МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и
автоматизированных систем

Лабораторная работа № 6

по дисциплине: «Вычислительная математика»

Выполнил: ст. группы
ПВ-211
Медведев Д.С.

Проверила:
Бондаренко Т.В.

Белгород 2023 г.

Одномерная минимизация функции

Вариант 8

Цель работы: изучить методы нахождения приближенного решения задачи одномерной минимизации функции одной переменной, и получить практические навыки их применения.

Ход работы

8	$y=\left(2x^2-3x\right)\left(3x^2+6\right)$

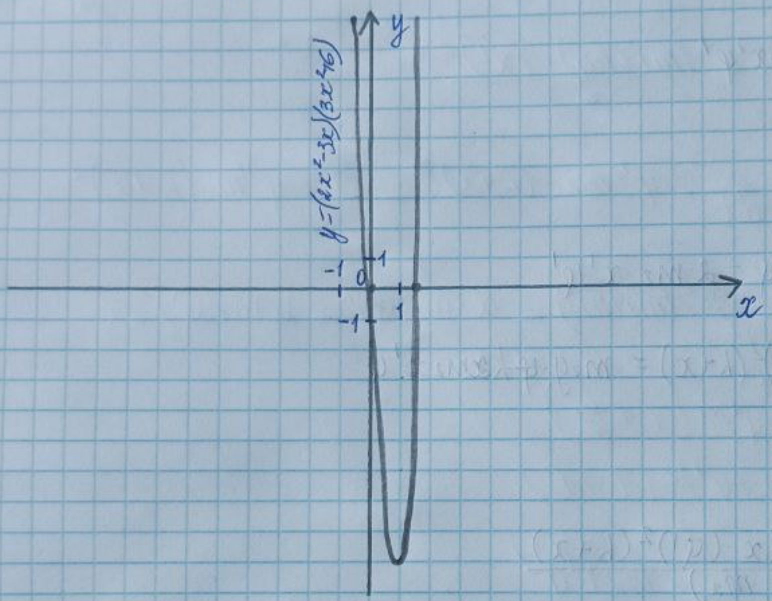
1. Найти область определения заданной функции y = f(x) и построить её график, используя равномерную сетку значений xi (шаг сетки выбрать самостоятельно).
2. Найти промежутки унимодальности функцииy=f(x), используя построенный график.
3. Найти первую $y'=f'(x)$ и вторую $y''=f''(x)$ производные заданной функции y = f(x).
4. Найти точное решение задачи одномерной минимизации — минимум функции y = f(x), точку xT, и минимальное значение функции

$y = (2x^2 - 3x)(3x^2 + 6)$

№1

$D(y) \in (-\infty; +\infty)$

x	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2
y	45	$13,5$	0	$-6,75$	-9	0	36



№2.

Функция имеет единственный промежуток унимодальности $(-\infty; +\infty)$

№3

$f'(x) = (4x-3)(3x^2+6) + (2x^2-3x)(6x)$

$f''(x) = 4(3x^2+6) + 6x(4x-3) + (4x-3)(6x) + 6(2x^2-3x)$

№4

Решив уравнение $f'(x) = 0$, получим точку минимума:

$x_{min} \approx 0,9224$

$f(x_{min}) = -0,113$

5. Найти приближенное решение задачи одномерной

минимизации, точку такую, что вручную, используя численные методы одномерной минимизации:

- метод оптимального поиска;

x	0,8	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,89	0,9
f(x)	-8,8704	-8,9069657	-8,9407814	-8,9717837	-8,9999078	-9,0250875	-9,047255	-9,0663413	-9,0822758	-9,0949865	-9,1044

0,89	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1
-9,0949865	-9,1044	-9,1104413	-9,1130342	-9,1121009	-9,1075622	-9,0993375	-9,0873446	-9,0715001	-9,051719	-9,0279149	-9

$x_{min} = 0.92$
$f(x_{min}) = -9.113$

- метод деления отрезка пополам;

Шаг	a	b	delta
0	0	1,5	
f	0	0	
1	0,749	0,751	
f	-8,643363	-8,653488	
Новый отрезок	0,749	1,5	0,751
2	1,1235	1,1255	
f	-8,2795522	-8,2616065	
Новый отрезок	0,749	1,1255	0,3765
3	0,93625	0,93825	
f	-9,1096918	-9,1086203	
Новый отрезок	0,749	0,93825	0,18925
4	0,842625	0,844625	
f	-9,0068052	-9,0119235	
Новый отрезок	0,842625	0,93825	0,095625
5	0,8894375	0,8914375	
f	-9,0943584	-9,0965444	
Новый отрезок	0,8894375	0,93825	0,0488125
6	0,91284375	0,91484375	
f	-9,1115329	-9,1121327	
Новый отрезок	0,91284375	0,93825	0,02540625
7	0,92454688	0,92654688	
f	-9,1130518	-9,1128267	
Новый отрезок	0,91284375	0,92654688	0,01370313
8	0,91869531	0,92069531	
f	-9,1128943	-9,1130843	
Новый отрезок	0,91869531	0,92654688	0,00785156

$x_{min} = 0.9187$
$f(x_{min}) = -9.1129$

- метод, основанный на использовании чисел Фибоначчи

Шаг	a	b	delta		i	Числа Фибоначчи
					0	1
0	0	1,5	1,5		1	1
f	0	0			2	2
					3	3
1	0,57291667	0,92708333			4	5
f	-7,4197285	-9,112742			5	8
Новый отрезок	0,57291667	1,5	0,92708333		6	13
					7	21
2	0,92708333	1,14583333			8	34
f	-9,112742	-8,0666493			9	55
Новый отрезок	0,57291667	1,14583333	0,57291667		10	89
					11	144
3	0,79166667	0,92708333			12	233
f	-8,8378725	-9,112742			13	377
Новый отрезок	0,79166667	1,14583333	0,35416667		14	610
					15	987
4	0,92708333	1,01041667			16	1597
f	-9,112742	-8,9664543			17	2584
Новый отрезок	0,79166667	1,01041667	0,21875			
5	0,875	0,92708333				
f	-9,074707	-9,112742				
Новый отрезок	0,875	1,01041667	0,13541667			
6	0,92708333	0,95833333				
f	-9,112742	-9,0896087				
Новый отрезок	0,875	0,95833333	0,08333333			
7	0,90625	0,92708333				
f	-9,1085758	-9,112742				
Новый отрезок	0,90625	0,95833333	0,05208333			
8	0,92708333	0,9375				
f	-9,112742	-9,1090393				
Новый отрезок	0,90625	0,9375	0,03125			
9	0,91666667	0,92708333				
f	-9,1125579	-9,112742				
Новый отрезок	0,90725	0,91666667	0,00941667			

$x_{min} = 0.90725$
$f(x_{min}) = -9.1126$

с точностью ε =0,01.
Необходимые параметры методов выбрать самостоятельно.
Подробно «вручную» достаточно выполнить только первый шаг численного метода решения.
Окончательный результат вычислений может быть получен с помощью приложения MS Excel.

6. Определить абсолютную Δ и относительную δ погрешность решения задачи одномерной минимизации для каждого из используемых численных методов. Представить полученные результаты в виде таблицы (табл. 6.1).

Погрешность	Метод оптимального поиска	Метод деления отрезка пополам	Метод чисел Фибоначчи
Δ	-0,0024	-0,0037047	-0,01515
δ	0,00260191	0,00401636	0,01642454

7. Описать в модуле функции, которые возвращают приближенные значения минимума функции y = f(x) для заданного промежутка унимодальности с заданной точностью ε каждым из рассмотренных численных методов: метод оптимального поиска; метод, основанный на использовании чисел Фибоначчи; метод деления отрезка пополам.

```
#include <iostream>
#include "cmath"
#include "vector"

using namespace std;

typedef float func(float x);

struct Segment {
    float l;
    float r;
};

float taskFunction(float x) {
    return (2 * pow(x, 2) - 3 * x) * (3 * pow(x, 2) + 6);
}

float findMinFunctionValue(func f, Segment segment, float eps, float
&xMinValue) {
    float minValueArgument = segment.l;
    float minFunctionValue = f(segment.l);

    for (float x = segment.l; x <= segment.r; x += eps) {
        if (f(x) < minFunctionValue) {
            minFunctionValue = f(x);
            minValueArgument = x;
        }
    }

    xMinValue = minValueArgument;

    return minFunctionValue;
}

float findMinFunctionValueDivisionByTwo(func f, Segment segment, float eps,
float &xMinValue) {

    float precision = abs(segment.r - segment.l);

    while (precision > eps) {
```

```
        float alpha = (segment.l + segment.r) / 2 - (segment.r - segment.l)
/ 4;
        float betta = (segment.l + segment.r) / 2 + (segment.r - segment.l)
/ 4;

        if (f(alpha) >= f(betta)) {
            segment.l = alpha;
        } else {
            segment.r = betta;
        }

        precision = abs(segment.r - segment.l);
    }

    xMinValue = segment.l;
    return f(segment.l);
}

float findMinFunctionValueFibonacci(func f, Segment segment, float eps,
float &xMinValue) {
    int N = 100;

    vector<float> fibonacciValues{1, 1};
    for (int i = 2; i <= N; i++) {
        fibonacciValues.push_back(fibonacciValues[fibonacciValues.size() -
2] +
                                  fibonacciValues[fibonacciValues.size() -
1]);
    }

    float precision = abs(segment.r - segment.l);

    int step = 1;
    while (precision > eps && step < N - 1) {
        float delta = segment.r - segment.l;
        int fibonacciMainIndex = N - step;
        float alpha = segment.l + fibonacciValues[fibonacciMainIndex - 1] /
                                  fibonacciValues[fibonacciMainIndex + 1] *
delta;
        float betta = segment.l + fibonacciValues[fibonacciMainIndex] /
                                  fibonacciValues[fibonacciMainIndex + 1] *
delta;

        if (f(alpha) >= f(betta)) {
            segment.l = alpha;
        } else {
            segment.r = betta;
        }

        precision = abs(segment.r - segment.l);
        step++;
    }

    xMinValue = segment.l;
```

```
    return f(segment.l);
}
```

8. Составить программу для вычисления приближенного решения задачи одномерной минимизации для заданного варианта задания с использованием функций, описанных в модуле.

```
int main() {
    float xMinValue;
    cout << findMinFunctionValueFibonacci(taskFunction, {0, 2}, 0.00001,
xMinValue) << " " << xMinValue;
}
```

Вывод программы:

```
-9.11314 0.922504
Process finished with exit code 0
```

Вывод: в ходе лабораторной работы мы изучили методы нахождения приближенного решения задачи одномерной минимизации функции одной переменной, и получили практические навыки их применения.