

國立臺灣大學工學院機械工程學系

碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis



基於通訊信號強度預測距離之

未知初始相對姿勢自主多機器人探索

Autonomous Multi-robot Exploration with unknown
initial relative pose based on distance prediction using
communication signal strength

賴重叡

Chung-Jui Lai

指導教授：詹魁元博士

Advisor: Kuei-Yuan Chan, Ph.D.

中華民國 112 年 08 月

August, 2023



目錄

目錄	i
圖目錄	iii
表目錄	iv
第一章 緒論	1
1.1 前言	1
1.2 自主地圖探索	1
1.3 多機器人系統	3
1.4 研究動機與目的	3
1.5 本文架構	4
第二章 文獻回顧	5
2.1 機器人地圖資料型態	5
2.2 格點佔據地圖探索策略	7
2.2.1 基於邊界 (frontier) 的探索演算法	7
2.2.2 基於隨機運動規劃技術的探索演算法	8
2.2.3 格點佔據地圖探索策略之小結	9
2.3 格點佔據地圖合併方法	10
2.3.1 直接類	10
2.3.2 間接類	11
2.3.3 格點佔據地圖合併方法之小結	14
2.4 文獻回顧總結	14
第三章 研究流程與架構	15
3.1 問題描述	15
3.2 研究方法與架構	17
3.2.1 格點佔據地圖合併架構	17
3.2.2 多機器人自主探索架構	18

第四章 加入信號強度預測距離之地圖合併	24
4.1 信號強度預測距離	24
4.2 評估及修正預測距離	24
4.3 使用距離計算變換關係	24
4.4 特徵擷取	24
4.5 特徵描述	24
4.6 特徵匹配	24
4.7 使用特徵計算變換關係	24
4.8 RANSAC	24
4.9 相對變換關係接受指標	24
4.10 地圖合併處理	24
第五章 未知初始相對姿勢自主多機器人探索	25
5.1 平均移位聚類演算法	25
5.2 邊界檢測器	25
5.2.1 局部檢測器	25
5.2.2 全域檢測器	25
5.3 過濾器	25
5.4 機器人任務分配	25
5.4.1 單機器人	25
5.4.2 多機器人	25
5.5 路徑規劃	25
5.5.1 全域路徑規劃	25
5.5.2 局部路徑規劃	25
第六章 模擬環境測試	26
6.1 模擬環境建構	26
6.2 地圖合併測試與討論	26
6.3 自主探索測試與討論	26
第七章 總結與未來展望	27
7.1 結論	27
7.2 研究建議與未來展望	27
參考文獻	28



圖目錄

1.1	自主探索架構關係圖 [1]。	2
1.2	個體局部地圖之相對姿態關係示意圖， x, y, θ 表示個體的參考座標系， Z_{ij} 表示兩個體的相對姿態關係。	4
2.1	格點佔據地圖示例 [2]。	5
2.2	特徵地圖示例 [2]。	6
2.3	拓樸地圖示例 [2]。	6
2.4	Yamauchi 邊界檢測：(a) 格點佔據地圖, (b) 邊界邊緣, (c) 邊界區域 [3]。	8
3.1	本文地圖合併之參考方法	19
3.2	本文地圖合併之研究方法，在參考方法之中加入信號預測距離 . . .	20
3.3	本文單機器人自主探索之參考方法	21
3.4	本文多機器人自主探索之參考方法	22
3.5	本文多機器人自主探索之研究方法，主要單機器人及機器人的自主探索架構進行整合，並在地圖合併加入了通訊信號強度來處理高重複特徵之環境。	23



表目錄



緒論

1.1 前言

自主探索環境一直是機器人領域中持續發展的研究議題。從最早的單一機器人自主探索未知環境，到近年來，多機器人系統 (Multi-Robot System, MRS) 在探索未知環境中受到越來越多的關注。MRS 可以利用多個機器人進行協作，實現高效率和高精度的地圖同時構建。但由於機器人個體的參考座標系皆不同，即便可與其他機器人進行通訊，所擷取的資料也需要建立相對關係並加以整合。換言之，每個機器人在建構出局部地圖後，必須使用一套結合各個機器人局部地圖的演算法來完成地圖合併。在自主探索不斷發展的今天，了解目前多機器人在自主探索及地圖合併中所遇到的問題，是相當必要的。因此，接下來將分別介紹自主地圖探索和 MRS 技術，再探討同時應用兩種技術時可能面臨的挑戰和限制，並提出本研究的動機和目的。

1.2 自主地圖探索

自主地圖探索可以被定義為穿越未知環境以構建後續導航所需的地圖的行為 [3]，而此過程應當高效進行，以在最短時間內獲取最多的信息。在地圖探索的過程中，機器人應避免已經探索過的區域，而傾向於未知區域。如圖1.1所示，探索位於層次結構的頂層，中層則是路徑規劃，而底層則是機器人的定位。

層次結構中的頂層是探索，探索未知區域需要機器人在全局坐標系中的位置和方向，且需要一條探索的路徑。探索包含探索策略及探索地圖建構，探索策略負責尋找探索的目標點，而探索地圖建構則負責更新地圖。探索可以讓機器人從未知的環境中獲取新的信息，提高機器人的自主性和適應性，因此，探索在自主地圖探索中被視為最重要的一步，是層次結構的頂層。

層次結構中的第二層是路徑規劃，探索策略在環境中尋找到目標點，機器人必須使用探索構建的地圖和機器人的當前位置和目標位置來計算最佳路徑，並規劃路徑以避開障礙物，到達目標點，同時使用感測器數據更新地圖，以確保地圖的準確性。

層次結構的底層為定位，因為要進行路徑規劃和探索，機器人需要具備自我定位的能力（即知道當前的位置和方向，定義為機器人的姿態），且目標和當前的姿態必須使用固定的全局框架來表示，因為構建地圖中使用的距離傳感器讀數（例如來自 LiDAR 的讀數）必須統一，也就是從傳感器坐標系轉換為全局坐標系。如果不使用絕對定位系統，地圖也可用於相對定位，這種方法被稱為同時定位和映射（SLAM），它需要將感測器數據與地圖匹配，以計算機器人的位置和方向，這通常使用濾波器（如卡爾曼濾波器）等技術實現 [4]，以將感測器噪聲和不確定性降到最低。

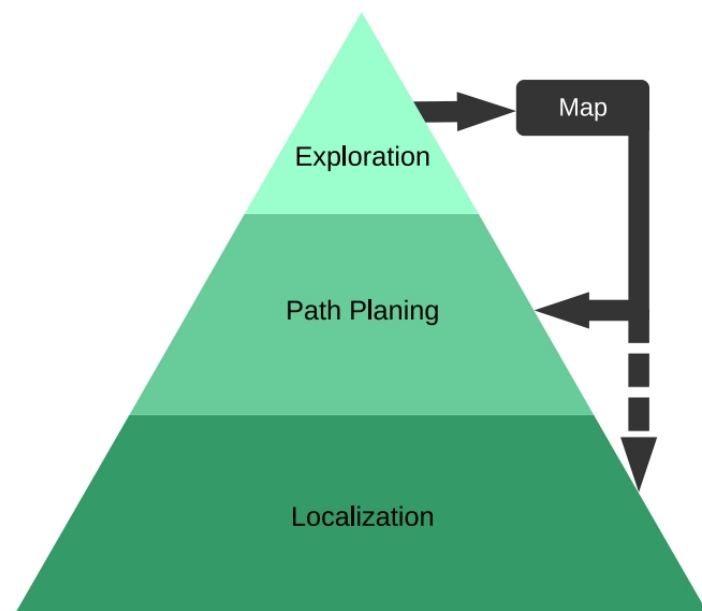


圖 1.1: 自主探索架構關係圖 [1]。

根據上述可以了解到，自主地圖探索是一個包含多個問題的複雜領域，包括機器人探索策略、自我定位、地圖構建、路徑規劃等。而下一節將介紹多機器人系統，以及其如何提昇探索效率。



1.3 多機器人系統

在探索環境中，提升效率是一個重要的議題。當個體的能力有限時，合作是提高效率的重要方式。這個觀念在人類生活中得到廣泛應用，同樣也可以在機器人領域中使用，即多機器人系統（MRS）。MRS 中，多個機器人協同工作共享信息，形成較多元的感測設備和多個策略方案，可以大幅提升探索環境的效率。在探索環境的案例中，多個機器人可以分散的方式，各自探索，大幅加速環境的覆蓋率。另外，MRS 也可提昇系統的可靠性，單一機器人的失效並不會直接造成任務的失敗，仍可藉由其他機器人的運行，完成任務，因此具有強健的特性。

MRS 中，機器人之間的通訊和協作是關鍵，但隨著個體數量的增加，所接收的感測資訊也變得龐大，資料間的整合、關聯處理也變得複雜與困難；而多機器人協作技術則包括集體決策、分工協作、任務分配等，必須根據任務定義必要的主從關係或者群體文化，因此增加了系統複雜度。

儘管多機器人系統已廣泛應用於工業、環境監測、救援等領域（例如，在救援領域中，多機器人系統可以協作完成搜救、救援等任務），但仍存在數個挑戰需要解決。因此，未來需要針對這些挑戰進行更深入的研究和探索，以實現 MRS 在各個領域的廣泛應用。下一節將對機器人自主探索與 MRS 的整合進行介紹，並說明本文研究目標及動機。

1.4 研究動機與目的

為了達成多台機器人同時自主探索環境的各項需求，必須將前兩節提及的機器人自主探索與 MRS 技術進行整合，可稱作「多機器人自主協同探索（autonomous multi-robot exploration）」。此整合技術中，機器人個體各自依據探索策略取得的目標點，以及利用通訊協定交換彼此感測資料並進行資料關聯的處理來更新地圖，以加快環境探索覆蓋率。但研究主要集中在通信和任務分配等方面，並假設機器人個體間已知彼此初始相對姿態，也就是一開始全部的局部地圖都可以轉為全域地圖合併。然而，在多機器人自主協同探索中，並無法預期個體已知彼此初始相對姿態（圖1.2中的 Z_{ij} ），也就是地圖合併是一個必要的步驟，地圖合併通常採用特徵合併技術來進行，可以使機器人更加全面地瞭解未知環境。

然而在高重複性特徵環境下，使用特徵合併技術來地圖合併變得更加困難，因為從地圖可能無法區分具有相同外型的特徵，導致在地圖合併過程中產生錯誤。因此，需要一種能夠應對高重複性特徵環境的地圖合併方法，以提高多機器人探索的效率和準確性。因此，**本文希望探討機器人間未知初始相對姿勢，且在高重複性特徵環境的情況下，如何僅藉由個體所具有的資訊使局部地圖進行合併，並進行多機器人自主協同探索。**

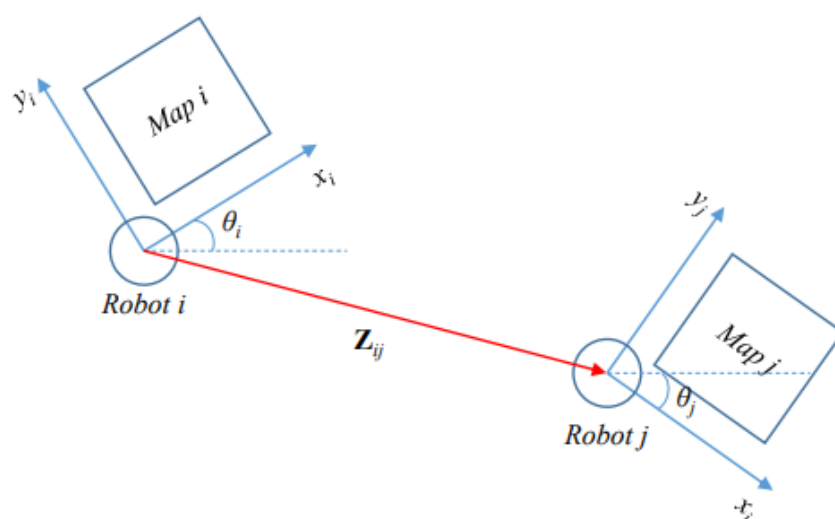


圖 1.2: 個體局部地圖之相對姿態關係示意圖， x, y, θ 表示個體的參考座標系， Z_{ij} 表示兩個體的相對姿態關係。

1.5 本文架構

本文一共分為七章，內容架構如下：

1. 第一章：緒論
介紹本研究主題的相關背景，說明研究動機與目的，並呈現全文架構。
2. 第二章：文獻回顧
探討本研究領域的文獻與相關方法。
3. 第三章：研究流程與架構
解釋本研究所使用方法的基本邏輯及相關流程。
4. 第四章：加入信號強度預測距離之地圖合併
說明本研究提出之地圖合併流程，並解釋演算法邏輯及其效用。
5. 第五章：未知初始相對姿勢自主多機器人探索
說明本研究提出之自主多機器人探索流程，並解釋演算法邏輯及其效用。
6. 第六章：模擬環境測試
以模擬環境測試本研究方法之效果，並加以分析。
7. 第七章：結論與討論
總結本研究內容，並提出未來研究可改進與發展之方向。

文獻回顧

在前一章節中提到，為了有效率地自主實現大型環境的地圖建構，必須使用多機器人技術。然而，在多機器人自主協同探索中，由於無法預期個體已知彼此初始相對姿態，所以必須使用地圖合併之技術。本文的研究重點是多機器人自主協同探索及地圖合併問題。因此接下來會探討自主探索及地圖合併的相關文獻，但在討論問題之前，必須先了解機器人地圖的不同格式種類，因此，下一節將先介紹應用於機器人地圖建構的數種資料型態。

2.1 機器人地圖資料型態

根據不同的環境資訊處理方式，地圖可以分為三種類型：

1. 格點佔據地圖 (Occupancy Grid Map)：是一種將環境劃分為一系列格點的地圖。每個格點都有一個機率值，通常分為未知、自由和佔據區域三種 [5,6]，如圖2.1所示。格點佔據地圖的優點在於解析度易於調整 [7]，並且可以快速、簡單地應用到任何環境 [6,8,9]。缺點在於在較大的場域或高解析度的情況下，地圖需要使用較多的格點，因此佔用較多的記憶體空間 [8,10]。

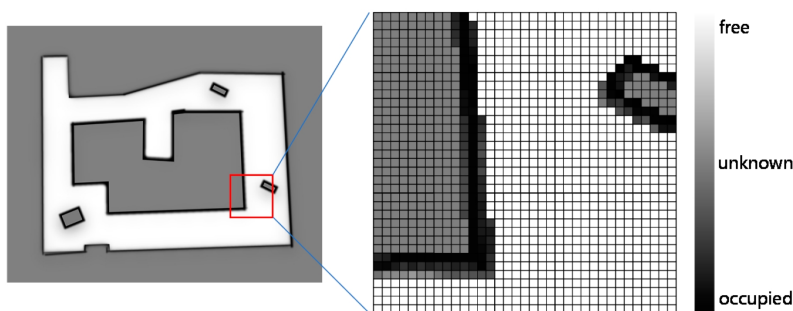


圖 2.1: 格點佔據地圖示例 [2]。

2. 特徵地圖 (Feature Map)：是一種根據收集的感測資料，擷取其中的特徵部分進行儲存的地圖，如圖2.2所示。相較於格點佔據地圖，特徵地圖只儲存部分感測資料，因此佔用較少的記憶體空間，減少多餘資料量。但是，此地圖需要一定的計算能力對感測資料進行過濾與擷取，因此計算成本較高。實際例子有：從二維光達資料中擷取出的環境直線特徵 [11] 及從深度相機的點雲資料中，擷取出的牆壁平面特徵 [12]。

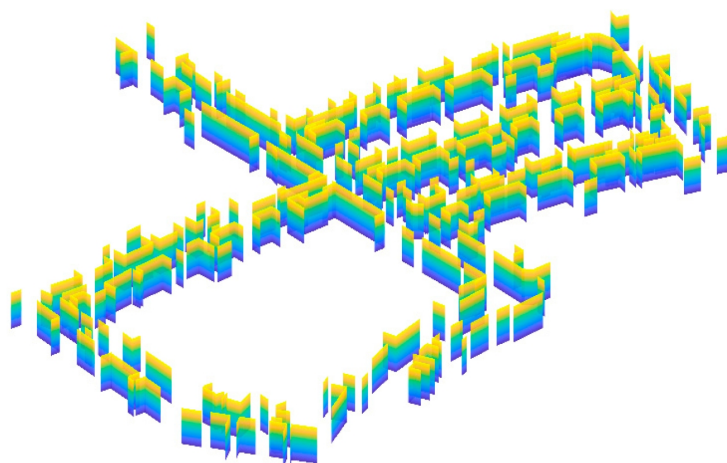


圖 2.2: 特徵地圖示例 [2]。

3. 拓撲地圖 (Topological Map)：是將環境中的醒目地標或特徵擷取出來，作為節點 (Node) 進行儲存，同時計算節點間的連結或路徑關係，儲存為邊 (Edge)，如圖2.3所示。透過節點與邊的概念，可以建構出環境地標的網絡關係，例如建築物拓撲地圖中，每個房間都可以表示為一個節點，而連接房間或區域的門或走廊則可以表示為邊。拓撲地圖不像其他地圖一樣表示環境樣貌，而是表達地標之間的相對位置和網絡關係。因此較常應用於特定任務，例如：定位 [13]、導航 [14] 及路徑規劃 [15,16]。

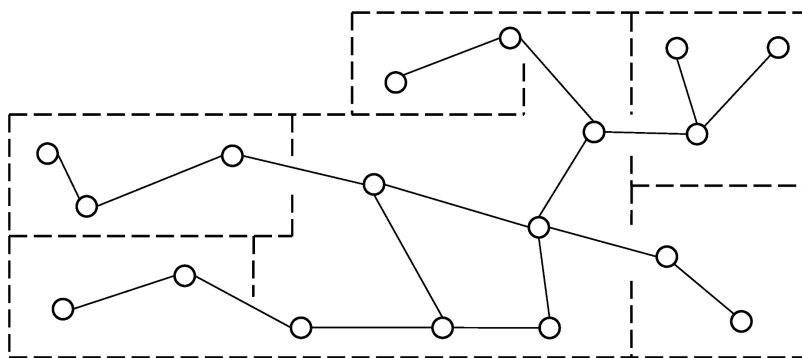


圖 2.3: 拓撲地圖示例 [2]。

三種地圖中，格點佔據地圖為最常使用的種類，具有簡易的表達形式；特徵地圖則希望改進格點佔據地圖的資料量問題，僅留下顯著特徵於各項任務使用；拓樸地圖雖無法直接表示出環境樣貌，但具有節點連結性關係，對於應用任務更有效率。本研究採以多數人使用的格點佔據地圖作為問題假設，因此接下來機器人探索策略及地圖合併技術主要回顧格點佔據地圖。

2.2 格點佔據地圖探索策略

探索策略需要機器人在全局坐標系中的姿勢以及地圖，目標是尋找探索的目標點，到達目標點可以讓機器人從未知的環境中獲取新的信息，提高機器人的自主性和適應性。對於格點佔據地圖的探索策略依據架構可以分為基於邊界(frontier)及基於隨機運動規劃技術，但兩者主要思想都是確保機器人探索未知空間並避免已經探索過的空間，以下將分別介紹這兩種方法的背景和方法流程，並從單機器人延伸到多機器人探索策略。

2.2.1 基於邊界(frontier)的探索演算法

1. **單機器人：**Yamauchi [3] 是最早使用基於邊界的探索演算法的研究人員之一。這種演算法可以讓機器人自主探索並建構複雜環境，例如一個堆滿傢俱和障礙物的辦公室。該演算法基於將機器人引向邊界，所謂邊界是指“自由區域和未知區域之間的交界區域” [3]，直到整個區域探索完成。該演算法在一個真實的辦公室環境中用一個機器人進行了測試，圖2.4顯示了檢測邊界的過程，其中機器人將嘗試探索其最接近的區域。圖2.4(a)中白色區域代表已知自由空間，大黑點代表已知佔據空間，小黑點區域代表未知空間，檢測到的三個邊界區域中心在圖2.4(c)中用圓圈“+”標記。許多的探索策略沿襲Yamauchi的研究，因此出現了許多基於邊界的探索演算法。

Keidar et al. [17] 的研究中，提出了兩種更快地檢測邊界的演算法。分別是波前邊界檢測器 (Wavefront Frontier Detector, WFD) 和快速前沿檢測器 (Fast Frontier Detector, FFD)。在 WFD 中，邊界搜索是通過僅掃描地圖的已知區域來完成的。WFD 檢測器只搜索邊界點，當檢測到邊界邊緣上的點時，可以提取邊緣。在 FFD 中，只有雷射掃描包含在搜索中，通過先將雷射掃描轉換為輪廓，如果檢測到的邊界與任何先前存儲的邊界不匹配，則會創建並存儲新的邊界。

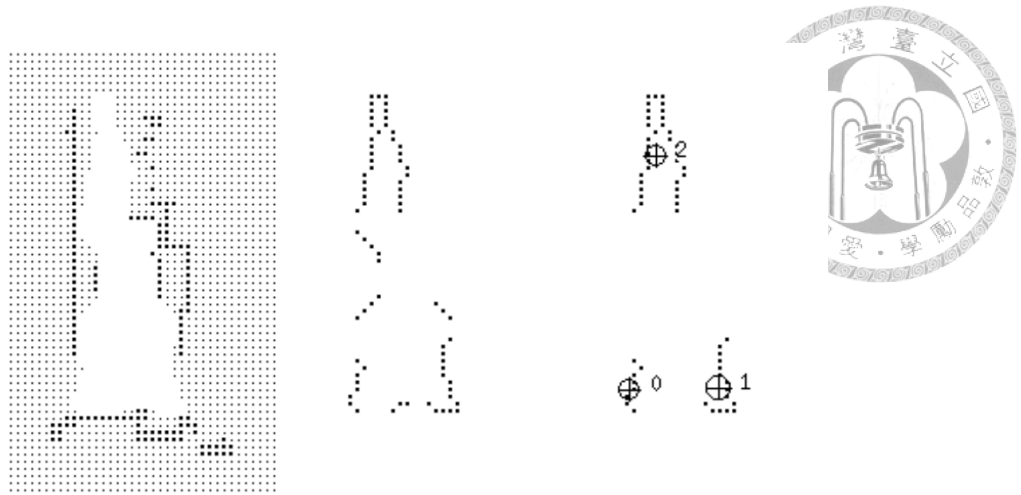


圖 2.4: Yamauchi 邊界檢測：(a) 格點佔據地圖, (b) 邊界邊緣, (c) 邊界區域 [3]。

2. **多機器人：**Yamauchi [18] 的研究中，其進一步將演算法應用於多機器人，每個機器人之間已知初始相對姿勢，且每個機器人都具有局部地圖，當機器人到達一個新的邊界之後才更新局部地圖，並把局部地圖共享給其他所有的機器人進行合併，並以協作、分散的方式探索，但該演算法可能會導致重複探索，因為每個機器人的探索獨立於其他機器人運行，並且邊界是在每個機器人的局部地圖計算的。因此，兩個機器人最終可能會探索相同的邊界 [17]。

Wang et al. [19] 的研究中，提出了一種解決 Yamauchi 演算法 [18] 在多機器人情況下存在的重複探索問題的方法。該解決方法基於將地圖劃分為子區域，其中每個機器人都不會嘗試進入另一個機器人的子區域，且每個機器人之間已知初始相對姿勢。機器人將探索子區域直到沒有檢測到額外的邊界區域，即子區域被完全探索，機器人才會嘗試找到下一個要探索的子區域。

在 Yamauchi [18]，每當機器人到達目標點時都必須進行邊界檢測，然而這個過程消耗的計算資源相當高 [20]，因為每次運行都必須掃描整個地圖。為了節省計算資源，通常避免頻繁地計算邊界，因為在某些情況下這會導致不必要的冗餘探索任務 [17]。

Yan et al. [21] 的研究中，使用了基於邊界的探索算法，每個機器人之間已知初始相對姿勢，並研究了機器人數量對探索效率的影響。該研究以探索所需時間和團隊中所有機器人的能量消耗為衡量標準，發現機器人數量越多，探索效率越高。

2.2.2 基於隨機運動規劃技術的探索演算法

1. **單機器人：**使用隨機運動規劃技術代替基於邊界的方法，機器人可以被引導到未探索的空間，而無需檢測邊界區域。[22] 是最早使用基於隨機運動

規劃技術的探索演算法的研究，其使用快速探索隨機樹 (Rapidly-exploring Random Tree, RRT) 演算法，形成的節點樹會偏向於往未探索空間擴展，這使其成為被動檢測探索邊界的理想選擇。

Oriolo et al. [23] 的研究中，提出了一種基於感測器隨機樹 (Sensor-based Random Tree, SRT) 的探索策略，其為運用了 RRT 的概念後的改進版本。不同於 RRT，SRT 在生成隨機目標點時，會限制這些目標點必須位於機器人的感測器範圍內，這是 SRT 和 RRT 的一個重要區別，也因此使得 SRT 更適合深度優先探索。但是，由於這種差異，SRT 的方法需要回溯，也就是當節點數的分支停止增長時（例如，當機器人到達死胡同），機器人必須返回當前節點的父節點。然而，在回溯過程中可能會重複訪問同一個地方，這是 SRT 的一大缺點，因此後續有研究人員提出了改進回溯的解決方案 [24,25]。

2. **多機器人：**Franchi et al. [26] 的研究中，將之前基於 SRT 的方法應用於多個機器人。其提出的基於 SRT 的多機器人探索方法是一種分散的方法，每個機器人之間已知初始相對姿勢，並構建基於機器人個體初始姿勢的 SRT。當機器人個體不能再擴展自己的節點樹後，會嘗試幫助其他機器人擴展節點樹，這就是所謂的“支持階段”，並且所有機器人個體都會擴展一顆節點樹。Franchi et al. 在 [27] 中進一步改進了這項研究，通過在節點樹上的可連接節點間引入直接快捷路徑，改善路線圖的連接性，並有利於支持階段的節點樹擴展。

Umari et al. [1] 的研究中，提出了一種基於使用多個 RRT 的探索策略。如果為多機器人的情況，每個機器人之間已知初始相對姿勢，且每個機器人個體皆有一顆局部 RRT，並且其中一個機器人個體擁有全域 RRT；如果為單機器人的情況，則是機器人個體同時具有一顆局部 RRT 與一顆全域 RRT。局部 RRT 趨向於探索機器人個體附近的邊界，全域 RRT 則趨向於探索整個地圖的邊界，從而實現高效的機器人探索。此外，該研究還採用基於市場的多機器人協作任務分配策略 [28]，每個機器人個體以最大化利潤的方式被分配任務，未探索區域信息的獲取就是收益，達到目標的預期距離就是成本，整體結果顯示該策略是一個有效的探索任務分配方式。同時模擬和實驗結果表明，提出的策略可以成功地提取邊界，並在合理的時間內探索整個地圖，降低地圖探索成本。

2.2.3 格點佔據地圖探索策略之小結

在單機器人探索策略中，基於邊界的探索演算法會透過掃描整個地圖的邊界來取得邊界資訊，雖然可以取得較多且完整的邊界，但執行時需要較多計算資源，速度較慢。而基於隨機運動規劃技術的探索演算法則會往未探索空間擴展隨機節點樹，透過找出邊界的方式來探索地圖，效率較高且不需要每次都掃描整個

地圖，但找出的邊界是隨機且不完整的。而 [1] 使用多個 RRT 的方法可以改善基於隨機運動規劃技術的探索演算法找出的邊界不完整的問題，同時仍保有高效率的優點。

而多機器人探索策略也沿用了單機器人探索策略的技術，並加入協作任務分配策略，所以兩個方法的特點與單機器人探索策略相同。目前表現較佳的協作任務分配策略包括 [19] 所提出的基於將地圖劃分為子區域的方法，以及 [1] 所運用的基於市場的方法 [28]。同時，可以發現多機器人探索策略皆是假設機器人之間已知初始相對姿勢來進行，但在實際應用中這是無法預期的，因此需要使用地圖合併技術來取得機器人之間的相對姿勢，因此下一節將對地圖合併技術進行詳細介紹。綜合上述，本研究選擇使用多個 RRT 探索策略 [1] 進行修改，因為其具有高完整性邊界、高效率、適用於單機器人和多機器人，以及表現良好的協作任務分配策略等優勢。

2.3 格點佔據地圖合併方法

地圖合併的關鍵問題在於獲取機器人局部地圖之間的相對關係，當關係已知時，合併機器人生成的局部地圖就變得相對簡單，也就是可以計算到全局參考系的變換，並在全局參考系中覆蓋轉換後之地圖。H.C Lee [29] 對格點佔據地圖合併技術進行了全面的調查，將演算法分為直接地圖合併和間接地圖合併。這兩種方法的邏輯架構有很大的不同，並且問題的發展也被劃分為早期和晚期，早期方法主要屬於直接類方法，而近年來提出的方法則主要屬於間接類方法。以下將分別介紹這兩種方法的背景和方法流程。

2.3.1 直接類

直接類方法主要是透過通訊找出個體感測資料的相關性，進而建立相對關係和地圖合併。這些感測資料的相關性可以根據觀察環境資訊來實現，這些環境資訊可分為兩類：

1. **觀測個體資訊的方法：**為了獲取不同機器人之間的相對關係，最簡單直接的方法是觀察其他機器人與自己的相對位置和關係。透過感測器，機器人可以決定通訊範圍，觀察周圍的可合作對象，並利用感測資料處理與其他機器人的相對關係。

Konolige [30] 的研究中，地圖合併被分為兩個步驟：建立假設、驗證假設。建立假設中，也就是當機器人觀察到彼此時，會開始建立通訊並開始接收其他機器人的感測數據，並嘗試建立兩者之間的相對關係，也就是地圖變換矩陣 (Map Transformation Matrix, MTM)。在驗證假設中，機器人會利用前一

階段建立的相對關係，嘗試於某個地點進行會面，若會面成功，則代表假設得到驗證，地圖進行合併，並且機器人開始進入協作。

Zhou [31] 預先設定好會合地點，並使用全景相機偵測安裝在其他機器人上的彩色圓柱體，來建立 MTM，求得相對關係以進行地圖合併。然而，由於矩陣存在較大的誤差，Zhou 提出了一種修正地圖的方法，通過辨識環境特徵進行合併地圖的修正。

2. **辨識共同物件或區域的方法：**當機器人無法直接觀測到彼此時，可以透過參照相同物件來建立彼此之間的關係。透過參照相同物件，機器人可以形成三角關係並計算彼此的相對位置。這些相同物件可能是環境中的物體，也可能是辨識出的相同區域。

Lee et al. [32] 將機器人裝上向上的相機，用來觀測周圍的天花板影像，並從影像中提取和存儲影像特徵。當兩個機器人的地圖有重疊的部分時，這代表它們觀察到相同的影像特徵。因此可以使用最佳化演算法來搜索這些地圖特徵之間的對應關係，以計算出兩個機器人之間的相對姿態差異，並完成地圖合併。

Tungadi et al. [33] 使用全景相機和基於 Haar 小波的機率地區識別系統，來檢測機器人當前位置是否與先前存取或運行的地圖相符。如果是前者，這種方法用於閉環檢測，有助於地圖的建立；如果是後者，它可以與存取的地圖合併。Tungadi 的方法中，Haar 小波系統可以計算出當前位置相對於參考原點的角度，提高了掃描匹配演算法驗證系統輸出結果的收斂速度和準確度，因此提高了方法的穩健性。

在 [34] 中，通過匹配相機識別的二維視覺對象來計算相對關係，當視覺對象被識別時，機器人之間的相對位置和方向被估計並用於計算 MTM。

2.3.2 間接類

間接類方法是基於地圖影像進行處理的方法。地圖可以看作是圖片影像的一種，利用格點像素的縮放、旋轉、平移等方式進行對齊並完成地圖合併。對齊方式主要可以分為兩種，一種是利用最佳化演算法來搜尋地圖影像之間的相對關係，另一種是透過擷取與匹配地圖影像的特徵來計算相對關係。下面將介紹這兩種不同的對齊方式：

1. **最佳化搜尋方法：**最佳化搜尋方法中，必須先定義地圖像素相關的目標函數，並使用演算法進行求解。根據格點佔據地圖的分類特性，目標函數可定義為最大化兩地圖的重合程度，也就是最大化格點像素種類的正確配對或最小化錯誤配對。以 Carpin et al. [35] 的方法為例，其首先定義了地圖重疊函數如下：

假設局部地圖 m_1 與 m_2 屬於一大小為 $[N \times M]$ 的全域地圖 $m_{N \times M}$ 之子集，其中 N, M 為兩個正實數。若座標系統一的情況下，Carpin et al. [5,35] 將兩個局部地圖 m_1 與 m_2 之間的重疊定義如下：

$$\omega(m_1, m_2) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} Eq(m_1[i, j], m_2[i, j]) \quad (2.1)$$

其中函數 $Eq(m_1[i, j], m_2[i, j])$ 表示若格點 $[i, j]$ 位置的兩像素值相同，則輸出 1，反之輸出 0，根據上述函數定義，則可將目標函數定義為：

$$\max_{x, y, \theta} \omega(m_1, T_{x, y, \theta}(m_2)) \quad (2.2)$$

其中操作變數為 x, y, θ ， θ 表示兩個圖之間的旋轉角度， x 和 y 表示兩個圖之間的縱向和橫向平移。地圖相對變換關係矩陣為

$$T_{x, y, \theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & x \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

地圖合併的目標函數並非凸函數，可行解區域中可能具有數個極值點，且局部最大、最小值點可能非常鄰近。現有的求解演算法研究包括 Locatelli et al. 所使用的模擬退火 (simulated annealing, SA) [36] 和 Rocha et al. 所使用的多點爬山 (multi-point hill climbing) [37]。

此外，Carpin et al. [38] 提出了適應性隨機漫步 (Adaptive Random Walk, ARW) 演算法進行求解。但 ARW 算法本質上是基於迭代窮舉搜索，計算量較大。為了克服這個缺點，Birk 和 Carpin [5] 使用啟發式函數來修正最佳化過程，有效地加快了搜索過程，此外 Birk 和 Carpin [5] 還提出了一種錯誤檢測機制，以有效避免錯誤的地圖合併。然而，如果兩個局部地圖之間的重疊程度很低，該演算法的合併結果會受到影響。

為了克服 ARW 演算法的計算量大的缺點，Li et al. [6] 提出使用基因演算法 [39] 進行求解。這種算法模仿自然進化過程，具有隨機全局搜索和並行性的特點。相對於 ARW 演算法，其更適合在大量可能性中尋找目標解，能夠更有效地實現兩幅圖之間的最優匹配。同時作者也提出相關的應用情境，在室外環境中，當車輛感測器被遮蔽造成無法得知環境資訊的情況。通過地圖合併可以獲得車輛之間的相對位置關係，從而從其他車輛中獲取被遮蔽區域的環境資訊，以有效提高車輛的感知能力和安全性能。

2. **特徵擷取方法：**此方法在合併機器人生成的局部地圖時，首先提取局部地圖的興趣點（即特徵），然後使用這些提取的特徵來合併佔據格點地圖 [40]。提取的特徵通常被認為是靜態的，不隨時間變化，確保提取的特徵可以在不同的局部地圖中重複出現 [41]。

格點像素的特徵十分多樣，常見的特徵類型包括點特徵（例如，尺度不變特徵轉換 (SIFT) 特徵 [9,42,43]、加速穩健特徵 (SURF) [44] 和 Harris [45]）、線特徵（例如，線段 [46]、弧 [46]）和幾何特徵（例如，矩形 [47,48]），也可能是線段角度轉換的頻譜特徵 [49]。根據使用的特徵不同，其演算方式雖然具有差異，但基本邏輯架構相似，皆是透過提取的特徵進行匹配，找出局部地圖的相對關係，並驗證合併結果。

以 Wang et al. [42] 為例，其將格點佔據地圖視為圖像，使用尺度不變特徵轉換（Scale Invariant Feature Transformation, SIFT）[50] 演算法對格點佔據地圖進行特徵擷取。將不同地圖各自擷取特徵後，依照 SIFT 輸出的描述符，並使用 ICP 掃描匹配演算法 [51] 進行特徵匹配，藉由建立兩地圖間的特徵配對集合直接計算出 MTM 並合併地圖。此方法常見於影像處理的全景圖合併、圖像縫合問題 [52]，不同的是，一般影像圖片的紋理、明度、色彩特徵較多，可擷取出較多特徵；而格點佔據地圖的像素往往趨於三值（白、灰、黑），因此可擷取的特徵較少。

驗證合併結果的方式以 Birk et al. [5] 為例，其提出接受指標（Acceptance Index, AI），對於格點佔據地圖的匹配，接受指標相當適合用於判斷地圖合併成功與否，概念與先前提及的區域種類的正確、錯誤配對類似，實際定義如下：

$$\omega(M_1, M_2) = \begin{cases} 0 & , \text{if } agr(M_1, M_2) = 0. \\ \frac{agr(M_1, M_2)}{agr(M_1, M_2) + dis(M_1, M_2)} & , \text{if } agr(M_1, M_2) \neq 0. \end{cases} \quad (2.4)$$

其中 $\omega(M_1, M_2)$ 為接受指標， $agr(M_1, M_2)$ 代表兩地圖 M_1 、 M_2 的正確格點種類配對的個數， $dis(M_1, M_2)$ 則代表錯誤配對的個數。

上述基於特徵的方法都沒有考慮到極端情況的特徵匹配錯誤。當不同地圖中兩個相似特徵被誤認為相同特徵時，就會發生這種特徵匹配錯誤 [45]。特徵匹配錯誤會導致嚴重的地圖合併錯誤，這種情況通常發生在具有高重複性特徵的環境中，例如對稱結構環境。為了解決這個問題，Durdu 和 Korkmaz [45] 提出了一種語義方法來合併具有對稱結構的環境，此方法通過評估特徵的有效性來刪減特徵，有效地避免對稱環境中的特徵匹配錯誤。但此方法的前提是高重複性特徵的環境仍有細微的差異，對於無法有細微差異的高重複性特徵環境，例如只有機台的工廠，仍無法有效的成功合併。



2.3.3 格點佔據地圖合併方法之小結

直接類方法的優勢在於簡單易行, 計算複雜度相對較低且不受環境特徵的影響, 尤其適用於高重複性特徵環境。但是, 由於觀察彼此位置要求機器人同時位於同一場域, 限制了時間分配, 同時因為必須要觀測到彼此, 限制了活動範圍及靈活性, 進而降低了探索效率。相比之下, 辨識共同環境資訊則可放寬活動範圍的限制, 只要個體探索範圍曾重疊過, 就可以計算相對關係, 這種概念與間接類方法相似, 但是直接類方法需要儲存大量資料。以 [34] 的方法為例, 需要儲存視覺對象的 RGB 影像, 隨著時間的累積, 所需儲存的圖片數量也越來越多, 因此佔用的儲存空間很大。且不論那一個方法, 準確度在很大程度上依賴於感測器的測量精度, 受到硬體規格的限制。

間接類方法則利用地圖影像儲存的資料進行地圖合併, 不受時間和探索範圍的限制, 具有靈活性。同時, 其通訊傳遞的格點佔據地圖影像的像素只趨於三值(白、灰、黑), 檔案大小與 RGB 影像相比較小, 可避免資料遺失。然而, 在間接類方法中, 最佳化搜尋方法需要良好的初始估計值, 並且在大規模地圖合併時需要消耗大量計算資源, 因此執行速度較慢, 且無法保證全域最佳解的收斂, 此外從目標函數的定義可以得知, 在高重複特徵環境中, 存在多組最佳解, 可能導致地圖合併錯誤; 特徵擷取方法雖然能夠快速進行大規模地圖合併, 因為其只需要計算影像中的關鍵點, 而不需要處理整個影像, 但特徵擷取方法可取得的特徵數量較一般 RGB 影像少, 且在高重複特徵環境中容易出現特徵匹配錯誤。

2.4 文獻回顧總結

回顧與分析機器人探索策略及地圖合併的研究, 可以發現現有的研究多著重在單一方面, 缺乏將兩者結合在一起的探討。然而在實際應用中, 無法預期各個機器人已知彼此的初始相對姿態, 因此將探索和合併兩者結合在一起是必要的。同時如上述所提及, 在面對高重複特徵的環境時, 格點佔據地圖使用間接類難以成功合併, 而使用直接類則會需要儲存及處理大量資料, 並限制了活動範圍及靈活性, 進而降低了探索效率, 這是解決地圖合併問題的一大挑戰。因此, 本研究旨在探討如何在未知初始相對姿態的情況下, 將多機器人協作探索策略和地圖合併結合在一起, 並解決高重複特徵地圖的合併問題。在第三章中, 首先會具體地針對本研究核心問題進行描述, 給出完整數學定義, 並可以看到本研究基於 [1] 的方法發展基於通訊信號強度預測距離之未知初始相對姿態自主多機器人協同探索。並在第四章詳細介紹 [1] 中的現有演算法。而第五章將可以看到本研究將未知初始相對姿態加入考量, 並針對高重複特徵地圖提出了 [1] 的流程修正, 並說明效用。最後以模擬環境測試本研究方法, 並進行討論與總結。



研究流程與架構

前兩章節已經說明了本研究方法分為兩大部份：高重複特徵的地圖合併、未知初始相對姿勢自主多機器人協同探索。本研究在實現感測、地圖建構、運動規劃的部份時，使用 MATLAB 中開源的專案協助完成，而其餘部分，如探索策略及地圖合併，則是完全自行撰寫實作而成，皆是使用 MATLAB 語言。此章節將針對這兩大部分進行更詳細的問題定義，並說明本文使用的測試案例與研究方法的流程及架構。

3.1 問題描述

本研究有兩個目標，第一個是成功將格點佔據地圖合併，第二個是將未知環境地圖建構完成。為了完成上述目標，必須先定義格點佔據地圖。格點佔據地圖可視作灰階影像圖片的一種，因此數學上可將其定義為二維矩陣 M_i ，如式 (3.1)：

$$M_i = \begin{bmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1c_i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{r_i1} & \cdots & m_{r_i c_i} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

其中，矩陣大小為 $r_i \times c_i$ ，矩陣 M_i 的元素代表灰影像像素值，數值範圍如下：

$$M_i(x, y) = m_{xy} \in [0, 255], \quad x = 1, \dots, r_i, \quad y = 1, \dots, c_i \quad (3.2)$$

影像像素值代表格點佔據地圖的區域分類資訊，因此主要有三個整數值，即 (1) 佔據區域像素值為 0、(2) 未知區域像素值為 128、(3) 自由區域像素值為 255。

現在已經定義了格點佔據地圖，接下來將分別介紹成功地將格點佔據地圖合

併，以及將未知環境地圖建構完成，這兩個目標的問題描述：



1. 格點佔據地圖合併

地圖之間的相對變換關係是指能夠將一個地圖轉換成另一個地圖的數學變換關係。在機器人建構地圖時，由於機器人的參考原點和地圖解析度不同，因此需要將地圖進行旋轉、縮放和平移等變換，以使不同地圖的座標系統和比例尺一致。假設有兩個格點佔據地圖，分別為 M_1 和 M_2 ，且存在一個相對變換關係 $T_{s,\theta,t_x,t_y}^{12}$ ，它可以將地圖 M_1 進行變換，使其座標系統和比例尺與地圖 M_2 對齊並統一。其中， s 表示縮放比例， θ 表示旋轉角度， t_x 和 t_y 分別表示平移的水平和垂直距離：

$$T_{s,\theta,t_x,t_y}^{12} = \begin{bmatrix} s \cos \theta & -s \sin \theta & t_x \\ s \sin \theta & s \cos \theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

式 (3.3) 中，地圖 M_2 為參考， s 表示地圖 M_1 與 M_2 的比例差異， θ 表示兩者的旋轉差異， t_x 與 t_y 則表示兩者的平移差異。

這種相對變換關係是雙向的，也就是說，如果可以將地圖 M_1 變換成地圖 M_2 ，也可以將地圖 M_2 變換成地圖 M_1 。經過相對變換後，地圖 M_1 與 M_2 已經統一比例與座標系關係，因此兩地圖會有部份重疊的格點。對於每一重疊的格點，像素值來自於地圖 M_1 和 M_2 ，因此可以根據這兩個像素值來區分重疊格點的種類。區分方式如同第二章提及的正確匹配、錯誤匹配：

- 兩像素值所代表的區域類型相同，且並非未知區域，則屬於正確匹配 (*agr*)。
- 兩像素值所代表的區域類型相異，且並非未知區域，則屬於錯誤匹配 (*dis*)。
- 任一像素值所代表的區域中為未知區域，則不予計算。

根據上述的正確、錯誤匹配計算，可加以使用 Birk [5] 所提出的接受指標 (式 (2.4)) 來評估地圖 M_1 、 M_2 在經過相對變換後的重疊結果。理論上，如果地圖 M_1 經過正確的變換後，其格點應該與 M_2 相同的區域類型重疊，也就是說正確匹配的數量應該增加，錯誤匹配的數量應該減少，這樣接受指標 ω 就會越接近於 1。根據這個概念，可以設定一個閾值來評估是否要使用這個相對變換，並且把兩個地圖的重疊情況作為地圖合併的結果：

$$\omega(M_1, M_2) > \omega_{thres} \quad (3.4)$$



2. 未知環境地圖建構完成

邊界被定義為自由區域和未知區域之間的交界區域，也可以稱為邊緣區域。在地圖探索中，邊界被用來表示機器人需要繼續探索的區域，因為這些區域可能包含未知的信息。數學上可定義邊界為：

$$M_i(x, y) = 255 \text{ and } (\exists(a, b) \text{ s.t. } M_i(a, b) = 128) \quad (3.5)$$

式 (3.5) 中， (a, b) 是 (x, y) 的鄰居格點，即 $(x-1, y)$ 、 $(x+1, y)$ 、 $(x, y-1)$ 、 $(x, y+1)$ 四個方向上的格點。

如果多機器人的所有局部地圖都找不到邊界（即所有邊界都被探索），可以定義地圖已被探索完成。假設有 k 台機器人，每個機器人個體都可以感知到本身局部地圖上的所有格子。對於每個機器人 i ，定義 F_i 為機器人 i 的邊界集合，即該機器人局部地圖未被探索的邊界集合。所有機器人的邊界集合的聯集，也就是所有局部地圖未被探索的邊界集合，表示如式 (3.6)：

$$F = \bigcup_{i=1}^k F_i \quad (3.6)$$

如果所有局部地圖的邊界都被探索，則代表地圖已被探索完成，數學表示如下：

$$F = \emptyset \quad (3.7)$$

式 (3.7) 中， \emptyset 表示空集。

3.2 研究方法與架構

前一節已針對格點佔據地圖進行定義，同時也給定評判合併地圖結果的量化指標及探索完成的定義。接下來將介紹本文研究方法與架構，在此將簡介研究方法的基礎背景以及延伸發展。

3.2.1 格點佔據地圖合併架構

如第二章所述，當格點佔據地圖面臨高度重複特徵環境時，使用間接特徵擷取方法難以成功合併。格點佔據地圖作為影像進行處理時，其像素值主要為 3 個整數（0、128、255），相較於一般影像包含的 256 個整數像素值（0~255），像素值的變化較小，因此特徵擷取演算法可取得的特徵數量相對較少。同時，在高度重複特徵環境中，提取的特徵無法分辨區別，可能導致特徵配對錯誤。

然而，使用直接特徵擷取方法的辨識共同環境資訊方法，雖然可以不受高度重複特徵環境的影響，但需要儲存大量影像圖片，佔用大量儲存空間並消耗大量運算資源。為了克服直接和間接地圖合併方法的缺點，本研究的地圖合併部分主要參考了 Ferrão [43] 提出的間接特徵擷取方法結構（如圖 3.1 所示），同時加入 Adame et al. [53] 提出的 5G Wi-Fi 信號強度模型的概念，以解決高度重複特徵環境下的地圖合併問題。

本研究之地圖合併架構如圖 3.2，此架構主要利用 5G wifi 信號強度模型推算信號源距離，進而計算出地圖的相對變換關係。首先，使用信號強度模型推算出不同機器人個體之間的距離，並利用推算出的距離計算地圖之間的相對變換關係。接著，使用前一節提到的接受指標（式 (3.4)）來判斷是否接受該變換關係。如果接受，可以採用熵濾波技術來輸出合併地圖的結果。如果不接受，則需要進一步使用特徵擷取演算法取得格點佔據地圖的特徵，並使用匹配演算法進行特徵的配對。最後，透過旋轉平移的限制，計算出修正的相對變換關係，再次使用接受指標（式 (3.4)）判斷是否接受該變換關係，若接受則可採用熵濾波技術輸出合併地圖的結果。若仍不接受，則判斷是否已經修正過信號強度推算之距離，若否則進行修正，若已修正過，則代表此地圖組合無法成功合併，輸出原本的地圖。

透過加入此信號強度模型推算信號源距離的方法，可以有效解決高重複特徵地圖合併錯誤的問題。此外，信號強度資料只是一個數值，相較於需要儲存大量圖片的直接類辨識共同環境資訊方法，儲存空間小，不需要消耗大量運算資源，促進後續計算出正確的相對變換關係以及完成地圖合併。

3.2.2 多機器人自主探索架構

本文多機器人自主探索之研究方法主要參考 Umari et al. [1] 所提出的單機器人及機器人的自主探索架構。

其中 [1] 的單器人自主探索架構如圖 3.3，其主要由路徑規劃、機器人探索策略、建圖所組成，首先機器人會使用 LiDAR 掃描及里程計的資料來更新建構地圖及定位姿勢，接著將更新建構的地圖以及機器人姿勢傳給單機器人探索策略，利用地圖來進行全域 RRT 的生長，其趨向於尋找遠離機器人的邊界點，以及利用地圖以及機器人姿勢來進行局部 RRT 的生長，其趨向於尋找機器人附近的邊界點，接著將找到的全部邊界進行過濾，將過於接近的邊界進行聚類縮減資料，最後對剩下的邊界進行評分，機器人會將得分最高的邊界視為目標點，並利用地圖、機器人姿勢及目標點位置進行全域路徑規劃，並利用 LiDAR 掃描的資料、地圖、機器人姿勢來進行局部路徑規劃避障，直到地圖的邊界都已被探索，且找不到新的邊界式 (3.7))。



參考方法 之地圖合併方法

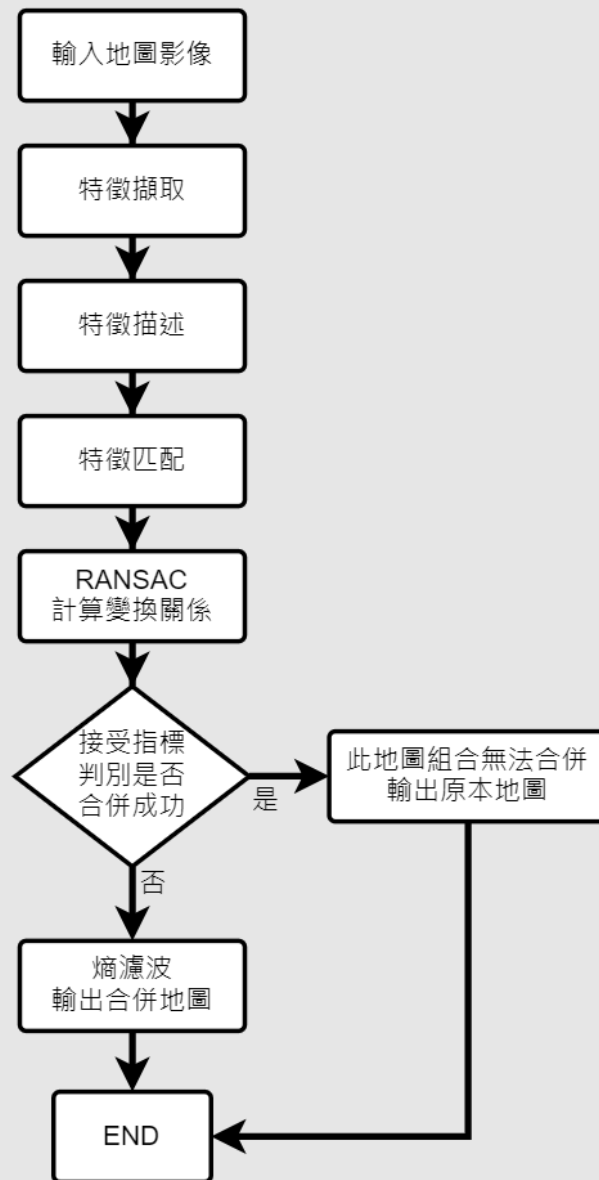


圖 3.1: 本文地圖合併之參考方法

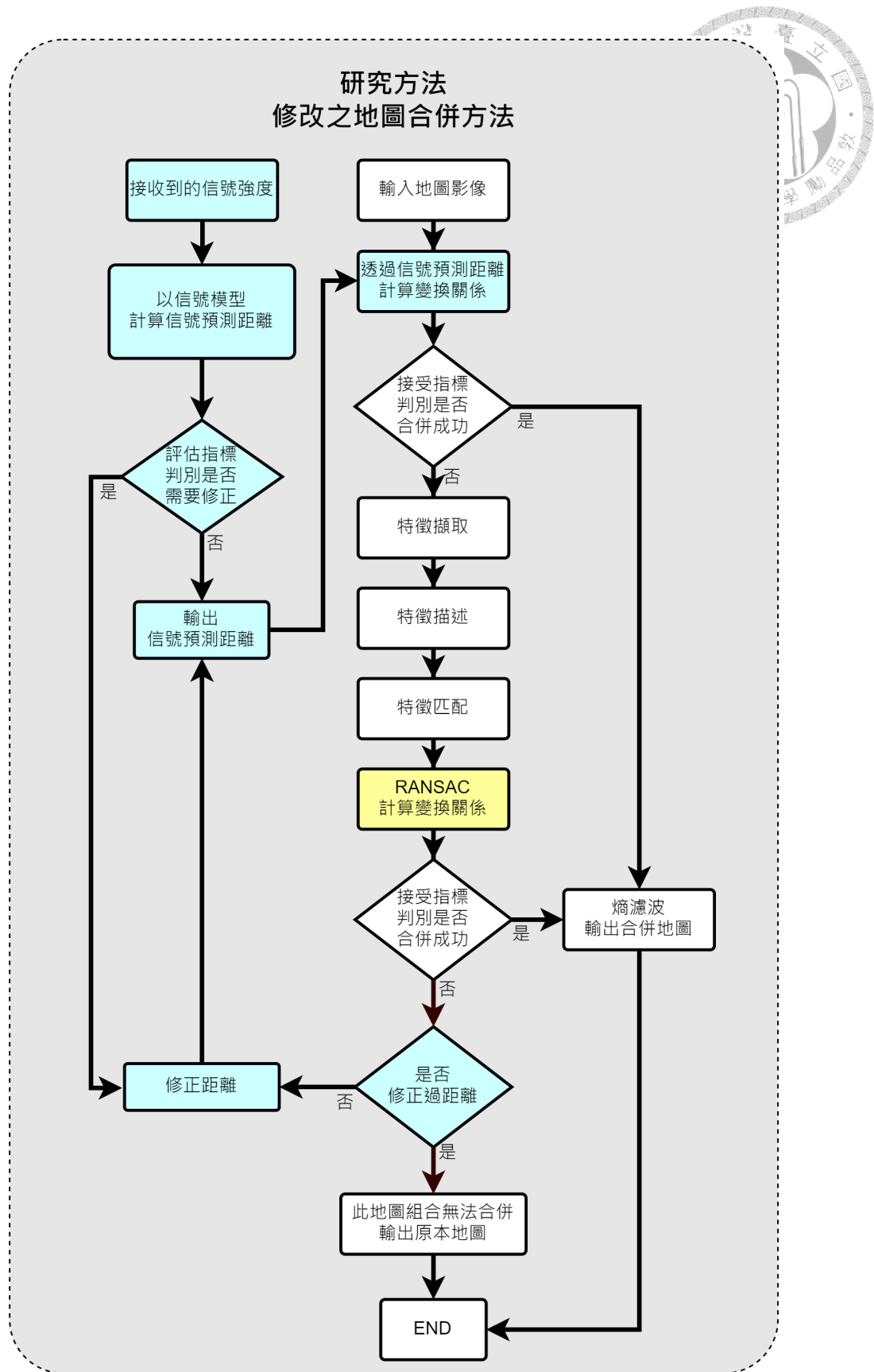


圖 3.2: 本文地圖合併之研究方法，在參考方法之中加入信號預測距離

而 [1] 的多機器人自主探索架構，如圖3.4，其架構與單器人自主探索架構相似，在此假設機器人個體間已知初始姿勢，也就是地圖可以直接進行合併。與單器人自主探索架構差別在於將單機器人擴展為多機器人，並使用地圖合併將已知相對關係之局部地圖整合為全域地圖，且每個機器人個體都會有一棵局部 RRT 來探索個體附近的邊界，最終在任務分配中加入市場機制，將多個邊界按照分數分配給多個機器人作為目標點，其停止條件一樣為地圖的邊界都已被探索，且找不到新的邊界式 (3.7))。

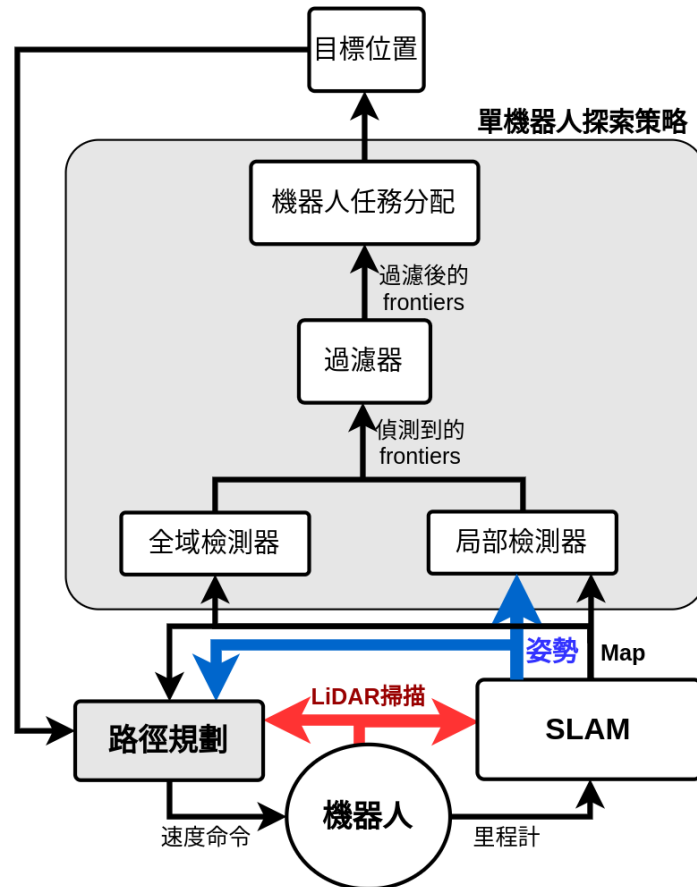


圖 3.3: 本文單機器人自主探索之參考方法

本研究之多機器人自主探索架構如圖3.5，主要將 [1] 所提出的單機器人及機器人的自主探索架構進行整合，因為本研究假設機器人個體間未知初始姿勢。同時，將架構進行些微簡化，假設里程計沒有誤差，也就是可以直接知道機器人個體在局部地圖之姿勢，不需要透過 SLAM 來定位姿。因為機器人個體間未知初始姿勢，所以無法直接將局部地圖整合為全域地圖，對於地圖尚未合併之機器人，採用單器人探索架構，而地圖合併成功之機器人，則採用多器人自主探索架構，並且地圖合併方法如上述所提，加入了通訊信號強度來處理高重複特徵之環境。

上述作為本文研究的參考方法將於第四章進行演算法的詳細介紹，並且搭配測試用地圖展示各演算法的效果。本文研究方法將於第五章進行詳細的說明，並且搭以測試用地圖展示每個步驟的效用。

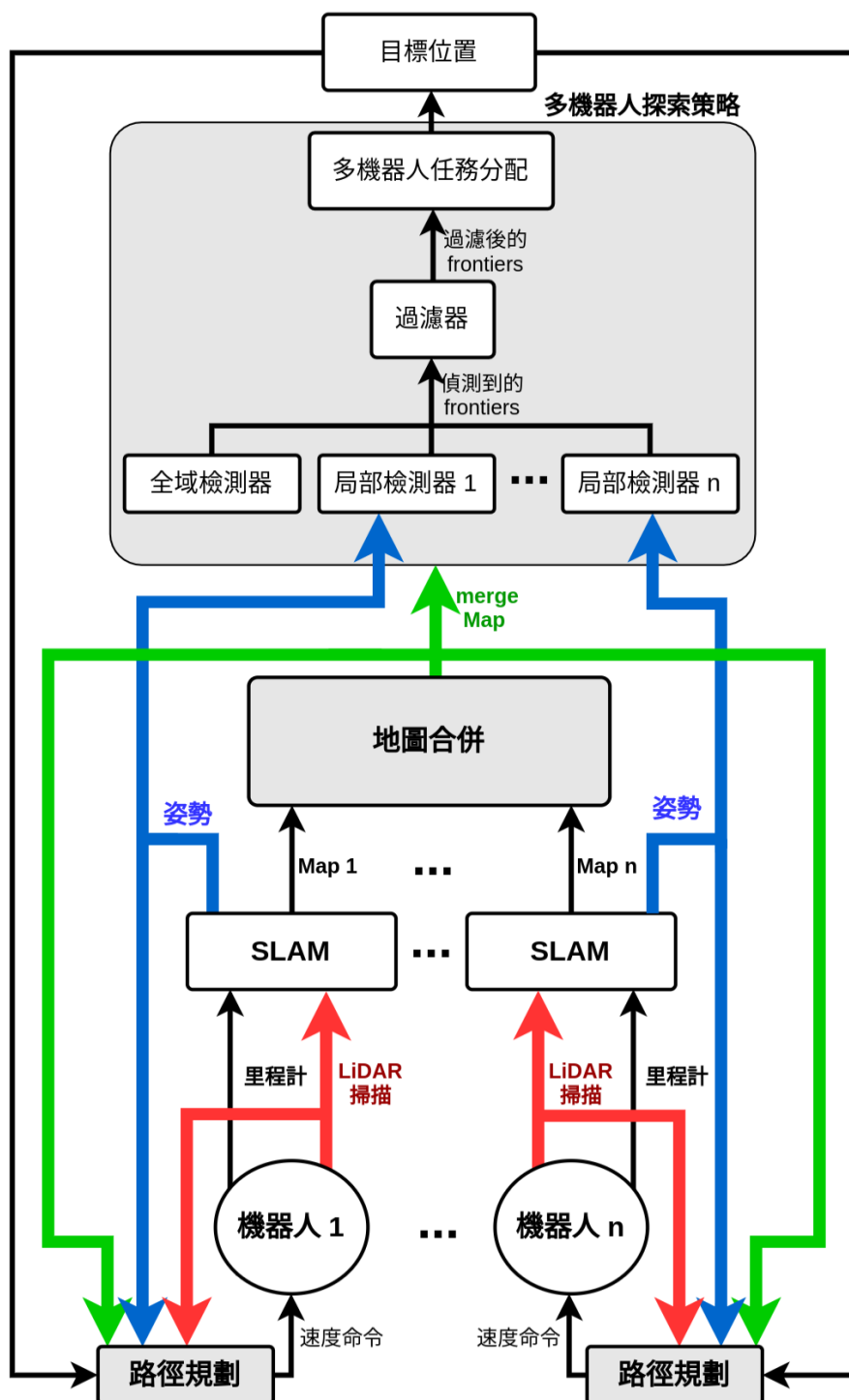


圖 3.4: 本文多機器人自主探索之參考方法

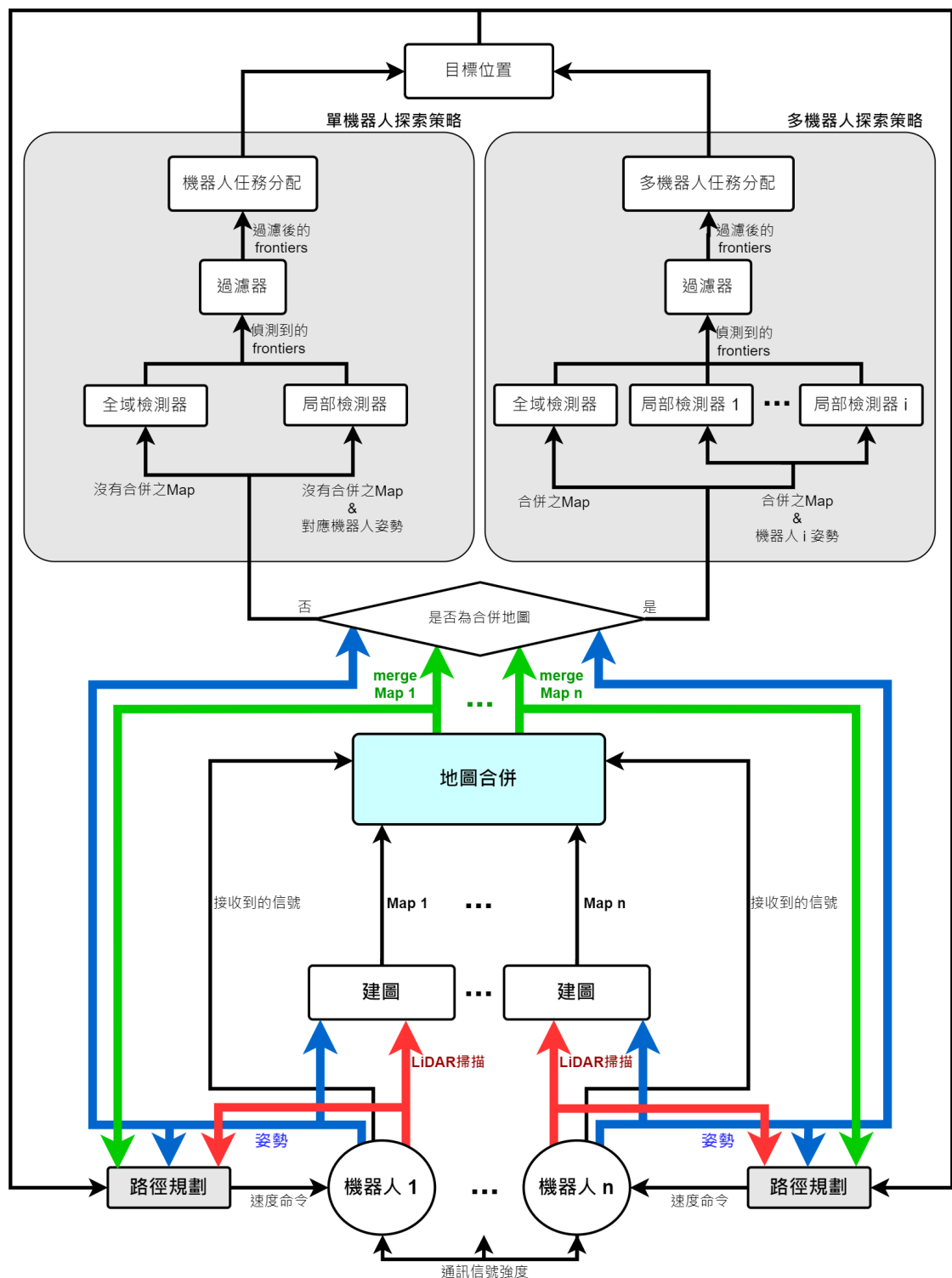


圖 3.5: 本文多機器人自主探索之研究方法，主要單機器人及多機器人的自主探索架構進行整合，並在地圖合併加入了通訊信號強度來處理高重複特徵之環境。



加入信號強度預測距離之地圖合併

- 4.1 信號強度預測距離
- 4.2 評估及修正預測距離
- 4.3 使用距離計算變換關係
- 4.4 特徵擷取
- 4.5 特徵描述
- 4.6 特徵匹配
- 4.7 使用特徵計算變換關係
- 4.8 RANSAC
- 4.9 相對變換關係接受指標
- 4.10 地圖合併處理



未知初始相對姿勢自主多機器人探索

5.1 平均移位聚類演算法

5.2 邊界檢測器

5.2.1 局部檢測器

5.2.2 全域檢測器

5.3 過濾器

5.4 機器人任務分配

5.4.1 單機器人

5.4.2 多機器人

5.5 路徑規劃

5.5.1 全域路徑規劃

5.5.2 局部路徑規劃



模擬環境測試

- 6.1 模擬環境建構
- 6.2 地圖合併測試與討論
- 6.3 自主探索測試與討論



總結與未來展望

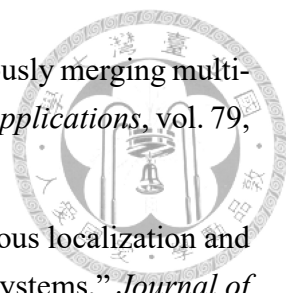
7.1 結論

7.2 研究建議與未來展望

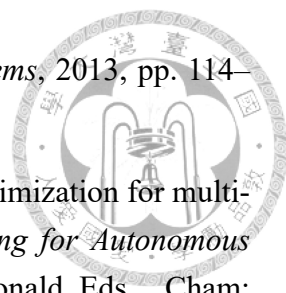


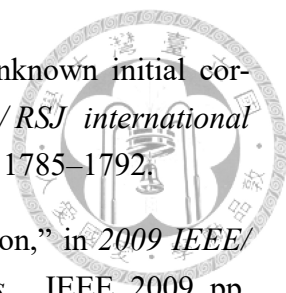
參考文獻

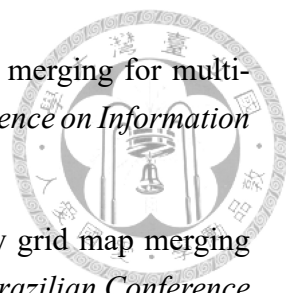
- [1] H. Umari and S. Mukhopadhyay, “Autonomous robotic exploration based on multiple rapidly-exploring randomized trees,” 09 2017, pp. 1396–1402.
- [2] S. Yu, C. Fu, A. K. Gostar, and M. Hu, “A review on map-merging methods for typical map types in multiple-ground-robot slam solutions,” *Sensors*, vol. 20, no. 23, 2020. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/20/23/6988>
- [3] B. Yamauchi, “A frontier-based approach for autonomous exploration,” in *Proceedings 1997 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation CIRA’97. 'Towards New Computational Principles for Robotics and Automation'*, 1997, pp. 146–151.
- [4] S. Wang, Z. Wu, and W. Zhang, “An overview of slam,” in *Proceedings of 2018 Chinese Intelligent Systems Conference: Volume I*. Springer, 2019, pp. 673–681.
- [5] A. Birk and S. Carpin, “Merging occupancy grid maps from multiple robots,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 94, no. 7, pp. 1384–1397, 2006.
- [6] H. Li, M. Tsukada, F. Nashashibi, and M. Parent, “Multivehicle cooperative local mapping: A methodology based on occupancy grid map merging,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 15, no. 5, pp. 2089–2100, 2014.
- [7] S. Yu, C. Fu, A. K. Gostar, and M. Hu, “A review on map-merging methods for typical map types in multiple-ground-robot slam solutions,” *Sensors*, vol. 20, no. 23, p. 6988, 2020.
- [8] Z. Jiang, J. Zhu, Y. Li, J. Wang, Z. Li, and H. Lu, “Simultaneous merging multiple grid maps using the robust motion averaging,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 94, no. 3, pp. 655–668, 2019.

- 
- [9] Z. Jiang, J. Zhu, C. Jin, S. Xu, Y. Zhou, and S. Pang, “Simultaneously merging multi-robot grid maps at different resolutions,” *Multimedia Tools and Applications*, vol. 79, no. 21, pp. 14 553–14 572, 2020.
 - [10] L. Carlone, M. K. Ng, J. Du, B. Bona, and M. Indri, “Simultaneous localization and mapping using rao-blackwellized particle filters in multi robot systems,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 63, no. 2, pp. 283–307, 2011.
 - [11] F. Amigoni, S. Gasparini, and M. Gini, “Building segment-based maps without pose information,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 94, no. 7, pp. 1340–1359, 2006.
 - [12] J. Weingarten and R. Siegwart, “3d slam using planar segments,” in *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2006, pp. 3062–3067.
 - [13] H. Choset and K. Nagatani, “Topological simultaneous localization and mapping (slam): toward exact localization without explicit localization,” *IEEE Transactions on robotics and automation*, vol. 17, no. 2, pp. 125–137, 2001.
 - [14] O. Booij, B. Terwijn, Z. Zivkovic, and B. Krose, “Navigation using an appearance based topological map,” in *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2007, pp. 3927–3932.
 - [15] L. E. Kavraki, P. Svestka, J.-C. Latombe, and M. H. Overmars, “Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces,” *IEEE transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 4, pp. 566–580, 1996.
 - [16] S. M. LaValle and J. J. Kuffner Jr, “Randomized kinodynamic planning,” *The international journal of robotics research*, vol. 20, no. 5, pp. 378–400, 2001.
 - [17] M. Keidar and G. Kaminka, “Robot exploration with fast frontier detection: Theory and experiments,” vol. 1, 06 2012, pp. 113–120.
 - [18] B. Yamauchi, “Frontier-based exploration using multiple robots,” in *Proceedings 1998 Second International Conference on Autonomous Agents AGENTS’98.*, 1998, pp. 47–53.
 - [19] Y. Wang, A. Liang, and H. Guan, “Frontier-based multi-robot map exploration using particle swarm optimization,” in *2011 IEEE Symposium on Swarm Intelligence*, 2011, pp. 1–6.
 - [20] P. Senarathne, D. Wang, Z. Wang, and Q. Chen, “Efficient frontier detection and management for robot exploration,” in *2013 IEEE International Conference on*

Cyber Technology in Automation, Control and Intelligent Systems, 2013, pp. 114–119.

- 
- [21] Z. Yan, L. Fabresse, J. Laval, and N. Bouraqadi, “Team size optimization for multi-robot exploration,” in *Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots*, D. Brugali, J. F. Broenink, T. Kroeger, and B. A. MacDonald, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2014, pp. 438–449.
 - [22] S. M. LaValle, “Rapidly-exploring random trees : a new tool for path planning,” *The annual research report*, 1998.
 - [23] G. Oriolo, M. Vendittelli, L. Freda, and G. Troso, “The srt method: randomized strategies for exploration,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004*, vol. 5, 2004, pp. 4688–4694 Vol.5.
 - [24] H. El-Hussieny, S. F. M. Assal, and M. Abdellatif, “Improved backtracking algorithm for efficient sensor-based random tree exploration,” in *2013 Fifth International Conference on Computational Intelligence, Communication Systems and Networks*, 2013, pp. 19–24.
 - [25] A. Franchi, L. Freda, G. Oriolo, and M. Vendittelli, “The sensor-based random graph method for cooperative robot exploration,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 14, no. 2, pp. 163–175, 2009.
 - [26] —, “A randomized strategy for cooperative robot exploration,” in *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2007, pp. 768–774.
 - [27] —, “A decentralized strategy for cooperative robot exploration,” 01 2007, p. 7.
 - [28] R. Zlot, A. Stentz, M. Dias, and S. Thayer, “Multi-robot exploration controlled by a market economy,” vol. 3, 02 2002, pp. 3016 – 3023.
 - [29] H.-C. Lee, S.-H. Lee, T.-S. Lee, D.-J. Kim, and B.-H. Lee, “A survey of map merging techniques for cooperative-slam,” in *2012 9th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI)*. IEEE, 2012, pp. 285–287.
 - [30] K. Konolige, D. Fox, B. Limketkai, J. Ko, and B. Stewart, “Map merging for distributed robot navigation,” in *Proceedings 2003 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS 2003)(Cat. No. 03CH37453)*, vol. 1. IEEE, 2003, pp. 212–217.

- 
- [31] X. S. Zhou and S. I. Roumeliotis, "Multi-robot slam with unknown initial correspondence: The robot rendezvous case," in *2006 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems*. IEEE, 2006, pp. 1785–1792.
 - [32] H. S. Lee and K. M. Lee, "Multi-robot slam using ceiling vision," in *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2009, pp. 912–917.
 - [33] F. Tungadi, W. L. D. Lui, L. Kleeman, and R. Jarvis, "Robust online map merging system using laser scan matching and omnidirectional vision," in *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2010, pp. 7–14.
 - [34] H. Lee *et al.*, "Implementation of a network-based robot system for cooperative recognition and localization of multiple objects," in *Proc. IEEE Summer Conf.*, 2012, pp. 2008–2010.
 - [35] S. Carpin, A. Birk, and V. Jucikas, "On map merging," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 53, no. 1, pp. 1–14, 2005. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889005001041>
 - [36] M. Locatelli, "Simulated annealing algorithms for continuous global optimization," *Handbook of Global Optimization: Volume 2*, pp. 179–229, 2002.
 - [37] R. Rocha, F. Ferreira, and J. Dias, "Multi-robot complete exploration using hill climbing and topological recovery," in *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2008, pp. 1884–1889.
 - [38] S. Carpin and G. Pillonetto, "Motion planning using adaptive random walks," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, no. 1, pp. 129–136, 2005.
 - [39] K.-F. Man, K. S. Tang, and S. Kwong, *Genetic algorithms: concepts and designs*. Springer Science & Business Media, 2001.
 - [40] S. Saeedi, L. Paull, M. Trentini, and H. Li, "Multiple robot simultaneous localization and mapping," in *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2011, pp. 853–858.
 - [41] J.-L. Blanco, J. González-Jiménez, and J.-A. Fernández-Madrigal, "A robust, multi-hypothesis approach to matching occupancy grid maps," *Robotica*, vol. 31, no. 5, pp. 687–701, 2013.

- 
- [42] K. Wang, S. Jia, Y. Li, X. Li, and B. Guo, “Research on map merging for multi-robotic system based on rtm,” in *2012 IEEE International Conference on Information and Automation*. IEEE, 2012, pp. 156–161.
 - [43] V. T. Ferrão, C. D. N. Vinhal, and G. da Cruz, “An occupancy grid map merging algorithm invariant to scale, rotation and translation,” in *2017 Brazilian Conference on Intelligent Systems (BRACIS)*. IEEE, 2017, pp. 246–251.
 - [44] H. Bay, A. Ess, T. Tuytelaars, and L. Van Gool, “Speeded-up robust features (surf),” *Computer vision and image understanding*, vol. 110, no. 3, pp. 346–359, 2008.
 - [45] A. Durdu and M. Korkmaz, “A novel map-merging technique for occupancy grid-based maps using multiple robots: A semantic approach,” *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, vol. 27, no. 5, pp. 3980–3993, 2019.
 - [46] Y. Alnounou, M. J. Paulik, M. Krishnan, G. Hudas, and J. Overholt, “Occupancy grid map merging using feature maps,” ARMY TANK AUTOMOTIVE RESEARCH DEVELOPMENT AND ENGINEERING CENTER WARREN MI, Tech. Rep., 2010.
 - [47] J. Park, A. J. Sinclair, R. E. Sherrill, E. A. Doucette, and J. W. Curtis, “Map merging of rotated, corrupted, and different scale maps using rectangular features,” in *Proceedings of IEEE/ION PLANS 2016*, 2016, pp. 535–543.
 - [48] Y. Sun, R. Sun, S. Yu, and Y. Peng, “A grid map fusion algorithm based on maximum common subgraph,” in *2018 13th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*. IEEE, 2018, pp. 58–63.
 - [49] S. Carpin, “Fast and accurate map merging for multi-robot systems,” *Autonomous robots*, vol. 25, no. 3, pp. 305–316, 2008.
 - [50] D. G. Lowe, “Object recognition from local scale-invariant features,” in *Proceedings of the seventh IEEE international conference on computer vision*, vol. 2. Ieee, 1999, pp. 1150–1157.
 - [51] J. M. Phillips, R. Liu, and C. Tomasi, “Outlier robust icp for minimizing fractional rmsd,” in *Sixth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling (3DIM 2007)*. IEEE, 2007, pp. 427–434.
 - [52] S. Arya, “A review on image stitching and its different methods,” *International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering*, vol. 5, no. 5, pp. 299–303, 2015.

- [53] T. Adame, M. Carrascosa, and B. Bellalta, “The tmb path loss model for 5 ghz indoor wifi scenarios: On the empirical relationship between rssi, mcs, and spatial streams,” in *2019 Wireless Days (WD)*. IEEE, 2019, pp. 1–8.

