Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι

Άσκηση 2 : Περιοδόγραμμα , Φασματική Πυκνότητα Ισχύος , Διαμόρφωση

Διδάσκων: Αθανάσιος Π. Λιάβας

Όνομα : Χρήστος Ζαχαριουδάκης

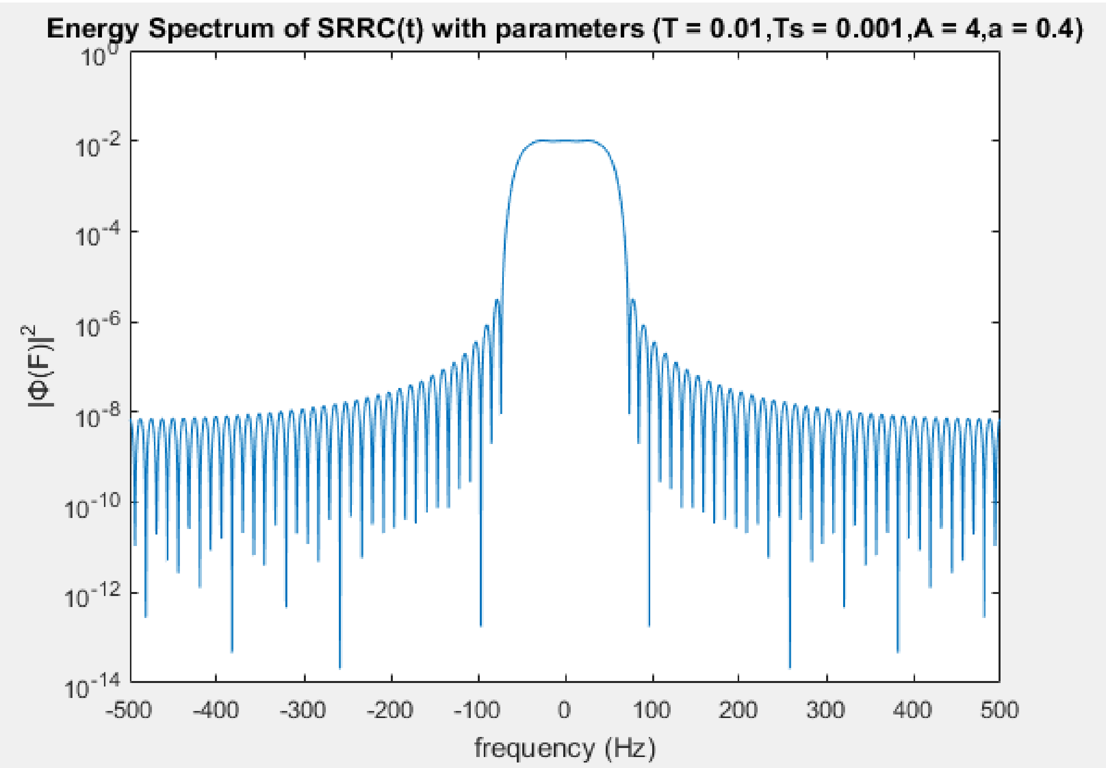
Αριθμός Μητρώου : 2014030056

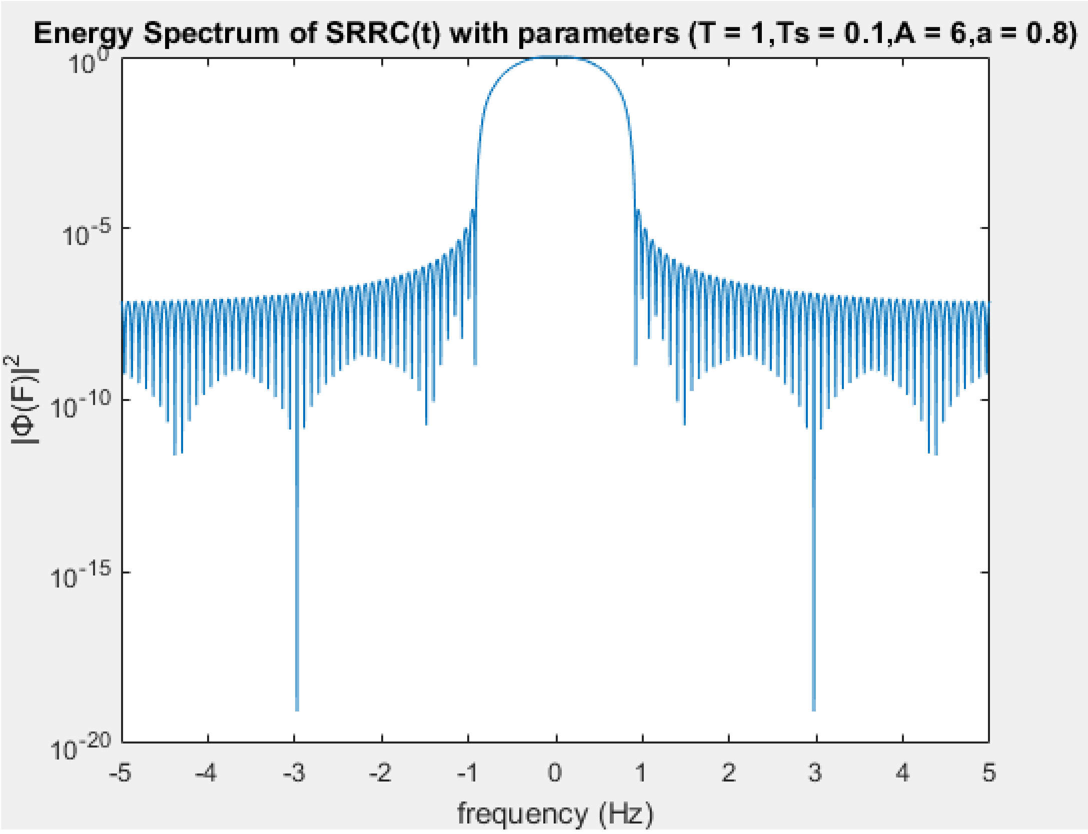
Ερώτημα :

A.1 Να δημιουργήσετε παλμό SRRC $\phi(t)$ με ενδεικτικές τιμές $T = 10^{-2}, 1\,\text{sec}$, $\text{over} = 10$, $T_s = \frac{T}{\text{over}}$, $A = 4, 6$, και $a = 0.4, 0.8$.

(10) Μέσω της συνάρτησης fft, να υπολογίσετε το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier της $\phi(t)$, $|\Phi(F)|$, σε N_f ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $\left[-\frac{F_s}{2}, \frac{F_s}{2}\right)$.[1] Να σχεδιάσετε τη φασματική πυκνότητα ενέργειας $|\Phi(F)|^2$ με χρήση της εντολής semilogy.

Γραφικές Παραστάσεις :





Κώδικας :

```
%A1

Nf = 2048; % Αριθμός δειγμάτων

T = 0.01 ;
over = 10 ;
Ts = T/over ; % Περίοδος δειγματοληψίας
Fs = 1/Ts ; % Συχνότητα δειγματοληψίας
A = 4;
a = 0.4 ;

f_axis = [-1/2 : 1/Nf : 1/2 - (1/Nf)]; % Ανοικτό διάστημα δεξιά ,
κλειστό αριστερά
F_axis = f_axis*Fs;

[phi,t_phi] = srrc_pulse(T, Ts, A, a);
PHIF = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);

figure(1)
semilogy(F_axis,power(abs(PHIF),2))
title('Energy Spectrum of SRRC(t) with parameters (T = 0.01,Ts =
0.001,A = 4,a = 0.4)');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('|Φ(F)|^2');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

T = 1 ;
over = 10 ;
```

```
Ts = T/over ; % Περίοδος δειγματοληψίας
Fs = 1/Ts ; % Συχνότητα δειγματοληψίας
A = 6;
a = 0.8 ;

f_axis = [-1/2 : 1/Nf : 1/2 - (1/Nf)]; % Ανοικτό διάστημα δεξιά ,
κλειστό αριστερά
F_axis = f_axis*Fs;

[phi,t_phi] = srrc_pulse(T, Ts, A, a);
PHIF = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);

figure(2)
semilogy(F_axis,power(abs(PHIF),2))
title('Energy Spectrum of SRRC(t) with parameters (T = 1,Ts = 0.1,A =
6,a = 0.8)');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('|Φ(F)|^2');
```

Σχόλια :

Στο ερώτημα δημιουργήθηκαν δύο παλμοί SRRC με τιμές

- ($T = 0.01$, $T_s = 0.001$, $A = 4$, $a = 0.4$)
- ($T = 1$, $T_s = 0.1$, $A = 6$, $a = 0.8$)

Για την κατασκευή αυτών των παλμών χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση **srrc_pulse** , που δόθηκε κατά την προηγούμενη άσκηση . Στην συνέχεια , βρέθηκε ο μετασχηματισμός Fourier κάθε παλμού με την χρήση των συναρτήσεων **fft** και **fftshift** της Matlab , σε N_f ισαπέχοντα διαστήματα στο διάστημα $[-F_s/2, F_s/2)$. Επιλέχθηκε η τιμή $N_f = 2048$ δείγματα , ώστε να αποφευχθούν παραμορφώσεις για τις τιμές over και N (βλ. A.2) , που επιλέξαμε . Στην συνέχεια υπολογίστηκε η φασματική πυκνότητα ενέργειας ($|\Phi(F)|^2$) του κάθε παλμού και σχεδιάστηκε σε ημιλογαριθμική κλίμακα με χρήση της συνάρτησης **semilogy** , σε διαφορετικό πλαίσιο.

Στο υπόλοιπο της εργασίας , όπου Φ(t) και Φ(F) , θα θεωρούμε τον παλμό με παραμέτρους **($T = 1$, $T_s = 0.1$, $A = 6$, $a = 0.8$) .**

Ερώτημα :

A.2 Να δημιουργήσετε ακολουθία N (ενδεικτικά, $N = 50, 100$) ανεξάρτητων και ισοπίθανων bits $b_0, \ldots, b_{N-1}$.

Χρησιμοποιώντας την απεικόνιση

$$0 \longrightarrow +1,$$

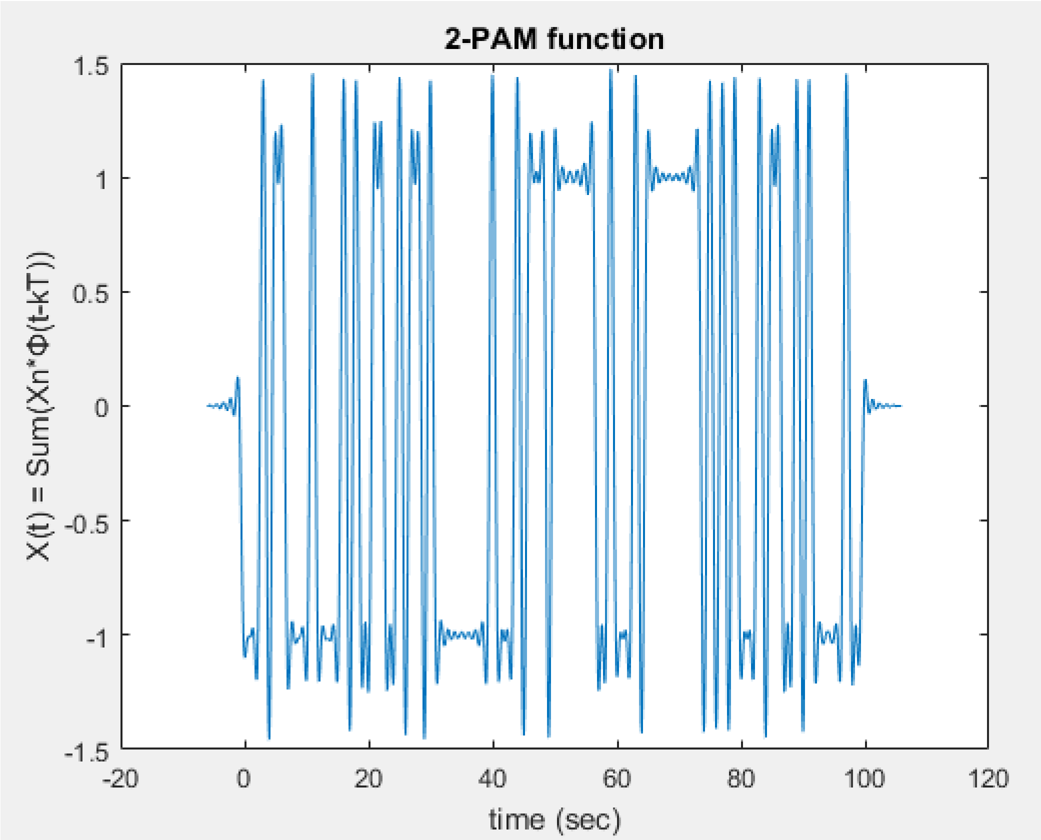
$$1 \longrightarrow -1,$$

να απεικονίσετε τα bits σε σύμβολα X_n, για $n = 0, \ldots, N-1$.

Να κατασκευάσετε την κυματομορφή

$$X(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n \phi(t - nT).$$

Γραφικές Παραστάσεις :



Κώδικας :

```
N = 100 ;

%%%%%%%%%%%% Δημιουργία 2-PAM συνάρτησης %%%%%%%%%%%%%%
[tx,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;

figure(3)
plot(tx,X_t)
title('2-PAM function');
xlabel('time (sec)');
ylabel('X(t) = Sum(Xn*Φ(t-kT))');
```

Σχόλια :

Για την υλοποιήση του ερωτήματος , χρησιμοποιήθηκε μία συνάρτηση , η οποία λαμβάνει ως όρισμα το μήκος της ακολουθίας των bits , η περίοδος δειγματοληψίας T_s , το over , ένας παλμός phi και ο αντίστοιχος χρόνος του . Η συνάρτηση ονομάζεται PAM2_function και επιστρέφει ένα σήμα με διαμόρφωση 2-PAM και τον αντίστοιχο χρόνο του . Η κατασκευή του σήματος σε διαφορετική συνάρτηση κρίθηκε απαραίτητη , καθώς στην συνέχεια της άσκησης απαιτείται επανειλημμένα η κατασκευή σήματος με διαμόρφωση 2-PAM για πολλές διαφορετικές ακολουθίες bits. Με την χρήση συνάρτησης αποφεύγεται η άσκοπη επανάληψη κώδικα . Ομοίως έχει κατασκευαστεί συνάρτηση για διαμόρφωση 4-PAM παρακάτω . Ο κώδικας της βρίσκεται στο τέλος της αναφοράς .

Στην συνάρτηση PAM2_function:

Κατασκευάστηκε μια ακολουθία μήκους N = 100 ανεξάρτητων και ισοπίθανων bits με χρήση της εντολής `b = (sign(randn(N,1))+1)/2;`.

Έπειτα χρησιμοποιώντας την απεικόνιση

$$0 \longrightarrow +1,$$

$$1 \longrightarrow -1,$$

προκύπτει μια ακολουθία συμβόλων X_n , για n = 0 , …. N - 1 , σε ένα διάνυσμα X με χρήση της συνάρτησης **bits_to_2PAM** , η οποία κατασκευάστηκε στο πλαίσιο της προηγούμενης άσκησης . Έπειτα με την χρήση της εντολής `X_delta= 1/Ts * upsample(X,over);` προσομοιώθηκαν μετατοπισμένες συναρτήσεις dirac (over μηδενικά ανάμεσα σε κάθε τιμή του X) , ύψους όσο το αντίστοιχο σύμβολο επί την συχνότητα δειγματοληψίας F_s . Για την κατασκευή του τελικού σήματος έγινε συνέλιξη της X_delta με την Φ(t) , με αποτέλεσμα να προκύψει το επιθυμητό X(t)

$$X(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n \phi(t - nT).$$

το οποίο η συνάρτηση επιστρέφει και το σχεδιάζουμε με την συνάρτηση **plot** στον κύριος κώδικα **.**

Ερώτημα :

A.3 (10) Με χρήση της εντολής fft, να υπολογίσετε το περιοδόγραμμα της $X(t)$

$$P_X(F) = \frac{|\mathcal{F}[X(t)]|^2}{T_{\text{total}}}$$

όπου T_{total} είναι ο συνολικός χρόνος διάρκειας της $X(t)$ σε sec. Να σχεδιάσετε το $P_X(F)$ με χρήση plot και semilogy.

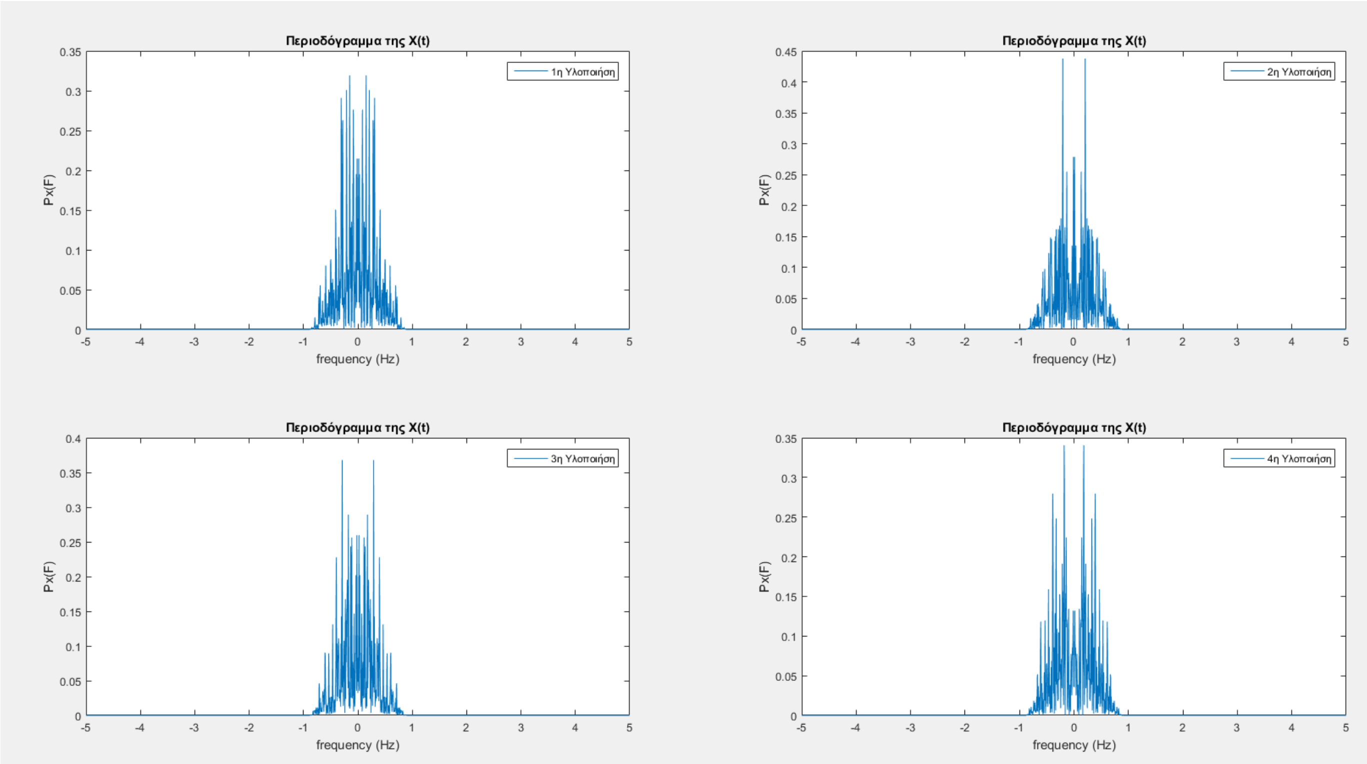
Να επαναλάβετε για διάφορες υλοποιήσεις της ακολουθίας bits $\{b_0, \ldots, b_{N-1}\}$, ώστε να αποκτήσετε μία καλή εικόνα σχετικά με το πώς μοιάζει το περιοδόγραμμα υλοποιήσεων της $X(t)$.

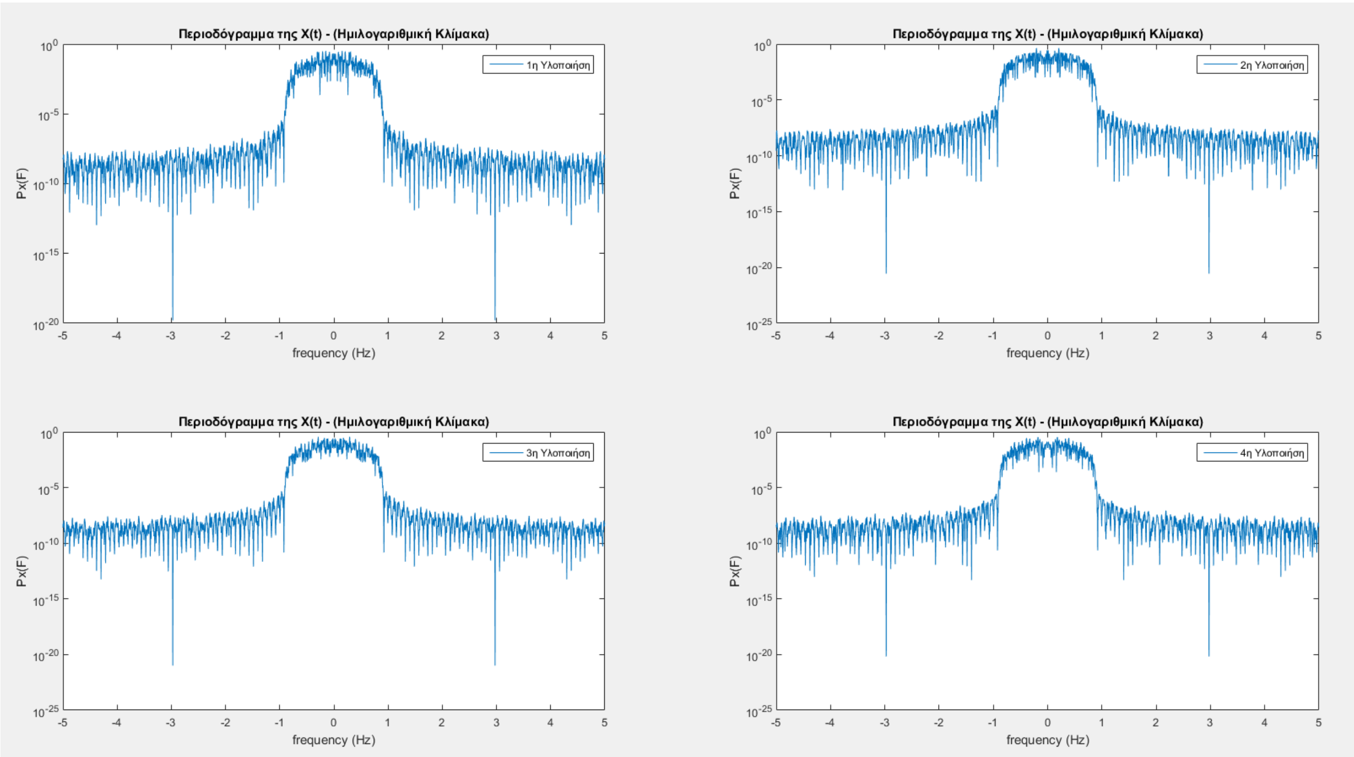
(10) Να εκτιμήσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος υπολογίζοντας αριθμητικές μέσες τιμές πάνω σε K (ενδεικτικά, $K = 100, 1000$) υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων. Να σχεδιάσετε σε κοινό semilogy την εκτίμηση και τη θεωρητική[2] φασματική πυκνότητα ισχύος.

(10) Όσο αυξάνετε το K και το N θα πρέπει η προσέγγιση να γίνεται καλύτερη. Συμβαίνει αυτό στα πειράματά σας; Αν ναι, μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

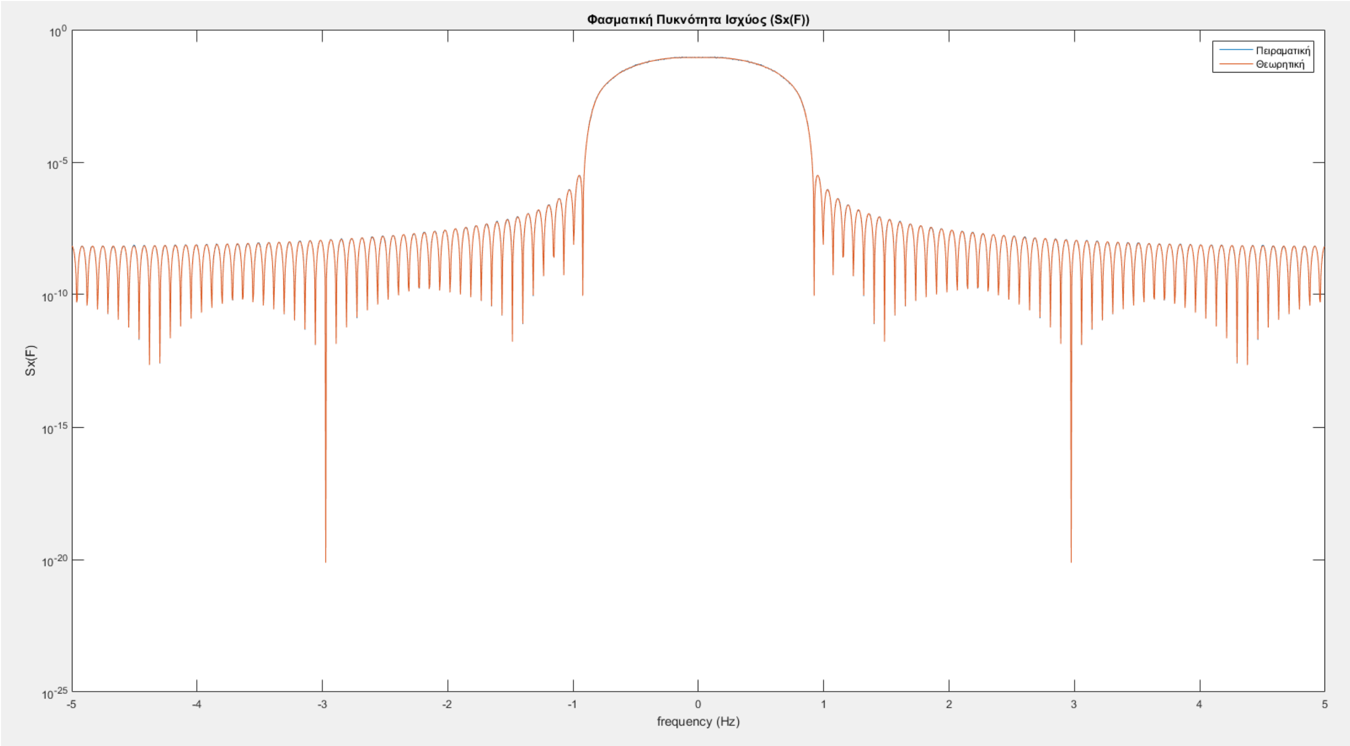
Γραφικές Παραστάσεις :

(α)

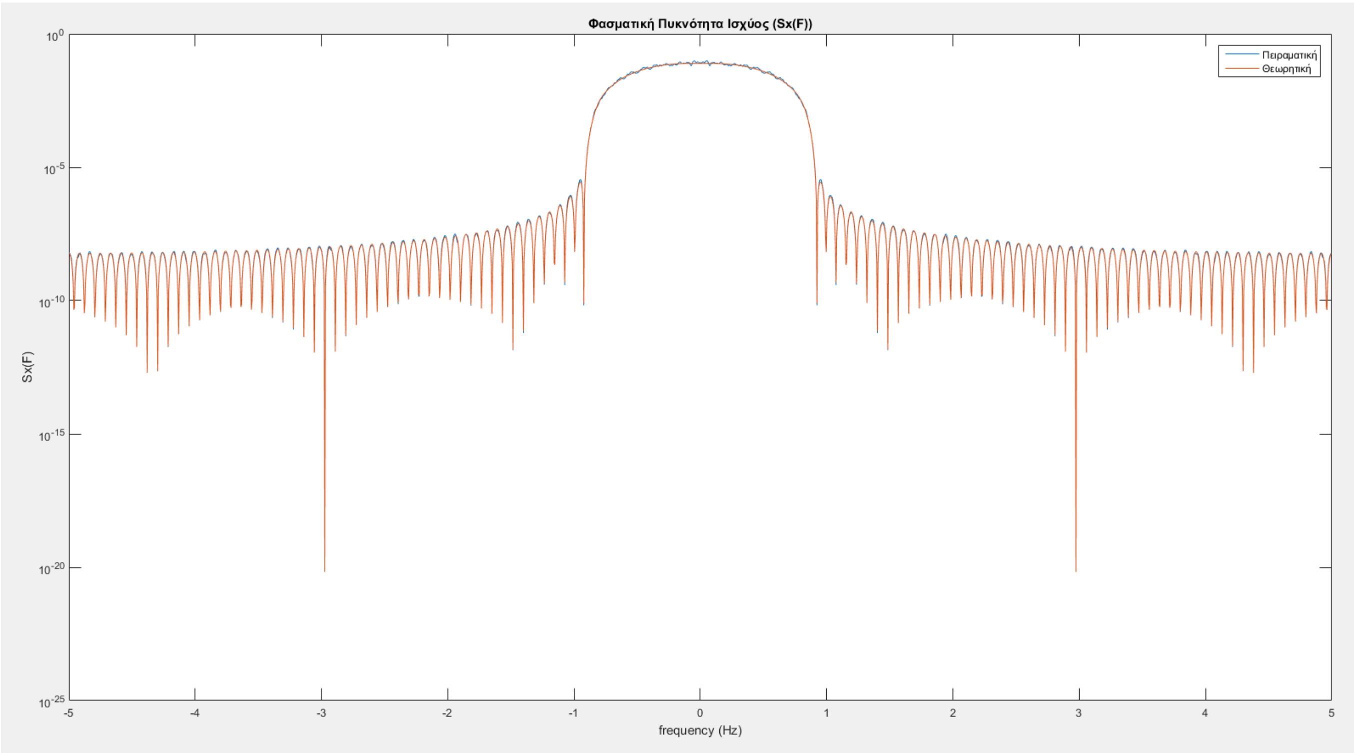




(β)


Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F))
Πειραματική
Θεωρητική
Sx(F)
frequency (Hz)

(γ)


Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F))
Πειραματική
Θεωρητική
Sx(F)
frequency (Hz)

Κώδικας :

```
%(α)

NUMOFIMPL = 4 ;

for i=1:NUMOFIMPL
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);

    PXF = power(abs(XF),2)/Ttotal ;

    figure(4)
    subplot(2,2,i)
    plot(F_axis,PXF)
    title (['Περιοδόγραμμα της X(t)'])
    legend([num2str(i) ,'η Υλοποιήση'])
    xlabel('frequency (Hz)');
    ylabel('Px(F)');

    figure(5)
    subplot(2,2,i)
    semilogy(F_axis,PXF)
    title ('Περιοδόγραμμα της X(t) - (Ημιλογαριθμική Κλίμακα)')
    legend([num2str(i) ,'η Υλοποιήση'])
    xlabel('frequency (Hz)');
    ylabel('Px(F)');
end

%(β)

N = 100 ;
K = 1000 ;

for i=1:K
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);
    PXFs(i,:) = power(abs(XF),2)/Ttotal ;
end

SxFapprox = (sum(PXFs,1)./ K) ; % Είναι η μέση τιμή κάθε στήλης του
πίνακα δηλαδή μιας τιμή από κάθε περιοδόγραμμα
Sxftheory = (var(X_t)/T ) * power(abs(PHIF),2)*Ts ;

figure(6);
semilogy(F_axis, SxFapprox);
title('Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F))');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('Sx(F)');
hold on ;
semilogy(F_axis,Sxftheory);
legend ('Πειραματική','Θεωρητική');
hold off ;
```

Σχόλια :

(α)

Για να έχουμε μια καλή εικόνα για την μορφή του περιοδογράμματος υλοποιήσεων της X(t) , το υπολογίσουμε για διάφορες υλοποιήσεις της ακολουθίας των bits . Συγκεκριμένα θα υπολογιστεί για 4 υλοποιήσεις , οι οποίες θα παρουσιαστούν σε κοινό plot , αλλά σε ξεχωριστό subplot . Το περιοδόγραμμα θα εμφανιστεί σε γραμμική και ημιλογαριθμική κλίμακα , σε ξεχωριστά plot . Ο υπολογισμός γίνεται με χρήση του τύπου

$$P_X(F) = \frac{|\mathcal{F}[X(t)]|^2}{T_{\text{total}}}$$

όπου T_{total} ο συνολικός χρόνος διάρκειας της X(t) . Το περιοδόγραμμα δείχνει την κατανομή της ισχύος της συνάρτησης X(t) στο πεδίο της συχνότητας. Παρατηρούμε ότι η κυματομορφή του παρουσιάζει ομοιότητες με την κυματομορφή της φασματικής πυκνότητας ενέργειας της Φ(t) , που σχεδιάστηκε στο ερώτημα Α.1 , σε ότι αφορά την μορφή της .

(β)

Στην συνέχεια ζητείται ο υπολογισμός της φασματικής πυκνότητας ισχύος $S_x(F)$ της X(t) με δύο μεθόδους :

1. **<u>Προσεγγιστική μέθοδος :</u>** υπολογίζοντας αριθμητικές μέσες τιμές πάνω σε Κ υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων .
2. **<u>Θεωρητική μέθοδος :</u>** Χρήση του τύπου : $S_X(F) = \frac{\sigma_X^2}{T}\,|\Phi(F)|^2$

1. Για τον προσεγγιστικό υπολογισμό της $S_x(F)$, χρησιμοποιείται ένας βρόγχος for , ο οποίος επαναλαμβάνεται Κ φορές . Για μεγαλύτερη ακρίβεια επιλέχθηκε Κ = 1000 . Σε κάθε επανάληψη εκτελείται η συνάρτηση PAM2_function , η οποία επιστρέφει μια 2-PAM συνάρτηση για Κ διαφορετικές ακολουθίες Ν bits . Σε κάθε επανάληψη i , υπολογίζεται το περιοδόγραμμα και αποθηκεύεται στην i θέση του πίνακα PXFs . Όταν πλέον ολοκληρωθεί ο βρόγχος , κάθε γραμμή του πίνακα θα περιλαμβάνει ένα διάνυσμα που θα είναι το περιοδόγραμμα μιας από τις Κ συναρτήσεις X(t) . Τέλος , μετά τον βρόγχο υπολογίζουμε την μέση τιμή κάθε στήλης του πίνακα δηλαδή το άθροισμα μιας τιμής από κάθε περιοδόγραμμα δια το πλήθος των περιοδογραμμάτων. Η παραπάνω διαδικασία συνοψίζεται στην σχέση

$$\hat{S}_X(F) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{|\mathtt{X}(\omega_i, F)|^2}{T}.$$

όπου N ο αριθμός των υλοποιήσεων των περιοδογραμμάτων , δηλαδή εδώ N = K .

2. Χρήση της εντολής `Sxftheory = (var(X_t)/T ) * power(abs(PHIF),2)*Ts`

Έπειτα σχεδιάζουμε τις δύο κυματομορφές σε ημιλογαριθμική κλίμακα , σε κοινή γραφική παράσταση και παρατηρούμε ότι ταυτίζονται σχεδόν απόλυτα με τις αποκλίσεις να φαίνονται καλύτερα με χρήση μεγέθυνσης .

(γ)

Με την αύξηση των περιοδογραμμάτων (K) και του μήκους της ακολουθίας bits (N) , αναμένουμε η προσέγγιση να γίνεται καλύτερη . Για να εξεταστεί αν αυτό επιβεβαιώνεται πειραματικά , τρέχουμε τον κώδικα του παραπάνω ερωτήματος με K = 100 και N = 50 . Πράγματι , παρόλο που οι κυματομορφές εξακολουθούν να ταυτίζονται σημαντικά , παρατηρούμε αποκλίσεις , οι οποίες διακρίνονται εύκολα χωρίς μεγέθυνση . Το φαινόμενο αυτό εξηγείται καθώς με την αύξηση του αριθμού των περιοδογραμμάτων , η υπολογισμός της μέσης τιμής γίνεται πολύ πιο ακριβής . Η αύξηση του μήκους της ακολουθίας των bits επηρεάζει την ταύτιση των δύο υπολογισμών , καθώς ο θεωρητικός υπολογισμός προϋποθέτει ότι έχουμε άπειρο αριθμό συμβόλων . Επομένως όσο το μήκος της ακολουθίας αυξάνεται , δηλαδή τείνει στο άπειρο , τόσο πιο σωστός προκύπτει ο θεωρητικός υπολογισμός .

Ερώτημα :

A.4 Χρησιμοποιώντας την απεικόνιση

$$00 \longrightarrow +3$$

$$01 \longrightarrow +1$$

$$11 \longrightarrow -1$$

$$10 \longrightarrow -3$$

να κατασκευάσετε την ακολουθία 4-PAM X_n, για $n = 0, \ldots, \frac{N}{2} - 1$. Παρατηρήστε ότι, *αν τα bits είναι ισοπίθανα, τότε και τα σύμβολα X_n είναι ισοπίθανα!*

Να κατασκευάσετε την κυματομορφή

$$X(t) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} X_n \, \phi(t - nT)$$

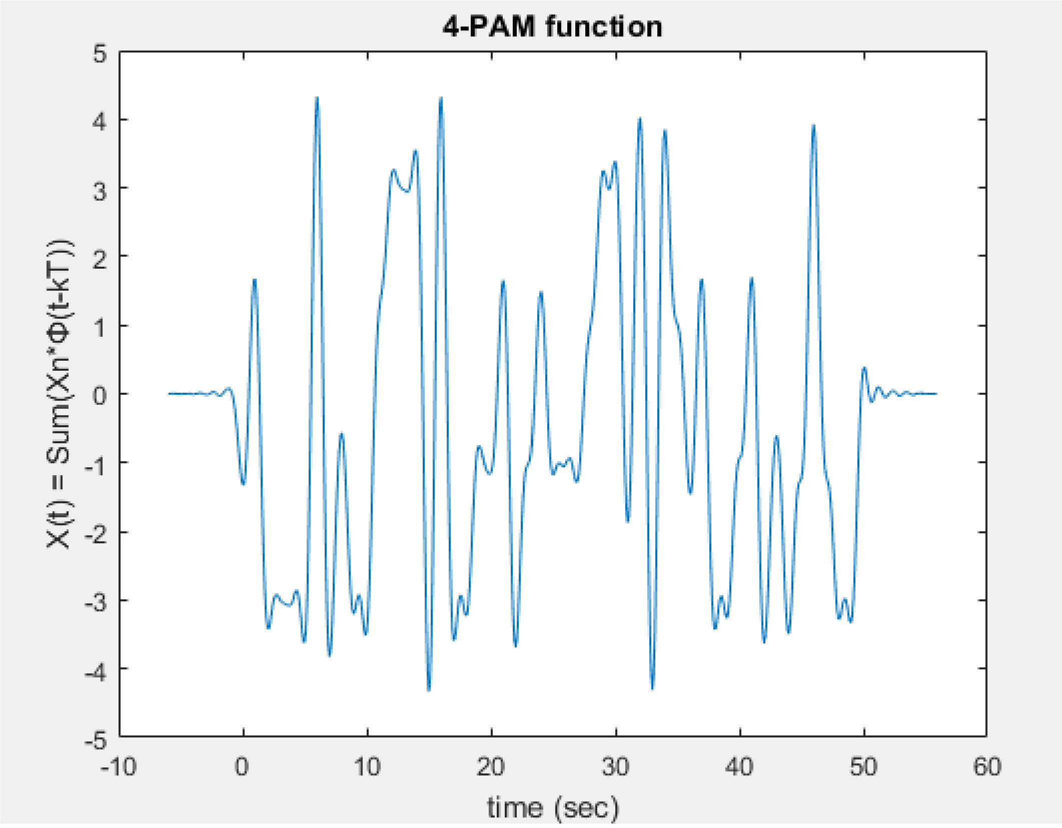
χρησιμοποιώντας την ίδια περίοδο T με το ερώτημα A.2.

(10) Να υπολογίσετε το περιοδόγραμμα και να εκτιμήσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος μέσω αριθμητικών μέσων τιμών υλοποιήσεων περιοδογραμμάτων της $X(t)$. Να σχεδιάσετε την πειραματική και την θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος στο ίδιο semilogy. Τι παρατηρείτε·

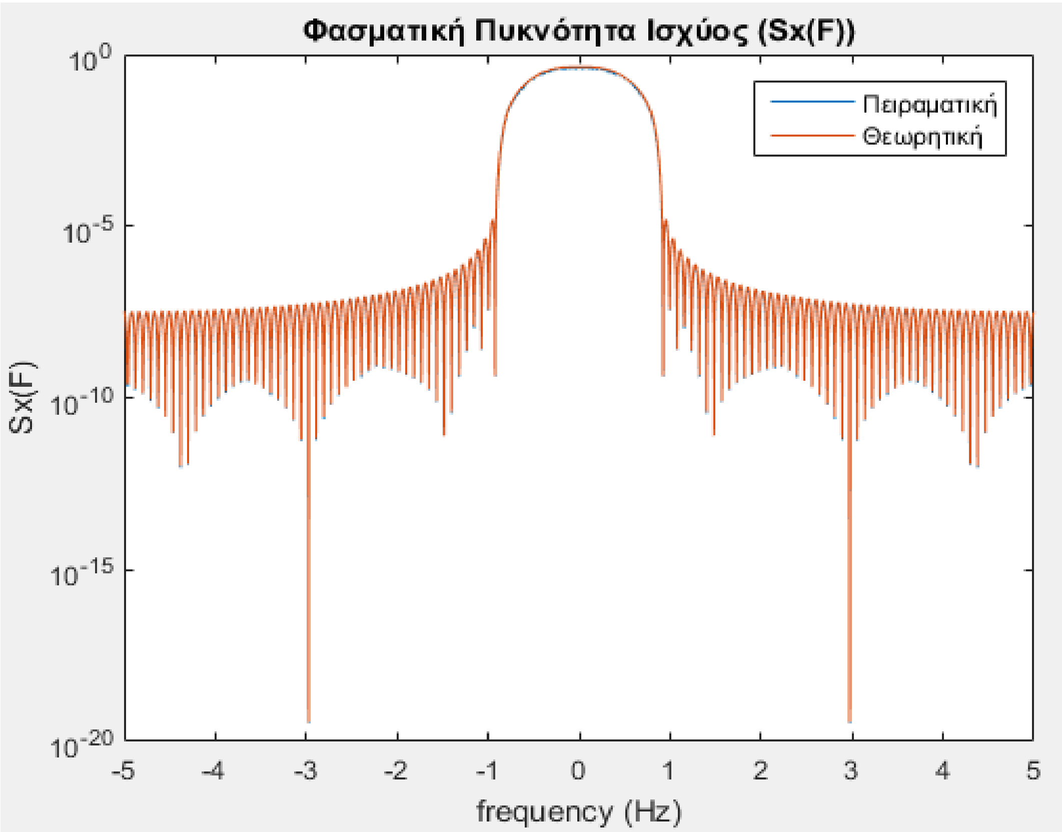
(10) Πώς συγκρίνεται, ως προς το εύρος φάσματος και ως προς το μέγιστο πλάτος τιμών, η φασματική πυκνότητα ισχύος της $X(t)$ σε σχέση με αυτή της $X(t)$ του βήματος A.2; Μπορείτε να εξηγήσετε τα αποτελέσματα της σύγκρισης;

Γραφικές Παραστάσεις :

(α)



(β)



Κώδικας :

```
%(α)

N = 100 ;

%%%%%%%%%%%% Δημιουργία 4-PAM συνάρτησης %%%%%%%%%%%%%%
[tx ,X_t] = PAM4_function (N,Ts,over,phi,t_phi) ;

figure(7)
plot(tx,X_t)
title('4-PAM function');
xlabel('time (sec)');
ylabel('X(t) = Sum(Xn*Φ(t-kT))');

%(β)

N = 100 ;
K = 1000 ;

for i=1:K
    % PXFs = zeros (100,length(F_axis)) ;
    [tx ,X_t] = PAM4_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);
    PXFs(i,:) = power(abs(XF),2)/Ttotal ;
end

SxFapprox = (sum(PXFs,1)./ K) ;
Sxftheory = (var(X_t)/T ) * power(abs(PHIF),2)*Ts ;

figure(8);
semilogy(F_axis,SxFapprox);
title('Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F))');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('Sx(F)');
hold on ;
semilogy(F_axis,Sxftheory);
legend ('Πειραματική','Θεωρητική');
hold off ;
```

Σχόλια :

(α)

Για την πραγματοποίηση του ερωτήματος , χρησιμοποιήθηκε μία συνάρτηση , η οποία λαμβάνει ως όρισμα το μήκος της ακολουθίας των bits , η περίοδος δειγματοληψίας T_s , το over , ένας παλμός phi και ο αντίστοιχος χρόνος του . Η συνάρτηση ονομάζεται PAM4_function και επιστρέφει ένα σήμα με διαμόρφωση 4-PAM και τον αντίστοιχο χρόνο του . Η κατασκευή του σήματος σε διαφορετική συνάρτηση κρίθηκε απαραίτητη , καθώς στην συνέχεια της άσκησης απαιτείται επανειλημμένα η κατασκευή σήματος με διαμόρφωση 4-PAM για διαφορετικές ακολουθίες bits . Ο κώδικας της βρίσκεται στο τέλος της αναφοράς .

<u>Στην συνάρτηση PAM4_function:</u>

Κατασκευάστηκε μια ακολουθία μήκους N/2 = 50 ανεξάρτητων και ισοπίθανων bits με χρήση της εντολής `b = (sign(randn(N/2,1))+1)/2;`.

Έπειτα χρησιμοποιώντας την απεικόνιση

$$00 \longrightarrow +3$$

$$01 \longrightarrow +1$$

$$11 \longrightarrow -1$$

$$10 \longrightarrow -3$$

προκύπτει μια ακολουθία συμβόλων X_n , για n = 0 , …. N/2 - 1 , σε ένα διάνυσμα X με χρήση της συνάρτησης **bits_to_4PAM** , η οποία κατασκευάστηκε στο πλαίσιο της προηγούμενης άσκησης . Έπειτα με την χρήση της εντολής `X_delta= 1/Ts * upsample(X,over);` προσομοιώθηκαν μετατοπισμένες συναρτήσεις dirac (over μηδενικά ανάμεσα σε κάθε τιμή του X) , ύψους όσο το αντίστοιχο σύμβολο επι την συχνότητα δειγματοληψίας F_s . Για την κατασκευή του τελικού σήματος έγινε συνέλιξη της X_delta με την Φ(t) , με αποτέλεσμα να προκύψει το επιθυμητό X(t)

$$X(t) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} X_n \, \phi(t - nT)$$

το οποίο η συνάρτηση επιστρέφει και το σχεδιάζουμε με την συνάρτηση **plot** στον κύριος κώδικα **.**

(β)

Στην συνέχεια ζητείται ο υπολογισμός της φασματικής πυκνότητας ισχύος $S_x(F)$ της X(t) με δύο μεθόδους :

1. **Προσεγγιστική μέθοδος :** υπολογίζοντας αριθμητικές μέσες τιμές πάνω σε K υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων .
2. **Θεωρητική μέθοδος :** Χρήση του τύπου : $S_X(F) = \frac{\sigma_X^2}{T} |\Phi(F)|^2$

1. Για τον προσεγγιστικό υπολογισμό της $S_x(F)$, χρησιμοποιείται ένας βρόγχος for , ο οποίος επαναλαμβάνεται K φορές . Για μεγαλύτερη ακρίβεια επιλέχθηκε K = 1000 . Σε κάθε επανάληψη εκτελείται η συνάρτηση PAM4_function , η οποία επιστρέφει μια 4-PAM συνάρτηση για K διαφορετικές ακολουθίες N/2 bits . Σε κάθε επανάληψη i , υπολογίζεται το περιοδόγραμμα και αποθηκεύεται στην i θέση του πίνακα PXFs . Όταν πλέον ολοκληρωθεί ο βρόγχος , κάθε γραμμή του πίνακα θα περιλαμβάνει ένα διάνυσμα που θα είναι το περιοδόγραμμα μιας από τις K συναρτήσεις X(t) . Τέλος , μετά τον βρόγχο υπολογίζουμε την μέση τιμή κάθε στήλης του πίνακα δηλαδή το άθροισμα μιας τιμής από κάθε περιοδόγραμμα δια το πλήθος των περιοδογραμμάτων.

   Η παραπάνω διαδικασία συνοψίζεται στην σχέση

   $$\hat{S}_X(F) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{|\mathtt{X}(\omega_i, F)|^2}{T}.$$

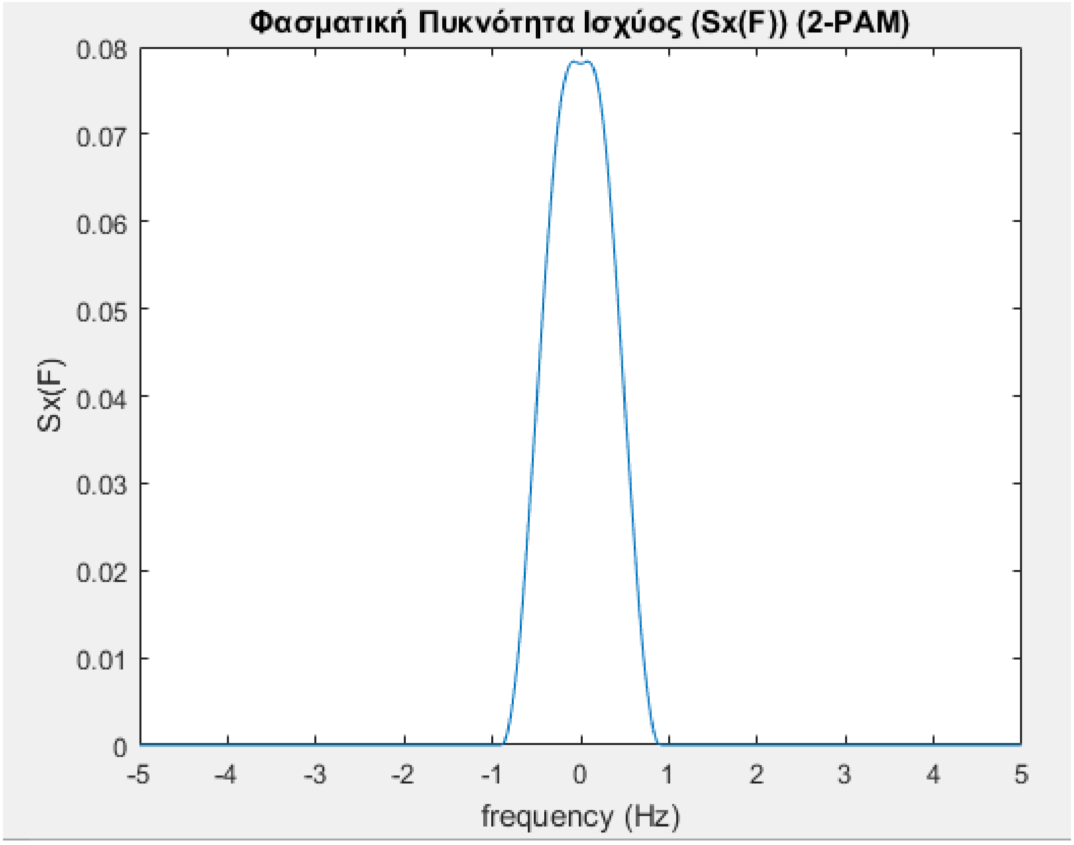
   όπου N ο αριθμός των υλοποιήσεων των περιοδογραμμάτων , δηλαδή εδώ N = K.

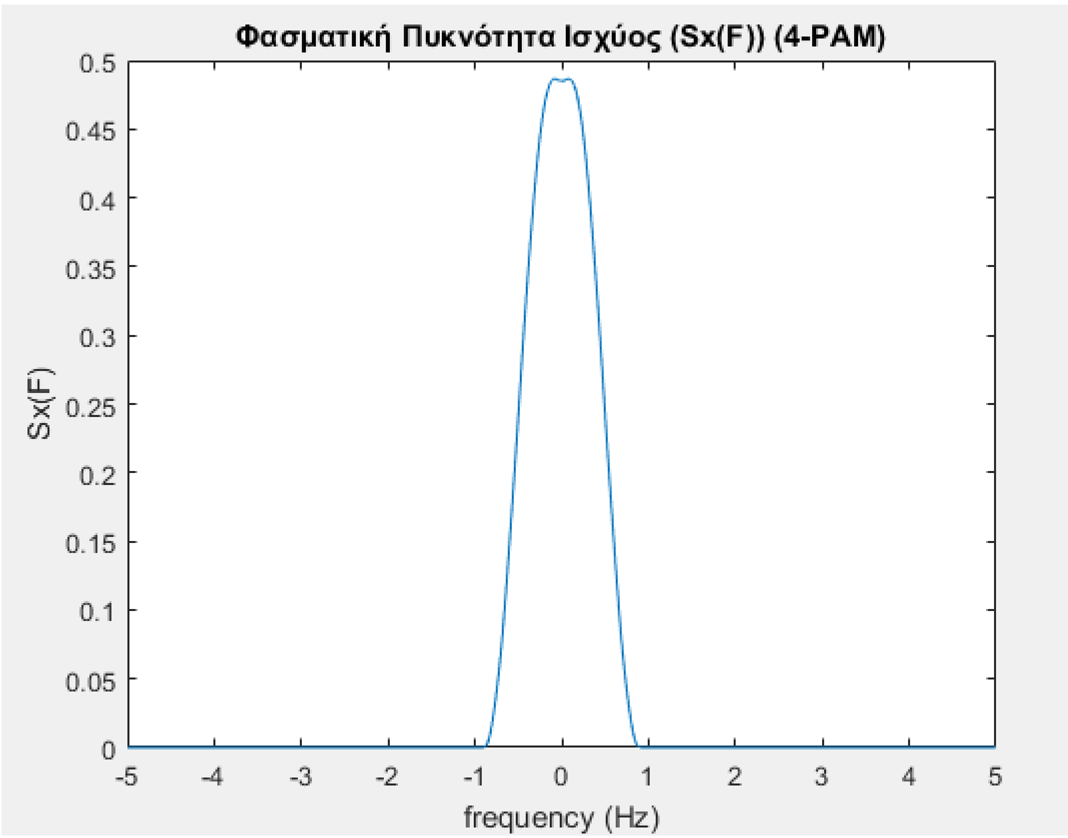
2. Χρήση της εντολής `Sxftheory = (var(X_t)/T ) * power(abs(PHIF),2)*Ts`

Έπειτα σχεδιάζουμε τις δύο κυματομορφες σε ημιλογαριθμική κλίμακα , σε κοινή γραφική παράσταση και παρατηρούμε ότι ταυτίζονται σχεδόν απόλυτα με τις αποκλίσεις να φαίνονται καλύτερα με χρήση μεγέθυνσης .

(γ)

Η σύγκριση μεταξύ της φασματικής πυκνότητας ισχύος της X(t) με 2-PAM διαμόρφωση και της φασματικής πυκνότητας ισχύος της X(t) με 4-PAM διαμόρφωση γίνεται καλύτερα σε γραμμική αναπαράσταση :


Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F)) (2-PAM)
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
Sx(F)
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
frequency (Hz)


Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F)) (4-PAM)
0.5
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
Sx(F)
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
frequency (Hz)

Παρατηρούμε ότι το εύρος φάσματος είναι περίπου το ίδιο , ωστόσο το πλάτος τιμών της 4-PAM διαμόρφωσης (= ~ 0.48) είναι σχεδόν το εξαπλάσιο του πλάτους της 2-PAM διαμόρφωσης (= ~ 0.08) . Το εύρος φάσματος είναι το ίδιο , καθώς καθορίζεται από το εύρος φάσματος της Φ(F) , που είναι κοινή και στις δύο διαμορφώσεις . Αυτό φαίνεται και από τον τύπο :

$$S_X(F) = \frac{\sigma_X^2}{T} |\Phi(F)|^2$$

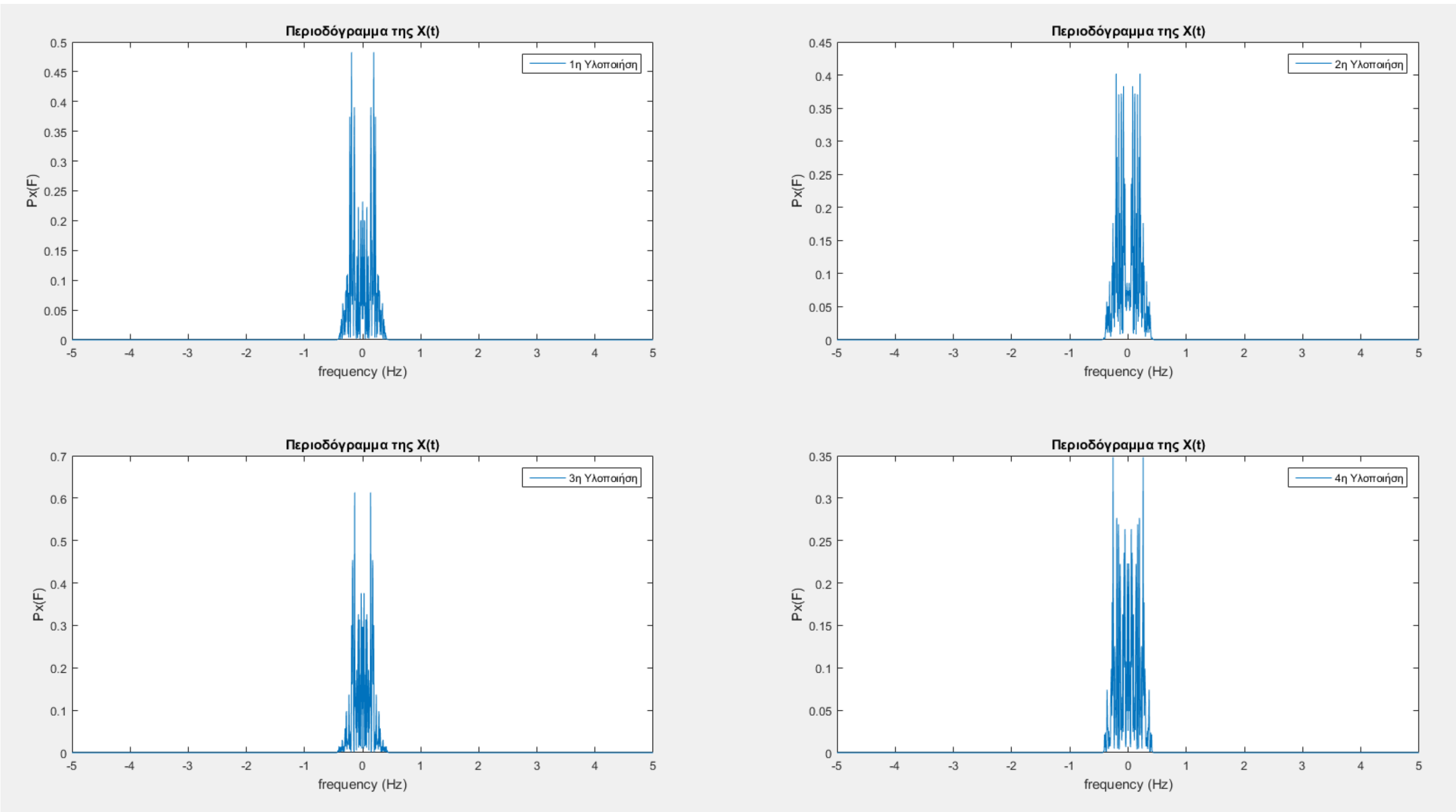
Η διαφορά των πλατών οφείλεται στην κωδικοποίηση των συμβόλων , καθώς οι τιμές στις οποίες αντιστοιχίζουμε τα bits είναι μεγαλύτερες στην 4-PAM , η διασπορά της X(t) (σ^2_x) είναι μεγαλύτερη ,επομένως απαιτείται πολύ μεγαλύτερη ισχύς για την αποστολή τους από τον πομπό στον δέκτη . Η περίοδος T είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις , οπότε δεν επηρεάζει την διαφορά ανάμεσα στα πλάτη .

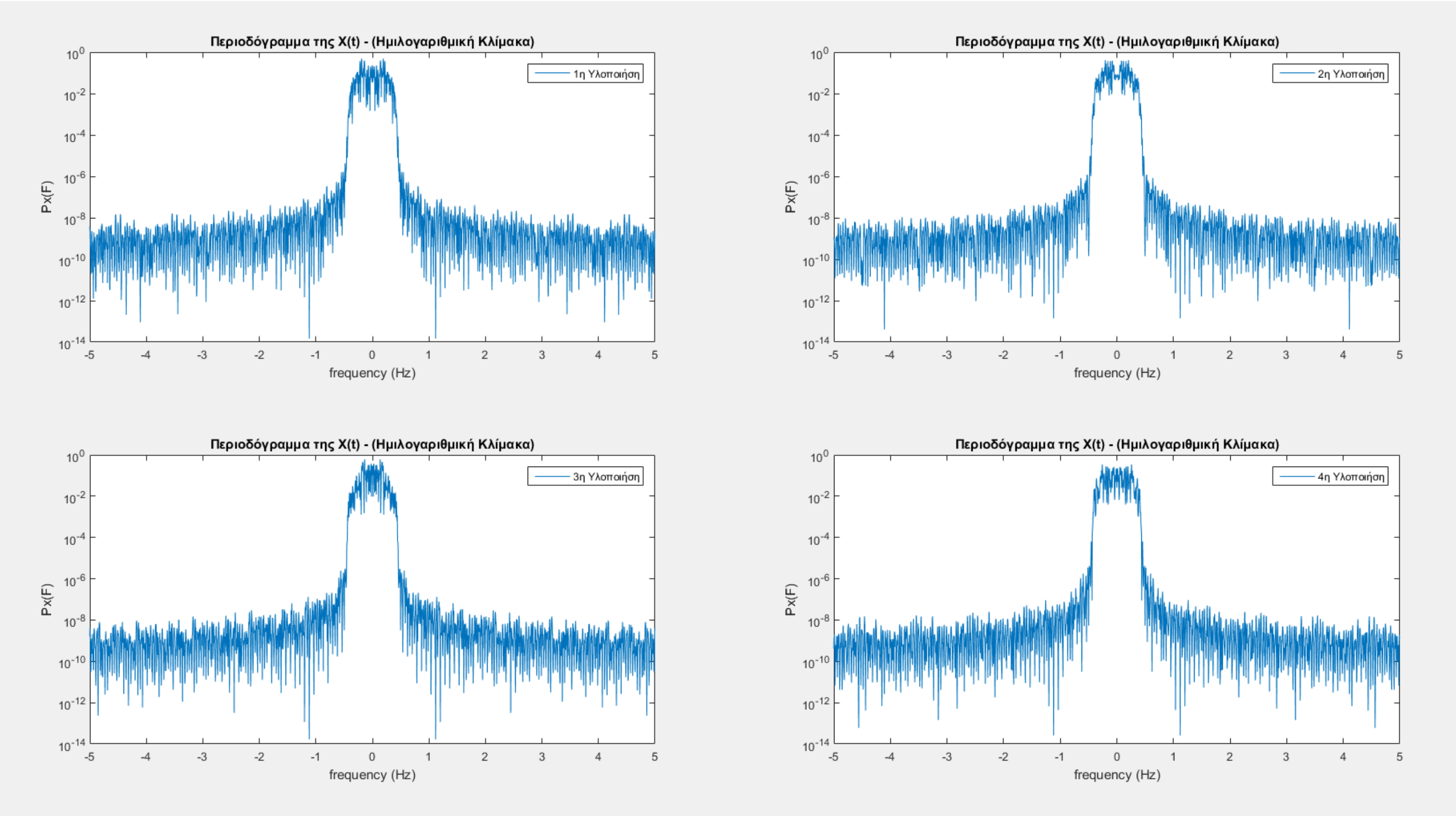
Ερώτημα :

A.5 (10) Να επαναλάβετε το βήμα A.3, θέτοντας περίοδο συμβόλου $T' = 2T$ (να διατηρήσετε την περίοδο δειγματοληψίας T_s ίση με αυτή των προηγούμενων βημάτων).

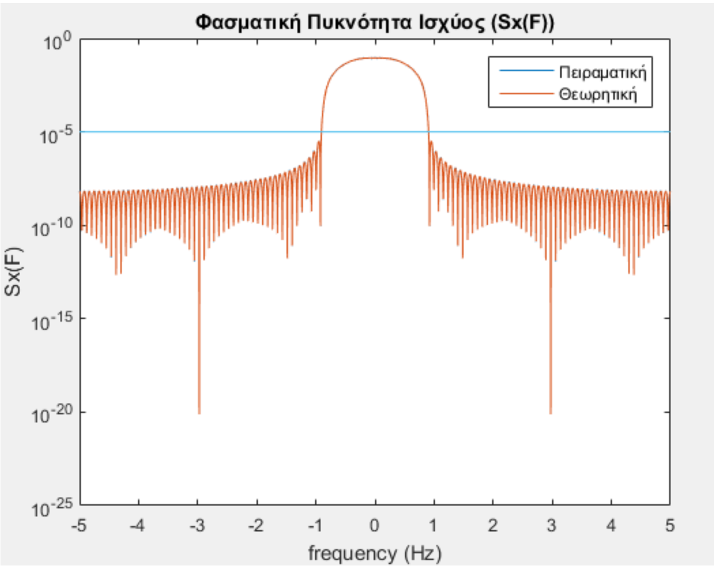
(5) Τι παρατηρείτε σχετικά με το εύρος φάσματος των κυματομορφών σε αυτή την περίπτωση σε σχέση με αυτό των κυματομορφών του βήματος A.3; Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

Γραφικές Παραστάσεις :

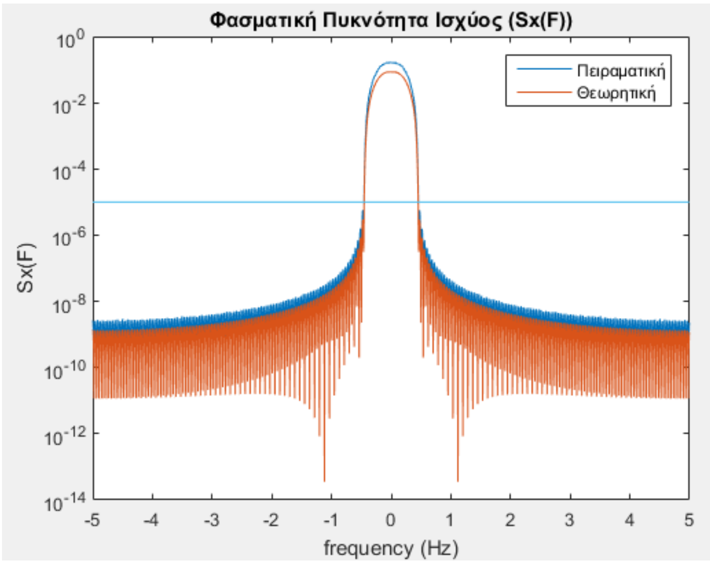




Φασματική πυκνότητα ισχύος για T



Φασματική πυκνότητα ισχύος για 2T



Κώδικας :

```
N = 100 ;

Tnew = 2*T ;

[phi,t_phi] = srrc_pulse(Tnew, Ts, A, a);
PHIF = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);

%(α)

for i=1:4
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);

    PXF = power(abs(XF),2)/Ttotal ;

    figure(9)
    subplot(2,2,i)
    plot(F_axis,PXF)
    title (['Περιοδόγραμμα της X(t)'])
    legend([num2str(i) ,'η Υλοποιήση'])
    xlabel('frequency (Hz)');
    ylabel('Px(F)');

    figure(10)
    subplot(2,2,i)
    semilogy(F_axis,PXF)
    title ('Περιοδόγραμμα της X(t) - (Ημιλογαριθμική Κλίμακα)')
    legend([num2str(i) ,'η Υλοποιήση'])
    xlabel('frequency (Hz)');
    ylabel('Px(F)');
end

K = 1000 ;

for i=1:K
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);
    PXFs(i,:) = power(abs(XF),2)/Ttotal ;
end

SxFapprox = (sum(PXFs,1)./ K) ;
Sxftheory = (var(X_t)/Tnew ) * power(abs(PHIF),2)*Ts ;

figure(11);
semilogy(F_axis,SxFapprox);
title('Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F))');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('Sx(F)');
hold on ;
semilogy(F_axis,Sxftheory);
legend ('Πειραματική','Θεωρητική');
c2 = Tnew/power(10,5)* ones(length(F_axis)) ;
plot (F_axis,c2)
hold off ;
```

Σχόλια :

(α)

Το ερώτημα αυτό λύθηκε όπως το ερώτημα Α.3 , με χρήση διπλάσιας περιόδου , άρα και νέου παλμού Φ(t) με περίοδο T’ = 2T .

(β)

Παρατηρούμε ότι το εύρος των κυματομορφών των περιοδογραμμάτων και της φασματικής πυκνότητας ισχύος είναι μικρότερο , σχεδόν το μισό , σε σχέση με τις αντίστοιχες κυματομορφές του ερωτήματος Α.3 , όπου η περίοδος είναι T = T’/2 Αυτό είναι ιδιαίτερα εμφανές αν κοιτάξουμε το φάσμα γύρω από την αρχή των αξόνων. Στην φασματική πυκνότητα ισχύος , αν θεωρήσουμε μια νοητή γραμμή παράλληλη με τον άξονα των χ κοντά στην τιμή 10-5 , κάτω από την οποία θεωρούμε τις τιμές ‘πρακτικά μηδέν ’ , η διαφορά είναι πιο προφανής .

Η διαφορά στο εύρος με την αλλαγή της περιόδου , οφείλεται στο γεγονός ότι το εύρος καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από την συνάρτηση φ(t) (Square Root Raised Cosine) , που επιλέξαμε , της οποίας το φάσμα δίνεται από την σχέση :

$$W = \frac{1+\alpha}{2*T}$$

Οπότε με τον διπλασιασμό της περιόδου , είχαμε υποδιπλασιασμό του εύρους φάσματος .

Ερώτημα :

Α.6 (2.5) Αν θέλατε να στείλετε δεδομένα όσο το δυνατό ταχύτερα έχοντας διαθέσιμο το ίδιο εύρος φάσματος, θα επιλέγατε 2-PAM ή 4-PAM, και γιατί;

(2.5) Αν το διαθέσιμο εύρος φάσματος είναι πολύ ακριβό, θα επιλέγατε περίοδο συμβόλου T ή $T' = 2T$, και γιατί;

Σχόλια :

(α)

Δεδομένου , ότι και στις δύο περιπτώσεις χρησιμοποιούμε την ίδια περίοδο , δηλαδή στέλνουμε τα σύμβολα με τον ίδιο ρυθμό , θα επέλεγα 4-PAM , καθώς σε κάθε σύμβολο αντιστοιχούν 2 bits , επομένως περισσότερη πληροφορία . Άρα η αποστολή του σήματος από τον πομπό στον δέκτη γίνεται ταχύτερα με 4-PAM διαμόρφωση.

(β)

Θεωρώντας το διαθέσιμο εύρος φάσματος πολύ ακριβό , θα επιλέξουμε T’ = 2*T , καθώς είναι η περίπτωση που το φάσμα του σήματος είναι μικρότερο , όπως εξηγείται παραπάνω .

Ερώτημα :

B. Αρχικά θα λύσουμε ένα θεωρητικό πρόβλημα και κατόπιν θα το επαληθεύσουμε πειραματικά. Έστω η κυματομορφή

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \phi(t - nT)$$

όπου X_n είναι ανεξάρτητα τυχαία σύμβολα, με $\mathcal{E}[X_n] = 0$ και $\mathcal{E}[X_n^2] = \sigma_X^2$, και $T > 0$ η περίοδος συμβόλου. Η $X(t)$ διαμορφώνει ένα ημιτονοειδές σήμα. Το διαμορφωμένο σήμα είναι το

$$Y(t) = X(t)\cos(2\pi f_0 t + \Theta)$$

όπου Θ είναι τυχαία μεταβλητή, ομοιόμορφα κατανεμημένη στο $[0, 2\pi)$, ανεξάρτηση των X_n, για κάθε n.

B.1 (10) Να υπολογίσετε αναλυτικά τις ποσότητες $\mathcal{E}[Y(t)]$ και $\mathcal{E}[Y(t+\tau)Y(t)]$.

Ερώτημα :

B.2 (10) Να χαρακτηρίσετε την $Y(t)$ ως προς τη (κυκλο)-στασιμότητα, υπό την ευρεία έννοια.

Ερώτημα :

B.3 (10) Να υπολογίσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος της $Y(t)$, $S_Y(F)$, συναρτήσει της $S_X(F)$ και της συχνότητας διαμόρφωσης, f_0.

Σχόλια :

Οι απαντήσεις των παραπάνω ερωτημάτων είναι θεωρητικές εφαρμογές των στοχαστικών διαδικασιών και έχουν απαντηθεί χειρόγραφα :

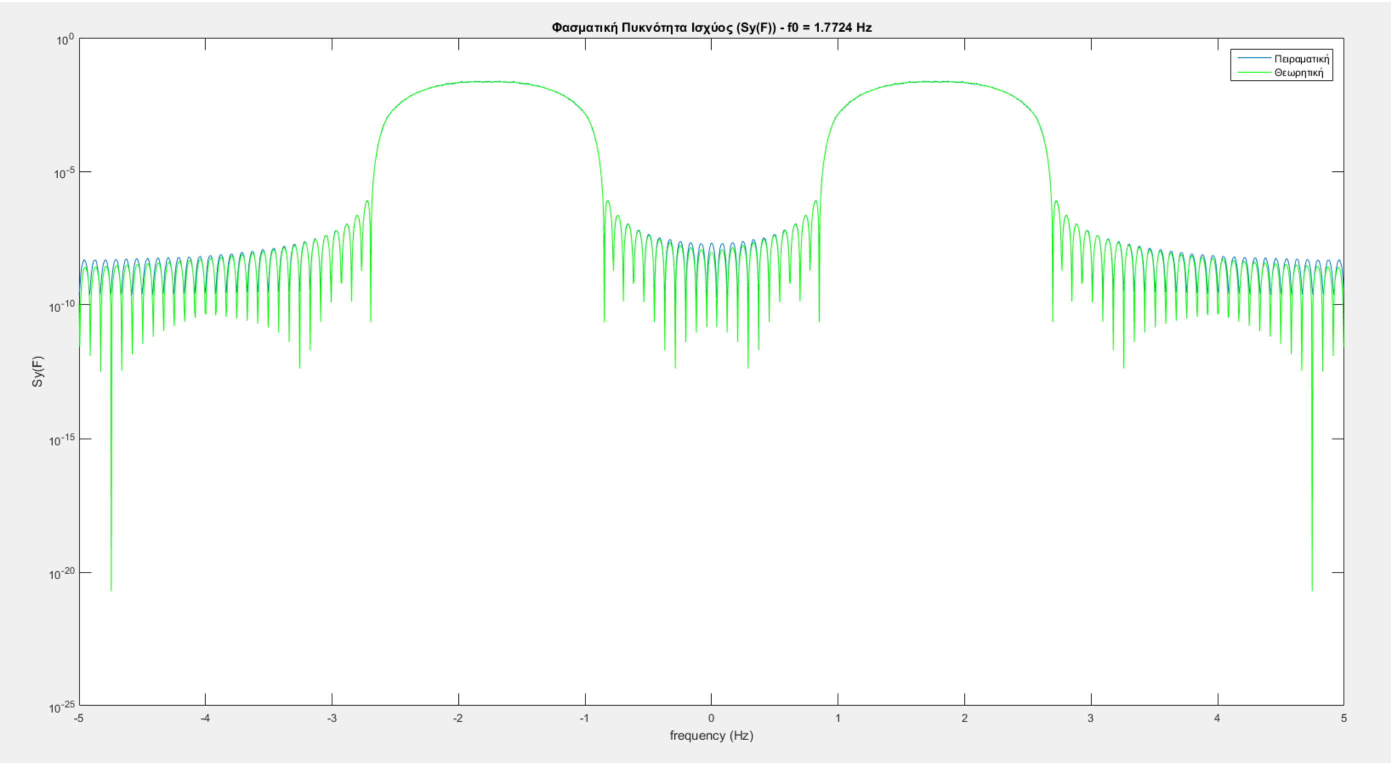
Ερώτημα :

B.4 (20) Να επαληθεύσετε πειραματικά το παραπάνω αποτέλεσμα. Πιο συγκεκριμένα, να επιλέξετε συχνότητα διαμόρφωσης $\frac{1}{2T} < f_0 < \frac{F_s}{2} - \frac{1}{2T}$ και να διαμορφώσετε κυματομορφές που προκύπτουν από διαμόρφωση 2-PAM.

(α) Να εκτιμήσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος του διαμορφωμένου 2-PAM σήματος, μέσω περιοδογραμμάτων.

(β) Να σχεδιάσετε σε κοινό semilogy τη θεωρητική και την πειραματική φασματική πυκνότητα ισχύος.

Γραφικές Παραστάσεις :



Κώδικας :

```
%B4

T = 1 ;
over = 10 ;
Ts = T/over ; % Περίοδος δειγματοληψίας
Fs = 1/Ts ; % Συχνότητα δειγματοληψίας
A = 6;
a = 0.8 ;

first = 1+a/(2*T); % 1/(2*T)
last = (Fs/2) - first;
f0 = (last-first).*rand(1,1) + first;

theta = unifrnd(0-Ts,2*pi,1,1) ; % [0,2π)
```

```
[phi,t_phi] = srrc_pulse(T, Ts, A, a);

Nf = 2048; % Αριθμός δειγμάτων
f_axis = [-1/2 : 1/Nf: 1/2 - (1/Nf)]; % Ανοικτό διάστημα δεξια ,
κλειστό αριστερά
F_axis = f_axis*Fs;

PHIF = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);

% (α)

N = 100 ;
K = 1000 ;

for i=1:K
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    Y_t = X_t .* cos(2*pi*f0*tx + theta) ;
    YF = fftshift(fft(Y_t,Nf)*Ts);
    PYFs(i,:) = power(abs(YF),2)/Ttotal ;
end

SYFexperiment = (sum(PYFs,1)./ K) ; % Είναι η μέση τιμή κάθε στήλης
του πίνακα δηλαδή μιας τιμής από κάθε περιοδόγραμμα

%(β)

Sxftheory = (var(X_t)/T) * power(abs(PHIF),2)*Ts  ;

F_axis1 = F_axis - f0 ;
F_axis2 = F_axis + f0 ;

f_axis = [-1/2 : 1/Nf: 1/2 - (1/Nf)]; % Ανοικτό διάστημα δεξιά ,
κλειστό αριστερά
F_axis = f_axis*Fs;

SXFTH_LEFT = 0.25 * Sxftheory ;
SXFTH_RIGHT = 0.25 * Sxftheory ;

% Αφαίρεση των τιμών , όπου τα δύο SxF επικαλύπτονται

k1 = find(F_axis1 >= 0) ;
k2 = find(F_axis2 <= 0) ;

for i=k1
    SXFTH_LEFT(i) = 0 ;
end

for i=k2
    SXFTH_RIGHT(i) = 0 ;
end

% Αφαίρεση των τιμών που τα δύο SxF βγαίνουν εκτός του φάσματος του
% πειραματικου SyF

k3 = find(F_axis1 < min(F_axis)) ;
k4 = find(F_axis2 > max(F_axis)) ;
```

```
for i=k3
    SXFTH_LEFT(i) = 0 ;
end

for i=k4
    SXFTH_RIGHT(i) = 0 ;
end

figure(1)
semilogy(F_axis,SYFexperiment);
title(['Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sy(F)) - f0 = ',num2str(f0) , '
Hz']);
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('Sy(F)');
hold on
semilogy(F_axis1,SXFTH_LEFT,'g');
semilogy(F_axis2,SXFTH_RIGHT,'g');
legend ('Πειραματική','Θεωρητική');
hold off ;
```

Σχόλια :

(α) , (β)

Για την εύρεση της πειραματικής φασματικής πυκνότητας ισχύος , χρησιμοποιούμε την ίδια μεθοδολογία , όπως στο μέρος Α , με την διαφορά ότι το σήμα μας είναι τώρα διαμορφωμένο με ένα συνημίτονο συχνότητας f_0 με φάση Θ.

Η συχνότητα f_0 οποία κυμαίνεται στο διάστημα (1/2*T , F_s/2 - 1/2*T) και αλλάζει σε κάθε εκτέλεση του κώδικα με χρήση της συνάρτησης **rand** . Ο λόγος που επιλέχθηκε το 1/2T ως ελάχιστη τιμή είναι για να αποφύγουμε το φαινόμενο της επικάλυψης . Ακόμα καλύτερη τιμή για ελάχιστη συχνότητα διαμόρφωσης είναι το 1+a/2T καθώς το X(t) και το S_x(F) των οποίων το φάσμα καθορίζεται από την Φ(F) , έχει φάσμα από το -1+a/2T εως το -1+a/2T , άρα θέλουμε συχνότητα μεγαλύτερη της μέγιστης συχνότητας (1+a/2T) . Ο λόγος που επιλέχθηκε το F_s/2 - 1/2*T , ως μέγιστη τιμή είναι επειδή έχουμε ορίσει τον άξονα συχνοτήτων στο διάστημα [-F_s/2, F_s/2) . και πρέπει οι διαμορφωμένοι λοβοί να είναι εντός αυτού , χωρίς να χάνεται κάποιο τμήμα τους .

Η φάση Θ διαφέρει σε κάθε εκτέλεση του κώδικα και επειδή η Θ είναι τυχαία μεταβλητή με ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα [0,2π) , παράγεται από την συνάρτηση `theta = unifrnd(0-Ts,2*pi,1,1) ;` .

Κατά τους θεωρητικούς υπολογισμούς των προηγούμενων ερωτημάτων του μέρους Β , προέκυψε ότι η S_y(F) είναι η S_x(F) μετατοπισμένη στις συχνότητες f_0 και – f_0 , με κλιμακωμένο πλάτος . Αυτό επιβεβαιώνεται από την προσεγγιστική μέθοδο .

Για τον σχεδιασμό της θεωρητικής πυκνότητας ισχύος του Y(t) , γνωρίζουμε ότι :

$$\mathbf{S_y (F) = \tfrac{1}{4} (S_x (F - f_0) + S_x (F + f_0))}$$

Για να σχεδιάσουμε το $S_y(F)$ δημιουργούμε δύο νέους άξονες συχνοτήτων , αυξημένους κατά f_0 και $-f_0$, ώστε να προσομοιώσουμε την μετατόπιση των δύο $S_x(F)$. Στην συνέχεια , μηδενίζουμε τις τιμές για τις οποίες τα δύο $S_x(F)$ καλύπτονται , δηλαδή το μετατοπισμένο αριστερά ($S_x(F+f_0)$) για συχνότητες μεγαλύτερες από το 0 και το μετατοπισμένο δεξιά ($S_x(F-f_0)$) για συχνότητες μικρότερες από το 0 , λόγω των αλλαγμένων κατά f_0 αξόνων συχνοτήτων.

Επιπλέον , μηδενίζουμε τις τιμές των δύο $S_x(F)$ για τις συχνότητες που δεν παρουσιάζεται ο θεωρητικός υπολογισμός για μεγαλύτερη ακρίβεια .

Τέλος , σχεδιάζουμε τα δύο $S_x(F)$ και το $S_y(F)$ σε κοινό semilogy , δίνοντας τον ίδιο χρωματισμό στα $S_x(F)$. Παρατηρούμε ότι το πειραματικό με το θεωρητικό , ταυτίζονται σε μεγάλο βαθμό .

Συνολικός Κώδικας :

Συναρτήσεις

```
function [tx,Xt] = PAM2_function (N,Ts,over,phi,t_phi)

b = (sign(randn(N,1))+1)/2;
X = bits_to_2PAM(b)  ;

X_delta= 1/Ts * upsample(X,over);
t =  0:Ts:N - Ts ;

Xt = conv(phi,X_delta)*Ts  ;
tx = linspace(t(1)+ t_phi(1),t(end)+ t_phi(end) ,length(Xt));


function [tx,Xt]= PAM4_function (N,Ts,over,phi,t_phi)

b = zeros(N/2,2);
b(:,1) = (sign(randn(N/2,1))+1)/2 ;
b(:,2) = (sign(randn(N/2,1))+1)/2 ;
X = bits_to_4PAM(b)  ;

X_delta= 1/Ts * upsample(X,over);
t =  0:Ts:(N/2) - Ts ;

Xt = conv(phi,X_delta) * Ts ;
tx = linspace(t(1)+ t_phi(1),t(end)+ t_phi(end) ,length(Xt)) ;
```

Βασικός Κώδικας

Άσκηση Α

```
clc ;
clear all ;
close all ;

%A1

Nf = 2048; % Αριθμός δειγμάτων
```

```
T = 0.01 ;
over = 10 ;
Ts = T/over ; % Περίοδος δειγματοληψίας
Fs = 1/Ts ; % Συχνότητα δειγματοληψίας
A = 4;
a = 0.4 ;

f_axis = [-1/2 : 1/Nf : 1/2 - (1/Nf)]; % Ανοικτό διάστημα δεξια ,
κλειστό αριστερά
F_axis = f_axis*Fs;

[phi,t_phi] = srrc_pulse(T, Ts, A, a);
PHIF = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);

figure(1)
semilogy(F_axis,power(abs(PHIF),2))
title('Energy Spectrum of SRRC(t) with parameters (T = 0.01,Ts =
0.001,A = 4,a = 0.4)');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('|Φ(F)|^2');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

T = 1 ;
over = 10 ;
Ts = T/over ; % Περίοδος δειγματοληψίας
Fs = 1/Ts ; % Συχνότητα δειγματοληψίας
A = 6;
a = 0.8 ;

f_axis = [-1/2 : 1/Nf : 1/2 - (1/Nf)]; % Ανοικτό διάστημα δεξια ,
κλειστό αριστερά
F_axis = f_axis*Fs;

[phi,t_phi] = srrc_pulse(T, Ts, A, a);
PHIF = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);

figure(2)
semilogy(F_axis,power(abs(PHIF),2))
title('Energy Spectrum of SRRC(t) with parameters (T = 1,Ts = 0.1,A =
6,a = 0.8)');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('|Φ(F)|^2');

%A2

N = 100 ;

%%%%%%%%%%%% Δημιουργία 2-PAM συνάρτησης %%%%%%%%%%%%%%
[tx,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;

figure(3)
plot(tx,X_t)
title('2-PAM function');
xlabel('time (sec)');
ylabel('X(t) = Sum(Xn*Φ(t-kT))');

%A3
```

```matlab
%(α)

NUMOFIMPL = 4 ;

for i=1:NUMOFIMPL
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);

    PXF = power(abs(XF),2)/Ttotal ;

    figure(4)
    subplot(2,2,i)
    plot(F_axis,PXF)
    title (['Περιοδόγραμμα της X(t)'])
    legend([num2str(i) ,'η Υλοποιήση'])
    xlabel('frequency (Hz)');
    ylabel('Px(F)');

    figure(5)
    subplot(2,2,i)
    semilogy(F_axis,PXF)
    title ('Περιοδόγραμμα της X(t) - (Ημιλογαριθμική Κλίμακα)')
    legend([num2str(i) ,'η Υλοποιήση'])
    xlabel('frequency (Hz)');
    ylabel('Px(F)');
end

%(β), %(γ)

N = 100 ;
K = 1000 ;

for i=1:K

    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);
    PXFs(i,:) = power(abs(XF),2)/Ttotal ;
end

SxFapprox = (sum(PXFs,1)./ K) ; % Είναι η μέση τιμή κάθε στήλης του
πίνακα δηλαδή μιας τιμής από κάθε περιοδόγραμμα
Sxftheory = (var(X_t)/T ) * power(abs(PHIF),2)*Ts  ;

figure(6);
semilogy(F_axis,SxFapprox);
title('Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F))');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('Sx(F)');
hold on ;
semilogy(F_axis,Sxftheory);
legend ('Πειραματική','Θεωρητική');
c2 = T/power(10,5)* ones(length(F_axis)) ;
plot (F_axis,c2)
hold off ;

% figure(12);
```

```
% plot(F_axis,Sxftheory);
% title('Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F)) (2-PAM)');
% xlabel('frequency (Hz)');
% ylabel('Sx(F)');

%A4

%(α)

N = 100 ;

%%%%%%%%%%%% Δημιουργία 4-PAM συνάρτησης %%%%%%%%%%%%%%
[tx ,X_t] = PAM4_function (N,Ts,over,phi,t_phi) ;

figure(7)
plot(tx,X_t)
title('4-PAM function');
xlabel('time (sec)');
ylabel('X(t) = Sum(Xn*Φ(t-kT))');

%(β)

PXF = power(abs(XF),2)/Ttotal ;

N = 100 ;
K = 1000 ;

for i=1:K
    % PXFs = zeros (100,length(F_axis)) ;
    [tx ,X_t] = PAM4_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);
    PXFs(i,:) = power(abs(XF),2)/Ttotal ;
end

SxFapprox = (sum(PXFs,1)./ K) ;
Sxftheory = (var(X_t)/T ) * power(abs(PHIF),2)*Ts ;

figure(8);
semilogy(F_axis,SxFapprox);
title('Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F))');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('Sx(F)');
hold on ;
semilogy(F_axis,Sxftheory);
legend ('Πειραματική','Θεωρητική');
hold off ;

% figure(13);
% plot(F_axis,Sxftheory);
% title('Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F)) (4-PAM)');
% xlabel('frequency (Hz)');
% ylabel('Sx(F)');

%A5

N = 100 ;
```

```
Tnew = 2*T ;

[phi,t_phi] = srrc_pulse(Tnew, Ts, A, a);
PHIF = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);

%(α)

for i=1:4
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);

    PXF = power(abs(XF),2)/Ttotal ;

    figure(9)
    subplot(2,2,i)
    plot(F_axis,PXF)
    title (['Περιοδόγραμμα της X(t)'])
    legend([num2str(i) ,'η Υλοποιήση'])
    xlabel('frequency (Hz)');
    ylabel('Px(F)');

    figure(10)
    subplot(2,2,i)
    semilogy(F_axis,PXF)
    title ('Περιοδόγραμμα της X(t) - (Ημιλογαριθμική Κλίμακα)')
    legend([num2str(i) ,'η Υλοποιήση'])
    xlabel('frequency (Hz)');
    ylabel('Px(F)');
end

K = 1000 ;

for i=1:K
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    XF = fftshift(fft(X_t,Nf)*Ts);
    PXFs(i,:) = power(abs(XF),2)/Ttotal ;
end

SxFapprox = (sum(PXFs,1)./ K) ;
Sxftheory = (var(X_t)/Tnew ) * power(abs(PHIF),2)*Ts ;

figure(11);
semilogy(F_axis,SxFapprox);
title('Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sx(F))');
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('Sx(F)');
hold on ;
semilogy(F_axis,Sxftheory);
legend ('Πειραματική','Θεωρητική');
c2 = T/power(10,5)* ones(length(F_axis)) ;
plot (F_axis,c2)
hold off ;
```

Άσκηση B

```
clc ;
clear all ;
close all ;
```

```
%B4

T = 1 ;
over = 10 ;
Ts = T/over ; % Περίοδος δειγματοληψίας
Fs = 1/Ts ; % Συχνότητα δειγματοληψίας
A = 6;
a = 0.8 ;

first = 1+a/(2*T); % 1/(2*T)
last = (Fs/2) - first;
f0 = (last-first).*rand(1,1) + first;

theta = unifrnd(0-Ts,2*pi,1,1) ; % [0,2π)

[phi,t_phi] = srrc_pulse(T, Ts, A, a);

Nf = 2048; % Αριθμός δειγμάτων
f_axis = [-1/2 : 1/Nf: 1/2 - (1/Nf)]; % Ανοικτό διάστημα δεξια ,
κλειστό αριστερά
F_axis = f_axis*Fs;

PHIF = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);

% (α)

N = 100 ;
K = 1000 ;

for i=1:K
    [tx ,X_t] = PAM2_function(N,Ts,over,phi,t_phi) ;
    Ttotal = length(tx);
    Y_t = X_t .* cos(2*pi*f0*tx + theta) ;
    YF = fftshift(fft(Y_t,Nf)*Ts);
    PYFs(i,:) = power(abs(YF),2)/Ttotal ;
end

SYFexperiment = (sum(PYFs,1)./ K) ; % Είναι η μέση τιμή κάθε στήλης
του πίνακα δηλαδή μιας τιμής απο κάθε περιοδόγραμμα

%(β)

Sxftheory = (var(X_t)/T) * power(abs(PHIF),2)*Ts  ;

F_axis1 = F_axis - f0 ;
F_axis2 = F_axis + f0 ;

f_axis = [-1/2 : 1/Nf: 1/2 - (1/Nf)]; % Ανοικτό διάστημα δεξια ,
κλειστό αριστερά
F_axis = f_axis*Fs;

SXFTH_LEFT = 0.25 * Sxftheory ;
SXFTH_RIGHT = 0.25 * Sxftheory ;

% Αφαίρεση των τιμών , όπου τα δύο SxF επικαλύπτονται

k1 = find(F_axis1 >= 0) ;
```

```
k2 = find(F_axis2 <= 0) ;

for i=k1
    SXFTH_LEFT(i) = 0 ;
end

for i=k2
    SXFTH_RIGHT(i) = 0 ;
end

% Αφαίρεση των τιμών που τα δύο SxF βγαίνουν εκτός του φάσματος του
% πειραματικου SyF

k3 = find(F_axis1 < min(F_axis)) ;
k4 = find(F_axis2 > max(F_axis)) ;

for i=k3
    SXFTH_LEFT(i) = 0 ;
end

for i=k4
    SXFTH_RIGHT(i) = 0 ;
end

figure(1)
semilogy(F_axis,SYFexperiment);
title(['Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (Sy(F)) - f0 = ',num2str(f0) , '
Hz']);
xlabel('frequency (Hz)');
ylabel('Sy(F)');
hold on
semilogy(F_axis1,SXFTH_LEFT,'g');
semilogy(F_axis2,SXFTH_RIGHT,'g');
legend ('Πειραματική','Θεωρητική');
hold off ;
```