

Tugas 1 Matematika Diskret

Nama : Elizabeth Meilanny Sitanggang

NPM : 2406433522

Kelas : G

1. [2+2+2] Buatlah kalimat logika proposisi dari pernyataan berikut dan definisikan terlebih dahulu notasi-notasi proposisi yang digunakan:

- Seseorang mempunyai tinggi badan di bawah 90 cm adalah syarat cukup untuk makan gratis di restoran ini atau mendapatkan mainan anak, tetapi bukan keduanya.
- Keidi pergi untuk lari pagi atau memasak bersama teman-temannya jika dan hanya jika dia mempunyai waktu luang dan tidak perlu mengikuti kelas pemrograman.
- Arisa bisa menonton film Oppenheimer jika dia di atas umur 17 tahun dan sudah membeli tiket bioskop di kasir.

a. P ; Seseorang mempunyai tinggi badan di bawah 90 cm

q ; Makan gratis di restoran ini

r ; Mendapatkan mainan anak

$$P \rightarrow q \oplus r$$

b. P ; Keidi pergi untuk lari pagi

q ; Memasak bersama teman-temannya

r ; Dia mempunyai waktu luang

s ; Perlu mengikuti kelas pemrograman

$$(P \vee q) \leftrightarrow (r \wedge \neg s)$$

c. P ; Dia di atas 17 tahun

q ; Sudah membeli tiket bioskop di Kasir

r ; Arisa bisa menonton film Oppenheimer

$$(P \wedge q) \rightarrow r$$

2. [2+2] Buatlah tabel kebenaran dengan formula proposisi berikut:

- $(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
- $(p \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg p)$

a.

P	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \vee q$	$(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	F	T	F
F	F	T	F	T	F

b.	P	q	r	$\neg P$	$\neg r$	$P \rightarrow q$	$\neg r \rightarrow \neg P$	$(P \rightarrow q) \vee (\neg r \rightarrow \neg P)$
	T	T	T	F	F	T	T	T
	T	T	F	F	T	T	F	T
	T	F	T	F	F	F	T	T
	T	F	F	F	T	F	F	F
	F	T	T	T	F	T	T	T
	F	T	F	T	T	T	T	T
	F	F	T	T	F	T	T	T
	F	F	F	T	T	T	T	T

3. [4+6] Di sebuah pertanian Dengklek, terjadi sebuah insiden pencurian bebek-bebek kesayangan Pak Dengklek. Setelah melihat rekaman CCTV, polisi menemukan ada dua sosok mengendap-ngendap di malam sebelumnya. Setelah melakukan penyelidikan, polisi mendapatkan bahwa kedua orang tersebut merupakan pekerja di peternakan Pak Dengklek. Namun, polisi masih tidak dapat mengetahui secara pasti siapa kedua orang tersebut. Akhirnya, polisi memutuskan untuk menginterogasi lima pekerja di peternakan Pak Dengklek: Alex, Benny, Charlie, Doni, dan Elly. Polisi yakin bahwa ada TEPAT DUA dari mereka yang merupakan pelaku pencurian di malam sebelumnya. Diketahui juga pelaku pasti akan selalu berbohong, sedangkan tiga lainnya adalah saksi jujur. Dapatkah kalian membantu polisi menemukan kedua pencuri tersebut?

Berikut merupakan hasil interogasi kelima tersangka oleh polisi:

- Alex (A) berkata: "Pelakunya adalah salah satu dari Benny dan Elly."
 - Benny (B) berkata: "Jika pelakunya bukan Alex, maka pelakunya adalah Charlie atau Doni."
 - Charlie (C) berkata: "Alex bukan pelakunya jika dan hanya jika Doni adalah pelakunya."
 - Doni (D) berkata: "Alex bersekongkol dengan Benny, atau Charlie bersekongkol dengan Elly."
 - Elly (E) berkata: "Doni adalah pelakunya, jika Alex atau Charlie adalah pelakunya juga."
- a. Berdasarkan hasil laporan polisi di atas, definisikan proposisi atomik dan translasikan pernyataan-pernyataan dari 5 tersangka tersebut ke dalam bentuk formula logika proposisi yang tepat! (**Hint:** gunakan variable proposisi yang merepresentasikan pelaku, seperti 'x: "X adalah pelaku"')
- b. Dari kelima tersangka tersebut, terdapat tepat dua orang pelaku, kedua orang tersebut juga berbohong saat diinterogasi polisi. Siapakah kedua pelaku tersebut? Berikan penjelasan!

a. Misal :

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \text{Alex jujur} \\ B &\rightarrow \text{Benny jujur} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &\rightarrow \text{Charlie jujur} \\ D &\rightarrow \text{Doni jujur} \\ E &\rightarrow \text{Elly jujur} \end{aligned}$$

- Pernyataan Alex
 $(\neg B \wedge E) \vee (B \wedge \neg E)$
- Pernyataan Benny
 $A \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$

- Pernyataan Charlie
 $A \leftrightarrow \neg D$
- Pernyataan Doni
 $(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg E)$

- Pernyataan Elly
 $(\neg A \vee \neg C) \rightarrow \neg D$

b. Permisalan..(1)

$$A, B, C = T$$

$$D, E = F$$

Pernyataan A, B, dan C harus benar

• Pernyataan Alex

$$(\neg B \wedge E) \vee (B \wedge \neg E)$$

$$(F \wedge F) \vee (T \wedge T)$$

$$\begin{array}{ccc} F & V & T \end{array}$$

$$\begin{array}{c} T \\ \hline \end{array}$$

• Pernyataan Charlie

$$A \leftrightarrow \neg D$$

$$T \leftrightarrow T$$

$$\begin{array}{c} T \\ \hline \end{array}$$

• Pernyataan Benny

$$A \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$$

$$T \rightarrow (F \vee T)$$

$$\begin{array}{c} T \\ \hline \end{array}$$

Pernyataan D dan E harus salah

• Pernyataan Doni

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg E)$$

$$(F \wedge F) \vee (F \wedge T)$$

$$\begin{array}{ccc} F & V & F \end{array}$$

$$\begin{array}{c} F \\ \hline \end{array}$$

• Pernyataan Elly

$$(\neg A \vee \neg C) \rightarrow \neg D$$

$$F \vee F \rightarrow T$$

$$\begin{array}{c} F \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} T \\ \hline \end{array}$$

Maka, permisalan 1 bukan kombinasi yang benar

Permisalan..(2)

$$B, C, D = T$$

$$A, E = F$$

Pernyataan B, C, dan D harus benar

• Pernyataan Benny

$$A \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$$

$$F \rightarrow (F \vee F)$$

$$\begin{array}{c} F \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} T \\ \hline \end{array}$$

• Pernyataan Doni

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg E)$$

$$(T \wedge F) \vee (F \wedge T)$$

$$\begin{array}{ccc} F & V & F \end{array}$$

$$\begin{array}{c} F \\ \hline \end{array}$$

• Pernyataan Charlie

$$A \leftrightarrow \neg D$$

$$F \leftrightarrow F$$

$$\begin{array}{c} T \\ \hline \end{array}$$

Maka, permisalan 2 bukan kombinasi yang benar.

Permisalan..(3)

$$C, D, E = T$$

$$A, B = F$$

Pernyataan C, D, dan E harus benar

- Pernyataan Charlie

$$A \leftrightarrow \neg D$$

$$F \leftrightarrow F$$

T

- Pernyataan Elly

$$(\neg A \vee \neg C) \rightarrow \neg D$$

$$(T \vee F) \rightarrow F$$

T → F

F

- Pernyataan Doni

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg E)$$

$$(T \wedge T) \vee (F \wedge F)$$

T V F

T

Maka, permisalan 3 bukan kombinasi yang benar

Permisalan..(4)

$$A, B, D = T$$

$$C, E = F$$

Pernyataan A, B, dan D harus benar

- Pernyataan Alex

$$(\neg B \wedge E) \vee (B \wedge \neg E)$$

$$(F \wedge F) \vee (T \wedge T)$$

F V T

T

- Pernyataan Doni

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg E)$$

$$(F \wedge F) \vee (T \wedge T)$$

F V T

T

- Pernyataan Benny

$$A \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$$

$$T \rightarrow (T \vee F)$$

T → T

T

Pernyataan C dan E harus salah

• Pernyataan Charlie

$$A \leftrightarrow \neg D$$

$$\begin{array}{c} T \leftrightarrow F \\ \textcircled{F} \end{array}$$

• Pernyataan Elly

$$(\neg A \vee \neg C) \rightarrow \neg D$$

$$(F \vee T) \rightarrow F$$

$$\begin{array}{c} T \rightarrow F \\ \textcircled{F} \end{array}$$

Maka, pelakunya adalah Elly dan Charlie karena dengan kombinasi tersebut pernyataan C dan E salah, sedangkan pernyataan A, B, dan D benar.

4. [6+6+5] Diketahui tim sepak bola pada Tim Pak Iton sedang bertanding dengan tim milik Pak Cilik, berikut merupakan ringkasan kejadian dalam pertandingan:

- Roni hanya bermain di salah satu posisi, yaitu sebagai bek, gelandang, atau penyerang.
 - Roni dalam kondisi prima jika dan hanya jika dia tidak mengalami cedera dan tidak terkena kartu merah.
 - Roni bermain sebagai gelandang, apabila dia tidak membuat lebih dari 2 assist untuk timnya.
 - Roni bermain sebagai penyerang dan sedang dalam kondisi prima atau tim kebobolan lebih dari dua gol.
 - Kiper tim Pak Iton melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama dan tim tidak kebobolan lebih dari 2 gol.
 - Roni tidak dapat bermain sebagai bek jika dia telah menerima kartu merah atau tim Pak Iton menggantikan lebih dari 2 pemain sepanjang pertandingan
 - Jika Roni mengalami cedera atau kiper tidak melakukan lebih dari 4 penyelamatan di babak pertama, maka Tim Pak Iton kalah.
 - Roni dalam kondisi prima dan membuat lebih dari 2 assist, atau Tim Pak Iton tidak menggantikan lebih dari 2 pemain dan kalah, namun tidak keduanya.
- a. Definisikan proposisi atomik dan translasikan delapan pernyataan dari ringkasan kejadian di atas ke formula logika proposisi menggunakan proposisi atomik yang didefinisikan!
- b. Apakah ringkasan kejadian di atas bersifat konsisten? Jelaskan!
- c. Bagaimana jika ditambahkan informasi baru: "Tim Pak Iton menang 3-1, timnya mengganti 3 pemain, dan Roni memberi 3 assist"? Jelaskan dampaknya terhadap konsistensi ringkasan kejadian di atas!

a. P : Roni bermain sebagai bek

q : Roni bermain sebagai gelandang

r : Roni bermain sebagai penyerang

s : Roni dalam kondisi yang prima

t : Roni mengalami cedera

u : Roni telah menerima kartu merah

v : Roni membuat lebih dari 2 assist untuk timnya

w : tim kebobolan lebih dari 2 gol

x : Kiper tim pak Iton melakukan lebih dr 4 penyelamatan
di babak pertama

y : Tim pak Iton menggantikan lebih dr 2 pemain sepanjang pertandingan

z : Tim pak Iton menang

$$\begin{array}{l} 1. P \oplus q \oplus r \\ 2. s \leftrightarrow (\neg t \wedge \neg u) \\ 3. \neg v \rightarrow q \\ 4. (r \wedge s) \vee w \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5. x \wedge \neg w \\ 6. (u \vee y) \rightarrow \neg p \\ 7. (t \vee \neg x) \rightarrow \neg z \\ 8. (s \wedge v) \oplus (\neg y \wedge \neg z) \end{array}$$

b. 1.) Pernyataan 1 bernilai true apabila salah satu proposisi atomik ada yang bernilai true.

- $P : T, q : F, r : F$
- $P : F, q : T, r : F$
- $P : F, q : F, r : T$

2.) Pernyataan 2 bernilai true, jika $t = F, u = F$, dan $s = T$

3.) Pernyataan 3 bernilai true , jika

- $v : T$ dan $q : T$
- $v : T$ dan $q : F$
- $v : T$ dan $q : T$

4.) Pernyataan 4 bernilai true , jika

- $(r \wedge s) : T$ dan $w : T / F$
- $(r \wedge s) : T$ dan $w : T$

5.) Pernyataan 5 bernilai true , jika

- $x : T$ dan $w : F$

6.) Pernyataan 6 bernilai true , jika

- $(u \vee y) : T / F$ dan $p : F$
- $(u \vee y) : F$ dan $p : T$

7.) Pernyataan 7 bernilai true , jika

- $(t \vee \neg x) : T / F$ dan $z : F$
- $(t \vee \neg x) : F$ dan $z : T$

8.) Pernyataan 8 bernilai true , jika

- $(s \wedge v) : T$ dan $(\neg y \wedge \neg z) : F$
- $(s \wedge v) : F$ dan $(\neg y \wedge \neg z) : T$

Berdasarkan kondisi diatas delapan pernyataan dapat konsisten jika kondisi proposisi atomik sebagai berikut ;

$$\begin{array}{lll} V : F & q : T & r : T \\ p : F & x : T & y : F \\ t : F & s : T & z : F \\ w : F & u : F & \end{array}$$

C. Jika \therefore Tim Pak Iton menang 3-1, maka

$Z = \text{True}$

$W = \text{False}$

• Tim mengganti 3 pemain

$y = \text{True}$

• Roni memberi 3 assist

$V = \text{True}$

Karena interpretasinya Z, W, y , dan V tetap sama dengan di nomor B, maka kejadian tersebut akan tetap konsisten.

5. [6+3] Tentukan manakah pasangan formula yang ekuivalen. Jika ekuivalen, buktikan dengan menggunakan hukum-hukum ekuivalensi dan sebutkan hukum yang digunakan pada setiap langkah. Jika tidak ekuivalen, berikan interpretasi yang membuat nilai kebenarannya berbeda.

a. $((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s))$ dan $q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$

b. $(p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s)$ dan $(\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$

a. $((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s))$ dan $q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$

$\hookrightarrow ((p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r)) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s))$

$\hookrightarrow (\neg p \vee (q \vee r)) \wedge (q \vee \neg r) \vee (\neg p \wedge (r \leftrightarrow s))$ Analisa Implikasi

$\hookrightarrow (\neg p \vee (q \vee r)) \wedge (q \vee \neg r) \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s)) \wedge (r \leftrightarrow s)$ Bimplikasi Definisi

$\hookrightarrow (q \wedge q) \vee (q \wedge \neg r) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg p) \vee (r \wedge \neg r) \vee (\neg r \wedge q) \vee (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge s \wedge p) \vee (r \wedge \neg r \wedge \neg p) \vee (s \wedge \neg s \wedge \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s)$ Distributive laws

Idempotent law

$\hookrightarrow q \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg p) \vee (r \wedge \neg r) \vee (\neg r \wedge q) \vee (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge s \wedge p) \vee (r \wedge \neg r \wedge \neg p) \vee (s \wedge \neg s \wedge \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s)$

Complement law

$\hookrightarrow q \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg p) \vee 0 \vee (\neg r \wedge q) \vee (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge s \wedge p) \vee (0 \wedge \neg p) \vee (0 \wedge \neg r)$
 $(\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s)$

Identity law

$\hookrightarrow q \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg p) \vee (\neg r \wedge q) \vee (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge s \wedge p) \vee (0 \wedge \neg p) \vee (0 \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s)$

Dominant law

$\hookrightarrow q \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg p) \vee (\neg r \wedge q) \vee (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge s \wedge p) \vee 0 \vee 0 \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s)$

Identity law

$\hookrightarrow q \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg p) \vee (\neg r \wedge q) \vee (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge s \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s)$

$\hookrightarrow q \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg p) \vee (\neg r \wedge q) \vee (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \wedge s \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s)$

$\hookrightarrow q \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (r \wedge s \wedge \neg p)$

$\hookrightarrow q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee (r \wedge s)))$

$$\hookrightarrow q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee r) \wedge (\neg r \vee s))$$

$$\hookrightarrow q \vee (\neg p \wedge T \wedge (\neg r \vee s))$$

$\hookrightarrow q \vee (\neg p \wedge (\neg r \vee s))$ Sehingga formula tsb EKUIVALEN !

$$b. F_3 (P \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s)$$

$$\equiv \neg (P \vee (q \wedge \neg r)) \vee (\neg p \vee s) \text{ Definisi Implikasi}$$

$$\equiv (\neg P \wedge (\neg q \vee r)) \vee (\neg p \vee s) \text{ De Morgan}$$

$$\equiv \neg p \vee s \vee (\neg q \wedge r) \text{ Distributif}$$

$$F_4 (\neg (P \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$$

$$\equiv (\neg (p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r)) \text{ Definisi Implikasi}$$

$$\equiv ((\neg p \vee \neg q) \vee (\neg r \vee s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r)) \text{ De Morgan}$$

$$\equiv (\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r)) \text{ Komutatif}$$

Maka, dapat diambil kesimpulan sementara bahwa $F_3 \not\equiv F_4$

$$(P \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow (\neg p \vee s) \not\equiv (\neg (P \wedge q) \vee (r \rightarrow s)) \wedge (p \vee (\neg q \wedge \neg r))$$

Mengambil Counter example untuk memastikan bahwa $F_3 \not\equiv F_4$

$$\bullet P = T, q: F, r: T, s: F$$

$$F_3 : (T \vee (F \wedge F)) \rightarrow (F \vee F) \equiv F$$

$$F_4 : (\neg (T \wedge F) \vee (T \rightarrow F)) \wedge (T \vee (T \wedge F)) \equiv T$$

Sehingga $F_3 \not\equiv F_4$ TIDAK EKUIVALEN !

6. [4+3+3] Tentukan apakah proposisi berikut bersifat tautologi, kontradiksi, atau satisfiable dan jelaskan alasannya!

a. $(a \vee (\neg b \rightarrow c)) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a) \wedge \neg(\neg b \rightarrow c)$

b. $(\neg a \leftrightarrow c) \wedge (b \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow \neg a) \wedge (b \leftrightarrow \neg c)$

c. $((a \vee b) \wedge (c \vee d)) \rightarrow ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$

a. $(a \vee (\neg b \rightarrow c)) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a) \wedge \neg(\neg b \rightarrow c)$

$$\hookrightarrow (a \vee (b \vee c)) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg b \wedge \neg c) \text{ Definisi Implikasi}$$

- True jika $a = T, b = F, c = F$

- False jika $a = F, b = F, c = F$

Logika proposisi di atas bersifat Kontingensi tergantung kondisi a dan b

b. $(\neg a \leftrightarrow c) \wedge (b \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow \neg a) \wedge (b \leftrightarrow \neg c)$

- True jika $a: F, c: T$ atau $a: T, c: F$

- True jika $b: T, a: F$ atau $b: F$ dan $a: F$

- True jika $c: T/F, a: F$ atau $c: F, a: T$

- True jika $b: T, c: F$ atau $b: F, c: T$

• Jika $\neg a \rightarrow c$ True ketika $a = F, c = T$, maka proposisi dapat bernilai True jika $b = F$

- Jika $\neg a \rightarrow c$ False ketika $a = T, c = F$, maka proposisi bernilai False
Logika proposisi di atas bersifat **Kontingensi** karena bisa benar dan salah

$$C. ((a \vee b) \wedge (c \vee d)) \rightarrow ((a \vee c) \vee (b \wedge d))$$

$$\hookrightarrow ((\neg a \wedge \neg b) \vee (\neg c \wedge \neg d)) \vee ((a \vee c) \vee (b \wedge d)) \text{ Definisi Implikasi}$$

\hookrightarrow Akan menghasilkan lawan dr $((a \vee c) \vee (b \wedge d))$ sehingga $\neg P \vee P \equiv T$

Logika proposisi di atas bersifat **Tautologi** karena menghasilkan True untuk setiap kondisi

7. [2+2+2+2] Jika diketahui $P(x)$ adalah pernyataan "x suka menonton anime" dan $Q(x)$ adalah pernyataan "x menggunakan kacamata", dengan domain x adalah seluruh mahasiswa Fasilkom, terjemahkan formula logika predikat di bawah ke dalam bahasa Indonesia:

- $\forall x(P(x) \vee Q(x))$
- $\exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$
- $\neg \forall x(Q(x))$
- $\neg \exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$
- $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

a. $\forall x(P(x) \vee Q(x))$

Semua mahasiswa fasilkom suka menonton anime atau menggunakan kaca mata

b. $\exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$

Beberapa mahasiswa fasilkom tidak suka menonton anime dan tidak menggunakan kaca mata

c. $\neg \forall x(Q(x))$

Tidak semua mahasiswa fasilkom menggunakan kaca mata

d. $\neg \exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$

Tidak ada mahasiswa fasilkom yang tidak suka menonton anime dan tidak menggunakan kaca mata

e. $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

Semua mahasiswa fasilkom yang suka menonton anime tidak menggunakan kaca mata.

8. [2+4+3] Tentukan nilai kebenaran dari setiap pernyataan berikut jika diketahui domain **setiap variabel** adalah semua bilangan **bulat**. Berikan penjelasan singkat.

- $\neg \forall x \forall y((x > 0) \wedge (y > 0) \rightarrow (x - y > 0))$
- $\forall x \left((x > 0) \rightarrow \exists a \exists b (a \neq b \wedge a^2 = x \wedge b^2 = x \wedge \forall c ((c \neq a \wedge c \neq b) \rightarrow c^2 \neq x) \right)$
- $\exists x((x > 0) \wedge \forall a \forall b \forall c (x \neq a^2 + b^2 + c^2))$

a. Tidak benar bahwa setiap x dan y yang > 0 , $x-y$ selalu > 0

MIS ; $x = 1$, $y = 3$

$x-y = -2$, bernilai benar

b. Setiap $x > 0$, ada $a \& b$ yang berbeda . Di mana $a^2 = x$, $b^2 = x$, dan tidak ada $c = x^2$

MIS ; $x = 9$, $a = 3$, $b = -3$ benar

$x = 3$, $a = \sqrt{3}$, $b = -\sqrt{3}$? Salah

Karena pernyataan meminta semua, maka nilainya tetap salah

c. Ada setidaknya satu $x > 0$ dimana tidak ada $x = a^2 + b^2 + c^2$

MIS ; $x = 17 \rightarrow 2^2 + 2^2 + 2^2 = 12 \times$

$3^2 + 3^2 + 3^2 = 27 \times$

Bernilai benar.

9. [4+3+4+3] Selidiki apakah pasangan-pasangan formula berikut saling ekuivalen dan jelaskan dengan hukum-hukum yang tepat. Jika tidak, tunjukkan counter example- nya. Asumsikan variabel pada setiap pasangan formula memiliki domain yang sama.

a. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ and $\neg \exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$

b. $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ and $\exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$

c. $\forall x(P(x) \leftrightarrow Q(x))$ and $\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x)$

d. $\forall x(P(x) \wedge \neg Q(x))$ and $\neg \exists x(P(x) \wedge Q(x))$

a. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv \neg \exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$

$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv \forall x \neg(P(x) \wedge \neg Q(x))$

$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv \forall x(\neg P(x) \vee Q(x))$

$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

b. Asumsi $x : \{a, b\}$

$P(a) = T$ $P(b) = F$

$Q(a) = F$ $Q(b) = T$

$\exists x(P(x) \wedge Q(x)) = ((P(a) \wedge Q(a)) \vee (P(b) \wedge Q(b)))$

F F

F

$\exists xP(x) \wedge \exists xQ(x) = ((P(a) \wedge Q(a)) \vee (P(b) \wedge Q(b))) \vee$

F F

$(P(a) \wedge Q(b)) \vee (P(b) \wedge Q(a))$

F

F

T

C. asumsi $x : \{a, b\}$

$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$:

$(P(a) \rightarrow Q(a)) \wedge (P(b) \rightarrow Q(b))$

$\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x) =$

$(P(a) \rightarrow Q(a)) \wedge (P(b) \rightarrow Q(b)) \wedge (P(a) \rightarrow P(b)) \wedge (P(b) \rightarrow P(a))$

d. $\forall x (P(x) \wedge \neg Q(x)) \equiv$

asumsi domain $\{a, b\}$

$\forall x \neg (\neg P(x) \vee Q(x)) = \neg (P \rightarrow Q)$

$\neg \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$\forall x \neg (P(x) \wedge Q(x))$

$\forall x \neg P(x) \vee \neg Q(x)$

$\neg (\neg P(x) \vee Q(x)) \not\equiv \neg P(x) \vee \neg Q(x)$

10. [2+2+3+4] Setiap tahunnya, ada banyak turnamen badminton yang diselenggarakan di berbagai negara dan diikuti oleh atlet-atlet dari seluruh dunia. Misalkan $M(x,y)$ didefinisikan sebagai "x mengikuti turnamen y" dan $K(x,y)$ didefinisikan sebagai "x memenangkan turnamen y," di mana x adalah atlet dan y adalah turnamen dalam tahun 2023. Berikut adalah beberapa pernyataan yang dapat dinyatakan dalam formula logika predikat:

- Tidak semua atlet mengikuti semua turnamen dalam tahun 2023
- Semua atlet mengikuti setidaknya dua turnamen dalam tahun 2023
- Ada tepat satu atlet yang memenangkan semua turnamen yang ia ikuti dalam tahun 2023
- Terdapat tepat 1 atlet yang mengikuti lebih dari 1 turnamen dalam tahun 2023

Catatan: Atlet harus mengikuti turnamen untuk memenangkan turnamen. Pernyataan tidak berhubungan dengan satu sama lain.

$M(x,y) : x$ mengikuti turnamen y

$K(x,y) : x$ memenangkan turnamen y

x ; atlet

y ; turnamen dalam tahun 2023

a. $\neg \forall x \forall y M(x,y)$

b. $\forall x (\exists y_1 \exists y_2 M(x,y_1) \wedge M(x,y_2) \wedge y_1 \neq y_2)$

c. $\exists x \forall y (K(x,y) \wedge \forall z (z,y) \rightarrow x = z)$

d. $\exists x \exists y (M(x,y) > 1 \wedge \forall z (M(z,y) > 1 \wedge y = z))$