

---

## Matematika 4 – Logika pre informatikov: Sada úloh 1

---

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **26. februára 2018 o 11:30** na prednáške.

Z tejto sady **budeme hodnotiť**: úlohu 4, praktickú úlohu 6 a jednu ďalšiu úlohu, ktorú vyžrebujeme na prednáške po termíne odovzdania.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých súd úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese [https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics\\_4/sk#pravidla-uloh](https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh).

Číslo úloh v zátvorkách pochádzajú zo zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/ulohy/zbierka.pdf>.

**Úloha 1 (1.0.1, 1.0.2, 1.0.5).** Stav sveta, v ktorom sú pravdivé všetky tvrdenia teórie, je jej .....

Tvrdenie, ktoré je pravdivé vo všetkých stavoch sveta, v ktorých je pravdivá teória, je jej .....

Usudzovanie, pri ktorom používame iba také pravidlá, ktoré z pravdivých premís vždy odvodí pravdivé závery, sa nazýva .....

**Úloha 2 (2.1.2).** Rozhodnite, či nasledovné postupnosti symbolov sú formulami nad nejakou množinou výrokových premenných  $\mathcal{V}$ . V prípade kladnej odpovede určte množinu  $\mathcal{V}$  a nájdite vytvárajúcu postupnosť. Zápornú odpoveď stručne zdôvodnite.

a)  $(a \wedge \neg a)$

g)  $(\neg(\neg \text{wow}))$

d)  $\neg\neg\neg\text{koľko\_je\_hodín?}$

h)  $(\neg\neg a \rightarrow \neg\neg(b \vee c))$

e)  $\neg\neg p \rightarrow \neg\neg q$

i)  $\forall x ((\text{student}(x) \wedge \neg \text{studies}(x)) \rightarrow \text{fails\_exam}(x))$

f)  $(\forall x \vee \neg \exists y)$

j)  $(\text{edo} = \text{vrátnik} \vee \text{edo} = \text{otec}(\text{ivana}))$

**Úloha 3 (2.1.3).** Napíšte po dve rôzne vytvárajúce postupnosti pre formuly:

b)  $(\neg p \rightarrow q)$

d)  $((p \wedge p) \wedge (p \wedge q)) \wedge ((p \wedge p) \wedge (p \wedge p))$

c)  $((p \wedge q) \vee p) \rightarrow ((p \wedge q) \vee \neg p)$

**Úloha 4 (hodnotená, 2.1.10c).** Sformulujte základné definície syntaxe výrokovej logiky s nasledujúcou kombináciou spojok: unárna spojka  $\neg$  a binárna spojka  $\rightarrow$  („a nie“).

Riešenie pozostáva z definícií pojmov

(i) *symboly* jazyka výrokovej logiky,

(ii) *výrovková formula* nad množinou výrokových premenných.

Formuly majú obsahovať iba uvedené spojky.

**Úloha 5 (2.2.2).** Sformalizujte nasledujúce vety v jazyku výrokovej logiky. Zvoľte vhodnú spoločnú množinu výrokových premenných  $\mathcal{V}$  a popíšte význam použitých premenných.

a) Aldo nie je Talian.

b) Aldo je Talian, ale Bob je Angličan.

c) Ak Aldo nie je Angličan, potom ani Bob nie je Angličan.

d) Aldo je Talian, alebo ak Aldo nie je Talian, tak Bob je Angličan.

e) Buď je Aldo Talian a Bob je Angličan, alebo ani Aldo nie je Talian, ani Bob nie je Angličan.

**Úloha 6 (praktická, hodnotená, 2.2.4).** Vyriešte a odovzdajte podľa pokynov praktické cvičenie cv01 <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/tree/master/cvicenia/cv01>.

V rámci tejto úlohy je potrebné sformalizovať nasledujúci logický problém v jazyku výrokovej logiky:

Máme tri osoby, ktoré sa volajú Stirlitz, Müller a Eismann. Vieme, že práve jeden z nich je Rus, kým ostatní dvaja sú Nemci. Navyše každý Rus musí byť špión.

Keď Stirlitz stretne Müllera na chodbe, zavtipkuje: „Vieš, Müller, ty si taký Nemec, ako som ja Rus.“ Je všeobecne známe, že Stirlitz vždy hovorí pravdu, keď vtipkuje.

Máme rozhodnúť, že Eismann nie je ruský špión.

— Andrei Voronkov, <http://www.voronkov.com/lics.cgi>

Zvoľte takú množinu výrokových premenných, aby ste tvrdenia sformalizovali verne, nezjednodušujte príliš (napríklad byť Rusom a byť špiónom nie je to isté).

Zároveň ale dajte pozor, aby formalizácia nepripúšťala nejaké nečakané možnosti (napríklad „Eismann nie je Rus ani Nemec“ či „Stirlitz je zároveň Rus aj Nemec“).