

电磁学实验报告

姓名：张一萌 学院：网络空间安全学院 学号：2313636 组别：L 座号：3

实验日期：4月9日星期二上午 成绩：_____ 教师签字：_____

实验题目：直流双臂电桥

一、实验原理

直流双臂电桥适用范围：

测量低阻 $10^{-5} \sim 10\Omega$

四端法：

当分流电阻 R_s 小到欧姆数量级以下时，如果将分流电阻 R_s 做成(c)图那样，在电阻体上Y, Y'两点焊出两个接头再与微安表相连接，在焊接时测量好Y, Y'间的阻值正好等于所需的分流电阻 R_s 的阻值。

易看出，A, B, P, P'四点的接触电阻及AY, BY'两段接线电阻都已归给微安表支路而被忽略，这样就保证了分流的精确。

因此，低电阻都做成四个接头，称为“四端结构”。

推导测量公式：

当电流计G指零时，电桥达到平衡，于是由基尔霍夫定律可写出下面三个回路方程：

$$I_1 R_1 = I_0 R_0 + I'_1 R'_1$$

$$I_1 R_2 = I_0 R_x + I'_1 R'_2$$

$$(I_0 - I'_1) R_r = I'_1 (R'_1 + R'_2)$$

式中 I_1 、 I_0 、 I'_1 分别为电桥平衡时通过电阻 R_1 、 R_0 、 R'_1 的电流。将上式整理得

$$R_1 R_x = R_2 R_0 + (R_2 R'_1 - R_1 R'_2) \frac{r}{R_r + R'_1 + R'_2}$$

为使上式简化，我们一般使 $R_2 R'_1 - R_1 R'_2 = 0$ ，即 $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1}$

那么上式简化为

$$R_1 R_x = R_2 R_0$$

即

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0$$

由此知双臂电桥的测量平衡条件为

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1} = \frac{R_x}{R_0}$$

实验电路图：

双臂电桥灵敏度

双臂电桥平衡后，将比例臂电阻 R_2 、 R'_2 同步偏调 $\Delta R_2 = \Delta R'_2$ ，若电流计示数改变 ΔI ，则灵敏度S为

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2}$$

且 $S = \frac{\Delta I}{\Delta R_x / R_x} = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2}$ ，故由灵敏度S引入待测量 R_x 的相对误差

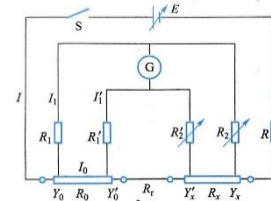
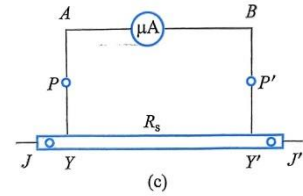
$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta I}{S}$$

显见，增大S可减小测量误差。S可根据上式由实验测出。

通过适当近似，简单分析一下S与哪些因素有关。

考虑到跨桥电阻 R_r 一般应明显小于 R_0 和 R_x ，可认为两低电阻相邻电压接头等电势，这样双臂电桥就演化成单臂电桥了。

此时电流计支路电阻变为 $R'_g = R_g + R'_1 // R'_2$ ，而四臂电阻之和 $(R_1 + R_2 + R_x + R_0) \approx R_1 + R_2$ ，参考单臂电桥灵敏度的表达



式可立即写出双臂电桥灵敏度的表达式：

$$S = \frac{U}{C} \times \frac{1}{(R_1 + R_2) + (2 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_x}{R_0})R'_g}$$

或

$$S = \frac{I(R_x + R_0)}{C[(R_1 + R_2) + (2 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_x}{R_0})R'_g]}$$

上式中的 U 为图 3-3-2 中，Y₀和Y_x间的电压，I 为电源 E 供给双臂电桥的电流，C 为电流计的电流常量。

由上式可看出，提高通入双桥的电流 I 、选用电流常量 C 和内阻R_g均小的电流计、减小(R₁ + R₂)及R'₁、R'₂阻值以及尽量使R₀和R_x的阻值接近，可以使 $\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_x}{R_0}$ 最小，都能提高双臂电桥的灵敏度。

二、 数据处理

1、 铜棍电阻率的测量

(1) 铜棍长度（两个电压接头之间）：

$$\text{直尺单次测量 B 类不确定度：} u_{bx} = \frac{\Delta}{3} = \frac{0.5mm}{3} = 0.17mm$$

$$l_{测} = 45.90cm - 4.00cm = 41.90cm = 419.0mm$$

$$l = (l_{测} \pm u_{bx})mm = (419.00 \pm 0.17)mm$$

(2) 铜棍直径测量

螺旋测微器零点读数：-0.050mm

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径 (mm)	4.948 - (-0.050) = 4.998	4.932 - (-0.050) = 4.982	4.925 - (-0.050) = 4.975	4.931 - (-0.050) = 4.981	4.929 - (-0.050) = 4.979	\bar{d} $= \frac{4.998 + 4.982 + 4.975 + 4.981 + 4.979}{5}$ $= \frac{24.915}{5} = 4.983$

$$\text{A 类标准不确定度 } u_{ax} = t_{(0.683,k)} S_{\bar{x}} = t_{(0.683,k)} \frac{s_{x_i}}{\sqrt{n}} = t_{(0.683,k)} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 1.14 \times$$

$$\sqrt{\frac{(4.998-4.983)^2 + (4.982-4.983)^2 + (4.975-4.983)^2 + (4.981-4.983)^2 + (4.979-4.983)^2}{5 \times 4}} = 1.14 \times 0.003937 = 0.00449 = 0.0045$$

B 类不确定度 螺旋测微器分辨率 $\varepsilon_x = 0.001mm$ ，多次测量的 B 类标准不确定度 $u_{bx} = \frac{\varepsilon_x}{\sqrt{3}} = 0.000577 = 0.0006$

$$u_x = \sqrt{u_{ax}^2 + u_{bx}^2} = \sqrt{0.00449^2 + 0.000577^2} \approx 0.004526 \approx 0.0045$$

$$d = (\bar{d} \pm u_x)mm = (4.9830 \pm 0.0045)mm$$

(3) 调节电桥平衡

电桥状态	R ₂ (= R' ₂)	R _x	ΔR ₂ (= ΔR' ₂)	ΔI	S
数据记录	369.0Ω	$R_{x测} = \frac{R_2}{R_1} R_0$ $= \frac{369.0\Omega}{1000\Omega}$ $\times 0.001\Omega$ $= 0.0003690\Omega$	30.0Ω	4.7nA	$S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2}$ $= \frac{4.7nA}{30.0\Omega / 369.0\Omega}$ $= 57.8nA$

$$R_x \text{ 的总相对不确定度为 } \rho_x = \sqrt{(1+k)^2(\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2(\rho_2'^2 + \rho_1'^2) + \rho_0^2 + (\frac{1}{S})^2} =$$

$$\sqrt{(1+0.1)^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.05\%^2 + (\frac{1}{57.8})^2} \approx 0.01737 \approx 0.017$$

$$u_R = \rho_x R_{x\text{测}} = 0.017 \times 0.0003690 \approx 0.000006$$

$$\text{则电阻值 } R_x = (R_{x\text{测}} \pm u_R) \Omega = (0.000369 \pm 0.000006) \Omega$$

(4) 电阻率

$$\begin{aligned} \rho_{R_x} &= \frac{R_x S}{L} = \frac{R_x \times \pi d^2}{4l} = \frac{0.000369 \Omega \times \pi \times (4.9830 \text{ mm})^2}{4 \times 419.00 \text{ mm}} = 0.00001717 \Omega \cdot \text{mm} = 1.717 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \\ u_\rho &= \rho \left[\left(\frac{u_{R_x}}{R} \right)^2 + \left(\frac{2u_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{u_l}{l} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1.717 \times 10^{-8} \times \left[\left(\frac{0.000006}{0.000369} \right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.0045}{4.9830} \right)^2 + \left(\frac{0.17}{419.00} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\approx 1.717 \times 10^{-8} \times 0.0164 \approx 0.028 \times 10^{-8} \\ \rho_{\text{测}} &= (\rho_{R_x} \pm u_\rho) \Omega \cdot \text{m} = (1.717 \pm 0.028) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \end{aligned}$$

2、铝棍电阻率的测量

(1) 铝棍长度（两个电压接头之间）：

$$\begin{aligned} \text{直尺单次测量 B 类不确定度: } u_{bx} &= \frac{\Delta}{3} = \frac{0.5 \text{ mm}}{3} = 0.17 \text{ mm} \\ l_{\text{测}} &= 46.00 \text{ cm} - 4.01 \text{ cm} = 41.99 \text{ cm} = 419.9 \text{ mm} \\ l &= (l_{\text{测}} \pm u_{bx}) \text{ mm} = (419.90 \pm 0.17) \text{ mm} \end{aligned}$$

(2) 铝棍直径测量

螺旋测微器零点读数：-0.050mm

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径 (mm)	4.916 - (-0.050) = 4.966	4.908 - (-0.050) = 4.958	4.900 - (-0.050) = 4.950	4.892 - (-0.050) = 4.942	4.891 - (-0.050) = 4.941	\bar{d} $= \frac{4.966 + 4.958 + 4.950 + 4.942 + 4.941}{5}$ $= \frac{24.757}{5} = 4.951$

$$\text{A 类标准不确定度 } u_{ax} = t_{(0.683,k)} S_{\bar{x}} = t_{(0.683,k)} \frac{S_{x_i}}{\sqrt{n}} = t_{(0.683,k)} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 1.14 \times$$

$$\sqrt{\frac{(4.966-4.951)^2 + (4.958-4.951)^2 + (4.950-4.951)^2 + (4.942-4.951)^2 + (4.941-4.951)^2}{5 \times 4}} = 1.14 \times 0.00477074 = 0.00544 = 0.005$$

$$\text{B 类不确定度 螺旋测微器分辨率 } \varepsilon_x = 0.001 \text{ mm}, \text{ 多次测量的 B 类标准不确定度 } u_{bx} = \frac{\varepsilon_x}{\sqrt{3}} = 0.000577 = 0.0006$$

$$u_x = \sqrt{u_{ax}^2 + u_{bx}^2} = \sqrt{0.00544^2 + 0.000577^2} \approx 0.0054 \approx 0.005$$

$$d = (\bar{d} \pm u_x) \text{ mm} = (4.951 \pm 0.005) \text{ mm}$$

(3) 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 (= R'_2)$	R_x	$\Delta R_2 (= \Delta R'_2)$	ΔI	S
数据记录	889.0Ω	$R_{x\text{测}} = \frac{R_2}{R_1} R_0$ $= \frac{889.0 \Omega}{1000 \Omega}$ $\times 0.001 \Omega$ $= 0.0008890 \Omega$	80.0Ω	9.4nA	$S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2}$ $= \frac{9.4 \text{ nA}}{80.0 \Omega / 889.0 \Omega}$ $= 104 \text{ nA}$

$$R_x \text{ 的总相对不确定度为 } \rho_x = \sqrt{(1+k)^2(\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2(\rho_2^2 + \rho_1^2) + \rho_0^2 + \left(\frac{1}{S}\right)^2} =$$

$$\sqrt{(1+0.1)^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.05\%^2 + \left(\frac{1}{104}\right)^2} \approx 0.009754 \approx 0.010$$

$$u_R = \rho_x R_{x\text{测}} = 0.010 \times 0.0008890 \approx 0.00009$$

$$\text{则电阻值 } R_x = (R_{x\text{测}} \pm u_R) \Omega = (0.00089 \pm 0.00009) \Omega$$

(4) 电阻率

$$\rho_{R_x} = \frac{R_x S}{L} = \frac{R_x \times \pi d^2}{4l} = \frac{0.00089 \Omega \times \pi \times (4.951 \text{ mm})^2}{4 \times 419.90 \text{ mm}} = 0.0000408 \Omega \cdot \text{mm} = 4.08 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$u_\rho = \rho \left[\left(\frac{u_{R_x}}{R} \right)^2 + \left(\frac{2u_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{u_l}{l} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 4.08 \times 10^{-8} \times \left[\left(\frac{0.00009}{0.00089} \right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.005}{4.951} \right)^2 + \left(\frac{0.17}{419.90} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\approx 4.08 \times 10^{-8} \times 0.10 \approx 0.41 \times 10^{-8}$$

$$\rho_{\text{铁}} = (\rho_{R_x} \pm u_\rho) \Omega \cdot \text{m} = (4.08 \pm 0.41) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

3、铁棍电阻率的测量

(1) 铁棍长度（两个电压接头之间）：

$$\text{直尺单次测量 B 类不确定度： } u_{bx} = \frac{\Delta}{3} = \frac{0.5 \text{ mm}}{3} = 0.17 \text{ mm}$$

$$l_{\text{测}} = 46.90 \text{ cm} - 3.50 \text{ cm} = 43.40 \text{ cm} = 434.0 \text{ mm}$$

$$l = (l_{\text{测}} \pm u_{bx}) \text{ mm} = (434.00 \pm 0.17) \text{ mm}$$

(2) 铁棍直径测量

螺旋测微器零点读数：-0.050 mm

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径 (mm)	4.958 - (-0.050) = 5.008	4.939 - (-0.050) = 4.989	4.961 - (-0.050) = 5.011	4.968 - (-0.050) = 5.018	4.960 - (-0.050) = 5.010	\bar{d} $= \frac{5.008 + 4.989 + 5.011 + 5.018 + 5.010}{5}$ $= \frac{25.036}{5} = 5.0072 = 5.007$

$$\text{A 类标准不确定度 } u_{ax} = t_{(0.683, k)} S_{\bar{x}} = t_{(0.683, k)} \frac{S_{x_i}}{\sqrt{n}} = t_{(0.683, k)} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 1.14 \times$$

$$\sqrt{\frac{(5.008-5.0072)^2 + (4.989-5.0072)^2 + (5.011-5.0072)^2 + (5.018-5.0072)^2 + (5.010-5.0072)^2}{5 \times 4}} = 1.14 \times 0.0048518 = 0.00553 =$$

$$0.006$$

$$\text{B 类不确定度 螺旋测微器分辨率 } \varepsilon_x = 0.001 \text{ mm}, \text{ 多次测量的 B 类标准不确定度 } u_{bx} = \frac{\varepsilon_x}{\sqrt{3}} =$$

$$0.000577 = 0.0006$$

$$u_x = \sqrt{u_{ax}^2 + u_{bx}^2} = \sqrt{0.00553^2 + 0.000577^2} \approx 0.00556 \approx 0.006$$

$$d = (\bar{d} \pm u_x) \text{ mm} = (5.007 \pm 0.006) \text{ mm}$$

(3) 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 (= R'_2)$	R_x	$\Delta R_2 (= \Delta R'_2)$	ΔI	S
数据记录	15835.0 Ω	$R_{x\text{测}} = \frac{R_2}{R_1} R_0$ $= \frac{15835.0 \Omega}{1000 \Omega}$ $\times 0.001 \Omega$ $= 0.0158350 \Omega$	1000.0 Ω	11.7 nA	$S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2}$ $= \frac{11.7 \text{ nA}}{1000.0 \Omega / 15835.0 \Omega}$ $= 185.3 \text{ nA}$

$$R_x \text{ 的总相对不确定度为 } \rho_x = \sqrt{(1+k)^2(\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2(\rho_2^2 + \rho_1^2) + \rho_0^2 + \left(\frac{1}{S}\right)^2} =$$

$$\sqrt{(1+0.1)^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.05\%^2 + \left(\frac{1}{185.3}\right)^2} \approx 0.00564 \approx 0.006$$

$$u_R = \rho_x R_{x\text{测}} = 0.006 \times 0.0158350 \approx 0.000095 \approx 0.00010$$

则电阻值 $R_x = (R_{x\text{测}} \pm u_R) \Omega = (0.01584 \pm 0.00010) \Omega$

(4) 电阻率

$$\rho_{R_x} = \frac{R_x S}{L} = \frac{R_x \times \pi d^2}{4l} = \frac{0.01584 \Omega \times \pi \times (5.007 \text{ mm})^2}{4 \times 434.00 \text{ mm}} = 0.00071864 \Omega \cdot \text{m} = 7.1864 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$$

$$u_\rho = \rho \left[\left(\frac{u_{R_x}}{R} \right)^2 + \left(\frac{2u_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{u_l}{l} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 7.1864 \times 10^{-7} \times \left[\left(\frac{0.00010}{0.01584} \right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.006}{5.007} \right)^2 + \left(\frac{0.17}{434.0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\approx 7.1864 \times 10^{-7} \times 0.00676 \approx 0.049 \times 10^{-7}$$

$$\rho_{\text{测}} = (\rho_{R_x} \pm u_\rho) \Omega \cdot \text{m} = (7.186 \pm 0.049) \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$$

三、实验分析讨论及思考题

若均匀板状低阻上的电流分布如图 3-3-3 所示,那么在测低阻材料的电阻率时,应该测哪两条线之间的电阻?如选择不当,测出的电阻率偏大还是偏小?



图 3-3-3 均匀板状低阻上电流的分布

应该测 BC 两条线之间的电阻。

若选择不当,由于电流分布不均匀,AB,CD 间通过电流的有效面积减小,若仍按照原公式 $\rho = \frac{RS}{L}$ 计算,会导致电阻率偏大。