МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)
Институт интеллектуальных кибернетических систем
Кафедра Кибернетики

Лабораторная работа №2
«Оценивание параметров линейного стационарного объекта методом наименьших квадратов – рекуррентная форма»

Выполнил студент группы Б15-501: Огнянович Павел

Проверила: Воробьева Д.В.

Москва, 2018

Цель работы

Исследование свойств рекуррентной формы метода наименьших квадратов применительно к оценкам параметров линейного регрессионного объекта, исследование точности и скорости сходимости оценок к истинным значениям параметров в зависимости от задания начального приближения ковариационной матрицы ошибки и оценки начального приближения оценок параметров объекта.

Задание

В данной работе моделируется объект: $y = 3{,}5 - 0{,}3u_1 + 6u_3 - 2{,}2u_4$ +η

Описание метода

Регрессионный объект и соответствующая ему модель имеют вид:

$$\bar{y} = U\,\bar{b} + \bar{\eta}$$

$$\tilde{y} = U\tilde{b}$$

Рекуррентный алгоритм имеет следующий вид:

$$\bar{\hat{c}}(i+1) = \bar{\hat{c}}(i) + K(i+1)\left(\bar{y}'(i+1) - U'(i+1)\bar{\hat{c}}(i)\right)$$

Учитывая, что в лабораторной работе проводится идентификация параметров линейного регрессионного объекта, то рекуррентные соотношения принимают следующий вид:

$$\hat{b}_{LS}(i+1) = \hat{b}_{LS}(i) + K(i+1)\left(y(i) - \bar{u}^T\hat{b}_{LS}(i)\right)$$

$$K(i+1) = P(i)\bar{u}(i)\frac{1}{\left(\frac{1}{r(i)} + \bar{u}^T(i)P(i)\bar{u}(i)\right)}$$

$$P(i+1) = P(i) - \frac{1}{\left(\frac{1}{r(i)} + \bar{u}^T(i)P(i)\bar{u}(i)\right)}P(i)\bar{u}(i)\bar{u}^T(i)P(i)$$

Для инициализации рекуррентного процесса требуется задать начальные приближения $\hat{b}_{LS}(0)$ и P(0). Можно задать начальные приближения без предварительных оценок, но тогда нужно следовать правилу: чем хуже приближения, тем больше должна быть матрица P(0).

Результаты работы

Эксп №	Исходные данные для тестового моделирования		Ошибки оценки параметров при $t = t_{\text{кон}}$					
			$\lvert\hat{b}_0 - b_0\rvert$	$\lvert\hat{b}_1 - b_1\rvert$	$\lvert\hat{b}_2 - b_2\rvert$	$\lvert\hat{b}_3 - b_3\rvert$	$\lvert\hat{b}_4 - b_4\rvert$	$\frac{1}{5}\sum(\hat{b}_j - b_j)^2$
1.1	$\hat{b}_0(0) = 2.5$	λ=0.1	0,146	0	0,002	0,001	0,001	0,004264
1.2	$\hat{b}_1(0) = -1$	λ=1	0,066	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000872
1.3	$\hat{b}_2(0) = 1$	λ=10	0,06	0	0,001	0	0,001	0,00072
1.4	$\hat{b}_3(0) = 5$ $\hat{b}_4(0) = -1$	λ=100	0,249	0,004	0,002	0,009	0,002	0,012421
2.1	$\hat{b}_0(0) = 1$	λ=0.1	0,29	0	0,002	0,001	0	0,016821
2.2	$\hat{b}_1(0) = 1$	λ=1	0,08	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001281
2.3	$\hat{b}_2(0) = 1$	λ=10	0,194	0,005	0,001	0,003	0	0,007534
2.4	$\hat{b}_3(0) = 1$ $\hat{b}_4(0) = 1$	λ=100	1,405	0,017	0,007	0,041	0,01	0,395229
3.1	$\hat{b}_0(0) = 10$	λ=0.1	0,564	0,002	0	0	0,002	0,063621
3.2	$\hat{b}_1(0) = 10$	λ=1	0,297	0	0,001	0	0,001	0,0169
3.3	$\hat{b}_2(0) = 10$	λ=10	0,261	0,002	0	0,007	0,001	0,013635
3.4	$\hat{b}_3(0) = 10$ $\hat{b}_4(0) = 10$	λ=100	0,013	0,091	0,03	0,039	0,019	0,002246

Таблица 1: “Результаты работы”

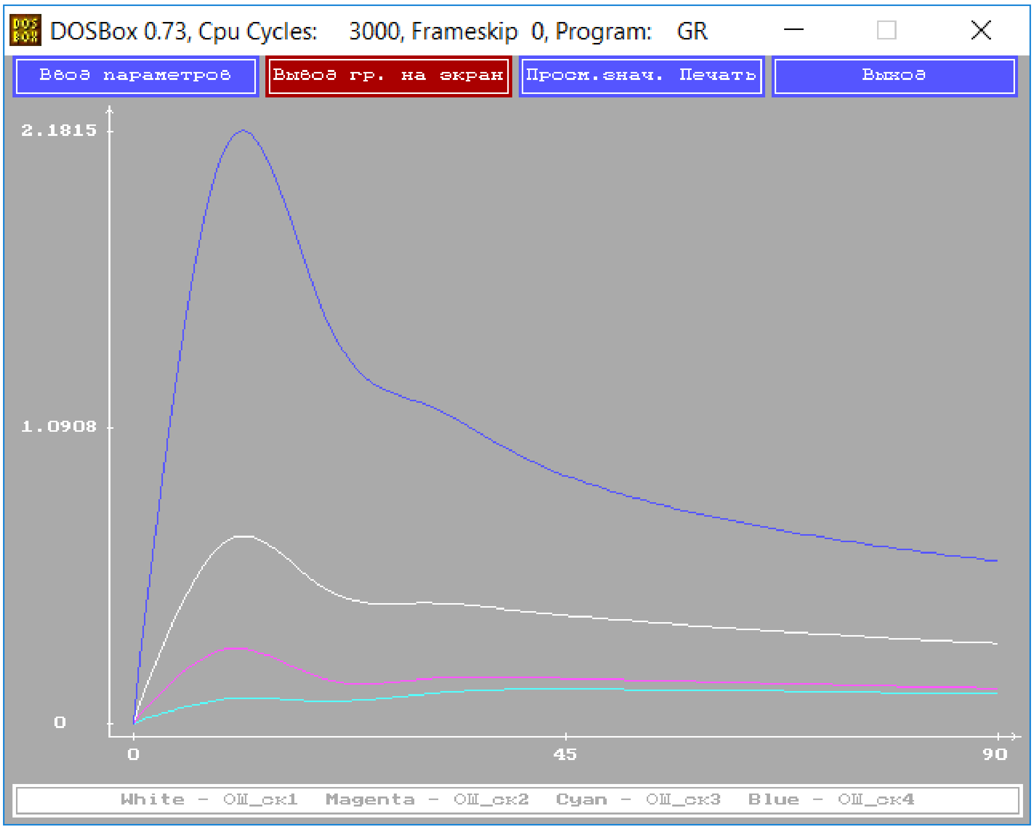

График 1: “начальные приближения 1”

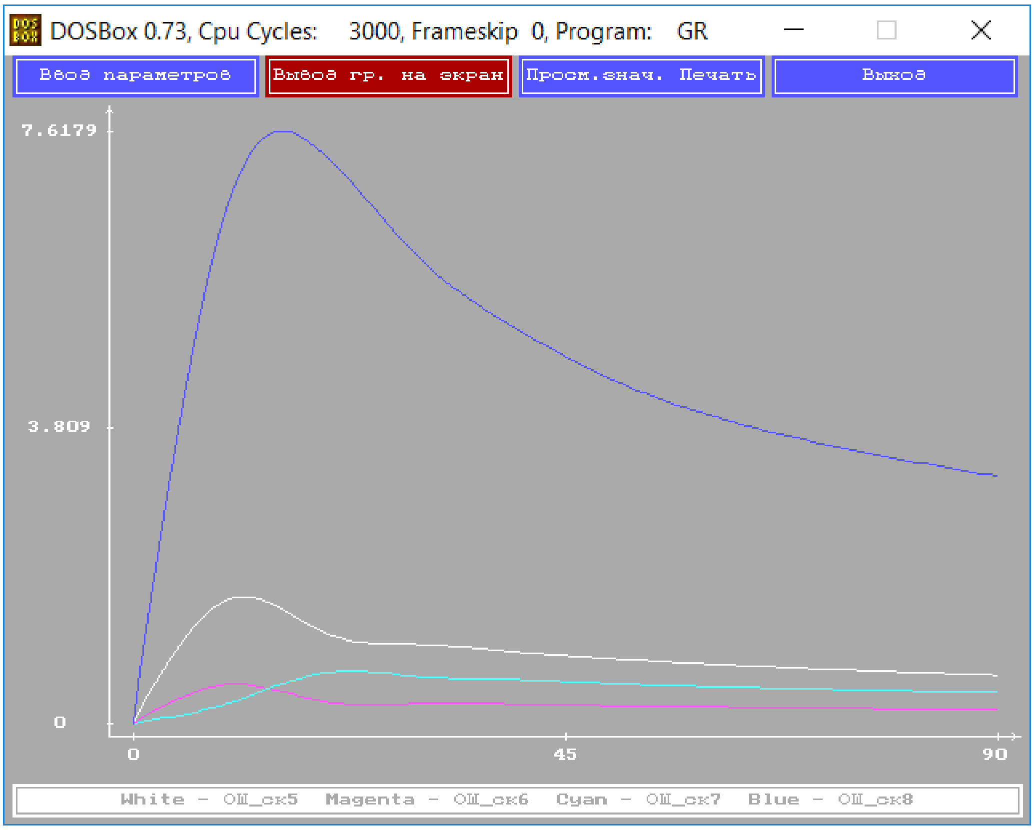

График 2: “начальные приближения 2”

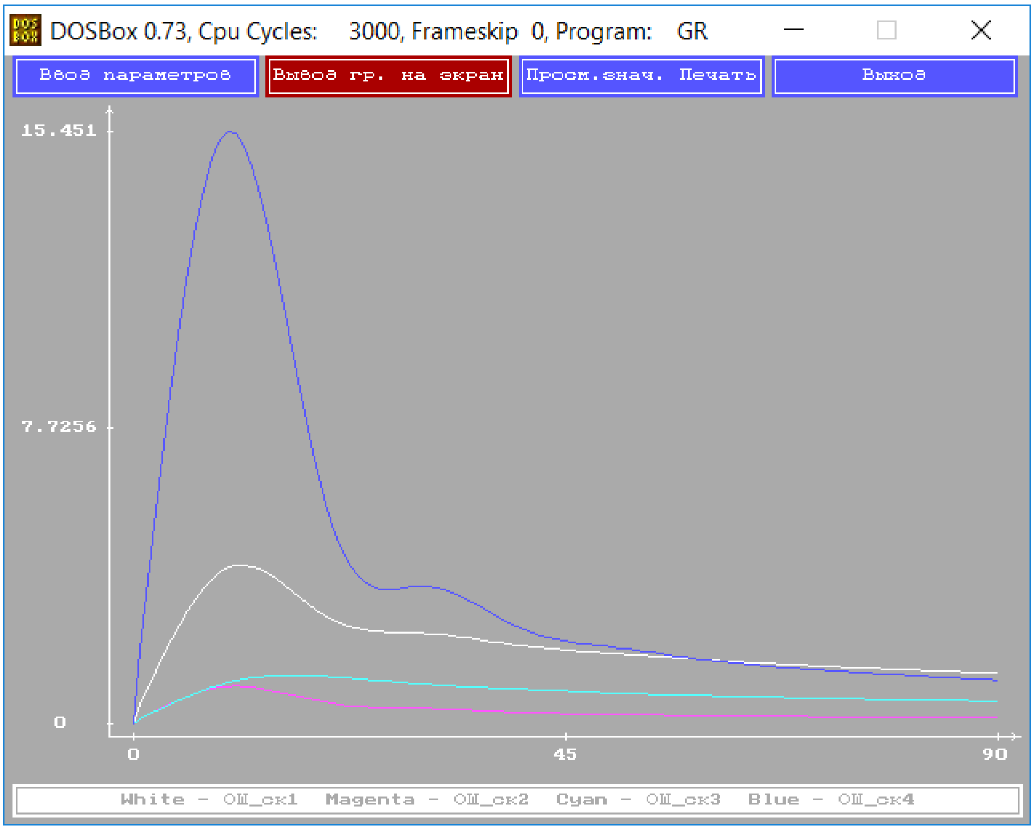

График 3: “начальные приближения 3”

Заключение

В данной работе была изучена рекуррентная форма метода наименьших квадратов применительно к оценкам параметров линейного регрессионного объекта, исследованы точность и скорости сходимости оценок к истинным значениям параметров в зависимости от начальных приближений ковариационной матрицы ошибки оценки и начального приближения оценок параметров объекта.

На основе моделирования и расчетов были сделаны следующие выводы:

1. При плохих относительно хороших начальных приближениях и больших значениях P(0) скорость сходимости плохая.
2. При хороших начальных приближениях скорость сходимости лучше при меньших значениях P(0).
3. При одинаковых значениях P(0), скорость сходимости лучше с более точными начальными приближениями.