Tugas - 1 (Proporsisi logika & predikat).

18. September 2024
Nama : Kafi Fawwaz Adabi
NPM : 2406435572
Kelas : Matdis - G

1). a. Definisi Proposisi :
→ P : "seseorang mempunyai tinggi badan 90 cm."
q : "seseorang makan gratis di restoran ini."
R : "Seseorang mendapatkan mainan anak."
Pernyataan pada soal itu
→ Jika seseorang mempunyai tinggi badan 90 cm. maka ia dapat makan gratis di restoran ini atau mendapatkan mainan anak, tetapi tidak keduanya
Sehingga, kalimat logika proposisinya → $P \rightarrow (Q \oplus R)$

b. Definisi proposisi :
→ P = "Keidi pergi untuk lari pagi".
q = "Keidi memasak bersama teman-temannya."
R = "Keidi mempunyai waktu luang."
S = "Keidi perlu mengikuti kelas pemrograman."
Pernyataan pada soal itu
→ Keidi pergi untuk lari pagi atau memasak bersama teman-temannya jika dan hanya jika dia mempunyai waktu luang dan tidak perlu mengikuti kelas pemrograman.
Sehingga, kalimat logika proporsisinya → $(P \vee q) \leftrightarrow (R \wedge \neg S)$

C. Definisi proporsisi :
P = "Arisa bisa menonton film oppenheimer."
q = "Arisa di atas umur 17 tahun".
R = "Arisa sudah membeli tiket bioskop di kasir."
Pernyataan pada soal itu
→ Jika arisa di atas umur 17 tahun dan sudah membeli tiket bioskop di kasir, maka Arisa bisa menonton film."
Sehingga, kalimat logika proporsisinya → $(q \wedge R) \rightarrow P$

2). a. $(p \land q) \leftrightarrow (\neg p \lor q)$

p	q	$p \land q$	$\neg p$	$\neg p \lor q$	$(p \land q) \leftrightarrow (\neg p \lor q)$
T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	F	T	T	F
F	F	F	T	T	F

b. $(p \to q) \lor (\neg r \to \neg p)$

p	q	r	$p \to q$	$\neg r$	$\neg r \to \neg p$	$(p \to q) \lor (\neg r \to \neg p)$
T	T	T	T	F	T	T
T	T	F	T	T	~~F~~ T	T
T	F	T	F	F	T	T
T	F	F	F	T		~~T~~ F
F	T	T	T	F	F	~~F~~ T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	T	T

3). a. A : "Alex adalah pelaku"

B : "Benny adalah pelaku"

C : "Charlie adalah pelaku"

D : "Doni adalah pelaku"

E : "Elly adalah pelaku"

Pernyataan :

A : $B \oplus E$

B : $\neg A \to (C \lor D)$

C : $\neg A \leftrightarrow D$

D : $(A \land B) \lor (C \land E)$

E : $(A \lor C) \to D$

b.

K	A	B	C	D	E	$B \oplus E$	$\neg A \to (C \lor D)$	$\neg A \leftrightarrow D$	$(A \land B) \lor (C \land E)$	$(A \lor C) \to D$
	T	T	F	F	F	T → tidak konsisten	T ~~tidak konsisten~~	~~F~~ T		
	T	F	T	F	F	F	T	T		
	T	F	F	T	F	F	T	T tidak konsiten		
	T	F	F	F	T	T → —"—	T	F		
	F	T	T	F	F	T	T → tidak konsisten	T		
	F	T	F	T	F	T	T →	F		
	F	T	F	F	T	F tidak konsis	F ~~tidak konsis~~	T		
	F	F	T	T	F	F	F	T		
	F	F	T	F	T	T	T	T		
	F	F	F	T	T	T	T	F	T	F

KIKY

Dari pernyataan tersebut yang konsisten adalah 9 yang dimana C dan E adalah pelaku dan pernyataan mereka salah.

4. a. • Roni hanya bermain di salah satu posisi. yaitu sebagai bek, gelandang, atau Penyerang.

A = Roni bermain sebagai bek. FLP = $A \oplus B \oplus C$

B = Roni bermain sebagai gelandang

C = Roni bermain sebagai penyerang

• Roni dalam kondisi yang prima jika dan hanya jika dia tidak mengalami cidera dan tidak terkena kartu merah.

p = Roni dalam kondisi prima. FLP = $p \leftrightarrow (\neg q \wedge \neg r)$

q = Roni mengalami cidera.

r : Roni terkena kartu merah.

• Roni bermain sebagai gelandang, apabila tidak membuat lebih dari 2 assist untuk timnya.

P_b : Roni membuat lebih dari 2 assist FLP = $\neg P_b \rightarrow C$

C : Roni bermain sebagai gelandang

• Roni bermain sebagai penyerang dan sedang dalam kondisi prima atau tim kebobolan lebih dari dua gol.

P = Roni bermain sebagai penyerang. FLP = $(P \wedge R) \vee G$

R = Roni dalam kondisi prima.

G = Tim kebobolan 2 gol.

• Kiper tim pak Iton melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama dan tim tidak kebobolan lebih dari 2 gol

P_r : Kiper ~~tim~~ pak Iton melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama

P_c : Tim kebobolan 2 gol

FLP = $P_r \wedge P_c$

• Roni tidak dapat bermain sebagai bek jika dia telah menerima kartu merah atau tim pak Iton menggantikan lebih dari 2 pemain sepanjang pertandingan.

A = Roni bermain sebagi bek

B = Roni terkena ~~kartu~~ kartu merah

F = Tim pak Iton menggantikan lebih dari 2 pemain sepanjang pertandingan

FLP : $(G \vee F) \rightarrow A$

KIKY

- Jika Roni mengalami cedera atau kiper tidak melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama, maka Tim pak Iton kalah.

  C : Roni mengalami cedera FLP : $(C \vee \neg P) \to K$

  P_p : kiper Tim pak Iton melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama

  K : Tim pak Iton kalah

- Roni dalam kondisi prima dan membuat lebih dari 2 assist, atau tim pak Iton tidak menggantikan lebih dari 2 pemain dan kalah, namun tidak keduanya.

  P_r : Roni dalam kondisi prima FLP : $(P_r \wedge A) \vee (G_p \wedge K)$

  A : Roni membuat lebih dari 2 assist

  G_p : Tim pak Iton menggantikan lebih dari 2 pemain sepanjang pertandingan.

  K : Tim pak Iton kalah

b. meringkas apakah kejadian di atas konsisten

$$T \equiv \underbrace{(A \oplus B \oplus C)}_{T} \wedge \underbrace{(P \leftrightarrow (\neg q \wedge \neg S))}_{T} \wedge \underbrace{(\neg P_b \to C)}_{T} \wedge \underbrace{(P \wedge R) \vee G}_{T} \wedge \underbrace{(P_r \wedge P_C)}_{T} \wedge \underbrace{(G \vee F) \to A}_{T} \wedge \underbrace{((C \vee \neg P) \to K}_{T}$$

$$\underbrace{(P_r \wedge A)}_{T} \oplus \underbrace{(G_p \wedge K)}_{T}$$

$$T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T.$$

C. Semua pernyataan terpenuhi dengan nilai kebenaran ini, sehingga ringkasan kejadian bersifat konsisten.

5) a. $((p \to (q \vee r)) \wedge (\neg q \to \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s))$ dan $q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$

Mengubah bentuk kalimat preposisi dengan hukum ekuivalensi :

$((p \to (q \vee r)) \wedge (\neg q \to \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s))$

$\equiv ((\neg p \vee (q \vee r)) \wedge (q \vee \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s))$ (implikasi)

$\equiv ((\neg p \vee (q \vee r)) \wedge (q \vee \neg r) \vee (\neg p \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)))$ (biimplikasi)

$\equiv (\neg p \wedge (q \vee \neg r)) \vee ((q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)) \vee (\neg p \wedge ((r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s)))$ (distribusi)

$\equiv (\neg p \wedge (q \vee \neg r)) \vee (q \vee (r \wedge \neg r)) \vee (\neg p \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)))$ (distribusi)

$\equiv (\neg p \wedge (q \vee \neg r)) \vee (q \vee False) \vee (\neg p \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)))$ (negasi)

$\equiv (\neg p \wedge (q \vee \neg r)) \vee q \vee (\neg p \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)))$ (identitas)

$\equiv ((\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee q \vee (\neg p \wedge (r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)))$ (distribusi)

$\equiv q \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)))$ (asosiasi)

$\equiv q \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge (r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)))$ (absorpsi)

$\equiv q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee (r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s))$ (distribusi)

$\equiv q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee (\neg r \wedge s) \vee (r \wedge s)$ (asosiasi)

$\equiv q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee (r \wedge s))$ (absorpsi)

Next Page

$\equiv q \vee (\neg p \wedge ((\neg r \vee r) \wedge (\neg r \vee s)))$ (distribusi)

$\equiv q \vee (\neg p \wedge (T \wedge (\neg r \vee s)))$ (negasi)

$\equiv q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$ (identitas).

b. $(p \vee (q \wedge \neg r) \rightarrow (\neg p \vee s)$ dan $(\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$

mengubah bentuk kalimat proporsisi dengan hukum ekuivalensi :

$(p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s)$

$$\left.\begin{array}{ll}
\equiv \neg(p \vee (q \wedge \neg r)) \vee (\neg p \vee s) & \text{(Implikasi)} \\
\equiv (\neg p \wedge \neg(q \wedge \neg r)) \vee (\neg p \vee s) & \text{(De morgan)} \\
\equiv (\neg p \wedge (\neg q \vee r)) \vee (\neg p \vee s) & \text{(De morgan)} \\
\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \vee (\neg p \vee s) & \text{(Distribusi)} \\
\equiv \neg p \vee (\neg p \wedge r) \vee s & \text{(absorpsi)} \\
\equiv \neg p \vee s \vee (\neg p \wedge r) & \text{(komutatif)} \\
\equiv (\neg p \vee s) \vee (r \wedge \neg p) & \text{(komutatif)}
\end{array}\right\} = (1)$$

$(\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$

$\equiv (\neg p \wedge q) \vee (\neg r \vee s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$ (De morgan dan Implikasi)

$\equiv ((\neg p \vee \neg q) \vee (\neg r \vee s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$ (asosiasi)

$\equiv (\neg p \vee \neg q \vee s \vee \neg r) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$ (komutatif)

$\equiv ((\neg p \vee s) \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$ (komutatif)

$\equiv (\neg p \vee s) \vee ((\neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r)))$ (distributif)

$\equiv (\neg p \vee s) \vee ((\neg q \vee \neg r) \wedge p) \vee ((\neg q \vee \neg r) \wedge (\neg q \wedge \neg r))$ (distribusi)

$\equiv (\neg p \vee s) \vee ((\neg q \vee p) \vee (\neg r \wedge p) \vee (\neg q \wedge \neg r)$ (distribusi dan idempoten)

$\equiv (\neg p \vee s) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge \neg r)$ (komutatif)

$\equiv (\neg p \vee s) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$ (absorpsi)

$\equiv (\neg p \vee s) \vee (p \wedge (\neg \vee \neg r))$ (distribusi)

$\equiv (\neg p \vee s) \vee (r \wedge \neg p)$ (de morgan & kontra positif)

Kedua formula dapat disederhanakan menjadi bentuk yang sama yaitu:

$(\neg p \vee s) \vee (r \wedge \neg p)$. karena itu kedua formula tersebut termasuk ekuivalen

6). a. $(a \vee (\neg b \rightarrow c)) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a) \wedge \neg(\neg b \rightarrow c)$

menentukan proporsisi tersebut :

$\neg(\neg b \rightarrow c) \equiv \neg b \wedge \neg c$

$(a \vee (\neg b \rightarrow c)) \wedge \neg(\neg b \rightarrow c) \equiv a \wedge \neg b \wedge \neg c$

$\rightarrow (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a)$

terlihat seperti kontradiksi :

- yang dimana nilai a harus benar (dari awal)
- $\neg c$ harus juga ber nilai benar (dari bagian awal)

tapi $\neg c \rightarrow \neg a$ juga harus benar. Jadi proposisi ini bersifat kontradiksi

KIKY

b. $(\neg a \leftrightarrow c) \land (b \to a) \land (c \to \neg a) \land (b \leftrightarrow \neg c)$

- dari $(\neg a \leftrightarrow c)$ memiliki kebenaran yang berlawanan
- $(c \to \neg a)$ konsisten dengan poin sebelumnya
- Lalu $(b \to a)$ masih bisa konsisten dengan poin di atas

dengan itu bisa di buat interpretasi → $a = T$, $b = T$, $c = F$

Jadi proporsisi ini bersifat satisfable.

c. $((a \lor b) \land (c \lor d)) \to ((a \lor c) \lor (b \land d))$

dari proporsisi ini kita harus ada interpretasi:

di mana, $(a \lor b) \land (c \lor d)$ harus bernilai treu, tapi $(a \lor c) \lor (b \land d)$ bernilai False

→ Analisis :

1. $(a \lor b) \land (c \lor d)$ True
   - $(a \lor b)$ harus True
   - $(c \lor d)$ harus True
2. $(a \lor c) \lor (b \land d)$ False
   - $(a \lor c)$ harus False
   - $(b \land d)$ harus False
3. dari $(a \lor c)$ false, diketahui :
   - a → false
   - c → false
4. Dari $(b \land d)$ false, diketahui:
   - b harus false atau d → False
5. Jika a dan b False, $(a \lor b)$ tak mungkin true
   — c dan d False, $(c \lor d)$ tak mungkin true

Hasil dari analisis di atas bahwa proporsisi ini tautologi, karena asumsi mengarah kontradiksi

). a. $\forall x\,(P(x) \lor Q(x))$ menerjemahkan formula logika predikat

→ Setiap mahasiswa fasilkom suka menonton anime atau menggunakan kacomata

b. $\exists x\,(\neg P(x) \land \neg Q(x))$

→ Ada setidaknya satu mahasiswa ~~suka~~ fasilkom yang tidak suka menonton

c. $\neg \forall x\,(Q(x))$

→ Tidak semua mahasiswa fasilkom menggunakan kacamata

d. $\neg \exists x\,(\neg P(x) \land \neg Q(x))$

→ Tidak ada mahasiswa fasilkom yang tidak suka menonton anime. dan tidak menggunakan kacamata

e. $\forall x (P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

→ Setiap mahasiswa fasilkom yang suka menonton anime tidak menggunakan kacamata.

8). a. $\neg \forall x \forall y ((x > 0) \wedge (y > 0) \rightarrow (x - y > 0))$

→ Pernyataan ini Benar, karena tidak semua bilangan x bilangan bulat positif dan y bilangan bulat positif.

b. ~~...~~ $\forall x ((x > 0) \rightarrow \exists a \exists b (a \neq b \wedge a^2 = x \wedge b^2 = x \wedge \forall c ((c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x$

→ Pernyataan ini salah, karena terdapat x bukan kudrat positif, Jadi $\exists a \exists b (a \neq b \wedge a^2 = x \wedge b^2 = x)$ tidak memenuhi karena tidak ada bilangan bulat

c. $\exists x ((x > 0) \wedge \forall a \forall b \forall c (x \neq a^2 + b^2 + c^2)$

Pernyataan ini salah, karena setiap bilangan bulat positif dapat dinyatakan sebagai jumlah dari tiga kuadrat bilangan bulat.

9) a. $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ dan $\neg \exists x (P(x) \wedge \neg Q(x))$

mengubah bentuk formula menggunakan hukum ekuivalensi:

$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv \forall x (\neg P(x) \vee Q(x))$ (definisi implikasi)

$\equiv \neg \exists x \neg (\neg P(x) \vee Q(x))$ (negasi)

$\equiv \neg \exists x (P(x) \vee \neg Q(x))$ (De morgan)

→ keduanya ekivalen.

b. $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ dan $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$

↳ berati ada x yang sama sehingga P(x) dan Q(x) keduanya benar

↳ berarti ada x dimana P(x) benar dan ada (mungkin beda) x lain di mana Q(x) benar

→ kedua pernyataan tidak ekuivalen misal domain {1,2} dengan P(1) benar dan Q(2) benar, tapi tidak ada satu x pun di mana P(x) dan Q(x) benar secara bersamaan.

C. $\forall x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$ dan $\forall x P(x) \leftrightarrow \forall x Q(x)$

misal domain x_1 dan x_2

$P(x_1)$ = True, $P(x_2)$ = False (kedua formula tdk ekuivalen)

$Q(x_1)$ = True, $Q(x_2)$ = False

maka akan

$\forall x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$ bernilai false karna $P(x_2) \neq Q(x_2)$.

$\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$ bernilai True, karna $\forall x (Px)$ false, sehingga nilai selalu true.

d. $\forall x\,(P(x) \land \neg Q(x))$ dan $\neg \exists x\,(P(x) \land Q(x))$.

misalkan domain x_1 dan x_2

$P(x_1) = True$, $P(x_2) =$ ~~False~~ True

$Q(x) =$ ~~True~~ False, $Q(x_2) = False$

maka

$\forall x\,(P(x) \land \neg Q(x))$ adalah false, karna tidak semua x memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$

$\neg \exists x\,(P(x) \land Q(x))$ adalah True, karna tidak ada x yang memenuhi $P(x)$ dan $Q(x)$.

kedua formula tidak ekuivalen.

10. mengubah pernyataan menjadi formula logika predikat:

$M(x,y) \rightarrow x$ mengikuti turnamen y, dan | x = Atlet, z = atlet lain.

$K(x,y) \rightarrow x$ memenangkan turnamen y. | y = Turnamen

a). Tidak semua atlet mengikuti turnamen dalam tahun 2023.

$\rightarrow \neg \forall x\, \forall y\, (M(x,y))$

b). Semua atlet mengikuti setidaknya dua turnamen dalam tahun 2023.

$\rightarrow \forall x\, \exists y\, \exists z\, ((y \neq z) \land M(x,y) \land M(x,z))$

c). Ada tepat satu atlet yang memenangkang semua turnamen yang ia ikuti dalam tahun 2023.

$\rightarrow \exists x\, (\forall y\,(K(x,y) \leftrightarrow M(x,y)) \land \forall z\,(z \neq x \rightarrow \exists y\,(M(z,y) \land \neg K(z,y))$

d). Terdapat tepat 1 atlet yang mengikuti lebih dari 1 turnamen dalam tahun 2023.

$\rightarrow$ ~~$\exists x\, \exists y\, \exists z\, (y \neq z \land M(x,y) \land M(x,z)) \land \forall y\,(y \neq x \rightarrow \neg \exists v\, \exists v\,(z \neq x \rightarrow \neg \exists v\, \exists v\,(z$~~

Revisi :

$\exists x\,(\exists y\, \exists z\,(y \neq z \land M(x,y) \land M(x,z)) \land \forall w\,(w \neq x \rightarrow \neg \exists u\, \exists v\,(u \neq v \land M(w,u) \land M(w,v)))$