

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и  
автоматизированных систем

## **Лабораторная работа №5**

по дисциплине: «Вычислительная математика»

Выполнил: ст. группы ПВ-211

Чувилко Илья Романович

Проверил:

Бондаренко Татьяна Владимировна

Белгород 2023 г.

**Тема:** Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона

### Вариант 23

**Цель работы:** изучение и получение практических навыков приближенного решения систем двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона.

23	$\begin{cases} \sin x + 2,5y = 3; \\ \cos(x-1) + y = 0,9. \end{cases}$
----	--

**Задание 1.** Записать для уравнений системы соответствующего варианта задания функции  $F(x, y)$  и  $\Phi(x, y)$ . Построить в одной системе координат графики функций  $F(x, y)$  и  $\Phi(x, y)$ . Найти точки пересечения графиков функций  $F(x, y)$  и  $\Phi(x, y)$ , которые соответствуют решениям системы уравнений.

**Задание 2.** Определить область содержащую одну из точек пересечения графиков функций  $F(x, y)$  и  $\Phi(x, y)$ . Выбрать начальное приближение решения системы уравнений — точку  $M_0$  с координатами  $(x_0; y_0)$ , принадлежащую выбранной области.

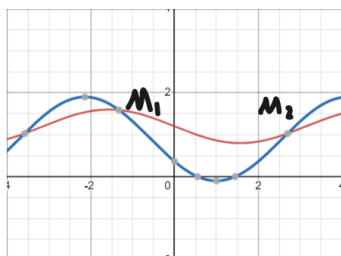
**Задание 3.** Найти частные производные первого порядка по переменным  $x, y$  для функций  $F(x, y)$  и  $\Phi(x, y)$  и вычислить значения производных в точке  $M_0$ . Записать линеаризованную систему, соответствующую исходной нелинейной системе, для выбранного начального приближения  $M_0(x_0; y_0)$ .

**Задание 4.** Выполнить один шаг численного метода решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными «вручную» и найти следующее приближение к решению системы уравнений  $(x_1; y_1)$ . Выполнить проверку правила остановки с точностью  $\varepsilon=0,001$ .

23	$\begin{cases} \sin x + 2,5y = 3; \\ \cos(x-1) + y = 0,9. \end{cases}$
----	--

$$F(x, y) = \sin x + 2,5y - 3$$

$$\Phi(x, y) = \cos(x-1) + y - 0,9$$



$$M_1 (-1,33; 1,58)$$

$$M_2 (2,7; 1,029)$$

$\sqrt{2}$ . Рассмотрим область, содержащую точку  $M_1$

$\sqrt{3}$ . Найдем частные производные

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \cos x ; \frac{\partial F}{\partial y} = 2,5$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\sin(x-1); \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 1$$

Найдем значения функций и производных в точке  $M_0$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{(x_0, y_0)} = 0,2384 ; \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{(x_0, y_0)} = 2,5$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{(x_0, y_0)} = 0,7254 ; \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{(x_0, y_0)} = 1$$

$$F(x_0, y_0) = -0,0211 \quad \varphi(x_0, y_0) = -0,0063$$

$$N4. \begin{cases} 0,2384h + 2,5l = 0,0211 \\ 0,7254h + l = 0,0063 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = 0,0002 \\ l = 0,0085 \end{cases} ; \begin{cases} x_1 = x_0 + h \\ y_1 = y_0 + l \end{cases} \begin{cases} x_1 = -1,3298 \\ y_1 = 1,585 \end{cases}$$

$$\varepsilon = |F(x_1, y_1)| + |\varphi(x_1, y_1)| = |-0,0424| + |0,0167| = 0,0591$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{(x_0, y_0)} = 0,2387 ; \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{(x_0, y_0)} = 2,5$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{(x_0, y_0)} = 0,7255 ; \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{(x_0, y_0)} = 1$$

$$\begin{cases} 0,2387h + 2,5l = 0,0424 \\ 0,7255h + l = -0,0167 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = 0,0534 \\ l = 0,0221 \end{cases} ; \begin{cases} x_1 = x_0 + h \\ y_1 = y_0 + l \end{cases} \begin{cases} x_1 = -1,2764 \\ y_1 = 1,5494 \end{cases}$$

**Задание 5.** Описать в модуле логическую функцию для приближенного решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона с заданной точностью  $\epsilon$ . Входными данными являются:

- функции уравнений системы и их частные производные
- начальное приближение  $(x_0; y_0)$ ;
- точность решения  $\epsilon$ ;
- максимальное число итераций  $n$ . Функция возвращает значение «истина», если приближенное решение системы с заданной точностью получено за число итераций, не превышающее  $n$ , при этом вычисленная пара  $(x; y)$
- приближенное решение системы двух уравнений с точность решения  $\epsilon$ . В противном случае функция возвращает значение «ложь».

```
Point makeNewtonMethodStep(func f1, derivative d1x, derivative d1y,
                           func f2, derivative d2x, derivative d2y,
                           Point start) {
    Matrix m(2, 3);
    m.inputMatrix(2, 3, {
        {d1x(start.x), d1y(start.y), -f1(start)},
        {d2x(start.x), d2y(start.y), -f2(start)}
    });

    int _;
    m = m.gaussForward(_);

    bool hasSolution;
    vector<float> solution = m.gaussBackward(hasSolution);

    Point result{start.x + solution[0], start.y + solution[1]};
    return result;
}

bool findSolutionByNewtonMethodWithEps(func f1, derivative d1x, derivative d1y,
                                       func f2, derivative d2x, derivative d2y,
                                       Point &start, int maxIterations,
                                       float eps) {
    float precision = abs(f1(start)) + abs(f2(start));

    int currentStep = 0;
    while (precision > eps && currentStep < maxIterations) {
        start = makeNewtonMethodStep(f1, d1x, d1y,
                                     f2, d2x, d2y,
                                     start);

        precision = abs(f1(start)) + abs(f2(start));
        currentStep++;
    }

    return precision < eps;
}
```

**Задание 6.** Составить программу для решения системы двух нелинейных уравнений соответствующего варианта задания.

**Код программы:**

```
#include <iostream>
#include "cmath"
#include "matrix/matrix.h"

using namespace std;

struct Point {
    float x;
    float y;
};

typedef float func(Point p);

typedef float derivative(float variable);

float f1(Point p) {
    return sin(p.x) + 2.5 * p.y - 3;
}
float d1x(float x) {
    return cos(x);
}
float d1y(float y) {
    return 2.5;
}
float f2(Point p) {
    return cos(p.x - 1) + p.y - 0.9;
}
float d2x(float x) {
    return -sin(x - 1);
}
float d2y(float y) {
    return 1;
}

int main() {
    system("chcp 65001");
    Point start = {-2, 0.5};
    bool reachedGoodPrecision = findSolutionByNewtonMethodWithEps(f1, d1x, d1y,
                                                                    f2, d2x, d2y,
                                                                    start, 1000,
                                                                    0.001);

    if (reachedGoodPrecision) {
        cout << "Необходимая точность достигнута\n";
    } else {
        cout << "Необходимая точность не достигнута\n";
    }
    cout << "{" << start.x << " " << start.y << "}";

    cout << "\nF(x, y)= " << f1(start) << "\n";
    cout << "Φ(x, y)=" << f2(start) << "\n";
}
```

### Результат программы:

```
Необходимая точность достигнута  
{-1.33014 1.58851}  
F(x, y)= 9.34601e-05  
Φ(x, y)=6.56605e-05
```

**Вывод:** в ходе лабораторной работы мы изучили и получили практические навыки приближенного решения систем двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона