

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)
Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и
автоматизированных систем

Лабораторная работа № 6
дисциплина: Информатика
тема: «Обнаружение и исправление однократной ошибки в сообщении»

Выполнил: ст. группы ПВ-211
Чувилко Илья Романович
Проверил: Бондаренко Татьяна Владимировна

Белгород 2021

Цель работы: изучить основные принципы помехоустойчивого кодирования; изучить способ определения позиции и значения корректирующих бит кода Хемминга; получить практические навыки построения кода Хемминга, корректирующего однократные ошибки; изучить способ построения линейно-группового кода и возможность коррекции однократной ошибки с помощью линейно-группового кода.

Часть 1. Обнаружение и коррекция однократной ошибки в сообщении с помощью кода Хемминга

Задания к работе

1. Выполнить кодирование текстового сообщения М1 по буквам, используя русский или латинский алфавит, размер сообщения не менее 4 букв. Определить размер n в битах закодированного сообщения М.
2. Определить количество k контрольных разрядов кода Хемминга, необходимых для кодирования сообщения М размер n бит.
3. Определить позиции и значения k контрольных разрядов кода Хемминга: двумя способами:
 - подсчёт количества единиц в контролируемых контрольным битом разрядах сообщения;
 - использование двоичного представления номеров разрядов сообщения.
4. Записать полученное сообщение размера $(n + k)$ в коде Хемминга.
5. Смоделировать коррекцию ошибки: внести однократную, двукратную и k -кратную ошибки в произвольные биты сообщения и найти эти ошибки с помощью кода Хемминга, используя:
 - подсчёт количества единиц в контролируемых контрольным битом разрядах сообщения;
 - двоичное представление номеров разрядов сообщения.

Часть 2. Обнаружение и коррекция однократной ошибки в сообщении с помощью линейно-группового кода

Задание к работе:

1. Выполнить построение порождающей матрицы G линейно-группового кода, необходимой для кодирования сообщения М1 по буквам. Определить необходимое число информационных и проверочных столбцов матрицы G . Вычислить значение проверочных столбцов и доказать соответствие полученной порождающей матрицы G требованиям.
 2. Выполнить кодирование сообщения М1 по буквам с помощью порождающей матрицы G .
 3. Смоделировать коррекцию ошибки: внести в линейно-групповой код одной из букв сообщения М1 однократную ошибку, выполнить проверку сообщения на наличие ошибки и найти бит с ошибкой в сообщении.
- Провести аналогичную проверку для двукратной ошибки.

Часть 1. Обнаружение и коррекция однократной ошибки в сообщении с помощью кода Хемминга

1. Выполнил кодирование текстового сообщения **М1** по буквам, используя русский алфавит, размер сообщения — 4 буквы. Определил размер в **n** битах закодированного сообщения **М**.

$M = (\text{ИЛЪЯ}) = 001010.001101.011110.100001$

$n = 4 * 6 = 24$

2. Определил количество k контрольных разрядов кода Хемминга, необходимых для кодирования сообщения M размера n бит.

$$2^k \geq M + k + 1$$

$$2^k \geq 25 + k$$

$$k = 5$$

3. Определил позиции и значения k контрольных разрядов кода Хемминга двумя способами:

- подсчёт количества единиц в контролируемых контрольным битом разрядах сообщения;
- использование двоичного представления номеров разрядов сообщения.

$N = 24 + 5 = 29$

1 способ:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	к1	б
	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0		
к1	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	6	0
к2		X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			6	0
к3				X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	6	0
к4								X	X	X	X	X	X	X	X									X	X	X	X	X	X	7	1
к5																X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	5	1

Код Хемминга: 00101000.11010111.11010100.00100

2 способ:

3	00011
10	01010
12	01100
13	01101
14	01110
15	01111
18	10010
20	10100
21	10101
25	11001
27	11011
XOR	11000

Код Хемминга: 00101000.11010111.11010100.00100

4. Записал полученное сообщение размера $(n + k)$ в коде Хемминга:

Код Хемминга: 00101000.11010111.11010100.00100

5. Смоделировал коррекцию ошибки: внести однократную, двукратную и k -кратную ошибки в произвольные биты сообщения и найти эти ошибки с помощью кода Хемминга, используя:

- подсчёт количества единиц в контролируемых контрольным битом разрядах сообщения;
- двоичное представление номеров разрядов сообщения.

Однократная ошибка:

00101000.11010111.11010101.00100

Первый способ:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	κ1	б
	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0		
κ1	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	6	0
κ2		X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			7	1
κ3				X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	7	1
κ4								X	X	X	X	X	X	X	X									X	X	X	X	X	X	7	1
κ5																X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	5	1

Различное значение принимают 2 и 4 бита, следовательно ошибка в 6 бите.

Второй способ:

3	00011
6	00110
10	01010
12	01100
13	01101
14	01110
15	01111
18	10010
20	10100
21	10101
25	11001
27	11011
XOR	11110

Различное значение принимают 2 и 4 бита, следовательно ошибка в 6 бите.

Двукратная ошибка: 00101000.11010111.11010100.00111

Первый способ:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	к1	б
	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0		
к1	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	6	0
к2		X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			6	0
к3				X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	X	X				X	X		6	0
к4								X	X	X	X	X	X	X	X									X	X	X	X	X	X	7	1
к5																X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	5	1

ошибка в разряде с номером 11000

2 способ:

3	00011
10	01010
12	01100
13	01101
14	01110
15	01111
18	10010
20	10100
21	10101
25	11001
27	11011
XOR	11000

ошибка в разряде с номером 11000

Трехкратная ошибка: 00101000.11010111.11010100.00011

Первый способ:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	κ1	6
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0		
κ1	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	5	1
κ2		X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			5	1
κ3				X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	6	0
κ4								X	X	X	X	X	X	X	X									X	X	X	X	X	X	7	1
κ5																X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	5	1

ошибка в разряде с номером 11011

2 способ:

10	01010
12	01100
13	01101
14	01110
15	01111
18	10010
20	10100
21	10101
25	11001
27	11011
XOR	11011

ошибка в разряде с номером 11011

Вывод: С помощью кода Хемминга можно обнаруживать и корректировать ошибки в сообщении.

Часть 2. Обнаружение и коррекция однократной ошибки в сообщении с помощью линейно-группового кода

1. Выполнил построение порождающей матрицы G линейно-группового кода, необходимой для кодирования сообщения M_1 по буквам. Определил необходимое число информационных и проверочных столбцов матрицы G . Вычислил значение проверочных столбцов и доказал соответствие полученной порождающей матрицы G требованиям.

1	2	3	4	5	6	$1 \oplus 2 \oplus 3 \oplus 5$	$1 \oplus 2 \oplus 4$	$1 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 6$	$1 \oplus 2 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 5 \oplus 6$	ω
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	5
0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	4
0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	4
0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	4
0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	3
0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	3

1	1000001111	5
2	0100001101	4
3	0010001011	4
4	0001000111	4
5	0000101001	3
6	0000010011	3
$1 \oplus 2$	1100000010	3
$1 \oplus 3$	1010000100	3
$1 \oplus 4$	1001001000	3
$1 \oplus 5$	1000100110	4
$1 \oplus 6$	1000011100	4
$2 \oplus 3$	0110000110	4
$2 \oplus 4$	0101001010	4
$2 \oplus 5$	0100100100	3
$2 \oplus 6$	0100011110	5
$3 \oplus 4$	0011001100	4
$3 \oplus 5$	0010100010	3
$3 \oplus 6$	0010011000	3
$4 \oplus 5$	0001101110	5
$4 \oplus 6$	0001010100	3
$5 \oplus 6$	0000111010	4
$1 \oplus 2 \oplus 3$	1110001001	5
$1 \oplus 2 \oplus 4$	1101000101	5

$1\oplus 2\oplus 5$	1100101011	6
$1\oplus 2\oplus 6$	1100010001	4
$1\oplus 3\oplus 4$	1011000011	5
$1\oplus 3\oplus 5$	1010101101	6
$1\oplus 3\oplus 6$	1010010111	6
$1\oplus 4\oplus 5$	1001100001	4
$1\oplus 4\oplus 6$	1001011011	6
$1\oplus 5\oplus 6$	1000110101	5
$2\oplus 3\oplus 4$	0111000001	4
$2\oplus 3\oplus 5$	0110101111	7
$2\oplus 3\oplus 6$	0110010101	5
$2\oplus 4\oplus 5$	0101100011	5
$2\oplus 4\oplus 6$	0101011000	4
$2\oplus 5\oplus 6$	0100110111	6
$3\oplus 4\oplus 5$	0011100101	5
$3\oplus 4\oplus 6$	0011011111	7
$3\oplus 5\oplus 6$	0010110001	4
$1\oplus 2\oplus 3\oplus 4$	0001111101	6
$1\oplus 2\oplus 3\oplus 5$	1110100000	4
$1\oplus 2\oplus 3\oplus 6$	1110011010	6
$1\oplus 2\oplus 4\oplus 5$	1101101100	6
$1\oplus 2\oplus 4\oplus 6$	1101010100	5
$1\oplus 2\oplus 5\oplus 6$	1100111000	5
$1\oplus 3\oplus 4\oplus 5$	1011101010	6
$1\oplus 3\oplus 4\oplus 6$	1011010000	4
$1\oplus 3\oplus 5\oplus 6$	1010111110	7
$1\oplus 4\oplus 5\oplus 6$	1001110010	5
$2\oplus 3\oplus 4\oplus 5$	0111101000	5
$2\oplus 3\oplus 4\oplus 6$	0111010010	5
$2\oplus 3\oplus 5\oplus 6$	0110111100	6
$2\oplus 4\oplus 5\oplus 6$	0101110000	4
$3\oplus 4\oplus 5\oplus 6$	0011110110	6
$1\oplus 2\oplus 3\oplus 4\oplus 5$	1111100111	8
$1\oplus 2\oplus 3\oplus 4\oplus 6$	1111011101	8
$1\oplus 2\oplus 3\oplus 5\oplus 6$	1110110011	7
$1\oplus 2\oplus 4\oplus 5\oplus 6$	1101111111	9
$1\oplus 3\oplus 4\oplus 5\oplus 6$	1011111001	7

$2 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 5 \oplus 6$	0111111011	8
$1 \oplus 2 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 5 \oplus 6$	1111110100	7

2. Выполнил кодирование сообщения М по буквам с помощью порождающей матрицы G M = (ИЛЬЯ) = 0010100010.0011011111.0111101000.1000011100

$$И = 10_{10} = 001010_2 = 3 \oplus 5$$

$$Л = 13_{10} = 001101_2 = 3 \oplus 4 \oplus 6$$

$$Ь = 30_{10} = 011110_2 = 2 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 5$$

$$Я = 33_{10} = 100001_2 = 1 \oplus 6$$

3. Смоделировал коррекцию ошибки: внести в линейно-групповой код одной из букв сообщения М1 однократную ошибку, выполнить проверку сообщения на наличие ошибки и найти бит с ошибкой в сообщении. Провел аналогичную проверку для двукратной ошибки.

A1	A2	A3	A4	A5	A6	P1	P2	P3	P4	S1	S2	S3	S4
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1

$$S1 = P1 \oplus A1 \oplus A3 \oplus A4$$

$$S2 = P2 \oplus A1 \oplus A2 \oplus A4$$

$$S3 = P3 \oplus A2 \oplus A3 \oplus A4 \oplus A6$$

$$S4 = P4 \oplus A3 \oplus A6$$

Однократная ошибка: 0010100010.0011011111.0111101000.1000011100

$$S1 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S2 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S3 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$S4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

S = 0001 найдена ошибка

Двукратная ошибка: 0010100000.0011011111.0111101000.1000011100

$$S1 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S2 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S3 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$S4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

S = 0011 найдены ошибки

Вывод: С помощью линейно-группового кода можно обнаруживать и корректировать ошибки в сообщении.