

#### Exercice 4 : Chemins eulerian

Un chemin eulérien est un chemin qui passe par chaque arête d'un graphe exactement une fois.

Le graphe adjoint (ou line graph) d'un graphe  $G$ , est un graphe  $L(G)$  où chaque sommet représente une arête de  $G$ . Deux sommets de  $L(G)$  sont adjacents si et seulement si les arêtes correspondantes partagent un sommet commun dans  $G$ .

Pour vérifier l'existence d'un chemin eulérien dans un graphe, nous pouvons utiliser le théorème suivant :

Un graphe connexe a un chemin eulérien si et seulement si tous ses sommets sont de degré pair.

Ce qui veut dire que pour qu'un graphe ait un chemin eulérien, chaque sommet du graphe doit avoir un degré pair. Si tous les sommets ont un degré pair, alors il existe un chemin eulérien dans le graphe.

Pour vérifier ce théorème, nous pouvons utiliser le graphe adjoint  $L(G)$  et nous pouvons utiliser la même approche que celle utilisée pour le chemin hamiltonien. Voici un exemple de code pour générer un graphe, calculer son graphe adjoint et vérifier l'existence d'un chemin eulérien dans le graphe d'origine :

```
1 import networkx as nx
2 import debug_printers as deb
3
4 # Génération du graphe
5 G = gen_graph(10, exists_valid=False)
6
7 # Calcul du graphe adjoint
8 LG = get_line_graph(G)
9
10 # Vérification de l'existence d'un chemin eulérien dans le graphe d'origine
11 if all(degree % 2 == 0 for node, degree in G.degree()):
12     print("Le graphe a un chemin eulérien.")
13     eulerian_path = nx.eulerian_path(G)
14     eulerian_path_sequence = list(eulerian_path)
15     print("Chemin eulérien dans le graphe d'origine:", eulerian_path_sequence)
16 else:
17     print("Le graphe n'a pas de chemin eulérien car tous les sommets ne sont pas de degré pair.")
```

Dans ce code, nous utilisons la fonction `“nx.eulerian_path(G)”` de la bibliothèque NetworkX pour trouver un chemin eulérien dans le graphe d'origine si tous les sommets ont un degré pair. Sinon, nous affichons un message indiquant que le graphe n'a pas de chemin eulérien en raison de sommets de degré impair.