

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

Институт интеллектуальных кибернетических систем
Кафедра Кибернетики

Лабораторная работа №1
«Оценивание параметров линейного стационарного объекта
методом наименьших квадратов»

Выполнил студент группы Б15-501: Огнянович Павел

Проверила: Воробьева Д.В.

Москва, 2018

Цель работы

Исследование свойств метода наименьших квадратов для оценки параметров линейного регрессионного объекта, исследование точности оценки в зависимости от дисперсии входных данных и дисперсии шума

Задание

В данной работе моделируется объект: $y = 3,5 - 0,3u_1 + 6u_3 - 2,2u_4$

Описание метода

Регрессионный объект и соответствующая ему модель имеют вид:

$$\bar{y} = U \bar{b} + \bar{\eta}$$

$$\tilde{y} = U \tilde{b}$$

Критерий качества, соответствующий методу наименьших квадратов, и, записанный в векторной форме, имеет вид:

$$J(\tilde{b}) = (\bar{y} - \tilde{y}(\tilde{b}))^T R (\bar{y} - \tilde{y}(\tilde{b}))$$

Для нахождения оценки коэффициентов подставим уравнение модели и найдем минимум критерия качества. Для этого необходимо решить уравнение:

$$\frac{\partial J}{\partial \tilde{b}} = 0$$

Решая данное уравнение, получим:

$$\widehat{b}_0 = (U^T R U)^{-1} U^T R \bar{y}$$

Если в модели присутствует свободный член, или при большом количестве измерений используется центрированная форма. При этом свободный член может быть определен по формуле:

$$\widehat{b}_0 = y^{cp} - U_1^{cp} \widehat{b}_1 - \dots - U_m^{cp} \widehat{b}_m$$

При этом оценка свободного члена получается наименее точной, так как содержит в себе ошибки оценки других параметров и среднее значение шума

Результаты выполнения работы

Исходные данные тестового моделирования		Ошибки оценки параметров						Критерий фишера
		$ \widehat{b}_0 - b_0 $	$ \widehat{b}_1 - b_1 $	$ \widehat{b}_2 - b_2 $	$ \widehat{b}_3 - b_3 $	$ \widehat{b}_4 - b_4 $	$\frac{1}{5} \sum (\widehat{b}_j - b_j)^2$	
$\mu_\eta=0$ $\sigma^2_\eta=0.5$	$\sigma^2_u=0.5$	0,1594	0,10335	0,1998	0,0266	0,0165	0,015399	1,020165
	$\sigma^2_u=20$	9,0865	0,0006	0,0020	0,0009	0,0017	16,51311	1,000019
	$\sigma^2_u=50$	29,9636	0,0009	0,00022	0,00102	0,0003	319,1275	1,000002
$\mu_\eta=0$ $\sigma^2_\eta=10$	$\sigma^2_u=0.5$	1,3429	0,2242	2,2275	0,5547	0,9783	1,616024	7,104147
	$\sigma^2_u=20$	19,7467	0,0695	0,0159	0,0356	0,0770	77,98917	1,005224
	$\sigma^2_u=50$	11,7708	0,0107	0,0230	0,0142	0,0295	27,7106	1,000724
$\mu_\eta=0$ $\sigma^2_\eta=20$	$\sigma^2_u=0.5$	0,4088	0,6853	2,9614	0,6691	5,2544	7,492592	32,92767
	$\sigma^2_u=20$	3,8636	0,2322	0,0085	0,0692	0,0850	2,998736	1,019091
	$\sigma^2_u=50$	6,3970	0,0908	0,0233	0,0162	0,0451	8,186527	1,00326
$\mu_\eta=3$ $\sigma^2_\eta=0.5$	$\sigma^2_u=50$	44,9876	0,0004	0,0001	0,0012	0,0012	404,7769	1,00326

Заключение

Из полученных результатов видно, что оценки параметров достаточно точны в случаях, когда дисперсия шума меньше дисперсии входных параметров. При одинаковой дисперсии входных параметров, оценки точнее при меньших значениях дисперсии шума.

Математическое ожидание шума уменьшило точность оценки свободного члена, но при этом точность оценки остальных параметров осталась высокой.

Модель становится неадекватной тестовому объекту в случаях, когда дисперсия шума больше дисперсии входных параметров.