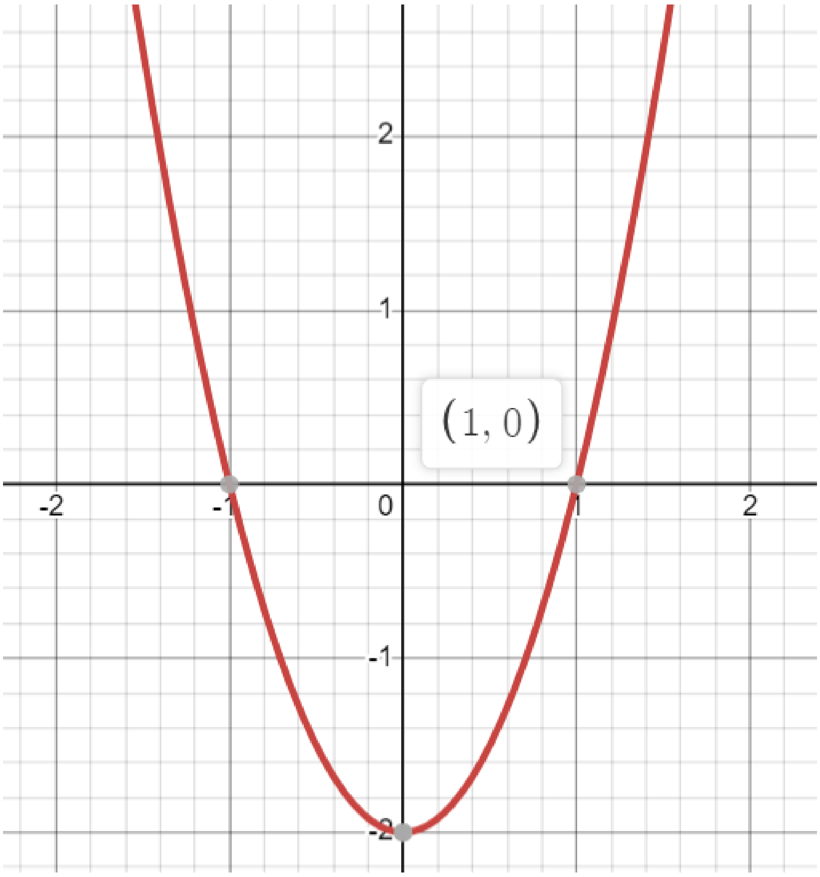
Вопрос: Выполните 2 шага метода хорд для произвольного уравнения y(x)=0. Приведите поясняющий рисунок.

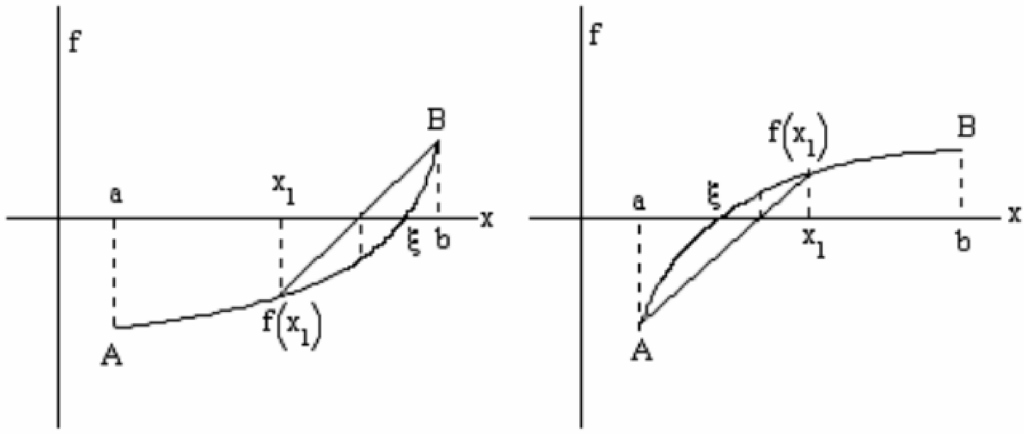
Ответ:
$f(x) = 2x^2 - 2$. Это уравнение имеет два корня x=1 и x=-1.
Выберем отрезок [a, b] так, чтобы он содержал один из корней и значения функции на его концах имели разные знаки. Выберем [a, b] = [0, 2]. Проверим условия: f(a) = f(0) = -2 и f(b) = f(2) = 6. f(a) * f(b) < 0, значит можно применить метод хорд.
Первая производная функции f'(x) = 4x, вторая производная f''(x) = 4. Вторая производная положительна на всем отрезке [0, 2], неподвижной точкой становится a, так как

f(a) и f''(a) имеют одинаковые знаки.

Шаг 1:
Сначала вычисляем первое приближение x1 по формуле x1 = x0 - f(x0)*(x0-t)/(f(x0)-f(t)). Подставим t=a=0, x0=b=2:
$x1 = 2 - (6 * (2 - 0))/(6 - (-2)) = 2 - 12/8 = 3 - 1.5 = 1.5$

Шаг 2:
Далее, используя ту же формулу, вычисляем второе приближение x2. Заметим, что t остается равным 1, но x0 теперь становится x1=1.75:
$x2 = 1.5 - ((2*2.25 - 2) * (1.5 - 0))/((2*2.25 - 2) - (-2)) = 0.875$
Так, после двух итераций метода хорд, мы получили приближенное значение корня равное 0.875, которое достаточно близко к истинному значению корня x=1.





f
B
a
x_1
x
ξ
b
A
$f(x_1)$
f
$f(x_1)$
B
a
ξ
x
x_1
b
A