

**本科生实验报告**

|  |  |
| --- | --- |
| **实验课程** | 数学建模 |
| **学院名称** | 数理学院 |
| **专业名称** | 数学与应用数学 |
| **学生姓名** | 。。。。 |
| **学生学号** | 202220010.。。。 |
| **指导教师** | 冯俊 |
| **实验地点** | C075-05-19 |
| **实验成绩** |  |

**二〇二四 年 三 月 二〇二四 年 五 月**

目 录

[案例一 包饺子中的数学 1](#_Toc162884162)

[一、问题重述 1](#_Toc162884163)

[二、模型建立 1](#_Toc162884164)

[三、模型求解过程和结果（程序或软件操作过程，截图并说明） 1](#_Toc162884165)

[四、模型分析与讨论 1](#_Toc162884166)

[案例二 包饺子中的数学 2](#_Toc162884167)

[一、问题重述 2](#_Toc162884168)

[二、模型建立 2](#_Toc162884169)

[三、模型求解过程和结果（程序或软件操作过程，截图并说明） 2](#_Toc162884170)

[四、模型分析与讨论 2](#_Toc162884171)

# 

# 案例一 商人过河模型

## 一、问题重述

商人们怎样安全过河中的状态转移模型，做下面这个众所周知的智力游戏：人带着猫、鸡、米过河，除需要人划船之外，船至多能载猫、鸡、米三者之一，而当人不在场时猫要吃鸡、鸡要吃米.试设计一个安全过河方案，并使渡河次数尽量地少。

## 二、模型建立

### 状态定义：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ S = (x, y, z, b)  \] \end{document} |  | (1) |

其中 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
 x 
\]
\end{document} 表示岸上的猫的数量，%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
y
\]
\end{document} 表示岸上的鸡的数量，%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
z
\]
\end{document} 表示岸上的米的数量，%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
b
\]
\end{document}表示船的位置（0表示在起点岸，1表示在终点岸）。

### 约束条件：

1. 初始状态：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ S_{\text{initial}} = (1, 1, 1, 0)  \] \end{document} |  | (2) |

即起点岸上有1只猫、1只鸡、1份米，船在起点岸。

1. 目标状态：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ S_{\text{goal}} = (0, 0, 0, 1)  \] \end{document} |  | (3) |

即终点岸上没有猫、鸡、米，船在终点岸。

1. 船的容量限制：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ x + y + z \leq 1  \] \end{document} |  | (4) |

即船最多能装1个单位的货物。

4. 安全约束：当船离开时，不会出现猫吃鸡或鸡吃米的情况。

### 目标函数：

由于目标函数并不是一个连续可微的函数，而是一个离散问题的搜索过程。因此，我们可以将目标函数重新定义为渡河次数的最小化，用%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
T
\]
\end{document}表示。

假设从起点到终点的最短路径需要渡河%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
T
\]
\end{document}次，则目标函数可以表示为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ \text{Minimize} \quad T \] \end{document} |  | (5) |

这里的目标是找到一种渡河方案，使得渡河次数最少。搜索算法的目标就是在满足约束条件的前提下找到这个最小的%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
T
\]
\end{document}值。

## 三、模型求解过程和结果

clear;clc

South(1,:) = [1,1,1,1]; %南岸

North(1,:) = [0,0,0,0]; %北岸

A = ['人','猫','鸡','米'];

Safe\_condition = [1,1,1,1;1,0,1,1;1,1,0,1;1,1,1,0;1,0,1,0;0,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1;0,1,0,1]; %可行的状态

k = 0; %记录渡河次数

fprintf('渡河方式: \n');

while (~isequal(North(k+1,:),[1,1,1,1]))&&k<=100

k = k+1;

for i = 1:4

flag1 = 0;flag2 = 0;flag3 = 1; %防止死循环，以及出现不可行的状态

if South(k,i) ==1

Cross\_river1 = [1,0,0,0];

Cross\_river1(i) = 1;

South(k+1,:) = xor(South(k,:),Cross\_river1);

North(k+1,:) = [1,1,1,1] - South(k+1,:);

for j = 1:10

if isequal(North(k+1,:),Safe\_condition(j,:))

flag1 = 1;

end

end

for j = 1:10

if isequal(South(k+1,:),Safe\_condition(j,:))

flag2 = 1;

end

end

for j = 1:k

if isequal(South(k+1,:),South(j,:))

flag3 = 0; %防止出现状态死循环

end

end

if (flag1 ==1)&&(flag2 ==1)&&(flag3 ==1)

if i ==1

fprintf('%s 从南岸到北岸\n',A(1));

break

else

fprintf('%s 和 %s 从南岸到北岸\n',A(1),A(i));

break

end

else

continue

end

end

end

if isequal(North(k+1,:),[1,1,1,1])

break

else

k = k+1;

for m = 1:4

flag1 = 0;flag2 = 0;flag3 = 1;

if North(k,m) ==1

Cross\_river2 = [1,0,0,0];

Cross\_river2(m) = 1;

North(k+1,:) = xor(North(k,:),Cross\_river2);

South(k+1,:) = [1,1,1,1] - North(k+1,:);

for j = 1:10

if isequal(North(k+1,:),Safe\_condition(j,:))

flag1 = 1;

end

end

for j = 1:10

if isequal(South(k+1,:),Safe\_condition(j,:))

flag2 = 1;

end

end

for j = 1:k

if isequal(South(k+1,:),South(j,:))

flag3 = 0; %防止出现状态死循环

end

end

if (flag1 ==1)&&(flag2 ==1)&&(flag3 ==1)

if m ==1

fprintf('%s 从北岸到南岸\n',A(1));

break

else

fprintf('%s 和 %s 从北岸到南岸\n',A(1),A(m));

break

end

else

continue

end

end

end

end

end

结果如下：

人和鸡从南岸到北岸

人从北岸到南岸

人和猫从南岸到北岸

人和鸡从北岸到南岸

人和米从南岸到北岸

人从北岸到南岸

人和鸡从南岸到北岸

最小值T为7

## 四、模型分析与讨论

这个模型在描述猫、鸡、米过河问题时已经包含了状态空间、动作空间和约束条件的基本定义，但可以通过引入更精细的状态表示和启发式搜索来进一步改进。例如，可以考虑引入船的位置状态，将船分为左岸和右岸，以更准确地描述每一步的移动过程。另外，可以结合启发式搜索算法如PSO算法，通过评估每个状态的启发式价值来优化搜索过程，加速找到最优解的速度。

# 案例二 质量价格关系模型

## 一、问题重述

1.在超市购物时你注意到大包装商品比小包装商品便宜这种现象了吗？比如佳洁士牙膏 120 g 装的每支 10.80元，200 g 装的每支 15.80 元，二者单位质量的价格比是 1.14:1.试用比例方法构造模型解释这个现象。

(1)分析商品价格%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
C
\]
\end{document}与商品质量%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
w
\]
\end{document} 的关系.价格由生产成本、包装成本和其他成本等决定，这些成本中有的与质量%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
w
\]
\end{document}成正比，有的与表面积成正比，还有与%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
w
\]
\end{document}无关的因素.

(2) 给出单位质量价格%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
c
\]
\end{document}与%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
w
\]
\end{document}的关系，画出它的简图，说明%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
w
\]
\end{document}越大%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
c
\]
\end{document}越小，但是随着%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
w
\]
\end{document}的增加%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
c
\]
\end{document}减小的程度变小.解释实际意义是什么.

## 二、模型建立

(1) 商品价格可以用以下方程表示：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ P = k_1 \cdot Q + k_2 \] \end{document} |  | (6) |

这里，%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
P
\]
\end{document}是商品价格，%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
Q
\]
\end{document}是商品质量，%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
k_1
\]
\end{document} 和%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
 k_2
\]
\end{document} 是常数，分别代表与质量成正比和与质量无关的成本。这个模型能很好地描述商品价格与质量之间的关系。

(2) 单位质量价格与商品质量之间的关系可以用比例方法表达：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[ c = \frac{P}{Q}  \] \end{document} |  | (7) |

根据问题描述，随着商品质量的增加，单位质量价格应该逐渐减小。我们假设单位质量价格与质量之间的关系可以用比例系数 %FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
k 
\]
\end{document} 表示：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %FontSize=12 %TeXFontSize=12 \documentclass{article} \pagestyle{empty} \begin{document} \[  c = k \cdot \frac{1}{Q}  \] \end{document} |  | (8) |

在这个模型中，%FontSize=12
%TeXFontSize=12
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
 k
\]
\end{document}是一个常数。这个模型阐述了单位质量价格随着质量增加而逐渐减小，但随着质量增加，减小速率逐渐减缓的趋势。

## 三、模型求解过程和结果

% 定义常数

k1 = 0.5; % 与质量成正比的系数

k2 = 10; % 与质量无关的成本

k = 2; % 比例系数

% 定义质量范围

Q\_min = 1;

Q\_max = 10;

% 初始化存储价格和单位价格的数组

prices = zeros(1, Q\_max);

unit\_prices = zeros(1, Q\_max);

% 计算价格和单位价格

for Q = Q\_min:Q\_max

P = k1 \* Q + k2; % 计算价格

prices(Q) = P; % 存储价格

c = k \* (1 / Q); % 计算单位价格

unit\_prices(Q) = c; % 存储单位价格

end

% 绘制价格和单位价格随质量变化的图像

figure;

subplot(2, 1, 1);

plot(Q\_min:Q\_max, prices,LineWidth=2);

xlabel('质量 (Q)');

ylabel('价格 (P)');

title('价格随质量变化');

grid on

subplot(2, 1, 2);

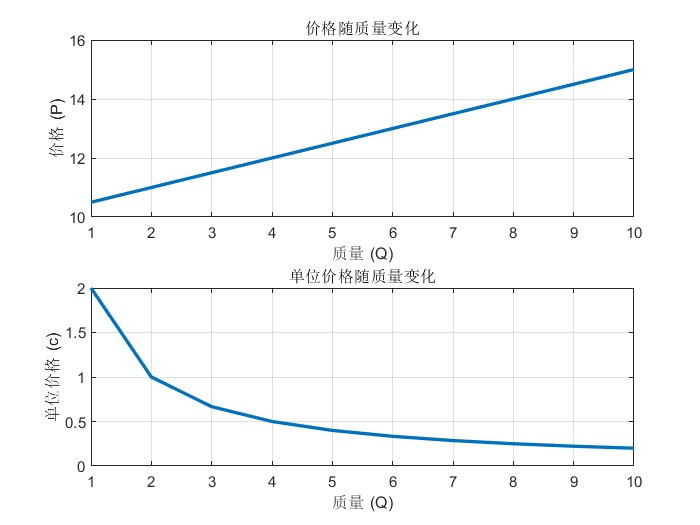
plot(Q\_min:Q\_max, unit\_prices,LineWidth=2);

xlabel('质量 (Q)');

ylabel('单位价格 (c)');

title('单位价格随质量变化');

grid on



可以看到，在matlab的模拟结果下，曲线展示了两个小问价格随质量变化趋势。

## 四、模型分析与讨论

上面两个模型表达了商品价格随着质量增加而上涨，但单位价格却随着质量增加而下降的趋势。这种趋势可以解释为随着生产规模扩大，固定成本在每个单位产品中所占比例减少，导致单位价格下降。然而，这个简单模型需要进一步改进以考虑更多影响价格和单位价格的因素，例如市场竞争、需求变化等，以提高模型的准确性和实用性。

|  |  |
| --- | --- |
| **学生实习 心得** | 通过参与商人过河模型和质量价格关系模型的学习和实践，我深刻体会到了建模与分析的重要性。商人过河模型锻炼了我的逻辑思维和问题解决能力，要在有限的条件下安全地将所有物品运送到目的地需要细心的规划和合理的安排。而质量价格关系模型则让我更加了解了价格与质量之间的关系，以及如何通过数学模型来描述和分析实际生活中的现象。这些实践使我不仅学到了理论知识，还培养了实际问题解决的能力和团队协作意识，为我未来的学习和工作奠定了良好的基础。  学生（签名）： 。。。。  2024年 4月2日 |
| **诚信承诺** | 本人郑重声明所呈交的实习报告是本人在指导教师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注的地方外，报告中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同学对本文研究所做的贡献均已在报告中作了明确的说明并表示谢意。  学生（签名）： |

**实验报告评价标准**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **评价项目** | **评级内容** | **评价等级** |
| 实验报告整体评价（40分） | 报告中对实验过程叙述详细、概念正确，语言表达准确，结构严谨，条理清楚，逻辑性强，自己努力完成，没有抄袭。（35-40） |  |
| 报告中对实验过程叙述较详细、概念正确，语言表达准确，结构严谨，条理清楚，逻辑性强，自己努力完成，没有抄袭。（30-35） |
| 报告中对实验过程叙述较详细，自己努力完成，没有抄袭。（25-30） |
| 报告中对实验过程叙述简单，没有抄袭。（25以下） |
| 实验内容评价（40分） | 实验过程详细透彻、规范、全面；能结合实验内容描述正确、深刻。（35-40） |  |
| 实验过程较详细透彻、规范、全面；能结合实验内容描述正确。（30-35） |
| 对实验过程中每个问题有较详细的过程体现，但不全面。（25-30） |
| 对实验过程中每个题目有简单分析和描述。（25以下） |
| 实验心得体会（20分） | 实验心得体会深刻、有创意，有自己的个人见解和想法。（15-20） |  |
| 实验心得体会较为深刻，有自己的个人见解和想法。（10-15） |
| 实验心得体会有个人见解和想法。（5-10） |
| 实验心得体会不够深刻，缺乏创意。（5分以下） |
| **最终得分：** | | |
| **指导教师：** | | |
| **年 月 日** | | |