8. Obdelava slik

Slikovna informatika

Vsebina

- Modeliranje in ocenjevanje šuma
- Filtriranje v prostoru slike
  - Osnove filtriranja
  - Glajenje in ostrenje slik
  - Statistično filtriranje
  - Prilagodljivo filtriranje
  - Morfološko filtriranje

Modeliranje šuma

- Šum je naključni pojav:
  - odvisen od postopka zajemanja slik
  - največkrat je posledica termičnih in kvantnih pojavov
- Predpostavimo, da je šum neodvisen od prostorskih koordinat in sivinskih vrednosti
- Šum je naključna spremenljivka Z, določena s funkcijo gostote verjetnosti $p(z)$

Najpogostejše vrste šuma

- Gaussov šum
- Rayleighov šum
- Erlangov šum
- Eksponentni šum
- Uniformni šum
- Impulzni šum
- Poissonov šum

Vrste šuma

Gaussov šum

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Rayleighov šum

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z-a)e^{-\frac{(z-a)^2}{b}} & \text{za } z \geq a \\ 0 & \text{za } z < a \end{cases} \qquad \mu = a + \sqrt{\frac{\pi b}{4}} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{b(4-\pi)}{4}}$$

Erlangov šum

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & \text{za } z \geq 0 \\ 0 & \text{za } z < 0 \end{cases} \qquad \mu = \frac{b}{a} \qquad \sigma = \frac{\sqrt{b}}{a}$$

Vrste šuma

Eksponentni šum

$$p(z)=\begin{cases} ae^{-az} & \text{za } z\geq 0 \\ 0 & \text{za } z<0 \end{cases} \qquad \mu=\frac{1}{a} \qquad \sigma=\frac{1}{a}$$

Uniformni šum

$$p(z)=\begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{za } a\leq z\leq b \\ 0 & \text{drugod} \end{cases} \qquad \mu=\frac{a+b}{2} \qquad \sigma=\frac{b-a}{2\sqrt{3}}$$

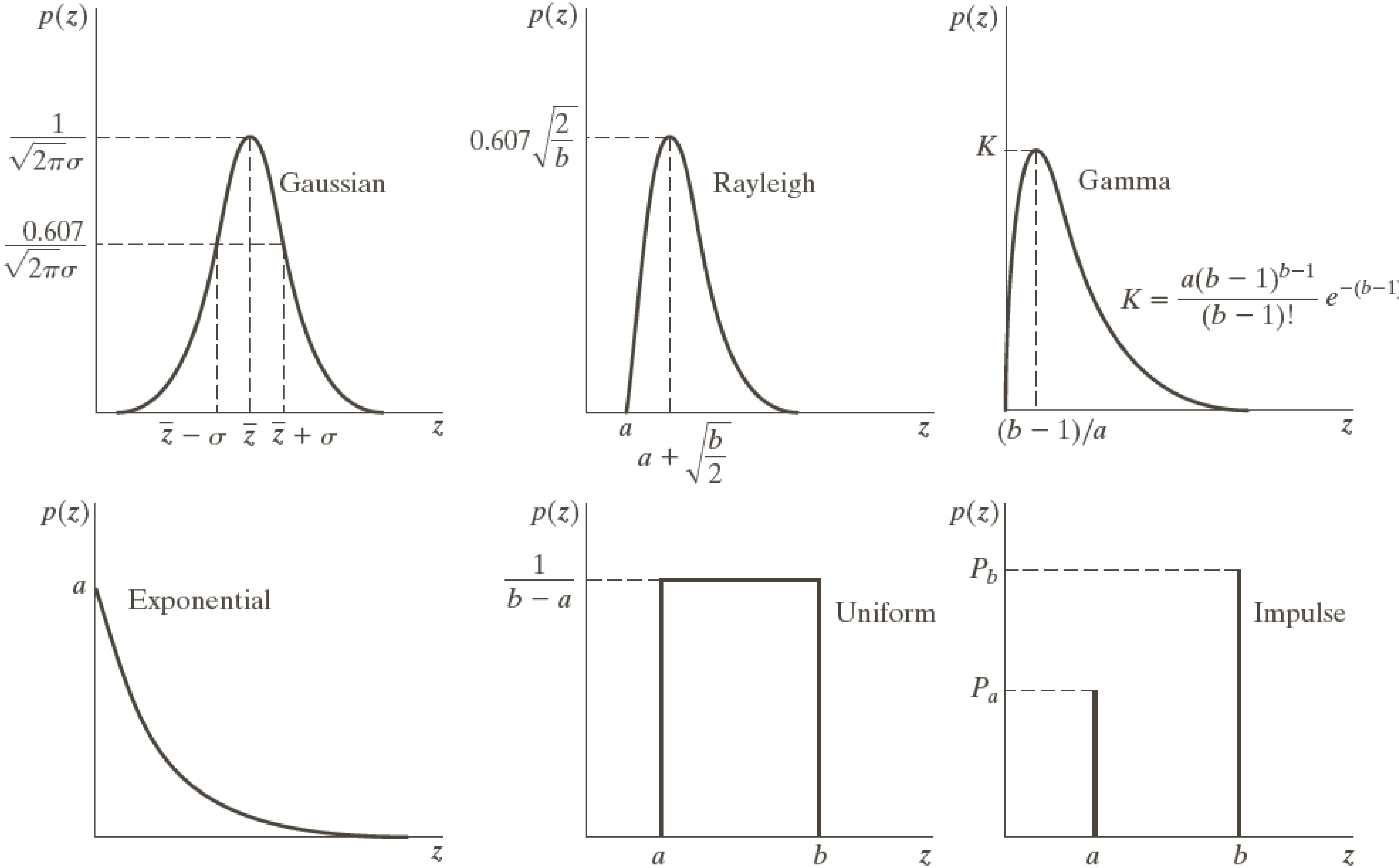
Impulzni šum

$$p(z)=\begin{cases} P_a & \text{za } z=a \\ P_b & \text{za } z=b \\ 0 & drugod \end{cases}$$

Poissonov šum

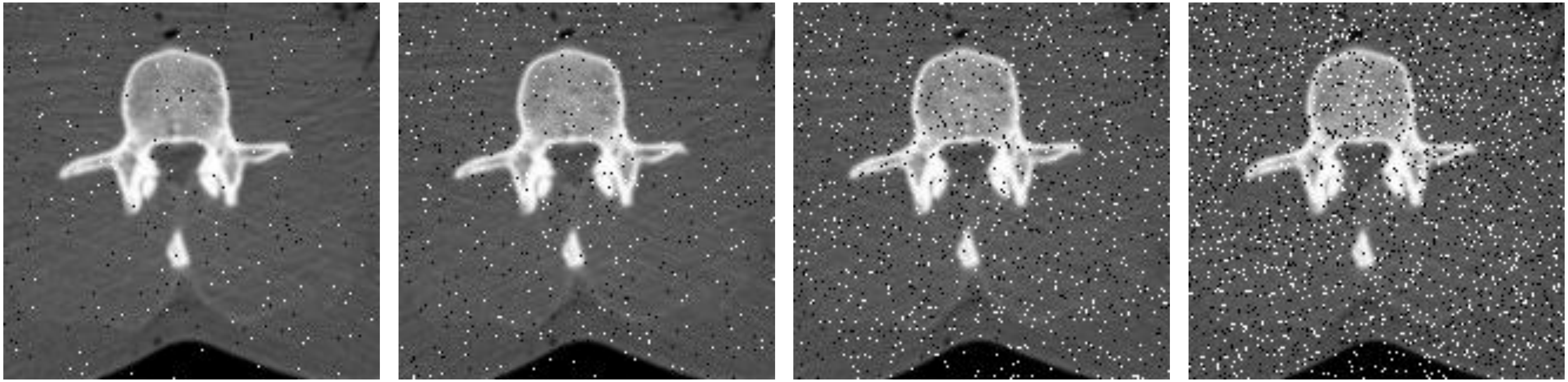
$$p(k)=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t} \qquad \mu=\lambda t \qquad \sigma=\sqrt{\lambda t}$$

Vrste šuma



$p(z)$
$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$
$\frac{0.607}{\sqrt{2\pi}\sigma}$
Gaussian
$\bar{z}-\sigma$ $\bar{z}$ $\bar{z}+\sigma$
z
$p(z)$
$0.607\sqrt{\frac{2}{b}}$
Rayleigh
a
$a+\sqrt{\frac{b}{2}}$
z
$p(z)$
K
Gamma
$K=\frac{a(b-1)^{b-1}}{(b-1)!}e^{-(b-1)}$
$(b-1)/a$
z
$p(z)$
a
Exponential
z
$p(z)$
$\frac{1}{b-a}$
Uniform
a
b
z
$p(z)$
P_b
P_a
Impulse
a
b
z

Impulzni šum



Ocenjevanje šuma

- **Vrsto in parametre šuma** ne poznamo → kako jih lahko ocenimo iz zajete slike?
  - določimo čim večje področje zanimanja s konstantno sivinsko vrednostjo
  - določimo lokalni histogram in ustrezno relativno verjetnostno porazdelitev $p_r(z_i)$
  - vrsto šuma (obliko porazdelitve) lahko določimo tudi vizualno
  - parametre ocenimo s statističnimi cenilkami za srednjo vrednost in standardno deviacijo:

$$\mu \approx \bar{z} = \sum_{i=0}^{L-1} z_i p_r(z_i) \qquad \sigma \approx s = \sqrt{\sum_{i=0}^{L-1} (z_i - \bar{z})^2 p_r(z_i)}$$

Ocenjevanje šuma

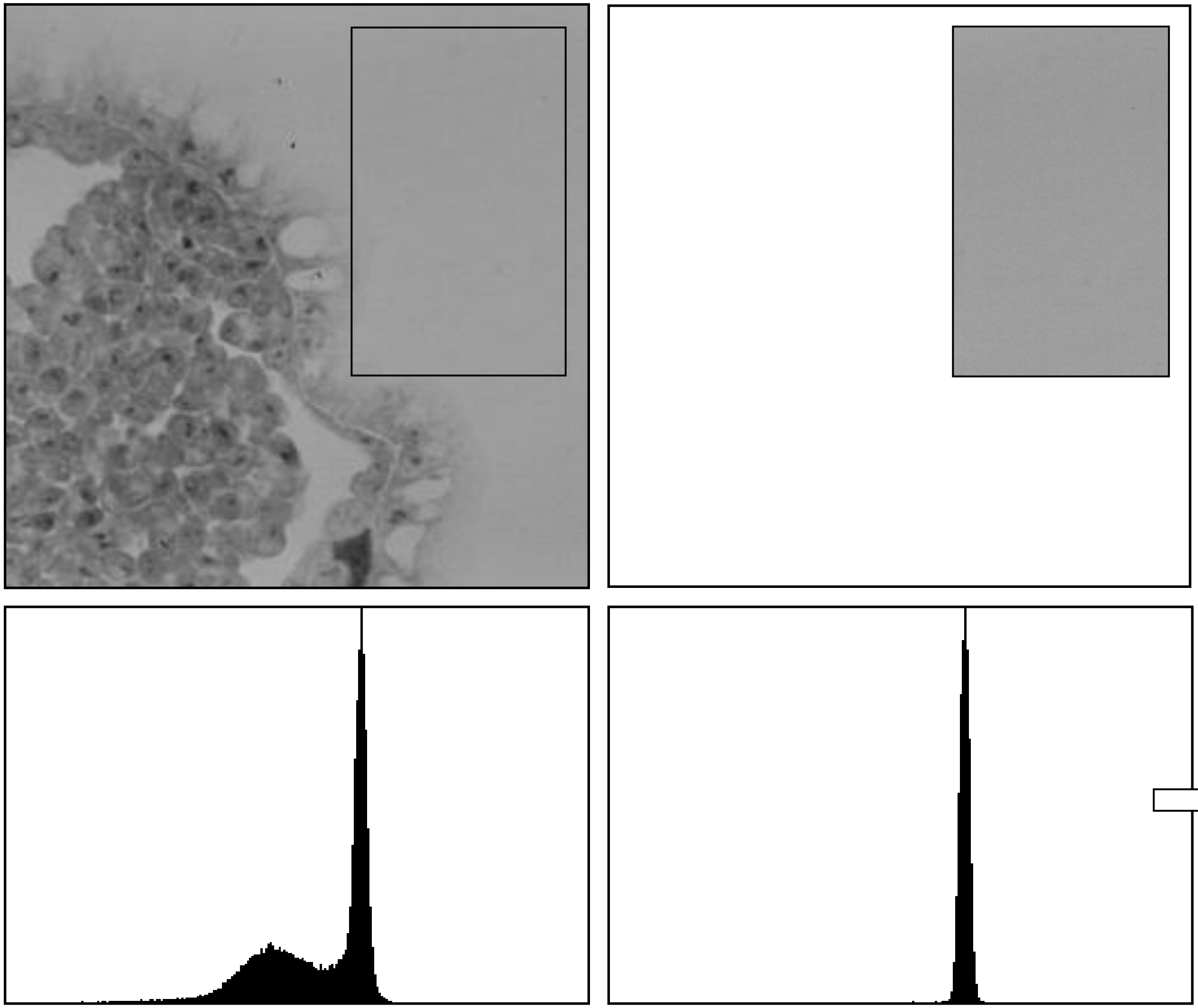
- za Gaussov šum tako dobimo oceni za oba parametra μ in σ
- za ostale vrste šuma dobimo parametra a in b z rešitvijo sistema enačb
- za npr. Rayleighov šum lahko na ta način določimo parametra a in b kot:

$$\mu = a + \sqrt{\frac{\pi b}{4}} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{b(4-\pi)}{4}}$$

$$\Longrightarrow$$

$$a = \mu - \sigma\sqrt{\frac{\pi}{4-\pi}} \qquad b = \frac{4\sigma^2}{4-\pi}$$

Ocenjevanje šuma



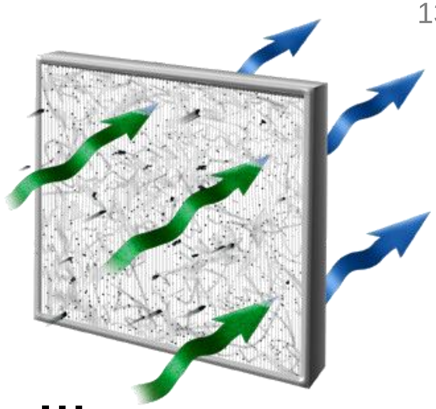
$$\mu \approx \overline{z} = \sum_{i=0}^{L-1} z_i p_r(z_i)$$

$$\sigma \approx s = \sqrt{\sum_{i=0}^{L-1} (z_i - \overline{z})^2 p_r(z_i)}$$

Razprava – šum

- Kakšna je srednja vrednost in standardna deviacija impulznega šuma?
- Kako bi lahko objektivno določili vrsto šuma oz. obliko njegove verjetnostne porazdelitve?

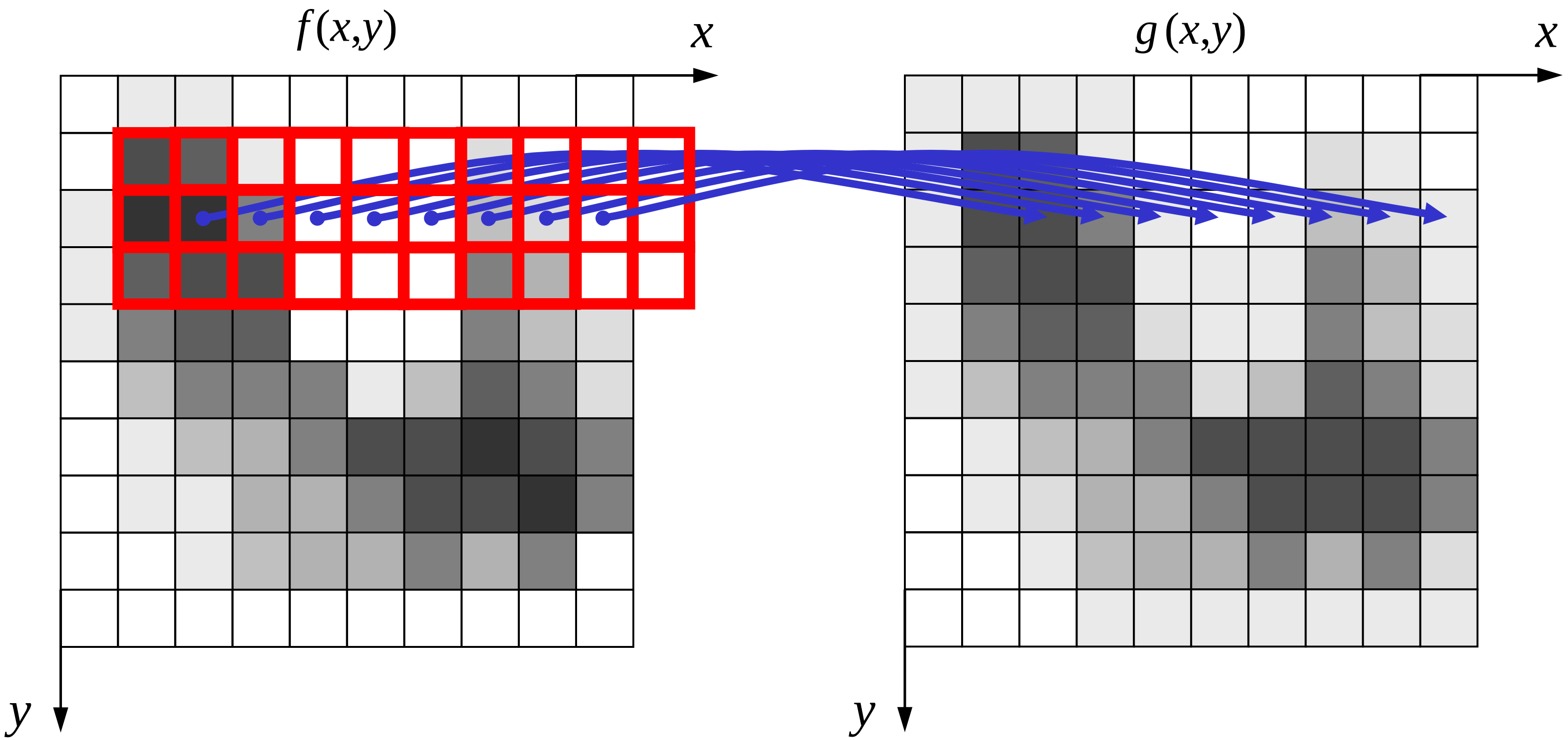
Prostorsko filtriranje



- Filtriranje v prostoru slike je eno od najpomembnejših orodij pri obdelavi slik:
  - uporabno za zmanjševanja šuma, ostrenje, decimacijo,…
- Ime filtriranje izhaja iz klasičnega filtriranja v frekvenčnem prostoru
  - prepuščanje določenih frekvenc
- Podobne operacije lahko izvajamo tudi v prostoru slike:
  - transformacija v frekvenčni prostor ni potrebna
  - bolj enostavno, pregledno in lažje izvedljivo
  - nudi še številne dodatne možnosti, kot je denimo nelinearno ali statistično filtriranje v prostoru slike

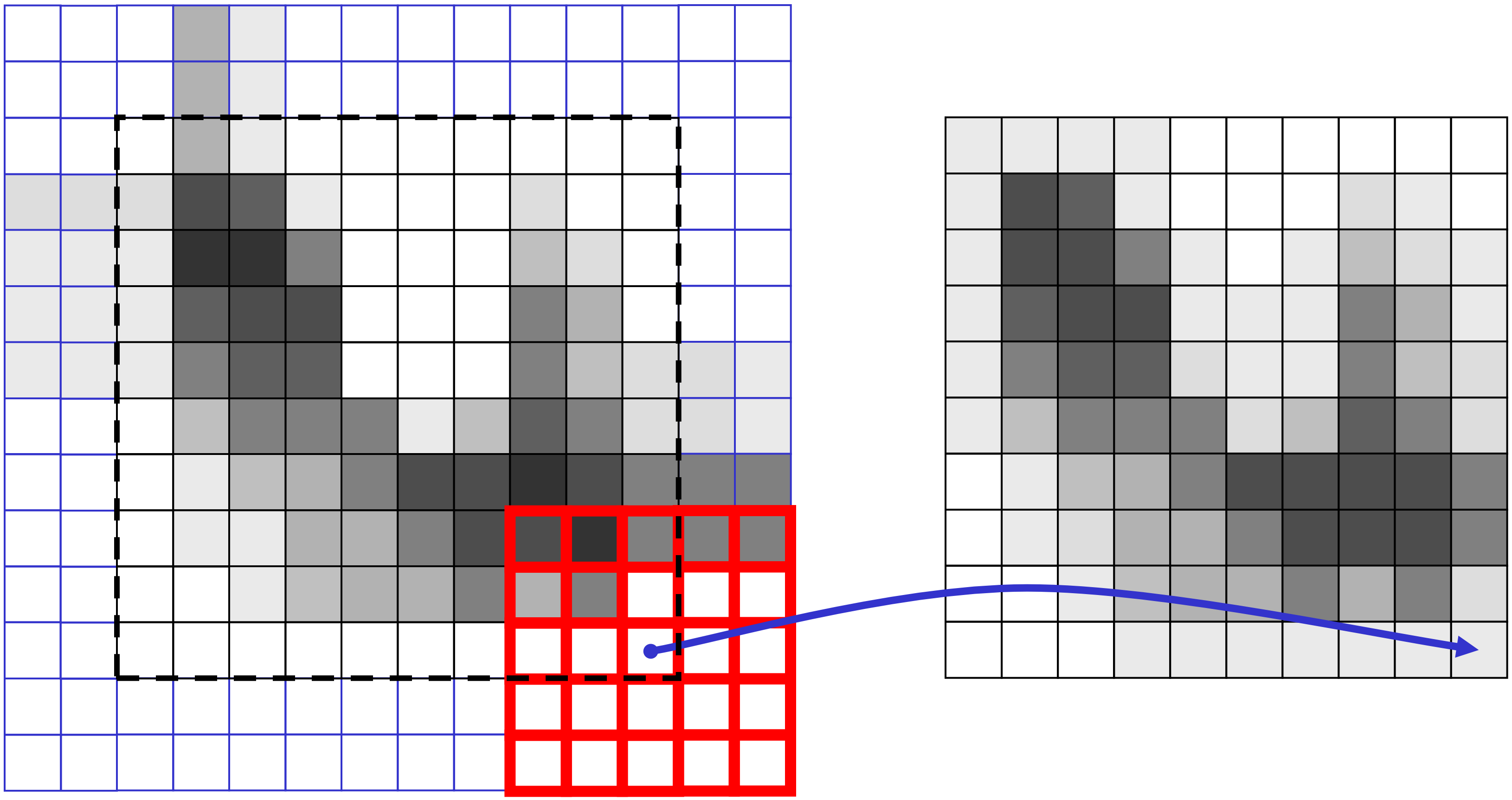
Osnove filtriranja

Splošni lokalni operator $g(x,y) = T(f(x,y))$

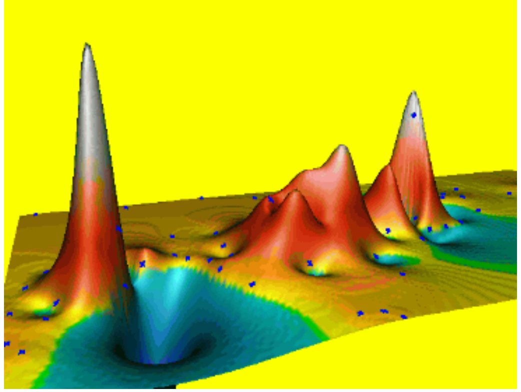


Linearni operator $g(x,y) = \sum_{i=-a}^{a} \sum_{j=-b}^{b} w(i,j) f(x+i, y+j)$

Širitev slike z ekstrapolacijo



Glajenje slik



- Filtriranje se najpogosteje uporablja za **glajenje** in **zmanjševanje šuma**
- Uporaba glajenja:
  - odstranjevanje manjših nepravilnosti
    npr. pred razgradnjo večjih objektov
  - povezovanje manjših prekinitev linij in krivulj
  - decimacija slik
- Šum opravljamo z linearnim in nelinearnim filtriranjem

Glajenje s povprečenjem

Aritmetično povprečje:

- za odpravljanje manjših nepravilnosti
- nizkopasovno filtriranje

$$g(x,y) = \frac{1}{9}\sum_{i=-1}^{1}\sum_{j=-1}^{1} f(x-i, y-j)$$

Uteženo povprečje

- navadno bolj utežimo središče filtra

$$g(x,y) = \frac{\sum_{i=-a}^{a}\sum_{j=-b}^{b} w(i,j)\, f(x-i, y-j)}{\sum_{i=-a}^{a}\sum_{j=-b}^{b} w(i,j)}$$

Navadno povprečje

$$\frac{1}{9}\times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Uteženo povprečje

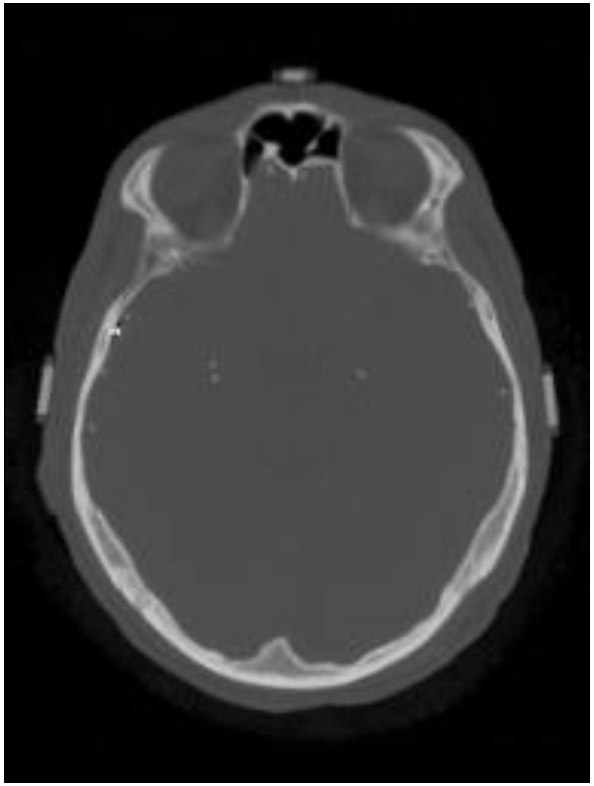
$$\frac{1}{16}\times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Gaussov filter

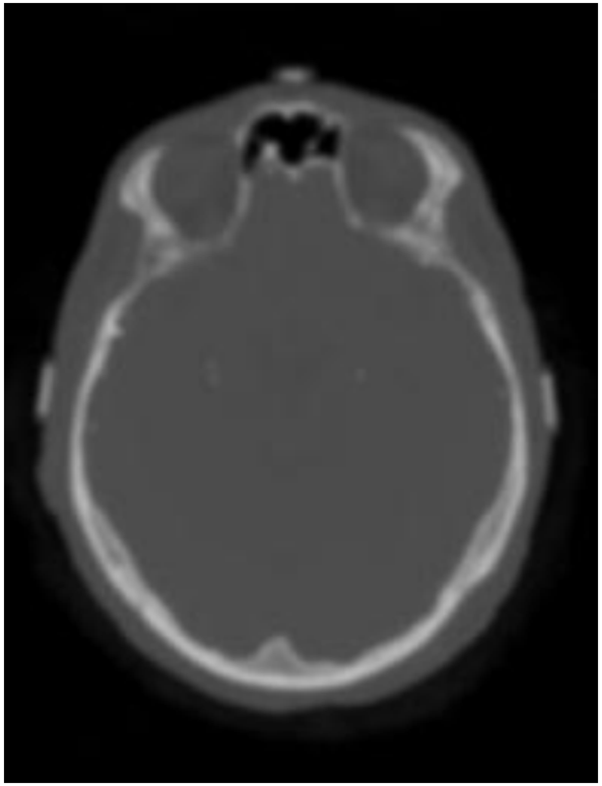
0,01	0,08	0,01
0,08	0,64	0,08
0,01	0,08	0,01

Glajenje s povprečenjem

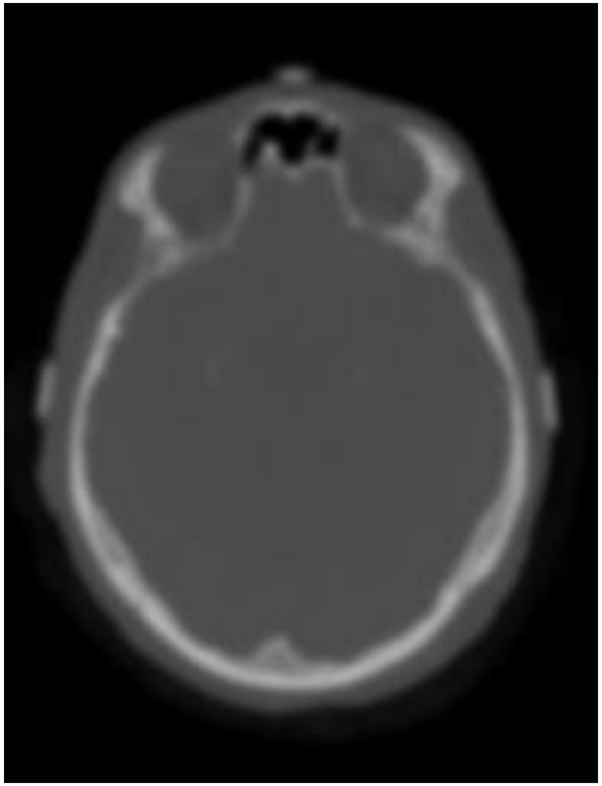
Originalna slika



Gaussov filter 3 × 3



Gaussov filter 7 × 7



Glajenje s povprečenjem

Geometrično povprečje:

- MN-ti koren iz produkta vseh MN sivinskih vrednosti znotraj domene filtra
- nelinearen operator

$$g(x,y)=\left(\prod_{i=-a}^{a}\prod_{j=-b}^{b} f(x-i,y-j)\right)^{\frac{1}{MN}}$$

Harmonično povprečje:

- učinkovito za svetli impulzni šum (sol) in ostale vrste šumov
- neučinkovito za temni impulzni šum (poper)
- nelinearen operator

$$g(x,y)=\frac{MN}{\sum_{i=-a}^{a}\sum_{j=-b}^{b}\frac{1}{f(x-i,y-j)}}$$

Nasprotno harmonično povprečje:

- Q = stopnja filtra: $Q > 0$ učinkovito za temni impulzni šum (poper), sicer za svetlega (sol)
- za $Q = 0$ dobimo aritmetično povprečje
- za $Q = -1$ pa harmonično povprečje

$$g(x,y)=\frac{\sum_{i=-a}^{a}\sum_{j=-b}^{b}\left(f(x-i,y-j)\right)^{Q+1}}{\sum_{i=-a}^{a}\sum_{j=-b}^{b}\left(f(x-i,y-j)\right)^{Q}}$$

Glajenje?

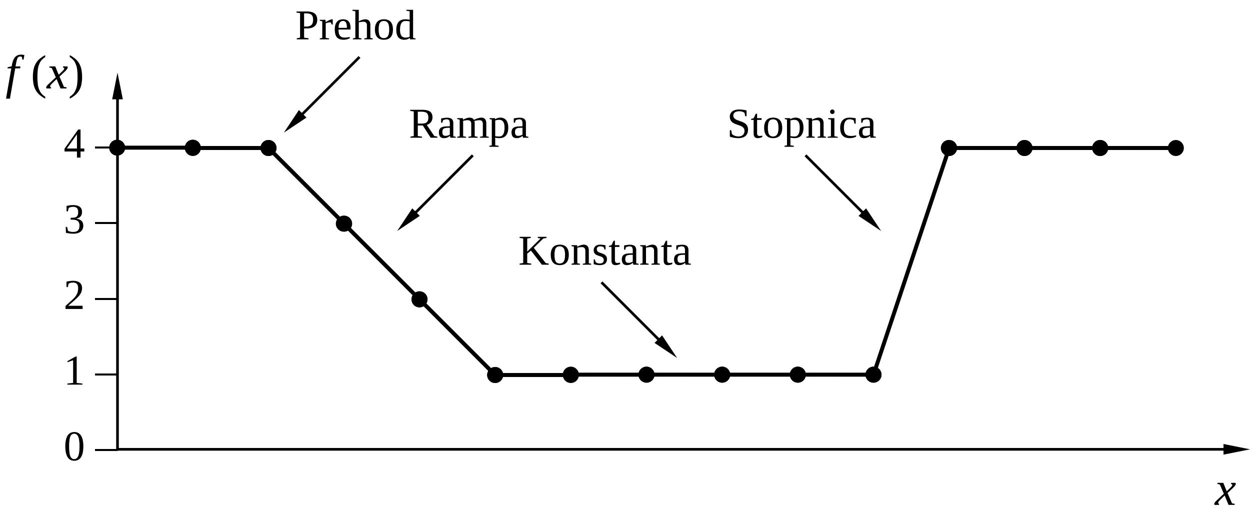
Ostrenje slik

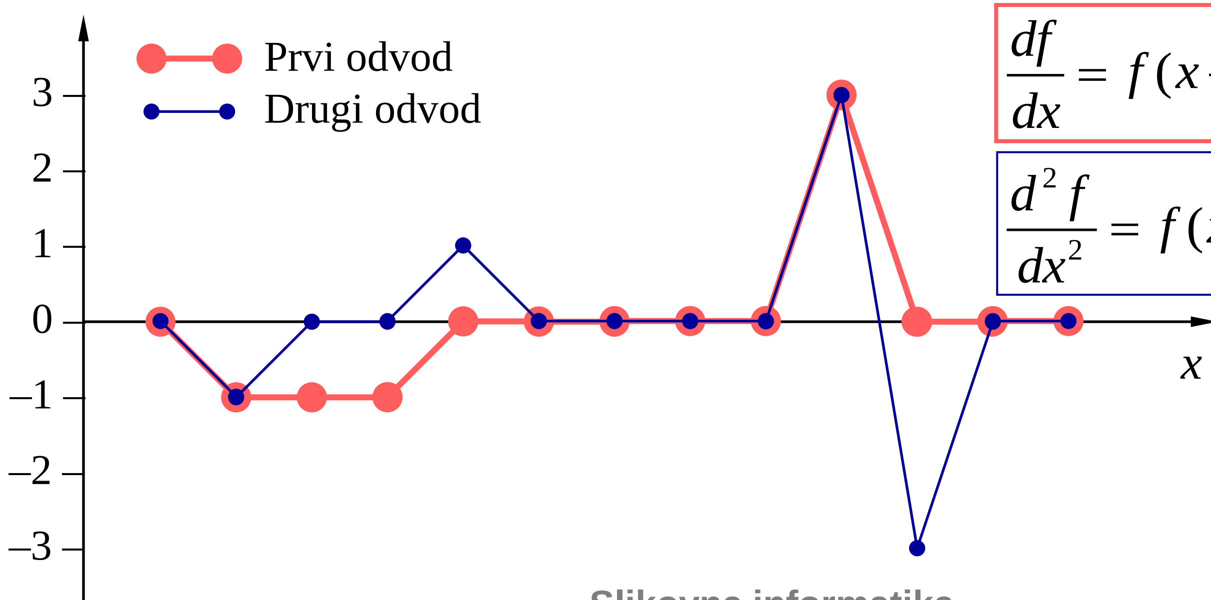
- Glavni namen ostrenja (*sharpening*):
  - **poudariti prehode** med različno svetlimi področji
- Povprečenje je analogno prostorski integraciji
- Ostrenje je analogno prostorski diferenciaciji oz. odvajanju sivinskih vrednosti:
  - **poudarja robove** in druge **velike spremembe** sivin
  - poudari **tudi šum!**
  - duši področja s konstantnimi in počasi spreminjajočimi se vrednostmi

Ostrenje slik

- Odvodi digitalne funkcije so **definirani z diferencami**:
  - za prvi odvod funkcije zahtevamo:
    - da ima vrednost nič na področjih s konstantno vrednostjo ter
    - da ima pozitivno oz. negativno vrednost na področjih, kjer se vrednost funkcije povečuje oz. zmanjšuje
  - za drugi odvod funkcije zahtevamo:
    - da ima vrednost nič na področjih s konstantno vrednostjo in na področjih ramp ter
    - da ima pozitivno oz. negativno vrednost na področjih, kjer se vrednost funkcije neenakomerno povečuje oz. zmanjšuje
- Digitalne funkcije imajo končne vrednosti:
    - zato so tudi največje možne spremembe njihovih vrednosti končne
    - najkrajša razdalja na kateri se sprememba lahko zgodi je določena z vzorčno periodo

Odvajanje digitalne funkcije





$$\frac{df}{dx} = f(x+1) - f(x)$$

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

Prvi odvod 2D slike – gradient

- Za 2D funkcijo $f\,(x,y)$ ga zapišemo v obliki stolpnega vektorja (linearna operacija):

$$\nabla f(x,y) = grad\left[f(x,y)\right] = \mathbf{g}(x,y) = \begin{bmatrix} g_x(x,y) \\ g_y(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- Dobimo **vektorsko sliko** gradienta $\mathbf{g}(x,y)$, ki kaže v smeri največje spremembe funkcije $f\,(x,y)$

- Velikost oz. **sliko gradienta** izračunamo kot (nelinearna operacija):

$$G(x,y) = amp\left[\nabla f(x,y)\right] = \sqrt{g_x^2(x,y) + g_y^2(x,y)}$$

- **Sobelov operator** →
  - poudarjanje robov
  - razgradnja
  - kvantitativna analiza

g_x

−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1

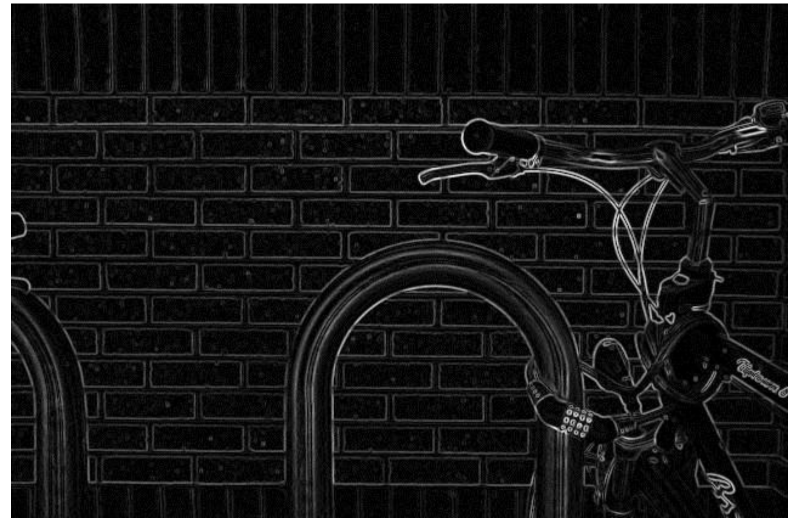
g_y

−1	−2	−1
0	0	0
1	2	1

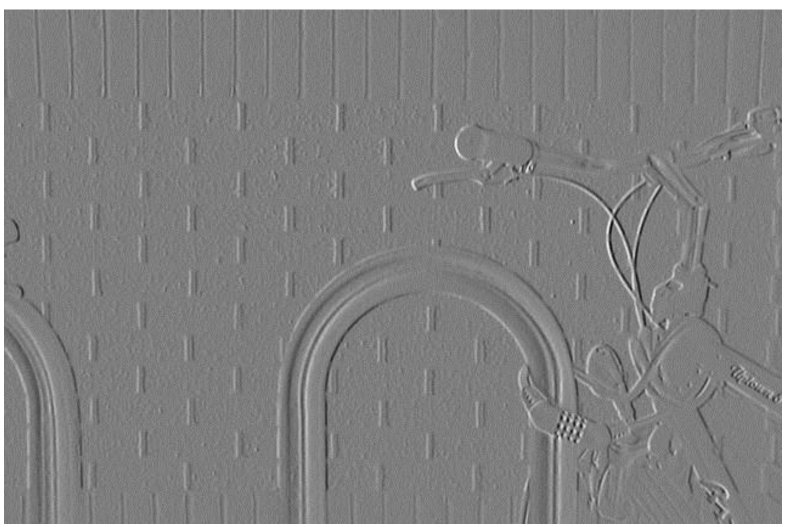
Sobelov operator – primeri

$f(x,y)$

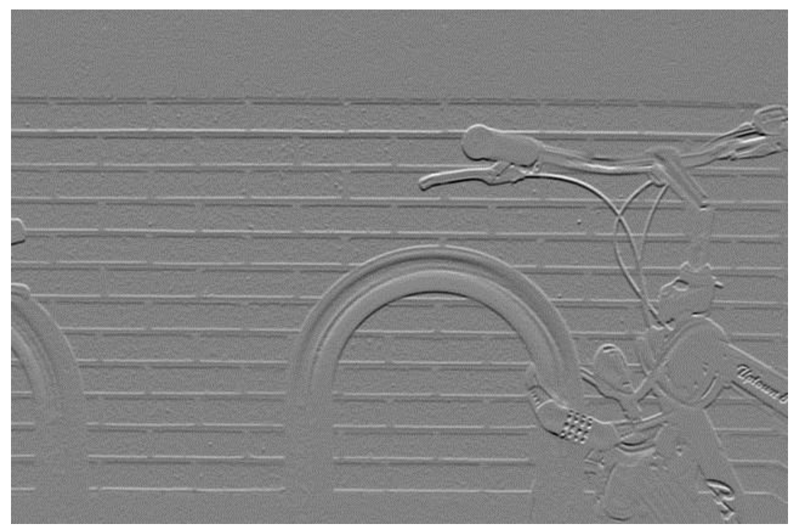
$G(x,y)$



$g_x(x,y)$

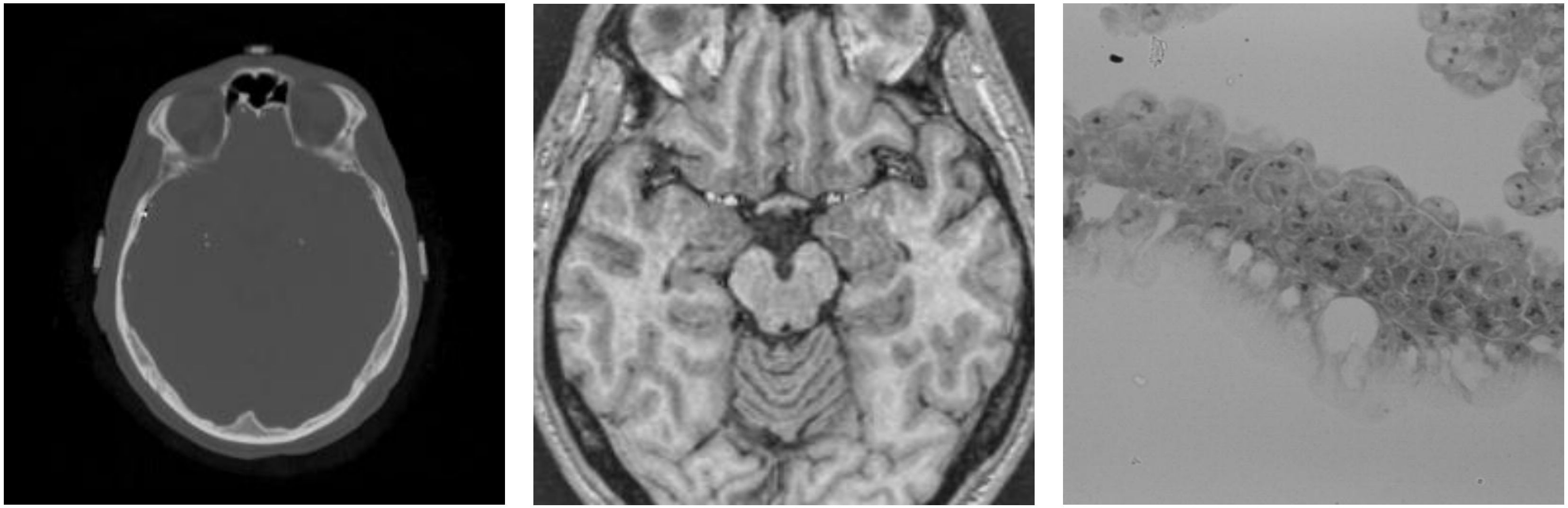


$g_y(x,y)$

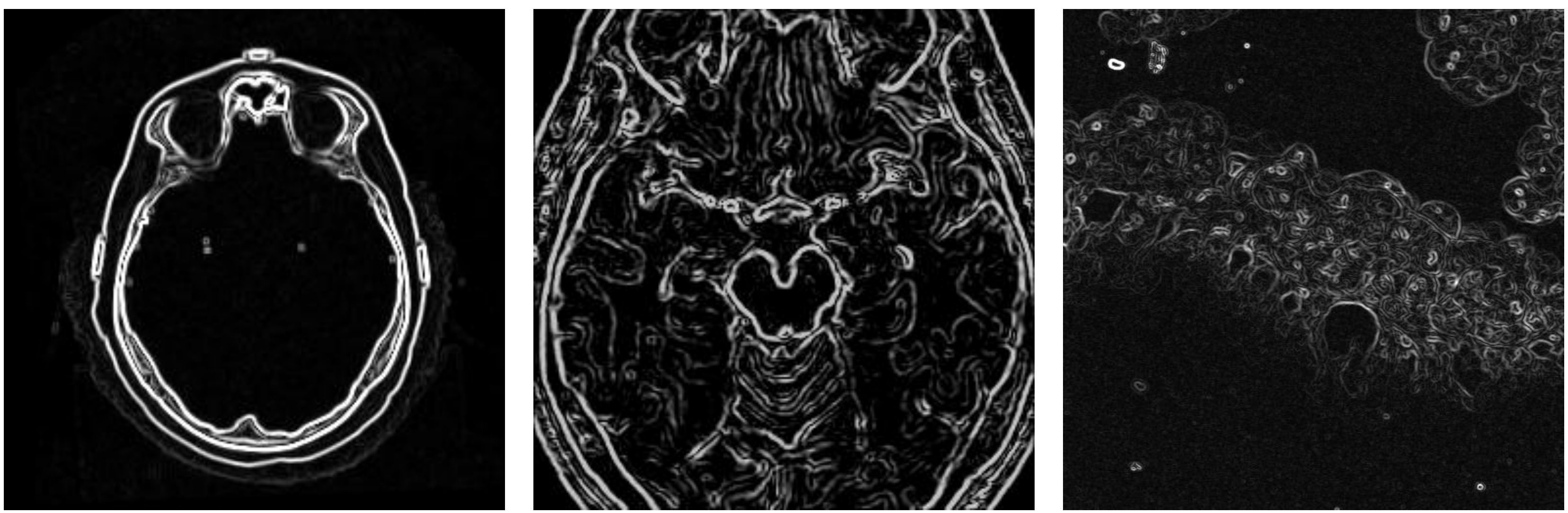


Sobelov operator – primeri

$f(x,y)$



$G(x,y)$



Drugi odvod 2D slike

- Najenostavnejši operator za drugi odvod je **Laplaceov operator**:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Za digitalno 2D funkcijo ga izrazimo z diferencami:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1)$$

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

0	1	0
1	– 4	1
0	1	0

Navadno dodamo še diagonalne člene za 45° izotropnost →

1	1	1
1	– 8	1
1	1	1

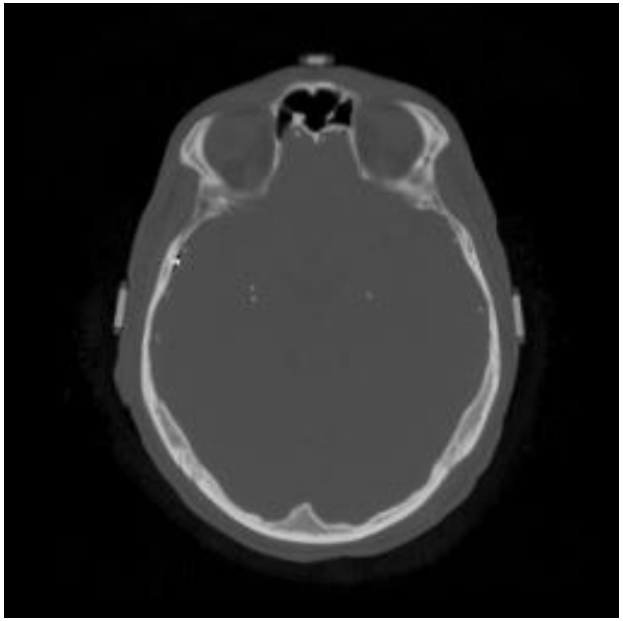
Ostrenje z drugim odvodom

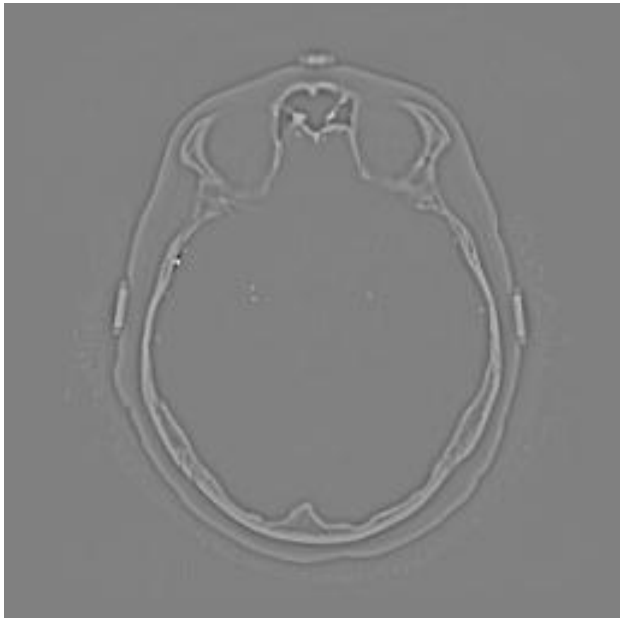
- Vhodni sliki $f(x,y)$ odštejemo uteženo sliko drugega odvoda:

$$g(x,y) = f(x,y) - c\left[\nabla^2 f(x,y)\right]$$

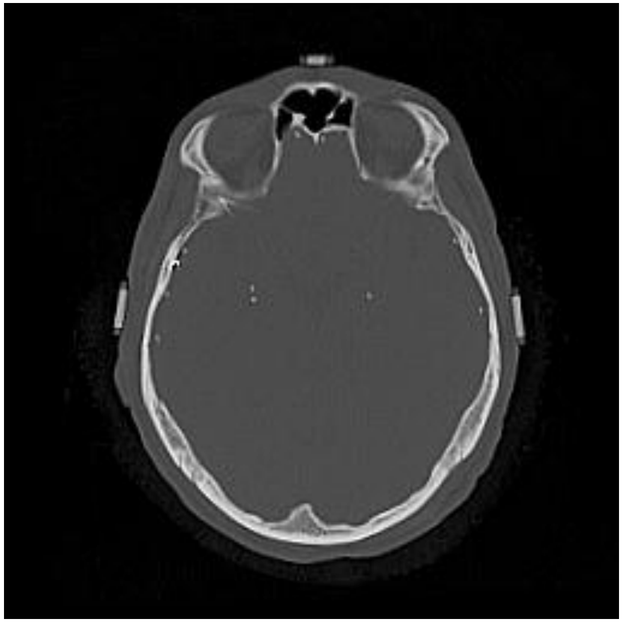
- Konstanta *c* določa stopnjo ostrenja.

$f(x,y)$





$g(x,y)$



Ostrenje z maskiranjem

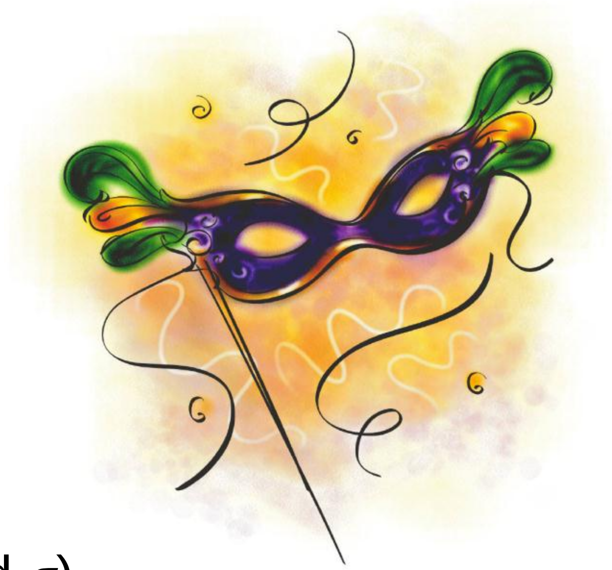
- Masko dobimo tako, da vhodni sliki $f(x,y)$ odštejemo njeno zglajeno verzijo (*unsharp masking*):

$$m(x,y) = f(x,y) - F\big(f(x,y)\big)$$

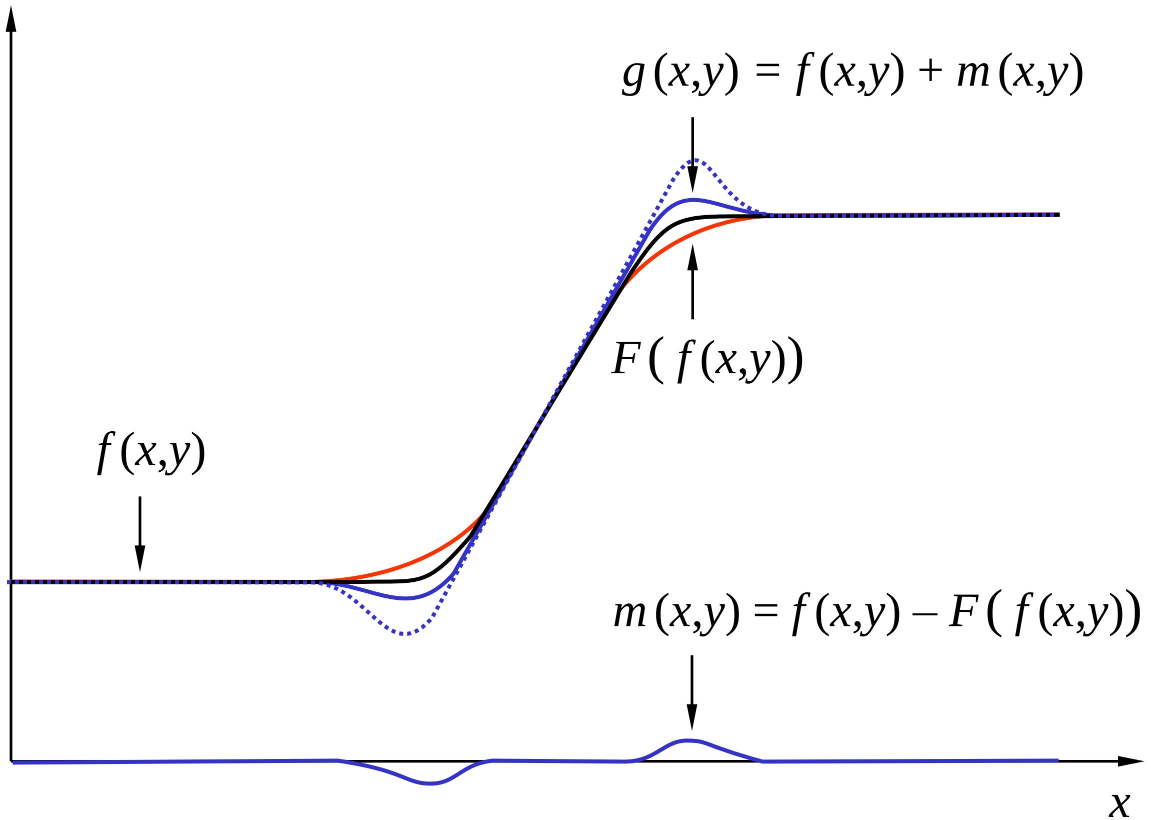
- Sliko maske $m(x,y)$ dodamo vhodni sliki:

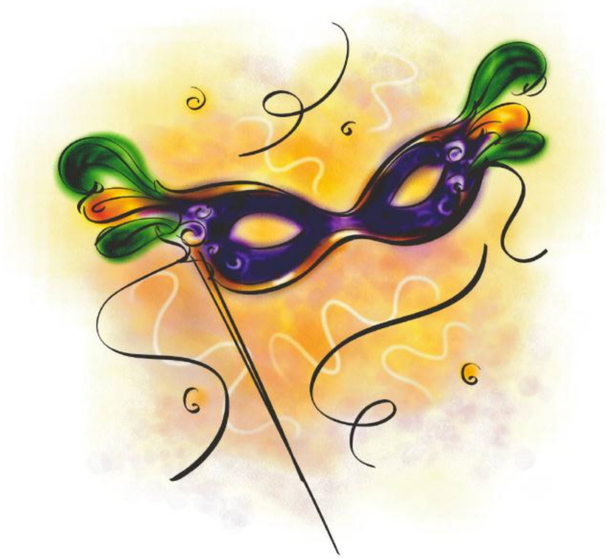
$$g(x,y) = f(x,y) + c \cdot m(x,y)$$

- Stopnjo ostrenja določa konstanta c
- Digitalni filter F pa določa območje ostrenja:
  $\rightarrow$ lokalno oz. globalno ostrenje (odvisno npr. od σ)

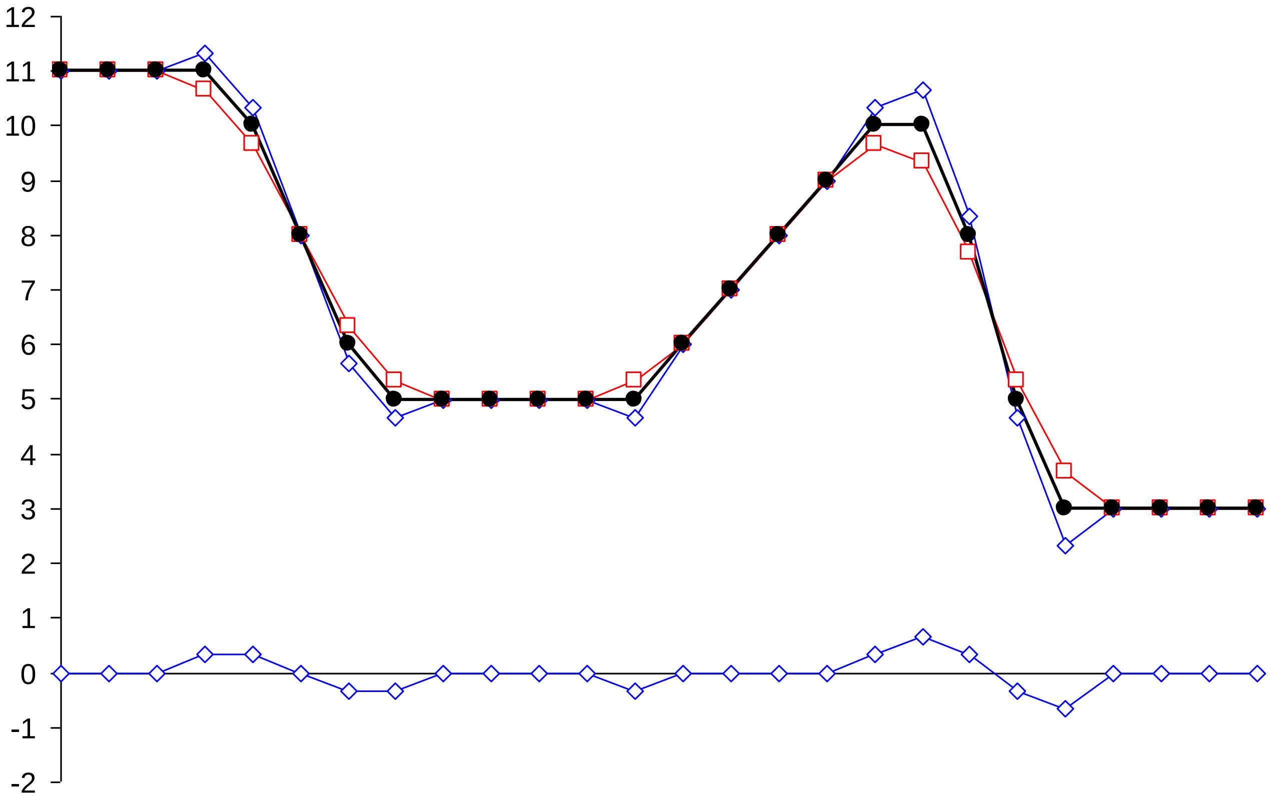


Maskiranje neostrih področij



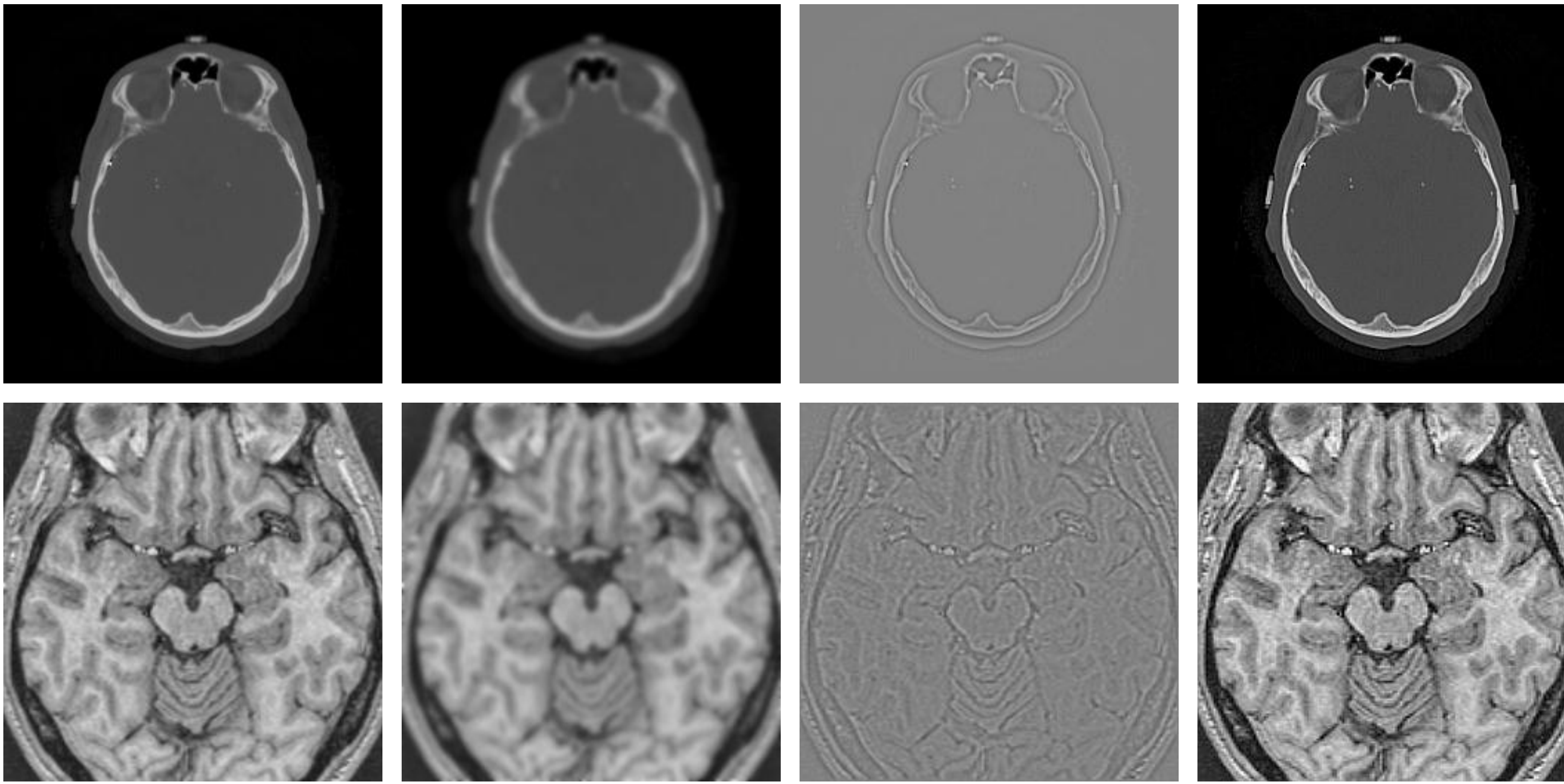


Maskiranje neostrih področij



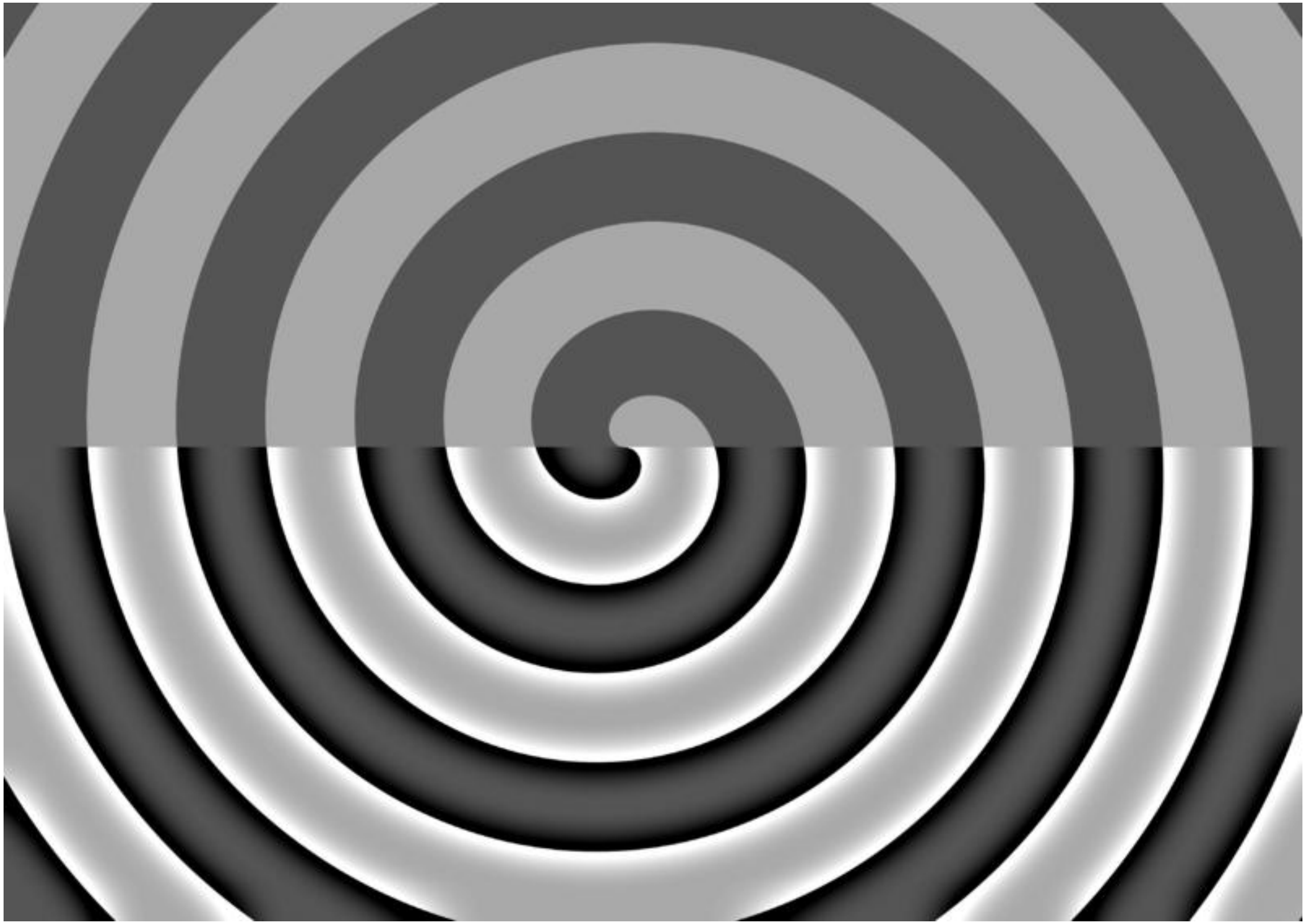
Maskiranje neostrih področij

$f(x,y)$ | $F(f(x,y))$ | $m(x,y) = f(x,y) - F(f(x,y))$ | $g(x,y) = f(x,y) + m(x,y)$



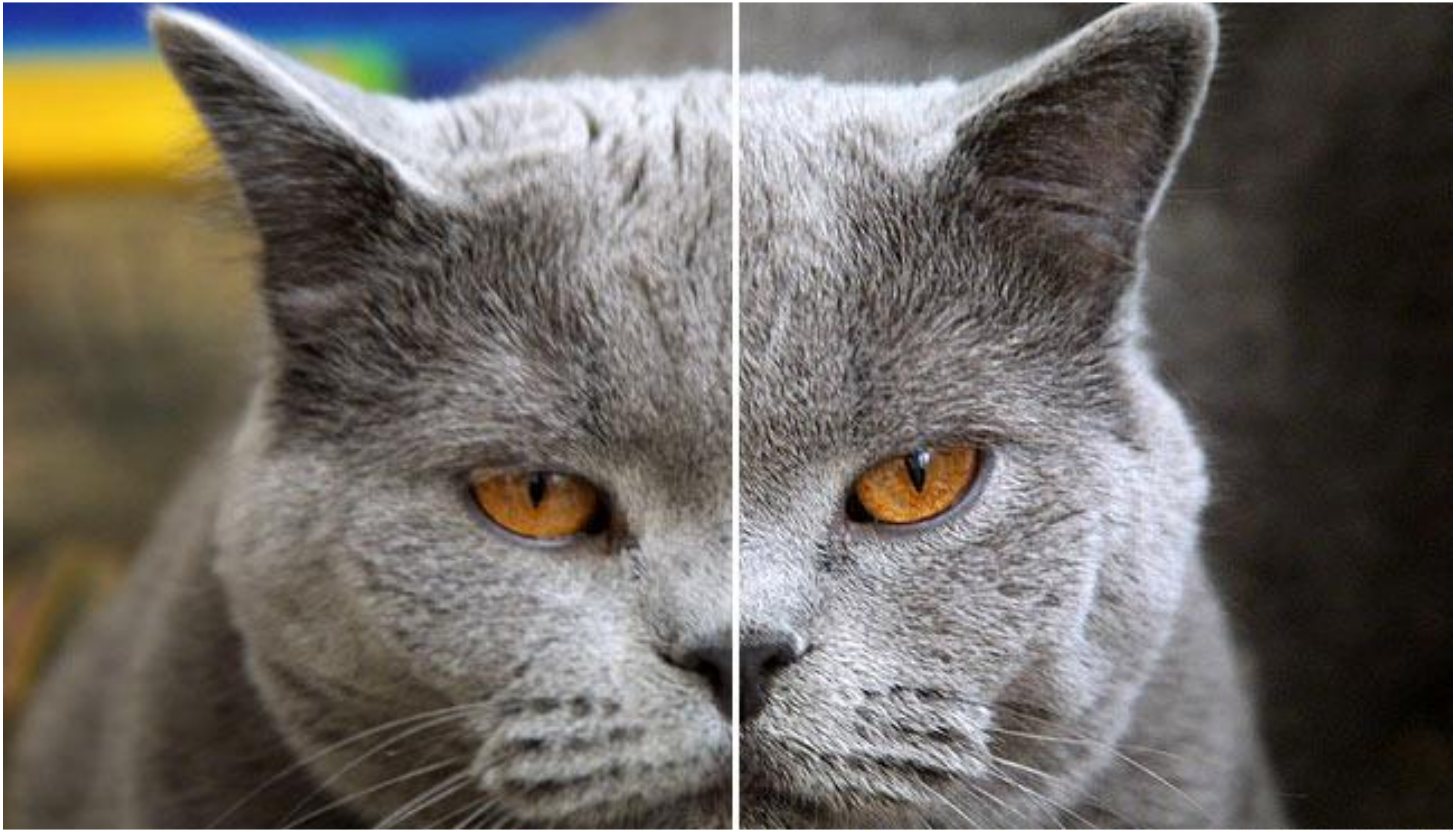
Maskiranje neostrih področij

$f\,(x,y)$



$g\,(x,y)$

Maskiranje neostrih področij



Statistično filtriranje

- Sivinske vrednosti pikslov znotraj filtra **uredimo po velikosti** (od največje do najmanjše)
- **Urejeno statistično filtriranje** je **nelinearno** in **robustno**:
    - neobčutljivo na nepravilnosti slik (*outliers*)

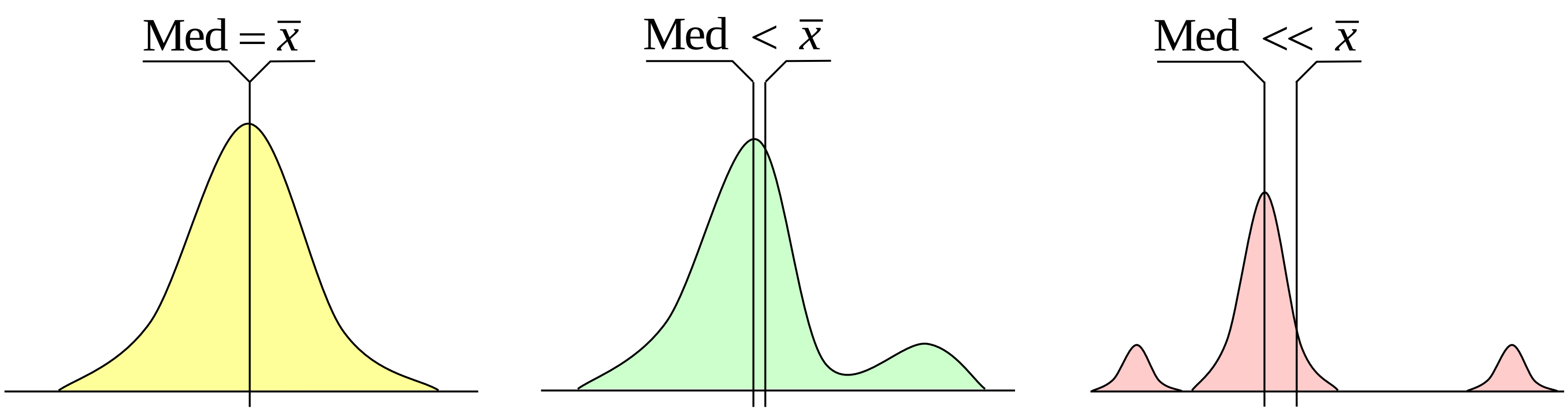
Statistično filtriranje – mediana

- Mediana je sredinska vrednost v urejenem nizu n vrednosti: $z_1, z_2, \ldots, z_n$, polovica vrednosti je manjših, polovica pa večjih

$$\mathrm{Med} = \begin{cases} z_{(n+1)/2} & \text{ko je } n \text{ liho število} \\ \dfrac{z_{n/2} + z_{n/2+1}}{2} & \text{ko je } n \text{ sodo število} \end{cases}$$

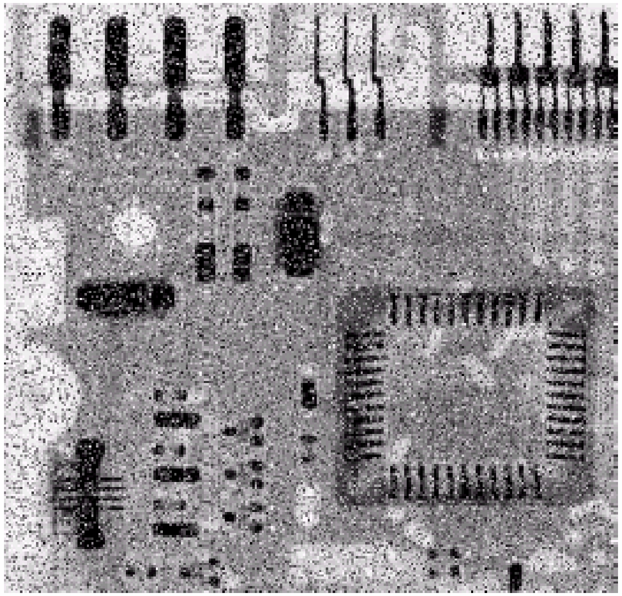
$$g(x,y) = \underset{i=-a\ldots a,\, j=-b\ldots b}{\mathrm{Med}} \left[f(x-i, y-j) \right]$$

- Mediana je bolj robustna kot povprečje
- Primernejša za nesimetrične porazdelitve

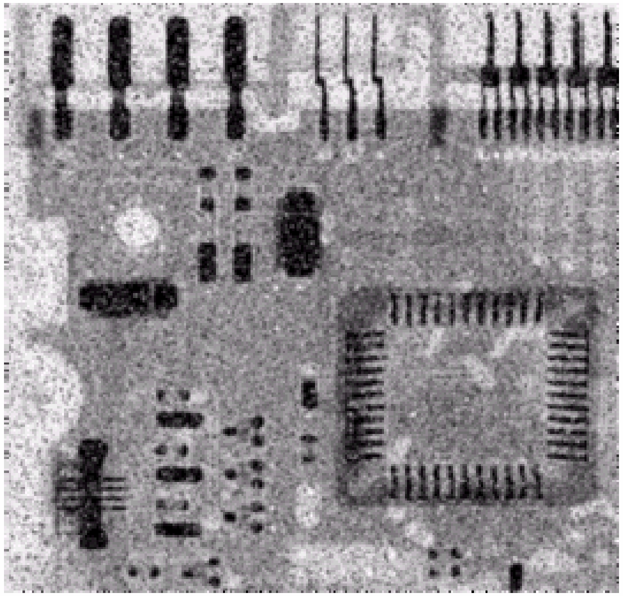


Statistično filtriranje – mediana

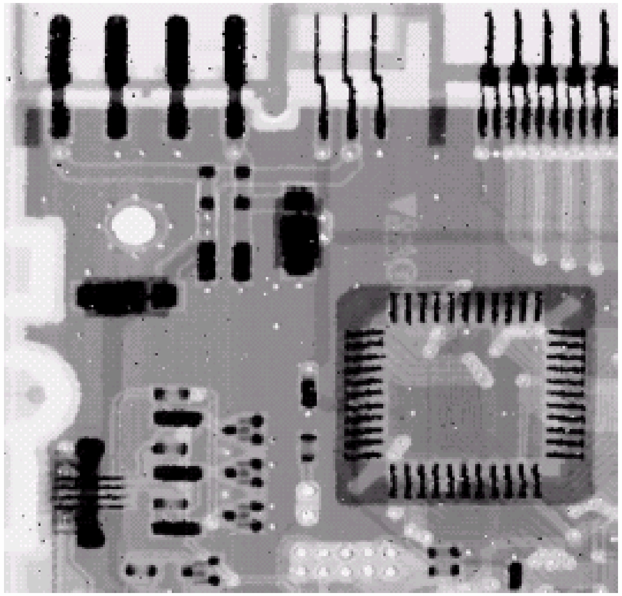
Original sol in poper



Povprečje 3 × 3

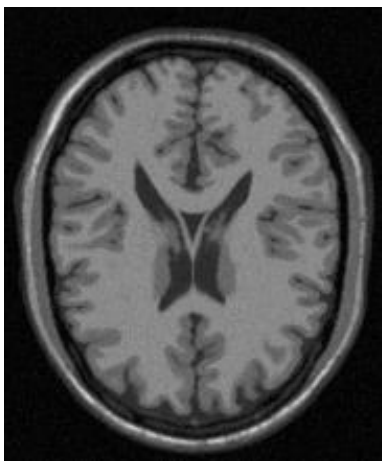


Mediana 3 × 3



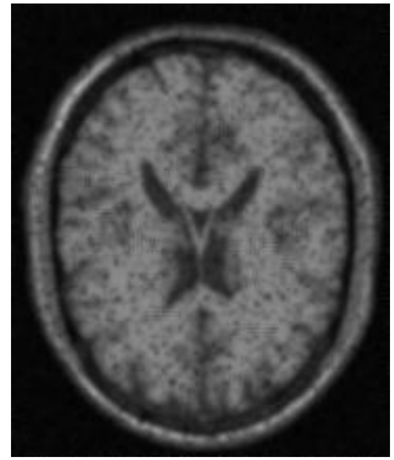
Primerjava Gauss – mediana

Original

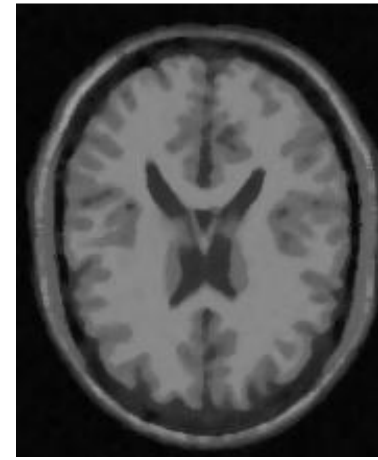


Poper 10 %

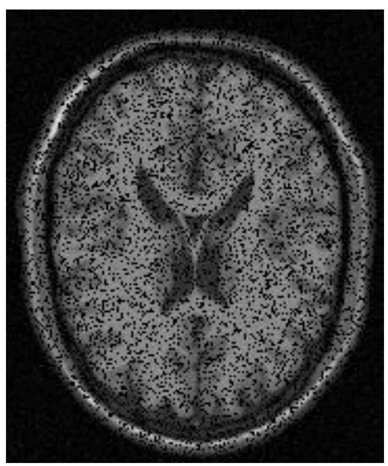
Gauss 5 × 5



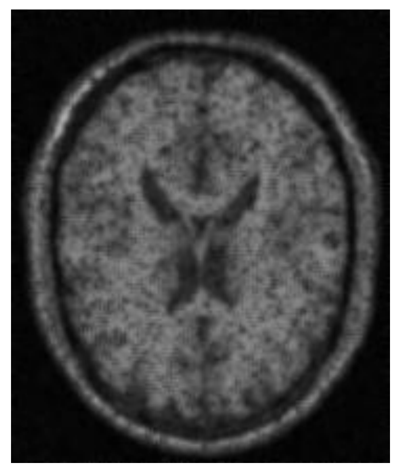
Mediana 5 × 5



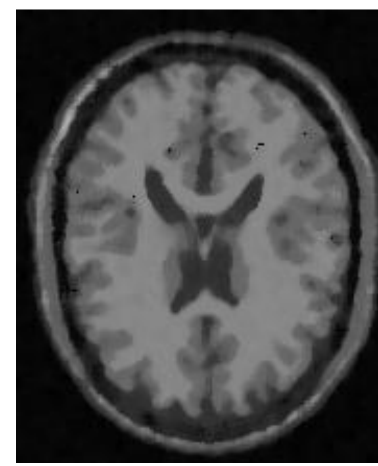
Poper 20 %



Gauss 5 × 5



Mediana 5 × 5



Druge statistike

- Filter **maksimalne** in **minimalne** vrednosti:

$$g(x,y)=\underset{i=-a\ldots a,\, j=-b\ldots b}{\mathrm{Maks}}\left[f(x-i,y-j)\right]$$

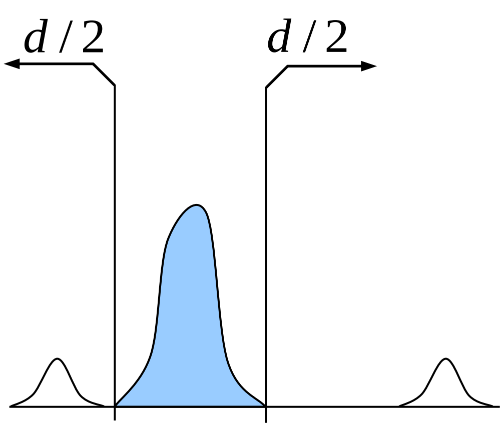
$$g(x,y)=\underset{i=-a\ldots a,\, j=-b\ldots b}{\mathrm{Min}}\left[f(x-i,y-j)\right]$$

- Filter **srednje vrednosti** (*midpoint filter*):

$$g(x,y)=\frac{\underset{i=-a\ldots a,\, j=-b\ldots b}{\mathrm{Maks}}\left[f(x-i,y-j)\right]+\underset{i=-a\ldots a,\, j=-b\ldots b}{\mathrm{Min}}\left[f(x-i,y-j)\right]}{2}$$

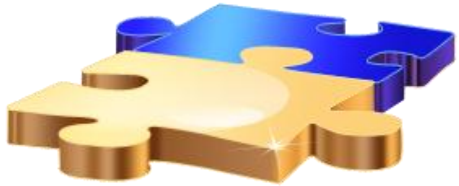
- Filter **povprečnih obrezanih vrednosti** (*alpha-trimmed mean filter*)

$$g(x,y)=\frac{1}{MN-d}\sum_{i=-a}^{a}\sum_{j=-b}^{b}f_p(x-i,y-j)$$



- Odstranimo ustrezen delež skrajnih vrednosti:
  - za $d=0 \rightarrow$ dobimo aritmetično povprečje
  - za $d=MN-1 \rightarrow$ dobimo medianin filter

Prilagodljivo filtriranje



- Spreminjamo lastnosti filtrov glede na statistične lastnosti slike (*adaptive filtering*)
- Izboljšamo lastnosti filtrov, poveča pa se kompleksnost filtriranja
- Npr. če poznamo standardno deviacijo šuma σ_n lahko določimo prilagodljivi filter kot:

$$g(x,y) = f(x,y) - \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_f}\right)^2 \left[f(x,y) - \mu_f \right]$$

kjer je μ_f povprečje in σ_f standardna deviacija slike znotraj filtra

- Bolj zgladi sliko na homogenih področjih $\rightarrow \sigma_f \approx \sigma_n$
- Manj pa na prehodih med homogenimi področji $\rightarrow \sigma_f > \sigma_n$
- Številni drugi načini prilagodljivega filtriranja:
  - npr. s spreminjanjem velikosti filtra glede na sliko

Morfološko filtriranje

- Vrednost piksla izhodne slike določimo na podlagi pravila, ki ga določa binarni **strukturni element** $b(x,y)$ s svojo velikost in obliko:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

0	1	0
1	1	1
0	1	0

1
1
1

1	1	1

0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	1	1	1	1
0	1	1	1	0
0	0	1	0	0

- Velikost in obliko strukturnega elementa določimo glede na namen filtriranja

Morfološko filtriranje

- Osnovni operaciji morfološkega filtriranja sta **erozija** in **dilacija**, ki ju za vhodno sliko $f(x,y)$ in binarni strukturni element $b(x,y)$ lahko določimo kot:

Erozija E oz. $\ominus$ $$(f \ominus b)(x,y) = \min_{\forall i,j}\{f(x-j, y-j) \cdot b(i,j)\}$$

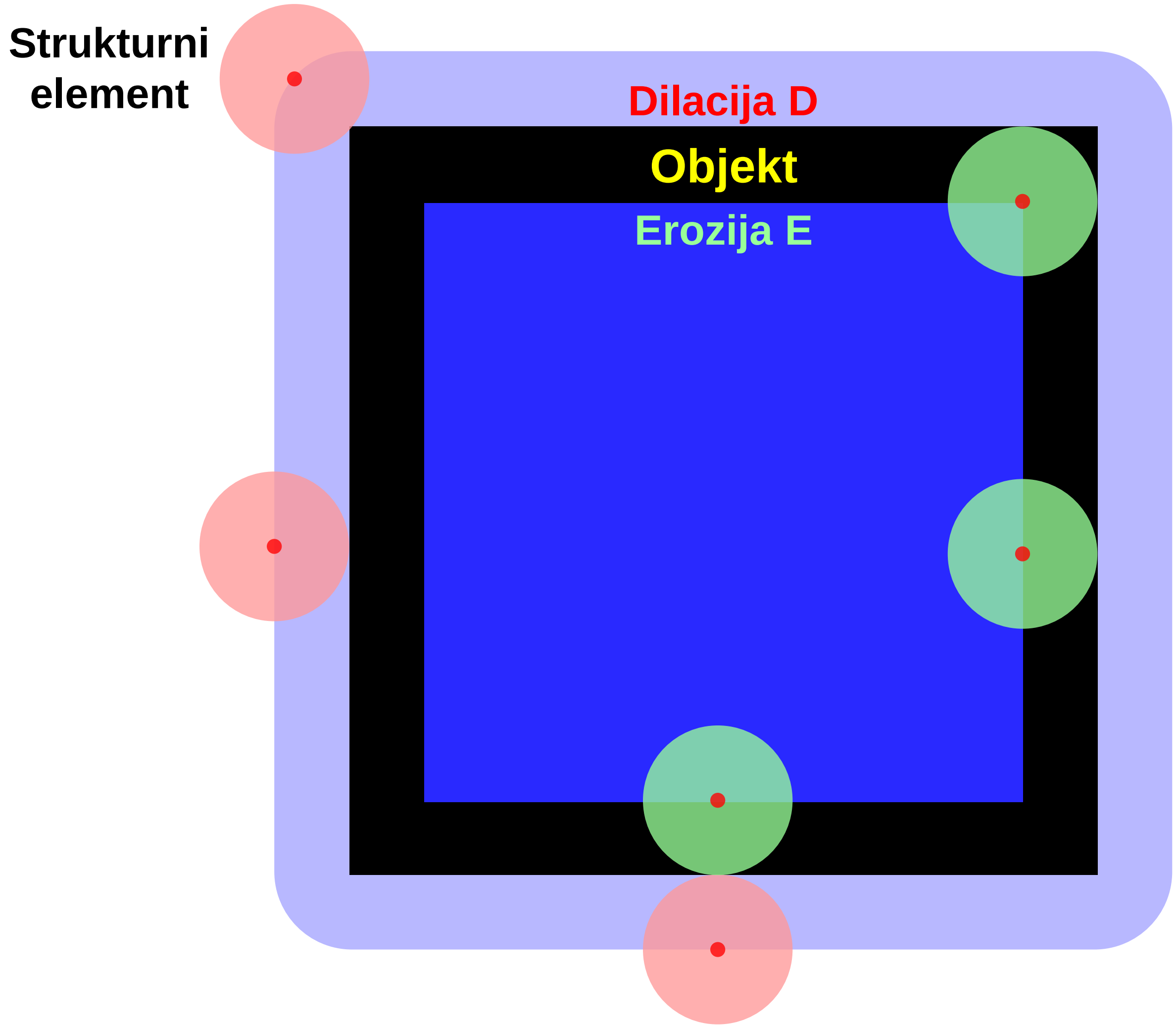
Dilacija D oz. $\oplus$ $$(f \oplus b)(x,y) = \max_{\forall i,j}\{f(x-j, y-j) \cdot b(i,j)\}$$

- S kombinacijo erozije in dilacije dobimo operaciji morfološkega **odpiranja** in **zapiranja** kot:

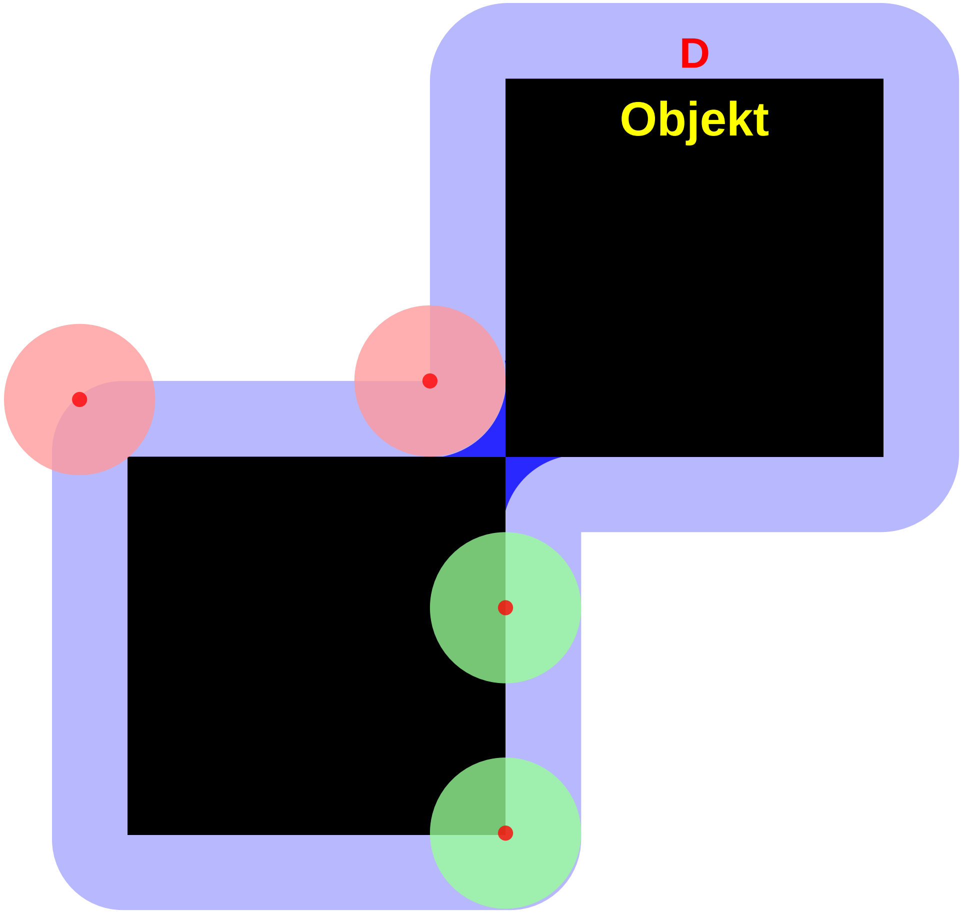
Odpiranje O oz. $\circ$ $$f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$$

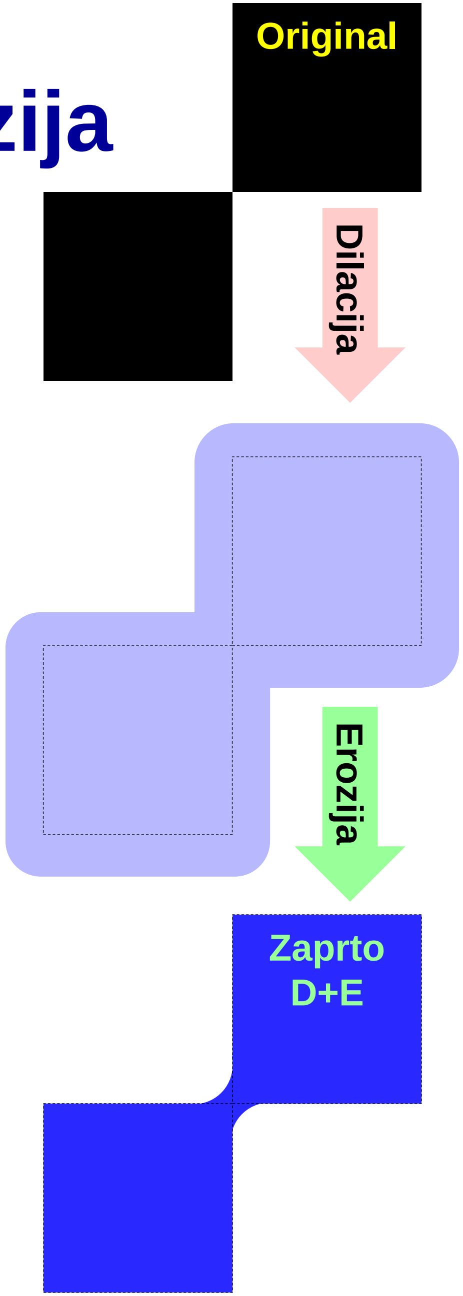
Zapiranje Z oz. $\bullet$ $$f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$$

Erozija in dilacija

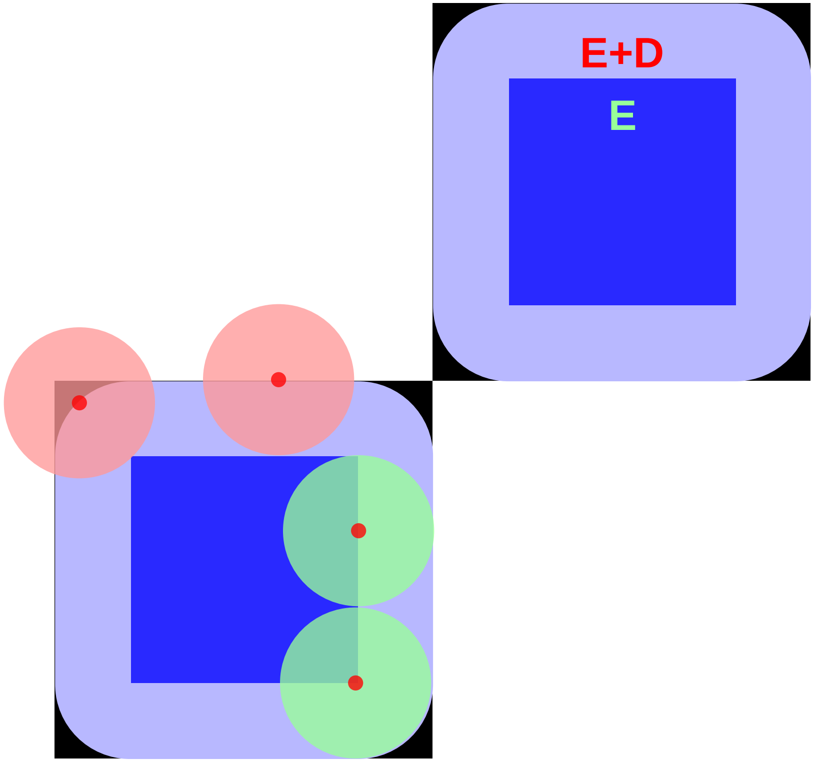


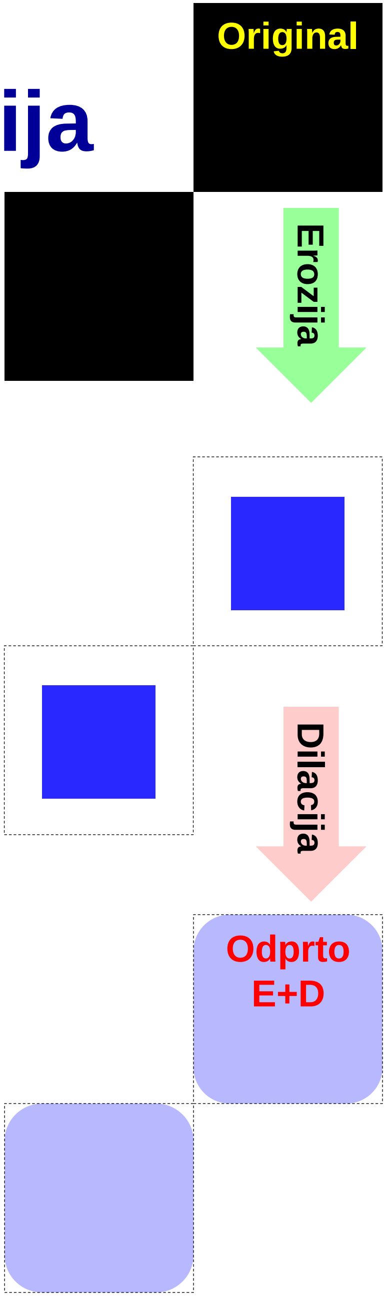
Zapiranje = Dilacija + Erozija





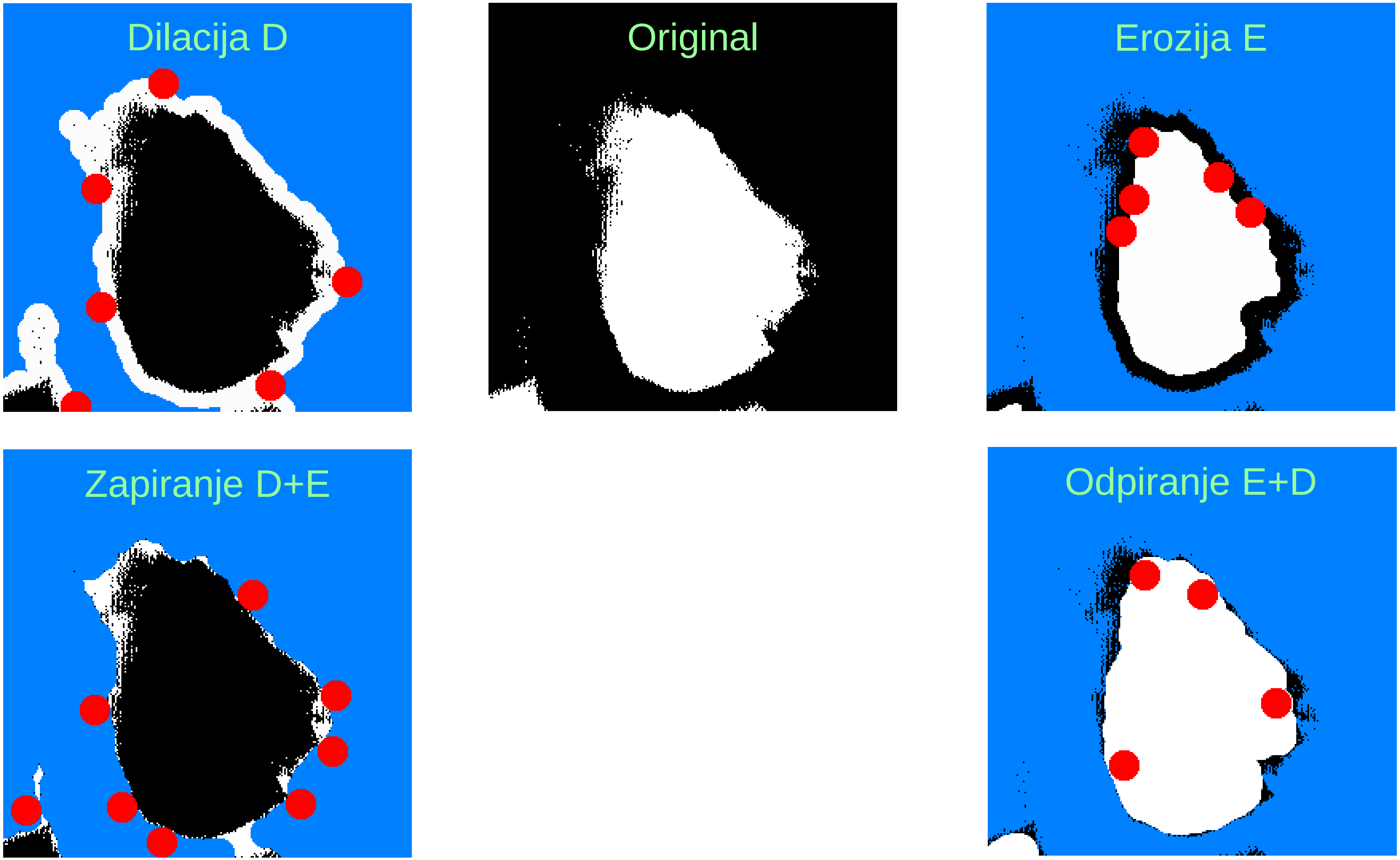
Odpiranje = Erozija + Dilacija



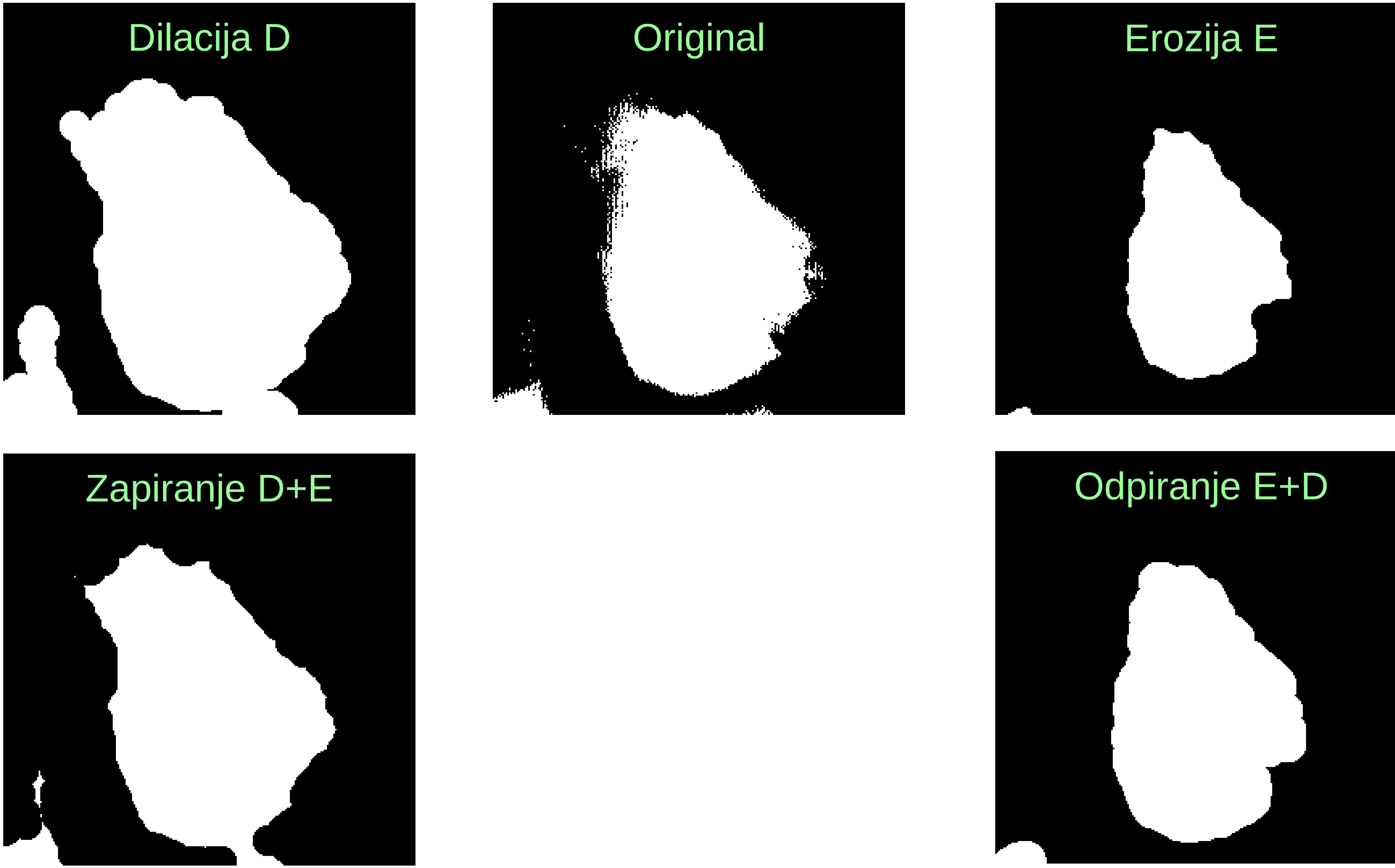


Zapiranje in odpiranje

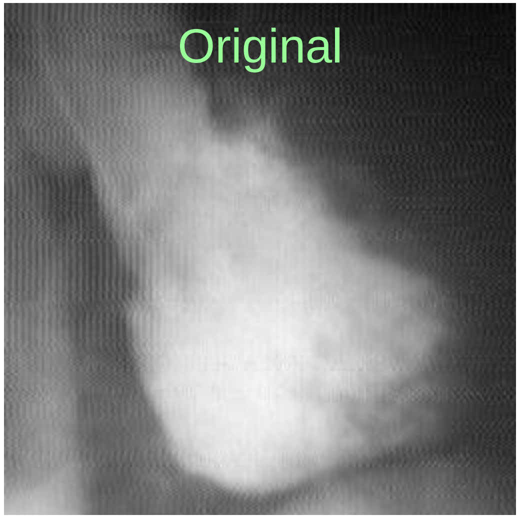
Morfološko binarno filtriranje

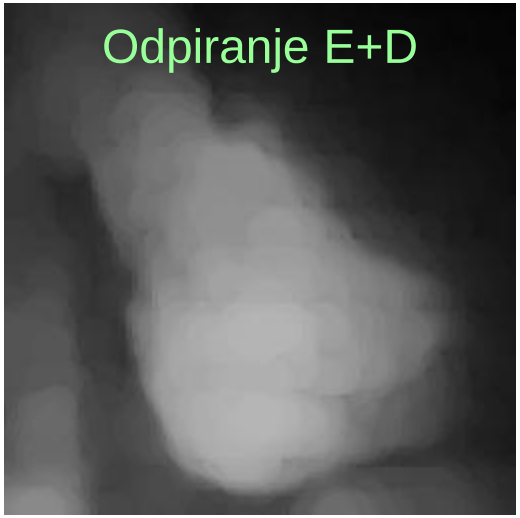


Morfološko binarno filtriranje



Morfološko sivinsko filtriranje





Morfološko binarno filtriranje

Razprava – filtriranje

- Kakšne vrednosti koeficientov bi moral imeti digitalni filter, da bi dal največji odziv na robovih pod kotom 45°?
- Kako bi lahko določili primeren delež *d* skrajnih sivinskih vrednosti (ang. *outliers*), ki določa statistični filter obrezanih vrednosti?
- Kako bi lahko izvedli prilagodljivo filtriranje s spreminjanjem velikosti domene filtra glede na lokalne statistične lastnosti slike?
- Ali je smiselno operaciji erozije in dilacije v zaporedju poljubno kombinirati, tako v številu ponovitev kot v vrstnem redu?