Св-ва оценок:

Время $\boxed{\text{СМОИ}}$ 10:15

Чудновец И.В.
Б17-511

Билет 13.

№1.

- Класс α-загрязнённого расп-ий:

$$\Phi_3 = \left\{ f(y) : f(y) = (1-\alpha) f_N(y) + \alpha g(y) \right\}, \text{ где}$$

$f_N(y) = N(0, \sigma_N^2)$; $g(y)$ - произвольная ф-ия расп-я

$0 \le \alpha \le 1$ - степень "засорения" нормального расп-я

- Метод Хьюбера получения оптимальной ф-ии потерь

$h(y) \in C^2$: $-\ln(h(y))$ - выпукла вниз $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ АМКО $V(F, f)$ - имеет седловую точку $\Rightarrow$

$\Rightarrow \exists\, f^*(y) = (1-\alpha) h(y) + \alpha g^*(y) : F^*(y) = -\ln f^*(y)$:

$$V(F^*, f) \le V(F^*, f^*) \le V(F, f^*)$$

y_0 и y_1 - концы интервала (y_0, y_1):

$$\left| \frac{h'(y)}{h(y)} \right| \le K, \quad y \in (y_0, y_1)$$

$$\Downarrow$$

$$f^*(y) = \begin{cases} (1-\alpha) h(y_0) e^{K(y-y_0)}, & y \le y_0 \\ (1-\alpha) h(y), & y_0 \le y \le y_1 \\ (1-\alpha) h(y_1) e^{-K(y-y_1)}, & y \ge y_1 \end{cases}$$

оптимальная ф расп-я y

$$F^*(\varepsilon) = \begin{cases} -\ln[(1-\alpha) h(y_0)] - K(\varepsilon - y_0), & \varepsilon \le y_0 \\ -\ln[(1-\alpha) h(\varepsilon)], & y_0 < \varepsilon < y_1 \\ -\ln[(1-\alpha) h(y_1)] + K(\varepsilon - y_1), & \varepsilon \ge y_1 \end{cases}$$

оптим-ая ф-я потерь

• **Вид ф-ции потерь Хьюбера для N-го распр-я**

$$h(y) = f_N(y) = \frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-y^2}{2\sigma_y^2}} \quad (*)$$

$F^*(\varepsilon)$ — экв-ая оптимальная ф-я потерь

$$F^*(\varepsilon) = \begin{cases} -\frac{\Delta\cdot\varepsilon}{\sigma_y^2} - \frac{1}{2}\frac{\Delta^2}{\sigma_y^2}, & \varepsilon \le -\Delta \\ \frac{1}{2\sigma_y^2}\varepsilon^2, & |\varepsilon| < \Delta \\ \frac{\Delta\cdot\varepsilon}{\sigma_y^2} - \frac{1}{2}\frac{\Delta^2}{\sigma_y^2}, & \varepsilon \ge \Delta \end{cases}, \text{ где } \Delta = \xi\cdot\sigma_y$$

• **Связь вер-ти появления выброса и ф-ции потерь Хьюбера:**

$$(1-\alpha)^{-1} = \int_{y_0}^{y_1} h(y)dy + \frac{h(y_0)+h(y_1)}{k}$$

подставляя $(*)$ ↑ ⇒

$$\Rightarrow \frac{1}{1-\alpha} = \int_{-\xi}^{\xi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx + \frac{2}{\xi\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{2}}$$

№2.

• **Характеристики (св-ва) оценок:**

$\boxed{\text{Опр}}$ **Оценка** — некое правило, согласно которому выч-ся частные знач-я $\tilde{c}$, соотв-ие выборке наб-ий $\vec{z}$.

$\boxed{\text{Опр}}$ **Оценка** — СВ, хар-мая ф-ю распр-я вер-ти $p(\tilde{\vec{c}}, t)$ v $p(\tilde{\vec{c}}, k)$, где t v k — моменты наб-я

! чаще всего довольствуются $M\{\tilde{\vec{c}}\}$ v ковар-ая матрица оценки св-ва оценок:

1) $\boxed{\text{Опр}}$ линейность: $\vec{\tilde{c}}_L = QY + \vec{\gamma}$ v $\vec{\tilde{c}}_L = A\vec{y}[i] + \vec{\gamma}$, где

Q - неслучайная матрица

$\vec{\gamma}$ - вектор выходов по N изм-ий

2) $\boxed{\text{Опр}}$ несмещённость: $M\{\vec{\tilde{c}}\} = M\{\vec{c}\}$

3) $\boxed{\text{Опр}}$ несмещённая оценка минимальной D-ии $\overset{\text{опр}}{\Leftrightarrow}$ $\vec{\tilde{c}}_{MV}$ - несмещённая &

& $Var\{\vec{\tilde{c}}_{MV} - \vec{c}\} \le Var\{\vec{\tilde{c}} - \vec{c}\}$,

где $\vec{\tilde{c}}$ - $\forall$ другая несмещ. оценка

4) $\boxed{\text{Опр}}$ Оценка сходится к оцен-ой величине $\overset{\text{опр}}{\Leftrightarrow}$ точность ↗ с ↗ объёма выборки

Пусть $\vec{\tilde{c}}(N)$ - оценка пар-ра по выборке объёма N

$\boxed{\text{Опр}}$ состоятельная $\overset{\text{опр}}{\Leftrightarrow}$ $\forall \delta > 0 \Rightarrow \lim\limits_{N\to\infty} p(|\vec{\tilde{c}}(N) - \vec{c}| < \delta) = 1$

$\Updownarrow$

оценка сход-ся по р-ти

5) $\boxed{\text{Опр}}$ состоятельная в среднеквадратичном (сходится в средне-квадр-ом) $\overset{\text{опр}}{\Leftrightarrow}$ $\lim\limits_{N\to\infty} var(\vec{\tilde{c}}(N) - \vec{c}) = 0$

$\Downarrow$

оценка несмещ-ая

6) $\boxed{\text{Опр}}$ $\vec{\tilde{c}}_э(N)$ эффективная $\overset{\text{опр}}{\Leftrightarrow}$ 1) $\vec{\tilde{c}}_э(N)$ - сост-ая в среднеквадр.

2) $M\{(\vec{\tilde{c}}_э(N) - \vec{c})(\vec{\tilde{c}}_э(N) - \vec{c})^T\} \le$

$\le M\{(\vec{\tilde{c}}(N) - \vec{c})(\vec{\tilde{c}}(N) - \vec{c})^T\}$, где

$\vec{\tilde{c}}(N)$ - $\forall$ другая сост-ая оценка