : B bukan pelaku
c : C bukan pelaku
d : D bukan pelaku
e : E bukan pelaku

Perkataan :

A: $(\neg b \oplus \neg e)$
B: $(a \rightarrow \neg c \vee \neg d)$
C: $(a \leftrightarrow \neg d)$
D: $(\neg a \wedge \neg b) \vee (\neg c \wedge \neg e)$
E: $(\neg a \vee \neg c) \rightarrow \neg d$

b) Buktikan menggunakan Truth Table.
Temukan interpretasi yang tidak menimbulkan pertentangan

PERKATAAN

					A	B	C	D	E
a	b	c	d	e	$(\neg b \oplus \neg e)$	$(a \rightarrow (\neg c \vee \neg d))$	$(a \leftrightarrow \neg d)$	$(\neg a \wedge \neg b) \vee (\neg c \wedge \neg e)$	$(\neg a \vee \neg c) \rightarrow \neg d$
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1	1	0	1

↳ Jika seseorang merupakan pelaku, maka perkataannya selalu salah
Dapat dilihat pada bagian yang di-highlight kuning .
terdapat pernyataan yang bertentangan.

↳ Terdapat pelaku (nilai kebenarannya 0) namun perkataannya benar (nilai kebenarannya 1)
Terdapat yang bukan pelaku (nilai kebenarannya 1) namun perkataannya salah (nilai kebenarannya 0)
} sehingga bertentangan

↳ Terdapat satu interpretasi yang memenuhi, yaitu
a = True
b = True
c = False
d = True
e = False

Berdasarkan proposisi atomik yang telah ditetapkan di awal, maka didapatkan Pelakunya adalah Charlie dan Elly

Kadek Chandra Rasmi
2406926473
G

4. a) a : Roni sebagai bek
b : Roni sebagai gelandang
c : Roni sebagai penyerang
d : Roni dalam kondisi prima
e : Roni mengalami cedera
f : Roni terkena kartu merah
g : Roni membuat lebih dari 2 assist
h : Tim kebobolan lebih dari dua gol
i : Kiper tim Pak Iton melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama
j : Tim Pak Iton menggantikan lebih dari 2 pemain sepanjang pertandingan
k : Tim Pak Iton kalah

Translasi ke dalam formula logika proposisi :

(i) $(a \vee b \vee c) \wedge \neg((a \wedge b) \vee (a \wedge c) \vee (b \wedge c))$
(ii) $d \leftrightarrow (\neg e \wedge \neg f)$
(iii) $\neg g \rightarrow b$
(iv) $(c \wedge d) \vee h$
(v) $i \wedge \neg h$
(vi) $(f \vee j) \rightarrow \neg a$
(vii) $(e \vee \neg i) \rightarrow k$
(viii) $(d \wedge g) \oplus (\neg j \wedge k)$

b) Cek konsistensi pernyataan

suatu kumpulan pernyataan dikatakan konsisten jika konjungsi dari seluruh ekspresi tidak bertentangan
↳ Maka itu, delapan statement tersebut harus bernilai True. Sehingga saat dioperasikan dengan "and" ($\wedge$) menghasilkan nilai True

1# Tinjau (v)

$\underbrace{i}_{T} \wedge \underbrace{\neg h}_{T} \equiv \text{True}$

maka : i = True
h = False

2# Tinjau (iv)

$(\underbrace{\underbrace{c}_{T} \wedge \underbrace{d}_{T}}_{T}) \vee \underbrace{h}_{F} \equiv \text{True}$

maka : c = True
d = True

3# Tinjau (ii)

$\underbrace{d}_{T} \leftrightarrow \underbrace{(\underbrace{\neg \underbrace{e}_{F}}_{T} \wedge \underbrace{\neg \underbrace{f}_{F}}_{T})}_{T} \equiv \text{True}$

maka : e = False
f = False

4# Tinjau (vii)

$\underbrace{(\underbrace{e}_{F} \vee \underbrace{\neg \underbrace{i}_{T}}_{F})}_{F} \rightarrow \underbrace{k}_{F} \equiv \text{True}$

maka : k = False

5# Tinjau (viii)

$\underbrace{(\underbrace{d}_{T} \wedge \underbrace{g}_{T})}_{T} \oplus \underbrace{(\neg j \wedge \underbrace{k}_{F})}_{F} \equiv \text{True}$

maka : g = True

6# Tinjau (i)

$\underbrace{(a \vee b \vee \underbrace{c}_{T})}_{T} \wedge \underbrace{\neg \underbrace{((\underbrace{a \wedge b}_{F}) \vee (\underbrace{\underbrace{a}_{F} \wedge \underbrace{c}_{T}}_{F}) \vee (\underbrace{\underbrace{b}_{F} \wedge \underbrace{c}_{T}}_{F}))}_{F}}_{T} \equiv T$

maka : a = False
b = False

7# Tinjau (iii)

$\underbrace{\neg \underbrace{g}_{T}}_{F} \rightarrow \underbrace{b}_{F} \equiv \text{True}$

maka : g = True

8# Tinjau (vi)

$(\underbrace{f}_{F} \vee \underbrace{j}_{F/T}) \rightarrow \underbrace{\neg \underbrace{a}_{F}}_{T} \equiv \text{True}$

Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

Didapatkan 2 interpretasi yang menyebabkan seluruh pernyataan bernilai True.

a = False	d = True	g : True	k : False
b = False	e = False	h : False	dengan 2 kemungkinan nilai J
c = True	f = False	i : True	j : True/False

Maka, ringkasan kejadian tersebut bersifat konsisten

c) Tim Pak Iton menang 3 - 1 $\rightarrow \neg k$, $\neg h$
Timnya mengganti 3 Pemain $\rightarrow j$
Roni memberi 3 asist $\rightarrow g$

Dengan kondisi tambahan tersebut, ringkasan kejadian tetap KONSISTEN
karena masih bersesuaian dengan interpretasi pada point b)
↳ Dampaknya hanyalah interpretasi yang memenuhi hanya menjadi 1, yaitu:

a = False	d = True	g : True	j : True
b = False	e = False	h : False	k : False
c = True	f = False	i : True	

Perbedaan pada j, dimana sebelumnya j dapat bernilai True/False.
Namun sekarang hanya konsisten saat j = True.

5. a) $((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s)) \overset{?}{\equiv} q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$

$$\begin{aligned}
((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s)) &\equiv [(\neg p \vee (q \vee r)) \wedge (q \vee \neg r)] \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s)) && \text{Definisi Implikasi} \\
&\equiv [(\neg p \vee q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)] \vee [\neg p \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s))] && \text{Definisi Biimplikasi} \\
&\equiv [(\neg p \vee q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)] \vee [(\neg p \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s)] && \text{Distributive law} \\
&\equiv [(\neg p \vee q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)] \vee (\neg p \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s) && \text{Associative law} \\
&\equiv [q \vee ((\neg p \vee r) \wedge (\neg r))] \vee (\neg p \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s) && \text{Distributive law} \\
&\equiv q \vee ((\neg p \vee r) \wedge (\neg r)) \vee (\neg p \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s) && \text{Associative law} \\
&\equiv q \vee ((\neg p \wedge \neg r) \vee (r \wedge \neg r)) \vee (\neg p \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s) && \text{Distributive law} \\
&\equiv q \vee ((\neg p \wedge \neg r) \vee F) \vee (\neg p \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s) && \text{Negation law} \\
&\equiv q \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s) && \text{Identity law} \\
&\equiv q \vee (\neg p \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg r) && \text{Absorption law} \\
&\equiv q \vee (\neg p \wedge ((r \wedge s) \vee \neg r)) && \text{Distributive law} \\
&\equiv q \vee (\neg p \wedge ((\neg r \vee r) \wedge (\neg r \wedge s))) && \text{Distributive law} \\
&\equiv q \vee (\neg p \wedge (T \wedge (\neg r \wedge s))) && \text{Negation law} \\
&\equiv q \vee (\neg p \wedge (\neg r \wedge s)) && \text{Identity law}
\end{aligned}$$

$q \vee (\neg p \wedge (\neg r \wedge s)) \equiv q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$

EKUIVALEN

Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

b) $(p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s) \;\not\equiv\; (\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$

	$(p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s) \not\equiv (\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$	
Definisi Implikasi	$\neg(p \vee (q \wedge \neg r)) \vee (\neg p \vee s) \not\equiv (\neg(p \wedge q) \vee (\neg r \vee s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$	Definisi Implikasi
De Morgan's law	$(\neg p \wedge \neg(q \wedge \neg r)) \vee (\neg p \vee s) \not\equiv ((\neg p \vee \neg q) \vee (\neg r \vee s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$	De Morgan's law
De Morgan's law	$(\neg p \wedge (\neg q \vee r)) \vee (\neg p \vee s) \not\equiv (\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$	Associative law
Associative law	$(\neg p \wedge (\neg q \vee r)) \vee \neg p \vee s \not\equiv (\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s) \wedge ((p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r))$	Distributive law
Absorption law	$\neg p \vee s \not\equiv (\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r)$	Associative law

coba suatu interpretasi :

misal : p = False q = True r = True s = False

$\neg p \vee s \not\equiv (\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r)$

$T \vee F \not\equiv (T \vee F \vee F \vee T) \wedge (F \vee F) \wedge (F \vee F)$

$T \not\equiv (T \wedge F \wedge F)$

$T \not\equiv F$ TIDAK EKUIVALEN

↳ Terdapat interpretasi yang membuat nilai kebenarannya berbeda. Dapat disimpulkan pasangan formula tersebut TIDAK EKUIVALEN

6) a.

$(a \vee (\neg b \rightarrow c)) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a) \wedge \neg(\neg b \rightarrow c) \equiv (a \vee (b \vee c)) \wedge (c \vee \neg a) \wedge \neg(b \vee c)$	Identitas Implikasi
$\equiv (a \vee (b \vee c)) \wedge (c \vee \neg a) \wedge (\neg b \wedge \neg c)$	De Morgan's law
$\equiv (a \vee b \vee c) \wedge (c \vee \neg a) \wedge \neg b \wedge \neg c$	Associative law
$\equiv \neg b \wedge (b \vee a \vee c) \wedge \neg c \wedge (c \vee \neg a)$	Commutative law
$\equiv [\neg b \wedge (b \vee (a \vee c))] \wedge [\neg c \wedge (c \vee \neg a)]$	Associative law
$\equiv [(\neg b \wedge b) \vee (\neg b \wedge (a \vee c))] \wedge [(\neg c \wedge c) \vee (\neg c \wedge \neg a)]$	Distributive law
$\equiv [F \vee (\neg b \wedge (a \vee c))] \wedge [F \vee (\neg c \wedge \neg a)]$	Negation law
$\equiv (\neg b \wedge (a \vee c)) \wedge (\neg c \wedge \neg a)$	Identity law
$\equiv (\neg b \wedge (a \vee c)) \wedge \neg(c \vee a)$	De Morgan's law
$\equiv (\neg b \wedge (a \vee c)) \wedge \neg(a \vee c)$	Commutative law
$\equiv \neg b \wedge (a \vee c) \wedge \neg(a \vee c)$	Associative law
$\equiv \neg b \wedge F$	Negation law
$\equiv$ False //	Domination law

Pembuktian dalam Truth Table :

a	b	c	¬a	¬b	¬c	(a ∨ b ∨ c)	(c ∨ ¬a)	(a ∨ b ∨ c) ∧ (c ∨ ¬a) ∧ ¬b ∧ ¬c
0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1	1	0

∴ Proposisi tersebut bersifat Kontradiksi karena selalu menghasilkan nilai False untuk seluruh interpretasi.

Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

b. $(\neg a \leftrightarrow c) \land (b \rightarrow a) \land (c \rightarrow \neg a) \land (b \leftrightarrow \neg c)$

$\equiv ((\neg a \land c) \lor (a \land \neg c)) \land (\neg b \lor a) \land (\neg c \lor \neg a) \land ((b \land \neg c) \lor (\neg b \land c))$	Definisi Biimplikasi
$\equiv ((\neg a \lor a) \land (\neg a \lor \neg c) \land (c \lor a) \land (c \lor \neg c)) \land (\neg b \lor a) \land (\neg c \lor \neg a) \land ((b \land \neg c) \lor (\neg b \land c))$	Distributive law
$\equiv (T \land (\neg a \lor \neg c) \land (c \lor a) \land T) \land (\neg b \lor a) \land (\neg c \lor \neg a) \land ((b \land \neg c) \lor (\neg b \land c))$	Negation law
$\equiv ((\neg a \lor \neg c) \land (c \lor a)) \land (\neg b \lor a) \land (\neg c \lor \neg a) \land ((b \land \neg c) \lor (\neg b \land c))$	Identity law
$\equiv ((\neg a \lor \neg c) \land (c \lor a)) \land (\neg b \lor a) \land (\neg c \lor \neg a) \land ((b \lor \neg b) \land (b \lor c) \land (\neg c \lor \neg b) \land (\neg c \lor c))$	Distributive law
$\equiv ((\neg a \lor \neg c) \land (c \lor a)) \land (\neg b \lor a) \land (\neg c \lor \neg a) \land (T \land (b \lor c) \land (\neg c \lor \neg b) \land T)$	Negation law
$\equiv ((\neg a \lor \neg c) \land (c \lor a)) \land (\neg b \lor a) \land (\neg c \lor \neg a) \land ((b \lor c) \land (\neg c \lor \neg b))$	Identity law
$\equiv (\neg a \lor \neg c) \land (c \lor a) \land (\neg b \lor a) \land (\neg c \lor \neg a) \land (b \lor c) \land (\neg c \lor \neg b)$	Associative law
$\equiv (\neg a \lor \neg c) \land (c \lor a) \land (\neg b \lor a) \land (b \lor c) \land (\neg c \lor \neg b) = f(x)$	Idempotent law

Pembuktian dalam Truth Table :

a	b	c	¬a	¬b	¬c	(¬a ∨ ¬c)	(c ∨ a)	(¬b ∨ a)	(b ∨ c)	(¬c ∨ ¬b)	f(x)
0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0

Berdasarkan Truth Table, terdapat interpretasi yang menghasilkan nilai True dan False. Maka, dapat disimpulkan proposisi tersebut bersifat satisfiable dan tidak tautologi (tidak kontradiksi pula)

c. $((a \lor b) \land (c \lor d)) \rightarrow ((a \lor c) \lor (b \land d))$

$\equiv \neg((a \lor b) \land (c \lor d)) \lor ((a \lor c) \lor (b \land d))$	Identitas Implikasi
$\equiv (\neg(a \lor b) \lor \neg(c \lor d)) \lor ((a \lor c) \lor (b \land d))$	De Morgan's law
$\equiv ((\neg a \land \neg b) \lor (\neg c \land \neg d)) \lor ((a \lor c) \lor (b \land d))$	De Morgan's law
$\equiv (\neg a \land \neg b) \lor (\neg c \land \neg d) \lor a \lor c \lor (b \land d)$	Associative law
$\equiv a \lor (\neg a \land \neg b) \lor c \lor (\neg c \land \neg d) \lor (b \land d)$	Commutative law
$\equiv ((a \lor \neg a) \land (a \lor \neg b)) \lor ((c \lor \neg c) \land (c \lor \neg d)) \lor (b \land d)$	Distributive law
$\equiv (T \land (a \lor \neg b)) \lor (T \land (c \lor \neg d)) \lor (b \land d)$	Negation law
$\equiv (a \lor \neg b) \lor (c \lor \neg d) \lor (b \land d)$	Identity law
$\equiv a \lor \neg b \lor c \lor (\neg d \lor (b \land d))$	Associative law
$\equiv a \lor \neg b \lor c \lor ((\neg d \lor b) \land (\neg d \lor d))$	Distributive law
$\equiv a \lor \neg b \lor c \lor ((\neg d \lor b) \land T)$	Negation law
$\equiv a \lor \neg b \lor c \lor (\neg d \lor b)$	Identity law
$\equiv a \lor \neg b \lor c \lor \neg d \lor b$	Associative law
$\equiv a \lor c \lor \neg d \lor T$	Negation law
$\equiv T$	Domination law

∴ Didapatkan bahwa proposisi tersebut equivalen dengan True. Proposisi tersebut adalah Tautologi

Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

7) $P(x)$: "x suka menonton anime"
$Q(x)$: "x menggunakan kacamata"
domain x adalah seluruh mahasiswa Fasilkom

a. $\forall x\,(P(x) \vee Q(x))$
seluruh mahasiswa Fasilkom suka menonton anime atau menggunakan kacamata.

b. $\exists x\,(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$
Ada mahasiswa Fasilkom yang tidak suka menonton anime dan tidak menggunakan kacamata

c. $\neg \forall x\,(Q(x))$
Tidak seluruh mahasiswa Fasilkom menggunakan kacamata
Dapat ditulis juga menjadi :
$\neg \forall x\,(Q(x)) \equiv \exists x\, \neg(Q(A))$
Ada mahasiswa Fasilkom yang tidak menggunakan kacamata

d. $\neg \exists x\,(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \equiv \forall x\,(P(x) \vee Q(x))$
Tidak ada mahasiswa Fasilkom yang tidak menonton anime dan tidak memakai kacamata
Dapat ditulis juga menjadi :
$\neg \exists x\,(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \equiv \forall x\,(P(x) \vee Q(x))$
seluruh mahasiswa Fasilkom suka menonton anime atau menggunakan kacamata.

e. $\forall x\,(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$
Seluruh mahasiswa Fasilkom jika suka menonton anime maka tidak memakai kacamata

8) domain : semua bil. bulat

a. $\neg \forall x \forall y\,((x>0) \wedge (y>0) \rightarrow (x-y>0))$ → tidak semua bilangan bulat x dan y jika keduanya positif maka nilai $x-y$ akan lebih besar dari 0
$\equiv \exists x \exists y\, \neg((x>0) \wedge (y>0) \rightarrow (x-y>0))$

$x = 3$ $\quad \neg((x>0) \wedge (y>0) \rightarrow (x-y>0))$
$y = 5$ $\quad \equiv \neg((T \wedge T) \rightarrow F)$
$\equiv \neg(T \rightarrow F)$
$\equiv \neg(F)$
$\equiv$ True

∴ Kebenaran pernyataan di atas benar.
Ada nilai x $(x=3)$ dan ada nilai y $(y=5)$
yang memenuhi kondisi $\neg((x>0) \wedge (y>0) \rightarrow (x-y>0))$

Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

b. $\forall x\,((x>0) \rightarrow \exists a \exists b\,(a \neq b \wedge (a^2=x) \wedge (b^2=x) \wedge \forall c\,((c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x))$

↳ Seluruh bilangan bulat jika nilainya positif maka akan ada tepat 2 bilangan bulat yang berbeda yang memenuhi $a^2=x$ dan $b^2=x$.

$x=7$ → $a^2=7$, $b^2=7$ } tidak ada bilangan bulat yang dikuadratkan menghasilkan 7 //

∴ Kebenaran pernyataan tersebut adalah **SALAH** karena ada kondisi yang tidak terpenuhi

c. $\exists x\,((x>0) \wedge \forall a \forall b \forall c\,(x \neq a^2+b^2+c^2))$

Ada bilangan bulat positif yang tidak sama dengan $a^2+b^2+c^2$ dimana a, b, dan c merupakan bil. bulat

$0^2=0$
$1^2=1$
$2^2=4$
$3^2=9$
$4^2=16$

$x=7$ → $2^2+1^2+1^2=6 \neq 7$
$2^2+2^2+0^2=8 \neq 7$
$3^2+0^2+0^2=9 \neq 7$

∴ Kebenaran pernyataan tersebut **BENAR** karena ada nilai x yang memenuhi kondisi tersebut

9) a) $\forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv \neg\exists x\,(P(x) \wedge \neg Q(x))$

Idetitas Implikasi: $\forall x\,(\neg P(x) \vee Q(x)) \equiv \forall x\,\neg(P(x) \wedge \neg Q(x))$ Negasi Kuantor

$\forall x\,(\neg P(x) \vee Q(x)) \equiv \forall x\,(\neg P(x) \vee Q(x))$ De Morgan's law

Pasangan Formula **EKUIVALEN** //

b) $\exists x\,(P(x) \wedge Q(x)) \not\equiv \exists x\,P(x) \wedge \exists x\,Q(x)$

misal: $x=\{x_1, x_2\}$

$(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \vee (P(x_2) \wedge Q(x_2)) \not\equiv (P(x_1) \vee P(x_2)) \wedge (Q(x_1) \vee Q(x_2))$

Bentuk ini TIDAK EKUIVALEN

Pada pernyataan pertama, nilai x harus sama untuk P(x) dan Q(x). Sedangkan, pada pernyataan kedua, nilai x pada P(x) dan Q(x) bisa berbeda.

Counter Example:

domain x : {1, 2, 3, 4, 5}
P(x) = " x adalah bilangan genap"
Q(x) = " x lebih besar dari 3"

$\exists x\,(P(x) \wedge Q(x))$

Satu-satunya nilai x yang memenuhi keduanya, yaitu bilangan genap dan lebih besar dari 3 odalah $x=4$

Sedangkan jika $x=2$, $(P(2) \wedge Q(2))$
$\equiv T \wedge F$ = False

Sedangkan pada pernyataan $\exists x\,P(x) \wedge \exists x\,Q(x)$ dapat terpenuhi oleh nilai $x=2$ untuk P(2) dan $x=4$ pada Q(4)

$P(2) \wedge Q(4)$
$\equiv T \wedge T$
$\equiv$ True

Terdapat kondisi yang berbeda dalam memenuhi persamaan sehingga keduanya TIDAK SALING EKUIVALEN

Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

c) $\forall x\,(P(x) \leftrightarrow Q(x)) \not\equiv \forall x\, P(x) \to \forall x\, Q(x)$

Identitas Biimplikasi: $\forall x\,((P(x) \to Q(x)) \land (Q(x) \to P(x))) \not\equiv \forall x\, P(x) \to \forall x\, Q(x)$

kedua pernyataan ini tidak ekuivalen. Sifat biimplikasi ($\leftrightarrow$) hanya akan bernilai TRUE saat $P(x)$ dan $Q(x)$ memiliki nilai kebenaran yang sama. Sedangkan implikasi ($\to$), terdapat kondisi nilai kebenaran yang berbeda namun menghasilkan nilai True.

Counter Example:

$P(x)$ = "$x > 0$"

$Q(x)$ = "$x \geq 0$"

misal: $x = 0$

$$\underbrace{\forall x\,(\underbrace{(\underbrace{P(x)}_{F} \to \underbrace{Q(x)}_{T})}_{T} \land \underbrace{(\underbrace{Q(x)}_{T} \to \underbrace{P(x)}_{F})}_{F})}_{\text{False}} \not\equiv \underbrace{\forall x\, \underbrace{P(x)}_{F} \to \forall x\, \underbrace{Q(x)}_{T}}_{\text{True}}$$

$\therefore$ Terdapat nilai kebenaran yang berbeda, sehingga pasangan formula tersebut TIDAK EKUIVALEN

d) $\forall x\,(P(x) \land \neg Q(x)) \not\equiv \neg \exists x\,(P(x) \land Q(x))$

$\forall x\,(P(x) \land \neg Q(x)) \not\equiv \forall x\, \neg(P(x) \land Q(x))$ Negasi Kuantor

$\forall x\,(P(x) \land \neg Q(x)) \not\equiv \forall x\,(\neg P(x) \lor \neg Q(x))$ De Morgan's law

Pernyataan tidak EKUIVALEN. Dapat dilihat, kalimat pertama memiliki arti untuk seluruh x, x merupakan $P(x)$ dan tidak $Q(x)$. Sedangkan pada kalimat kedua dapat diterjemahkan menjadi, untuk seluruh x, x tidaklah $P(x)$ atau x tidak $Q(x)$.

Counter Example:

$P(x)$ = "x adalah bilangan ganjil"

$Q(x)$ = "x habis dibagi 2"

misal $x = 4$

$\forall x\,(P(x) \land \neg Q(x)) \not\equiv \forall x\,(\neg P(x) \lor \neg Q(x))$

$\downarrow$ untuk seluruh bilangan bulat x, x bilangan ganjil dan tidak habis dibagi 2

$\downarrow$ untuk seluruh bilangan bulat x, x bukan bilangan ganjil atau tidak habis dibagi dua

$\forall x\,(P(x) \land \neg Q(x)) \not\equiv \forall x\,(\neg P(x) \lor \neg Q(x))$

$F \land \neg(T) \not\equiv T \lor \neg(T)$

$\underbrace{\text{False} \not\equiv \text{True}}$

$\therefore$ Terdapat nilai kebenaran yang berbeda, sehingga pasangan formula tersebut TIDAK EKUIVALEN

Kadek Chandra Rasmi
2406426473
G

10) $M(x,y)$: "x mengikuti turnamen y"
$K(x,y)$: "x memenangkan turnamen y"
x : atlet
y : turnamen dalam tahun 2023

a. Tidak semua atlet mengikuti semua turnamen dalam tahun 2023

$$\neg \forall x \forall y \, (M(x,y))$$

b. Semua atlet mengikuti setidaknya dua turnamen dalam 2023

$$\forall x \exists y \exists z \, (M(x,y) \land M(x,z) \land y \neq z)$$

c. Ada tepat satu atlet yang memenangkan semua turnamen yang ia ikuti dalam 2023

$$\exists x \exists y \left[(M(x,y) \leftrightarrow K(x,y)) \land \forall z \, (z \neq x \rightarrow \exists w \, (M(z,w) \rightarrow \neg K(z,w))) \right]$$

d. Terdapat tepat 1 atlet yang mengikuti lebih dari 1 turnamen dalam tahun 2023

$$\exists x \exists y \exists z ((y \neq z \land M(x,y) \land M(x,z)) \land \forall w (w \neq x \rightarrow \forall a \forall b (M(w,a) \land M(w,b) \rightarrow a=b)))$$