МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и
автоматизированных систем

Лабораторная работа №5

по дисциплине: «Вычислительная математика»

Выполнил: ст. группы ПВ-211

Чувилко Илья Романович

Проверил:

Бондаренко Татьяна Владимировна

Белгород 2023 г.

Тема: Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона

Вариант 23

Цель работы: изучение и получение практических навыков приближенного решения систем двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона.

23	$\begin{cases} \sin x + 2{,}5y = 3; \\ \cos(x-1) + y = 0{,}9. \end{cases}$

Задание 1. Записать для уравнений системы соответствующего варианта задания функции F(x, y) и Φ(x, y). Построить в одной системе координат графики функций F(x, y) и Φ(x, y). Найти точки пересечения графиков функций F(x, y) и Φ(x, y), которые соответствуют решениям системы уравнений.

Задание 2. Определить область содержащую одну из точек пересечения графиков функций F(x, y) и Φ(x, y). Выбрать начальное приближение решения системы уравнений — точку M0 с координатами (x0; y0), принадлежащую выбранной области.

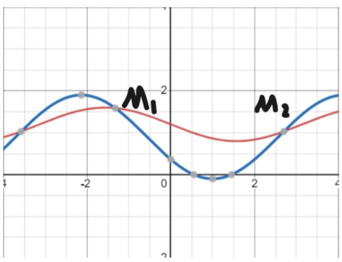
Задание 3. Найти частные производные первого порядка по переменным x, y для функций F(x, y) и Φ(x, y) и вычислить значения производных в точке M0. Записать линеаризованную систему, соответствующую исходной нелинейной системе, для выбранного начального приближения M0(x0; y0).

Задание 4. Выполнить один шаг численного метода решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными «вручную» и найти следующее приближение к решению системы уравнений (x1; y1). Выполнить проверку правила остановки с точностью ε=0,001.

23	$\begin{cases} \sin x + 2{,}5y = 3; \\ \cos(x-1) + y = 0{,}9. \end{cases}$

N1. $F(x,y) = \sin x + 2{,}5y - 3$

$\varphi(x,y) = \cos(x-1) + y - 0{,}9$



$M_1(-1{,}33; 1{,}58)$

$M_2(2{,}7, 1{,}029)$

N2. Рассмотрим область, содержащую точку M1

N3. Найдем частные производные

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \cos x \; ; \; \frac{\partial F}{\partial y} = 2{,}5$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\sin(x-1); \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 1$$

Найдем значения функций и производных в точке M0

$$\left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} = 0{,}2384 \; ; \; \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} = 2{,}5$$

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} = 0{,}7254 \; ; \; \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} = 1$$

$$F(x_0, y_0) = -0{,}0211 \quad \varphi(x_0; y_0) = -0{,}0083$$

№4. $\begin{cases} 0{,}2384h + 2{,}5l = -0{,}0211 \\ 0{,}7254h + l = -0{,}0083 \end{cases}$

$$\begin{cases} h = 0{,}0002 \\ l = -0{,}0085 \end{cases} ; \begin{cases} x_1 = x_0 + h \\ y_1 = y_0 + l \end{cases} ; \begin{cases} x_1 = -1{,}3298 \\ y_1 = 1{,}5715 \end{cases}$$

$$\varepsilon = |F(x_1; y_1)| + |\varphi(x_1; y_1)| = |-0{,}0424| + |0{,}0167| = 0{,}0591$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} = 0{,}2387 \; ; \; \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} = 2{,}5$$

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} = 0{,}7255 \; ; \; \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} = 1$$

$$\begin{cases} 0{,}2387h + 2{,}5l = -0{,}0424 \\ 0{,}7255h + l = 0{,}0167 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = 0{,}2387 \\ l = -0{,}7255 \end{cases} ; \begin{cases} x_1 = x_0 + h \\ y_1 = y_0 + l \end{cases} ; \begin{cases} x_1 = -1{,}2764 \\ y_1 = 1{,}5494 \end{cases}$$

Задание 5. Описать в модуле логическую функцию для приближенного решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона с заданной точностью ε. Входными данными являются:

- функции уравнений системы и их частные производные

- начальное приближение (x0; y0);

- точность решения ε;

- максимальное число итераций n. Функция возвращает значение «истина», если приближенное решение системы с заданной точностью получено за число итераций, не превышающее n, при этом вычисленная пара (x; y)

– приближенное решение системы двух уравнений с точность решения ε. В противном случае функция возвращает значение «ложь».

```
Point makeNewtonMethodStep(func f1, derivative d1x, derivative d1y,
                           func f2, derivative d2x, derivative d2y,
                           Point start) {
  Matrix m(2, 3);
  m.inputMatrix(2, 3, {
        {d1x(start.x), d1y(start.y), -f1(start)},
    {d2x(start.x), d2y(start.y), -f2(start)}
  });

  int _;
  m = m.gaussForward(_);

  bool hasSolution;
  vector<float> solution = m.gaussBackward(hasSolution);

  Point result{start.x + solution[0], start.y + solution[1]};
  return result;
}

bool findSolutionByNewtonMethodWithEps(func f1, derivative d1x, derivative d1y,
                                       func f2, derivative d2x, derivative d2y,
                                       Point &start, int maxIterations,
                                       float eps) {
  float precision = abs(f1(start)) + abs(f2(start));

  int currentStep = 0;
  while (precision > eps && currentStep < maxIterations) {
    start = makeNewtonMethodStep(f1, d1x, d1y,
                                 f2, d2x, d2y,
                                 start);

    precision = abs(f1(start)) + abs(f2(start));
    currentStep++;
  }

  return precision < eps;
}
```

Задание 6. Составить программу для решения системы двух нелинейных уравнений соответствующего варианта задания.

Код программы:

```
#include <iostream>
#include "cmath"
#include "matrix/matrix.h"

using namespace std;

struct Point {
  float x;
  float y;
};

typedef float func(Point p);

typedef float derivative(float variable);

float f1(Point p) {
  return sin(p.x) + 2.5 * p.y - 3;
}
float d1x(float x) {
  return cos(x);
}
float d1y(float y) {
  return 2.5;
}
float f2(Point p) {
  return cos(p.x - 1) + p.y - 0.9;
}
float d2x(float x) {
  return -sin(x - 1);
}
float d2y(float y) {
  return 1;
}

int main() {
  system("chcp 65001");
  Point start = {-2, 0.5};
  bool reachedGoodPrecision = findSolutionByNewtonMethodWithEps(f1, d1x, d1y,
                                                                f2, d2x, d2y,
                                                                start, 1000,
                                                                0.001);
  if (reachedGoodPrecision) {
    cout << "Необходимая точность достигнута\n";
  } else {
    cout << "Необходимая точность не достигнута\n";
  }
  cout << "{" << start.x << " " << start.y << "}";

  cout << "\nF(x, y)= " << f1(start) << "\n";
  cout << "Φ(x, y)=" << f2(start) << "\n";
}
```

Результат программы:

```
Необходимая точность достигнута
{-1.33014 1.58851}
F(x, y)= 9.34601e-05
Ф(x, y)=6.56605e-05
```

Вывод: в ходе лабораторной работы мы изучили и получили практические навыки приближенного решения систем двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона