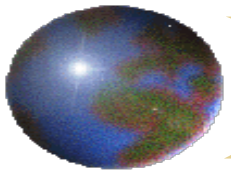


BASE DE DONNEES

Chap 3. L'algèbre relationnelle

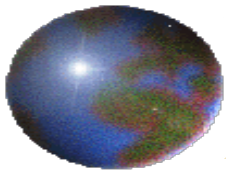
Dr. Coulibaly Tiékoura



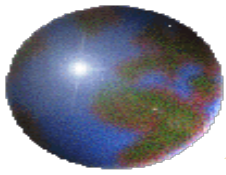
Plan du Chapitre 3

❖ **I. Les opérations**

❖ **II. Le langage algébrique**



I. Les opérations



I. Les opérations

L'Algèbre relationnelle est une collection d'opérations.

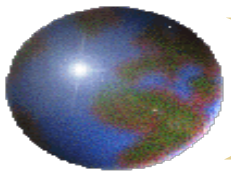
L'objet de l'algèbre relationnelle est de décrire les opérations qu'il est possible d'appliquer sur des relations pour produire de nouvelles relations.

❑ On peut distinguer 3 familles d'opérateurs relationnelles:

- ✓ Les opérateurs unaires (projection, sélection)
- ✓ Les opérateurs binaires ensemblistes (union, intersection, différence)
- ✓ Les opérateurs binaires ou n-aires (produit cartésien, Jointure, Division)

❑ OPÉRATIONS

- ❑ opérandes : 1 ou 2 ou plusieurs relations
- ❑ résultat : une relation



I. Les opérations

❖ LES OPERATEURS UNAIRES: la SELECTION (ou restriction)

Les opérateurs unaires permettent de produire une nouvelle relation à partir d'une autre relation. Ce sont principalement *la sélection* et *la projection*.

❑ La sélection s'applique à une relation (**R**) et extrait de cette relation les tuples qui satisfont une condition de sélection (**C**).

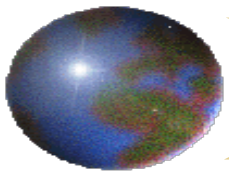
❑ La condition peut être :

- ❖ La comparaison entre un attribut de la relation et une constante.
- ❖ Un ensemble de condition relié par des opérateurs logiques.

❑ Elle correspond à un découpage horizontal :

A1	A2	A3	A4

❑ On note: $\sigma_c(R)$



I. Les opérations

LES OPERATEURS UNAIRES: la SELECTION (ou restriction)

A	B	C
a	b	1
d	a	2
c	b	3
a	b	4
e	e	5

$\sigma_{B='b'}(R)$



A	B	C
a	b	1
c	b	3
a	b	4

$\sigma[(A='a' \vee B='a') \wedge (C < 3)](R)$



A	B	C
a	b	1
d	a	2

Exemple de requête:

« Quelles sont les produits de marque 'IBM' ? »

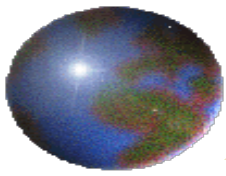
PRODUIT (IdPro, Nom, Marque, Prix)

IdPro	Nom	Marque	Prix
P	PS1	IBM	1000
Q	Mac	Apple	2000
R	PS2	IBM	3000
S	Word	Microsoft	4000

$\sigma_{\text{PRODUIT}}(\text{Marque} = \text{'IBM'})$



IdPro	Nom	Marque	Prix
P	PS1	IBM	1000
R	PS2	IBM	3000



I. Les opérations

✚ Exercice sur la SELECTION (ou restriction)

EXO1: Soit la table de données Personne: Personne (Nom, Age, Ville)

Nom	Age	Ville
Marc	29	Paris
Catherine	32	Lyon
Sophie	54	Paris
Claude	13	Montpellier
Serge	40	Lyon

1) Donnez les résultats des requêtes suivantes:

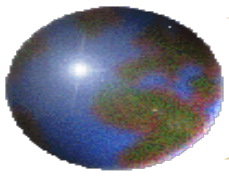
$\sigma_{\text{age} = 30}(\text{Personne})$

2) $\sigma_{\text{age} < 50}(\text{Personne})$

Exo 2: Soit la relation:

Livre(NumLivre,TitreLivre, #NumAuteur,#NumEditeur,#NumTheme,AnneeEdition)

Ecrire en langage algébrique la requête: « la liste des livres de l'auteur numéro 121 »

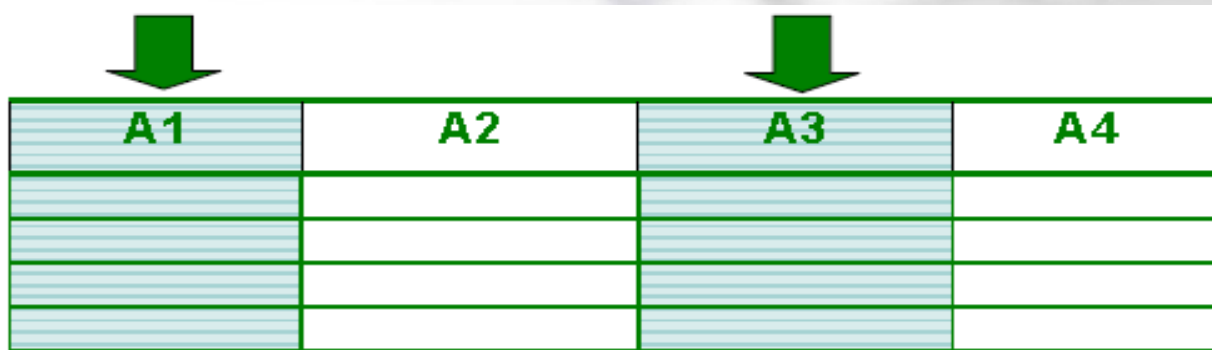


I. Les opérations

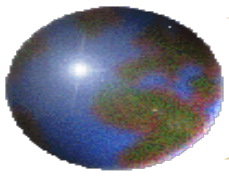
✚ LES OPERATEURS UNAIRES: la PROJECTION

La projection d'une relation R1 est la relation R2 obtenue en supprimant les attributs de R1 non mentionnés puis en éliminant éventuellement les nuplets identiques.

- ❑ On notera : **$R2 = \pi R1 (A_i, A_j, \dots, A_m)$** , la projection d'une relation R1 sur les attributs A_i, A_j, \dots, A_m
- ❑ La projection permet d'éliminer des attributs d'une relation
- ❑ Elle correspond à un découpage vertical :



A1	A2	A3	A4



I. Les opérations

LES OPERATEURS UNAIRES: la PROJECTION

■ $R(A,B,C)$

A	B	C
a	b	c
d	a	b
c	b	d
a	b	e
e	e	a

$$R1(A,B) = \pi_{A, B}(R)$$



$R1(A,B)$

A	B
a	b
d	a
c	b
e	e

PRODUIT (IdPro, Nom, Marque, Prix)



IdPro	Nom	Marque	Prix
P	PS1	IBM	1000
Q	Mac	Apple	2000
R	PS2	IBM	3000
S	Word	Microsoft	4000

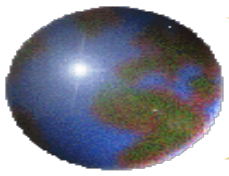
$\pi_{\text{PRODUIT}}(\text{Marque})$



Marque
IBM
Apple
Microsoft

Exemple de requête:

« Quelles sont les marques des produits ? »




I. Les opérations


❖ LES OPERATEURS UNAIRES: la PROJECTION

« Quels sont les références et les prix des produits ? »


PRODUIT (IdPro, Nom, Marque, Prix)



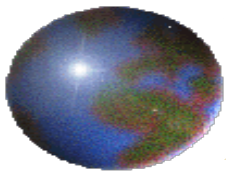
IdPro	Nom	Marque	Prix
P	PS1	IBM	1000
Q	Mac	Apple	2000
R	PS2	IBM	3000
S	Word	Microsoft	4000



π PRODUIT (IdPro, Prix)



IdPro	Prix
P	1000
Q	2000
R	3000
S	4000



I. Les opérations

✚ Exercice sur la PROJECTION

Exo 1: Soient la relation R3 :

R3	X	Y	Z
	x1	y1	a1
	x2	y3	a5
	x1	y1	a3

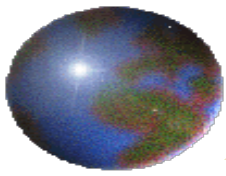
1) Déterminez: $R4 = \pi_{X, Y}(R3)$

2) Déterminer les éléments de R4 dont la valeur de X est x1.

Exo 2: Donnez les résultats des requêtes suivantes

$\pi_{Age} (\sigma_{\langle Nom='Serge' \rangle} (Personne))$

Nom	Age	Ville
Marc	29	Paris
Catherine	32	Lyon
Sophie	54	Paris
Claude	13	Montpellier
Serge	40	Lyon



I. Les opérations

✚ Exercice sur la PROJECTION

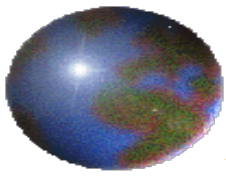
Exo 3: Soient la relation R3 :

Soit la base de l'extension suivante de la relation Personne :

<i>Personne</i>	<i>Numero</i>	<i>Nom</i>	<i>Prenom</i>
	1	<i>Bonicoli</i>	<i>Pierre – Louis</i>
	2	<i>Grossetete</i>	<i>Sandrine</i>
	3	<i>Renaud</i>	<i>Stephane</i>
	4	<i>Rum</i>	<i>Alexandra</i>

Que valent les expressions suivantes ?

1. $\sigma_{\text{numero} < 3 \wedge \text{nom} \neq \text{Bonicoli}}(\text{Personne})$
2. $\pi_{\text{Nom}, \text{Prenom}}(\sigma_{\text{numero} > 1}(\text{Personne}))$
3. $\pi_{\text{Prenom}}(\sigma_{\text{Prenom} \neq \text{Sandrine}}(\pi_{\text{Nom}, \text{Prenom}}(\text{Personne})))$



I. Les opérations

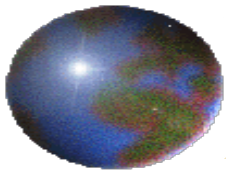
✚ Exercice sur la PROJECTION

Exo 4: Quel est le résultat de la requête Q3 suivante en considérant l'instance de la relation R ci-dessous ?

$Q3 = \pi_{\text{Nom}} (\sigma_{\text{Prénom} = \text{'Jean'}} (\text{Enseignant}))$

Enseignant

<u>NumEns</u>	Nom	Prénom
1	Voisin	Jean
2	Benzaken	Claudine
3	Forest	Jean

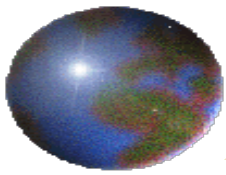


I. Les opérations

✚ **LES OPERATEURS BINAIRES ENSEMBLISTES: L'UNION**

ces opérateurs permettent de produire une nouvelle relation à partir de deux relations de même degré et de même domaine.

- ⦿ L'union est une opération portant sur deux relations $R1$ et $R2$ ayant le même schéma.
- ⦿ La relation résultante est constituée des tuples appartenant à chacune des deux relations $R1$ et $R2$ sans doublon.
- ⦿ on la note $R1 \cup R2$.



I. Les opérations

LES OPERATEURS BINAIRES ENSEMBLISTES: **l'UNION**

1

R

A	B
a	b
a	c
d	e

S

A	B
a	b
a	e
d	e
f	g

T = R ∪ S

A	B
a	b
a	c
a	e
d	e
f	g

3

E1 : Enseignants élus au CA

E2 : Enseignants représentants syndicaux

n°enseignant	nom_enseignant
1	DUPONT
3	DURAND
4	MARTIN
5	BERTRAND

n°enseignant	nom_enseignant
1	DUPONT
4	MARTIN
6	MICHEL

--->>>

R1 = UNION (E1, E2)

n°enseignant	nom_enseignant
1	DUPONT
3	DURAND
4	MARTIN
5	BERTRAND
6	MICHEL

2

∪

R1

A	B
0	1
2	3

R2

A	B
0	1
4	5

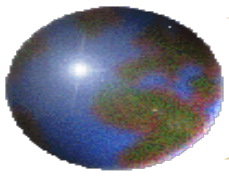
R3 = R1 ∪ R2



R3

A	B
0	1
2	3
4	5

On désire obtenir l'ensemble des enseignants élus au CA ou représentants syndicaux.



I. Les opérations

✚ LES OPERATEURS BINAIRES ENSEMBLISTES: **INTERSECTION**

- ☉ L'intersection est une opération portant sur deux relations R1 et R2 ayant le même schéma.
- ☉ La relation résultante est constituée des tuples appartenant aux deux relations R1 et R2 à la fois.
- ☉ on la note $R1 \cap R2$.

R		1	S		$R \cap S$	
A	B		A	B	A	B
a	b		a	b	a	b
a	c		a	e		
d	e		d	e	d	e
			f	g		

Exemple :

E1 : Enseignants élus au CA

n°enseignant	nom_enseignant
1	DUPONT
3	DURAND
4	MARTIN
5	BERTRAND

E2 : Enseignants représentants syndicaux

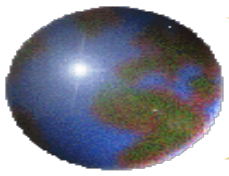
n°enseignant	nom_enseignant
1	DUPONT
4	MARTIN
6	MICHEL

----->>>

R2 = INTERSECTION (E1, E2)

n°enseignant	nom_enseignant
1	DUPONT
4	MARTIN

On désire connaître les enseignants du CA qui sont des représentants syndicaux.



I. Les opérations

LES OPERATEURS BINAIRES ENSEMBLISTES: LA DIFFERENCE

- La différence est une opération portant sur deux relations R1 et R2 ayant le même schéma.
- L'expression $R1 - R2$ a alors pour résultat tous les tuples de R1 qui ne sont pas dans R2.
- La différence est le seul opérateur qui permet d'exprimer des requêtes comportant une négation

R		S		R - S	
A	B	A	B	A	B
a	b	a	b	a	c
a	c	a	e		
d	e	d	e		
		f	g		

Exemple :

E1 : Enseignants élus au CA

n°enseignant	nom_enseignant
1	DUPONT
3	DURAND
4	MARTIN
5	BERTRAND

E2 : Enseignants représentants syndicaux

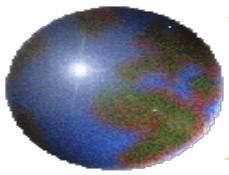
n°enseignant	nom_enseignant
1	DUPONT
4	MARTIN
6	MICHEL

--->>>

R3 = DIFFERENCE (E1, E2)

n°enseignant	nom_enseignant
3	DURAND
5	BERTRAND

On désire obtenir la liste des enseignants du CA qui ne sont pas des représentants syndicaux.



I. Les opérations

✚ Exercices sur union, intersection et différence

Exo1: Donner les résultats des opérations suivantes:

R1

A	B
a1	b1
a2	b2
a3	b3

R2

A	B
a1	b1
a2	b3
a3	b4

$R1 \cup R2$

$R1 \cap R2$

$R1 \setminus R2$

Exo1: Quel est le résultat de la requête Q4 suivante en considérant les instances des relations ci-dessous ?

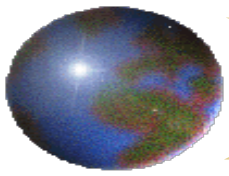
R1

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c2
a3	b3	c3

R2

A	B
a2	b2
a2	b3
a3	b4

$$Q4 = (\pi_{A,B} (\sigma_{C \neq c1} (R1))) \cap R2$$



I. Les opérations

LES OPERATEURS BINAIRES OU N-AIRES:

LE PRODUIT CARTESIEN

Ils permettent de produire une nouvelle relation à partir de deux ou plusieurs autres relations.

- Le produit cartésien est une opération portant sur deux relations R1 et R2.
- Le résultat d'un produit cartésien est une troisième relation regroupant exclusivement toutes les possibilités de combinaison des occurrences des relations R1 et R2.
- On la note $R1 \times R2$. (NB : Si les deux relations ont un attribut de même nom, on renomme cet attribut)

1

R

S

A	B
1	1
1	2
1	3

C	D	E
a	b	1
d	a	2

T = R X S

A	B	C	D	E
1	1	a	b	1
1	2	a	b	1
1	3	a	b	1
1	1	d	a	2
1	2	d	a	2
1	3	d	a	2

2

Exemple :

Etudiants

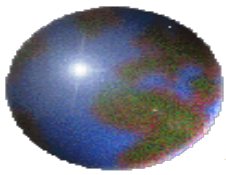
n°étudiant	nom
101	DUPONT
102	MARTIN

Epreuves

libellé épreuve	coefficient
Informatique	2
Mathématiques	3
Gestion financière	5

Examen = PRODUIT (Etudiants, Epreuves)

n°étudiant	nom	libellé épreuve	coefficient
101	DUPONT	Informatique	2
101	DUPONT	Mathématiques	3
101	DUPONT	Gestion financière	5
102	MARTIN	Informatique	2
102	MARTIN	Mathématiques	3
102	MARTIN	Gestion financière	5



I. Les opérations

LE PRODUIT CARTESIEN

R1

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c2

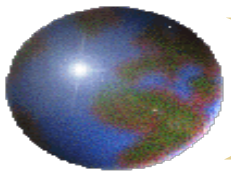
R2

A	D
a2	d2
a2	d3
a3	d4

R1 x R2

Renommage

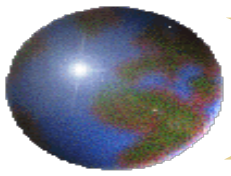
R1.A	B	C	R2.A	D
a1	b1	c1	a2	d2
a1	b1	c1	a2	d3
a1	b1	c1	a3	d4
a2	b2	c2	a2	d2
a2	b2	c2	a2	d3
a2	b2	c2	a3	d4



I. Les opérations

✚ LES OPERATEURS BINAIRES OU N-AIRES: **JOINTURE**

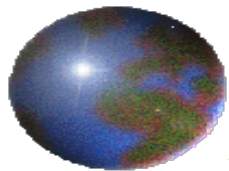
- ⦿ La jointure est une opération portant sur deux relations ou plusieurs.
- ⦿ La jointure permet de construire une troisième relation regroupant exclusivement toutes les possibilités de combinaison des occurrences des relations R1 et R2 qui satisfont l'expression logique E.
- ⦿ La jointure est notée $R1 \bowtie E R2$
- ⦿ La jointure de deux relations R1 et R2 est le produit cartésien des deux relations suivi d'une restriction



I. Les opérations

✚ Jointure naturelle

- Opération binaire **fondamentale (optimisation)** !
- Utilise R1 et R2 qui ont des **attributs communs** (appelons-les X)
- Le **schéma** du résultat est
 - similaire au schéma du produit cartésien
 - modulo que les attributs X n'apparaissent qu'une fois
- Au niveau des lignes : on **combine** les lignes de R1 avec les lignes de R2 qui ont **même valeur pour les attributs X**



I. Les opérations

Jointure naturelle

R1

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c2

1

Équivaut à

$R1 \bowtie R2$

$R1 \bowtie R2$

$R1.A = R2.A$

R2

A	D
a2	d2
a2	d3
a3	d4

A	B	C	D
a2	b2	c2	d2
a2	b2	c2	d3

2

$R1(A, B, C)$

A	B	C
A1	B1	10
A2	B2	10
A3	B3	20
A4	B4	30

$R2(U, V)$

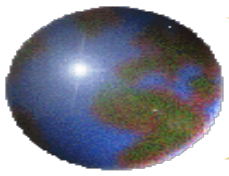
U	V
10	V1
20	V2
30	V3



$R1 \times R2 (R1.C = R2.U)$



A	B	C	U	V
A1	B1	10	10	V1
A1	B2	10	10	V1
A3	B3	20	20	V2
A4	B4	30	30	V3



I. Les opérations

Jointure naturelle

Jointure où l'opérateur de comparaison est l'égalité. Dans le résultat on fusionne les 2 colonnes dont les valeurs sont égales.

➤ La jointure permet d'enrichir une relation

Requête 5 :

« Donnez pour chaque vente la référence du produit, sa désignation, son prix, le numéro de client, la date et la quantité vendue »

• La normalisation conduit à décomposer ; la jointure permet de recomposer

VENTE As V

IdCli	IdPro	Date	Qte
X	P	1/1/98	1
Y	Q	2/1/98	1
Z	P	3/1/98	1

PRODUIT As P

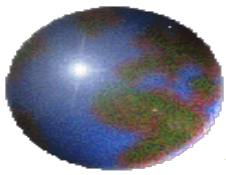
IdPro	Désignation	Prix
P	PS	100
Q	Mac	100

×

VENTE × PRODUIT (V.IdPro=P.IdPro)



Idcli	IdPro	Date	Qte	Désignation	Prix
X	P	1/1/98	1	PS	100
Y	Q	2/1/98	1	Mac	100
Z	P	3/1/98	1	PS	100



I. Les opérations

❖ Phi (ou théta) Jointure

- Cas particulier de jointure avec condition

$$R1 \bowtie_{\varphi} R2$$

φ est une condition de sélection

$$R1 \bowtie_{R2.A > R1.C} R2$$

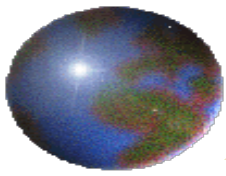
R2

A	D
3	2
2	3
1	4

R1

E	B	C
1	7	1
9	2	2

A	D	E	B	C
3	2	1	7	1
3	2	9	2	2
2	3	1	7	1



I. Les opérations

Auto-jointure

jointure d'une relation par elle-même.

Requête 6 :

« Quels sont les noms des clients qui habitent la même ville que John ? »

CLIENT As C1

IdCli	Nom	Ville
X	Smith	Nice
Y	Blake	Paris
Z	John	Nice

CLIENT As C2

IdCli	Nom	Ville
X	Smith	Nice
Y	Blake	Paris
Z	John	Nice

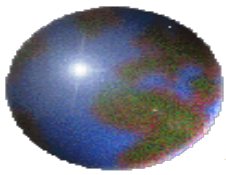
×

$R1 = \text{CLIENT} \times \text{CLIENT} \text{ (C1.Ville} = \text{C2.Ville)}$



R1

C1.IdCli	C1.Nom	Ville	C2.IdCli	C2.Nom
X	Smith	Nice	X	Smith
X	Smith	Nice	Z	John
Y	Blake	Paris	Y	Blake
Z	John	Nice	X	Smith
Z	John	Nice	Z	John



I. Les opérations

Auto-jointure

R1

C1.IdCli	C1.Nom	Ville	C2.IdCli	C2.Nom
X	Smith	Nice	X	Smith
X	Smith	Nice	Z	John
Y	Blake	Paris	Y	Blake
Z	John	Nice	X	Smith
Z	John	Nice	Z	John

$R2 = \sigma_{R1} (C2.Nom = 'John')$



R2

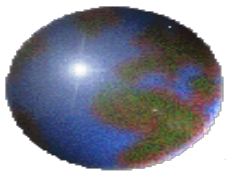
C1.IdCli	C1.Nom	Ville	C2.IdCli	C2.Nom
X	Smith	Nice	Z	John
Z	John	Nice	Z	John

$R3 = \pi_{R2} (C1.Nom)$



R3

C1.Nom
Smith
John



I. Les opérations

✚ Exercices sur les jointures

Exo 1: Soient données les relations :

$r =$

A	B	C
1	3	5
7	9	8
8	1	2
1	3	3
9	7	2

$s =$

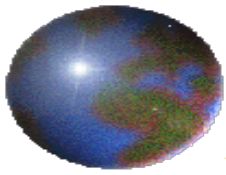
C	D
8	1
2	3

$t =$

D	E	F
1	2	3
0	4	7
3	0	9

Indiquer le schéma et le contenu des expressions suivantes :

1. $r \bowtie s$
2. $r \bowtie s \bowtie t$
3. $r \bowtie_{C \leq D} t$
4. $s \times s$
5. $\Pi_{A,B} r$
6. $s \times t$

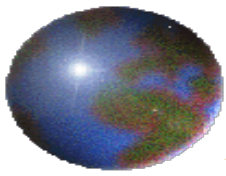


I. Les opérations

✚ LES OPERATEURS BINAIRES OU N-AIRES: **DIVISION**

- ⦿ La division est une opération portant sur deux relations R1 et R2, telles que le schéma de R2 est strictement inclus dans celui de R1
- ⦿ La division génère une troisième relation regroupant toutes les parties d'occurrences de la relation R1 qui sont associées à toutes les occurrences de la relation R2.

On notera : **$R3 = R1 \div R2$** la division de R1 par R2



I. Les opérations

✚ LES OPERATEURS BINAIRES OU N-AIRES: **DIVISION**

La division permet de rechercher dans une relation les sous n-uplets qui sont complétés par tous ceux d'une autre relation.

Elle permet de répondre à des questions qui sont formulées avec le quantificateur universel : «pour tout ...»

Requête 6 :

« Quels sont les élèves qui sont inscrits à tous les sports ? »

INSCRIPT

Elève	Sport
toto	judo
tata	danse
toto	foot
toto	danse

SPORT

÷

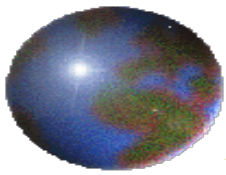
Sport
judo
foot
danse

RES = INSCRIPT ÷ SPORT



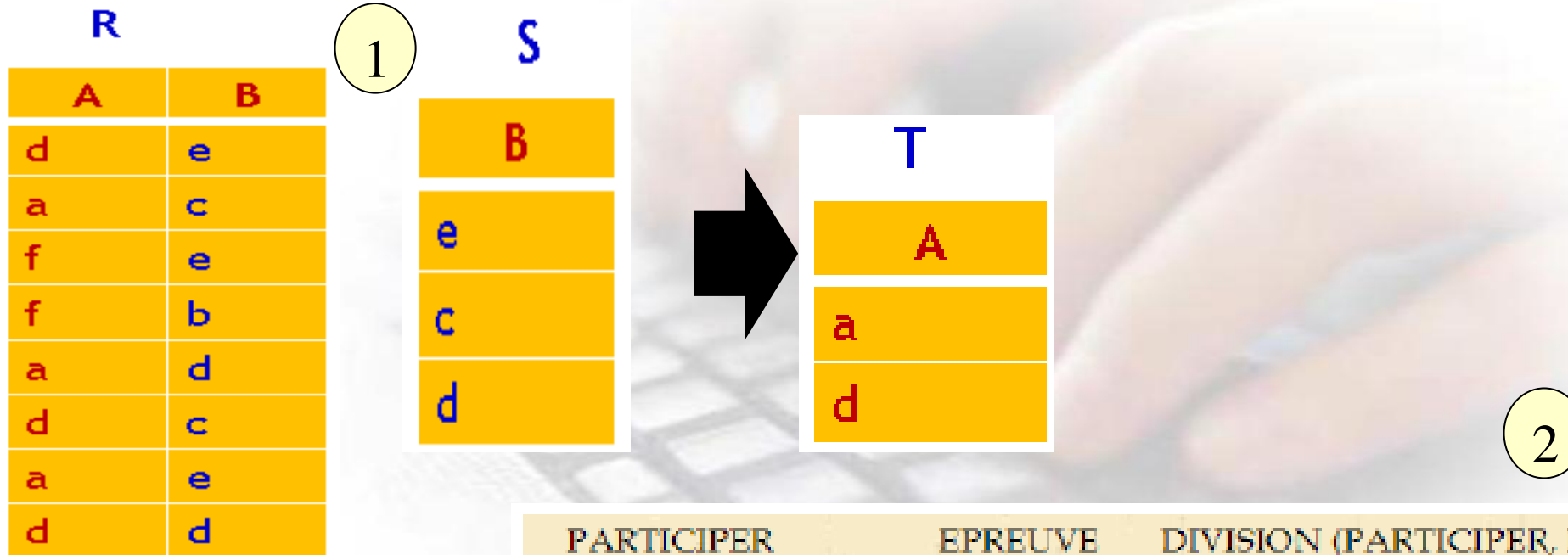
RES

Elève
toto

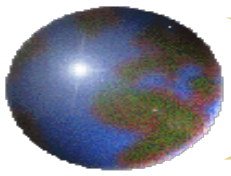


I. Les opérations

LES OPERATEURS BINAIRES OU N-AIRES: **DIVISION**



PARTICIPER		EPREUVE	DIVISION (PARTICIPER, EPREUVE)	
Athlète	Epreuve	Epreuve	Athlète	
Dupont	200 m	200 m	Dupont	
Durand	400 m	400 m		
Dupont	400 m	110 m H		
Martin	110 m H			
Dupont	110 m H			
Martin	200 m			



I. Les opérations

✚ Exercices sur la DIVISION

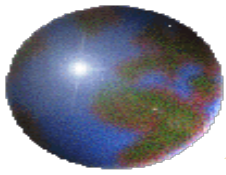
Exo 1: soient les 2 relations suivantes

R1	A	B
	a1	b1
	a1	b2
	a1	b3
	a3	b1
	a3	b3

R2	A	B
	a1	b1
	a2	b2
	a3	b1

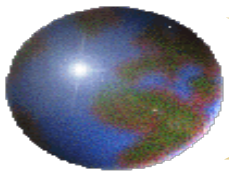
Déterminer les relations R3 tel que:

$$R3 = R2 \div \pi_A(R1)$$



II

Le langage algébrique



II. Le langage algébrique

Le langage algébrique permet de formuler une question par une suite d'opérations de l'algèbre relationnelle

Requêtes sur le schéma CLIENT, PRODUIT, VENTE

CLIENT (IdCli, nom, ville)

PRODUIT (IdPro, désignation, marque, prix)

VENTE (IdCli, IdPro, date, qte)

Requête 8 :

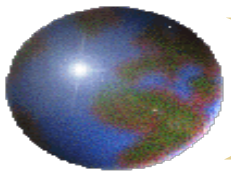
« Donner les no des produits de marque Apple et de prix <5000 F »

$R1 = \sigma_{\text{PRODUIT}} (\text{marque} = \text{'Apple'})$

$R2 = \sigma_{\text{PRODUIT}} (\text{prix} < 5000)$

$R3 = R1 \cap R2$

$\text{RESUL} = \pi_{R3} (\text{IdPro})$



II. Le langage algébrique

Requête 9 :

« Donner les no des clients ayant acheté un produit de marque Apple »

$R1 = \sigma_{\text{PRODUIT (marque = 'Apple')}}$

$R2 = R1 \times \text{VENTE (} R1.\text{IdPro} = \text{VENTE.IdPro)}$

$\text{RESUL} = \pi R2 (\text{IdCli})$

Requête 10 :

« Donner les no des clients n'ayant acheté que des produits de marque Apple »

$R1 = \text{VENTE} \times \text{PRODUIT (} \text{VENTE.IdPro} = \text{PRODUIT.IdPro)}$

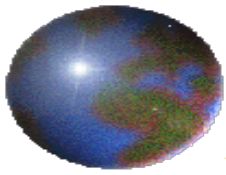
$R2 = \sigma R1 (\text{marque} = \text{'Apple'})$

$R3 = \pi R2 (\text{IdCli})$

$R4 = \sigma R1 (\text{marque} \neq \text{'Apple'})$

$R5 = \pi R4 (\text{IdCli})$

$\text{RESUL} = R3 - R5$



II. Le langage algébrique

Requête 11 :

« Donner les no des clients ayant acheté tous les produits de marque Apple »

$R1 = \sigma_{\text{PRODUIT}} (\text{marque} = \text{'Apple'})$

$R2 = \pi R1 (\text{IdPro})$

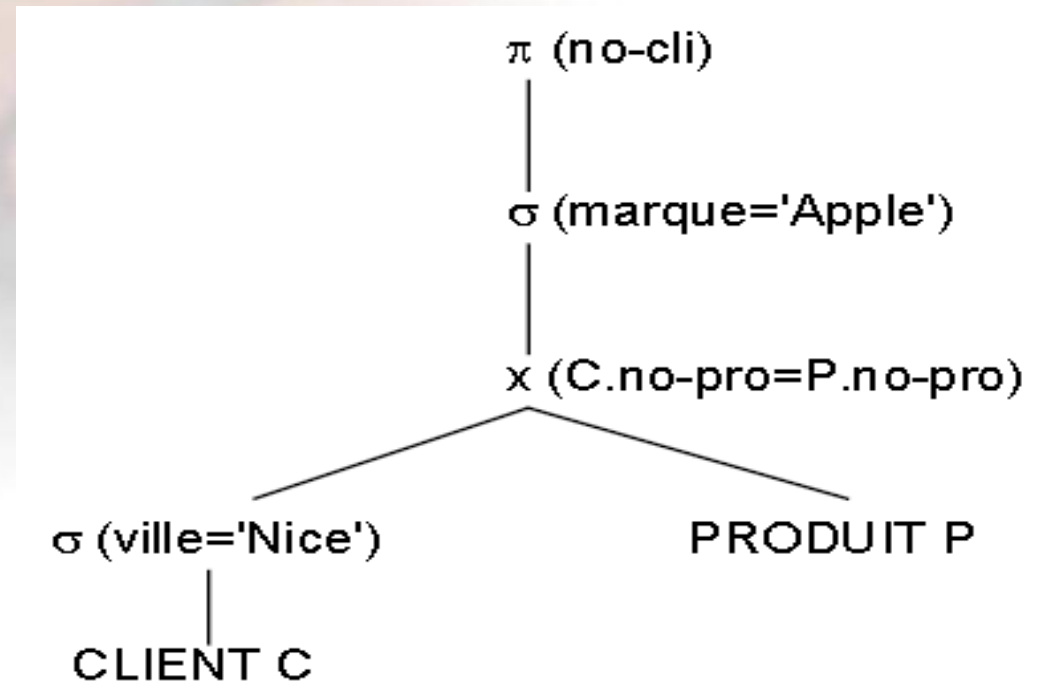
$R3 = \pi_{\text{VENTE}} (\text{IdCli}, \text{IdPro})$

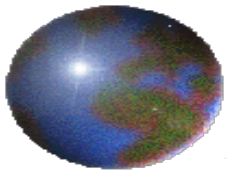
$R4 = R3 \div R2$

Arbre algébrique

une question peut être représentée par un arbre

« Quels sont les clients de Nice ayant acheté un produit de marque 'Apple' ? »





II. Le langage algébrique

✚ Exercices sur le langage algébrique

Soient les schémas de la relation **JOUEUR** et **PALMARES** suivant :

JOUEUR(Nom, Prenom, AnNaiss, Nation, Taille, Poids)

PALMARES(Nom, Annee, Titre)

On suppose que : *AnNaiss* représente l'année de naissance d'un joueur, qu'il n'y a pas d'homonymes dans la base de données, que la taille est exprimée en centimètre et que le poids est exprimé en kilogramme.

Ecrire en algèbre relationnelle, quand cela est possible, les requêtes suivantes :

1. Donner les joueurs nés avant 1987 (inclus) et faisant plus de 78kg (strict).
2. Donner les nationalités présentes dans la table.
3. Donner le nom des joueurs de plus 1m80. Le résultat aura pour nom "NomDesGrands".
4. Donner le nom des joueurs sans palmarès.