МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и
автоматизированных систем

Лабораторная работа №5

по дисциплине: «Вычислительная математика»

Выполнил: ст. группы ПВ-211

Чувилко Илья Романович

Проверил:

Бондаренко Татьяна Владимировна

Белгород 2023 г.

Тема: Одномерная минимизация функции

Вариант: 23

Цель работы: изучить методы нахождения приближенного решения задачи одномерной минимизации функции одной переменной, и получить практические навыки их применения.

Ход работы:

23	$y = 2\left(x^2 + 2\right)x^2$

Задание 1. Найти область определения заданной функции y = f(x) и построить её график, используя равномерную сетку значений xi (шаг сетки выбрать самостоятельно).

Задание 2. Найти промежутки унимодальности функцииу=f(x), используя построенный график.

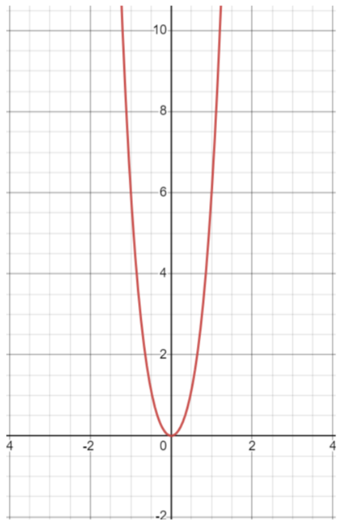
Задание 3. Найти первую y´=f´(x) и вторую y´´= f´´(x) производные заданной функции y = f(x).

Задание 4. Найти точное решение задачи одномерной минимизации — минимум функции y = f(x), точку xT, и минимальное значение функции

$$y = 2(x^2+2)x^2$$

№1. $D(y) \in (-\infty; +\infty)$

x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
y	$19\frac{1}{8}$	6	$\frac{9}{8}$	0	$\frac{9}{8}$	6	$19\frac{1}{8}$



№2.

Функция имеет единственный промежуток унимодальности

$(-\infty; +\infty)$

№3. $f'(x) = (-2x^4 - 4x^2)' = -8x^3 - 8x$

$f''(x) = -24x^2 - 8$

№4 $f'(x) = 0 \Rightarrow x_{min} = 0$

$f(x_{min}) = 0$

miro

Задание 5. Найти приближенное решение задачи одномерной минимизации, точку такую, что вручную, используя численные методы одномерной минимизации:

- Метод оптимального поиска;

$x_{min} = 0$; $f(x_{min}) = 0$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	x	-0,1	-0,09	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01
	f(x)	0,0402	0,032531	0,025682	0,019648	0,014426	0,010013	0,006405	0,003602	0,0016	0,0004

L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0	0,0004	0,0016	0,003602	0,006405	0,010013	0,014426	0,019648	0,025682	0,032531	0,0402

- Метод деления отрезка пополам;

A	B	C	D
Шаг	a	b	delta
0	-1,5	1	
f	19,125	6	
1	-0,251	-0,249	
f	0,259942252	0,255692248	
Новый отрезок	-0,251	1	1,251
2	0,3735	0,3755	
f	0,596930756	0,603763141	
Новый отрезок	-0,251	0,3755	0,6265
3	0,06125	0,06325	
f	0,015034398	0,016034259	
Новый отрезок	-0,251	0,06325	0,31425
4	-0,094875	-0,092875	
f	0,036167108	0,03465187	
Новый отрезок	-0,094875	0,06325	0,158125
5	-0,0168125	-0,0148125	
f	0,0011308	0,000877737	
Новый отрезок	-0,0168125	0,06325	0,0800625
6	0,02221875	0,02421875	
f	0,001975179	0,002346879	
Новый отрезок	-0,0168125	0,02421875	0,04103125
7	0,002703125	0,004703125	
f	2,922765E-05	8,847852E-05	
Новый отрезок	-0,0168125	0,004703125	0,021515625
8	-0,00705469	-0,00505469	
f	0,000199079	0,000102201	
Новый отрезок	-0,0070547	-0,0050547	0,002
delta	-0,00705469		
sigma	0		

x_{min} = -0,0071

$f(x_{min})$ = 0.0002

- Метод, основанный на использовании чисел Фибоначчи

x_{min} = -

Шаг	a	b	delta		i	Числа Фибоначчи	
					0	1	
0	-1,5	1	2,5		1	1	
f	19,125	6			2	2	
					3	3	
1	-0,54513889	0,045138889			4	5	
f	1,365333268	0,00815838			5	8	
овый отрезо	-0,54513889	1	1,545138889		6	13	
					7	21	
2	0,045138889	0,409722222			8	34	
f	0,00815838	0,727851415			9	55	
овый отрезо	-0,90972222	0,409722222	1,319444444		10	89	
					11	144	
3	-0,40593434	-0,09406566			12	233	
f	0,713437435	0,035549977			13	377	
овый отрезо	-0,40593434	0,409722222	0,815656566		14	610	
					15	987	
4	-0,09406566	0,097853535			16	1597	
f	0,035549977	0,038484631			17	2584	
овый отрезо	-0,40593434	0,097853535	0,503787879				
5	-0,21401515	-0,09406566					
f	0,187405676	0,035549977					
овый отрезо	-0,21401515	0,097853535	0,311868687				
6	-0,09406566	-0,02209596					
f	0,035549977	0,001953402					
овый отрезо	-0,09406566	0,097853535	0,191919192				
7	-0,02209596	0,025883838					
f	0,001953402	0,00268079					
овый отрезо	-0,09406566	0,025883838	0,119949495				
8	-0,04608586	-0,02209596					
f	0,008504647	0,001953402					
овый отрезо	-0,04608586	0,025883838	0,071969697				
9	-0,02209596	0,001893939					
f	0,001953402	1,434805E-05					
овый отрезо	-0,022096	0,02588384	0,0479798				
delta	-0,02209596						
sigma	0						

0,0221

$f(x_{min})$ = 0.0002

с точностью ε =0,01. Необходимые параметры методов выбрать самостоятельно. Подробно «вручную» достаточно выполнить только первый шаг численного метода решения. Окончательный результат вычислений может быть получен с помощью приложения MS Excel.

Задание 6. Определить абсолютную Δ и относительную δ погрешность решения задачи одномерной минимизации для каждого из используемых численных методов. Представить полученные результаты в виде таблицы (табл. 6.1)

Погрешность	Метод оптимального поиска	Метод деления отрезка пополам	Метод чисел Фибоначчи
delta	0	-0,0070546875	-0,02209596
sigma	0	0	0

Задание 7. Описать в модуле функции, которые возвращают приближенные значения минимума функции y = f(x) для заданного промежутка унимодальности с заданной точностью ε каждым из рассмотренных численных методов: метод оптимального поиска; метод, основанный на использовании чисел Фибоначчи; метод деления отрезка пополам

```
#include <iostream>
#include "cmath"
#include "vector"

using namespace std;

typedef float func(float x);

struct Segment {
    float l;
    float r;
};

float taskFunction(float x) {
    return 2 * (x*x+2)*x*x;
}

float findMinFunctionValue(func f, Segment segment, float eps, float &xMinValue) {
    float minValueArgument = segment.l;
    float minFunctionValue = f(segment.l);
    for (float x = segment.l; x <= segment.r; x += eps) {
        if (f(x) < minFunctionValue) {
            minFunctionValue = f(x);
            minValueArgument = x;
        }
    }
    xMinValue = minValueArgument;
    return minFunctionValue;
}

float findMinFunctionValueDivisionByTwo(func f, Segment segment, float eps, float &xMinValue) {
    float precision = abs(segment.r - segment.l);
    while (precision > eps) {
        float alpha = (segment.l + segment.r) / 2 - (segment.r - segment.l) / 4;
        float betta = (segment.l + segment.r) / 2 + (segment.r - segment.l) / 4;
        if (f(alpha) >= f(betta)) {
            segment.l = alpha;
        } else {
            segment.r = betta;
        }
        precision = abs(segment.r - segment.l);
    }
    xMinValue = segment.l;
```

```
    return f(segment.l);
}

float findMinFunctionValueFibonacci(func f, Segment segment, float eps, float &xMinValue) {
    int N = 100;

    vector<float> fibonacciValues{1, 1};
    for (int i = 2; i <= N; i++) {
        fibonacciValues.push_back(fibonacciValues[fibonacciValues.size() - 2] +
                                  fibonacciValues[fibonacciValues.size() - 1]);
    }

    float precision = abs(segment.r - segment.l);

    int step = 1;
    while (precision > eps && step < N - 1) {
        float delta = segment.r - segment.l;
        int fibonacciMainIndex = N - step;
        float alpha = segment.l + fibonacciValues[fibonacciMainIndex - 1] /
                                  fibonacciValues[fibonacciMainIndex + 1] * delta;
        float betta = segment.l + fibonacciValues[fibonacciMainIndex] /
                                  fibonacciValues[fibonacciMainIndex + 1] * delta;

        if (f(alpha) >= f(betta)) {
            segment.l = alpha;
        } else {
            segment.r = betta;
        }

        precision = abs(segment.r - segment.l);
        step++;
    }

    xMinValue = segment.l;
    return f(segment.l);
}
```

Задание 8. Составить программу для вычисления приближенного решения задачи одномерной минимизации для заданного варианта задания с использованием функций, описанных в модуле

```
int main() {
    float xMinValue;
    cout << findMinFunctionValueFibonacci(taskFunction, {-1, 1}, 0.00001, xMinValue) << " " <<
xMinValue << "\n";
}
```

Результат работы программы:

```
D:\BGTU\VicMat\Lab6\Example\Code\cmake-build-debug\Code.exe
2.1236e-11 -2.30413e-06

Process finished with exit code 0
```

Вывод: в ходе лабораторной работы мы изучили методы нахождения приближенного решения задачи одномерной минимизации функции одной переменной, и получили практические навыки их применения