

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и  
автоматизированных систем

## **Лабораторная работа №8**

по дисциплине: «Исследование операций»

Вариант 23

Выполнил: ст. группы ПВ-211

Чувилко Илья Романович

Проверил:

Куртова Лилиана Николаевна

Вирченко Юрий Петрович

Белгород 2023 г.

**Тема:** Задачи дробно-линейного программирования

**Цель работы:** освоить метод сведения задачи ДЛП к задаче ЛП с помощью введения новых переменных. Изучить алгоритм решения задачи ДЛП.

**Ход работы:**

$$z = \frac{-5x_1 + 7x_2}{4x_1 + 9x_2} \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + x_3 = 21, \\ 5x_1 + 3x_2 - x_4 = 17, \\ 6x_1 - 2x_2 + x_5 = 25, \\ x_i \geq 0 \ (i = \overline{1,5}) \end{cases}$$

1. Изучить постановку задачи ДЛП, а также подходы к ее решению
2. Ознакомиться с введением новых переменных, при которых задача ДЛП превращается в задачу ЛП.
3. Изучить метод и алгоритм решения задачи ДЛП, составить и отладить программу решения этой задачи, используя в качестве тестовых данных одну из нижеследующих задач, решенную вручную.

$$Z = \frac{-5x_1 + 7x_2}{4x_1 - 3x_2} \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + x_3 = 18 \\ -5x_1 - 3x_2 + x_4 = -17 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_5 = 26 \\ x_i \geq 0, \ (i = \overline{1,5}) \end{cases}$$

Введем новые переменные  $y_0 = 1/(4x_1 - 3x_2)$ ,  $y_i = y_0 * x_i$ ,  $(i = 1,5)$ . Получим задачу линейного программирования:

$$Z = -5y_1 + 7y_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} 3y_1 + 8y_2 + y_3 - 18y_0 = 0 \\ -5y_1 - 3y_2 + y_4 + 17y_0 = 0 \\ 7y_1 - 2y_2 + y_5 - 26y_0 = 0 \\ 4y_1 - 3y_2 = 1 \\ y_i \geq 0, \ (i = \overline{0,5}) \end{cases}$$

Построим М-задачу при  $M = 100$ :

$$Z_M = -5y_1 + 7y_2 - 100u \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3y_1 + 8y_2 + y_3 - 18y_0 = 0 \\ -5y_1 - 3y_2 + y_4 + 17y_0 = 0 \\ 7y_1 - 2y_2 + y_5 - 26y_0 = 0 \\ y_1 - 3y_2 + u = 1 \\ y_i \geq 0, (i = \overline{0,5}) \end{cases}$$

Исключим из целевой функции базисную переменную и составим первую симплекс-таблицу:

$$u = 1 - y_1 + 3y_2$$

$$Z_M = -5y_1 + 7y_2 - 100 + 400y_1 - 300y_2$$

$$Z_M = 395y_1 - 293y_2 - 100$$

$$Z_M - 395y_1 + 293y_2 = -100$$

Таблица 1

Б	С	$y_1 \downarrow$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_0$	и	Отн
$\leftarrow y_3$	0	3	8	1	0	0	-18	0	0
$y_4$	0	-5	-3	0	1	0	17	0	0
$y_5$	0	7	2	0	0	1	-26	0	0
и	1	4	-3	0	0	0	0	1	1/4
z	-100	-395	293	0	0	0	0	0	

Таблица 2

Б	С	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_0 \downarrow$	и	Отн
$y_1$	0	1	2 2/3	1/3	0	0	-6	0	0
$y_4$	0	0	10 1/3	1 2/3	1	0	-13	0	0
$\leftarrow y_5$	0	0	-16 2/3	-2 1/3	0	1	16	0	0
и	1	0	-13 2/3	-1 1/3	0	0	24	1	1/24
z	-100	0	1346 1/3	131 2/3	0	0	-2370	0	

Таблица 3

Б	С	y1	y2↓	y3	y4	y5	y0	u	Отн
y1	0	1	-3 7/12	- 13/24	0	3/8	0	0	0
y4	0	0	-3 5/24	- 11/48	1	13/16	0	0	0
y0	0	0	-1 1/24	- 7/48	0	1/16	1	0	0
←u	1	0	11 1/3	2 1/6	0	-1 1/2	0	1	3/34
z	-100	0	-1122 5/12	-213 23/24	0	148 1/8	0	0	

Таблица 4

Б	С	y1	y2	y3	y4	y5↓	y0	u	Отн
y1	43/136	1	0	39/272	0	- 27/272	0	43/136	-3 5/27
←y4	77/272	0	0	209/544	1	211/544	0	77/272	154/211
y0	25/272	0	0	29/544	0	- 41/544	1	25/272	-1 9/41
y2	3/34	0	1	13/68	0	- 9/68	0	3/34	- 2/3
z	- 131/136	0	0	169/272	0	- 117/272	0	99 5/136	

Таблица 5

Б	С	y1	y2	y3	y4	y5	y0	u
y1	82/211	1	0	51/211	54/211	0	0	82/211
y5	154/211	0	0	209/211	2 122/211	1	0	154/211
y0	31/211	0	0	27/211	41/211	0	1	31/211
y2	39/211	0	1	68/211	72/211	0	0	39/211
z	- 137/211	0	0	1 10/211	1 23/211	0	0	99 74/211

Решение М-задачи:

$$Z_{M_{\max}} = -\frac{137}{211}, \quad y_0 = \frac{31}{211}, \quad y_1 = \frac{82}{211}, \quad y_2 = \frac{39}{211}, \quad y_3 = 0, \quad y_4 = 0, \quad y_5 = \frac{154}{211}_{\text{нр}}$$

Решение исходной задачи:

$$Z_{\max} = -\frac{137}{211}, \quad x_i = \frac{y_i}{y_0} \quad (i = \overline{1,5})$$

$$x_1 = \frac{82}{31}, \quad x_2 = \frac{39}{31}, \quad x_3 = 0, \quad x_4 = 0, \quad x_5 = \frac{154}{31}_{\text{нр}}$$

**Вывод:** Освоил метод сведения задачи ДЛП к задаче ЛП с помощью введения новых переменных. Изучил алгоритм решения задачи ДЛП