

---

## Matematika 4 – Logika pre informatikov: Sada úloh 2

---

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **5. marca 2018 o 11:30** na prednáške.

Z tejto sady **budeme hodnotiť**: úlohu 6, praktickú úlohu 7 a jednu ďalšiu úlohu, ktorú vyžrebujeme na prednáške po termíne odovzdania.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých sád úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese [https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics\\_4/sk#pravidla-uloh](https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh).

Čísla úloh v zátvorkách pochádzajú zo zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/ulohy/zbierka.pdf>.

**Úloha 1 (2.1.5).** Zakreslite vytvárajúce stromy pre formuly:

- a)  $\neg(q \wedge p)$
- b)  $(\neg p \rightarrow q)$
- c)  $((p \wedge q) \vee p) \rightarrow ((p \wedge q) \vee \neg p)$

**Úloha 2 (2.1.6).** Určte stupeň formúl z úlohy 1.

**Úloha 3 (2.3.1).** Majme danú množinu výrokových premenných  $\mathcal{V} = \{p, q, r\}$  a jej ohodnotenie  $v = \{p \mapsto t, q \mapsto f, r \mapsto f\}$ . Zistite, či ohodnotenie  $v$  spĺňa nasledovné formuly:

- a)  $(p \wedge (\neg q \rightarrow r))$
- b)  $((r \wedge q) \rightarrow \neg p)$
- c)  $((\neg p \vee \neg q) \vee \neg r)$
- d)  $((\neg p \rightarrow q) \wedge \neg(\neg q \vee p))$

**Úloha 4 (2.3.2).** O každej z nasledujúcich formúl nad  $\mathcal{V} = \{p, q, r\}$  rozhodnite, či je (i) tautológia, (ii) splniteľná, (iii) falzifikovateľná, alebo (iv) nespĺniteľná:

- a)  $(\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q))$
- b)  $((p \vee \neg p) \wedge \neg(q \vee \neg q))$
- c)  $(p \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow p)))$
- d)  $(p \wedge (q \vee \neg(p \rightarrow r)))$

**Úloha 5 (2.1.9).** Zdefinujte:

- a)  $\text{vars}(A)$  – množinu všetkých výrokových premenných formuly  $A$ ;
- b)  $\text{vcount}(A, p)$  – počet výskytov výrokovej premennej  $p$  vo formule  $A$ ;
- c)  $\text{subfs}(A)$  – množinu všetkých podformúl formuly  $A$ ;
- d)  $\text{pcount}(A)$  – počet výskytov zátvoriek vo formule  $A$ .

**Úloha 6 (hodnotená, 2.3.3).** Zdefinujte vzťah *ohodnotenie  $v$  spĺňa formulu  $X$*  ( $v \models X$ ) pre výrokovú logiku s nasledujúcimi kombináciami spojok:

- a) jediná binárna spojka  $\uparrow$  (*Shefferova spojka*, NAND) s neformálnym významom:  $(A \uparrow B)$  je pravdivé práve vtedy, keď nie je súčasne pravdivé  $A$  aj  $B$ ;
- c) unárna spojka  $\neg$  a binárna spojka  $\rightarrow$  („a nie“) s neformálnym významom:  $(A \rightarrow B)$  je pravdivé práve vtedy, keď je pravdivé  $A$  a nie je pravdivé  $B$ .

Poznámka: Syntax pre logiku (c) ste definovali v úlohe 4 zo sady úloh 1.

**Úloha 7 (praktická, hodnotená).** Vyriešte a odovzdajte podľa pokynov praktické cvičenie cv02

<https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/tree/master/cvicenia/cv02>.

V rámci tejto úlohy naprogramujete triedu *Formula* a hierarchiu jej podtried, reprezentujúcich jednotlivé druhy formúl. Implementujete im metódy na určenie splnenia daným ohodnotením, výpočet stupňa, substitúciu a ďalšie.