

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(НИЯУ МИФИ)

Институт Интеллектуальных Кибернетических Систем

Кафедра Кибернетики

Лабораторная работа №1:

По курсу «Численные методы»

Вариант 16

Работу выполнил: студент группы Б17-511: Чудновец И.В.

Проверил: Саманчук В.Н.

Москва 2019

## Постановка задачи

Найти простой корень многочлена методом Дихотомии:

$$0,93x^5 - 0,71x^4 - 0,53x^3 + 2,1x^2 - 10,5 = 0$$

$$[a, b] = [-5, 5]$$

$$\varepsilon = 10^{-5}$$

## Методика решения

Для решения задачи была написана программа на языке Python, в которой реализован алгоритм нахождения корня многочлена методом Дихотомии.

## Теоретическая справка

Нахождение простого корня многочлена методом Дихотомии

Пусть для уравнения  $f(x) = 0$  найден первичный отрезок  $[x_0, x_1]$  изоляции корня. Вычислим середину отрезка:  $x_2 = \frac{x_0 + x_1}{2}$ . Если случайно окажется, что  $f(x_2) = 0$ , то  $x_2$  является корнем уравнения  $f(x) = 0$ . Если же  $f(x_2) \neq 0$ , то из двух половин  $[x_0, x_2]$ ,  $[x_2, x_1]$  первичного отрезка выберем для дальнейшего деления пополам ту, на концах которой функция  $f(x)$  принимает значения противоположных знаков. Выбранный отрезок снова разделим пополам и найдём половину с противоположными знаками  $f(x)$  на концах, и т.д.

Критерий достижения требуемой точности (критерий обрыва счёта): если корень надо вычислить с точностью  $\varepsilon$ , то деление пополам следует продолжать до тех пор, пока разность значений на концах не станет меньше  $2\varepsilon$ ; тогда середина этого отрезка даст значение корня с точностью  $\varepsilon$ .

## Решение задачи

dichotomy.py

```
from sympy import *
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

class DichotomysMethod:
    @staticmethod
    def dichotomy(a, b, F, var_, E=1e-3, i=0):
        if a >= b:
            print('ERROR: a >= b.')
            return
```

```

        i += 1
        f_a = F.subs(var_, a)
        f_b = F.subs(var_, b)
        c = (a + b) / 2
        if f_a * f_b >= 0:
            print("ERROR: Can't solve by dichotomy.")
            return
        if abs(f_a - f_b) <= 2 * E:
            return c
        print(f'x{i} = {c}')
        f_c = F.subs(var_, c)
        if f_c * f_b < 0:
            return __class__.dichotomy(c, b, F, var_, E, i)
        return __class__.dichotomy(a, c, F, var_, E, i)

    @staticmethod
    def plot(a, b, F, var):
        a_b = np.linspace(a, b, 100)
        f = lambdify(var, F, 'numpy')(a_b)
        title = '$' + 'y = ' + latex(F, mode='inline')[1:]
        plt.plot(a_b, f, label=title)
        plt.legend(bbox_to_anchor=(1, 1), loc=1, borderaxespad=0)

    @staticmethod
    def residual(F, var_, solution):
        return F.subs(var_, solution)

```

test\_Dichotomy.ipynb

```

from sympy import *
init_printing()
%%matplotlib inline
---
# Вариант 16
from dichotomy import DichotomysMethod
a = -5
b = 5
var('x y')
y = 0.93 * x ** 5 - 0.71 * x ** 4 - 0.53 * x ** 3 + 2.1 * x ** 2 - 10.5
DichotomysMethod.plot(a, b, y, x)
solution = DichotomysMethod.dichotomy(a, b, y, x, E=1e-5)
print("\nНевязка решения:")
display(DichotomysMethod.residual(y, x, solution))

```

Условные обозначения:

--- - означает, что код в Jupyter Notebook разделён в разные ячейки

### Результат работы

```

x1 = 0.0
x2 = 2.5
x3 = 1.25
x4 = 1.875
x5 = 1.5625
x6 = 1.71875
x7 = 1.640625
x8 = 1.6796875
x9 = 1.69921875
x10 = 1.689453125

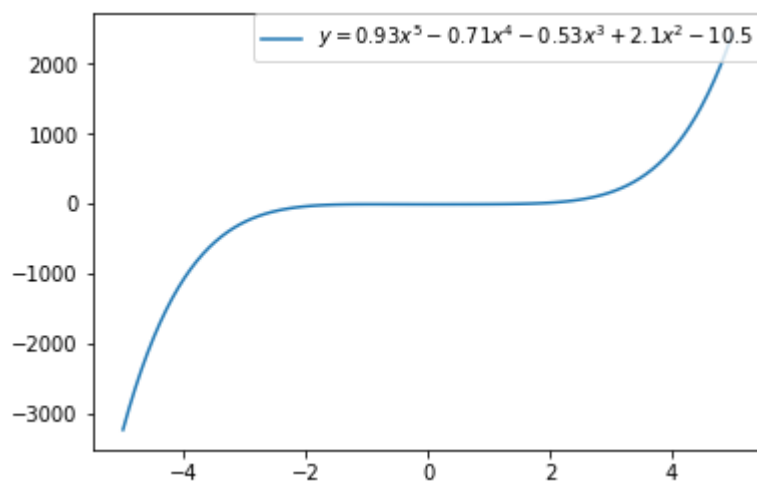
```

```

x11 = 1.6943359375
x12 = 1.69189453125
x13 = 1.690673828125
x14 = 1.6912841796875
x15 = 1.69097900390625
x16 = 1.691131591796875
x17 = 1.6912078857421875
x18 = 1.6911697387695312
x19 = 1.6911506652832031
x20 = 1.6911602020263672
x21 = 1.6911649703979492
x22 = 1.6911673545837402
x23 = 1.6911661624908447
x24 = 1.691165566444397

```

Невязка решения:  $2.57506140055597 \cdot 10^{-6}$



### Закключение

В работе требовалось найти простой корень многочлена методом Дихотомии. Для решения данной задачи была написана программа. Вычисления происходили при  $[a, b] = [-5, 5]$ . Ответ:  $x = 1.691165566444397$