МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

РГЗ

по дисциплине: «Системное моделирование»

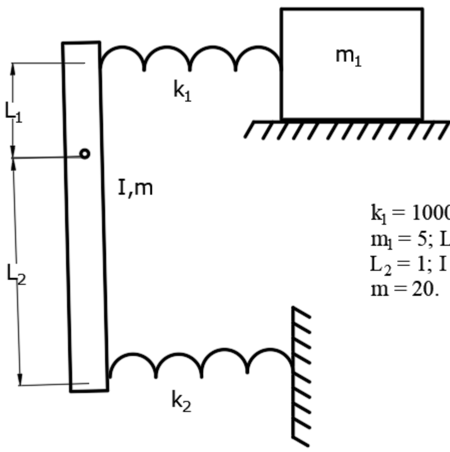
Выполнил: ст. группы ПВ-211
Чувилко Илья Романович

Проверил:
Полунин Александр Иванович

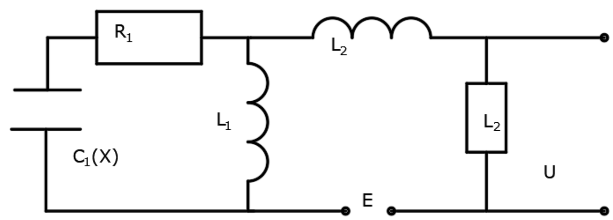
Белгород 2023 г.

Математическое моделирование работы электронно-механической измерительной системы

Вариант 23

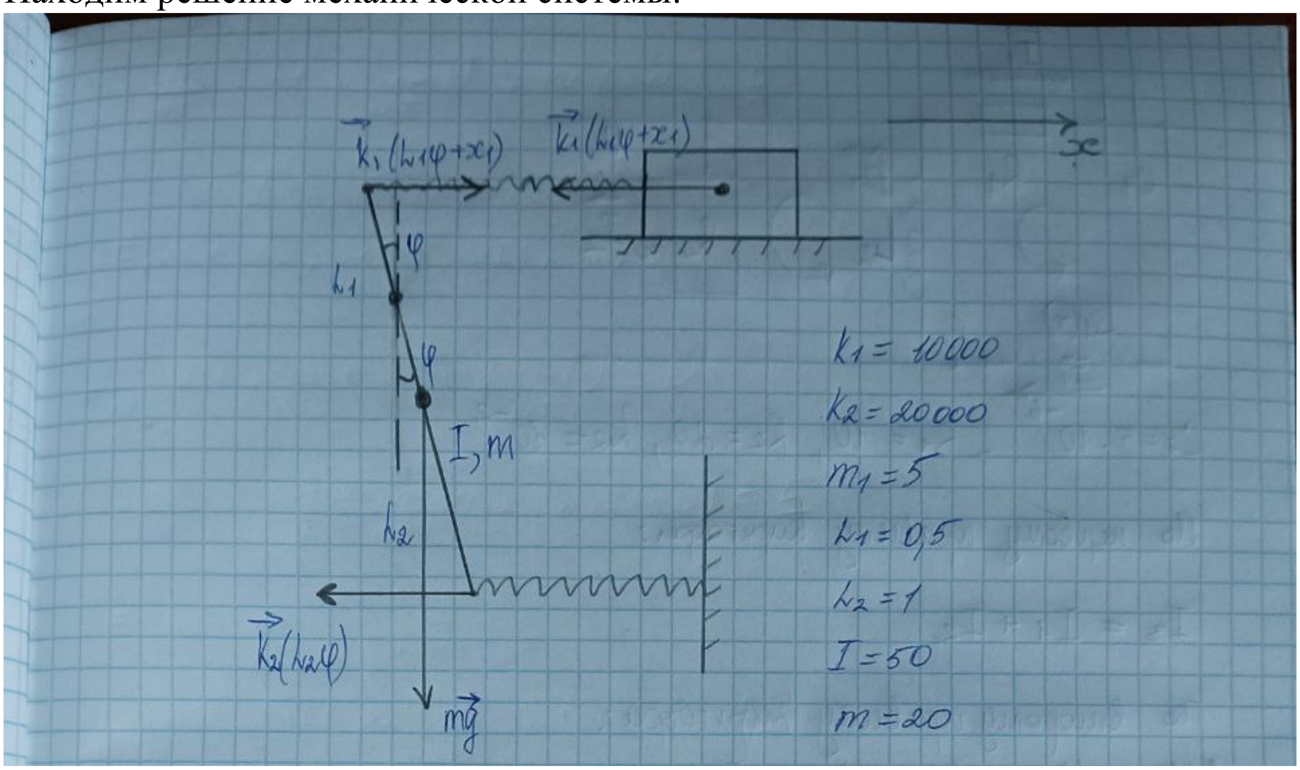


$k_1 = 10000$; $k_2 = 20000$;
$m_1 = 5$; $L_1 = 0.5$;
$L_2 = 1$; $I = 50$;
$m = 20$.



$R_1=100$, $R_2=50$, $L_1=5*10^{-2}$, $L_2=10^{-3}$

Находим решение механической системы:



При линеаризации системы будем считать, что угол ϕ мал

$L = \frac{L_1+L_2}{2} - L_1 = 0.25$

$h = L * (1 - cos(\phi)) = L * \frac{\phi^2}{2}$

Кинетическая энергия:

$T = \frac{I\dot{\phi}^2 + m_1\dot{x}^2}{2}$

Потенциальная энергия:

$\Pi = \frac{k_1(x-L_1\phi)^2}{2} + \frac{k_2(L_2\phi)^2}{2} + mgL * \frac{\phi^2}{2}$

Составим уравнение Лагранжа второго рода:

Для кинетической энергии

$Q_\phi^T = \frac{d}{dt}\frac{d(\frac{I\dot{\phi}^2+m_1\dot{x}^2}{2})}{d\dot{\phi}} - \frac{d(\frac{I\dot{\phi}^2+m_1\dot{x}^2}{2})}{d\phi}$

$Q_x^T = \frac{d}{dt}\frac{d(\frac{I\dot{\phi}^2+m_1\dot{x}^2}{2})}{d\dot{(x)}} - \frac{d(\frac{I\dot{\phi}^2+m_1\dot{x}^2}{2})}{dx}$

$Q_\phi^T = I\ddot{\phi}$

$Q_x^T = m_1\ddot{x}$

Для потенциальной энергии

$Q_\phi^\Pi = -\frac{d(\frac{k_1(x-L_1\phi)^2}{2} + \frac{k_2(L_2\phi)^2}{2} + mgL*\frac{\phi^2}{2})}{d\phi}$

$Q_x^\Pi = -\frac{d(\frac{k_1(x-L_1\phi)^2}{2} + \frac{k_2(L_2\phi)^2}{2} + mgL*\frac{\phi^2}{2})}{dx}$

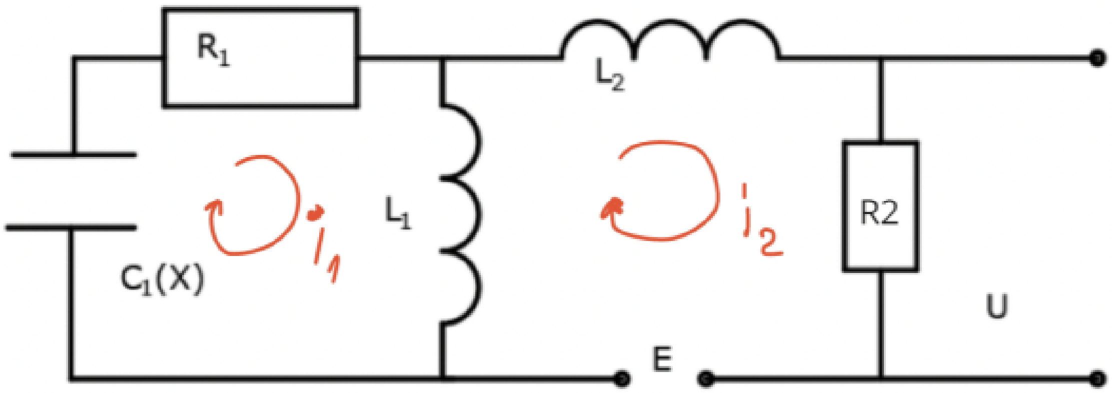
$Q_\phi^\Pi = k_1(x - L_1\phi) * L_1 - k_2L_2^2\phi - mgL\phi$

$Q_x^\Pi = -k_1(x - L_1\phi)$

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{k_1(x-L_1\phi)*L_1 - k_2L_2^2\phi - mgL\phi}{I} \\ \ddot{x} = \frac{-k_1(x-L_1\phi)}{m_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \frac{k_1(x-L_1\phi)*L_1 - k_2L_2^2\phi - mgL\phi}{I} \\ \dot{\phi} = \omega \\ \dot{v} = \frac{-k_1(x-L_1\phi)}{m_1} \\ \dot{x} = v \end{cases}$$

Находим решение электрической системы:



$R_1=100$, $R_2=50$, $L_1=5*10^{-2}$, $L_2=10^{-3}$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{C_1(x)}\displaystyle\int_0^t i_1 dt + R_1 i_1 + L_1\dfrac{(di_1-di_2)}{dt} = 0 \\ L_1\dfrac{(di_2-di_1)}{dt} + L_2\dfrac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = E \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{di_1}{dt} - \dfrac{di_2}{dt} = -\dfrac{\frac{1}{C_1(x)}\int_0^t i_1 dt + R_1 i_1}{L_1} \\ (L_1-L_2)\dfrac{di_2}{dt} + L_1\dfrac{di_1}{dt} = E - R_2 i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{di_1}{dt} - \dfrac{di_2}{dt} = -\dfrac{\frac{1}{C_1(x)}\int_0^t i_1 dt + R_1 i_1}{L_1} \\ \dfrac{di_2}{dt} + \dfrac{L_1}{L_1-L_2}\dfrac{di_1}{dt} = \dfrac{E-R_2 i_2}{L_1-L_2} \end{cases}$$

$$\frac{L_1}{L_1 - L_2} = k$$

$$-\frac{\frac{1}{C_1(x)}\int_0^t i_1 dt + R_1 i_1}{L_1} = f_1(t)$$

$$\frac{E - R_2 i_2}{L_1 - L_2} = f_2(t)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & k+1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{k+1} & \frac{1}{k+1} \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{k}{k+1} & \frac{1}{k+1} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{k+1} & \frac{1}{k+1} \end{array}\right)$$

$$p = \frac{1}{k+1}$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & kp & p \\ 0 & 1 & -p & p \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} kp & p \\ -p & p \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} kp & p \\ -p & p \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} kp & p \\ -p & p \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(t) * kp + f_2(t) * p \\ -f_1(t) * p + f_2(t) * p \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \dfrac{di_1}{dt} = f_1(t) * kp + f_2(t) * p \\ \dfrac{di_2}{dt} = -f_1(t) * p + f_2(t) * p \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{di_1}{dt} = f_1(t) * kp + f_2(t) * p \\ \qquad \dfrac{dL_1(x)}{dx} = \begin{cases} a, x < 0 \\ -a, x \geq 0 \end{cases} \\ \dfrac{di_2}{dt} = -f_1(t) * p + f_2(t) * p \\ \qquad\qquad \dfrac{dQ_1}{dt} = i_1 + i_н \\ \qquad\qquad \dfrac{dQ_2}{dt} = i_2 + i_н \end{cases}$$

Программа для решения системы:

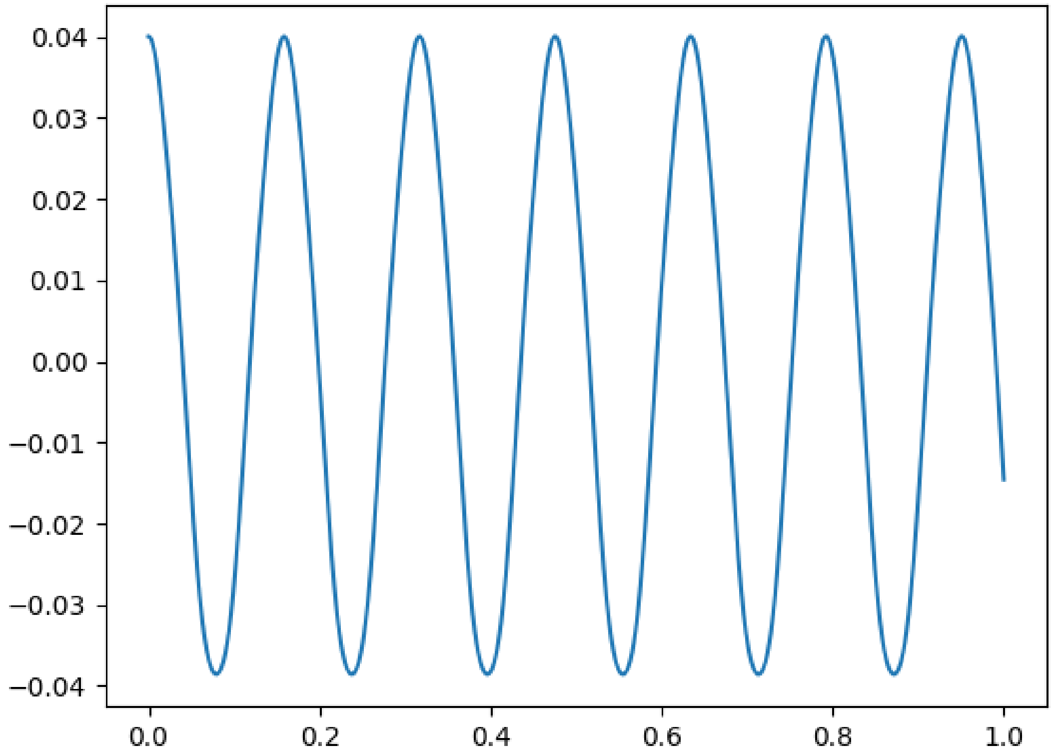
```
from matplotlib import pyplot as plt
import math

k1 = 10000
k2 = 20000
m1 = 5
m = 20
len1 = 0.5
len2 = 1
I = 50
g = 9.8

C1 = 5 * (10 ** (-6))
R1 = 10
R2 = 20
L2 = 10 ** (-2)

E = 10
i_n = E / R1
phi_0 = 0
x_0 = 0.04
t_0 = 0
i1_0 = 0
i2_0 = 0
QC1_0 = 0

alpha = 1
betta = 10 ** (-4)
C0 = 5 * (10 ** (-6))
L0 = 5 * (10 ** (-2))
```

```python
parameters = {"t": t_0,
              "di1": 0, "di2": 0, "i1": 0, "i2": 0, "Q1": 0, "UR2": 0,
              "x": x_0, "phi": phi_0, "dx": 0, "dPhi": 0}


def L1(x):
    return L0 - alpha * abs(x)

def dL(x):
    if x >= 0:
        return -alpha
    else:
        return alpha

def d2x_dt(x, phi):
    return -k1 * (len1 * phi + x) / m1


def d2Phi_dt(x, phi):
    return (-m * g * (len2 - len1) * phi / 2 - k2 * len2 * phi - k1 * (len1 *
phi + x))


def di1_dt(x, i1, i2, Q1, dx_dt):
    return (-i1 * R1 + i2 * R2 - Q1/C1 - dL(x) * dx_dt * (i_n + i1) + E) / L1(x)


def di2_dt(x, i1, i2, Q1, dx_dt):
    return (-i2 * R2 - L2 * di1_dt(x, i1, i2, Q1, dx_dt)) / L2


def runge_kutt_step(runge_kutt_table: list, step: float):
    prev_row = runge_kutt_table[-1]
    cur_row = {"t": t_0,
              "di1": 0, "di2": 0, "i1": 0, "i2": 0, "Q1": 0, "UR2": 0,
              "x": x_0, "phi": phi_0, "dx": 0, "dPhi": 0}
    runge_kutt_table.append(cur_row)

    cur_row["t"] = prev_row["t"] + step
    cur_row["i1"] = prev_row["i1"] + prev_row["di1"] * step
    cur_row["i2"] = prev_row["i2"] + prev_row["di2"] * step
    cur_row["Q1"] = prev_row["Q1"] + (prev_row["i1"]) * step
    cur_row["UR2"] = prev_row["i2"] * R2
    cur_row["x"] = prev_row["x"] + prev_row["dx"] * step
    cur_row["phi"] = prev_row["phi"] + prev_row["dPhi"] * step

    k1_d2x = d2x_dt(prev_row["x"], prev_row["phi"])
    k2_d2x = d2x_dt(prev_row["x"] + step * k1_d2x / 2, prev_row["phi"])
    k3_d2x = d2x_dt(prev_row["x"] + step * k2_d2x / 2, prev_row["phi"])
    k4_d2x = d2x_dt(prev_row["x"] + step * k3_d2x, prev_row["phi"])

    cur_row["dx"] = prev_row["dx"] + step / 6 * (k1_d2x + 2 * k2_d2x + 2 *
k3_d2x + k4_d2x)

    k1_d2Phi = d2Phi_dt(prev_row["x"], prev_row["phi"])
    k2_d2Phi = d2Phi_dt(prev_row["x"], prev_row["phi"] + step * k1_d2Phi / 2)
    k3_d2Phi = d2Phi_dt(prev_row["x"], prev_row["phi"] + step * k2_d2Phi / 2)
    k4_d2Phi = d2Phi_dt(prev_row["x"], prev_row["phi"] + step * k3_d2Phi)
```

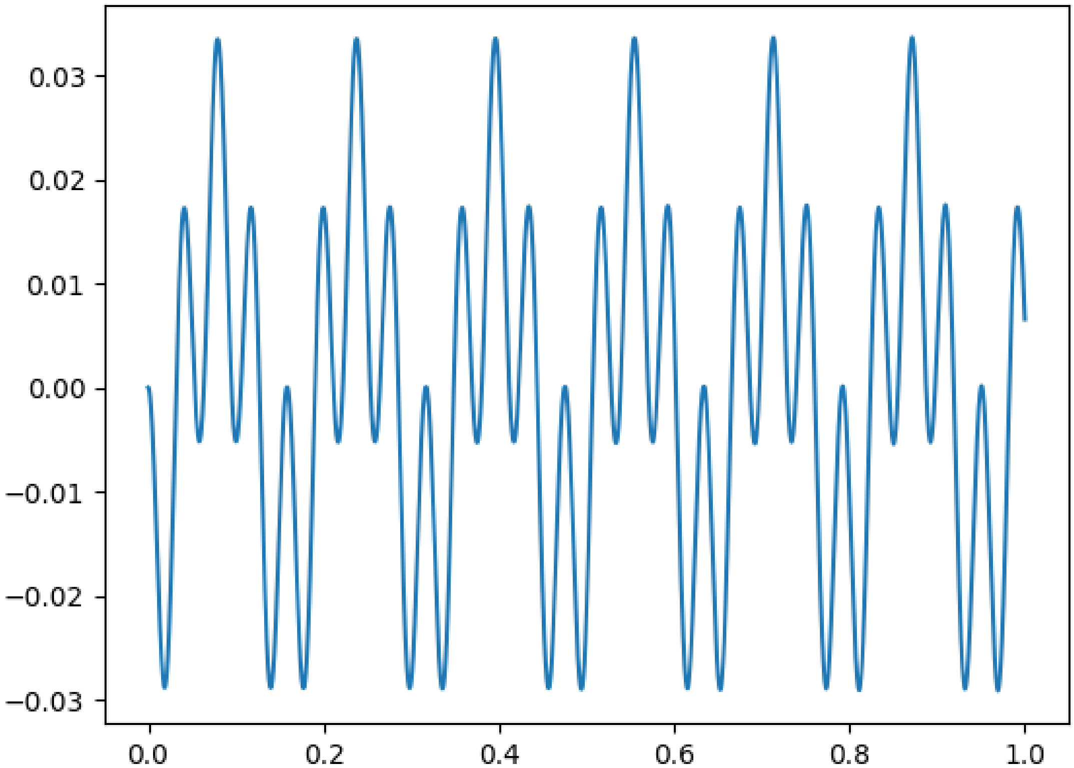
```
    cur_row["dPhi"] = prev_row["dPhi"] + step / 6 * (k1_d2Phi + 2 * k2_d2Phi + 2 
* k3_d2Phi + k4_d2Phi)

    cur_row["di1"] = di1_dt(prev_row["x"], prev_row["i1"], prev_row["i2"], 
prev_row["Q1"], prev_row["dx"])

    cur_row["di2"] = di2_dt(prev_row["x"], prev_row["i1"], prev_row["i2"], 
prev_row["Q1"], prev_row["dx"])


if __name__ == "__main__":
    runge_kutt_table = [parameters]

    for i in range(1000000):
        runge_kutt_step(runge_kutt_table, 0.000001)

    t_axis = [row["t"] for row in runge_kutt_table]
    x_axis = [row["x"] for row in runge_kutt_table]
    phi_axis = [row["phi"] for row in runge_kutt_table]
    U_axis = [row["UR2"] for row in runge_kutt_table]
    i1_axis = [row["i1"] for row in runge_kutt_table]
    i2_axis = [row["i2"] for row in runge_kutt_table]

    plt.plot(t_axis, x_axis)
    plt.show()

    plt.plot(t_axis, phi_axis)
    plt.show()

    plt.plot(t_axis, i1_axis)
    plt.show()

    plt.plot(t_axis, i2_axis)
    plt.show()

    plt.plot(t_axis, U_axis)
    plt.show()

    L1_axis = [L1(row["x"]) for row in runge_kutt_table]
    plt.plot(t_axis, L1_axis)
    plt.show()

    Q1_axis = [row["Q1"] for row in runge_kutt_table]
    plt.plot(t_axis, Q1_axis)
    plt.show()
```

Графики:

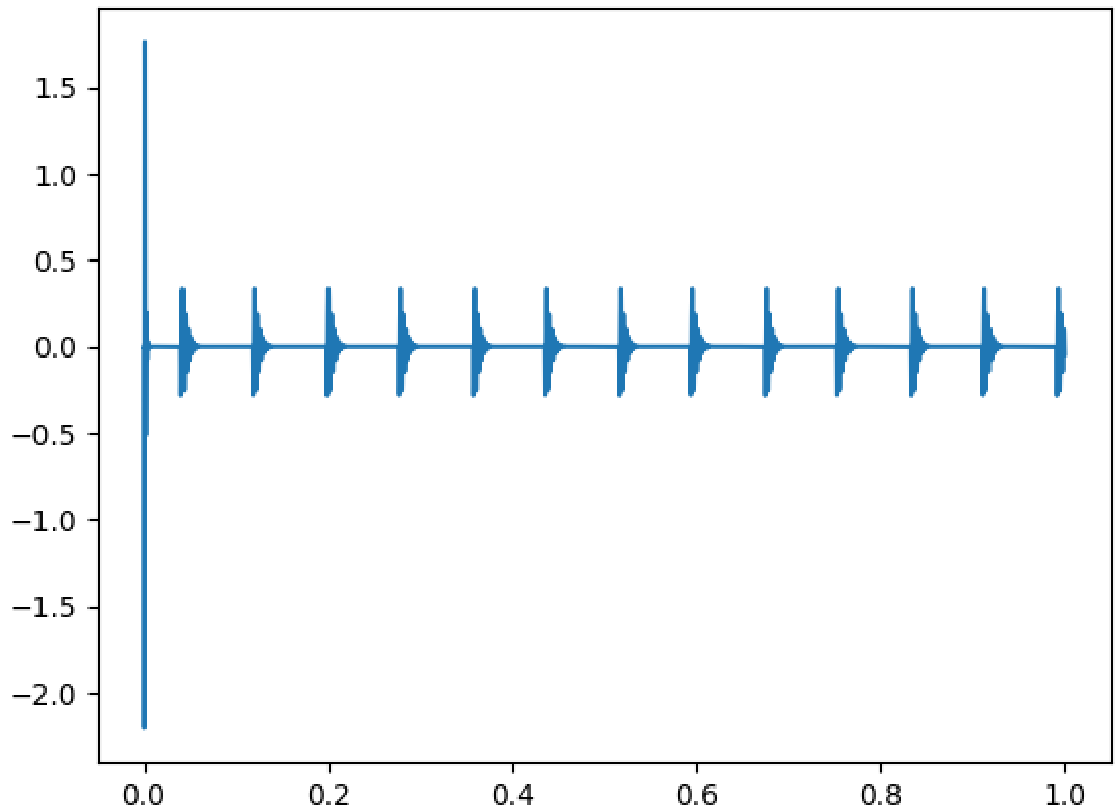
Координата x:

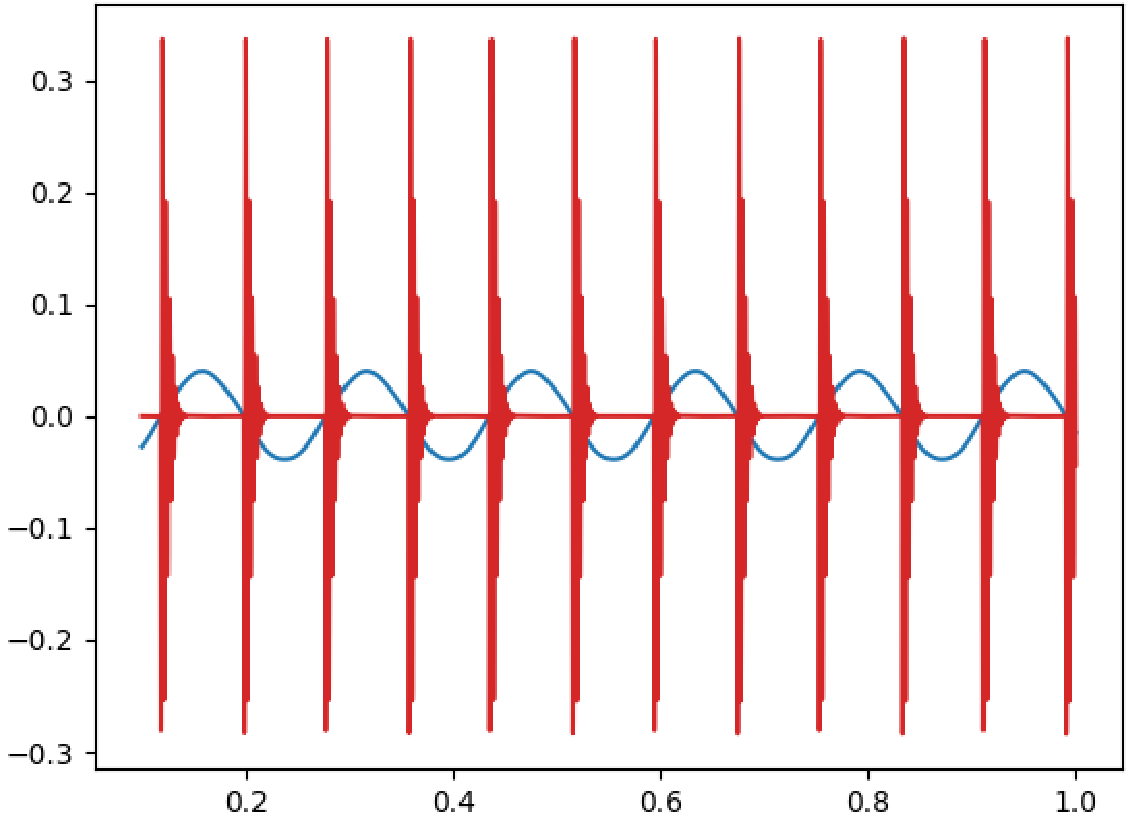


Координата φ:



Значение напряжения U:





Вывод: в ходе РГЗ я закрепил навыки моделирования систем, приобретенные в ходе изучения курса «Системное моделирование»