

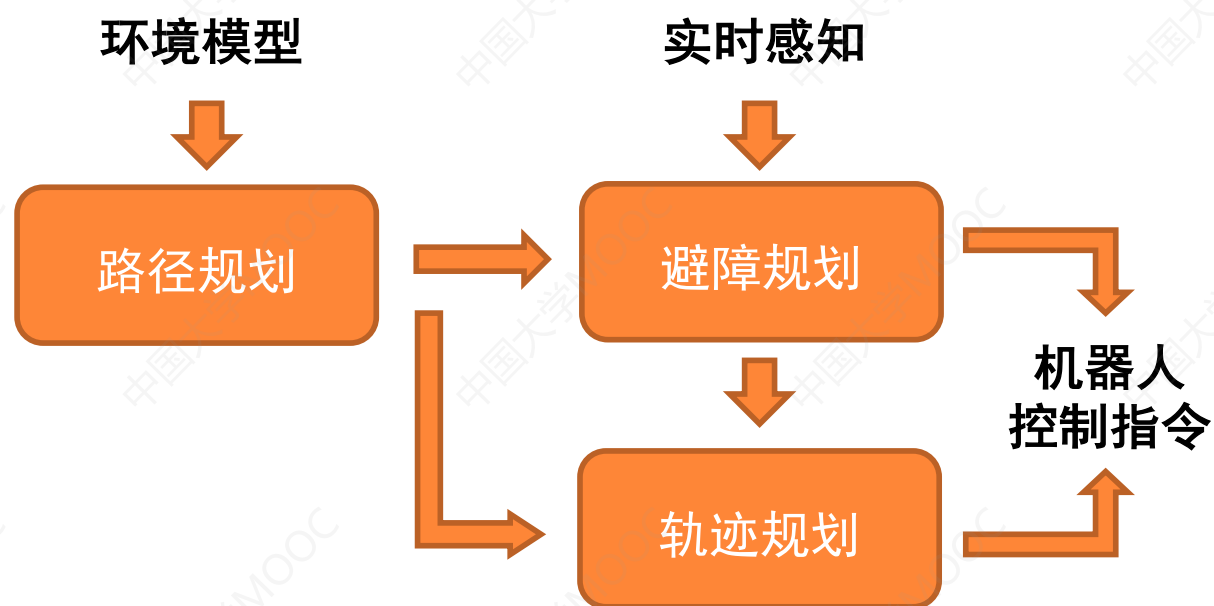


第六讲 融合导航规划

熊蓉

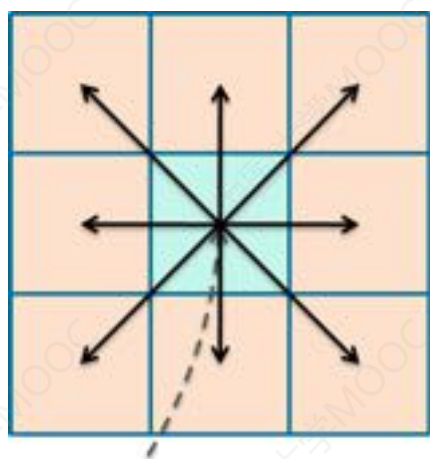
浙江大学 控制科学与工程学院

回顾：路径规划、避障规划、轨迹规划三者关系

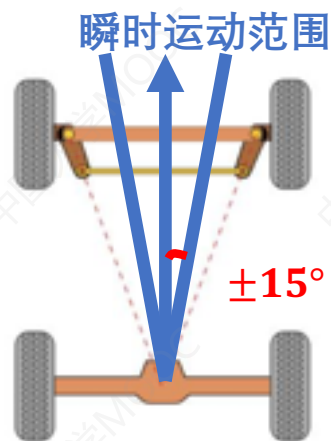


传统导航规划存在问题

1. 在路径规划中不考虑机器人的运动学约束，导致轨迹规划不能跟踪实现所有路径



(a) regular A*



随机生成的路径规划点对中大概只有8.3%可以被正常执行

传统导航规划存在问题

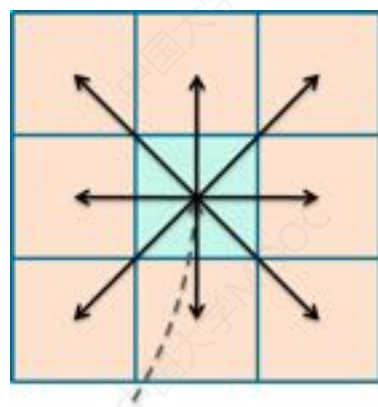
1. 在路径规划中不考虑机器人的运动学约束，导致轨迹规划不能跟踪实现所有路径
2. 如果实时避障偏离路径，避障规划和轨迹控制器没有如何到达目标的全局信息

导航规划优化方法

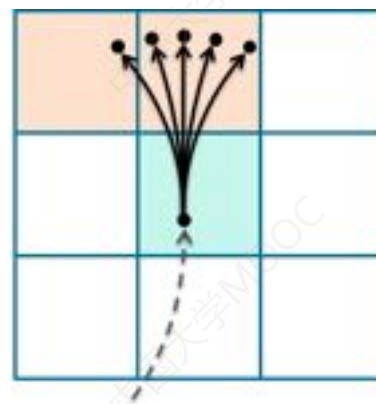
- 混合A*：在路径规划中考虑机器人的运动学约束
- 弹性带算法：将全局规划和局部规划有效融合
- TEB：带有时间的弹性带算法，融合轨迹生成

1. 混合A*

- 提出于2004年，针对固定翼飞行器在三维空间中的运动学约束
- 2005年被Stanford大学应用于DARPA无人驾驶挑战赛
- 基本思想：设置一组运动基元来确定可达状态并构建搜索树



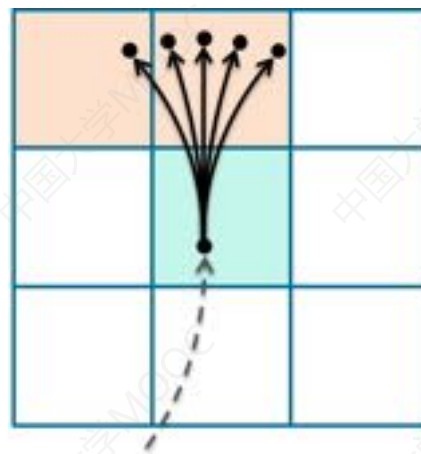
(a) regular A*



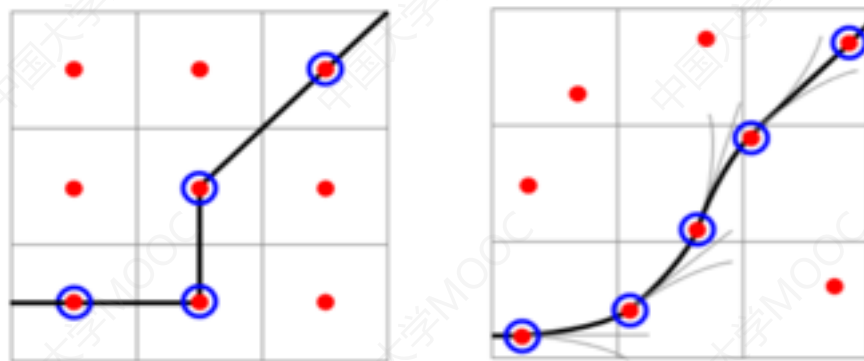
(b) Hybrid A*

运动基元

- 指机器人一个时间片内能够实现的平移和旋转运动，受机器人的最大加速度和最大速度的约束，同时要求满足以下条件
 - 路径距离要足够离开当前网格
 - 路径曲率受最大转向角约束
 - 朝向变化是离散转角步长的倍数



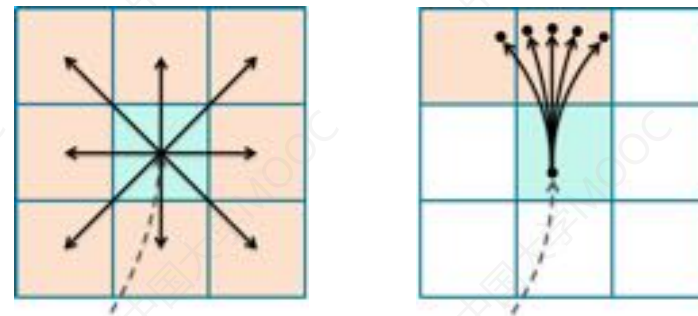
1. 混合A*



传统A*得到的是直线段组成的路径

混合A*得到的路径等同于轨迹，确保了机器人运动的平滑性和可实现性

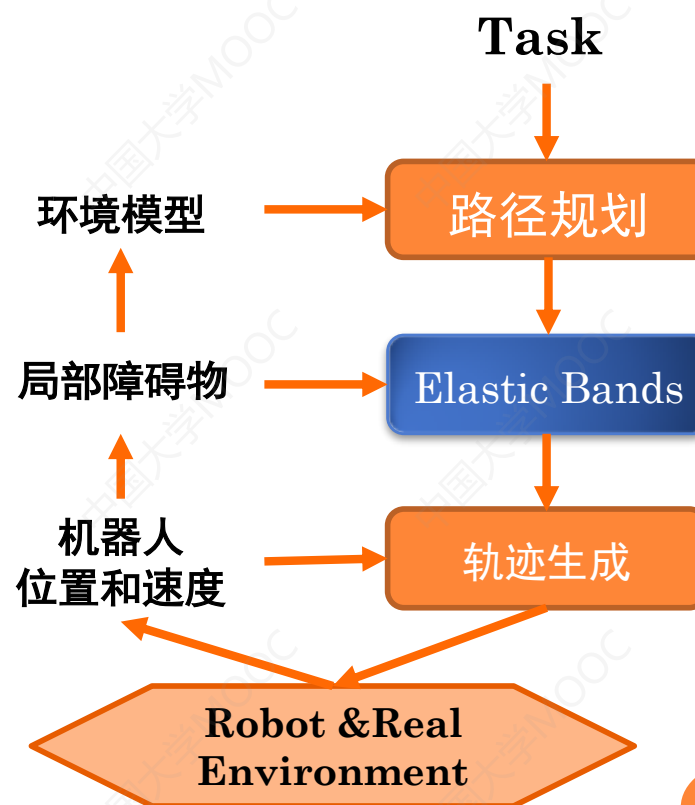
混合A*与A*的区别



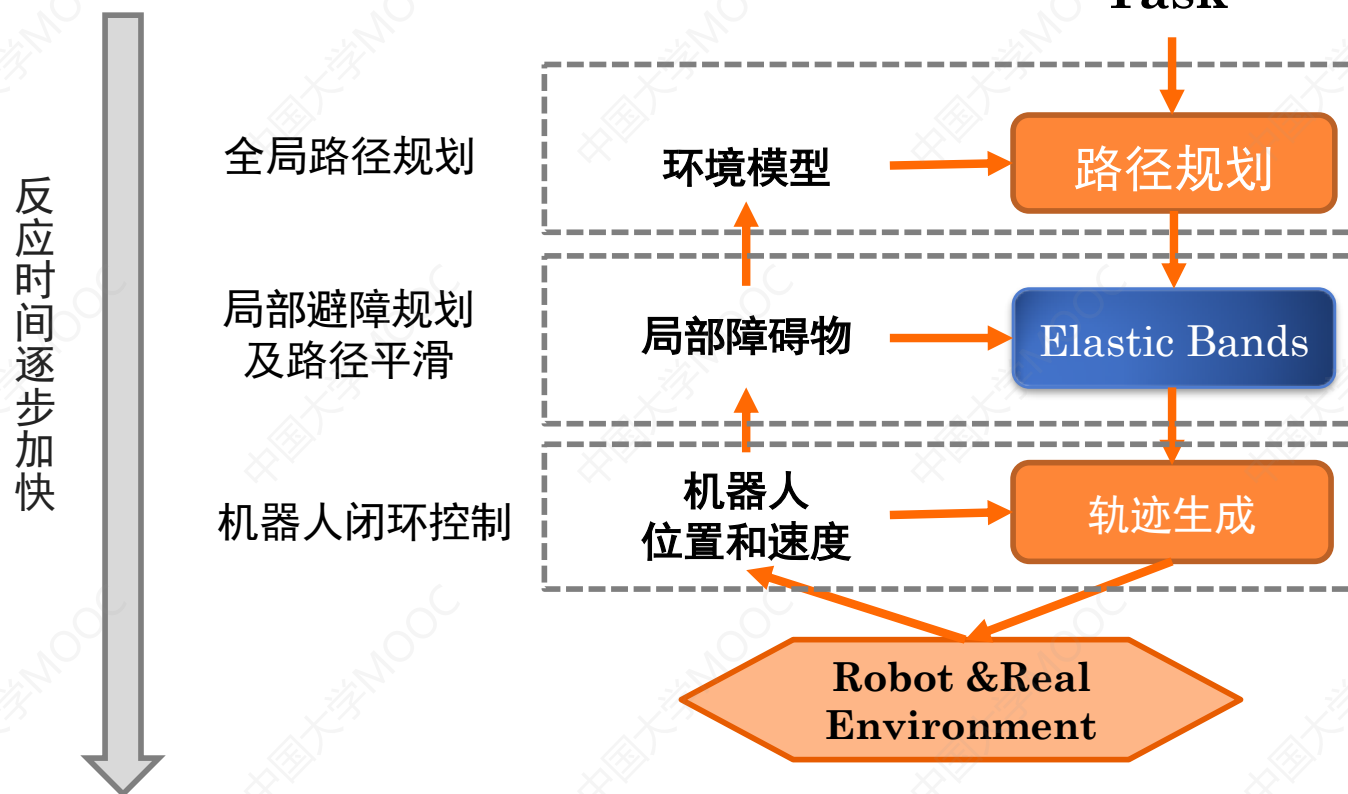
	A*	混合A*
机器人状态表示	位置 (x, y)	位姿 (x, y, θ)
	离散	连续
扩张搜索策略	相邻节点 每个相邻栅格是 一个搜索节点	预定义运动基元 同一栅格可存在 多个搜索节点

2.弹性带算法 (ELASTIC BAND)

- 于1993年由斯坦福大学机器人学家 Oussama Khatib提出
- 基本思想：根据环境感知对所规划路径进行实时变形，同时实现局部避障和路径平滑



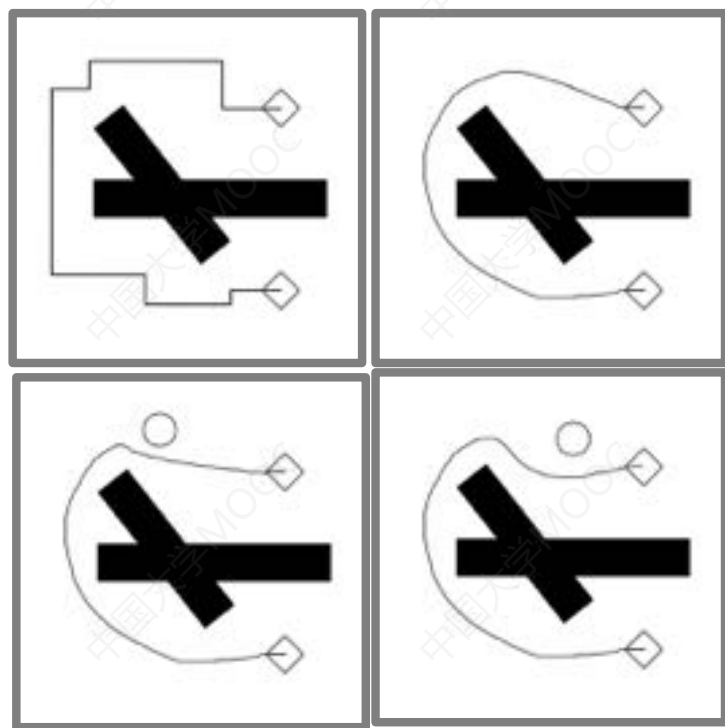
2.弹性带算法 (ELASTIC BAND)



在执行局部避障的同时维护着一条完整的到达目标点的无碰路径

2.弹性带算法 (ELASTIC BAND)

- 借鉴了弹性带这一弹性体里力的概念，对路径上的点施加两个力

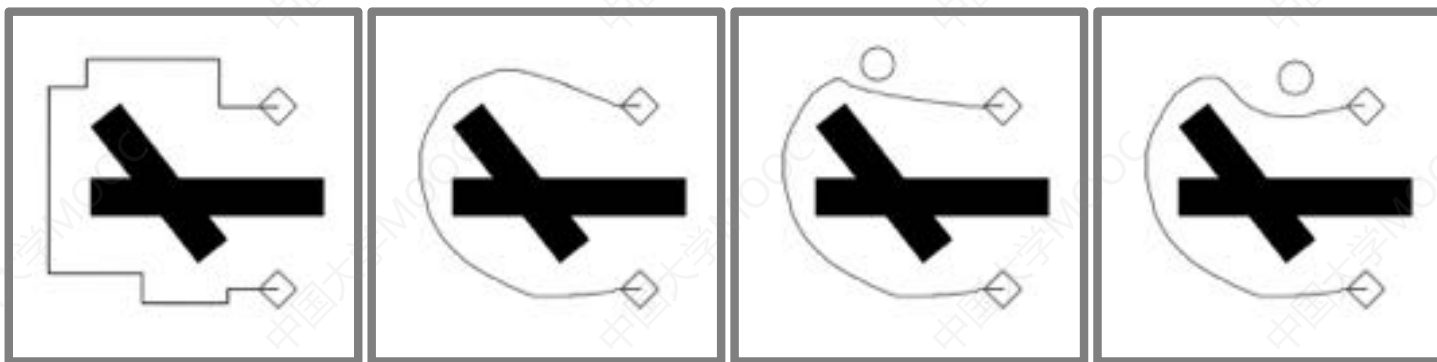


- 内部收缩力：用于模拟拉伸弹性带中的张力并消除路径中的松弛
- 外部排斥力：用于模拟障碍物排斥，抵消张力并拉开机器人与障碍物之间的距离

两种力使弹性带变形直至达到平衡
动态障碍物会改变力重新达成平衡

算法实现需要解决的问题

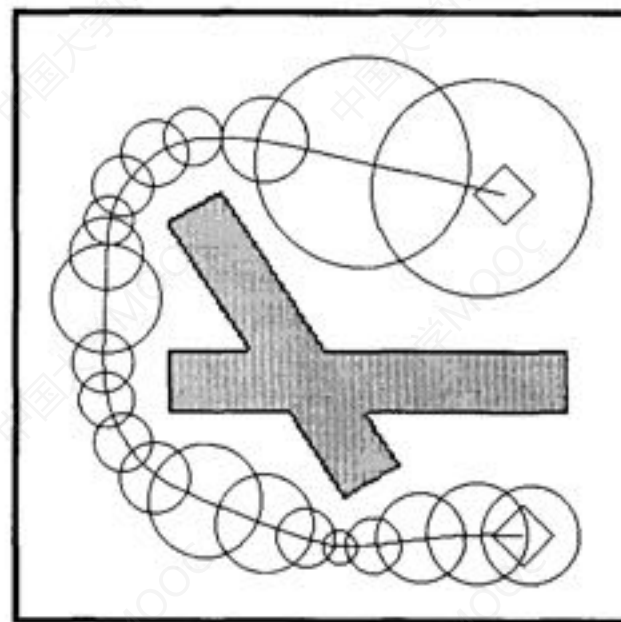
- 路径为一系列离散点表示，弹性带算法必须根据这些点生成一条连续的曲线。
- 所生成的连续曲线必须是安全无碰的，而曲线无碰检测是一件耗时的工作。



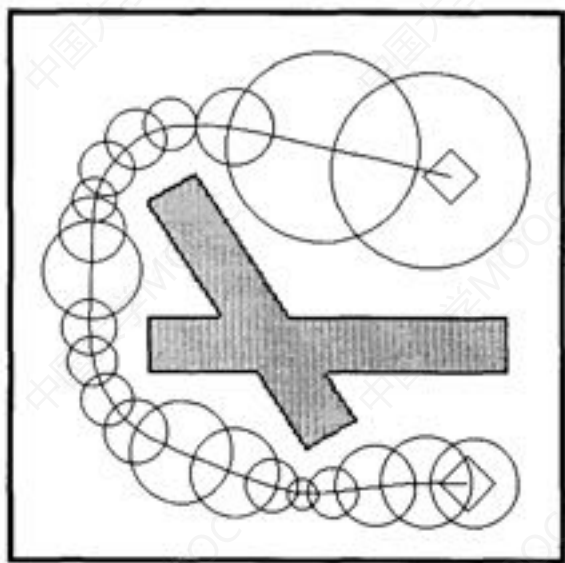
解决方案：气泡(BUBBLE)

- 每一个气泡是自由空间的一个子集，以路径点为中心，以该路径点与最近障碍物之间的安全距离为半径
- 路径表示为一系列路径点和由路径点长成的气泡，只要相邻气泡有一定的相互覆盖，就能确保该路径是安全的

采用气泡集合来近似表示规划路径附近的自由空间，而不是计算表达整个自由空间



气泡的数学描述



在姿态空间 b 点处的气泡为

$$B(b) = \{q \mid \|b - q\|_2 < \rho(b)\}$$

$\rho(b)$ 为计算机器人在 b 点处与环境中障碍物之间最小安全距离的函数

如果考虑机器人旋转

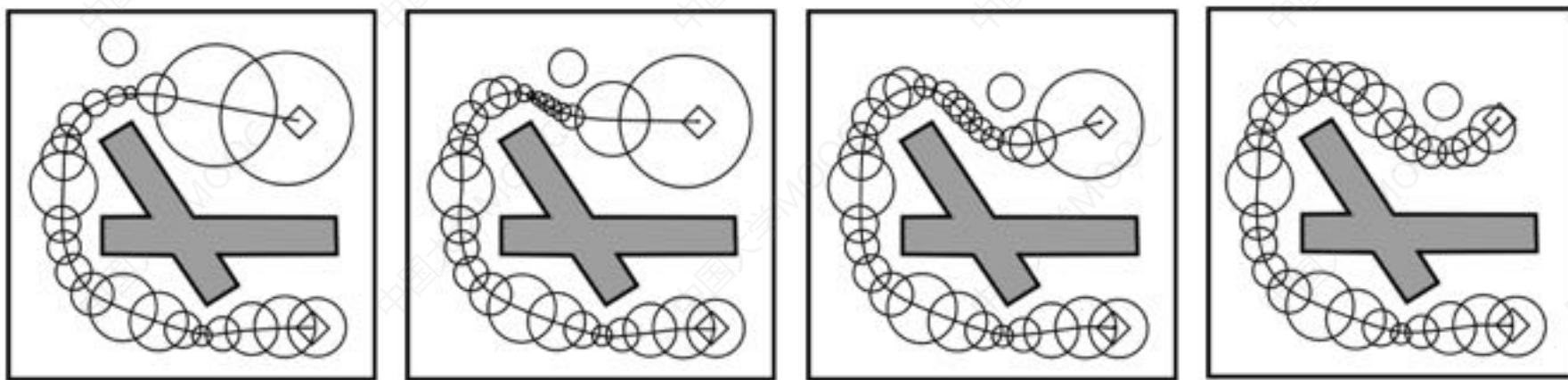
$$B(b) = \{q : D(b - q) < \rho(b)\}$$

$$D(\Delta b) = \sqrt{\Delta b_x^2 + \Delta b_y^2} + r_{\max} |\Delta b_\theta|$$

也可用复杂模型表示气泡，需要在计算效率和表示个数上进行折中考虑

基于气泡的动态避障和路径平滑

- 根据前述定义生成用气泡表示的路径
- 基于相邻气泡点有收缩力、障碍物有排斥力的思想，依次来回扫描并移动各个气泡，根据虚拟力计算每个气泡的移动距离和方向
- 为了确保弹性带构成的路径安全无碰，要求每个气泡与它两边的相邻气泡有重叠区域，需根据需要增加新气泡或删除多余气泡




虚拟力计算

收缩力/吸引力

$$f_c = k_c \left(\frac{b_{i-1} - b_i}{\|b_{i-1} - b_i\|_2} + \frac{b_{i+1} - b_i}{\|b_{i+1} - b_i\|_2} \right) \quad k_c \text{ 为全局收缩系数}$$

排斥力, 沿着气泡尺寸变化最大方向

$$f_r = \begin{cases} k_r(\rho_0 - \rho) \frac{\partial \rho}{\partial b} & \rho < \rho_0 \\ 0 & \rho \geq \rho_0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} k_r \text{ 为全局排斥系数} \\ \rho_0 \text{ 是力作用距离阈值} \end{array}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial b} = \frac{1}{2h} [\rho(b - hx) - \rho(b + hx)] \quad h \text{ 为步长}$$


气泡位置更新

根据合力调整位置，气泡沿着力的方向移动

$$b_{new} = b_{old} + \alpha f_{total}$$

α 为比例系数，可以取值为 $\rho(b_{old})$ ，表示移动距离和原气泡尺寸成比例

该更新方程是通过下坡梯度搜索方式来寻找弹性带的平衡点，收敛缓慢
可以采用其他方法加快收敛，例如增加惯性项模拟二阶控制系统

气泡的插入与删除

- 确保路径连续安全，增加新气泡：如果新位置的气泡没有与相邻气泡重叠，那么弹性带就会断裂，需要在现有气泡之间插入一个新的气泡来重新连接
- 降低计算复杂度，删除多余气泡：通过扫描气泡序列，检查气泡邻接部分是否相互重叠，是否可以在不破坏弹性带的情况下将气泡移除，可以完成对冗余气泡的删除
- 针对新气泡插入和多余气泡去除造成的震荡问题，考虑修正虚拟力计算

$$f^* = f - \frac{f(b_{i-1} - b_{i+1})(b_{i-1} - b_{i+1})}{\|b_{i-1} - b_{i+1}\|^2} \quad \text{去除切向分量}$$

2.弹性带算法 (ELASTIC BAND)

○ 优点:

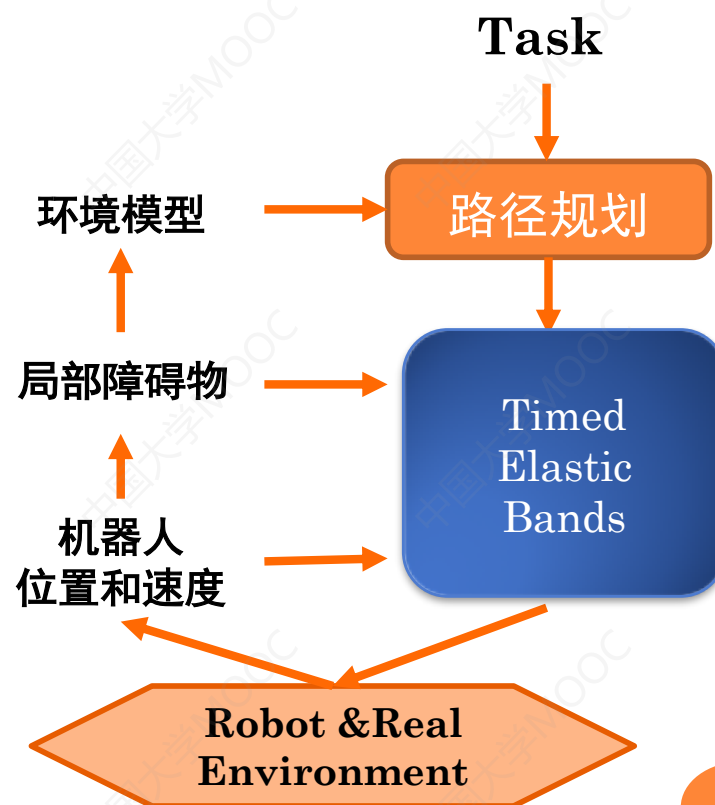
- 可实现路径平滑, 解决路径存在方向突变问题, 便于机器人执行
- 可避免避障后偏离原路径而失去到达目标点的全局信息

○ 存在问题:

- 如果环境中的变化很大, 弹性带即使存在, 也可能无法变形为无碰撞路径
- 本质上还是几何空间内的路径规划, 是对路径规划和避障规划的融合, 并没有考虑机器人执行时的任何运动学约束

3. TEB (TIMED ELASTIC BAND)

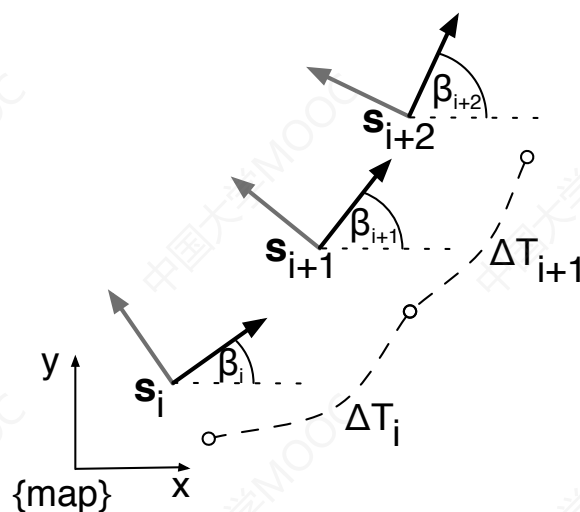
- 2012年德国西门子研究人员 Christoph Rösmann等提出
- 增加时间信息，将路径转化为轨迹
- 综合考虑机器人运动学和动力学约束，通过加权多目标优化对轨迹进行变形



C. Rösmann et al. "Trajectory modification considering dynamic constraints of autonomous robots", in Proceedings of the 7th German Conference on Robotics (ROBOTIK 2012). May 2012

3. TEB (TIMED ELASTIC BAND)

- 关键思想：在路径的相邻位姿之间增加时间间隔



路径位姿序列

$$Q = \{\mathbf{x}_i\}_{i=0,\dots,n}$$

$$\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, \theta_i)$$

时间间隔序列

$$\tau = \{\Delta T_i\}_{i=0,\dots,n-1}$$

$$B = (Q, \tau)$$

3. TEB (TIMED ELASTIC BAND)

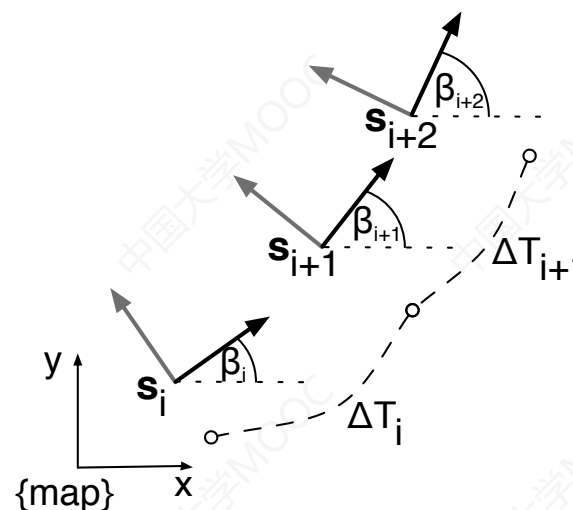
- 问题：同时对轨迹的位姿和时间间隔进行调整和优化，实现多目标优化

最优解 $B^* = \operatorname{argmin}_B f(B)$

目标函数 $f(B) = \sum_k \gamma_k f_k(B)$

目标类型：

- 运动学动力学约束
- 路径最短或时间最快
- 远离障碍物目标



把约束转化为目标

- 采用罚函数形式表示

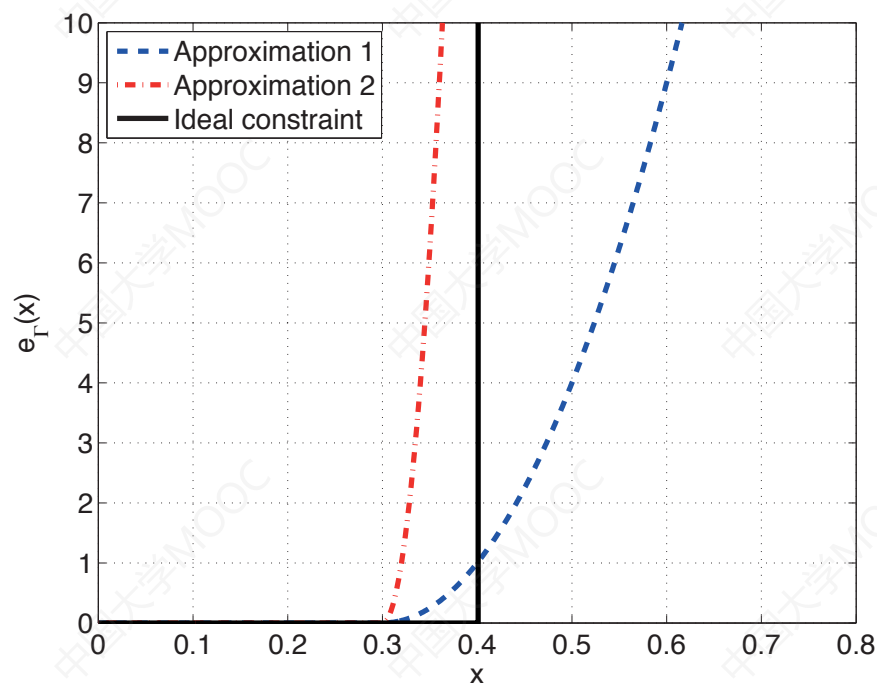
约束: $x \leq x_r$

$$e_{\Gamma}(x, x_r, \epsilon, S, n) \cong \begin{cases} \left(\frac{x - (x_r - \epsilon)}{S} \right)^n & \text{if } x > x_r - \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

S 表示比例缩放, n 表示多项式阶次, ϵ 表示小的近似偏移

S, n, ϵ 将影响近似精度

把约束转化为目标



约束 $x_r = 0.4$

近似1

$n = 2, S = 0.1, \epsilon = 0.1,$

近似2

$n = 2, S = 0.05, \epsilon = 0.1$

目标函数1:速度和加速度等约束

速度

$$f_v = e_{\Gamma}(v_i, v_{max}, \epsilon, S, n)$$

$$f_w = e_{\Gamma}(w_i, w_{max}, \epsilon, S, n)$$

$$v_i \cong \frac{1}{\Delta T_i} \left\| \begin{pmatrix} x_{i+1} - x_i \\ y_{i+1} - y_i \end{pmatrix} \right\|$$

当节点距离邻近时，欧氏距离是圆弧路径的充分近似值

$$w_i \cong \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\Delta T_i}$$

加速度

$$f_a = e_{\Gamma}(a_i, a_{max}, \epsilon, S, n)$$

同理得旋转加速度

$$a_i = \frac{2(v_{i+1} - v_i)}{\Delta T_i + \Delta T_{i+1}}$$

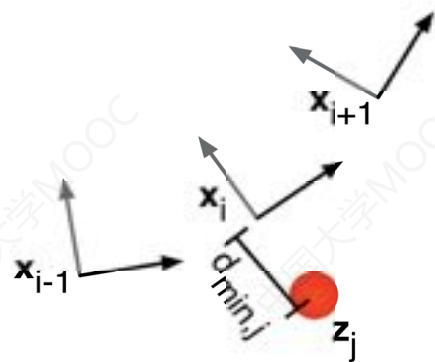


目标函数2: 逼近路径且安全无碰

最小化弹性带和路径点或者障碍物 z_j 之间的间隔 $d_{min,j}$

路径点 $f_{path} = e_{\Gamma}(d_{min,j}, r_{p_{max}}, \epsilon, S, n)$

障碍物 $f_{ob} = e_{\Gamma}(-d_{min,j}, -r_{o_{min}}, \epsilon, S, n)$



目标函数3: 非完整运动学约束

非完整运动学约束可表示为

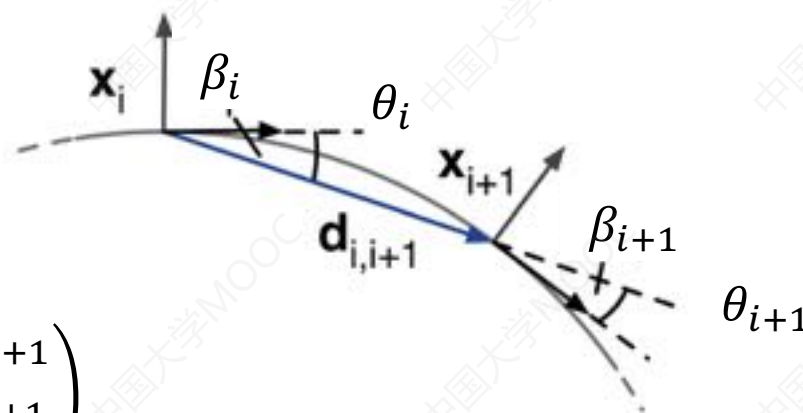
$$\beta_i = \beta_{i+1}$$

等价表示为

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \end{pmatrix} \times \mathbf{d}_{i,i+1} = \mathbf{d}_{i,i+1} \times \begin{pmatrix} \cos \theta_{i+1} \\ \sin \theta_{i+1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{d}_{i,i+1} = \begin{pmatrix} x_{i+1} - x_i \\ y_{i+1} - y_i \\ 0 \end{pmatrix} \text{ 是相邻位形连线的向量表示}$$

θ_i 为机器人在第 i 个位形处的绝对方向



目标函数3: 非完整运动学约束

目标函数为

$$f_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1}) = \left\| \begin{bmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_{i+1} \\ \sin \theta_{i+1} \\ 0 \end{bmatrix} \times \mathbf{d}_{i,i+1} \right\|^2 = 0$$



目标函数4: 时间最短

$$f_k = \left(\sum_{i=1}^n \Delta T_i \right)^2$$



最优化求解

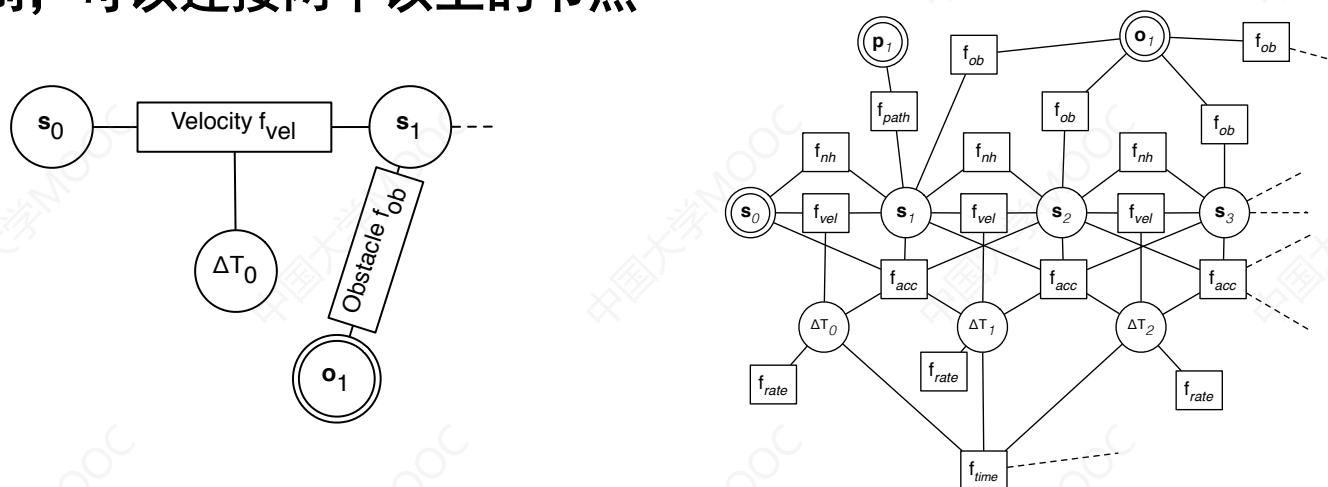
最优解 $B^* = \operatorname{argmin}_B f(B)$

目标函数 $f(B) = \sum_k \gamma_k f_k(B)$

- 绝大多数子目标函数仅仅和 B 的局部相关，即仅仅涉及若干连续路径位姿点及其间隔时间，而不是整个弹性带，因此TEB是一个稀疏最优化问题，可以采用图优化方法，用G2O等大规模数值优化方法求解

最优化求解

超图(hyper graph): 由节点和边组成, 其中一条边所能连接的节点数量不受限制, 可以连接两个以上的节点



节点: 位姿 (气泡点, 即轨迹点)、时间间隔

边: 目标函数, 将与目标函数相关的节点连接起来

TEB的实现

1. 在初始路径上增加默认的关于动力学和运动学约束的时间信息，将初始路径转化为初始轨迹
2. 在每次迭代中，动态地增加新的位形或删除已有路径位姿节点，以便修正空间和时间分辨率，与当前轨迹长度匹配
3. 建立约束描述，构建超图模型，进行最优化问题求解
4. 验证最优化得到的轨迹是否可行；如果可行计算速度控制变量 v 和 ω ，驱动机器人执行；如果不可行，重新初始化，检查新的和改变的路径点，判断路径点密度是否能够确保视觉或者激光扫描传感器检测到，然后转步骤2迭代

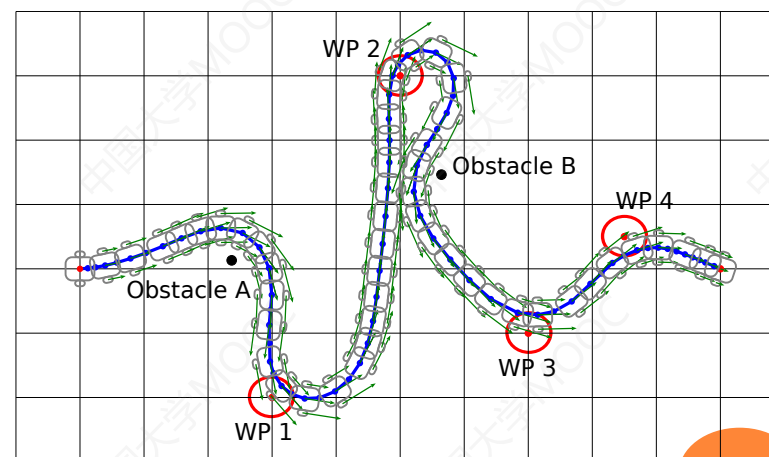
3. TEB (TIMED ELASTIC BAND)

○ 优点:

- 引入时间信息和动力学运动学等约束条件，将避障规划和轨迹规划有效融合
- 具有较好的鲁棒性和扩展特性，可以方便的引入新的目标和约束

○ 缺点:

- 当问题规模较大、目标或者约束存在一定冲突时，问题求解计算成本较高，会难以满足实时性要求





END !