
Matematika 4 – Logika pre informatikov: Sada úloh 3

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **12. marca 2018 o 11:30** na prednáške.

Z tejto sady **budeme hodnotiť**: úlohu 2, praktickú úlohu 7 a jednu ďalšiu úlohu, ktorú vyžrebujeme na prednáške po termíne odovzdania.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých sád úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh.

Čísla úloh v zátvorkách pochádzajú zo zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/ulohy/zbierka.pdf>.

Úloha 1 (2.4.3). Je daná teória T nad $\mathcal{V} = \{a, b, \dots, z\}^+$:

$$T = \left\{ \begin{array}{l} (p \rightarrow (q \wedge r)), \\ ((q \rightarrow p) \vee (s \rightarrow r)), \\ (\neg p \rightarrow (\neg r \wedge s)) \end{array} \right\}$$

Zistite, či z T vyplývajú nasledovné formuly:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| a) p , | c) $((s \wedge r) \rightarrow \neg p)$, |
| b) $((p \wedge q) \rightarrow r)$, | d) $((\neg p \wedge s) \rightarrow (\neg r \wedge \neg q))$. |

Úloha 2 (2.4.4, hodnotená). V prípade bankovej lúpeže inšpektor Nick Fishtrawn zaistil štyroch podozrivých Browna, Smitha, Taylora, a McDonalda, pričom zistil nasledujúce skutočnosti:

- (A₁) Brown a Smith sú súčasne vinní, iba ak je Taylor ich spolupáchateľom.
- (A₂) Ak je Brown vinný, tak aspoň jeden z Smith, Taylor je jeho spolupáchateľom.
- (A₃) Taylor nikdy nepracuje bez McDonalda.
- (A₄) McDonald je vinný, ak je Brown nevinný.

Pomôžte inšpektorovi Fishtrawnovi zistiť, kto z podozrivých je určite vinný a má ho obviňiť, kto je naopak určite nevinný a má ho oslobodiť, a o koho vine či nevine nemožno rozhodnúť. Svoje odpovede dokážte.

Úloha 3 (2.4.6). Nech X a Y sú ľubovoľné výrokové formuly, nech T je ľubovoľná výroková teória.

Dokážte alebo vyvráťte:

c) Ak $T \models \neg X$, tak $T \not\models X$.

e) $T \models (X \rightarrow Y)$ vtt $T \cup \{X\} \models Y$.

d) Ak $T \not\models X$, tak $T \models \neg X$.

Úloha 4 (2.5.1). Dokážte, že nasledujúce dvojice formúl, ktoré sa zvyčajne používajú na ekvivalentné úpravy formúl, sú (sémanticky) ekvivalentné:

b) distributívnosť \vee cez \wedge :

$(p \vee (q \wedge r))$ a $((p \vee q) \wedge (p \vee r))$;

k) nahradenie \rightarrow :

$(p \rightarrow r)$ a $(\neg p \vee r)$.

Úloha 5 (2.5.2). Nájdite k nasledujúcim formulám ekvivalentné formuly v CNF:

a) $(\neg(q \vee r) \vee (\neg p \rightarrow s))$,

c) $((p \vee q) \rightarrow (\neg q \wedge r))$.

b) $((q \wedge \neg s) \rightarrow (p \wedge r))$,

Úloha 6 (2.5.3). Určte počet klauzúl v CNF formulách z úlohy 5.

Úloha 7 (praktická, hodnotená, 2.3.5). Vyriešte a odovzdajte podľa pokynov praktické cvičenie cv03

<https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/tree/master/cvicenia/cv03>.

Sformalizujte vo výrokovej logike a naprogramujte riešenie využívajúce SAT solver a vašu formalizáciu pre každý vstupný hlavolam Sudoku popísaný maticou 9×9 čísel 0, 1, ..., 9, pričom 0 predstavuje prázdne políčko.

Riešenie hlavolamu doplní čísla 1, ..., 9 do prázdnych políčok tak, aby sa všetky tieto čísla vyskytovali v každom riadku, v každom stĺpci a vo všetkých 9 vzájomne sa neprekývajúcich podmaticiach 3×3 .