

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных
систем

Лабораторная работа №8

по дисциплине: Исследование операций и теория игр
тема: «Задачи дробно-линейного программирования»

Выполнил: ст. группы ПВ-211
Стародубов Алексей Геннадьевич
Проверили:
Куртова Лилиана Николаевна
Вирченко Юрий Петрович

Белгород 2023 г.

Цель работы: освоить метод сведения задачи ДЛП к задаче ЛП с помощью введения новых переменных. Изучить алгоритм решения задачи ДЛП.

Вариант – 19

Задания для подготовки к работе

1. Изучить постановку задачи ДЛП, а также подходы к ее решению.
2. Ознакомиться с введением новых переменных, при которых задача ДЛП превращается в задачу ЛП.
3. Изучить метод и алгоритм решения задачи ДЛП, составить и отладить программу решения этой задачи, используя в качестве тестовых данных одну из нижеследующих задач, решенную вручную.

$$z = \frac{-5x_1 + 7x_2}{4x_1 - 3x_2} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + x_3 = 18 \\ 5x_1 + 3x_2 - x_4 = 17 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_5 = 26 \\ x_i \geq 0, (i = \overline{1,5}) \end{cases}$$

3.

$$z = \frac{-5x_1 + 7x_2}{4x_1 - 3x_2} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + x_3 = 18 \\ -5x_1 - 3x_2 + x_4 = -17 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_5 = 26 \\ x_i \geq 0, (i = \overline{1,5}) \end{cases}$$

Введем новые переменные $y_0 = \frac{1}{4x_3 - 3x_2}$, $y_i = y_0 * x_i, (i = \overline{1,5})$. Получим задачу линейного программирования:

$$z = -5y_1 + 7y_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3y_1 + 8y_2 + y_3 - 18y_0 = 0 \\ -5y_1 - 3y_2 + y_4 + 17y_0 = 0 \\ 7y_1 - 2y_2 + y_5 - 26y_0 = 0 \\ 4y_1 - 3y_2 = 1 \end{cases}$$

$$y_i \geq 0, (i = \overline{0,5})$$

Построим М-задачу при $M = 100$:

$$z_M = -5y_1 + 7y_2 - 100u \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3y_1 + 8y_2 + y_3 - 18y_0 = 0 \\ -5y_1 - 3y_2 + y_4 + 17y_0 = 0 \\ 7y_1 - 2y_2 + y_5 - 26y_0 = 0 \\ 4y_1 - 3y_2 + u = 1 \end{cases}$$

$$y_i \geq 0, (i = \overline{0,5})$$

Исключим из целевой функции базисную переменную и составим первую симплекс-таблицу:

$$u = 1 - 4y_1 + 3y_2$$

$$z_M = -5y_1 + 7y_2 - 100 + 400y_1 - 300y_2$$

$$z_M = 395y_1 - 293y_2 - 100$$

$$z_M - 395y_1 + 293y_2 = -100$$

Таблица 1

| Б | С | $y_1 \downarrow$ | y_2 | y_3 | y_4 | y_5 | y_0 | и | Отн |
|------------------|------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|---|-----|
| $\leftarrow y_3$ | 0 | 3 | 8 | 1 | 0 | 0 | -18 | 0 | 0 |
| y_4 | 0 | -5 | -3 | 0 | 1 | 0 | 17 | 0 | 0 |
| y_5 | 0 | 7 | 2 | 0 | 0 | 1 | -26 | 0 | 0 |
| и | 1 | 4 | -3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1/4 |
| z | -100 | -395 | 293 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Таблица 2

| Б | С | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 | y_5 | $y_0 \downarrow$ | и | Отн |
|------------------|------|-------|----------|---------|-------|-------|------------------|---|------|
| y_1 | 0 | 1 | 2 2/3 | 1/3 | 0 | 0 | -6 | 0 | 0 |
| y_4 | 0 | 0 | 10 1/3 | 1 2/3 | 1 | 0 | -13 | 0 | 0 |
| $\leftarrow y_5$ | 0 | 0 | -16 2/3 | -2 1/3 | 0 | 1 | 16 | 0 | 0 |
| и | 1 | 0 | -13 2/3 | -1 1/3 | 0 | 0 | 24 | 1 | 1/24 |
| z | -100 | 0 | 1346 1/3 | 131 2/3 | 0 | 0 | -2370 | 0 | |

Таблица 3

| Б | С | y1 | y2↓ | y3 | y4 | y5 | y0 | u | Отн |
|----|------|----|------------|------------|----|---------|----|---|------|
| y1 | 0 | 1 | -3 7/12 | - 13/24 | 0 | 3/8 | 0 | 0 | 0 |
| y4 | 0 | 0 | -3 5/24 | - 11/48 | 1 | 13/16 | 0 | 0 | 0 |
| y0 | 0 | 0 | -1 1/24 | - 7/48 | 0 | 1/16 | 1 | 0 | 0 |
| ←u | 1 | 0 | 11 1/3 | 2 1/6 | 0 | -1 1/2 | 0 | 1 | 3/34 |
| z | -100 | 0 | -1122 5/12 | -213 23/24 | 0 | 148 1/8 | 0 | 0 | |

Таблица 4

| Б | С | y1 | y2 | y3 | y4 | y5↓ | y0 | u | Отн |
|-----|-----------|----|----|---------|----|-----------|----|----------------|-----|
| y1 | 43/136 | 1 | 0 | 39/272 | 0 | - 27/272 | 0 | 43/136 -3 5/27 | |
| ←y4 | 77/272 | 0 | 0 | 209/544 | 1 | 211/544 | 0 | 77/272 154/211 | |
| y0 | 25/272 | 0 | 0 | 29/544 | 0 | - 41/544 | 1 | 25/272 -1 9/41 | |
| y2 | 3/34 | 0 | 1 | 13/68 | 0 | - 9/68 | 0 | 3/34 - 2/3 | |
| z | - 131/136 | 0 | 0 | 169/272 | 0 | - 117/272 | 0 | 99 5/136 | |

Таблица 5

| Б | С | y1 | y2 | y3 | y4 | y5 | y0 | u |
|----|-----------|----|----|----------|-----------|----|----|-----------|
| y1 | 82/211 | 1 | 0 | 51/211 | 54/211 | 0 | 0 | 82/211 |
| y5 | 154/211 | 0 | 0 | 209/211 | 2 122/211 | 1 | 0 | 154/211 |
| y0 | 31/211 | 0 | 0 | 27/211 | 41/211 | 0 | 1 | 31/211 |
| y2 | 39/211 | 0 | 1 | 68/211 | 72/211 | 0 | 0 | 39/211 |
| z | - 137/211 | 0 | 0 | 1 10/211 | 1 23/211 | 0 | 0 | 99 74/211 |

Решение М-задачи:

$$z_{M\max} = -\frac{137}{211}, y_0 = \frac{31}{211}, y_1 = \frac{82}{211}, y_2 = \frac{39}{211}, y_3 = 0, y_4 = 0, y_5 = \frac{154}{211}$$

Решение исходной задачи:

$$z_{\max} = -\frac{137}{211}, x_i = \frac{y_i}{y_0} \quad (i = \overline{1,5})$$

$$x_1 = \frac{82}{31}, x_2 = \frac{39}{31}, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = \frac{154}{31}$$

Вывод: освоил метод сведения задачи ДЛП к задаче ЛП с помощью введения новых переменных. Изучил алгоритм решения задачи ДЛП.