

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

Институт интеллектуальных кибернетических систем
Кафедра Кибернетики

Лабораторная работа №3
«Оценивание параметров нелинейного стационарного объекта
методом наименьших квадратов»

Выполнил студент группы Б15-501: Огнянович Павел

Проверила: Воробьева Д.В.

Москва, 2018

Цель работы

Оценка параметров A, B, C, D, E нелинейного объекта с помощью применения МНК к линеаризованному объекту.

Описание метода

Уравнение исследуемого в лабораторной работе объекта имеет вид:

$$y = f(t, A, B, C, D, E) = A * \exp(Dt) * \cos(Bt + C) + E + \eta$$

Уравнение модели объекта:

$$\tilde{y} = \tilde{A} * \exp(\tilde{D}t) * \cos(\tilde{B}t + \tilde{C}) + \tilde{E}$$

Очевидно, что рассматриваемый объект нелинейный по параметрам A, B, C, D, E. Данные параметры подлежат оцениванию, t — единственная предикторная переменная, а η — случайная ошибка, удовлетворяющая обычным предположениям: $E(\eta) = 0, D(\eta) = \sigma^2$.

Найти оценки параметров A, B, C, D, E предлагается с помощью применения МНК к линеаризованному объекту. Линеаризацию производят при помощи частных производных от уравнения модели объекта по каждому из параметров.

Задание

Частные производные:

$$\frac{dF}{dA} = e^{Dt} * \cos(Bt + C)$$

$$\frac{dF}{dB} = -A * t * e^{Dt} * \sin(Bt + C)$$

$$\frac{dF}{dC} = -A * e^{Dt} * \sin(Bt + C)$$

$$\frac{dF}{dD} = A * t * e^{Dt} * \cos(Bt + C)$$

$$\frac{dF}{dE} = 1$$

Начальные приближения:

$$A = 2.2$$

$$B = 6 * 3.1415 / 43 \quad (0.4381395348837209)$$

$$C = 3.14 / 2 \quad (1.57)$$

$$D = -0.02$$

$$E = -0.2$$

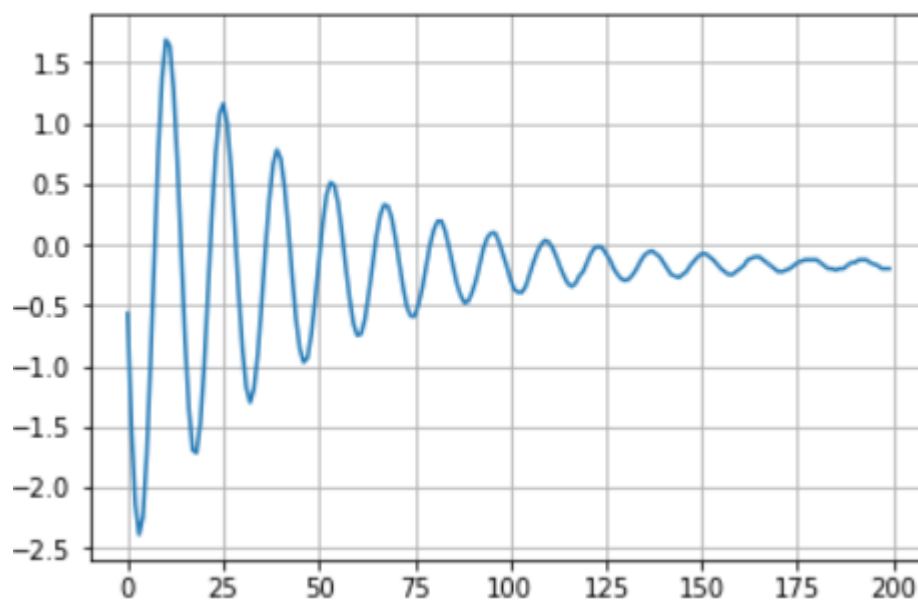


Рис. 1. График зависимости выхода объекта от времени.

Результаты работы

A = 2.42782652
B = 0.44100006
C = 1.6383663
D = -0.02388079
E = -0.16615771

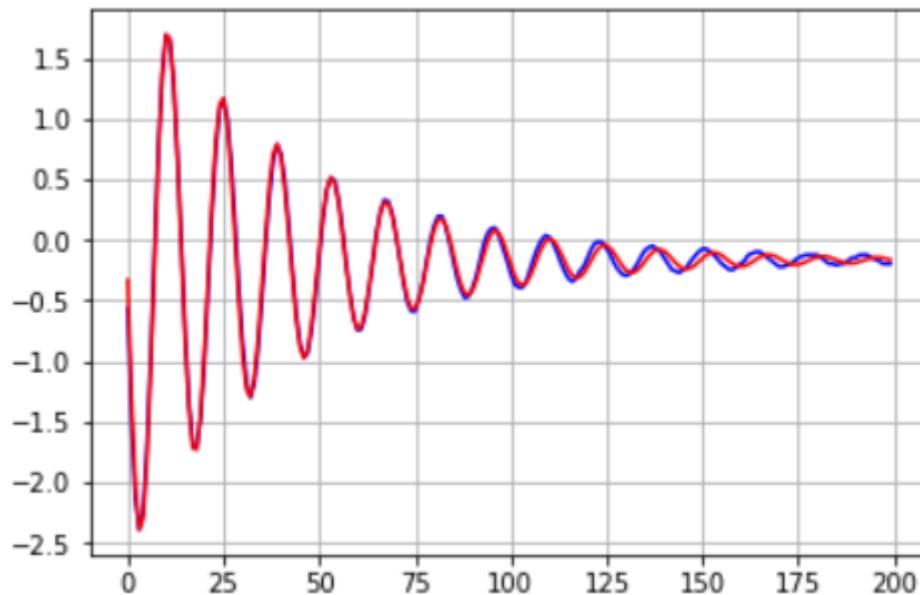


Рис. 2. Сравнительный график зависимости выхода объекта и модели от времени.

Синий – выход объекта

Красный – выход полученной модели

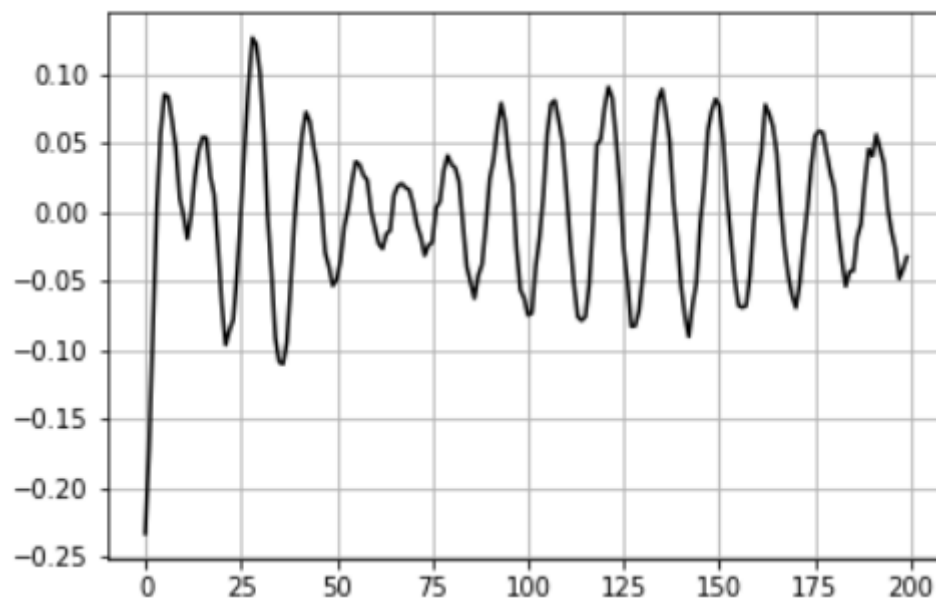


Рис. 3. График остатков.

Заключение

В данной работе были получены оценки параметров A, B, C, D, E нелинейного объекта с помощью применения метода наименьших квадратов к линеаризованному объекту. В ходе выполнения лабораторной работы была произведена линеаризация модели нелинейного объекта, после чего с помощью метода наименьших квадратов были получены оценки параметров модели. При работе были использованы достаточно близкие начальные приближения:

	Начальное приближение	Полученная оценка
A	2.2	2.42782652
B	0.4381395348837209	0.44100006
C	1.57	1.6383663
D	-0.02	-0.02388079
E	-0.2	-0.16615771

При данных начальных приближениях метод сошелся за 4 итерации.

На основании полученных результатов были сделаны следующие выводы:

- Метод очень чувствителен к начальным приближениям.
- Модель с рассчитанными оценками параметров является адекватной и точно отражает характеристики моделируемого объекта.