

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

Б. З. ФЕДОРЕНКО, В. И. ПЕТРАШЕВ

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Практикум

Белгород
2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

Б. З. ФЕДОРЕНКО, В. И. ПЕТРАШЕВ

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Практикум

*Утверждено учёным советом университета в качестве
учебного пособия*

2-е издание, исправленное

Белгород
2017

УДК 51(075.8)

ББК 22.1 я 73-2

Ф333

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор Белгородского юридического
института МВД имени И. Д. Путилина *С. Е. Савотченко*

Доктор технических наук, профессор Белгородского государственного
технологического университета им. В. Г. Шухова *В. Г. Рубанов*

Федоренко, Б.З.

Ф333 Индивидуальные задания по математике: практикум: учебное
пособие Б. З. Федоренко, В. И. Петрашев. – 2-е изд., испр. –
Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. – 231 с.

Пособие содержит задания по общему курсу математики (по 30 вариантов в каждой задаче) и предназначено для обеспечения самостоятельной работы при изучении курса математики студентами крупнённых групп направлений 08.03.01, 09.03.01–09.03.04, 13.03.01, 13.03.02, 15.03.01–15.03.06, 18.03.01, 18.03.02, 20.03.01, 20.03.02, 21.03.02, 22.03.01, 23.03.01–23.03.03, 27.03.01, 27.03.02, 27.03.04, 28.03.02, 29.03.04, 38.03.01–38.03.03, 38.03.05, 54.03.02.

Издание публикуется в авторской редакции.

УДК 51(075.8)

ББК 22.1 я 73-2

© Белгородский государственный
технологический университет
(БГТУ) им. В. Г. Шухова, 2008

© Оформление.

БГТУ им. В. Г. Шухова, 2017,
с изменениями

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
1. Линейная алгебра	5
2. Аналитическая геометрия.....	29
3. Введение в математический анализ	56
4. Дифференциальное исчисление	77
5. Интегральное исчисление.....	97
6. Дифференциальные уравнения	123
7. Функции нескольких переменных	134
8. Кратные и криволинейные интегралы.....	146
9. Векторный анализ	187
10. Ряды	197
11. Функции комплексного переменного.....	213
Библиографический список.....	229

Предисловие

Важным условием усвоения математики и овладения её методами является самостоятельная работа. Одна из форм активизации обучения – рациональная организация самостоятельной работы студентов. Этой цели служит система индивидуальных домашних заданий (ИДЗ). Каждое ИДЗ предусматривает изучение соответствующего раздела теории, выполнение практических заданий по этому разделу, проверку заданий преподавателем и выполнение итоговой контрольной работы по теме, предусматривающей контроль усвоения теории и практических навыков решения задач.

Настоящее пособие является одним из вариантов системы индивидуальных заданий по общему курсу математики для всех специальностей БГТУ им. В.Г. Шухова.

Основными учебниками по общему курсу математики для технических специальностей БГТУ являются учебники [1-5], а для экономических специальностей – учебники [6-10]. Основные сборники задач и упражнений по курсу математики для технических специальностей – это задачники [11-15], для экономических специальностей, кроме того, используются задачники [16-17]. Для индивидуальных домашних заданий используются сборники индивидуальных заданий [18-20].

В девяностые годы ввиду отсутствия централизованных планов издания учебно-методической литературы для вузов в БГТУ возник острый дефицит на сборники индивидуальных заданий по математике. Для обеспечения учебного процесса на кафедре высшей математики был разработан и составлен с использованием сборников индивидуальных заданий [18-20] и задачников [11-15] сборник индивидуальных заданий по математике [21].

Настоящий сборник индивидуальных заданий – это переработанный и дополненный вариант пособия [21], охватывающий разделы общего курса математики.

Цель пособия – не заменить сборники индивидуальных заданий [18-20], а дополнить их и обеспечить многовариантность индивидуальных домашних заданий.

1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Вычислить определитель: а) разложив его по элементам i -ой строки, б) по элементам j -го – столбца, в) приведя его к треугольному виду.

- | | | |
|--|---|---|
| 1.1. $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 4, j = 2.$ | 1.2. $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}, \quad i = 4, j = 4.$ | 1.3. $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad i = 1, j = 2.$ |
| 1.4. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 2, j = 3.$ | 1.5. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}, \quad i = 2, j = 4.$ | 1.6. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}, \quad i = 3, j = 4.$ |
| 1.7. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad i = 3, j = 2.$ | 1.8. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad i = 4, j = 4.$ | 1.9. $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad i = 2, j = 4.$ |
| 1.10. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}, \quad i = 3, j = 3.$ | 1.11. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 4, j = 3.$ | 1.12. $\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}, \quad i = 4, j = 3.$ |
| 1.13. $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad i = 3, j = 3.$ | 1.14. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}, \quad i = 1, j = 2.$ | 1.15. $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}, \quad i = 3, j = 1$ |
| 1.16. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}, \quad i = 3, j = 1.$ | 1.17. $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \quad i = 4, j = 1.$ | 1.18. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 4, j = 1.$ |

1.19. $\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

$i = 4, j = 2.$

1.22. $\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

$i = 1, j = 4.$

1.25. $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

$i = 2, j = 2.$

1.20. $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$

$i = 4, j = 1.$

1.23. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$

$i = 2, j = 3.$

1.26. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

$i = 3, j = 1.$

1.29. $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$

$i = 3, j = 4.$

1.21. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$

$i = 2, j = 4.$

1.24. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

$i = 1, j = 3.$

1.27. $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$

$i = 4, j = 3.$

1.28. $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$

$i = 2, j = 3.$

1.29. $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$

$i = 3, j = 4.$

1.30. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$

$i = 1, j = 2.$

2. Даны две матрицы А и В. Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

2.1. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}$. **2.2.** $A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

2.3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. **2.4.** $A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.

2.5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. **2.6.** $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

2.7. $A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. **2.8.** $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2.9. $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$. **2.10.** $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

2.11. $A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$. **2.12.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$.

2.13. $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$. **2.14.** $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

2.15. $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. **2.16.** $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

2.17. $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. **2.18.** $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

2.19. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. **2.20.** $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$.

2.21. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$. **2.22.** $A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$.

2.23.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

2.25.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2.27.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.29.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

2.24.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{2.26. } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{2.28. } A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{2.30. } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19. \end{cases}$$

- 3.10.** $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19. \end{cases}$
- 3.11..** $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16, \\ x_1 + 3x_3 = -6, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$
- 3.12.** $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16. \end{cases}$
- 3.13.** $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2, \\ 3x_2 - 7x_3 = -6. \end{cases}$
- 3.14..** $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19. \end{cases}$
- 3.15.** $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$
- 3.16.** $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$
- 3.17..** $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$
- 3.18.** $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$
- 3.19.** $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$
- 3.20..** $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$
- 3.21.** $\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases}$
- 3.22.** $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$
- 3.23.** $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12. \end{cases}$
- 3.24.** $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$
- 3.25.** $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39. \end{cases}$
- 3.26..** $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$
- 3.27.** $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7. \end{cases}$
- 3.28.** $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$
- 3.29..** $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22. \end{cases}$
- 3.30.** $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases}$

4. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

$$\begin{aligned} \text{4.1. } & \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5, \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.2. } & \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 8x_3 = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.3. } & \begin{cases} 5x_1 - 9x_2 - 4x_3 = 6, \\ x_1 - 7x_2 - 5x_3 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.4. } & \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_3 = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.5. } & \begin{cases} 5x_1 - 5x_2 - 4x_3 = -3, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 1, \\ 4x_1 - 4x_2 - 9x_3 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.6. } & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.7. } & \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.8. } & \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 7. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.9. } & \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 9x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.10. } & \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ 7x_1 - 9x_2 - x_3 = 3, \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.11. } & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 6, \\ 3x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.12. } & \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 4, \\ -2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.13. } & \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.14. } & \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 7x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.15. } & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_3 = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.16. } & \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 - 9x_2 - 8x_3 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.17. } & \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.18. } & \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.19. } & \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.20. } & \begin{cases} 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4.21. } & \begin{cases} 4x_1 - 9x_2 + 5x_3 = 1, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 11, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

4.22. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - 5x_3 = 9. \end{cases}$

4.23. $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 4x_1 - 3x_2 = 1. \end{cases}$

4.24. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1, \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2. \end{cases}$

4.25. $\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 - x_3 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases}$

4.26. $\begin{cases} 4x_1 - 7x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 6, \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$

4.27. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$

4.28. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$

4.29. $\begin{cases} 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 7. \end{cases}$

4.30. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

5. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

5.1. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

5.2. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

5.3. $\begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

5.4. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

5.5. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$

5.6. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$

5.7. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

5.8. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

5.9. $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$

5.10. $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$

5.11. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

5.12. $\begin{cases} 8x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

5.13. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

5.14. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$

5.15. $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$

5.16. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$

5.17. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

5.18. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$

5.19. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$

5.20. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$

5.21. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

5.22. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

5.23. $\begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

5.24. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

5.25. $\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

5.26. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$

5.27. $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

5.28. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

5.29. $\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$

5.30. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

6. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

6.1. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$

6.2. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$

6.3. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

- 6.4.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 9x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.5.** $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.6.** $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.7.** $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.8.** $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.9.** $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.10.** $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.11.** $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.12.** $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.13.** $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.14.** $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.15.** $\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.16.** $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.17.** $\begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.18.** $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.19.** $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.20.** $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.21.** $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.22.** $\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.23.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.24.** $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.25.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.26.** $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$
- 6.27.** $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$

6.28. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

6.29. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

6.30. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

7. Найти общее решение для каждой из заданных систем алгебраических уравнений.

- | | |
|--|--|
| 7.1. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$ | $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$ |
| 7.2. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$ | $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$ |
| 7.3. $\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 + 14 - x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$ | $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_5 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$ |
| 7.4. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$ | $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$ |
| 7.5. $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$ | $\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 1. \end{cases}$ |
| 7.6. $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$ | $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$ |

- 7.7.** $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_5 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$
- 7.8.** $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1. \end{cases}$
- 7.9.** $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$
- 7.10.** $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 1. \end{cases}$
- 7.11.** $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_5 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 - x_5 = 2. \end{cases}$
- 7.12.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4. \end{cases}$
- 7.13.** $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5. \end{cases}$
- 7.14.** $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 1. \end{cases}$
- 7.15.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$

- 7.16.** $\begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$
- 7.17.** $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$
- 7.18.** $\begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$
- 7.19.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_5 = 1, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 - 4x_5 = 2. \end{cases}$
- 7.20.** $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$
- 7.21.** $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_5 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$
- 7.22.** $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 9x_4 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$
- 7.23.** $\begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1. \end{cases}$
- 7.24.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_5 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$

- 7.25.** $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$
- 7.26.** $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_5 = 2, \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 3. \end{cases}$
- 7.27.** $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$
- 7.28.** $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$
- 7.29.** $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 4. \end{cases}$
- 7.30.** $\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$
- 8.** Найти координаты вектора \mathbf{X} в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3) .
- 8.1.** $X = \{1, 4, -8\}$. **8.2.** $X = \{1, -4, 8\}$. **8.3.** $X = \{2, 4, 1\}$.
- $\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 3e_3, \\ e'_2 = (3/4)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 - e_3. \end{cases}$ $\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 3e_3, \\ e'_2 = (3/4)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 - e_3. \end{cases}$ $\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (3/2)e_3, \\ e'_2 = 3e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$

8.4. $X = \{5, -5, 4\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (4/5)e_3, \\ e_2' = -4e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.5. $X = \{7, -5, 10\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 4e_3, \\ e_2' = (4/5)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.6. $X = \{1, 4, 8\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 5e_3, \\ e_2' = (5/4)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.7. $X = \{6, 6, 2\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (5/6)e_3, \\ e_2' = -5e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.8. $X = \{1, -6, 6\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 5e_3, \\ e_2' = (5/6)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.9 $X = \{2, 5, 10\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 6e_3, \\ e_2' = (6/5)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.10. $X = \{7, 7, 2\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (6/7)e_3, \\ e_2' = -6e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.11. $X = \{1, 3, 6\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 4e_3, \\ e_2' = (4/3)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.12. $X = \{1, 6, 12\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 7e_3, \\ e_2' = (7/6)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.13. $X = \{1, -9, 9\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 8e_3, \\ e_2' = (8/9)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.14. $X = \{6, 3, 1\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (4/3)e_3, \\ e_2' = 4e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.15. $X = \{-1, 7, 14\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 8e_3, \\ e_2' = (8/7)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.16. $X = \{3, -10, 10\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 9e_3, \\ e_2' = (9/10)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.17. $X = \{8, 4, 1\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (5/4)e_3, \\ e_2' = 5e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.18. $X = \{2, 4, 3\}.$

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (1/2)e_3, \\ e_2' = -e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.19. $X = \{1, 9, 18\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 10e_3, \\ e_2' = (10/9)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.20. $X = \{10, 5, 1\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (6/5)e_3, \\ e_2' = 6e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.21. $X = \{12, 3, -1\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (2/3)e_3, \\ e_2' = -2e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.22. $X = \{1, 2, 4\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 3e_3, \\ e_2' = (3/2)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.23. $X = \{-12, 6, 1\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (7/6)e_3, \\ e_2' = 7e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.24. $X = \{1, 7, -7\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 6e_3, \\ e_2' = (6/7)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.25. $X = \{6, -1, 3\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e_2' = 2e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.26. $X = \{-3, 2, 4\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - e_3, \\ e_2' = (1/2)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.27. $X = \{3, -8, 8\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 7e_3, \\ e_2' = (7/8)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.28. $X = \{10, 10, 7\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (9/10)e_3, \\ e_2' = -9e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.29. $X = \{2, 6, -3\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 2e_3, \\ e_2' = (2/3)e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.30. $X = \{9, 9, 2\}$.

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + (8/9)e_3, \\ e_2' = -8e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

9. Исследовать на линейную зависимость систему векторов.

9.1. e^x, e^{-x}, e^{2x} на $(-\infty, +\infty)$.

9.2. $1, \operatorname{tg}x, \operatorname{ctg}x$ на $(0, \pi/2)$.

9.3. $a = \{3, 2, -4\}, b = \{4, 1, -2\}, c = \{5, 2, -3\}$.

9.4. $a = \{1, 2, 3\}, b = \{6, 5, 9\}, c = \{7, 8, 9\}$.

9.5. $1+x+x^2, 1+2x+x^2, 1+3x+x^2$, на $(-\infty, +\infty)$.

9.6. $x, 1+x, (1+x)^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.7. $a=\{0,1,1\}, b=\{1,0,1\}, c=\{1,1,0\}$.

9.9. $1, e^x, \operatorname{sh} x$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.11. $a=\{5,-6,1\}, b=\{3,-5,-2\}, c=\{2,-1,3\}$.

9.13. $1/x, x, 1$ на $(0, 1)$.

9.15. $a=\{7,1,-3\}, b=\{2,2,-4\}, c=\{3,-3,5\}$.

9.17. $a=\{1,-1,2\}, b=\{-1,1,-1\}, c=\{2,-1,1\}$.

9.19. $x, x^2, (1+x)^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.21. $a=\{1,2,3\}, b=\{4,5,6\}, c=\{7,8,9\}$.

9.23. $1, x, x^2, (1+x)^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.25. $a=\{1,1,1\}, b=\{1,2,3\}, c=\{1,3,6\}$.

9.27. $\cos x, \sin x, \sin 2x$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

9.29. $a=\{3,4,-5\}, b=\{3,7,-2\}, c=\{2,-1,8\}$.

9.8. $a=\{2,1,0\}, b=\{-5,0,3\}, c=\{3,4,3\}$.

9.10. e^x, xe^x, x^2e^x на $(-\infty, +\infty)$.

9.12. $a=\{2,0,2\}, b=\{1,-1, 0\}, c=\{0,-1,-2\}$.

9.14. $e^x, \operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.16. $a=\{-2,1, 5\}, b=\{4,-3,0\}, c=\{0,-1,10\}$.

9.18. $\cos x, \sin x, \operatorname{tg} x$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

9.20. $a=\{2,-3, 1\}, b=\{3,-1,5\}, c=\{1,-4, 3\}$.

9.22. $\sin x, \sin^2 x, \cos^2 x$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.24. $a=\{5,4,3\}, b=\{3,3,2\}, c=\{3,1,3\}$.

9.26. $1, \pi, \sin x$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.28. $a=\{1,1,1\}, b=\{0,1,1\}, c=\{0,0,1\}$.

9.30. e^x, e^{2x}, e^{3x} на $(-\infty, +\infty)$.

10. Пусть $x=(x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования?

10.1.

$$Ax = (2x_1 + x_2, x_3^2, 2x_1 - 3x_2 - 4x_3),$$

$$Bx = (2x_1 + x_2, x_3, 2x_1 - 3x_2 - 4x_3),$$

$$Cx = (2x_1 + x_2, x_3, 2x_1 - 3x_2 - 4).$$

10.3.

$$Ax = (x_1, x_2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3),$$

$$Bx = (x_1, x_2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5),$$

$$Cx = (x_1, x_2^2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3)$$

10.2.

$$Ax = (3x_1 - 2x_2 - x_3, 1, x_1 + 2x_2 + 3),$$

$$Bx = (3x_1 - 2x_2 - x_3, 0, x_1^3 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$Cx = (3x_1 - 2x_2 - x_3, x_3, x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$

10.4.

$$Ax = (2x_1 - x_2, x_3, x_1 + 2x_2 + 3x_3^4),$$

$$Bx = (2x_1 - x_2, x_3, x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$Cx = (2x_1 - x_2, 1, x_1 + 2x_2 + 3),$$

10.5.

$$\begin{aligned} Ax &= (3x_1 - 2x_2 - 1, 0, x_1 + 2x_2 + 3x_3), \\ Bx &= (3x_1^2 - 2x_2 - x_3, 0, 0), \\ Cx &= (3x_1 - 2x_2 - x_3, 0, x_1 + 2x_2 + 3x_3). \end{aligned}$$

10.7.

$$\begin{aligned} Ax &= (2x_1^2 - x_2, x_3, 2x_2 + 3x_3), \\ Bx &= (2x_1 - x_2, x_3, 2x_2 + 3x_3), \\ Cx &= (2x_1 - x_2, x_3, 2x_2 + 3) \end{aligned}$$

10.9.

$$\begin{aligned} Ax &= (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1^2, x_2 + 2x_3), \\ Bx &= (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_2 + 2x_3), \\ Cx &= (4x_1 - 3x_2 - 2, x_1, x_2 + 2) \end{aligned}$$

10.11.

$$\begin{aligned} Ax &= (3x_1 + 2x_2 + x_3, 0, x_1 - 2x_2 - 3x_3), \\ Bx &= (3x_1 + 2x_2 + 1, 0, x_1 - 2x_2 - 3), \\ Ax &= (3x_1 + 2x_2 + x_3, 0, x_1^2 - 2x_2 - 3x_3) \end{aligned}$$

10.13.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5), \\ Bx &= (x_1, x_2^2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5), \\ Cx &= (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5x_3) \end{aligned}$$

10.15.

$$\begin{aligned} Ax &= (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3), \\ Bx &= (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2), \\ Cx &= (x_3^4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3) \end{aligned}$$

10.17.

$$\begin{aligned} Ax &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2), \\ Bx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 0, x_2^4 + 2x_3), \\ Cx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2x_3) \end{aligned}$$

10.6.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3), \\ Bx &= (x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4, 5x_1 + 6x_2 + 7), \\ Cx &= (x_3, 0, 5x_1^4 + 6x_2 + 7x_3) \end{aligned}$$

10.8.

$$\begin{aligned} Ax &= (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0), \\ Bx &= (6x_1 - 5x_2 - 4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0), \\ Cx &= (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3^2, 0) \end{aligned}$$

10.10.

$$\begin{aligned} Ax &= (5x_1 - 4x_2 - 3, 2x_1 - x_2, x_3^2), \\ Bx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, 1), \\ Cx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_3) \end{aligned}$$

10.12.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1^3 + x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 0), \\ Bx &= (x_1 + x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3), \\ Cx &= (x_1 + 1, 2x_1 + 3x_2 + 4, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3) \end{aligned}$$

10.14.

$$\begin{aligned} Ax &= (3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3), \\ Bx &= (3x_1 - 2x_2 - 1, x_2 + 2, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3), \\ Cx &= (3x_1 - 2x_2 - x_3^3, x_2 + 2x_3, 0) \end{aligned}$$

10.16.

$$\begin{aligned} Ax &= (2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3), \\ Bx &= (2x_1 - x_2^3, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 0), \\ Cx &= (2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3) \end{aligned}$$

10.18.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1^3 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3, 7x_1 + 8x_2), \\ Bx &= (x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3, 7x_1 + 8x_2), \\ Cx &= (x_1 + 2x_2 + 3, 4x_1 + 5x_2 + 6, 7x_1 + 8x_2) \end{aligned}$$

10.19.

$$\begin{aligned} Ax &= \left(x_1^2, x_1 - x_3, x_2 + x_3 \right), \\ Bx &= \left(1, x_1 - x_3, x_2 + x_3 \right), \\ Cx &= \left(x_1, x_1 - x_3, x_2 + x_3 \right). \end{aligned}$$

10.21.

$$\begin{aligned} Ax &= \left(6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 \right), \\ Bx &= \left(6x_1 - 5x_2 - 4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 \right), \\ Cx &= \left(6x_1 - 5x_2 - 4x_3^3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0 \right). \end{aligned}$$

10.23.

$$\begin{aligned} Ax &= \left(5x_1 - 4x_2 - 3, 2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3x_3 \right), \\ Bx &= \left(5x_1 - 4x_2 - 3x_3^3, 2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3x_3 \right), \\ Cx &= \left(5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3x_3 \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Ax &= \left(3x_1 + 2x_2 + x_3, x_3, 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \right), \\ Bx &= \left(3x_1 + 2x_2 + x_3, 1, 2x_1 - 3x_2 - 4 \right), \\ Cx &= \left(3x_1 + 2x_2 + x_3, x_3, 2x_1^4 - 3x_2 - 4x_3 \right) \end{aligned}$$

10.25.

$$\begin{aligned} Ax &= \left(4x_1 - 3x_2^3 - 2x_3, x_1 + x_3, 0 \right), \\ Bx &= \left(4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1 + x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \right), \\ Cx &= \left(4x_1 - 3x_2 - 2, x_1 + x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Ax &= \left(x_1, x_1 - 2x_2 - 3, 4x_1 - 5x_2 - 6 \right), \\ Bx &= \left(x_1, x_1 - 2x_2 - 3x_3, 4x_1^4 - 5x_2 - 6x_3 \right), \\ Cx &= \left(x_1, x_1 - 2x_2 - 3x_3, 4x_1 - 5x_2 - 6x_3 \right). \end{aligned}$$

10.27.

$$\begin{aligned} Ax &= \left(3x_1 + 4x_2 + 5x_3, 6x_1 + 7x_2 + 8x_3, 9x_1 + x_3 \right), \\ Bx &= \left(3x_1 + 4x_2 + 5, 6x_1 + 7x_2 + 8, 9x_1 + x_3 \right), \\ Cx &= \left(3x_1 + 4x_2 + 5x_3^3, 6x_1 + 7x_2 + 8x_3, 0 \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Ax &= \left(2x_1 + x_2, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2^2 - 5x_3 \right), \\ Bx &= \left(2x_1 + x_2, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5x_3 \right), \\ Cx &= \left(2x_1 + x_2, x_2 - 2, 3x_1 - 4x_2 - 5 \right). \end{aligned}$$

10.29.

$$\begin{aligned} Ax &= \left(2x_1 + 3x_2 + 4, 5x_1 + 6x_2 + 7, 8x_1 + x_3 \right), \\ Bx &= \left(2x_1 + 3x_2 + 4x_3^3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3, 0 \right), \\ Cx &= \left(2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3, 8x_1 + x_3 \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Ax &= \left(x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \right), \\ Bx &= \left(x_1, x_1 + 2x_2 + 3, 4x_1 + 5x_2 + 6 \right), \\ Cx &= \left(x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1^4 + 5x_2 + 6x_3 \right). \end{aligned}$$

11. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3\}$, $Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}$.
Найти :

11.1. $(A^2 + B)x$.

11.2. $(A^2 - B^2)x$.

11.3. $(2B - A^2)x$.

11.4. $B^3 x.$

11.7. $(AB^2)x.$

11.10. $(B(A-B))x.$

11.13. $(A+BA-B)x.$

11.16. $(A^2-B)x.$

11.19. $(2A+3B^2)x.$

11.22. $BAx.$

11.25. $2(AB+2A)x.$

11.28. $BA^2x.$

11.5. $(B^2-2A)x.$

11.8. $(A(B-A))x.$

11.11. $2(B-A+B^2)x.$

11.14. $(B+2A^2)x.$

11.17. $B^4x.$

11.20. $(A^2+B^2)x.$

11.23. $B(2A-B)x.$

11.26. $(A-B)^2 x.$

11.29. $(3A^2+B)x.$

11.6. $(A(B+A))x.$

11.9. $2(B+2A^2+B^2)x.$

11.12. $(B(A+B))x.$

11.15. $(B(2A+B))x.$

11.18. $A^2x.$

11.21. $B^2x.$

11.24. $(B^2+A)x.$

11.27. $A(2B-A)x.$

11.30. $(B-2A^2)x.$

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) .

12.1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

12.2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

12.3. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

12.4. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

12.5. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

12.6. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

12.7. $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

12.8. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

12.9. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

12.10. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

12.11. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

12.12. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\mathbf{12.13.} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.14.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.15.} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.16.} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.17.} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.18.} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.19.} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.20.} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.21.} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.22.} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.23.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.24.} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.25.} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.26.} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.27.} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.28.} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.29.} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.30.} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

13. Доказать линейность, найти матрицу (в базисе $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$), образ и ядро оператора.

13.1. Проектирования на плоскость $x-y=0$.

13.2. Проектирования на плоскость $y+z=0$.

13.3. Зеркального отражения относительно плоскости $x+y=0$.

13.4. Зеркального отражения относительно плоскости $y-z=0$.

13.5. Проектирования на плоскость $x+y=0$.

13.6. Проектирования на плоскость $x-z=0$.

13.7. Зеркального отражения относительно плоскости $x+z=0$.

- 13.8.** Поворота относительно оси Oz в положительном направлении на угол $\pi/2$.
- 13.9.** Проектирования на ось Ox .
- 13.10.** Проектирования на плоскость $z=0$.
- 13.11.** Проектирования на ось Oz .
- 13.12.** Зеркального отражения относительно плоскости Oyz .
- 13.13.** Проектирования на ось Oy .
- 13.14.** Проектирования на плоскость $y=0$.
- 13.15.** Зеркального отражения относительно плоскости $x-y=0$.
- 13.16.** Проектирования на плоскость $\sqrt{3}y+z=0$.
- 13.17.** Зеркального отражения относительно плоскости Oxz .
- 13.18.** Поворота в положительном направлении относительно оси Oy на угол $\pi/2$.
- 13.19.** Проектирования на плоскость $x+z=0$.
- 13.20.** Проектирования на плоскость $y+\sqrt{3}z=0$.
- 13.21.** Проектирования на плоскость $\sqrt{3}x+z=0$.
- 13.22.** Проектирования на плоскость $\sqrt{3}x+y=0$.
- 13.23.** Поворота относительно оси Oz в положительном направлении на угол $\pi/4$.
- 13.24.** Зеркального отражения относительно плоскости $y+z=0$.
- 13.25.** Проектирования на плоскость $y-z=0$.
- 13.26.** Проектирования на плоскость $y=\sqrt{3}x$.
- 13.27.** Проектирования на плоскость Oyz .
- 13.28.** Зеркального отражения относительно плоскости $x-z=0$.
- 13.29.** Зеркального отражения относительно плоскости Oxy .
- 13.30.** Поворота относительно оси Ox на угол $\pi/2$ в положительном направлении.

14. Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей.

$$\text{14.1. } \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{14.2. } \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{14.3. } \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.4.} \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.5.} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -I \\ 1 & 1 & -I \\ -I & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.6.} \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.7.} \begin{pmatrix} 13 & 2 & -2 \\ 6 & 9 & -6 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.8.} \begin{pmatrix} 5 & 1 & -I \\ 2 & 4 & -I \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.9.} \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.10.} \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 2 & 13 & -4 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.11.} \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.12.} \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.13.} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -I \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.14.} \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.15.} \begin{pmatrix} 4 & 1 & -I \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.16.} \begin{pmatrix} 6 & 1 & -I \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.17.} \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.18.} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -I \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.19.} \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.20.} \begin{pmatrix} 19 & 2 & -2 \\ 6 & 15 & -6 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.21.} \begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.22.} \begin{pmatrix} 4 & -2 & -I \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.23.} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -I \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.24.} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -I \\ 2 & 2 & -I \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.25.} \begin{pmatrix} 6 & -2 & -I \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.26.} \begin{pmatrix} 9 & -6 & -6 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & 2 & -13 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.27.} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$14.28. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$14.29. \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$14.30. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

15. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

$$15.1. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 5x_2^2 + 10x_2x_3 + 4x_3^2. \quad 15.2. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2.$$

$$15.3. x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 5x_2^2 + 6x_2x_3 + x_3^2. \quad 15.4. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_3^2.$$

$$15.5. x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 + 4x_3^2. \quad 15.6. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2.$$

$$15.7. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2. \quad 15.8. x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 - x_3^2.$$

$$15.9. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 2x_3^2. \quad 15.10. x_1^2 + 4x_1x_3 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_3^2.$$

$$15.11. 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2^2 + 2x_3^2. \quad 15.12. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - x_3^2.$$

$$15.13. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2. \quad 15.14. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 3x_3^2.$$

$$15.15. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2. \quad 15.16. x_1^2 + 4x_1x_3 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$15.17. 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 3x_2^2 + 4x_3^2. \quad 15.18. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_3^2.$$

$$15.19. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2. \quad 15.20. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 12x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$15.21. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 2x_3^2. \quad 15.22. 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 5x_2^2 + 8x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$15.23. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2. \quad 15.24. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2.$$

$$15.25. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2. \quad 15.26. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 8x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$15.27. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 2x_3^2. \quad 15.28. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 7x_3^2.$$

$$15.29. x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2. \quad 15.30. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 16x_2x_3 + 7x_3^2.$$

16. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

16.1.

$$x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 2\sqrt{3}x_2x_3.$$

16.2.

$$\frac{5\sqrt{2}}{4}x_1^2 + \frac{5\sqrt{2}}{4}x_2^2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}x_3^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3.$$

16.3.

$$4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.5.

$$3x_1^2 + 4x_2^2 - \frac{3}{2}x_3^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 - x_1x_3 + \sqrt{3}x_2x_3.$$

16.7.

$$-x_1^2 - x_2^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

16.9.

$$x_1^2 - 7x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

16.11.

$$10x_1^2 + 14x_2^2 + 7x_3^2 - 10x_1x_2 - \sqrt{2}x_1x_3 - 5\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.13.

$$(3/2)x_1^2 - 5x_2^2 + (3/2)x_3^2 + 4x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

16.15.

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 + 2\sqrt{2}x_1x_3 - 2\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.17.

$$2x_1^2 - 3x_3^2 - 2\sqrt{3}x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4\sqrt{3}x_2x_3.$$

16.19.

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \frac{4}{3}x_1x_2 + \frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3.$$

16.21.

$$x_1^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 4\sqrt{2}x_1x_3 - 2\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.23.

$$5x_1^2 + 13x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_2x_3.$$

16.25.

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + \frac{2}{3}x_1x_2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}x_2x_3.$$

16.27.

$$5x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2\sqrt{2}x_1x_3 + 4\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.4.

$$3x_1^2 - 7x_2^2 + 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

16.6.

$$x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 5\sqrt{2}x_1x_3 + \sqrt{2}x_2x_3.$$

16.8.

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - \frac{4}{3}x_1x_2 - \frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3.$$

16.10.

$$-2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 5\sqrt{2}x_1x_3 + \sqrt{2}x_2x_3.$$

16.12.

$$-(1/2)x_1^2 + 5x_2^2 - (1/2)x_3^2 - 4x_1x_2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.14.

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.16.

$$-2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.18.

$$2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 - 8x_1x_2 - 4\sqrt{2}x_1x_3 + 2\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.20.

$$-4x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.22.

$$4x_2^2 - 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

16.24.

$$4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 2\sqrt{3}x_2x_3.$$

16.26.

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

16.28.

$$2x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$$

16.29.

$$-2x_1^2 + 5x_2^2 - 2x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$$

16.30.

$$-4x_1^2 - 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

1.1. $x = \{-1, 7, 0\}$, $p = \{0, 3, 1\}$, $q = \{1, -1, 2\}$, $r = \{2, -1, 0\}$.

1.2. $x = \{11, -1, 4\}$, $p = \{1, -1, 2\}$, $q = \{3, 2, 0\}$, $r = \{-1, 1, 1\}$.

1.3. $x = \{-13, 2, 18\}$, $p = \{1, 1, 4\}$, $q = \{-3, 0, 2\}$, $r = \{1, 2, -1\}$.

1.4. $x = \{0, -8, 9\}$, $p = \{0, 1, 5\}$, $q = \{3, 1, -1\}$, $r = \{4, 0, 1\}$.

1.5. $x = \{8, -7, -13\}$, $p = \{0, 1, 5\}$, $q = \{3, -1, 2\}$, $r = \{-1, 0, 1\}$.

1.6. $x = \{2, 7, 5\}$, $p = \{1, 0, 1\}$, $q = \{1, -2, 0\}$, $r = \{0, 3, 1\}$.

1.7. $x = \{15, -20, -1\}$, $p = \{0, 2, 1\}$, $q = \{0, 1, -1\}$, $r = \{5, -3, 2\}$.

1.8. $x = \{2, -1, 11\}$, $p = \{1, 1, 0\}$, $q = \{0, 1, -2\}$, $r = \{1, 0, 3\}$.

1.9. $x = \{11, 5, -3\}$, $p = \{1, 0, 2\}$, $q = \{-1, 0, 1\}$, $r = \{2, 5, -3\}$.

1.10. $x = \{8, 0, 5\}$, $p = \{2, 0, 1\}$, $q = \{1, 1, 0\}$, $r = \{4, 1, 2\}$.

1.11. $x = \{3, 1, 8\}$, $p = \{0, 1, 3\}$, $q = \{1, 2, -1\}$, $r = \{2, 0, -1\}$.

1.12. $x = \{8, 1, 12\}$, $p = \{1, 2, -1\}$, $q = \{3, 0, 2\}$, $r = \{-1, 1, 1\}$.

1.13. $x = \{-9, -8, -3\}$, $p = \{1, 4, 1\}$, $q = \{-3, 2, 0\}$, $r = \{1, -1, 2\}$.

1.14. $x = \{-5, 9, -13\}$, $p = \{0, 1, -2\}$, $q = \{3, -1, 1\}$, $r = \{4, 1, 0\}$.

1.15. $x = \{-15, 5, 6\}$, $p = \{0, 5, 1\}$, $q = \{3, 2, -1\}$, $r = \{-1, 1, 0\}$.

1.16. $x = \{8, 9, 4\}$, $p = \{1, 0, 1\}$, $q = \{0, -2, 1\}$, $r = \{1, 3, 0\}$.

1.17. $x = \{23, -14, -30\}$, $p = \{2, 1, 0\}$, $q = \{1, -1, 0\}$, $r = \{-3, 2, 5\}$.

1.18. $x = \{3, 1, 3\}$, $p = \{2, 1, 0\}$, $q = \{1, 0, 1\}$, $r = \{4, 2, 1\}$.

1.19. $x = \{6, 12, -1\}$, $p = \{1, 3, 0\}$, $q = \{2, -1, 1\}$, $r = \{0, -1, 2\}$.

1.20. $x = \{1, -4, 4\}$, $p = \{2, 1, -1\}$, $q = \{0, 3, 2\}$, $r = \{1, -1, 1\}$.

1.21. $x = \{-9, 5, 5\}$, $p = \{4, 1, 1\}$, $q = \{2, 0, -3\}$, $r = \{-1, 2, 1\}$.

1.22. $x = \{-5, -5, 5\}$, $p = \{-2, 0, 1\}$, $q = \{1, 3, -1\}$, $r = \{0, 4, 1\}$.

1.23. $x = \{13, 2, 7\}$, $p = \{5, 1, 0\}$, $q = \{2, -1, 3\}$, $r = \{1, 0, -1\}$.

1.24. $x = \{-19, -1, 7\}$, $p = \{0, 1, 1\}$, $q = \{-2, 0, 1\}$, $r = \{3, 1, 0\}$.

1.25. $x = \{3, -3, 4\}$, $p = \{1, 0, 2\}$, $q = \{0, 1, 1\}$, $r = \{2, -1, 4\}$.

1.26. $x = \{3, 3, -1\}$, $p = \{3, 1, 0\}$, $q = \{-1, 2, 1\}$, $r = \{-1, 0, 2\}$.

1.27. $x = \{-1, 7, -4\}$, $p = \{-1, 2, 1\}$, $q = \{2, 0, 3\}$, $r = \{1, 1, -1\}$.

1.28. $x = \{6, 5, -14\}$, $p = \{1, 1, 4\}$, $q = \{0, -3, 2\}$, $r = \{2, 1, -1\}$.

1.29. $x = \{6, -1, 7\}$, $p = \{1, -2, 0\}$, $q = \{-1, 1, 3\}$, $r = \{1, 0, 4\}$.

1.30. $x = \{5, 15, 0\}$, $p = \{1, 0, 5\}$, $q = \{-1, 3, 2\}$, $r = \{0, -1, 1\}$.

2. Доказать, что векторы a, b, c образуют базис, и найти координаты вектора d в этом базисе.

2.1. $a = \{-3, 0, 1\}$, $b = \{2, 7, -3\}$, $c = \{-4, 3, 5\}$, $d = \{-16, 33, 13\}$.

2.2. $a = \{5, 1, 2\}$, $b = \{-2, 1, 3\}$, $c = \{4, -3, 5\}$, $d = \{15, -15, 24\}$.

2.3. $a = \{0, 2, -3\}$, $b = \{4, -3, -2\}$, $c = \{-5, -4, 0\}$, $d = \{-19, -5, -4\}$.

2.4. $a = \{3, -1, 2\}$, $b = \{-2, 3, 1\}$, $c = \{4, -5, -3\}$, $d = \{-3, 2, -3\}$.

2.5. $a = \{5, 3, 1\}$, $b = \{-1, 2, -3\}$, $c = \{3, -4, 2\}$, $d = \{-9, -34, 20\}$.

2.6. $a = \{3, 1, -3\}$, $b = \{-2, 4, 1\}$, $c = \{1, -2, 5\}$, $d = \{1, 2, -20\}$.

2.7. $a = \{6, 1, -3\}$, $b = \{-3, 2, 1\}$, $c = \{-1, -3, 4\}$, $d = \{15, 6, -17\}$.

2.8. $a = \{4, 2, 3\}$, $b = \{-3, 1, -8\}$, $c = \{2, -4, 5\}$, $d = \{-12, 14, -31\}$.

2.9. $a = \{-2, 1, 3\}$, $b = \{3, -6, 2\}$, $c = \{-5, -3, -1\}$, $d = \{-31, -6, 22\}$.

2.10. $a = \{1, 3, 6\}$, $b = \{-3, 4, -5\}$, $c = \{1, -7, 2\}$, $d = \{-2, 17, 5\}$.

2.11. $a = \{7, 2, 1\}$, $b = \{5, 1, -2\}$, $c = \{-3, 4, 5\}$, $d = \{26, 11, 1\}$.

2.12. $a = \{5, 4, 1\}$, $b = \{-3, 5, 2\}$, $c = \{2, -1, 3\}$, $d = \{7, 23, 4\}$.

2.13. $a = \{2, -1, 4\}$, $b = \{-3, 0, -2\}$, $c = \{4, 5, -3\}$, $d = \{0, 11, -14\}$.

2.14. $a = \{-1, 1, 2\}$, $b = \{2, -3, -5\}$, $c = \{-6, 3, -1\}$, $d = \{28, -19, -7\}$.

2.15. $a = \{1, 3, 4\}$, $b = \{-2, 5, 0\}$, $c = \{3, -2, -4\}$, $d = \{13, -5, -4\}$.

2.16. $a = \{1, -1, 1\}$, $b = \{-5, -3, 1\}$, $c = \{2, -1, 0\}$, $d = \{-15, -10, 5\}$.

2.17. $a = \{3, 1, 2\}$, $b = \{-7, -2, -4\}$, $c = \{-4, 0, 3\}$, $d = \{16, 6, 15\}$.

2.18. $a = \{3, 5, 4\}$, $b = \{-2, 7, -5\}$, $c = \{6, -2, 1\}$, $d = \{6, -9, 22\}$.

2.19. $a = \{5, 3, 2\}$, $b = \{2, -5, 1\}$, $c = \{-7, 4, -3\}$, $d = \{36, 1, 15\}$.

2.20. $a = \{11, 1, 2\}$, $b = \{-3, 3, 4\}$, $c = \{-4, -2, 7\}$, $d = \{-5, 11, -15\}$.

2.21. $a = \{9, 5, 3\}$, $b = \{-3, 2, 1\}$, $c = \{4, -7, 4\}$, $d = \{-10, -13, 8\}$.

2.22. $a = \{7, 2, 1\}$, $b = \{3, -5, 6\}$, $c = \{-4, 3, -4\}$, $d = \{-1, 18, -16\}$.

2.23. $a = \{5, 7, -2\}$, $b = \{-3, 1, 3\}$, $c = \{1, -4, 6\}$, $d = \{14, 9, -1\}$.

2.24. $a = \{-1, 4, 3\}$, $b = \{3, 2, -4\}$, $c = \{-2, -7, 1\}$, $d = \{6, 20, -3\}$.

2.25. $\mathbf{a} = \{1, 2, 3\}$, $\mathbf{b} = \{-5, 3, -1\}$, $\mathbf{c} = \{-6, 4, 5\}$, $\mathbf{d} = \{-4, 11, 20\}$.

2.26. $\mathbf{a} = \{-2, 5, 1\}$, $\mathbf{b} = \{3, 2, -7\}$, $\mathbf{c} = \{4, -3, 2\}$, $\mathbf{d} = \{-4, 22, -13\}$.

2.27. $\mathbf{a} = \{3, 1, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-4, 3, -1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 3, 4\}$, $\mathbf{d} = \{14, 14, 20\}$.

2.28. $\mathbf{a} = \{3, -1, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-2, 4, 1\}$, $\mathbf{c} = \{4, -5, -1\}$, $\mathbf{d} = \{-5, 11, 1\}$.

2.29. $\mathbf{a} = \{4, 5, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, 3, 1\}$, $\mathbf{c} = \{-3, -6, 7\}$, $\mathbf{d} = \{19, 33, 0\}$.

2.30. $\mathbf{a} = \{1, -3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{-2, -4, 3\}$, $\mathbf{c} = \{0, -2, 3\}$, $\mathbf{d} = \{-8, -10, 13\}$.

3. По координатам точек А, В и С для указанных векторов найти: а) модуль вектора a ; б) скалярное произведение векторов a и b ; в) проекцию вектора c на вектор d ; г) координаты точки М, делящей отрезок l в отношении $\alpha:\beta$.

3.1.

$$A(2,4,6), B(-3,5,1), C(4,-5,-4), \mathbf{a} = -6\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{CA}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BA}, l = BC, \alpha = 1, \beta = 3.$$

3.2.

$$A(-4,-2,-5), B(3,7,2), C(4,6,-3), \mathbf{a} = 9\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BC}, l = BA, \alpha = 4, \beta = 3.$$

3.3.

$$A(5,4,4), B(-5,2,3), C(4,2,-5), \mathbf{a} = 11\overrightarrow{AC} - 6\overrightarrow{AB}, \mathbf{b} = \overrightarrow{BC}, \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = BC, \alpha = 3, \beta = 1.$$

3.4.

$$A(3,4,6), B(-4,6,4), C(5,-2,-3), \mathbf{a} = -7\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{CA}, \mathbf{b} = \overrightarrow{BA}, \mathbf{c} = \overrightarrow{CA}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BC}, l = BA, \alpha = 5, \beta = 3.$$

3.5.

$$A(-5,-2,-6), B(3,4,5), C(2,-5,4), \mathbf{a} = 8\overrightarrow{AC} - 5\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BC}, l = AC, \alpha = 3, \beta = 4.$$

3.6.

$$A(3,4,1), B(5,-2,6), C(4,2,-7), \mathbf{a} = -7\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AB}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{BC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = AB, \alpha = 2, \beta = 3.$$

3.7.

$$A(2,-4,3), B(-3,-2,4), C(0,0,-2), \mathbf{a} = 3\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{CB}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{CB}, l = AC, \alpha = 2, \beta = 1.$$

3.8.

$$A(3,4,-4), B(-2,1,2), C(2,-3,1), \mathbf{a} = 5\overrightarrow{CB} + 4\overrightarrow{AC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{BA}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = BA, \alpha = 2, \beta = 5.$$

3.9.

$$A(0,2,5), B(2,-3,4), C(3,2,-5), \mathbf{a} = -3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{CB}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AB}, l = AC, \alpha = 3, \beta = 2.$$

3.10.

$$A(-2,-3,-4), B(2,-4,0), C(1,4,5), \mathbf{a} = 4\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BC}, l = AB, \alpha = 4, \beta = 2.$$

3.11.

$$A(-2,-3,-2), B(1,4,2), C(1,-3,3), \mathbf{a} = 2\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = BC, \alpha = 3, \beta = 1.$$

3.12.

$$A(5,6,1), B(-2,4,-1), C(3,-3,3), \mathbf{a} = 3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AB}, l = BC, \alpha = 3, \beta = 2.$$

3.13.

$$A(4,3,2), B(-4,-3,5), C(6,4,-3), \mathbf{a}=8\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{BC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BC, \alpha=2, \beta=5.$$

3.14.

$$A(-5,4,3), B(4,5,2), C(2,7,-4), \mathbf{a}=3\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AB}, \mathbf{b}=\overrightarrow{CA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AB}, l=BC, \alpha=3, \beta=4.$$

3.15.

$$A(6,4,5), B(-7,1,8), C(2,-2,-7), \mathbf{a}=5\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{CB}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=AB, \alpha=3, \beta=2.$$

3.16.

$$A(6,5,-4), B(-5,-2,2), C(3,3,2), \mathbf{a}=6\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{CB}, \mathbf{b}=\overrightarrow{c}=\overrightarrow{AC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{CB}, l=BC, \alpha=1, \beta=5.$$

3.17.

$$A(-3,-5,6), B(3,5,-4), C(2,6,4), \mathbf{a}=4\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{BA}, \mathbf{b}=\overrightarrow{CB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BA, \alpha=4, \beta=2.$$

3.18.

$$A(3,5,4), B(4,2,-3), C(-2,4,7), \mathbf{a}=3\overrightarrow{BA}-4\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BA, \alpha=2, \beta=5.$$

3.19.

$$A(4,6,7), B(2,-4,1), C(-3,-4,2), \mathbf{a}=5\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{c}=\overrightarrow{BC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AB}, l=AB, \alpha=3, \beta=4.$$

3.20.

$$A(4,6,3), B(-5,2,6), C(4,-4,-3), \mathbf{a}=4\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{CB}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=AB, \alpha=5, \beta=4.$$

3.21.

$$A(4,3,-2), B(-3,-1,4), C(2,2,1), \mathbf{a}=-5\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{CB}, \mathbf{b}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{AC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{CB}, l=BC, \alpha=2, \beta=3.$$

$$\text{3.22. } A(10,6,3), B(-2,4,5), C(3,-4,-6), \mathbf{a}=5\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{CB}, \mathbf{b}=\overrightarrow{c}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=CB, \alpha=1, \beta=5.$$

3.23.

$$A(3,2,4), B(-2,1,3), C(2,-2,-1), \mathbf{a}=4\overrightarrow{BC}-3\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{c}=\overrightarrow{AC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{BC}, l=AC, \alpha=2, \beta=4.$$

3.24.

$$A(-2,3,-4), B(3,-1,2), C(4,2,4), \mathbf{a}=7\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{CB}, \mathbf{b}=\overrightarrow{c}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{d}=\overrightarrow{CB}, l=AB, \alpha=2, \beta=5.$$

3.25.

$$A(4,5,3), B(-4,2,3), C(5,-6,-2), \mathbf{a}=9\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{BC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{c}=\overrightarrow{AC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AB}, l=BC, \alpha=5, \beta=1.$$

3.26.

$$A(-2,-2,4), B(1,3,-2), C(1,4,2), \mathbf{a}=2\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{BA}, \mathbf{b}=\overrightarrow{c}=\overrightarrow{BC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BA, \alpha=2, \beta=1.$$

3.27.

$$A(2,4,3), B(3,1,-4), C(-1,2,2), \mathbf{a}=2\overrightarrow{BA}+4\overrightarrow{AC}, \mathbf{c}=\overrightarrow{b}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BA, \alpha=1, \beta=4.$$

3.28.

$$A(2,4,5), B(1,-2,3), C(-1,-2,4), \mathbf{a}=3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}, \mathbf{c}=\overrightarrow{b}=\overrightarrow{BC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AB}, l=AB, \alpha=2, \beta=3.$$

3.29.

$$A(-1, -2, 4), B(-1, 3, 5), C(1, 4, 2), \mathbf{a} = 3\overrightarrow{AC} - 7\overrightarrow{BC}, \mathbf{c} = \mathbf{b} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = AC, \alpha = 1, \beta = 7.$$

3.30.

$$A(1, 3, 2), B(-2, 4, -1), C(1, 3, -2), \mathbf{a} = 2\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{CB}, \mathbf{c} = \mathbf{b} = \overrightarrow{AC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AB}, l = AB, \alpha = 2, \beta = 4.$$

4. Даны векторы a , b и c . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

- 4.1. $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 6\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$; а) $-2\mathbf{a}, \mathbf{b}, -2\mathbf{c}$; б) $4\mathbf{b}, 7\mathbf{c}$; в) $5\mathbf{a}, -3\mathbf{b}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $-2\mathbf{a}, 4\mathbf{b}, 7\mathbf{c}$.
- 4.2. $\mathbf{a} = -5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 7\mathbf{i} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$; а) $2\mathbf{a}, 4\mathbf{b}, -5\mathbf{c}$; б) $-3\mathbf{b}, 1\mathbf{l}\mathbf{c}$; в) $8\mathbf{a}, -6\mathbf{c}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $8\mathbf{a}, -3\mathbf{b}, 1\mathbf{l}\mathbf{c}$.
- 4.3. $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$; а) $5\mathbf{a}, 7\mathbf{b}, 2\mathbf{c}$; б) $-4\mathbf{b}, 1\mathbf{l}\mathbf{a}$; в) $3\mathbf{a}, -7\mathbf{c}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{b} ; д) $3\mathbf{a}, 7\mathbf{b}, -2\mathbf{c}$.
- 4.4. $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -3\mathbf{i} + 5\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 6\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$; а) $5\mathbf{a}, -\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; б) $-7\mathbf{b}, 4\mathbf{c}$; в) $3\mathbf{a}, 9\mathbf{b}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $3\mathbf{a}, -9\mathbf{b}, 4\mathbf{c}$.
- 4.5. $\mathbf{a} = -3\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 8\mathbf{i} + 12\mathbf{j} - 8\mathbf{k}$; а) $4\mathbf{a}, -6\mathbf{b}, 5\mathbf{c}$; б) $-7\mathbf{a}, 9\mathbf{c}$; в) $3\mathbf{b}, -8\mathbf{c}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $4\mathbf{a}, -6\mathbf{b}, 9\mathbf{c}$.
- 4.6. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -9\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$; а) $7\mathbf{a}, 5\mathbf{b}, -\mathbf{c}$; б) $-5\mathbf{a}, 4\mathbf{b}$; в) $3\mathbf{b}, -8\mathbf{c}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $7\mathbf{a}, 5\mathbf{b}, -\mathbf{c}$.
- 4.7. $\mathbf{a} = 9\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} - 15\mathbf{j} + 2\mathbf{l}\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = \mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$; а) $2\mathbf{a}, -7\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; б) $-6\mathbf{a}, 4\mathbf{c}$; в) $5\mathbf{b}, 7\mathbf{a}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $2\mathbf{a}, -7\mathbf{b}, 4\mathbf{c}$.
- 4.8. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 5\mathbf{i} + 25\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$; а) $\mathbf{a}, 3\mathbf{b}, \mathbf{c}$; б) $3\mathbf{a}, 2\mathbf{c}$; в) $\mathbf{b}, -4\mathbf{c}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$.
- 4.9. $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{l}\mathbf{k}$; а) $5\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, \mathbf{c}$; б) $4\mathbf{b}, 2\mathbf{c}$; в) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $2\mathbf{a}, -3\mathbf{b}, \mathbf{c}$.
- 4.10. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 7\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$; а) $\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; б) $3\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; в) $\mathbf{c}, -2\mathbf{a}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $3\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$.
- 4.11. $\mathbf{a} = -7\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$; а) $2\mathbf{a}, -2\mathbf{b}, -7\mathbf{c}$; б) $4\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; в) $2\mathbf{a}, -7\mathbf{c}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $2\mathbf{a}, 4\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$.
- 4.12. $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$; а) $\mathbf{a}, 6\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; б) $2\mathbf{b}, \mathbf{a}$;

- в) $a, -4c$; г) a, b ; д) $a, 6b, 3c$.
- 4.13. $a=3i-2j+k$, $b=2j-3k$, $c=-3i+2j-k$; а) $a, -3b, 2c$; б) $5a, 3c$;
 в) $-2a, 4b$; г) a, c ; д) $5a, 4b, 3c$.
- 4.14. $a=4i-j+3k$, $b=2i+3j-5k$, $c=7i+2j+4k$; а) $7a, -4b, 2c$;
 б) $3a, 5c$; в) $2b, 4c$; г) b, c ; д) $7a, 2b, 5c$.
- 4.15. $a=4i+2j-3k$, $b=2i+k$, $c=-12i-6j+9k$; а) $2a, 3b, c$; б) $4a, 3b$;
 в) $b, -4c$; г) a, c ; д) $2a, 3b, -4c$.
- 4.16. $a=-i+5k$, $b=-3i+2j+2k$, $c=-2i-4j+k$; а) $3a, -4b, 2c$;
 б) $7a, -3c$;
 в) $2b, 3a$; г) b, c ; д) $7a, 2b, -3c$.
- 4.17. $a=6i-4j+6k$, $b=9i-6j+9k$, $c=i-8k$; а) $2a, -4b, 3c$; б) $3b, -9c$;
 в) $3a, -5c$; г) a, b ; д) $3a, -4b, -9c$.
- 4.18. $a=5i-3j+4k$, $b=2i-4j-2k$, $c=3i+5j-7k$; а) $a, -4b, 2c$;
 б) $-2b, 4c$; в) $-3a, 6c$; г) b, c ; д) $a, -2b, 6c$.
- 4.19. $a=2i-7j+5k$, $b=-i+2j-6k$, $c=3i+2j-4k$; а) $-3a, 6b, -c$;
 б) $5b, 3c$; в) $7a, -4b$; г) b, c ; д) $7a, -4b, 3c$.
- 4.20. $a=7i-4j-5k$, $b=i-11j+3k$, $c=5i+5j+3k$; а) $3a, -7b, 2c$;
 б) $2b, 6c$; в) $-4a, -5c$; г) a, c ; д) $-4a, 2b, 6c$.
- 4.21. $a=4i-6j-2k$, $b=-2i+3j+k$, $c=3i-5j+7k$; а) $6a, 3b, 8c$;
 б) $-7b, 6a$; в) $-5a, 4c$; г) a, b ; д) $-5a, 3b, 4c$.
- 4.22. $a=3i-j+2k$, $b=-i+5j-4k$, $c=6i-2j+4k$;
 а) $4a, -7b, -2c$; б) $6a, -4c$; в) $-2a, 5b$; г) a, c ; д) $6a, -7b, -2c$.
- 4.23. $a=-3i-j-5k$, $b=2i-4j+8k$, $c=3i+7j-k$; а) $2a, -b, 3c$;
 б) $-9b, 4c$; в) $5b, -6c$; г) b, c ; д) $2a, 5b, -6c$.
- 4.24. $a=-3i+2j+7k$, $b=i-5k$, $c=6i+4j-k$; а) $-2a, b, 7c$; б) $5a, -2c$;
 в) $3b, c$; г) a, c ; д) $-2a, 3b, 7c$.
- 4.25. $a=3i-j+5k$, $b=2i-4j+6k$, $c=i-2j+3k$; а) $-3a, 4b, -5c$;
 б) $6b, 3c$; в) $a, 4c$; г) b, c ; д) $-3a, 4b, -5c$.
- 4.26. $a=4i-5j-4k$, $b=5i-j$, $c=2i+4j-3k$; а) $a, 7b, -2c$; б) $-5a, 4b$;
 в) $8c, -3a$; г) a, c ; д) $-3a, 4b, 8c$.
- 4.27. $a=-9i+4k$, $b=2i-4j+6k$, $c=3i-6j+9k$; а) $3a, -5b, -4c$;
 б) $6b, 2c$; в) $-2a, 8c$; г) b, c ; д) $3a, 6b, -4c$.
- 4.28. $a=5i-6j-4k$, $b=4i+8j-7k$, $c=3j-4k$; а) $5a, 3b, -4c$; б) $4b, a$;
 в) $7a, -2c$; г) a, b ; д) $5a, 4b, -2c$.
- 4.29. $a=-2i+4j-3k$, $b=5i+j-2k$, $c=7i+4j-k$; а) $a, -6b, 2c$;
 б) $-8b, 5c$; в) $-9a, 7c$; г) a, b ; д) $a, -6b, 5c$.

4.30. $\mathbf{a} = -9\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -5\mathbf{i} + 10\mathbf{j} - 20\mathbf{k}$; а) $-2\mathbf{a}, 7\mathbf{b}, 5\mathbf{c}$;
б) $-6\mathbf{b}, 7\mathbf{c}$; в) $9\mathbf{a}, 4\mathbf{c}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $-2\mathbf{a}, 7\mathbf{b}, 4\mathbf{c}$.

5. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

5.1.

$$\mathbf{A}(3,3,-1), \mathbf{B}(5,1,-2), \mathbf{C}(4,1,-3).$$

5.3.

$$\mathbf{A}(-2,1,1), \mathbf{B}(2,3,-2), \mathbf{C}(0,0,3).$$

5.5.

$$\mathbf{A}(1,4,-1), \mathbf{B}(-2,4,-5), \mathbf{C}(8,4,0).$$

5.7.

$$\mathbf{A}(0,1,0), \mathbf{B}(0,2,1), \mathbf{C}(1,2,0).$$

5.9.

$$\mathbf{A}(-4,0,4), \mathbf{B}(-1,6,7), \mathbf{C}(1,10,9).$$

5.11.

$$\mathbf{A}(-2,4,-6), \mathbf{B}(0,2,-4), \mathbf{C}(-6,8,-10).$$

5.13.

$$\mathbf{A}(1,-2,3), \mathbf{B}(0,-1,2), \mathbf{C}(3,-4,5).$$

5.15.

$$\mathbf{A}(0,-3,6), \mathbf{B}(-12,-3,-3), \mathbf{C}(-9,-3,-6).$$

5.17.

$$\mathbf{A}(3,3,-1), \mathbf{B}(5,5,-2), \mathbf{C}(4,1,1).$$

5.19.

$$\mathbf{A}(-1,2,-3), \mathbf{B}(3,4,-6), \mathbf{C}(1,1,-1).$$

5.21.

$$\mathbf{A}(7,0,2), \mathbf{B}(7,1,3), \mathbf{C}(8,-1,2).$$

5.23.

$$\mathbf{A}(2,3,2), \mathbf{B}(-1,-3,-1), \mathbf{C}(-3,-7,-3).$$

5.25.

$$\mathbf{A}(2,2,7), \mathbf{B}(0,0,6), \mathbf{C}(-2,5,7).$$

5.27.

$$\mathbf{A}(-1,2,-3), \mathbf{B}(0,1,-2), \mathbf{C}(-3,4,-5).$$

5.29.

$$\mathbf{A}(0,3,-6), \mathbf{B}(9,3,6), \mathbf{C}(12,3,3).$$

5.2.

$$\mathbf{A}(6,2,-3), \mathbf{B}(6,3,-2), \mathbf{C}(7,3,-3).$$

5.4.

$$\mathbf{A}(0,0,4), \mathbf{B}(-3,-6,1), \mathbf{C}(-5,-10,-1).$$

5.6.

$$\mathbf{A}(2,-8,-1), \mathbf{B}(4,-6,0), \mathbf{C}(-2,-5,-1).$$

5.8.

$$\mathbf{A}(3,-6,9), \mathbf{B}(0,-3,6), \mathbf{C}(9,-12,15).$$

5.10.

$$\mathbf{A}(0,2,-4), \mathbf{B}(8,2,2), \mathbf{C}(6,2,4).$$

5.12.

$$\mathbf{A}(3,3,-1), \mathbf{B}(5,1,-2), \mathbf{C}(4,1,1).$$

5.14.

$$\mathbf{A}(-4,3,0), \mathbf{B}(0,1,3), \mathbf{C}(-2,4,-2).$$

5.16.

$$\mathbf{A}(1,-1,0), \mathbf{B}(-2,-1,4), \mathbf{C}(8,-1,-1).$$

5.18.

$$\mathbf{A}(-4,-2,0), \mathbf{B}(-1,-2,4), \mathbf{C}(3,-2,1).$$

5.20.

$$\mathbf{A}(5,3,-1), \mathbf{B}(5,2,0), \mathbf{C}(6,4,-1).$$

5.22.

$$\mathbf{A}(-3,-7,-5), \mathbf{B}(0,-1,-2), \mathbf{C}(2,3,0).$$

5.24.

$$\mathbf{A}(2,-4,6), \mathbf{B}(0,-2,4), \mathbf{C}(6,-8,10).$$

5.26.

$$\mathbf{A}(0,1,-2), \mathbf{B}(3,1,2), \mathbf{C}(4,1,1).$$

5.28.

$$\mathbf{A}(3,3,-1), \mathbf{B}(1,5,-2), \mathbf{C}(4,1,1).$$

5.30.

$$\mathbf{A}(2,1,-1), \mathbf{B}(6,-1,-4), \mathbf{C}(4,2,1).$$

6. Коллинеарны ли векторы c_1 и c_2 , построенные по векторам a и b ?

6.1.

$$\mathbf{a} = \{2, -1, 6\}, \mathbf{b} = \{-1, 3, 8\}, \mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 2\mathbf{a} - 5\mathbf{b}. \quad \mathbf{a} = \{3, 7, 0\}, \mathbf{b} = \{1, -3, 4\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

6.3.

$$\mathbf{a} = \{5, 0, 8\}, \mathbf{b} = \{-3, 1, 7\}, \mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 12\mathbf{b} - 9\mathbf{a}. \quad \mathbf{a} = \{1, 2, -1\}, \mathbf{b} = \{2, -7, 1\}, \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}.$$

6.5.

$$\mathbf{a} = \{-1, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{2, -1, 0\}, \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}. \quad \mathbf{a} = \{7, 9, -2\}, \mathbf{b} = \{5, 4, 3\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 4\mathbf{b} - \mathbf{a}.$$

6.7.

$$\mathbf{a} = \{4, 2, -7\}, \mathbf{b} = \{5, 0, -3\}, \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 6\mathbf{b} - 2\mathbf{a}. \quad \mathbf{a} = \{5, 0, -2\}, \mathbf{b} = \{6, 4, 3\}, \mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 6\mathbf{b} - 10\mathbf{a}.$$

6.9.

$$\mathbf{a} = \{2, 0, -5\}, \mathbf{b} = \{1, -3, 4\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - 5\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$$

6.11.

$$\mathbf{a} = \{-1, 2, 8\}, \mathbf{b} = \{3, 7, -1\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 9\mathbf{b} - 12\mathbf{a}. \quad \mathbf{a} = \{8, 3, -1\}, \mathbf{b} = \{4, 1, 3\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 2\mathbf{b} - 4\mathbf{a}.$$

6.13.

$$\mathbf{a} = \{1, 0, 1\}, \mathbf{b} = \{-2, 3, 5\}, \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - \mathbf{b}. \quad \mathbf{a} = \{3, 4, -1\}, \mathbf{b} = \{2, -1, 1\}, \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

6.15.

$$\mathbf{a} = \{-2, 4, 1\}, \mathbf{b} = \{1, -2, 7\}, \mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}.$$

6.17.

$$\mathbf{a} = \{1, 2, -3\}, \mathbf{b} = \{2, -1, -1\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 8\mathbf{a} - \mathbf{b}. \quad \mathbf{a} = \{-1, 4, 2\}, \mathbf{b} = \{3, -2, 6\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - 6\mathbf{a}.$$

6.19.

$$\mathbf{a} = \{1, -2, 4\}, \mathbf{b} = \{7, 3, 5\}, \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

6.21.

$$\mathbf{a} = \{3, 7, 0\}, \mathbf{b} = \{4, 6, -1\}, \mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 5\mathbf{a} - 7\mathbf{b}.$$

6.23.

$$\mathbf{a} = \{2, -1, 4\}, \mathbf{b} = \{3, -7, -6\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$$

6.25.

$$\mathbf{a} = \{5, -1, -2\}, \mathbf{b} = \{6, 0, 7\}, \mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 4\mathbf{b} - 6\mathbf{a}.$$

6.27.

$$\mathbf{a} = \{-9, 5, 3\}, \mathbf{b} = \{7, 1, -2\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 5\mathbf{b}. \quad \mathbf{a} = \{1, 4, -2\}, \mathbf{b} = \{1, 1, -1\}, \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 4\mathbf{a} + 2\mathbf{b}.$$

6.2.

$$\mathbf{a} = \{3, 7, 0\}, \mathbf{b} = \{1, -3, 4\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

6.4.

$$\mathbf{a} = \{1, 2, -1\}, \mathbf{b} = \{2, -7, 1\}, \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}.$$

6.6.

$$\mathbf{a} = \{7, 9, -2\}, \mathbf{b} = \{5, 4, 3\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 4\mathbf{b} - \mathbf{a}.$$

6.8.

$$\mathbf{a} = \{5, 0, -2\}, \mathbf{b} = \{6, 4, 3\}, \mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 6\mathbf{b} - 10\mathbf{a}.$$

6.10.

$$\mathbf{a} = \{8, 3, -1\}, \mathbf{b} = \{4, 1, 3\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 2\mathbf{b} - 4\mathbf{a}.$$

6.12.

$$\mathbf{a} = \{3, -1, 6\}, \mathbf{b} = \{5, 7, 10\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

6.14.

$$\mathbf{a} = \{3, 4, -1\}, \mathbf{b} = \{2, -1, 1\}, \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

6.16.

$$\mathbf{a} = \{-2, -3, -2\}, \mathbf{b} = \{1, 0, 5\}, \mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} + 9\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = -\mathbf{a} - 3\mathbf{b}.$$

6.18.

$$\mathbf{a} = \{-1, 4, 2\}, \mathbf{b} = \{3, -2, 6\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - 6\mathbf{a}.$$

6.20.

$$\mathbf{a} = \{5, 0, -1\}, \mathbf{b} = \{7, 2, 3\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - 6\mathbf{a}.$$

6.22.

$$\mathbf{a} = \{0, 3, -2\}, \mathbf{b} = \{1, -2, 1\}, \mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 5\mathbf{b}.$$

6.24.

$$\mathbf{a} = \{-2, 7, -1\}, \mathbf{b} = \{-3, 5, 2\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}.$$

6.26.

$$\mathbf{a} = \{3, 5, 4\}, \mathbf{b} = \{5, 9, 7\}, \mathbf{c}_1 = -2\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$$

6.28.

$$\mathbf{a} = \{1, 4, -2\}, \mathbf{b} = \{1, 1, -1\}, \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 4\mathbf{a} + 2\mathbf{b}.$$

6.29.

$$\mathbf{a} = \{4, 2, 9\}, \mathbf{b} = \{0, -1, 3\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{b} - 3\mathbf{a}, \mathbf{c}_2 = 4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}.$$

6.30.

$$\mathbf{a} = \{1, -2, 5\}, \mathbf{b} = \{3, -1, 0\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \mathbf{a} и \mathbf{b} .**7.1.**

$$\mathbf{a} = 4\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 5, |\mathbf{q}| = 4, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/4.$$

7.3.

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 6, |\mathbf{q}| = 7, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/3.$$

7.5.

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 3, |\mathbf{q}| = 4, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/3.$$

7.7.

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 3, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/4.$$

7.9.

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 4, |\mathbf{q}| = 1, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/6.$$

7.11.

$$\mathbf{a} = 5\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 1, |\mathbf{q}| = 2, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/3.$$

7.13.

$$\mathbf{a} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 1/5, |\mathbf{q}| = 1, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/2.$$

7.15.

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 5\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 4, |\mathbf{q}| = 1/2, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = 5\pi/6.$$

7.17.

$$\mathbf{a} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}, \mathbf{b} = 2\mathbf{p} + \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 3, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = 3\pi/4.$$

7.19.

$$\mathbf{a} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 3, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/3.$$

7.21.

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 3, |\mathbf{q}| = 2, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/2.$$

7.23.

$$\mathbf{a} = 4\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 7, |\mathbf{q}| = 2, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/4.$$

7.25.

$$\mathbf{a} = \mathbf{p} - 4\mathbf{q}, \mathbf{b} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 1, |\mathbf{q}| = 1, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/6.$$

6.30.

$$\mathbf{a} = \{1, -2, 5\}, \mathbf{b} = \{3, -1, 0\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

7.2.

$$\mathbf{a} = 5\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 5, |\mathbf{q}| = 3, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = 5\pi/6.$$

7.4.

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 4\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 3, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/4.$$

7.6

$$\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = 5\mathbf{q} + \mathbf{p}; |\mathbf{p}| = 1/2, |\mathbf{q}| = 4, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = 5\pi/6.$$

7.8.

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 1, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/3.$$

7.10.

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = 5\mathbf{p} + \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 3, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/2.$$

7.12.

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 2\mathbf{q}, \mathbf{b} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 4, |\mathbf{q}| = 3, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = 3\pi/4.$$

7.14.

$$\mathbf{a} = 7\mathbf{p} - 2\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 1/2, |\mathbf{q}| = 2, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/2.$$

7.16.

$$\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 3, |\mathbf{q}| = 4, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/4.$$

7.18.

$$\mathbf{a} = 10\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 4, |\mathbf{q}| = 1, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/6.$$

7.20.

$$\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 8, |\mathbf{q}| = 1/2, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/3.$$

7.22.

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 4\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{q} - \mathbf{p}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 5, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = \pi/2.$$

7.24.

$$\mathbf{a} = 7\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 3, |\mathbf{q}| = 1, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = 3\pi/4.$$

7.26.

$$\mathbf{a} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 3, |\mathbf{q}| = 5, (\overset{\wedge}{\mathbf{pq}}) = 2\pi/3.$$

7.27.

$$\mathbf{a} = \mathbf{p} + 4\mathbf{q}, \mathbf{b} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 7, |\mathbf{q}| = 2, (\overset{\wedge}{\mathbf{p}\mathbf{q}}) = \pi/3.$$

7.29.

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 2\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 10, |\mathbf{q}| = 1, (\overset{\wedge}{\mathbf{p}\mathbf{q}}) = \pi/2.$$

7.28.

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 7, |\mathbf{q}| = 2, (\overset{\wedge}{\mathbf{p}\mathbf{q}}) = \pi/4.$$

7.30.

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 4, |\mathbf{q}| = 1, (\overset{\wedge}{\mathbf{p}\mathbf{q}}) = \pi/4.$$

8. Компланарны ли векторы \mathbf{a} , \mathbf{b} и \mathbf{c} ?**8.1.**

$$\mathbf{a} = \{4, -1, -6\}, \mathbf{b} = \{1, -3, -7\}, \mathbf{c} = \{2, -1, -4\}. \quad \mathbf{a} = \{4, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{6, 7, 4\}, \mathbf{c} = \{2, 0, -1\}.$$

8.3.

$$\mathbf{a} = \{3, 1, 0\}, \mathbf{b} = \{-5, -4, -5\}, \mathbf{c} = \{4, 2, 4\}.$$

8.5.

$$\mathbf{a} = \{3, 0, 3\}, \mathbf{b} = \{8, 1, 6\}, \mathbf{c} = \{1, 1, -1\}.$$

8.7.

$$\mathbf{a} = \{1, -1, 4\}, \mathbf{b} = \{1, 0, 3\}, \mathbf{c} = \{1, -3, 8\}.$$

8.9.

$$\mathbf{a} = \{6, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 1, 2\}.$$

8.11.

$$\mathbf{a} = \{4, 1, 1\}, \mathbf{b} = \{-9, -4, -9\}, \mathbf{c} = \{6, 2, 6\}.$$

8.13.

$$\mathbf{a} = \{-3, 3, 3\}, \mathbf{b} = \{-4, 7, 6\}, \mathbf{c} = \{3, 0, -1\}.$$

8.15.

$$\mathbf{a} = \{5, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{4, 2, 4\}.$$

8.17.

$$\mathbf{a} = \{3, 10, 5\}, \mathbf{b} = \{-2, -2, -3\}, \mathbf{c} = \{2, 4, 3\}.$$

8.19.

$$\mathbf{a} = \{-2, -4, -3\}, \mathbf{b} = \{4, 3, 1\}, \mathbf{c} = \{6, 7, 4\}.$$

8.21.

$$\mathbf{a} = \{3, 1, -1\}, \mathbf{b} = \{1, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{8, 3, -2\}.$$

8.23.

$$\mathbf{a} = \{4, 2, 2\}, \mathbf{b} = \{-3, -3, -3\}, \mathbf{c} = \{2, 1, 2\}.$$

8.25.

$$\mathbf{a} = \{4, 1, 2\}, \mathbf{b} = \{9, 2, 5\}, \mathbf{c} = \{1, 1, -1\}.$$

8.27.

$$\mathbf{a} = \{5, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{4, 3, 3\}, \mathbf{c} = \{9, 5, 8\}.$$

8.29.

$$\mathbf{a} = \{3, 4, 2\}, \mathbf{b} = \{1, 1, 0\}, \mathbf{c} = \{8, 11, 6\}.$$

8.4.

$$\mathbf{a} = \{3, 2, 1\}, \mathbf{b} = \{1, -3, -7\}, \mathbf{c} = \{1, 2, 3\}.$$

8.6.

$$\mathbf{a} = \{3, 7, 2\}, \mathbf{b} = \{-2, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 2, 1\}.$$

8.8.

$$\mathbf{a} = \{1, -2, 6\}, \mathbf{b} = \{1, 0, 1\}, \mathbf{c} = \{2, -6, 17\}.$$

8.10.

$$\mathbf{a} = \{6, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 1, 2\}.$$

8.12.

$$\mathbf{a} = \{7, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{4, 2, 4\}.$$

8.14.

$$\mathbf{a} = \{2, 3, 2\}, \mathbf{b} = \{4, 7, 5\}, \mathbf{c} = \{2, 0, -1\}.$$

8.16.

$$\mathbf{a} = \{7, 4, 6\}, \mathbf{b} = \{2, 1, 1\}, \mathbf{c} = \{19, 11, 17\}.$$

8.18.

$$\mathbf{a} = \{2, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{-1, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 2, 2\}.$$

8.20.

$$\mathbf{a} = \{3, 2, 1\}, \mathbf{b} = \{2, 3, 4\}, \mathbf{c} = \{3, 1, -1\}.$$

8.22.

$$\mathbf{a} = \{1, 5, 2\}, \mathbf{b} = \{-1, 1, -1\}, \mathbf{c} = \{1, 1, 1\}.$$

8.24.

$$\mathbf{a} = \{1, -1, -3\}, \mathbf{b} = \{3, 2, 1\}, \mathbf{c} = \{2, 3, 4\}.$$

8.26.

$$\mathbf{a} = \{3, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{1, -2, 1\}, \mathbf{c} = \{1, 1, 1\}.$$

8.28.

$$\mathbf{a} = \{3, 1, -1\}, \mathbf{b} = \{-2, -1, 0\}, \mathbf{c} = \{5, 2, -1\}.$$

8.30.

$$\mathbf{a} = \{4, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{1, -2, 1\}, \mathbf{c} = \{2, 2, 2\}.$$

9. Вершины пирамиды находятся в точках A, B, C и D. Вычислить:

а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра l и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды ABCD.

- 9.1. $A(7,4,2)$, $B(-5,3,-9)$, $C(1,-5,3)$, $D(7,-9,1)$; а) ABD ; б) $l=BD$, A и C .
- 9.2. $A(-8,2,7)$, $B(3,-5,9)$, $C(2,4,-6)$, $D(4,6,-5)$; а) ACD ; б) $l=AD$, B и C .
- 9.3. $A(4,3,1)$, $B(2,7,5)$, $C(-4,-2,4)$, $D(2,-3,-5)$; а) ACD ; б) $l=AB$, C и D .
- 9.4. $A(-9,-7,4)$, $B(-4,3,-1)$, $C(5,-4,2)$, $D(3,4,4)$; а) BCD ; б) $l=CD$, A и B .
- 9.5. $A(3,5,3)$, $B(-3,2,8)$, $C(-3,-2,6)$, $D(7,8,-2)$; а) ACD ; б) $l=BD$, A и C .
- 9.6. $A(4,2,3)$, $B(-5,-4,2)$, $C(5,7,-4)$, $D(6,4,-7)$; а) ABD ; б) $l=AD$, B и C .
- 9.7. $A(-4,-2,-3)$, $B(2,5,7)$, $C(6,3,-1)$, $D(6,-4,1)$; а) ACD ; б) $l=BC$, A и D .
- 9.8. $A(3,4,5)$, $B(1,2,1)$, $C(-2,-3,6)$, $D(3,-6,-3)$; а) ACD ; б) $l=AB$, C и D .
- 9.9. $A(-7,-5,6)$, $B(-2,5,-3)$, $C(3,-2,4)$, $D(1,2,2)$; а) BCD ; б) $l=CD$, A и B .
- 9.10. $A(1,3,1)$, $B(-1,4,6)$, $C(-2,-3,4)$, $D(3,4,-4)$; а) ACD ; б) $l=BC$, A и D .
- 9.11. $A(2,4,1)$, $B(-3,-2,4)$, $C(3,5,-2)$, $D(4,2,-3)$; а) ABD ; б) $l=AC$, B и D .
- 9.12. $A(-5,-3,-4)$, $B(1,4,6)$, $C(3,2,-2)$, $D(8,-2,4)$; а) ACD ; б) $l=BC$, A и D .
- 9.13. $A(3,4,2)$, $B(-2,3,-5)$, $C(4,-3,6)$, $D(6,-5,3)$; а) ABD ; б) $l=BD$, A и C .
- 9.14. $A(-4,6,3)$, $B(3,-5,1)$, $C(2,6,-4)$, $D(2,4,-5)$; а) ACD ; б) $l=AD$, B и C .
- 9.15. $A(7,5,8)$, $B(-4,-5,3)$, $C(2,-3,5)$, $D(5,1,-4)$; а) BCD ; б) $l=BC$, A и D .
- 9.16. $A(3,-2,6)$, $B(-6,-2,3)$, $C(1,1,-4)$, $D(4,6,-7)$; а) ABD ; б) $l=BD$, A и C .
- 9.17. $A(-5,-4,-3)$, $B(7,3,-1)$, $C(6,-2,0)$, $D(3,2,-7)$; а) BCD ; б) $l=AD$, B и C .
- 9.18. $A(3,-5,-2)$, $B(-4,2,3)$, $C(1,5,7)$, $D(-2,-4,5)$; а) ACD ; б) $l=BD$, A и C .
- 9.19. $A(5,-4,4)$, $B(-4,-6,5)$, $C(3,2,-7)$, $D(6,2,-9)$; а) ABD ; б) $l=BD$, A и C .
- 9.20. $A(-7,-6,-5)$, $B(5,1,-3)$, $C(8,-4,0)$, $D(3,4,-7)$; а) BCD ; б) $l=AD$, B и C .
- 9.21. $A(7,-1,-2)$, $B(1,7,8)$, $C(3,7,9)$, $D(-3,-5,2)$; а) ACD ; б) $l=BD$, A и C .
- 9.22. $A(5,2,7)$, $B(7,-6,-9)$, $C(-7,-6,3)$, $D(1,-5,2)$; а) ABD ; б) $l=AB$, C и D .
- 9.23. $A(-2,-5,-1)$, $B(-6,-7,9)$, $C(4,-5,1)$, $D(2,1,4)$; а) BCD ; б) $l=BC$, A и D .
- 9.24. $A(-6,-3,-5)$, $B(5,1,7)$, $C(3,5,-1)$, $D(4,-2,9)$; а) ACD ; б) $l=BC$, A и D .
- 9.25. $A(7,4,9)$, $B(1,-2,-3)$, $C(-5,-3,0)$, $D(1,-3,4)$; а) ABD ; б) $l=AB$, C и D .
- 9.26. $A(-4,-7,-3)$, $B(-4,-5,7)$, $C(2,-3,3)$, $D(3,2,1)$; а) BCD ; б) $l=BC$, A и D .
- 9.27. $A(-4,-5,-3)$, $B(3,1,2)$, $C(5,7,-6)$, $D(6,-1,5)$; а) ACD ; б) $l=BC$, A и D .
- 9.28. $A(5,2,4)$, $B(-3,5,-7)$, $C(1,-5,8)$, $D(9,-3,5)$; а) ABD ; б) $l=BD$, A и C .
- 9.29. $A(-6,4,5)$, $B(5,-7,3)$, $C(4,2,-8)$, $D(2,8,-3)$; а) ACD ; б) $l=AD$, B и C .

9.30. $A(5,3,6)$, $B(-3,-4,4)$, $C(5,-6,8)$, $D(4,0,-3)$; а) BCD ; б) $l=BC$, A и D .

10. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

10.1. $A_1(1,3,0)$, $A_2(4,-1,2)$, $A_3(3,0,1)$, $A_4(-4,3,5)$.

10.2. $A_1(-2,-1,-1)$, $A_2(0,3,2)$, $A_3(3,1,-4)$, $A_4(-4,7,3)$.

10.3. $A_1(-3,-5,6)$, $A_2(2,1,-4)$, $A_3(0,-3,-1)$, $A_4(-5,2,-8)$.

10.4. $A_1(2,-4,-3)$, $A_2(5,-6,0)$, $A_3(-1,3,-3)$, $A_4(-10,-8,7)$.

10.5. $A_1(1,-1,2)$, $A_2(2,1,2)$, $A_3(1,1,4)$, $A_4(6,-3,8)$.

10.6. $A_1(1,1,-1)$, $A_2(2,3,1)$, $A_3(3,2,1)$, $A_4(5,9,-8)$.

10.7. $A_1(1,5,-7)$, $A_2(-3,6,3)$, $A_3(-2,7,3)$, $A_4(-4,8,-12)$.

10.8. $A_1(-3,4,-7)$, $A_2(1,5,-4)$, $A_3(-5,-2,0)$, $A_4(2,5,4)$.

10.9. $A_1(-1,2,-3)$, $A_2(4,-1,2)$, $A_3(2,1,-2)$, $A_4(3,4,5)$.

10.10. $A_1(4,-1,3)$, $A_2(-2,1,0)$, $A_3(0,-5,1)$, $A_4(3,2,-6)$.

10.11. $A_1(1,-1,1)$, $A_2(-2,0,3)$, $A_3(2,1,-1)$, $A_4(2,-2,-4)$.

10.12. $A_1(1,2,0)$, $A_2(1,-1,2)$, $A_3(0,1,-1)$, $A_4(-3,0,1)$.

10.13. $A_1(1,0,2)$, $A_2(1,2,-1)$, $A_3(2,-2,1)$, $A_4(2,1,0)$.

10.14. $A_1(1,2,-3)$, $A_2(1,0,1)$, $A_3(-2,-1,6)$, $A_4(0,-5,-4)$.

10.15. $A_1(3,10,-1)$, $A_2(-2,3,-5)$, $A_3(-6,0,-3)$, $A_4(1,-1,2)$.

10.16. $A_1(-1,2,4)$, $A_2(-1,-2,-4)$, $A_3(3,0,-1)$, $A_4(7,-3,1)$.

10.17. $A_1(0,-3,1)$, $A_2(-4,1,2)$, $A_3(2,-1,5)$, $A_4(3,1,-4)$.

10.18. $A_1(-4,2,6)$, $A_2(2,-3,0)$, $A_3(-10,5,8)$, $A_4(-5,2,-4)$.

10.19. $A_1(7,2,4)$, $A_2(7,-1,-2)$, $A_3(3,3,1)$, $A_4(-4,2,1)$.

10.20. $A_1(2,1,4)$, $A_2(-1,5,-2)$, $A_3(-7,-3,2)$, $A_4(-6,-3,6)$.

10.21. $A_1(-1,-5,2)$, $A_2(-6,0,-3)$, $A_3(3,6,-3)$, $A_4(-10,6,7)$.

10.22. $A_1(0,-1,-1)$, $A_2(-2,3,5)$, $A_3(1,-5,-9)$, $A_4(-1,-6,3)$.

- 10.23.** $A_1(5, 2, 0)$, $A_2(2, 5, 0)$, $A_3(1, 2, 4)$, $A_4(-1, 1, 1)$.
- 10.24.** $A_1(2, -1, -2)$, $A_2(1, 2, 1)$, $A_3(5, 0, -6)$, $A_4(-10, 9, -7)$.
- 10.25.** $A_1(-2, 0, -4)$, $A_2(-1, 7, 1)$, $A_3(4, -8, -4)$, $A_4(1, -4, 6)$.
- 10.26.** $A_1(14, 4, 5)$, $A_2(-5, -3, 2)$, $A_3(-2, -6, -3)$, $A_4(-2, 2, -1)$.
- 10.27.** $A_1(1, 2, 0)$, $A_2(3, 0, -3)$, $A_3(5, 2, 6)$, $A_4(8, 4, -9)$.
- 10.28.** $A_1(2, -1, 2)$, $A_2(1, 2, -1)$, $A_3(3, 2, 1)$, $A_4(-4, 2, 5)$.
- 10.29.** $A_1(1, 1, 2)$, $A_2(4, 1, -2)$, $A_3(6, 3, 7)$, $A_4(7, 5, -3)$.
- 10.30.** $A_1(2, 3, 1)$, $A_2(4, 1, -2)$, $A_3(6, 3, 7)$, $A_4(7, 5, -3)$.

11. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$, $A_4(x_4, y_4, z_4)$. Составить уравнения: а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ; в) прямой A_4M , перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$; г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ; д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 . Вычислить: е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$; ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.

- 11.1.** $A_1(6, 6, 5)$, $A_2(4, 9, 5)$, $A_3(4, 6, 11)$, $A_4(6, 9, 3)$.
- 11.2.** $A_1(7, 2, 2)$, $A_2(-5, 7, -7)$, $A_3(5, -3, 1)$, $A_4(2, 3, 7)$.
- 11.3.** $A_1(8, -6, 4)$, $A_2(10, 5, -5)$, $A_3(5, 6, -8)$, $A_4(8, 10, 7)$.
- 11.4.** $A_1(1, -1, 3)$, $A_2(6, 5, 8)$, $A_3(3, 5, 8)$, $A_4(8, 4, 1)$.
- 11.5.** $A_1(1, -2, 7)$, $A_2(4, 2, 10)$, $A_3(2, 3, 5)$, $A_4(5, 3, 7)$.
- 11.6.** $A_1(4, 2, 10)$, $A_2(1, 2, 0)$, $A_3(3, 5, 7)$, $A_4(2, -3, 5)$.
- 11.7.** $A_1(2, 3, 5)$, $A_2(5, 3, -7)$, $A_3(1, 2, 7)$, $A_4(4, 2, 0)$.
- 11.8.** $A_1(5, 3, 7)$, $A_2(-2, 3, 7)$, $A_3(4, 2, 10)$, $A_4(1, 2, 7)$.
- 11.9.** $A_1(4, 3, 5)$, $A_2(1, 9, 7)$, $A_3(0, 2, 0)$, $A_4(5, 3, 10)$.

- 11.10.** $A_1(3, 2, 5), A_2(4, 0, 6), A_3(2, 6, 5), A_4(6, 4, -1)$.
- 11.11.** $A_1(2, 1, 6), A_2(1, 4, 9), A_3(2, -5, 8), A_4(5, 4, 2)$.
- 11.12.** $A_1(2, 1, 7), A_2(3, 3, 6), A_3(2, -3, 9), A_4(1, 2, 5)$.
- 11.13.** $A_1(2, -1, 7), A_2(6, 3, 1), A_3(3, 2, 8), A_4(2, -3, 7)$.
- 11.14.** $A_1(0, 4, 5), A_2(3, -2, 1), A_3(4, 5, 6), A_4(3, 3, 2)$.
- 11.15.** $A_1(3, 1, 4), A_2(-1, 6, 1), A_3(-1, 1, 6), A_4(0, 4, -1)$.
- 11.16.** $A_1(3, -1, 2), A_2(-1, 0, 1), A_3(1, 7, 3), A_4(8, 5, 8)$.
- 11.17.** $A_1(3, 5, 4), A_2(5, 8, 3), A_3(1, 2, -2), A_4(-1, 0, 2)$.
- 11.18.** $A_1(2, 4, 3), A_2(1, 1, 5), A_3(4, 9, 3), A_4(3, 6, 7)$.
- 11.19.** $A_1(9, 5, 5), A_2(-3, 7, 1), A_3(5, 7, 8), A_4(6, 9, 2)$.
- 11.20.** $A_1(0, 7, 1), A_2(2, -1, 5), A_3(1, 6, 3), A_4(3, -9, 8)$.
- 11.21.** $A_1(5, 5, 4), A_2(1, -1, 4), A_3(3, 5, 1), A_4(5, 8, -1)$.
- 11.22.** $A_1(6, 1, 1), A_2(4, 6, 6), A_3(4, 2, 0), A_4(1, 2, 6)$.
- 11.23.** $A_1(7, 5, 3), A_2(9, 4, 4), A_3(4, 5, 7), A_4(7, 9, 6)$.
- 11.24.** $A_1(6, 8, 2), A_2(5, 4, 7), A_3(2, 4, 7), A_4(7, 3, 7)$.
- 11.25.** $A_1(4, 2, 5), A_2(0, 7, 1), A_3(0, 2, 7), A_4(1, 5, 0)$.
- 11.26.** $A_1(4, 4, 10), A_2(7, 10, 2), A_3(2, 8, 4), A_4(9, 6, 9)$.
- 11.27.** $A_1(4, 6, 5), A_2(6, 9, 4), A_3(2, 10, 10), A_4(7, 5, 9)$.
- 11.28.** $A_1(3, 5, 4), A_2(8, 7, 4), A_3(5, 10, 4), A_4(4, 7, 8)$.
- 11.29.** $A_1(10, 9, 6), A_2(2, 8, 2), A_3(9, 8, 9), A_4(7, 10, 3)$.
- 11.30.** $A_1(1, 8, 2), A_2(5, 2, 6), A_3(5, 7, 4), A_4(4, 10, 9)$.

12. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{BC} .

- 12.1.** $A(0, -8, 10), B(-5, 5, 7), C(-8, 0, 4)$. **12.2.** $A(-3, 5, -2), B(-4, 0, 3), C(-3, 2, 5)$.
- 12.3.** $A(1, -5, -2), B(6, -2, 1), C(2, -2, -2)$. **12.4.** $A(1, -1, 8), B(-4, -3, 10), C(-1, -1, 7)$.
- 12.5.** $A(0, 7, -9), B(-1, 8, -11), C(-4, 3, -12)$. **12.6.** $A(-2, 0, 5), B(2, 7, -3), C(1, 10, -1)$.
- 12.7.** $A(-3, -1, 7), B(0, 2, -6), C(2, 3, -5)$. **12.8.** $A(1, 9, -4), B(5, 7, 1), C(3, 5, 0)$.

- 12.9.** $A(5, 3, -1), B(0, 0, -3), C(5, -1, 0).$ **12.10** $A(-7, 0, 3), B(1, -5, -4), C(2, -3, 0).$
- 12.11.** $A(-1, 2, -2), B(13, 14, 1), C(14, 15, 2).$ **12.12** $A(0, -3, 5), B(-7, 2, 6), C(-3, 2, 4).$
- 12.13.** $A(7, -5, 0), B(8, 3, -1), C(8, 5, 1).$ **12.14** $A(5, -1, 2), B(2, -4, 3), C(4, -1, 3).$
- 12.15.** $A(-3, 6, 4), B(8, -3, 5), C(0, -3, 7).$ **12.16** $A(-3, 7, 2), B(3, 5, 1), C(4, 5, 3).$
- 12.17.** $A(10, 0, 9), B(12, 4, 11), C(8, 5, 15).$ **12.18** $A(0, -2, 8), B(4, 3, 2), C(1, 4, 3).$
- 12.19.** $A(3, -3, -6), B(1, 9, -5), C(6, 6, -4).$ **12.20** $A(1, -1, 5), B(0, 7, 8), C(-1, 3, 8).$
- 12.21.** $A(2, 1, 7), B(9, 0, 2), C(9, 2, 3).$ **12.22** $A(1, 0, -2), B(2, -1, 3), C(0, -3, 2).$
- 12.23.** $A(-7, 1, 4), B(8, 11, -3), C(9, 9, -1).$ **12.24** $A(-1, 3, 4), B(-1, 5, 0), C(2, 6, 1).$
- 12.25.** $A(1, 0, -6), B(-7, 2, 1), C(-9, 6, 1).$ **12.26** $A(4, -2, 0), B(1, -1, -5), C(-2, 1, -3).$
- 12.27.** $A(-3, 1, 0), B(6, 3, 3), C(9, 4, -2).$ **12.28** $A(-8, 0, 7), B(-3, 2, 4), C(-1, 4, 5).$
- 12.29.** $A(10, 0, 9), B(12, 4, 11), C(8, 5, 15).$ **12.30** $A(7, -5, 1), B(5, -1, -3), C(3, 0, -4).$
- 13. Написать канонические уравнения прямой.**
- 13.1.** $4x+y+z+2=0, 2x-y-3z-8=0.$ **13.2.** $2x+3y-2z+6=0, x-3y+z+3=0.$
- 13.3.** $2x+y-3z-2=0, 2x-y+z+6=0.$ **13.4.** $3x+4y+3z+1=0, 2x-4y-2z=4=0.$
- 13.5.** $x+y-2z-2=0, x-y+z+2=0.$ **13.6.** $3x+3y+z-1=0, 2x-3y-2z+6=0.$
- 13.7.** $x+5y-z+11=0, x-y+2z-1=0.$ **13.8.** $6x-5y+3z+8=0, 6x+5y-4z+4=0.$
- 13.9.** $x-y+z-2=0, x-2y-z+4=0.$ **13.10.** $2x-3y-2z+6=0, x-3y+z+3=0.$
- 13.11.** $6x-7y-z-2=0, x+7y-4z-5=0.$ **13.12.** $2x+y+z-2=0, 2x-y-3z+6=0.$
- 13.13.** $x+5y+2z-5=0, 2x-5y-z+5=0.$ **13.14.** $x-3y+2z+2=0, x+3y+z+14=0.$
- 13.15.** $x-3y+z+2=0, x+3y+2z+14=0.$ **13.16.** $x-2y+z-4=0, 2x+2y-z-8=0.$
- 13.17.** $4x+y-3z+2=0, 2x-y+z-8=0.$ **13.18.** $x+y+z-2=0, x-y-2z+2=0.$
- 13.19.** $3x+3y-2z-1=0, 2x-3y+z+6=0.$ **13.20.** $2x+3y+z+6=0, x-3y-2z+3=0.$
- 13.21.** $6x-7y-4z-2=0, x+7y-z-5=0.$ **13.22.** $3x+y-z-6=0, 3x-y+2z=0.$
- 13.23.** $8x-y-3z-1=0, x+y+z+10=0.$ **13.24.** $x+5y+2z+11=0, x-y-z-1=0.$
- 13.25.** $6x-5y-4z+8=0, 6x+5y+3z+4=0.$ **13.26.** $3x+4y-2z+1=0, 2x-4y+3z+4=0.$
- 13.27.** $x+5y-z-5=0, 2x-5y+2z+5=0.$ **13.28.** $5x+y-3z+4=0, x-y+2z+2=0.$
- 13.29.** $2x-3y+z+6=0, x-3y-2z+3=0.$ **13.30.** $x-y-z-2=0, x-2y+z+4=0.$

14. Найти угол между плоскостями.

- 14.1.** $2x-y+5z+16=0, x+2y+3z+8=0.$ **14.2.** $x-2y+2z+17=0, x-2y-1=0.$
- 14.3.** $2x+2y+z-1=0, x+z-1=0.$ **14.4.** $x+2y-1=0, x+y+6=0.$
- 14.5.** $3x+y+z-4=0, y+z+5=0.$ **14.6.** $2x-z+5=0, 2x+3y-7=0.$
- 14.7.** $3x-2y-2z-16=0, x+y-3z-7=0.$ **14.8.** $5x+3y+z-18=0, 2y+z-9=0.$
- 14.9.** $2x+2y+z+9=0, x-y+3z-1=0.$ **14.10.** $4x+3z-2=0, x+2y+2z+5=0.$
- 14.11.** $x+2y+2z-3=0, 2x-y+2z+5=0.$ **14.12.** $x+4y-z+1=0, 2x+y+4z-3=0.$
- 14.13.** $3x+2y-3z-1=0, x+y+z-7=0.$ **14.14.** $2y+z-9=0, x-y+2z-1=0.$
- 14.15.** $x-3y+5=0, 2x-y+5z-16=0.$ **14.16.** $2x-6y+14z-1=0, 5x-15y+35z-3=0.$
- 14.17.** $4x-5y+3z-1=0, x-4y-z+9=0.$ **14.18.** $x-3y-2z-8=0, x+y-z+3=0.$
- 14.19.** $3x-y+2z+15=0, 5x+9y-3z-1=0.$ **14.20.** $3x-2y+3z+23=0, y+z+5=0.$
- 14.21.** $6x+2y-4z+17=0, 9x+3y-6z-4=0.$ **14.22.** $x+y+3z-7=0, y+z-1=0.$
- 14.23.** $x-y\sqrt{2}+z-1=0, x+y\sqrt{2}-z+3=0.$ **14.24.** $x-y+7z-1=0, 2x-2y-5=0.$
- 14.25.** $3y-z=0, 2y+z=0.$ **14.26.** $3x-y-5=0, 2x+y-3=0.$
- 14.27.** $6x+3y-2z=0, x+2y+6z-12=0.$ **14.28.** $x+y+z\sqrt{2}-3=0, x-y+z\sqrt{2}-1=0.$
- 14.29.** $x+2y+2z-3=0, 16x+12y-15z-1=0.$ **14.30.** $x+2y-2z-7=0, x+y-35=0.$

15. Найти точку пересечения прямой и плоскости.

- 15.1.** $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}, x-2y-3z+18=0.$
- 15.3.** $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}, x+7y+3z+11=0.$
- 15.5.** $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}, 3x+7y-5z-11=0.$
- 15.7.** $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}, 4x+y-6z-5=0.$
- 15.9.** $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}, 5x+9y+4z-25=0.$
- 15.2.** $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}, 5x+7y+9z-32=0.$
- 15.4.** $\frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}, 2x+y+7z-3=0.$
- 15.6.** $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}, x-3y+7z-24=0.$
- 15.8.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}, 2x-y+4z=0.$
- 15.10.** $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}, 3x+y-5z-12=0.$

15.11.

$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, x+4y+13z-23=0.$$

15.13.

$$\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}, 3x-2y+5z-3=0.$$

15.15.

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}, 3x-y+4z=0.$$

15.17.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}, x+2y-5z+16=0.$$

15.19.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}, 3x-7y-2z+7=0.$$

15.21.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}, 4x+2y-z-11=0.$$

15.23.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}, 3x-2y-4z-8=0.$$

15.25.

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}, x+2y-z-2=0.$$

15.27.

$$\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}, 5x-y+4z+3=0.$$

15.29.

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}, x+3y+5z-42=0.$$

15.12.

$$\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}, x+3y-5z+9=0.$$

15.14.

$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}, x-2y+5z+17=0.$$

15.16.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}, x-2y+4z-19=0.$$

15.18.

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}, 2x-y+3z+23=0.$$

15.20.

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}, 2x-3y-5z-7=0.$$

15.22.

$$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}, 7x+y+4z-47=0.$$

15.24.

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}, 2x+3y+7z-52=0.$$

15.26.

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}, 3x+4y+7z-16=0.$$

15.28.

$$\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, 2x-5y+4z+24=0.$$

15.30.

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}, x+2y-5z+20=0.$$

16. Даны вершины треугольника АВС: $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.

Найти: а) уравнение стороны АВ; б) уравнение высоты СН; в) уравнение медианы АМ; г) точку Н пересечения медианы АМ и высоты СН; д) уравнение прямой, проходящей через вершину С параллельно стороне АВ; е) расстояние от точки С до прямой АВ.

16.1. $A(-5, 1)$, $B(8, -2)$, $C(1, 4)$.

16.3. $A(2, 5)$, $B(-3, 1)$, $C(0, 4)$.

16.2. $A(-2, 4)$, $B(3, 1)$, $C(10, 7)$.

16.4. $A(-3, -2)$, $B(14, 4)$, $C(6, 8)$.

16.5. $A(-3, -3)$, $B(5, -7)$, $C(7, 7)$.

16.7. $A(1, -6)$, $B(3, 4)$, $C(-3, 3)$.

16.9. $A(-4, 2)$, $B(8, -6)$, $C(2, 6)$.

16.11. $A(-5, 2)$, $B(0, -4)$, $C(5, 7)$.

16.13. $A(4, -4)$, $B(6, 2)$, $C(-1, 8)$.

16.15. $A(-3, 8)$, $B(-6, 2)$, $C(0, -5)$.

16.17.

$A(6, -9)$, $B(10, -1)$, $C(-4, 1)$.

16.19. $A(4, 1)$, $B(-3, -1)$, $C(7, -3)$.

16.21. $A(-4, 2)$, $B(6, -4)$, $C(4, 10)$.

16.23. $A(3, -1)$, $B(11, 3)$, $C(-6, 2)$.

16.25. $A(-4, 2)$, $B(-6, 6)$, $C(6, 2)$.

16.27. $A(4, -3)$, $B(7, 3)$, $C(1, 10)$.

16.29. $A(4, -4)$, $B(8, 2)$, $C(3, 8)$.

16.6. $A(1, 7)$, $B(-3, -1)$, $C(11, -3)$.

16.8. $A(1, 0)$, $B(-1, 4)$, $C(9, 5)$.

16.10. $A(1, -2)$, $B(7, 1)$, $C(3, 7)$.

16.12. $A(-2, -3)$, $B(1, 6)$, $C(6, 1)$.

16.14. $A(-7, -2)$, $B(-7, 4)$, $C(5, -5)$.

16.16. $A(-1, -4)$, $B(9, 6)$, $C(-5, 4)$.

16.18.

$A(10, -2)$, $B(4, -5)$, $C(-3, 1)$.

16.20. $A(-3, -1)$, $B(-4, -5)$, $C(8, 1)$.

16.22. $A(-2, -6)$, $B(-3, 5)$, $C(4, 0)$.

16.24. $A(-7, -2)$, $B(3, -8)$, $C(-4, 6)$.

16.26. $A(0, 2)$, $B(-7, -4)$, $C(3, 2)$.

16.28. $A(7, 0)$, $B(1, 4)$, $C(-8, -4)$.

16.30. $A(1, -3)$, $B(0, 7)$, $C(-2, 4)$.

17. Решить следующие задачи.

17.1. Известны уравнения двух сторон ромба $2x-5y-1=0$ и $2x-5y-34=0$ и уравнение одной из диагоналей $x+3y-6=0$. Найти уравнение второй диагонали.

17.2. Найти точку E пересечения медиан треугольника, вершинами которого являются точки $A(-3, 1)$, $B(7, 5)$ и $C(5, -3)$.

17.3. Записать уравнения прямых, проходящих через точку $A(-1, 1)$ под углом 45° к прямой $2x+3y=6$.

17.4. Даны уравнения высот треугольника ABC $2x+3y+1=0$, $x+2y+1=0$ и координаты его вершины $A(2, 3)$. Найти уравнения сторон AB и AC треугольника.

17.5. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x-2y=0$, $x-y-1=0$ и точка пересечения его диагоналей $M(3, -1)$. Найти уравнения двух других сторон.

17.6. Даны уравнения сторон четырехугольника: $x-y=0$, $x+3y=0$, $x-y-4=0$, $3x+y-12=0$. Найти уравнения его диагоналей.

- 17.7.** Составить уравнения медианы CM и высоты CK треугольника ABC , если $A(4, 6)$, $B(-4, 0)$, $C(-1, -4)$.
- 17.8.** Через точку $P(5, 2)$ провести прямую: а) отсекающую равные отрезки на осях координат; б) параллельную оси Ox ; в) параллельную оси Oy .
- 17.9.** Записать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2, 3)$ и составляющей с осью Ox угол: а) 45° , б) 90° , в) 0° .
- 17.10.** Какую ординату имеет точка C , лежащая на одной прямой с точками $A(-6, -6)$ и $B(-3, -1)$ и имеющая абсциссу, равную 3?
- 17.11.** Через точку пересечения прямых $2x-5y-1=0$ и $x+4y-7=0$ провести прямую, делящую отрезок между точками $A(4, -3)$ и $B(-1, 2)$ в отношении $\lambda=2/3$.
- 17.12.** Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x-2y-7=0$ и $x+3y-6=0$ и отсекающей на оси абсцисс отрезок, равный 3.
- 17.13.** Найти проекцию точки $A(-8, 12)$ на прямую, проходящую через точки $B(2, -3)$ и $C(-5, 1)$.
- 17.14.** Даны вершины треугольника ABC : $A(-4, 4)$, $B(4, -12)$ и точка $M(4, 2)$ пересечения его высот. Найти вершину C .
- 17.15.** Найти уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок, равный 2, и проходящей параллельно прямой $2y-x=3$.
- 17.16.** Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(2, -3)$ и точку пересечения прямых $2x-y=5$ и $x+y=1$.
- 17.17.** Доказать, что четырехугольник $ABCD$ – трапеция, если $A(3, 6)$, $B(5, 2)$, $C(-1, -3)$, $D(-5, 5)$.
- 17.18.** Записать уравнение прямой, проходящей через точку $A(3, 1)$, перпендикулярно к прямой BC , если $B(2, 5)$, $C(1, 0)$.
- 17.19.** Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2, 1)$ параллельно прямой MN , если $M(-3, -2)$, $N(1, 6)$.
- 17.20.** Найти точку, симметричную точке $M(2, -1)$ относительно прямой $x-2y+3=0$.
- 17.21.** Найти точку O пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$, если $A(-1, -3)$, $B(3, 5)$, $C(5, 2)$, $D(3, -5)$.

- 17.22.** Через точку пересечения прямых $6x-4y+5=0$, $2x+5y+8=0$ провести прямую, параллельную оси абсцисс.
- 17.23.** Известны уравнения стороны AB треугольника ABC $4x+y=12$, его высот BH $5x-4y=12$ и AM $x+y=6$. Найти уравнения двух других сторон треугольника ABC .
- 17.24.** Даны две вершины треугольника ABC : $A(-6, 2)$, $B(2, -2)$ и точка пересечения его высот $H(1, 2)$. Найти координаты точки M пересечения стороны AC и высоты BH .
- 17.25.** Дан треугольник с вершинами $A(3, 1)$, $B(-3, -1)$ и $C(5, -12)$. Найти уравнение и вычислить длину его медианы, проведенной из вершины C .
- 17.26.** Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку пересечения прямых $2x+5y-8=0$ и $2x+3y+4=0$.
- 17.27.** Найти уравнения перпендикуляров к прямой $3x+5y-15=0$, проведенных через точки пересечения данной прямой с осями координат.
- 17.28.** Найти уравнения высот треугольника ABC , проходящих через вершины A и B , если $A(-4, 2)$, $B(3, -5)$, $C(5, 0)$.
- 17.29.** Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника, вершинами которого служат точки $A(2, 3)$, $B(0, -3)$, $C(6, -3)$.
- 17.30.** Составить уравнение высоты, проведенной через вершину A треугольника ABC , зная уравнения его сторон: $AB-2x-y-3=0$, $AC-x+5y-7=0$, $BC-3x-2y+13=0$.

18. Решить следующие задачи.

- 18.1.** Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$ и плоскости $2x+3y+z-1=0$.
- 18.2.** Найти проекцию точки $P(3, 1, -1)$ на плоскость $x+2y+3z-30=0$.
- 18.3.** При каком значении C плоскости $3x+5y+Cz-3=0$ и $x+3y+2z+5=0$ перпендикулярны?

18.4. При каком значении A плоскость $Ax+3y-5z+1=0$ параллельна прямой

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}?$$

18.5. При каких значениях m и C прямая $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$ перпендикулярна к плоскости $3x-2y+Cz+1=0$?

18.6. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат параллельно прямой $x=2t+5$, $y=-3t+1$, $z=-7t-4$.

18.7. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $E(3,4,5)$ параллельно оси Ox .

18.8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,3,1)$ и параллельно прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$.

18.9. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,-5,3)$ и перпендикулярно к прямым $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ и $x=3t+1$, $y=-t+5$, $z=2t+3$.

18.10. Найти точку, симметричную точке $M(4,3,10)$ относительно прямой

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}.$$

18.11. Доказать параллельность прямых $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ и $x-2y+2z-8=0$, $x+6z-6=0$.

18.12. Доказать, что прямая $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x+y-z=0$, а прямая $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{3}$ лежит в этой плоскости.

18.13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $K(2,-5,3)$ параллельно плоскости Oxz .

18.14. Составить общие уравнения прямой, образованной пересечением плоскости $x+2y-2z+5=0$ с плоскостью, проходящей через ось Oy и точку $M(5,3,2)$.

18.15. При каких значениях B и D прямая $x-2y+z-9=0$, $3x+By+z+D=0$ лежит в плоскости Oxy ?

18.16. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2,3,3)$ параллельно двум векторам $\mathbf{a}=(-1,-3,1)$ и $\mathbf{b}=(4,1,6)$.

18.17. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,-3,3)$ и образующей с осями координат углы, соответственно равные 60° , 45° и 120° .

18.18. Доказать, что прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{6}$ перпендикулярна к прямой $\left. \begin{array}{l} 2x+y-4z+2=0, \\ 4x-y-5z+4=0. \end{array} \right\}$

18.19. Составить параметрические уравнения медианы треугольника с вершинами $A(3,6,-7)$, $B(-5,1,-4)$, $C(0,2,3)$, проведенной из вершины C .

18.20. При каком значении n прямая $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{n} = \frac{z}{1}$ параллельна прямой $\left. \begin{array}{l} x+y-z=0, \\ x-y-z-8=0. \end{array} \right\}$

18.21. Показать, что прямая $\frac{x}{6} = \frac{y-3}{-8} = \frac{z-1}{-9}$ параллельна плоскости $x+3y-2z+1=0$, а прямая $x=t+7, y=t-2, z=2t+1$ лежит в этой плоскости.

18.22. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $K(-3,1,-2)$.

18.23. Показать, что прямые $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ и $3x+y-5z=0, 2x+3y-8z+3=0$ перпендикулярны.

18.24. При каком значении D прямая $3x-y+2z-6=0, x+4y-z+D=0$ пересекает ось Oz ?

18.25. При каком значении p прямые $\left. \begin{array}{l} x=2t+5, \\ y=-t+2, \\ z=pt-7 \end{array} \right\}$ и $\left. \begin{array}{l} x+3y+z+2=0, \\ x-y-3z-2=0 \end{array} \right\}$ параллельны?

18.26. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-7}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{4}$ и плоскости $3x-y+2z-8=0$.

18.27. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,-3,4)$ перпендикулярно к прямым $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x+4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-3}$.

18.28. При каких значениях A и B плоскость $Ax+By+6z-7=0$ перпендикулярна к прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{3}$?

18.29. Проверить, лежат ли на одной прямой точки $A(0,0,2), B(4,2,5), C(12,6,11)$?

18.30. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2, -5, 3)$ параллельно прямой $2x-y+3z-1=0, 5x+4y-z-7=0$.

19. Составить канонические уравнения а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы (A, B – точки, лежащие на кривой, F – фокус, a – большая (действительная) полуось, b – малая (мнимая) полуось, ε – эксцентриситет, $y=\pm kx$ – уравнения асимптот гиперболы, D – директриса кривой, $2c$ – фокусное расстояние).

19.1. а) $\varepsilon=2/3, A(-6, 0); \text{б) } A(\sqrt{8}, 0), B(\sqrt{20}/3, 2); \text{в) } D: y=1$.

19.2. а) $2a=50, \varepsilon=3/5; \text{б) } k=\sqrt{29}/14, 2c=30; \text{в) } \text{ось симметрии } Oy \text{ и } A(4, 1)$.

19.3. а) $b=2\sqrt{15}, \varepsilon=7/8; \text{б) } k=5/6, 2a=12; \text{в) } \text{ось симметрии } Oy \text{ и } A(-2, 3\sqrt{2})$.

19.4. а) $a=13, F(-5, 0); \text{б) } b=44, F(-7, 0); \text{в) } D: x=-3/8$.

19.5. а) $b=7, F(13, 0); \text{б) } b=4, F(-11, 0); \text{в) } D: x=13$.

19.6. а) $A(-3, 0)B(1, \sqrt{40}/3); \text{б) } k=\sqrt{2/3}, \varepsilon=\sqrt{15}/3; \text{в) } D: y=4$.

19.7. а) $\varepsilon=5/6, A(0, -\sqrt{11}); \text{б) } A(\sqrt{32/3}, 1), B(\sqrt{8}, 0); \text{в) } D: y=-3$.

19.8. а) $2a=30, \varepsilon=17/15; \text{б) } k=\sqrt{17}/8, 2c=18; \text{в) } \text{ось симметрии } Oy \text{ и } A(-4, 10)$.

19.9. а) $b=2\sqrt{2}, \varepsilon=7/9; \text{б) } k=\sqrt{2}/2, 2a=12; \text{в) } \text{ось симметрии } Oy \text{ и } A(-45, 15)$.

19.10. а) $b=15, F(-10, 0); \text{б) } a=13, \varepsilon=14/13; \text{в) } D: x=-4$.

19.11. а) $b=2, F(4\sqrt{2}, 0); \text{б) } a=7, \varepsilon=\sqrt{85}/7; \text{в) } D: x=5$.

19.12. а) $A(3, 0)B(2, \sqrt{5}/3); \text{б) } k=3/4, \varepsilon=5/4; \text{в) } D: y=-2$.

19.13. а) $\varepsilon=\sqrt{21}/5, A(-5, 0); \text{б) } A(\sqrt{80}, 3), B(4\sqrt{6}, \sqrt{3}/2); \text{в) } D: y=1$.

19.14. а) $2a=22, \varepsilon=\sqrt{57}/11; \text{б) } k=2/3, 2c=10\sqrt{13}; \text{в) } \text{ось симметрии } Ox \text{ и } A(27, 9)$.

19.15. а) $b=\sqrt{15}, \varepsilon=\sqrt{10}/25; \text{б) } k=3/4, 2a=16; \text{в) } \text{ось симметрии } Ox \text{ и } A(4, -8)$.

19.16. а) $a=4, F(3, 0); \text{б) } b=2\sqrt{10}, F(-11, 0); \text{в) } D: x=-2$.

19.17. а) $b=4, F(9, 0); \text{б) } a=5, \varepsilon=7/5; \text{в) } D: x=6$.

19.18. а) $A(0, \sqrt{3})B(\sqrt{14/3}, 1); \text{б) } k=\sqrt{21}/10, \varepsilon=11/10; \text{в) } D: y=-4$.

19.19. а) $\varepsilon=7/8, A(8, 0); \text{б) } A(3, -\sqrt{3/5}), B(\sqrt{13/5}, 6); \text{в) } D: y=4$.

19.20. а) $2a=24, \varepsilon=\sqrt{22}/6; \text{б) } k=\sqrt{2/3}, 2c=10; \text{в) } \text{ось симметрии } Ox \text{ и } A(-7, -7)$.

19.21. а) $b=2, \varepsilon=5\sqrt{29}/29; \text{б) } k=12/13, 2a=26; \text{в) } \text{ось симметрии } Ox \text{ и } A(-5, 15)$.

19.22. а) $2a=22, \varepsilon=10/11; \text{б) } k=\sqrt{11}/5, 2c=12; \text{в) } \text{ось симметрии } Ox \text{ и } A(-7, 5)$.

19.23. а) $b=5, \varepsilon=12/13$; б) $k=1/3, 2a=6$; в) ось симметрии Oy и $A(-9, 6)$.

19.24. а) $a=9, F(7, 0)$; б) $b=6, F(12, 0)$; в) $D: x=-1/4$.

19.25. а) $b=5, F(-10, 0)$; б) $a=9, \varepsilon=4/3$; в) $D: x=12$.

19.26. а) $A(0, -2) B\left(\sqrt{15}/2, 1\right)$; б) $k=2\sqrt{10}/9, \varepsilon=11/9$; в) $D: y=5$.

19.27. а) $a=6, F(-4, 0)$; б) $b=3, F(7, 0)$; в) $D: x=-7$.

19.28. а) $b=7, F(5, 0)$; б) $a=11, \varepsilon=12/11$; в) $D: x=10$.

19.29. а) $A\left(-\sqrt{17}/3, 1/3\right) B\left(\sqrt{21}/2, 1/2\right)$; б) $k=1/2, \varepsilon=\sqrt{5}/2$; в) $D: y=-1$.

19.30. а) $\varepsilon=3/5, A(0, 8)$; б) $A\left(\sqrt{6}, 0\right) B\left(-2\sqrt{2}, 1\right)$; в) $D: y=9$.

20. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

20.1. $2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1 = 0$.

20.2. $3x^2 + 3y^2 + 4xy + 8x + 12y + 1 = 0$.

20.3. $-x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0$.

20.4. $x^2 + y^2 - 8xy - 20x + 20y + 1 = 0$.

20.5. $2x^2 + 2y^2 - 4xy - 8x + 8y + 1 = 0$.

20.6. $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 6x + 2y + 1 = 0$.

20.7. $3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 1 = 0$.

20.8. $4xy + 4x + 4y + 1 = 0$.

20.9. $-4xy + 8x + 8y + 1 = 0$.

20.10. $3x^2 + 3y^2 - 4xy + 6x - 4y - 7 = 0$.

20.11. $2x^2 + 2y^2 - 2xy + 6x - 6y - 6 = 0$.

20.12. $-4xy - 4x + 4y + 6 = 0$.

20.13. $x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5 = 0$.

20.14. $5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0$.

20.15. $4xy + 4x - 4y + 4 = 0$.

20.16. $-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$.

20.17. $3x^2 + 3y^2 - 4xy + 4x + 4y + 1 = 0$.

20.18. $2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$.

20.19. $4xy + 4x - 4y - 2 = 0$.

20.20. $4xy + 4x - 4y = 0$.

20.21. $x^2 + y^2 + 2xy - 8x - 8y + 1 = 0$.

20.22. $-2x^2 - 2y^2 + 2xy - 6x + 6y + 3 = 0$.

20.23. $x^2 + y^2 + 4xy - 8x - 4y + 1 = 0$.

20.24. $-3x^2 - 3y^2 + 4xy - 6x + 4y + 2 = 0$.

20.25. $x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y - 7 = 0$.

20.26. $-2xy - 2x - 2y + 1 = 0$.

20.27. $2xy + 2x + 2y - 3 = 0$.

20.28. $-x^2 - y^2 - 4xy - 4x + 2y + 2 = 0$.

20.29. $4x^2 + 4y^2 + 2xy + 12x + 12y + 1 = 0$.

20.30. $-4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$.

21. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

21.1. $\rho = 2 \cos 4\varphi$.

21.2. $\rho = 2(1 - \sin 2\varphi)$.

21.3. $\rho = l / (2 - \sin \varphi)$.

21.4. $\rho=1/(2-\cos 2\varphi)$.

21.7. $\rho=3(1+\cos 2\varphi)$.

21.10. $\rho=2 \sin 3\varphi$.

21.13. $\rho=2-\cos 2\varphi$.

21.16. $\rho=3(\cos \varphi + 1)$.

21.19. $\rho=5(1-\sin 2\varphi)$.

21.22. $\rho=6 \sin 4\varphi$.

21.25. $\rho=3/(1-\cos 2\varphi)$.

21.28. $\rho=3(1-\cos 4\varphi)$.

21.5. $\rho=3 \sin 6\varphi$.

21.8. $\rho=3(1+\sin \varphi)$.

21.11. $\rho=3(1-\cos 2\varphi)$.

21.14. $\rho=4 \sin 4\varphi$.

21.17. $\rho=3 \sin 4\varphi$.

21.20. $\rho=4(1+\cos 2\varphi)$.

21.23. $\rho=4(1-\sin \varphi)$.

21.26. $\rho=3 \cos 2\varphi$.

21.29. $\rho=2/(2-\cos \varphi)$.

21.6. $\rho=3(2-\cos 2\varphi)$.

21.9. $\rho=2 \cos 6\varphi$.

21.12. $\rho=2(1-\cos 3\varphi)$.

21.15. $\rho=5(2-\sin \varphi)$.

21.18. $\rho=2 \sin 4\varphi$.

21.21. $\rho=2 \sin 2\varphi$.

21.24. $\rho=2/(1+\cos \varphi)$.

21.27. $\rho=2(1-\cos \varphi)$.

21.30. $\rho=4 \sin 3\varphi$.

**22. Построить кривую, заданную параметрическими уравнениями
($0 \leq t \leq 2\pi$).**

22.1. $\begin{cases} x=5 \cos 3t, \\ y=\sin 3t. \end{cases}$

22.4. $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=3 \sin t. \end{cases}$

22.7. $\begin{cases} x=5 \cos^3 t, \\ y=5 \sin^3 t. \end{cases}$

22.10. $\begin{cases} x=3 \cos t, \\ y=1-\sin t. \end{cases}$

22.13. $\begin{cases} x=4 \cos^3 t, \\ y=5 \sin^3 t. \end{cases}$

22.16. $\begin{cases} x=2 \cos^3 t, \\ y=2 \sin^3 t. \end{cases}$

22.19. $\begin{cases} x=2 \cos t, \\ y=2(1-\sin t). \end{cases}$

22.22. $\begin{cases} x=2 \cos^3 t, \\ y=5 \sin^3 t. \end{cases}$

22.2. $\begin{cases} x=4 \cos t, \\ y=5 \sin t. \end{cases}$

22.5. $\begin{cases} x=\cos 2t, \\ y=3 \sin 2t. \end{cases}$

22.8. $\begin{cases} x=4 \cos 2t, \\ y=3 \sin 2t. \end{cases}$

22.11. $\begin{cases} x=4 \cos t, \\ y=5 \sin t. \end{cases}$

22.14. $\begin{cases} x=6 \cos^3 t, \\ y=6 \sin^3 t. \end{cases}$

22.17. $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=3(2-\sin t). \end{cases}$

22.20. $\begin{cases} x=4 \cos^3 t, \\ y=2 \sin^3 t. \end{cases}$

22.23. $\begin{cases} x=4 \cos^3 t, \\ y=\sin^3 t. \end{cases}$

22.3. $\begin{cases} x=9 \cos t, \\ y=5 \sin t. \end{cases}$

22.6. $\begin{cases} x=3 \cos 2t, \\ y=3 \sin 2t. \end{cases}$

22.9. $\begin{cases} x=2 \cos t, \\ y=4 \sin t. \end{cases}$

22.12. $\begin{cases} x=2 \cos t, \\ y=5 \sin t. \end{cases}$

22.15. $\begin{cases} x=3 \cos 2t, \\ y=2 \sin 2t. \end{cases}$

22.18. $\begin{cases} x=5 \cos t, \\ y=\sin t. \end{cases}$

22.21. $\begin{cases} x=4 \cos 2t, \\ y=\sin 2t. \end{cases}$

22.24. $\begin{cases} x=4 \cos 3t, \\ y=2 \sin 3t. \end{cases}$

22.25. $\begin{cases} x=2\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t. \end{cases}$

22.26. $\begin{cases} x=4\cos t, \\ y=4(1-\sin t). \end{cases}$

22.27. $\begin{cases} x=4\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t. \end{cases}$

22.28. $\begin{cases} x=2\sin t, \\ y=3(1-\cos t). \end{cases}$

22.29. $\begin{cases} x=3\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t. \end{cases}$

22.30. $\begin{cases} x=\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t. \end{cases}$

23. Построить поверхности и определить их вид (название).

23.1. а) $x^2 = 8(y^2 + z^2);$

б) $2x^2 + 3y^2 - z^2 = 18.$

23.2. а) $5z^2 + 2y^2 = 10x;$

б) $4z^2 - 3y^2 - 5x^2 + 60 = 0.$

23.3. а) $x^2 - 7y^2 - 14z^2 - 21 = 0;$

б) $2y = x^2 + 4z^2.$

23.4. а) $6x^2 - y^2 + 3z^2 - 12 = 0;$

б) $8y^2 + 2z^2 = x.$

23.5. а) $-16x^2 + y^2 + 4z^2 - 32 = 0;$

б) $6x^2 + y^2 - 3z^2 = 0.$

23.6. а) $9x^2 - 6y^2 - 6z^2 + 1 = 0;$

б) $15y = 10x^2 + 6y^2.$

23.7. а) $x^2 = 5(y^2 + z^2);$

б) $2x^2 + 3y^2 - z^2 = 36.$

23.8. а) $4x^2 + 3y^2 = 12x;$

б) $3x^2 - 4y^2 - 2z^2 + 12 = 0.$

23.9. а) $8x^2 - y^2 - 2z^2 - 32 = 0;$

б) $y - 4z^2 = 3x^2.$

23.10. а) $x^2 - 6y^2 + z^2 - 12 = 0;$

б) $x - 3z^2 = 9y^2.$

23.11. а) $2x^2 - 3y^2 - 5z^2 + 30 = 0;$

б) $2x^2 + 3z = 0.$

23.12. а) $7x^2 + 2y^2 + 6z^2 - 42 = 0;$

б) $2x^2 + 4y^2 - 5z = 0.$

23.13. а) $-4x^2 + 12y^2 - 3z^2 + 24 = 0;$

б) $2y^2 + 6z^2 = 3x.$

23.14. а) $3x^2 - 9y^2 + z^2 + 27 = 0;$

б) $z^2 - 2y = -4x^2.$

23.15. а) $27x^2 - 63y^2 + 21z^2 = 0;$

б) $3x^2 - 7y^2 - 2z^2 = 42.$

23.16. а) $4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0;$

б) $x^2 + 4z = 0.$

23.17. а) $3x^2 + y^2 + 9z^2 - 9 = 0;$

б) $x^2 + 2y^2 - 2z = 0.$

23.18. а) $-5x^2 + 10y^2 - z^2 + 20 = 0;$

б) $y^2 + 4z^2 = 5x^2.$

23.19. а) $4x^2 - 8y^2 + z^2 + 24 = 0;$

б) $x^2 - y = -9z^2.$

23.20. а) $x^2 - 6y^2 + z^2 = 0;$

б) $7x^2 - 3y^2 - z^2 = 21.$

23.21. а) $z = 8 - x^2 - 4y^2;$

б) $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 = 72.$

- 23.22. а)** $4x^2 + 6y^2 - 24z^2 = 96;$ **б)** $y^2 + 8z^2 = 20x^2.$
- 23.23. а)** $4x^2 - 5y^2 - 5z^2 + 40 = 0;$ **б)** $y = 5x^2 + 3z^2.$
- 23.24. а)** $5x^2 - y^2 - 15z^2 + 15 = 0;$ **б)** $x^2 + 3z = 0.$
- 23.25. а)** $6x^2 + y^2 + 6z^2 - 18 = 0;$ **б)** $3x^2 + y^2 - 3z = 0.$
- 23.26. а)** $-7x^2 + 14y^2 - z^2 + 21 = 0;$ **б)** $y^2 + 2z^2 = 6x^2.$
- 23.27. а)** $-3x^2 + 6y^2 - z^2 - 18 = 0;$ **б)** $x^2 - 2y = -z^2.$
- 23.28. а)** $4x^2 - 6y^2 + 3z^2 = 0;$ **б)** $4x^2 - y^2 - 3z^2 = 12.$
- 23.29. а)** $z = 4 - x^2 - y^2;$ **б)** $3x^2 + 12y^2 + 4z^2 = 48.$
- 23.30. а)** $4x^2 + 5y^2 - 10z^2 = 60;$ **б)** $7y^2 + z^2 = 14x^2.$

24. Записать уравнение и определить вид поверхности, полученной при вращении данной линии вокруг указанной оси координат, сделать рисунок.

- 24.1. а)** $x^2 + 2z^2 = 4,$ $Oz;$ **б)** $x = 3, z = -1, Oy.$
- 24.2. а)** $15x^2 - 3y^2 = 1,$ $Ox;$ **б)** $x = 3, y = 4, Oz.$
- 24.3. а)** $y^2 = 5z,$ $Oz;$ **б)** $3x^2 + 7y^2 = 21, Ox.$
- 24.4. а)** $15y^2 - x^2 = 6,$ $Oy;$ **б)** $y = 5, z = 2, Oy.$
- 24.5. а)** $5z = -x^2,$ $Oz;$ **б)** $3y^2 + 18z^2 = 1, Oy.$
- 24.6. а)** $3x^2 - 8y^2 = 288,$ $Ox;$ **б)** $x = 5, z = -3, Oy.$
- 24.7. а)** $2y^2 = 72,$ $Oz;$ **б)** $6y^2 + 5z^2 = 30, Oy.$
- 24.8. а)** $5x^2 - 7y^2 = 35,$ $Ox;$ **б)** $x = 2, y = -4, Oz.$
- 24.9. а)** $3x^2 = -2z,$ $Oz;$ **б)** $8x^2 + 11z^2 = 88, Ox.$
- 24.10. а)** $5y^2 - 8z^2 = 40,$ $Oz;$ **б)** $y = 3, z = 1, Ox.$
- 24.11. а)** $3x^2 = -4y,$ $Oz;$ **б)** $4x^2 + 3z^2 = 12, Oz.$
- 24.12. а)** $y^2 = 2z,$ $Oz;$ **б)** $9y^2 + 4z^2 = 36, Oy.$
- 24.13. а)** $4x^2 - 3y^2 = 12,$ $Ox;$ **б)** $x = 1, y = 2, Oz.$
- 24.14. а)** $x^2 = -3z,$ $Oz;$ **б)** $3x^2 + 5z^2 = 15, Ox.$
- 24.15. а)** $3y^2 - 4z^2 = 12,$ $Oz;$ **б)** $y = 4, z = 2, Ox.$

24.16. а) $x^2 = 3y$, Oy ;

б) $3x^2 + 4z^2 = 24$, Oz .

24.17. а) $2x^2 - 6y^2 = 12$, Ox ;

б) $y^2 = 4z$, Oz .

24.18. а) $x^2 + 3z^2 = 9$, Oz ;

б) $x = 4$, $z = 6$, Oy .

24.19. а) $3x^2 - 5z^2 = 15$, Oz ;

б) $z = -1$, $y = 3$, Ox .

24.20. а) $y^2 = 3z$, Oz ;

б) $2x^2 + 3z^2 = 6$, Ox .

24.21. а) $y^2 - 5x^2 = 5$, Oy ;

б) $y = 3$, $z = 1$, Ox .

24.22. а) $x^2 = -4z$, Oz ;

б) $y^2 + 4z^2 = 4$, Oy .

24.23. а) $5x^2 - 6z^2 = 30$, Ox ;

б) $x = 3$, $z = -2$, Oy .

24.24. а) $z^2 = 2y$, Oy ;

б) $2x^2 + 3z^2 = 6$, Oz .

24.25. а) $y^2 = -4z$, Oz ;

б) $3y^2 + z^2 = 6$, Oy .

24.26. а) $7x^2 - 5y^2 = 35$, Ox ;

б) $x = -1$, $y = -3$, Oz .

24.27. а) $2x^2 = z$, Oz ;

б) $x^2 + 4z^2 = 4$, Ox .

24.28. а) $2y^2 - 5z = 10$, Oz ;

б) $y = 2$, $z = 6$, Ox .

24.29. а) $x^2 = -5y$, Oy ;

б) $2x^2 + 3z = 6$, Oz .

24.30. а) $x^2 - 9y^2 = 9$, Ox ;

б) $3y^2 = z$, Oz .

3. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

1.1. $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}$, $a = 2$.

1.2. $a_n = \frac{2n+1}{3n-5}$, $a = \frac{2}{3}$.

1.3. $a_n = \frac{3n-1}{5n+1}$, $a = \frac{3}{5}$.

1.4. $a_n = \frac{5n+1}{10n-3}$, $a = \frac{1}{2}$.

1.5. $a_n = \frac{3n^2}{2-n^2}$, $a = -3$.

1.6. $a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}$, $a = -\frac{1}{2}$.

1.7. $a_n = \frac{23-4n}{2-n}$, $a = 4$.

1.8. $a_n = \frac{3n^3}{n^3-1}$, $a = 3$.

1.9. $a_n = \frac{2-2n}{3+4n}$, $a = -\frac{1}{2}$.

1.10. $a_n = \frac{2n+3}{n+5}$, $a = 2$.

1.11. $a_n = \frac{5n+15}{6-n}$, $a = -5$.

1.12. $a_n = \frac{1+3n}{6-n}$, $a = -3$.

1.13. $a_n = \frac{2-3n^2}{4+5n^2}$, $a = -\frac{3}{5}$.

1.14. $a_n = \frac{2n-1}{2-3n}$, $a = -\frac{2}{3}$.

1.15. $a_n = \frac{3n^2+2}{4n^2-1}$, $a = \frac{3}{4}$.

1.16. $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}$, $a = \frac{3}{2}$.

1.17. $a_n = \frac{n+1}{1-2n}$, $a = -\frac{1}{2}$.

1.18. $a_n = \frac{4n-1}{2n+1}$, $a = 2$.

1.19. $a_n = \frac{7n+4}{2n+1}$, $a = \frac{7}{2}$.

1.20. $a_n = \frac{1-2n^2}{n^2+3}$, $a = -2$.

1.21. $a_n = \frac{2n-5}{3n+1}$, $a = \frac{2}{3}$.

1.22. $a_n = \frac{7n-1}{n+1}$, $a = 7$.

1.23. $a_n = \frac{n}{3n-1}$, $a = \frac{1}{3}$.

1.24. $a_n = \frac{4n^2+1}{3n^2+2}$, $a = \frac{4}{3}$.

1.25. $a_n = \frac{9-n^3}{1+2n^3}$, $a = -\frac{1}{2}$.

1.26. $a_n = \frac{4+2n}{1-3n}$, $a = -\frac{2}{3}$.

1.27. $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}$, $a = 2$.

1.28. $a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}$, $a = -\frac{1}{2}$.

1.29. $a_n = \frac{3-n^2}{4+2n^2}$, $a = -\frac{1}{2}$.

1.30. $a_n = \frac{5n}{n+1}$, $a = 5$.

2. Вычислить предел последовательности.

2.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}$.

2.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n}{(n+1)^4 - (n-1)^4}$.

2.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-4n)^2}{(n-3)^3 - (n+3)^3}$.

2.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$.

2.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-3)^3 - (n+5)^3}{(3n-1)^3 + (2n+3)^3}$.

2.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n+2)^3}{(n+4)^3 + (n+5)^3}$.

2.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}$.

2.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (3n+2)^3}{(2n+3)^3 - (n-7)^3}$.

2.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$.

2.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$.

2.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 - (2n+3)^3}{(2n+1)^2 + (2n+3)^2}$.

2.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+6)^3 - (n+1)^3}{(2n+3)^2 + (n+4)^2}$.

2.13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n-2)^2}{(n+3)^2}$.

2.14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^4 - (n-2)^4}{(n+5)^2 + (n-5)^2}$.

2.15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+10)^2 + (3n+1)^2}{(n+6)^3 - (n+1)^3}$.

2.16.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (n+3)^2}.$$

2.19.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

2.22.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6-n)^2 - (6+n)^2}{(6+n)^2 - (1-n)^2}.$$

2.25.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 + 1}.$$

2.28.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (n+1)^2}{n^2 + n + 1}.$$

2.17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 - (n-1)^2}.$

2.20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 + (n-2)^3}{n^4 + 2n^2 - 1}.$

2.23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}.$

2.26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}.$

2.29. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+1)^2}{(n-1)^3 - (n+1)^3}.$

2.18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+2)^3}{(3n+2)^2 + (4n+1)^2}.$

2.21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}.$

2.24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3}{(n+1)^2 - (n+1)^3}.$

2.27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)^3 - (n-2)^3}{n^2 + 2n - 3}.$

2.30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^3 + (n+4)^3}{(n+3)^4 - (n+4)^4}.$

3. Вычислить предел последовательности.

3.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n^2 - 3}}{\sqrt[3]{n^5 - 4} - \sqrt[4]{n^4 + 1}}.$

3.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} - \sqrt{n^2 + 5}}{\sqrt[5]{n^7} - \sqrt{n+1}}.$

3.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} - 9n^2}{3n - \sqrt[4]{9n^8 + 1}}.$

3.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 2} - 5n^2}{n - \sqrt[4]{n^4 - n + 1}}.$

3.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} - \sqrt{n - 3}}{\sqrt[5]{n^5 + 3} + \sqrt{n - 3}}.$

3.7.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[3]{7n} - \sqrt[4]{8ln^8 - 1}}{(n+4\sqrt{n})\sqrt{n^2 - 5}}.$$

3.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{7ln} - \sqrt[4]{64n^6 + 9}}{\left(n - \sqrt[3]{n}\right)\sqrt{11+n^2}}.$

3.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}.$

3.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n-4}}{\sqrt[5]{n^6 + 6} - \sqrt{n-6}}.$

3.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^8 + 6} - \sqrt{n-6}}{\sqrt[8]{n^8 + 6} + \sqrt{n-6}}.$

3.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 7} + \sqrt[3]{n^2 + 4}}{\sqrt[4]{n^5 + 5} + \sqrt{n}}.$

3.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}.$

3.13.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt[3]{8n^3 + 3}}{\sqrt[4]{n+4} - \sqrt[5]{n^5 + 5}}.$$

3.16.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt[3]{3n^3 + 3} + \sqrt[4]{n^3 + 1}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 1} + 7n^3}{\sqrt[4]{n^{12} + n} + 1 - n}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[5]{n} - \sqrt[3]{27n^6 + n^2}}{(n + \sqrt[4]{n})\sqrt{9 + n^2}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^4 + 2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} + \sqrt{n-2}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+2} - \sqrt[3]{8n^3 + 5}}{\sqrt[4]{n+7} - n}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt[3]{n^3 + 1}}{\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[5]{n^5 + 1}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^7 + 5} - \sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7 + 5} + \sqrt{n-5}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{n^3 + 2}}{\sqrt[7]{n+2} - \sqrt[5]{n^5 + 2}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6} - \sqrt{n^2 - 5}}{\sqrt[3]{n^3 + 3} + 4\sqrt{n^3 + 1}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{n^3 + 1}}{\sqrt[3]{n^6 + 2} - n}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[6]{n} + \sqrt[5]{32n^{10} + 1}}{(n + \sqrt[4]{n})\sqrt[3]{n^3 - 1}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[4]{1ln + 4\sqrt{25n^4 - 81}}}{(n - 7\sqrt{n})\sqrt{n^2 - n + 1}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^3 + 1}}{(n + \sqrt{n})\sqrt{7 - n + n^2}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n^3 + 1} - \sqrt{n-1}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n-1} - \sqrt[3]{125n^3 + n}}{\sqrt[5]{n-n}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n^2 + 2}}{\sqrt[4]{n^4 + 1} - \sqrt[3]{n^4 - 1}}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^5 + 1}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n}.$$

4. Вычислить предел последовательности.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \sqrt{(n+2)(n+1)} - \sqrt{(n-1)(n+3)} \right|.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^5 + 1)(n^2 - 1)} - n\sqrt{n(n^4 + 1)}}{n}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[3]{5 + 8n^3} - 2n \right).$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n(n-1)} \right).$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2} \right].$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| n\sqrt{n} - \sqrt{n(n+1)(n+2)} \right|.$$

4.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 3n - 2} - \sqrt{n^2 - 3} \right).$

4.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2} \left(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-4} \right).$

4.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n(n^5 + 9)} - \sqrt{(n^4 - 1)(n^5 + 5)}}{n}.$

4.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3} \right).$

4.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^3 + 8} \left(\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 - 1} \right).$

4.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9} \right).$

4.13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^4 + 1)(n^2 - 1)} - \sqrt{n^6 - 1}}{n}.$

4.14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^2 - 3n + 2} - n \right).$

4.15. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\sqrt{n^2(n^6 + 4)} - \sqrt[3]{n^3 - 1} \right).$

4.16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{(n^2 - 2n + 3)} \right).$

4.17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} \left(\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)} \right).$

4.18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^2 + 5)(n^4 + 2)} - \sqrt{n^6 - 3n^3 + 5}}{n}.$

4.19. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2} \right).$

4.20. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt{n(n^4 - 1)} - \sqrt{(n^5 - 8)} \right).$

4.21. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1} \right).$

4.22. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt[3]{5+n^3} - \sqrt[3]{3+n^3} \right).$

4.23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt[3]{n^3 - 5} \right) n \sqrt{n}.$

4.24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)} \right)}{\sqrt{n}}.$

4.25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\sqrt{n^5 - 8} - n \sqrt{n(n^2 + 5)} \right)}{\sqrt{n}}.$

4.26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3} \right).$

4.27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \sqrt[3]{4-n^3} \right).$

4.28. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n(n+5)} - n \right).$

4.29. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n+1)(n+2)} \left(\sqrt{n^3 - 3} - \sqrt{n^3 - 2} \right).$

4.30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^3 + 1)(n^2 + 3)} - \sqrt{n(n^4 + 2)}}{2\sqrt{n}}.$

5. Вычислить предел последовательности.

5.1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5} \right)^{n+4}.$$

5.2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2} \right)^{n^4}.$$

5.3.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 7n - 1}{2n^2 + 3n - 1} \right)^{-n^3}.$$

5.4.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2In - 7}{2n^2 + 18n + 9} \right)^{2n+1}.$$

5.5.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2}{2n^2 + 1} \right)^{n^2}.$$

5.6.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 1}{n^3 - 1} \right)^{2n-n^3}.$$

5.7.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}.$$

5.8.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 6}{n^2 + 5n + 1} \right)^{n/2}.$$

5.9.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n - 3}{10n - 1} \right)^{5n}.$$

5.10.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 6n + 5}{n^2 - 5n + 5} \right)^{3n+2}.$$

5.11.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n - 7}{6n + 4} \right)^{3n+2}.$$

5.12.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

5.13.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^2 + 18n - 15}{7n^2 + 11n + 15} \right)^{n+2}.$$

15.14.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 + n - 1} \right)^{-n^2}.$$

15.15.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+2} \right)^n.$$

5.16.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + n + 1}{n^3 + 2} \right)^{2n^2}.$$

5.17.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}.$$

5.18.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n - 1}{2n + 1} \right)^{n+1}.$$

5.19.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 3}{2n^2 + 2n + 1} \right)^{3n^2 - 7}.$$

5.20.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}.$$

5.21.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{13n+3}{13n-10} \right)^{n-3}.$$

5.22.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}.$$

5.23.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

5.24.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7} \right)^{n/6+1}.$$

5.25.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}.$$

5.26.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}.$$

5.27.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 5n + 7}{2n^2 + 5n + 3} \right)^n.$$

5.28.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 4n - 1}{3n^2 + 2n + 7} \right)^{2n+5}.$$

5.29.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}.$$

5.30.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 + 3n - 1}{5n^2 + 3n + 3} \right)^{n^2}.$$

6. Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что:

6.1.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3} = -1.$$

6.2.

$$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{6x^2 - x - 1}{3x + 1} = -\frac{5}{3}.$$

6.3.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7.$$

6.4.

$$\lim_{x \rightarrow -7/2} \frac{2x^2 + 13x + 21}{2x + 7} = -\frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{3x^2 - 40x + 128}{x - 8} = 8.$$

6.5.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 + x - 1}{x - 1/3} = 5.$$

6.6.

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 + x - 1}{x + 1/2} = -5.$$

6.7.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 + x - 1}{x - 1/3} = 5.$$

6.8.

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 1/2} = -3.$$

6.9.

$$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2 - 1}{x + 1/3} = -6.$$

6.10.

$$\lim_{x \rightarrow 11} \frac{2x^2 - 21x - 11}{x - 11} = 23.$$

6.11.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x - 1/3} = 19.$$

6.12.

$$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4.$$

6.13.

$$\lim_{x \rightarrow -7} \frac{2x^2 + 15x + 7}{x + 7} = -13.$$

6.14.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - 1/3} = 8.$$

6.15.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 2.$$

6.16.

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x - 1/2} = 5.$$

6.17.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6.$$

6.18.

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x + 4} = -10.$$

6.19.

$$\lim_{x \rightarrow -7/5} \frac{10x^2 + 9x - 7}{x + 7/5} = -19.$$

6.20.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10.$$

6.21.

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5} = -8.$$

6.22.

$$\lim_{x \rightarrow 5/2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x - 5} = 1/2.$$

6.25.

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - 75x - 39}{x + 1/2} = -81.$$

6.28.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x - 5} = 26.$$

6.23.

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5.$$

6.26.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7.$$

6.29.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6.$$

6.24.

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{5x^2 - 51x + 10}{x - 10} = 49.$$

6.27.

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x + 6} = -19.$$

6.30.

$$\lim_{x \rightarrow -1/5} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x + 1/5} = -8.$$

7. Найти предел функции.

7.1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x - 36}{x^2 - x - 12}.$

7.2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2}.$

7.3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 3x + 1}.$

7.4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 - 2x + 1}.$

7.5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6}.$

7.6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^2 + 3x - 10}.$

7.7. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{2x^2 - 9x - 35}.$

7.8. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20}.$

7.9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2 + 11x - 2}{3x^2 - x - 10}.$

7.10. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 3x - 27}{x^2 - 6x - 27}.$

7.11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3}.$

7.12. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 6x - 45}{2x^2 - 3x - 35}.$

7.13. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x^2 + 15x - 8}{3x^2 + 25x + 8}.$

7.14. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x - 1}{3x^2 + x - 2}.$

7.15. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 2x - 35}{2x^2 + 11x + 5}.$

7.16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}.$

7.17. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}.$

7.18. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}.$

7.19. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6+x-x^2}{x^3-27}.$

7.20. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}.$

7.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x}.$

7.22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 5x + 6}.$

7.23. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3}.$

7.24. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2}.$

7.25. $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1}.$

7.26. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 7x - 2}{3x^2 + 8x + 4}.$

7.27. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 - x - x^2}{x^3 - 27}.$

7.28. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 2x - 40}{x^2 - 3x - 4}$.

7.29. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{4x^2 + 2x - 2}$.

7.30. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$.

8. Найти предел функции.

8.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x - 2}$.

8.2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - 1}$.

8.3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}$.

8.4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10}$.

8.5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 9x + 10}{x^3 - 8}$.

8.6. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 - 4x}$.

8.7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

8.8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 1}{x^4 - 1}$.

8.9. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}$.

8.10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 - 5x^2 + 1}{x^2 - 1}$.

8.11. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$.

8.12. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 - 20x + 12}$.

8.13. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125}$.

8.14. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^3 + 64}$.

8.15. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - 11x + 18}$.

8.16. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$.

8.17. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{8x^3 - 1}{x^2 - 1/4}$.

8.18. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}$.

8.19. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$.

8.20. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x - 14}$.

8.21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5}$.

8.22. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{x^4 - 1}$.

8.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{4x^2 - 5x}$.

8.24. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$.

8.25. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 3}{5x^2 + 3x - 3}$.

8.26. $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 2x - 24}{2x^2 + 15x + 18}$.

8.27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x}$.

8.28. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$.

8.29. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4}$.

8.30. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x - 12}{x^2 - 5x + 6}$.

9. Найти предел функции.

9.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}.$

9.4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-5x^2-3x^5}{x^5+6x+8}.$

9.7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3-2x+1}{2x^3+3x^2+2}.$

9.10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}.$

9.13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+7x+3}{5x^2-x+4}.$

9.16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-3x^2+10}{7x^3+x+1}.$

9.19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+2x+1}{x^4-x^3+2x}.$

9.22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5x-7}{3x^2+x+1}.$

9.25. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2+5x}{8-3x-9x^2}.$

9.28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2+4x-5}{4x^2-3x+2}.$

9.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-4x+2}{6x^2+5x+1}.$

9.5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}.$

9.8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+14x^2}{1+2x+7x^2}.$

9.11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-2x^2-7}{3x^4+3x+5}.$

9.14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-7x^2+3}{2+2x-x^3}.$

9.17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}.$

9.20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3+7x}{2x^3-4x+5}.$

9.23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3-2x^2+4x}{2x^3+5}.$

9.26. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}.$

9.29. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}.$

9.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+7x-2}{3x^3-x-4}.$

9.6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-6x^2+2}{x^4+4x-3}.$

9.9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4-4x^2+3}{2x^4+1}.$

9.12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3+x}{x^3-3x+2}.$

9.15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+7x^2-2}{6x^3-4x+3}.$

9.18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}.$

9.21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2}.$

9.24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5}.$

9.27. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+5x-7}{2x^2-x+10}.$

9.30. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+2x+9}{2x^2-x+4}.$

10. Найти предел функции.

10.1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^5-4x^3+3}{2x^3+x^3-7}.$

10.2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+3x+7}{3x^4-2x^2+x}.$

10.3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+2x-5}{2x^2+x+7}.$

10.4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^5 - 4x^3 + 3}{2x^2 + 3x - 7}.$

10.7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 2x^2 - 8}{8x^3 - 4x + 5}.$

10.10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^3 - 2x + 4}{2x^2 + x - 5}.$

10.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 10x - 11}{3x^4 - 2x + 5}.$

10.16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x^2 - 7x}{2x^2 + 7x - 3}.$

10.19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{1 + 2x - x^4}.$

10.22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 5x + 2}{4x^3 + 2x - 1}.$

10.25. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 3x + 5}{4x^3 - 2x^2 + 1}.$

10.28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 7}{x^4 - 2x^3 + 1}.$

10.5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 3x^2 + 7}{2x^4 + 3x^2 + 1}.$

10.8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 5}{3x^2 - 4x + 1}.$

10.11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{11x^3 + 3x}{2x^2 - 2x + 1}.$

10.14. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 + 5x^2 - 3}{2x^2 - x + 7}.$

10.17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 - 2x + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1}.$

10.20. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 7x - 4}{x^5 + 2x - 1}.$

10.23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 1}{3x^4 + 2x + 5}.$

10.26. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^6 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 4x - 5}.$

10.29. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2 + 5x + 9}{1 + 4x - x^3}.$

10.6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - x^6}{x^2 - 2x + 5}.$

10.9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 7x^2 + 4}{x^4 + 5x - 1}.$

10.12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + 5x^2 - 4x}{3x^2 + 11x - 7}.$

10.15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^2 + 3x + 1}.$

10.18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 1}{x^3 + 4x^2 - 3}.$

10.21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + x^2 - 7}{2x^2 - 5x + 3}.$

10.22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x - 4}{3x^2 - 4x + 1}.$

10.27. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 5x^2 - 3x}{3x^2 + x - 10}.$

10.30. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 5x + 1}.$

11. Найти предел функции.

11.1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}.$

11.2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}.$

11.3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$

11.4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}.$

11.5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$

11.6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x + 2}.$

$$\mathbf{11.7.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$\mathbf{11.8.} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$\mathbf{11.9.} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}.$$

$$\mathbf{11.10.} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

$$\mathbf{11.11.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}.$$

$$\mathbf{11.12.} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

$$\mathbf{11.13.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5}.$$

$$\mathbf{11.14.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}.$$

$$\mathbf{11.15.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$$

$$\mathbf{11.17.} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$\mathbf{11.18.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

$$\mathbf{11.19.} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$\mathbf{11.20.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}.$$

$$\mathbf{11.21.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$\mathbf{11.22.} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$$

$$\mathbf{11.23.} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$\mathbf{11.24.} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

$$\mathbf{11.25.} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

$$\mathbf{11.26.} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$\mathbf{11.27.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^3) - (1 + 3x)}{x + x^5}.$$

$$\mathbf{11.28.} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}.$$

$$\mathbf{11.29.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 - x - 2}.$$

$$\mathbf{11.30.} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}.$$

$$\mathbf{12.1.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}.$$

$$\mathbf{12.2.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}.$$

$$\mathbf{12.3.} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}.$$

$$\mathbf{12.4.} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}.$$

$$\mathbf{12.5.} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}.$$

$$\mathbf{12.6.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}.$$

12. Найти предел функции.

12.7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^3 + x^2}.$

12.10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{\sqrt{8+x} - 3}.$

12.13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}.$

12.16.
 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}.$

12.19.
 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}.$

12.22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}.$

12.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}}.$

12.28. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}.$

12.8. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt[3]{3x} - x}.$

12.11. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 64}.$

12.14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 + x}.$

12.17. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}.$

12.20. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}.$

12.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}.$

12.26. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}.$

12.29. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}.$

12.9. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}.$

12.12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}.$

12.15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}.$

12.18. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3}.$

12.21. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x-2} - 3}.$

12.24. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}.$

12.27. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}.$

12.30. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15}.$

13. Найти предел функции.

13.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}.$

13.4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 1}.$

13.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}.$

13.5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}.$

13.3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt[3]{x^2-16}}.$

13.6. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-9}}.$

$$13.7. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x+2}.$$

$$13.10. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x^2}-4}.$$

13.13.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{\sqrt[3]{x/9}-1/3}{\sqrt{1/3+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.16. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}.$$

13.19.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}.$$

$$13.22. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x-2}}{\sqrt{x-4}}.$$

$$13.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x}.$$

$$13.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}.$$

$$13.8. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x-2}}.$$

$$13.11. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{\sqrt[3]{x^3}+8}.$$

$$13.14. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x-2}}.$$

$$13.17. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2}-1}.$$

$$13.20. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}.$$

$$13.23. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x-2}}.$$

$$13.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2}-2}{x+x^2}.$$

$$13.9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x}-2}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.12. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x}-3}{\sqrt{3+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.15. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x}-4}{\sqrt{4+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.18. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sqrt[3]{x/4}-1/2}{\sqrt{1/2+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.21. \lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16}-1/4}{\sqrt{1/4+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[5]{x}}.$$

$$13.27. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{10-x-6\sqrt{1-x}}{2+\sqrt[3]{x}}.$$

$$13.29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.30. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x-2}}{\sqrt[3]{(\sqrt{x}-4)^2}}.$$

14. Найти предел функции.

$$14.1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}.$$

$$14.2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x}.$$

$$14.3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{-x}.$$

$$14.4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x} \right)^{-3x}.$$

$$14.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4}.$$

$$14.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{3+2x} \right)^{-x}.$$

$$14.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x+1} \right)^{4x-2}.$$

$$14.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-3x}{5-3x} \right)^x.$$

$$14.13. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+1} \right)^{2x}.$$

$$14.16. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}.$$

$$14.19. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{1+2x}.$$

$$14.22. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}.$$

$$14.25. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+4} \right)^{3x+2}.$$

$$14.28. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}.$$

$$14.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x} \right)^{2x+1}.$$

$$14.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+2}.$$

$$14.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{x-5}.$$

$$14.17. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{3x-1}.$$

$$14.20. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x} \right)^{3x+4}.$$

$$14.23. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x} \right)^{3-2x}.$$

$$14.26. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-x} \right)^{3x}.$$

$$14.29. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x} \right)^{-2x}.$$

$$14.9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{3-2x}.$$

$$14.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}.$$

$$14.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{2-3x}.$$

$$14.18. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x+5} \right)^{x+1}.$$

$$14.21. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2} \right)^{x-2}.$$

$$14.24. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-2x}{1-2x} \right)^{x+1}.$$

$$14.27. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}.$$

$$14.30. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}.$$

15. Найти предел функции.

$$15.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}. \quad 15.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \sin 3x}{x + \sin x}.$$

$$15.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \arcsin x}.$$

$$15.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}.$$

$$15.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}.$$

$$15.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{2x^2}.$$

$$15.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x}.$$

$$15.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin x}{\arcsin x}.$$

$$15.9. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\pi/2 - x) \operatorname{tg} x.$$

$$15.10. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(\pi/2 - x)^2}.$$

$$15.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}.$$

$$15.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}.$$

$$15.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x}.$$

$$15.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\sin 3x}.$$

$$15.25. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\pi - 2x}.$$

$$15.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \operatorname{tg} x}.$$

$$15.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}. \quad 15.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}.$$

$$15.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}.$$

$$15.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x - \sin x}{x^2}.$$

$$15.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}.$$

$$15.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2}.$$

$$15.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}.$$

$$15.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\operatorname{tg} 3x}.$$

$$15.23. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$15.24. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\pi - 4x}.$$

$$15.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^2}.$$

$$15.27. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \right).$$

$$15.29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{x^2 - x}.$$

$$15.30. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sin x} \right).$$

16. Доказать, что функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ при $x \rightarrow 0$ являются бесконечно малыми одного порядка малости.

$$16.1. f(x) = \sin x + \sin 5x, \varphi(x) = 2x.$$

$$16.2. f(x) = 2x/(3-x), \varphi(x) = 2x - x^2.$$

$$16.3. f(x) = 3x/(1-x), \varphi(x) = x/(4+x).$$

$$16.4. f(x) = x^2/(7+x), \varphi(x) = 3x^3 - x^2.$$

$$16.5. f(x) = 3x^2/(2+x), \varphi(x) = 7x^2.$$

$$16.6. f(x) = \sin(x^2 + 5x), \varphi(x) = x^3 - 25x.$$

$$16.7. f(x) = 2x^3, \varphi(x) = 5x^3/(4-x).$$

$$16.8. f(x) = \cos x - \cos^3 x, \varphi(x) = 6x^2.$$

$$16.9. f(x) = x^2/(5+x), \varphi(x) = 4x^2/(x-1).$$

$$16.10. f(x) = \arcsin 2x, \varphi(x) = 8x.$$

$$16.11. f(x) = \sin 8x, \varphi(x) = \arcsin 5x.$$

$$16.12. f(x) = 1 - \cos 4x, \varphi(x) = x \sin 2x.$$

$$16.13. f(x) = \sin 3x + \sin x, \varphi(x) = 10x.$$

$$16.14. f(x) = \sqrt{9-x} - 3, \varphi(x) = 2x.$$

$$16.15. f(x) = \cos 7x - \cos x, \varphi(x) = 2x^2.$$

$$16.16. f(x) = \cos 3x - \cos 5x, \varphi(x) = x^2.$$

$$16.17. f(x) = \operatorname{tg} 2x, \varphi(x) = \arcsin x.$$

$$16.18. f(x) = 1 - \cos 2x, \varphi(x) = 8x^2.$$

16.19. $f(x) = 1 - \cos x$, $\varphi(x) = 3x^2$.

16.21. $f(x) = \operatorname{arctg}^2 3x$, $\varphi(x) = 4x^2$.

16.23. $f(x) = \sin 3x - \sin x$, $\varphi(x) = 5x$.

16.25. $f(x) = \cos 3x - \cos x$, $\varphi(x) = 7x^2$.

16.27. $f(x) = x^2 - \cos 2x$, $\varphi(x) = 6x^2$.

16.29. $f(x) = \sqrt{1+x} - 1$, $\varphi(x) = 2x$.

16.20. $f(x) = 3 \sin^2 4x$, $\varphi(x) = x^2 - x^4$.

16.22. $f(x) = \operatorname{tg}(x^2 + 2x)$, $\varphi(x) = x^2 + 2x$.

16.24. $f(x) = \arcsin(x^2 - x)$, $\varphi(x) = x^3 - x$.

16.26. $f(x) = \sin 7x + \sin x$, $\varphi(x) = 4x$.

16.28. $f(x) = \sqrt{4+x} - 2$, $\varphi(x) = 3x$.

16.30. $f(x) = \sin(x^2 - 2x)$, $\varphi(x) = x^4 - 8x$.

17. Найти предел функции.

17.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x}{\operatorname{tg} 4x}$.

17.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{\sin 2x}$.

17.7. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\operatorname{tg}(x+5)}{x^2 - 25}$.

17.10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin 3x}$.

17.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{4x^2}$.

17.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\operatorname{tg} 5x}$.

17.19. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg}(x+2)}{x^2 - 4}$.

17.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\operatorname{tg} 4x}$.

17.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\sin 2x}$.

17.5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x+2)}{x^3 + 8}$.

17.8. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{\operatorname{tg}(x-4)}$.

17.11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x^3)}{2x^3}$.

17.14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$.

17.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x^3 + 27x}$.

17.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{2x}$.

17.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin 2x}$.

17.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\ln(1+2x)}$.

17.6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\operatorname{tg} 2x}$.

17.9. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^3 - 27}$.

17.12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{2x^2}$.

17.15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 2x}$.

17.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{2x^2 - 3x}$.

17.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{arctg} 2x}$.

17.24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{tg} 3x}$.

17.25.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}.$$

$$\mathbf{17.28.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$\mathbf{17.26.} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 5x + 6}.$$

$$\mathbf{17.29.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{x^3 - 5x^2}.$$

$$\mathbf{17.27.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{2x^2}.$$

$$\mathbf{17.30.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\ln(1+2x)}.$$

18. Найти предел функции.

$$\mathbf{18.1.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin(\pi(x/2+1))}.$$

$$\mathbf{18.2.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{\sqrt{8x+4}-2}.$$

$$\mathbf{18.4.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}.$$

$$\mathbf{18.5.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}.$$

$$\mathbf{18.7.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1-\cos 2x)}.$$

$$\mathbf{18.8.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin(\pi(x+1))}{\ln(1+2x)}.$$

$$\mathbf{18.10.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1+x/2))}{\ln(x+1)}.$$

$$\mathbf{18.11.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sin(\pi(x+2))}.$$

18.13.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 + \cos(x-3\pi)}.$$

18.16.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\sin 3(x+\pi)}.$$

18.14.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}.$$

18.17.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10(x+\pi)}{e^{x^2} - 1}.$$

$$\mathbf{18.19.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(x-\pi)}{(e^{3x} - 1)^2}.$$

$$\mathbf{18.20.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}.$$

18.15.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}.$$

18.18.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x+5\pi/2) \operatorname{tg} x}{\arcsin 2x^2}.$$

$$\mathbf{18.22.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x)-1}.$$

$$\mathbf{18.23.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1/2))}.$$

$$\mathbf{18.21.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{\cos(\pi(x+1)/2)}.$$

$$\mathbf{18.25.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2+1)}{2 - \sqrt{2x^2+4}}.$$

$$\mathbf{18.26.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x}-2}.$$

$$\mathbf{18.24.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{3 \operatorname{arctg} x}.$$

$$\mathbf{18.27.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}.$$

18.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4\pi x} - 1}{\sqrt[3]{8+24x-2}}.$

18.29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x+10))}.$

18.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5(x+\pi))}{e^{3x-1}}.$

19. Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 (найти $\delta(\varepsilon)$).

19.1.

$$f(x) = -4x^2 + 9, x_0 = 4.$$

19.4.

$$f(x) = -2x^2 + 7, x_0 = 6.$$

19.7.

$$f(x) = 3x^2 + 5, x_0 = 8.$$

19.10.

$$f(x) = 5x^2 + 3, x_0 = 8.$$

19.13.

$$f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 6.$$

19.16.

$$f(x) = -2x^2 - 4, x_0 = 3.$$

19.19.

$$f(x) = -4x^2 - 6, x_0 = 1.$$

19.22.

$$f(x) = -4x^2 - 8, x_0 = 2.$$

19.25.

$$f(x) = -2x^2 + 9, x_0 = 4.$$

19.28.

$$f(x) = 3x^2 + 7, x_0 = 6.$$

19.2.

$$f(x) = 2x^2 - 3, x_0 = 4.$$

19.5.

$$f(x) = -3x^2 - 5, x_0 = 2.$$

19.8.

$$f(x) = -5x^2 - 7, x_0 = 1.$$

19.11.

$$f(x) = -3x^2 - 9, x_0 = 3.$$

19.14.

$$f(x) = 2x^2 + 8, x_0 = 5.$$

19.17.

$$f(x) = 4x^2 + 6, x_0 = 7.$$

19.20.

$$f(x) = 4x^2 - 2, x_0 = 5.$$

19.23.

$$f(x) = 2x^2 - 4, x_0 = 3.$$

19.26.

$$f(x) = -3x^2 - 6, x_0 = 1.$$

19.29.

$$f(x) = -5x^2 - 8, x_0 = 2.$$

19.3.

$$f(x) = -5x^2 - 9, x_0 = 3.$$

19.6.

$$f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 5.$$

19.9.

$$f(x) = 2x^2 + 6, x_0 = 7.$$

19.12.

$$f(x) = 4x^2 + 4, x_0 = 9.$$

19.15.

$$f(x) = 5x^2 + 1, x_0 = 7.$$

19.18.

$$f(x) = 3x^2 - 2, x_0 = 5.$$

19.21.

$$f(x) = 5x^2 - 1, x_0 = 6.$$

19.24.

$$f(x) = 3x^2 - 3, x_0 = 4.$$

19.27.

$$f(x) = -2x^2 - 5, x_0 = 2.$$

19.30.

$$f(x) = -4x^2 - 7, x_0 = 1.$$

20. Исследовать функцию на непрерывность в указанных точках.

20.1. $f(x) = (x-4)/(x+3); x_1 = -3, x_2 = -2.$ **20.2.** $f(x) = 2x/(x^2 - 1); x_1 = 1, x_2 = 2.$

20.3. $f(x) = (x+5)/(x-3); x_1 = 3, x_2 = 4.$ **20.4.** $f(x) = 2^{3/(x+2)} + 1; x_1 = -2, x_2 = -1.$

20.5. $f(x) = 3^{4/(1-x)} + 1; x_1 = 1, x_2 = 2.$ **20.6.** $f(x) = 4^{3/(x-2)} + 2; x_1 = 2, x_2 = 3.$

- 20.7.** $f(x)=4x/(x+5); x_1=-5, x_2=-4.$ **20.8.** $f(x)=3^{2/(x+1)}-2; x_1=-1, x_2=0.$
- 20.9.** $f(x)=6^{2/(4-x)}; x_1=3, x_2=4.$ **20.10.** $f(x)=5^{3/(x+4)}+1; x_1=-5, x_2=-4.$
- 20.11.** $f(x)=(x+1)/(x-2); x_1=2, x_2=3.$ **20.12.** $f(x)=(x-4)/(x+2); x_1=-2, x_2=-1.$
- 20.13.** $f(x)=7^{1/(5-x)}+1; x_1=4, x_2=5.$ **20.14.** $f(x)=2^{1/(x-3)}+1; x_1=3, x_2=4.$
- 20.15.** $f(x)=(x-3)/(x+4); x_1=-5, x_2=-4.$ **20.16.** $f(x)=5^{1/(x-3)}-1; x_1=3, x_2=4.$
- 20.17.** $f(x)=(x+5)/(x-2); x_1=3, x_2=2.$ **20.18.** $f(x)=(x+7)/(x-2); x_1=2, x_2=3.$
- 20.19.** $f(x)=5^{1/(x-3)}; x_1=3, x_2=4.$ **20.20.** $f(x)=(x-5)/(x+3); x_1=-2, x_2=-3.$
- 20.21.** $f(x)=4^{2/(x-1)}; x_1=1, x_2=2.$ **20.22.** $f(x)=4^{1/(3-x)}+2; x_1=2, x_2=3.$
- 20.23.** $f(x)=2^{5/(1-x)}-1; x_1=0, x_2=1.$ **20.24.** $f(x)=9^{1/(2-x)}; x_1=0, x_2=2.$
- 20.25.** $f(x)=8^{4/(x-2)}-1; x_1=2, x_2=3.$ **20.26.** $f(x)=2^{1/(x-5)}+1; x_1=4, x_2=5.$
- 20.27.** $f(x)=5^{4/(3-x)}+1; x_1=2, x_2=3.$ **20.28.** $f(x)=5^{1/(x-4)}-2; x_1=3, x_2=4.$
- 20.29.** $f(x)=3x/(x-4); x_1=4, x_2=5.$ **20.30.** $f(x)=6^{1/(x-3)}+3; x_1=3, x_2=4.$

21. Исследовать данную функцию на непрерывность и построить ее график.

- 21.1.** $f(x)=\begin{cases} -x+2, & x \leq -2, \\ x^3, & -2 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1. \end{cases}$ **21.2.** $f(x)=\begin{cases} x^3, & x < -1, \\ x-1, & -1 \leq x \leq 3, \\ -x+5, & x > 3. \end{cases}$
- 21.3.** $f(x)=\begin{cases} 3x+4, & x \leq -1, \\ x^2-2, & -1 < x < 2, \\ x, & x \geq 2. \end{cases}$ **21.4.** $f(x)=\begin{cases} x, & x < -2, \\ -x+1, & -2 \leq x \leq 1, \\ x^2-1, & x > 1. \end{cases}$
- 21.5.** $f(x)=\begin{cases} x, & x \leq 1, \\ (x-2)^2, & 1 < x < 3, \\ -x+6, & x \geq 3. \end{cases}$ **21.6.** $f(x)=\begin{cases} x+3, & x \leq 0, \\ -x^2+4, & 0 < x < 2, \\ x-2, & x \geq 2. \end{cases}$

$$\mathbf{21.7. } f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 1, \\ x^2+2, & 1 \leq x \leq 2, \\ -2x, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.9. } f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.11. } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2, \\ -x+4, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.13. } f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1, \\ -x+3, & x > 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.15. } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2, \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.17. } f(x) = \begin{cases} -2(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^3, & -1 < x < 0, \\ x, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.19. } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.21. } f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 1, \\ 2x, & 1 < x \leq 3, \\ x+2, & x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.8. } f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ x^2-1, & -1 < x \leq 2, \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.10. } f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 1-x, & x > \pi. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.12. } f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1, \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.14. } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^3, & 0 < x \leq 2, \\ x+4, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.16. } f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x < 2, \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.18. } f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0, \\ x^2-1, & 0 \leq x < 1, \\ -x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.20. } f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ x^2+1, & 0 \leq x < 2, \\ x+1, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.22. } f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq 2, \\ x^2-2, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.23. } f(x) = \begin{cases} x-3, & x < 0, \\ x+1, & 0 \leq x \leq 4, \\ 3+x, & x > 4. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.24. } f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0, \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi, \\ 3, & x \geq \pi. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.25. } f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq 2, \\ x-2, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.26. } f(x) = \begin{cases} -x+1, & x < -1, \\ x^2+1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.27. } f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 2+x, & x > 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.28. } f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0, \\ 2^x, & 0 < x \leq 2, \\ x+3, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.29. } f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{21.30. } f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq \pi/2, \\ 0, & \pi/2 < x < \pi, \\ 2, & x \geq \pi. \end{cases}$$

4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Найти производную.

$$\mathbf{1.1. } y = \frac{7}{(x-1)^3} + \sqrt{8x-3+x^2}.$$

$$\mathbf{1.2. } y = \sqrt{(x-3)^7} + \frac{9}{7x^2-5x-8}.$$

$$\mathbf{1.3. } y = \sqrt[5]{3x^2+4x-5} + \frac{4}{(x-4)^4}.$$

$$\mathbf{1.4. } y = \sqrt[3]{(x-8)^4} + \frac{2}{1+3x-4x^2}.$$

$$\mathbf{1.5. } y = \sqrt[3]{5x^4-2x-1} + \frac{8}{(x-5)^2}.$$

$$\mathbf{1.6. } y = \frac{3}{4x-3x^2+1} - \sqrt{(x+1)^5}.$$

$$\mathbf{1.7. } y = \frac{3}{(x+2)^5} - \sqrt[7]{5x-7x^2-3}.$$

$$\mathbf{1.8. } y = \frac{3}{x-4} + \sqrt[6]{(2x^2-3x+1)^5}.$$

$$\mathbf{1.9. } y = \sqrt[4]{(x-1)^5} + \frac{4}{7x^2-3x+2}.$$

$$\mathbf{1.10. } y = \frac{4}{(x-7)^3} + \sqrt[3]{(3x^2-x+1)^4}.$$

$$\mathbf{1.11. } y = \sqrt[5]{(x-2)^6} - \frac{3}{7x^3-x^2-4}.$$

$$\mathbf{1.12. } y = \sqrt{(x-7)^7} + \frac{10}{(3x^2-5x+1)}.$$

$$\mathbf{1.13.} \quad y = \frac{3}{(x+4)^2} - \sqrt[3]{4+3x-x^4}.$$

$$\mathbf{1.15.} \quad y = \frac{2}{(x-1)^3} - \frac{8}{6x^2+3x-7}.$$

$$\mathbf{1.17.} \quad y = \frac{3}{(x-3)^4} + \sqrt{1+5x-2x^2}.$$

$$\mathbf{1.19.} \quad y = \sqrt[3]{5+4x-x^2} - \frac{5}{(x+1)^3}.$$

$$\mathbf{1.21.} \quad y = \sqrt[4]{5x^2-4x+1} - \frac{7}{(x-5)^2}.$$

$$\mathbf{1.23.} \quad y = \sqrt[5]{3-7x+x^2} + \frac{4}{(x-7)^5}.$$

$$\mathbf{1.25.} \quad y = \sqrt{(x-4)^5} + \frac{5}{(2x^2+4x-1)^2}.$$

$$\mathbf{1.27.} \quad y = \sqrt[5]{7x^2-3x+5} - \frac{5}{(x-1)^3}.$$

$$\mathbf{1.29.} \quad y = \sqrt[4]{3x^2-x+5} - \frac{3}{(x-5)^4}.$$

2. Найти производную.

$$\mathbf{2.1.} \quad y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \arcsin x^5.$$

$$\mathbf{2.3.} \quad y = e^{-\sin x} \operatorname{tg} 7x^6.$$

$$\mathbf{2.5.} \quad y = \cos^5 x \cdot \arccos 4x.$$

$$\mathbf{2.7.} \quad y = \sin^2 3x \cdot \operatorname{arcctg} 3x^5.$$

$$\mathbf{2.9.} \quad y = \operatorname{tg}^6 2x \cdot \cos 7x^2.$$

$$\mathbf{2.11.} \quad y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x} \cdot \arccos x^4.$$

$$\mathbf{2.13.} \quad y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \arccos 2x^3.$$

$$\mathbf{2.15.} \quad y = \sin^5 3x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

$$\mathbf{1.14.} \quad y = \frac{7}{(x+2)^5} - \sqrt{8-5x+2x^2}.$$

$$\mathbf{1.16.} \quad y = \sqrt[3]{(x-1)^5} + \frac{5}{2x^2-4x+7}.$$

$$\mathbf{1.18.} \quad y = \sqrt{3x^4-2x^3+x} - \frac{4}{(x+2)^3}.$$

$$\mathbf{1.20.} \quad y = \sqrt[3]{(x-7)^5} + \frac{5}{4x^2+3x-5}.$$

$$\mathbf{1.22.} \quad y = \sqrt[5]{(x+4)^6} - \frac{2}{2x^2-3x+7}.$$

$$\mathbf{1.24.} \quad y = \frac{3}{(x-4)^7} - \sqrt{5x^2-4x+3}.$$

$$\mathbf{1.26.} \quad y = \sqrt[3]{4x^2-3x-4} - \frac{2}{(x-3)^5}.$$

$$\mathbf{1.28.} \quad y = \sqrt[3]{3x^4+2x-5} + \frac{4}{(x-2)^5}.$$

$$\mathbf{1.30.} \quad y = \sqrt[3]{(x-3)^4} - \frac{3}{2x^3-3x+1}.$$

$$\mathbf{2.2.} \quad y = \cos^5 3x \cdot \operatorname{tg}(4x+1)^3.$$

$$\mathbf{2.4.} \quad y = \arcsin^3 2x \cdot \operatorname{ctg} 7x^4.$$

$$\mathbf{2.6.} \quad y = \arccos^2 4x \cdot \ln(x+3).$$

$$\mathbf{2.8.} \quad y = \operatorname{arctg}^3 4x \cdot 3^{\sin x}.$$

$$\mathbf{2.10.} \quad y = 4^{-x} \cdot \ln^5(x+2).$$

$$\mathbf{2.12.} \quad y = 5^{x^2} \cdot \arccos 2x^5.$$

$$\mathbf{2.14.} \quad y = \cos^3 4x \cdot \operatorname{arcctg} \sqrt{x}.$$

$$\mathbf{2.16.} \quad y = \operatorname{ctg}^7 x \cdot \arccos 2x^3.$$

2.17. $y = \sin^3 2x \cdot \cos 8x^5.$

2.19. $y = \operatorname{tg}^4 x \cdot \arcsin 4x^5.$

2.21. $y = \operatorname{ctg} 3x \cdot \arccos 3x^2.$

2.23. $y = \ln^5 x \cdot \arctg 7x^4.$

2.25. $y = 2^{\cos x} \cdot \operatorname{arcctg} 5x^3.$

2.27. $y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \arcsin 7x^4.$

2.29. $y = \sin^4 3x \cdot \arctg 2x^3.$

2.18. $y = e^{\cos x} \operatorname{ctg} 8x^3.$

2.20. $y = \sin^3 7x \cdot \operatorname{arcctg} 5x^2.$

2.22. $y = \cos^5 \sqrt{x} \cdot \arctgx^4.$

2.24. $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \arcsin \sqrt{x}.$

2.26. $y = \operatorname{tg} \sqrt{x} \cdot \operatorname{arcctg} 3x^5.$

2.28. $y = 2^{\operatorname{tg} x} \arctg^5 3x.$

2.30. $y = \cos^4 3x \cdot \arcsin 3x^2.$

3. Найти производную.

3.1. $y = \log_3(x+1) \cdot \arctg^5 7x.$

3.3. $y = \ln(x+9) \cdot \operatorname{arcctg}^3 2x.$

3.5. $y = \lg(x+2) \cdot \arcsin^2 3x.$

3.7. $y = 4^{-\sin x} \arctg 3x.$

3.9. $y = 2^{\cos x} \operatorname{arctg}^3 x.$

3.11. $y = \lg(x+3) \cdot \arccos^2 5x.$

3.13. $y = \log_2(x+3) \arccos^2 x.$

3.15. $y = 2^{-x} \arctg^3 4x.$

3.17. $y = \ln(x-4) \cdot \operatorname{arcctg}^4 3x.$

3.19. $y = \lg(x+3) \cdot \operatorname{arcctg}^2 5x.$

3.21. $y = \log_5(x+1) \cdot \operatorname{arctg}^2 x^3.$

3.23. $y = \operatorname{arcctg}^2 5x \cdot \ln(x-4).$

3.25. $y = \arctg^3 2x \cdot \ln(x+5).$

3.2. $y = \operatorname{tg}^4 3x \cdot \arctg 7x^2.$

3.4. $y = 5^{-x^2} \arcsin 3x^3.$

3.6. $y = \arctg^5 x \cdot \log_2(x-3).$

3.8. $y = \log_3(x+5) \cdot \arccos 3x.$

3.10. $y = e^{-x} \cdot \arcsin^2 5x.$

3.12. $y = \log_4(x+1) \cdot \arcsin^4 x.$

3.14. $y = (x-4)^5 \cdot \operatorname{arcctg} 3x^2.$

3.16. $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \arctg 2x^3.$

3.18. $y = e^{-\cos x} \arctg 7x^5.$

3.20. $y = (x+1) \arccos 3x^4.$

3.22. $y = 2^{\sin x} \arctgx^4.$

3.24. $y = 3^{-x^3} \arctg 2x^5.$

3.26. $y = 3^{\cos x} \arcsin^2 3x.$

3.27. $y = \arccos^4 x \cdot \ln(x^2 + x - 1).$

3.29. $y = \sqrt{\arccos 2x} \cdot 3^{-x}.$

3.28. $y = \ln(x+10) \cdot \arccos^2 4x.$

3.30. $y = \lg(x+2) \cdot \arcsin^5 x.$

4. Найти производную.

4.1. $y = \frac{\operatorname{ctg}^3(2x-3)}{\log_3(x+2)}.$

4.3. $y = \frac{\ln^2(x+1)}{\cos 3x^4}.$

4.5. $y = \frac{\log_3(4x-2)}{\operatorname{ctg} 2x}.$

4.7. $y = \frac{\lg(x+2)}{\sin 2x^5}.$

4.9. $y = \frac{\operatorname{ctg} \sqrt{x-2}}{\lg(3x+5)}.$

4.11. $y = \frac{\cos^2 x}{\lg(x^2 - 2x + 1)}.$

4.13. $y = \frac{\ln^3 x}{\operatorname{ctg}(x-3)}.$

4.15. $y = \frac{\log_3(x+4)}{\cos^5 x}.$

4.17. $y = \frac{\ln(5x-3)}{4\operatorname{tg} 3x^4}.$

4.19. $y = \frac{\sin^3 5x}{\ln(2x-3)}.$

4.21. $y = \frac{\operatorname{tg}^3 2x}{\lg(5x+1)}.$

4.23. $y = \frac{\ln(7x-3)}{3\operatorname{tg}^2 4x}.$

4.25. $y = \frac{\operatorname{ctg}^2 5x}{\ln(7x-2)}.$

4.2. $y = \frac{\lg^3 x}{\sin 5x^2}.$

4.4. $y = \frac{\log_2(7x-5)}{\operatorname{tg} \sqrt{x}}.$

4.6. $y = \frac{\ln^3(x-5)}{\operatorname{tg}(1/x)}.$

4.8. $y = \frac{\operatorname{tg}^3 7x}{\ln(3x+2)}.$

4.10. $y = \frac{\operatorname{tg}(3x-5)}{\ln^2(x+3)}.$

4.12. $y = \frac{\log_2(3x+7)}{\operatorname{tg} 3x}.$

4.14. $y = \frac{\operatorname{tg}^4 5x}{\ln(x+7)}.$

4.16. $y = \frac{\operatorname{tg}^4 3x}{\lg(x^2 - x + 4)}.$

4.18. $y = \frac{\log_5(3x-7)}{\operatorname{ctg} 7x^3}.$

4.20. $y = \frac{\ln(7x+2)}{5 \cos 42x}.$

4.22. $y = \frac{\cos^2 3x}{\lg(3x-4)}.$

4.24. $y = \frac{\log_3(4x+5)}{2\operatorname{ctg} \sqrt{x}}.$

4.26. $y = \frac{\lg(11x+3)}{\cos^2 5x}.$

4.27. $y = \frac{\sin^3(5x+1)}{\lg(3x-2)}.$

4.29. $y = \frac{\sin^3(4x+3)}{\ln(7x+1)}.$

4.28. $y = \frac{\operatorname{tg}^2(x-2)}{\lg(x+3)}.$

4.30. $y = \frac{\cos^4(7x-1)}{\lg(x+5)}.$

5. Найти производную.

5.1. $y = \frac{3 \arcsin(2x-7)}{(x+2)^4}.$

5.3. $y = \frac{5 \ln(5x+7)}{(x-7)^2}.$

5.5. $y = \frac{7 \log_4(2x-5)}{(x-1)^5}.$

5.7. $y = \frac{4 \lg(3x+7)}{(x+1)^7}.$

5.9. $y = \frac{6 \log_3(2x+9)}{(x+4)^2}.$

5.11. $y = \frac{7 \log_5(x^2+x)}{(x+3)^3}.$

5.13. $y = \frac{2 \ln(3x-10)}{(x+5)^7}.$

5.15. $y = \frac{2 \log_3(4x-7)}{(x+3)^4}.$

5.17. $y = \frac{\lg(x^2+2x)}{(x+8)^4}.$

5.19. $y = \frac{4 \log_2(3x-5)}{(x-2)^2}.$

5.21. $y = \frac{4 \lg(3x+7)}{(x-5)^3}.$

5.23. $y = \frac{8 \operatorname{arctg}(2x+3)}{(x+1)^3}.$

5.2. $y = \frac{3 \log_2(5x-4)}{(x-3)^5}.$

5.4. $y = \frac{\log_7(2x^2+5)}{(x-4)^2}.$

5.6. $y = \frac{8 \lg(4x+5)}{(x-1)^5}.$

5.8. $y = \frac{3 \log_4(2x+9)}{(x-7)^2}.$

5.10. $y = \frac{3 \ln(x^2+5)}{(x-7)^3}.$

5.12. $y = \frac{2 \ln(2x^2+3)}{(x-7)^4}.$

5.14. $y = \frac{7 \operatorname{arctg}(4x+1)}{(x-4)^2}.$

5.16. $y = \frac{2 \lg(4x+5)}{(x+6)^4}.$

5.18. $y = \frac{4 \log_3(3x+1)}{(x+1)^2}.$

5.20. $y = \frac{\ln(7x+2)}{(x-6)^4}.$

5.22. $y = \frac{5 \log_2(x^2+1)}{(x-3)^4}.$

5.24. $y = \frac{9 \operatorname{arctg}(x+7)}{(x-1)^2}.$

$$5.25. \quad y = \frac{6 \arcsin(x+5)}{(x-2)^5}.$$

$$5.27. \quad y = \frac{2 \operatorname{arctg}(3x+2)}{(x-3)^2}.$$

$$5.29. \quad y = \frac{\arcsin(3x+8)}{(x-7)^3}.$$

$$5.26. \quad y = \frac{7 \arccos(4x-1)}{(x+2)^4}.$$

$$5.28. \quad y = \frac{3 \operatorname{arcctg}(2x-5)}{(x+1)^4}.$$

$$5.30. \quad y = \frac{4 \arccos 3x}{(x+2)^5}.$$

6. Найти производную.

$$6.1. \quad y = \sqrt[6]{\frac{x-9}{x+9}} \operatorname{tg}(3x^2 - 4x + 1).$$

$$6.3. \quad y = \sqrt[7]{\frac{x-4}{x+4}} \operatorname{ctg}(2x+5).$$

$$6.5. \quad y = \sqrt[8]{\frac{x-2}{x+2}} \sin(4x^2 - 7x + 2).$$

$$6.7. \quad y = \sqrt[9]{\frac{x-3}{x+3}} \cos(x^2 - 3x + 2).$$

$$6.9. \quad y = \sqrt{\frac{3x-2}{3x+2}} \operatorname{tg}(2x^2 - 9).$$

$$6.11. \quad y = \sqrt{\frac{2x+3}{2x-3}} \operatorname{ctg}(3x^2 + 5).$$

$$6.13. \quad y = \sqrt[4]{\frac{x+5}{x-5}} \sin(3x^2 - x + 4).$$

$$6.15. \quad y = \sqrt[5]{\frac{x-6}{x+6}} \cos(7x+2).$$

$$6.17. \quad y = \sqrt[9]{\frac{x-7}{x+7}} \arcsin(2x+3).$$

$$6.19. \quad y = \sqrt[7]{\frac{x-8}{x+8}} \arccos(3x-5).$$

$$6.21. \quad y = \sqrt{\frac{2x+1}{2x-1}} \log_2(x - 3x^2).$$

$$6.23. \quad y = \sqrt[3]{\frac{2x-5}{2x+3}} \lg(4x+7).$$

$$6.2. \quad y = \sqrt[8]{\frac{x-4}{x+4}} \operatorname{arctg}(5x+1).$$

$$6.4. \quad y = \sqrt[9]{\frac{x-1}{x+1}} \operatorname{arcctg}(7x+2).$$

$$6.6. \quad y = \sqrt{\frac{7x-4}{7x+4}} \arcsin(1-x^2).$$

$$6.8. \quad y = \sqrt[3]{\frac{8x-3}{8x+3}} \arccos(x^2 - 5).$$

$$6.10. \quad y = \sqrt[4]{\frac{2x-5}{2x+5}} \operatorname{arctg}(3x+2).$$

$$6.12. \quad y = \sqrt[5]{\frac{3x-4}{3x+4}} \operatorname{arcctg}(2x+5).$$

$$6.14. \quad y = \sqrt[6]{\frac{x^2-1}{x^2+1}} \arcsin 2x.$$

$$6.16. \quad y = \sqrt[7]{\frac{x^2+3}{x^2-3}} \arccos 4x.$$

$$6.18. \quad y = \sqrt[4]{\frac{5x+1}{5x-1}} \ln(3x - x^2).$$

$$6.20. \quad y = \sqrt[9]{\frac{x+3}{x-3}} \log_5(2x-3).$$

$$6.22. \quad y = \sqrt[3]{\frac{6x+5}{6x-5}} \lg(4x+7).$$

$$6.24. \quad y = \sqrt[3]{\frac{4x-1}{4x+1}} \ln(2x^3 - 3).$$

6.25. $y = \sqrt[4]{\frac{x+3}{x-3}} \ln(5x^2 - 2x + 1).$

6.27. $y = \sqrt[5]{\frac{x+1}{x-1}} \log_3(x^2 + x + 4).$

6.29. $y = \sqrt[6]{\frac{7x-4}{7x+4}} \log_5(3x^2 + 2x).$

6.26. $y = \sqrt[4]{\frac{x+6}{x-6}} \sin(3x^2 + 1).$

6.28. $y = \sqrt[5]{\frac{x-7}{x+7}} \cos(2x^3 + x).$

6.30. $y = \sqrt[7]{\frac{2x-3}{2x+1}} \lg(7x-10).$

7. Найти производную.

7.1. $y = x^{e^{\operatorname{ctgx} x}}.$

7.3. $y = x^{2^x} \cdot 5x.$

7.5. $y = (\operatorname{tg} x)^{(\ln \operatorname{tg} x)/4}.$

7.7. $y = (x^8 + 1)^{\operatorname{th} x}.$

7.9. $y = (\cos 2x)^{(\ln \cos 2x)/4}.$

7.11. $(x \sin x)^8 \ln(x \sin x).$

7.13. $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}.$

7.15. $y = (x^2 - 1)^{\operatorname{sh} x}.$

7.17. $y = (\sin x)^{5x/2}.$

7.19. $y = 19^{x^{19}} x^{19}.$

7.21. $y = (\sin \sqrt{x})^{e^{1/x}}.$

7.23. $y = x^{e^{\cos x}}.$

7.25. $y = x^{e^{\sin x}}.$

7.27. $y = x^{e^{\operatorname{arctg} x}}.$

7.29. $y = x^{29^x} \cdot 29^x.$

7.2. $y = (\sin \sqrt{x})^{\ln \sin \sqrt{x}}.$

7.4. $y = (\arcsin x)^{e^x}.$

7.6. $y = x^{\arcsin x}.$

7.8. $y = x^{e^{\operatorname{tg} x}}.$

7.10. $y = (\cos 5x)^{e^x}.$

7.12. $y = (x-5)^{\operatorname{ch} x}.$

7.14. $y = x^{\sin x^3}.$

7.16. $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}.$

7.18. $y = (x^2 + 1)^{\cos x}.$

7.20. $y = x^{3^x} \cdot 2^x.$

7.22. $(\operatorname{arctg} x)^{(1/2) \ln \operatorname{arctg} x}.$

7.24. $y = (\sin x)^{5e^x}.$

7.26. $y = (\ln x)^{3^x}.$

7.28. $y = (\operatorname{ctg} 3x)^{2e^x}.$

7.30. $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}.$

8. Найти производную.

8.1. $y = (\ln(x+7))^{\operatorname{ctg} 2x}.$

8.2. $y = (\operatorname{ctg}(7x+4))^{\sqrt{x+3}}.$

8.3. $y = \left(th\sqrt{x+1} \right)^{\operatorname{arctg} 2x}.$

8.5. $y = (\cos(x+5))^{\operatorname{arcsin} 3x}.$

8.7. $y = (\sin 4x)^{\operatorname{arctg}(1/x)}.$

8.9. $y = (\operatorname{ctg} 2x^3)^{\sin \sqrt{x}}.$

8.11. $y = (\operatorname{arccos} x)^{\sqrt{\cos x}}.$

8.13. $y = (\operatorname{sh} 5x)^{\operatorname{arctg}(x+2)}.$

8.15. $y = \left(cth\sqrt{x} \right)^{\sin(x+3)}.$

8.17. $y = (\cos(x+2))^{ln x}.$

8.19. $y = (th 5x)^{\operatorname{arcsin}(x+1)}.$

8.21. $y = (\cos 5x)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}.$

8.23. $y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}.$

8.25. $y = (\operatorname{sh} 3x)^{\operatorname{arctg}(x+2)}$

8.27. $y = (\operatorname{arcsin} 5x)^{\operatorname{tg} \sqrt{x}}.$

8.29. $y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin x}.$

8.4. $y = \left(cth \frac{I}{x} \right)^{\operatorname{arcsin} 7x}.$

8.6. $y = \left(\sqrt{x+5} \right)^{\operatorname{arccos} 3x}.$

8.8. $y = \left(\operatorname{tg} 3x^4 \right)^{\sqrt{x+3}}.$

8.10. $y = \left(\operatorname{tg} 7x^5 \right)^{\sqrt{x+2}}.$

8.12. $y = (\operatorname{ctg} 7x)^{\operatorname{sh}(x+3)}.$

8.14. $y = (\operatorname{arctg} x)^{\operatorname{th}(3x+1)}.$

8.16. $y = (\operatorname{sh} 3x)^{\operatorname{arcctg} 2x}.$

8.18. $y = (cth 3x)^{\operatorname{arcsin} x}.$

8.20. $y = (\sin 3x)^{\operatorname{arccos} x}.$

8.22. $y = (\operatorname{sh}(x+2))^{\operatorname{arcsin} 2x}.$

8.24. $y = \left(\sqrt{3x+2} \right)^{\operatorname{arcctg} 3x}.$

8.26. $y = (\log_2(x+4))^{\operatorname{ctg} 7x}.$

8.28. $y = (ch 3x)^{\operatorname{ctg}(1/x)}.$

8.30. $y = (\operatorname{arccos} 5x)^{ln x}.$

9. Найти производную.

9.1. $y = \frac{\sqrt[4]{x-8}(x+2)^6}{(x-1)^5}.$

9.3. $y = \frac{\sqrt[7]{(x-2)^4}}{(x+1)^2(x-6)^5}.$

9.5. $y = \frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{(x+3)^7(x-4)^2}.$

9.2. $y = \frac{\sqrt[5]{x+1}(x-3)^7}{(x+8)^3}.$

9.4. $y = \frac{\sqrt[5]{(x+1)^2}}{(x-3)^4(x-4)^3}.$

9.6. $y = \frac{\sqrt[3]{(x-2)^4}}{(x-5)(x+1)^7}.$

$$\mathbf{9.7.} \quad y = \frac{(x+4)^3(x-2)^4}{\sqrt[3]{(x-22)^5}}.$$

$$\mathbf{9.9.} \quad y = \frac{(x-1)^4(x-7)^2}{\sqrt[3]{(x+2)^5}}.$$

$$\mathbf{9.11.} \quad y = \frac{\sqrt[3]{x-3}(x+7)^5}{(x-4)^2}.$$

$$\mathbf{9.13.} \quad y = \frac{\sqrt[5]{(x-2)^3}(x-1)}{(x+3)^4}.$$

$$\mathbf{9.15.} \quad y = \frac{\sqrt[6]{(x-1)^5}}{(x+2)^4(x-5)^7}.$$

$$\mathbf{9.17.} \quad y = \frac{\sqrt{(x+2)^3}(x-1)^4}{(x+2)^7}.$$

$$\mathbf{9.19.} \quad y = \frac{\sqrt{(x+7)^3}(x-3)^4}{(x+2)^5}.$$

$$\mathbf{9.21.} \quad y = \frac{(x-2)^3\sqrt{(x+1)^5}}{(x-4)^2}.$$

$$\mathbf{9.23.} \quad y = \frac{(x+2)^7(x-3)^3}{\sqrt{(x+1)^5}}.$$

$$\mathbf{9.25.} \quad y = \frac{(x-3)^2\sqrt{x+4}}{(x+2)^7}.$$

$$\mathbf{9.27.} \quad y = \frac{(x+1)^8(x-3)^2}{\sqrt{(x+2)^5}}.$$

$$\mathbf{9.29.} \quad y = \frac{\sqrt[5]{(x+4)^3}}{(x-1)^2(x+3)^5}.$$

$$\mathbf{9.8.} \quad y = \frac{(x-1)^6(x+2)^3}{\sqrt[5]{(x+3)^2}}.$$

$$\mathbf{9.10.} \quad y = \frac{(x+7)^2(x-3)^5}{\sqrt{x^2+3x-1}}.$$

$$\mathbf{9.12.} \quad y = \frac{\sqrt{x+10}(x-8)^3}{(x-1)^5}.$$

$$\mathbf{9.14.} \quad y = \frac{\sqrt[4]{(x+1)^3}(x-2)^5}{(x-3)^2}.$$

$$\mathbf{9.16.} \quad y = \frac{\sqrt[5]{(x+2)^3}}{(x-1)^4(x-3)^5}.$$

$$\mathbf{9.18.} \quad y = \frac{\sqrt[3]{(x-2)^5}(x+3)^2}{(x-7)^3}.$$

$$\mathbf{9.20.} \quad y = \frac{(x-3)^5(x+2)^3}{\sqrt{(x-1)^3}}.$$

$$\mathbf{9.22.} \quad y = \frac{(x+3)^5\sqrt{(x-2)^2}}{(x+1)^7}.$$

$$\mathbf{9.24.} \quad y = \frac{(x-1)^4(x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}.$$

$$\mathbf{9.26.} \quad y = \frac{(x-7)^{10}\sqrt{3x-1}}{(x+3)^5}.$$

$$\mathbf{9.28.} \quad y = \frac{(x+2)(x-7)^4}{\sqrt[3]{(x-1)^4}}.$$

$$\mathbf{9.30.} \quad y = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^7}}{(x+1)^5(x-5)^3}.$$

10. Найти производную.**10.1.**

$$y = \sqrt{x^2 + 1} - \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} + x}.$$

10.3.

$$y = \ln^3 \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x^2 - 1} \right) \operatorname{arctg} x.$$

10.5.

$$y = x \ln(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}) + \frac{1}{2} (\arcsin x - x).$$

10.7.

$$y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

10.9.

$$y = 3 \arcsin \frac{3}{x+2} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}.$$

10.11.

$$y = \sqrt{(3-x)(2+x)} + 5 \arcsin \sqrt{(x+2)/5}.$$

10.13.

$$y = x(\arcsin x)^2 + 2\sqrt{1-x^2} \arcsin x - 2x.$$

10.15.

$$y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \arcsin x.$$

10.17.

$$y = x^3 \arccos x - \frac{x^2 + 2}{3} \sqrt{1-x^2}.$$

10.19.

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x^2 + 2}}{x}.$$

10.21.

$$y = (x/4)(10-x^2) \sqrt{4-x^2} + 6 \arcsin(x/2).$$

10.2.

$$y = \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x - \ln \left(x + \sqrt{1+x^2} \right).$$

10.4.

$$y = 2 \arcsin \frac{2}{3x+4} + \sqrt{9x^2 + 24x + 12},$$

$$3x+4 > 0.$$

10.6.

$$y = x(2x^2 + 1) \sqrt{x^2 + 1} - \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right).$$

10.8.

$$y = \ln \left(x + \sqrt{1+x^2} \right) - \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}.$$

10.10.

$$y = \sqrt{1-3x-2x^2} + \frac{3}{2\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x+3}{\sqrt{17}}.$$

10.12.

$$y = \sqrt{(4+x)(1+x)} + 3 \ln \left(\sqrt{4+x} + \sqrt{1+x} \right).$$

10.14.

$$y = \ln \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{x} + \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}}.$$

10.16.

$$y = \frac{1}{12} \ln \frac{x^4 - x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2x^2 - 1}.$$

10.18.

$$y = 4 \arcsin \frac{4}{2x+3} + \sqrt{4x^3 + 12x - 7},$$

$$2x+3 > 0.$$

10.20.

$$y = 2 \arcsin \frac{2}{3x+1} + \sqrt{9x^2 + 6x - 3},$$

$$3x+1 > 0.$$

10.22.

$$y = 2 + 3x\sqrt{x-1} + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{x-1}.$$

10.23.

$$y = \arcsin \frac{1}{2x+3} + \sqrt{x^2 + 3x + 2},$$

$$2x+3 > 0.$$

10.25.

$$y = x \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

10.27.

$$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x}.$$

10.29.

$$y = x^3 \arcsin x + \frac{x^2 + 2}{3} \sqrt{1-x^2}.$$

10.24.

$$y = \frac{1}{3}(x-2)\sqrt{x+1} + \ln(\sqrt{x+1} + 1).$$

10.26.

$$y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}.$$

10.28.

$$y = x(2x^2 + 5)\sqrt{x^2 + 1} + 3 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

10.30.

$$y = 4 \ln \frac{x}{1 + \sqrt{1-4x^2}} - \frac{\sqrt{1-4x^2}}{x^2}.$$

11. Найти производную n-го порядка.

11.1. $y = \ln(3x - 5).$

11.3. $y = \ln \frac{1}{4-x}.$

11.5. $y = xe^{6x}.$

11.7. $y = \frac{1+x}{\sqrt{x}}.$

11.9. $y = \ln(5x - 1).$

11.11. $y = 1/x.$

11.13. $y = \cos x.$

11.15. $y = 1/(x+5).$

11.17. $y = \ln(3+x).$

11.19. $y = xe^{3x}.$

11.21. $y = \ln(5+x^2).$

11.23. $y = 1/(x-7).$

11.25. $y = e^{-5x}.$

11.27. $y = 1/(x-6).$

11.29. $y = 7^x.$

11.2. $y = \cos 3x.$

11.4. $y = \frac{x}{x+5}.$

11.6. $y = \sqrt{x+7}.$

11.8. $y = \frac{4}{x+3}.$

11.10. $y = \frac{1}{1+x}.$

11.12. $y = \ln x.$

11.14. $y = 2^x.$

11.16. $y = \sin x.$

11.18. $y = e^{-2x}.$

11.20. $y = \sqrt{x}.$

11.22. $y = \ln(x-3).$

11.24. $y = e^{4x}.$

11.26. $y = 5^x.$

11.28. $y = \ln(4+x).$

11.30. $y = 10^x.$

12. Найти производную указанного порядка.

12.1. $y = (x^2 + 3) \ln(x - 3), y^{IV} = ?.$

12.3. $y = (1/x) \sin 2x, y^{III} = ?.$

12.5. $y = (3x - 7)3^{-x}, y^{IV} = ?.$

12.7. $y = e^{x/2} \sin 2x, y^{IV} = ?.$

12.9. $y = x \ln(1 - 3x), y^{IV} = ?.$

12.11. $y = (5x - 8)2^{-x}, y^{IV} = ?.$

12.13. $y = e^{-x} (\cos 2x - 3 \sin 2x), y^{IV} = ?.$

12.15. $y = (3 - x^2) \ln^2 x, y^{III} = ?.$

12.17. $y = \frac{\ln(x - 1)}{\sqrt{x - 1}}, y^{III} = ?.$

12.19. $y = (4x^3 + 5)e^{2x+1}, y^V = ?.$

12.21. $y = (\ln x)/x^2, y^{IV} = ?.$

12.23. $y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x, y^{III} = ?.$

12.25. $y = (4x + 3)2^{-x}, y^V = ?.$

12.27. $y = \frac{\ln(3+x)}{3+x}, y^{III} = ?.$

12.29. $y = (x+7) \ln(x+4), y^V = ?.$

12.2. $y = \frac{\ln(2x+5)}{2x+5}, y^{III} = ?.$

12.4. $y = (\ln x)/x^5, y^{III} = ?.$

12.6. $y = (x^2 + 3x + 1)e^{3x+2}, y^V = ?.$

12.8. $y = \frac{\ln(x-2)}{x-2}, y^V = ?.$

12.10. $y = (5x - 1)\ln^2 x, y^{III} = ?.$

12.12. $y = (x^3 + 2)e^{4x+3}, y^{IV} = ?.$

12.14. $y = (2x^2 - 7) \ln(x-1), y^V = ?.$

12.16. $y = x \cos x^2, y^{III} = ?.$

12.18. $y = \frac{\log_2 x}{x^3}, y^{III} = ?.$

12.20. $y = x^2 \sin(5x - 3), y^{III} = ?.$

12.22. $y = (2x+3)\ln^2 x, y^{III} = ?.$

12.24. $y = (\ln x)/x^3, y^{IV} = ?.$

12.26. $y = e^{1-2x} \cdot \sin(2+3x), y^{IV} = ?.$

12.28. $y = (2x^3 + 1) \cos x, y^V = ?.$

12.30. $y = (1-x-x^2)e^{(x-1)/2}, y^{IV} = ?.$

13. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$.

13.1. $tgy = 4y - 5x.$

13.3. $xy - 6 = \cos y.$

13.5. $y^2 = x + \ln(y/x).$

13.7. $x^2 y^2 + x^3 = 5y.$

13.9. $\sin y = xy^2 + 5.$

13.11. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{7}.$

13.13. $\sin^2(3x + y^2) = 5.$

13.15. $y^2 = 8x.$

13.2. $y = 7x - ctgy.$

13.4. $3y = 7 + xy^3.$

13.6. $xy^2 - y^3 = 4x - 5.$

13.8. $x^4 - x^2 y^2 + y = 4.$

13.10. $x^3 + y^3 = 5x.$

13.12. $y^2 = (x-y)/(x+y).$

13.14. $ctg^2(x+y) = 5x.$

13.16. $x^2/5 + y^2/7 = 1.$

13.17. $x + \arctgy = y.$

13.19. $y^2 = 25x - 4.$

13.21. $y^2 - x = \cos y.$

13.23. $\tgy = 3x + 5y.$

13.25. $y = e^y + 4x.$

13.27. $y^2 + x^2 = \sin y.$

13.29. $4\sin^2(x+y) = x.$

13.18. $x^2 / 5 + y^2 / 3 = 1.$

13.20. $\operatorname{arcctgy} = 4x + 5y.$

13.22. $3x + \sin y = 5y.$

13.24. $xy = \operatorname{ctgy}.$

13.26. $\ln y - y / x = 7.$

13.28. $e^y = 4x - 7y.$

13.30. $\sin y = 7x + 3y.$

14. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}.$

14.1.
$$\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1}, \\ y = (t+1)/\sqrt{t^2 - 1}. \end{cases}$$

14.4.
$$\begin{cases} x = (\ln t)/t, \\ y = t \ln t. \end{cases}$$

14.7.
$$\begin{cases} x = t^4, \\ y = \ln t. \end{cases}$$

14.10.
$$\begin{cases} x = 5\cos^2 t, \\ y = 3\sin^2 t. \end{cases}$$

14.13.
$$\begin{cases} x = \operatorname{arcsint}, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

14.16.
$$\begin{cases} x = 3(\sin t - t \cos t), \\ y = 3(\cos t + t \sin t). \end{cases}$$

14.19.
$$\begin{cases} x = e^{3t}, \\ y = e^{-3t}. \end{cases}$$

14.22.
$$\begin{cases} x = \operatorname{arccost}, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

14.25.
$$\begin{cases} x = 5\sin^3 t, \\ y = 3\cos^3 t. \end{cases}$$

14.2.
$$\begin{cases} x = 2t/(1+t^3), \\ y = t^2/(1+t^2) \end{cases}$$

14.5.
$$\begin{cases} x = 4t + 2t^2, \\ y = 5t^3 - 3t^2. \end{cases}$$

14.8.
$$\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t \end{cases}$$

14.11.
$$\begin{cases} x = 5\cos t, \\ y = 4\sin t. \end{cases}$$

14.14.
$$\begin{cases} y = \operatorname{arctgt}, \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$$

14.17.
$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$$

14.20.
$$\begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$$

14.23.
$$\begin{cases} x = (\ln t)/t, \\ y = t^2 \ln t. \end{cases}$$

14.26.
$$\begin{cases} x = 1/(t+1), \\ y = (t/(t+1))^2. \end{cases}$$

14.3.
$$\begin{cases} x = te^t, \\ y = t/e^t. \end{cases}$$

14.6.
$$\begin{cases} x = \operatorname{arcsint}, \\ y = \ln t. \end{cases}$$

14.9.
$$\begin{cases} x = 2\cos^2 t, \\ y = 3\sin^2 t. \end{cases}$$

14.12.
$$\begin{cases} x = 1/(t+2), \\ y = (t/(t+2))^2. \end{cases}$$

14.15.
$$\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[5]{t}. \end{cases}$$

14.18.
$$\begin{cases} x = (2t+3)\cos t, \\ y = 3t^2. \end{cases}$$

14.21.
$$\begin{cases} x = 6\cos^3 t, \\ y = 2\sin^3 t. \end{cases}$$

14.24.
$$\begin{cases} x = e^{-2t}, \\ y = e^{4t}. \end{cases}$$

14.27.
$$\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ x = t + \ln t. \end{cases}$$

14.28. $\begin{cases} x = \sqrt[3]{(t-1)^2}, \\ y = \sqrt{t-1}. \end{cases}$

14.29. $\begin{cases} x = e^{-3t}, \\ y = e^{8t}. \end{cases}$

14.30. $\begin{cases} x = 6t^2 - 4, \\ y = 3t^5. \end{cases}$

15. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$.

15.1. $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = t/\sqrt{t-1}. \end{cases}$

15.2. $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$

15.3. $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = 1/t. \end{cases}$

15.4. $\begin{cases} x = \cos t / (1 + 2 \cos t), \\ y = \sin t / (1 + 2 \cos t). \end{cases}$

15.5. $\begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}, \\ y = \ln t. \end{cases}$

15.6. $\begin{cases} x = sh^2 t, \\ y = 1 / ch^2 t. \end{cases}$

15.7. $\begin{cases} x = sh^2 t, \\ y = th^2 t. \end{cases}$

15.8. $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = 1/t. \end{cases}$

15.9. $\begin{cases} x = 1/t, \\ y = 1/(1+t^2). \end{cases}$

15.10. $\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$

15.11. $\begin{cases} x = \sqrt{t-3}, \\ y = \ln(t-2). \end{cases}$

15.12. $\begin{cases} y = \sin t, \\ x = \sec t. \end{cases}$

15.13. $\begin{cases} y = \sin t, \\ x = \ln \cos t. \end{cases}$

15.14. $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 + \cos t. \end{cases}$

15.15. $\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t. \end{cases}$

15.16. $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$

15.17. $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \ln \sin t. \end{cases}$

15.18. $\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$

15.19. $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t. \end{cases}$

15.20. $\begin{cases} x = e^t, \\ y = \arcsin t. \end{cases}$

15.21. $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$

15.22. $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin^4 x (t/2). \end{cases}$

15.23. $\begin{cases} x = cht, \\ y = \sqrt[3]{sh^2 t}. \end{cases}$

15.24. $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = 1/\sqrt{1-t}. \end{cases}$

15.25. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = t^2/2. \end{cases}$

15.26. $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 4(2 + \cos t). \end{cases}$

15.27. $\begin{cases} x = \operatorname{tgt}, \\ y = 1/\sin 2t. \end{cases}$

15.28. $\begin{cases} x = \sin t - t \cos t, \\ y = \cos t + \sin t. \end{cases}$

15.29. $\begin{cases} x = 1/t^2, \\ y = 1/(t^2 + 1) \end{cases}$

15.30. $\begin{cases} x = \sin t + \cos t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$

16. Найти предел, используя правило Лопиталя.

16.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right).$

16.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$

$$16.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}.$$

$$16.5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}.$$

$$16.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}.$$

$$16.9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$16.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi / x}{\operatorname{ctg}(\pi x / 2)}.$$

$$16.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin mx)}{\ln(\sin x)}.$$

$$16.15. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctgx} x.$$

$$16.17. \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(3/x).$$

$$16.19. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\ln x} - x}{x - 1}.$$

$$16.21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2(\pi x / 6)}{1 - x^2}.$$

$$16.23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}.$$

$$16.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}.$$

$$16.27. \lim_{x \rightarrow a} \arcsin \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x-a).$$

$$16.29. \lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctgx}) \ln x.$$

$$16.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{4x - \sin x}.$$

$$16.6. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sec^2 x - 2 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x}.$$

$$16.8. \lim_{x \rightarrow \infty} (a^{1/x} - 1)x.$$

$$16.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}.$$

$$16.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{1/x^2} - 1}{2 \operatorname{arctgx}^2 - \pi}.$$

$$16.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

$$16.16. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin(\pi x / 2)}.$$

$$16.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ch x - 1}{1 - \cos x}.$$

$$16.20. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 / \cos^2 x - 2 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x}.$$

$$16.22. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}.$$

$$16.24. \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg}(\pi x / 2).$$

$$16.26. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}.$$

$$16.28. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin(\pi x / 2)}.$$

$$16.30. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x}.$$

17. Найти предел, используя правило Лопиталя.

17.1. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{x}{\operatorname{ctgx}} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right).$

17.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctgx}}{x^3}.$

17.5. $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}.$

17.7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{c^x - 1}.$

17.9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg}((\pi/2) \cdot x)}.$

17.11. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{x^n - a^n}.$

17.13. $\lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x).$

17.15. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctgx}.$

17.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^2 2x}.$

17.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}.$

17.21. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}.$

17.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}.$

17.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi/x}{\operatorname{ctg}(5x/2)}.$

17.27. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 2x) \operatorname{ctg} 4x.$

17.29. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 \sin b/x \right).$

17.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin x}.$

17.4. $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{tg}(x/2).$

17.6. $\lim_{x \rightarrow \pi/(2a)} \frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2}.$

17.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 2x)}.$

17.10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3}.$

17.12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}.$

17.14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}.$

17.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$

17.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - b^x}{x \sqrt[3]{1 - x^2}}.$

17.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{a\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin bx}}.$

17.22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^6}.$

17.24. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \sin(a/x).$

17.26. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right).$

17.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x-1).$

17.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})} \right).$

18. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

18.1. $y=1/\sqrt{x}, x=4,16.$

18.2. $y=x^{11}, x=1,021.$

18.3. $y=\sqrt{1+x+\sin x},$
 $x=0,01.$

18.4. $y=\sqrt{4x-3}, x=1,78.$

18.5. $y=x^{21}, x=0,998.$

18.6. $y=\sqrt[4]{2x-\sin(\pi x/2)},$
 $x=1,02.$

18.7. $y=x^5, x=2,997.$

18.8. $y=x^6, x=2,01.$

18.9. $y=1/\sqrt{2x+1},$
 $x=1,58.$

18.10. $y=x^4, x=3,998.$

18.11. $y=x^7, x=1,996.$

18.12. $y=\sqrt[3]{x^2+2x+5},$
 $x=0,97.$

18.13. $y=\sqrt[3]{3x+\cos x},$
 $x=0,01.$

18.14. $y=\sqrt{4x-1},$
 $x=2,56.$

18.15. $y=\sqrt{x^2+x+3},$
 $x=1,97.$

18.16. $y=\sqrt{x^2+5}, x=1,97.$

18.17. $y=\sqrt[3]{x}, x=8,36.$

18.18. $y=\sqrt[3]{x}, x=1,21.$

18.19. $y=\sqrt[3]{x^3+7x}, x=1,012.$

18.20. $y=x^7, x=2,002.$

18.21. $y=\sqrt[3]{x^2}, x=1,03.$

18.22. $y=\sqrt[3]{x}, x=27,54.$

18.23. $y=\sqrt{x^3}, x=0,98.$

18.24. $y=\sqrt[3]{x}, x=8,24.$

18.25. $y=\arcsin x, x=0,08.$

18.26. $y=\sqrt[5]{x^2}, x=1,03.$

18.27. $y=\sqrt[3]{x}, x=7,64.$

18.28. $y=\sqrt[3]{x}, x=26,46.$

18.29. $y=\left(x+\sqrt{5-x^2}\right)/2,$

18.30. $y=1/\sqrt{2x^2+x+1},$

$x=0,98.$

$x=1,016.$

19. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

19.1. $\log_2 1,9.$

19.2. $\operatorname{tg} 59^\circ.$

19.3. $\operatorname{arctg} \sqrt{3,2}.$

19.4. $\sin 93^\circ.$

19.5. $\operatorname{ctg} 29^\circ.$

19.6. $\lg 1,5.$

19.7. $\lg 101.$

19.8. $\sin 29^\circ.$

19.9. $\sin 31^\circ.$

19.10. $e^{0,25}.$

19.11. $\lg 0,9.$

19.12. $\sqrt{15}.$

19.13. $\operatorname{arctg} 0,95.$

19.14. $e^{0,2}.$

19.15. $\arcsin 0,6.$

19.16. $\arcsin 0,54.$

19.17. $\cos 59^\circ.$

19.18. $\lg 11.$

19.19. $\ln \operatorname{tg} 46^\circ.$

19.20. $\operatorname{arctg} \sqrt{1,02}.$

19.21. $e^{2,01}.$

19.22. $\operatorname{arctg} 1,01$

19.23. $\ln(e^2 + 0,2).$

19.24. $\operatorname{arctg} \sqrt{0,97}.$

19.25. $\ln \operatorname{tg} 47^\circ 15'.$

19.26. $\lg 9,5.$

19.27. $\operatorname{arctg} 1,03.$

19.28. $2^{2,1}.$

19.29. $4^{1,2}.$

19.30. $\operatorname{arctg} \sqrt{3,1}.$

20. Провести полное исследование функции и построить ее график.**20.1.**

$$y=16x^2(x-1)^2.$$

20.4.

$$y=2-12x^2-8x^3.$$

20.7.

$$y=2x^3+9x^2+12x.$$

20.10.

$$y=(2x-1)^2(2x-3)^2.$$

20.13.

$$y=x(12-x^2)/8.$$

20.16.

$$y=x^3+x^2-2.$$

20.19.

$$y=-(x^2-4)^2/16.$$

20.22.

$$y=(6x^2-x^3-16)/8.$$

20.25.

$$y=16x^3-12x^2-4.$$

20.28.

$$y=-(x+1)^2(x-3)^2/16.$$

20.2.

$$y=x^2(x-2)^2.$$

20.5.

$$y=2-3x^2-x^3.$$

20.8.

$$y=2x^3-3x^2-4.$$

20.11.

$$y=(x-1)^2(x-3)^2.$$

20.14.

$$y=6x-8x^3.$$

20.17.

$$y=3x-x^3.$$

20.20.

$$y=(x^3-9x^2)/4+6x-9.$$

20.23.

$$y=(x+1)^2(x-1)^2.$$

20.26.

$$y=3x^2-2-x^3.$$

20.29.

$$y=x^3+3x^2.$$

20.3.

$$y=2x^3+3x^2-5.$$

20.6.

$$y=(2x+1)^2(2x-1)^2.$$

20.9.

$$y=12x^2-8x^3-2.$$

20.12.

$$y=x^3-x^2.$$

20.15.

$$y=x^2(x-4)^2/16.$$

20.18.

$$y=(16-6x^2-x^3)/8.$$

20.21.

$$y=16x^3-36x^2+24x-9.$$

20.24.

$$y=-(x-2)^2(x-6)^2/16.$$

20.27.

$$y=(11+9x-3x^2-x^3)/8.$$

20.30.

$$y=16x^3+2x^2-5.$$

21. Провести полное исследование функции и построить её график.**21.1.**

$$y=(1+1/x)^2.$$

21.4.

$$y=(9+6x-3x^2)/(x^2-2x+13)$$

21.7.

$$y=((x-1)/(x+1))^2.$$

21.10.

$$y=4x/(x+1)^2.$$

21.2.

$$y=4/(3+2x-x^2).$$

21.5.

$$y=1/(x^4-1).$$

21.8.

$$y=(x^3-32)/x^2.$$

21.11.

$$y=(3x-2)/x^3.$$

21.3.

$$y=(x^2+2x-7)/(x^2+2x-3)$$

21.6.

$$y=-(x/(x+2))^2.$$

21.9.

$$y=4(x+1)^2/(x^2+2x+4).$$

21.12.

$$y=(x^2-6x+9)/(x-1)^2.$$

21.13. $y = \frac{1-2x^3}{x^2}.$

21.16. $y = \frac{12-3x^2}{x^2+12}.$

21.19. $y = -\frac{8x}{x^2+4}.$

21.22. $y = \frac{3x^4+1}{x^3}.$

21.25. $y = 8(x-1)/(x+1)^2.$

21.28. $y = 4/(x^2+2x-3).$

21.14. $(x^3-27x+54)/x^3.$ **21.15.** $y = \frac{x^3-4}{x^2}.$

21.17. $y = \frac{x^2-x+1}{(x-1)}.$ **21.18.** $y = 2/(x^2+2x).$

21.20. $y = 4x^2/(3+x^2).$ **21.21.** $y = 12x/(9+x^2).$

21.23. $y = \frac{x^2-3x+3}{(x-1)}.$ **21.24.** $y = \frac{4-x^3}{x^2}.$

21.26. $y = \frac{x^2-4x+1}{(x-4)}.$ **21.27.** $y = \frac{2x^3+1}{x^2}.$

21.29. $y = (x-1)^2/x^2.$ **21.30.** $y = x^2/(x-1)^2.$

22. Провести полное исследование функции и построить её график.

22.1.

$$y = \frac{2x^2-6}{(x-2)}.$$

22.4.

$$y = \frac{(x^3-5x)}{(5-3x^2)}.$$

22.7.

$$y = \frac{(2-x^2)}{\sqrt{9x^2-4}}.$$

22.10.

$$y = \frac{(3x^2-7)}{(2x+1)}.$$

22.13.

$$y = \frac{(2x^2-9)}{\sqrt{x^2-1}}.$$

22.16.

$$y = \frac{(x^2+2x-1)}{(2x+1)}.$$

22.19.

$$y = \frac{(x^2+6x+9)}{(x+4)}.$$

22.22.

$$y = \frac{(x^2-2x+2)}{(x+3)}.$$

22.25.

$$y = \frac{(3x^2-10)}{(3-2x)}.$$

22.2.

$$y = \frac{(x^2-6x+4)}{(3x-2)}.$$

$$y = \frac{(x^3-2x^2-3x+2)}{(1-x^2)}.$$

22.5.

$$y = \frac{(4x^3-3x)}{(4x^2-1)}.$$

$$y = \frac{(x^3+x^2-3x-1)}{(2x^2-2)}.$$

22.8.

$$y = \frac{(x^2+16)}{\sqrt{9x^2-8}}.$$

22.11.

$$y = \frac{(2x^2-1)}{\sqrt{x^2-2}}.$$

22.14.

$$y = \frac{(x^2-11)}{(4x-3)}.$$

22.17.

$$y = \frac{(x^2+1)}{\sqrt{4x^2-3}}.$$

22.20.

$$y = \frac{(4x^2+9)}{(4x+8)}.$$

22.23.

$$y = \frac{(x^2-3)}{\sqrt{3x^2-2}}.$$

22.26.

$$y = \frac{(17-x^2)}{(4x-5)}.$$

22.3.

$$y = \frac{(3x^2-10)}{\sqrt{4x^2-1}}.$$

22.6.

$$y = \frac{(2x^3+2x^2-9x-3)}{(2x^2-3)}.$$

22.9.

$$y = \frac{(-x^2-4x+13)}{(4x+3)}.$$

22.12.

$$y = \frac{(9-10x^2)}{\sqrt{4x^2-1}}.$$

22.15.

$$y = \frac{(21-x^2)}{(7x+9)}.$$

22.21.

$$y = \frac{(2x^3-3x^2-2x+1)}{(1-3x^2)}.$$

22.24.

$$y = \frac{(2x^3+2x^2-3x-1)}{(2-4x^2)}.$$

22.28.

$$y = \frac{-8-x^2}{\sqrt{x^2-4}}.$$

22.29.

$$y = \frac{(x^3-4x)}{(3x^2-4)}.$$

22.30.

$$y = \frac{(x^3+3x^2-2x-2)}{(2-3x^2)}.$$

23. Провести полное исследование функции и построить её график.

23.1. $y = x^2 e^{1/x}.$

23.2. $y = x + \ln(x^2 - 4).$

23.3. $y = x^2 / (x+2)^2.$

23.4. $y = (x+2)e^{1-x}.$

23.5. $y = x \ln^2 x.$

23.6. $y = \frac{\ln x}{x}.$

23.7. $y = \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^2.$

23.8. $y = x^2 e^{-x^2/2}.$

23.9. $y = \frac{x^3}{9-x^3}.$

23.10. $y = (x+1)e^{2x}.$

23.11. $y = \frac{2+x}{(x+1)^2}.$

23.12. $y = 4x / (4+x^2).$

23.13. $y = x^4 / (x^3 - 1).$

23.14. $y = x e^x.$

23.15. $y = \ln(x^2 - 2x + 6).$

23.16. $y = \ln(1 - 1/x^2).$

23.17. $y = e^{2x-x^2}.$

23.18. $y = x^3 e^{x+1}.$

23.19. $y = x - \ln(1 + x^2).$

23.20. $y = \frac{2(x+1)^2}{x-2}.$

23.21. $y = 1 - \ln^3 x.$

23.22. $y = (x-1)e^{4x+2}$

23.23. $y = \left(4e^{x^2} - 1 \right) / e^{x^2}.$

23.24. $y = \frac{2x^2 + 2 + 4x}{2-x}.$

23.25. $y = -x \ln^2 x.$

23.26. $y = x e^{1/x}.$

23.27. $y = x^2 - 2 \ln x.$

23.28. $y = e^{1/(2-x)}.$

23.29. $y = \frac{(1-x)^3}{(x-2)^2}.$

23.30. $y = \ln(4 - x^2).$

24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

24.1. $y = x \ln x, [1/e^2; 1].$

24.2. $y = (x+2)e^{1-x}, [-2; 2].$

24.3. $y = x^3 e^{x+1} + 1, [-4; 0].$

24.4. $y = \ln(x^2 - 2x + 4), [-1; 3/2].$

24.5. $y = x^2 - 2x + 2 / (x-1), [-1; 3].$

24.6. $y = x^3 / (x^2 - x + 1), [-1; 1].$

24.7. $y = (x+1)\sqrt[3]{x^2}, [-4/5; 3].$

24.8. $y = ((x+1)/x)^3, [1; 2].$

24.9. $y = e^{6x-x^2}, [-3; 3].$

24.10. $y = \sqrt{x-x^3}, [-2; 2].$

24.11. $y = (\ln x)/x, [1; 4].$

24.12. $y = 4 - e^{-x^2}, [0; 1].$

24.13. $y = 3x^4 - 16x^3 + 2, [-3; 1].$

24.14. $y = (x^3 + 4)/x^2, [1; 2].$

24.15. $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, [-1; 2].$

24.16. $y = x e^x, [-2, 0].$

24.17. $y = (3-x)e^{-x}, [0;5].$

24.19. $y = \sqrt{3}/2 + \cos x, [0;\pi/2].$

24.21. $y = 108x - 4x^4, [-1;4].$

24.23. $y = x^4/4 - 6x^3 + 7, [16;20].$

24.25. $y = \ln(x^2 - 2x + 2), [0;3].$

24.27. $y = 3x/(x^2 + 1), [0;5].$

24.29. $y = (2x-1)/(x-1)^2, [-1/2;0].$

24.18. $y = (x-2)e^x, [-2;1].$

24.20. $y = (x-1)e^{-x}, [0;3].$

24.22. $y = x/(9-x^2), [-2;2].$

24.24. $y = (1+\ln x)/x, [1/e;e].$

24.26. $y = e^{4x-x^2}, [1;3].$

24.28. $y = (x^5 - 8)/x^4, [-3;-1].$

24.30. $y = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}, [-1;2].$

5. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.

1. Найти неопределенный интеграл.

1.1. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2 - 2x^5 + 3}}{x} dx.$

1.3. $\int \frac{\sqrt{x^3 - 3x^4 + 2}}{x} dx.$

1.5. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx.$

1.7. $\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx.$

1.9. $\int \frac{\sqrt{x} - 2x^3 + 6}{x} dx.$

1.11. $\int \left(\sqrt{x} - \frac{3x^2}{\sqrt{x^3}} + 2 \right) dx.$

1.13. $\int \left(\sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^5} + 2 \right) dx.$

1.15. $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} - \frac{2}{x^3} + 1 \right) dx.$

1.2. $\int \left(x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} - 3 \right) dx.$

1.4. $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx.$

1.6. $\int \left(2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x} \right) dx.$

1.8. $\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3} dx.$

1.10. $\int \left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4 \right) dx.$

1.12. $\int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx.$

1.14. $\int \frac{\sqrt[7]{x^6} - 2x^2 + 3}{x} dx.$

1.16. $\int \left(\frac{2x^2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 6 \right) dx.$

1.17. $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{7}{x^3} + 5 \right) dx.$

1.19. $\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx.$

1.21. $\int \frac{2\sqrt{x} - x^2 + 3}{\sqrt[3]{x}} dx.$

1.23. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} dx.$

1.25. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx.$

1.27. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{x^2} dx.$

1.29. $\int \left(x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) dx.$

1.18. $\int \left(\frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2 \right) dx.$

1.20. $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx.$

1.22. $\int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx.$

1.24. $\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2x + 5}{x^2} dx.$

1.26. $\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2\sqrt[4]{x}}{x} + 3 \right) dx.$

1.28. $\int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx.$

1.30. $\int \frac{\sqrt[6]{x^5} - 5x^2 + 3}{x} dx.$

2. Найти неопределенный интеграл.

2.1. $\int \sqrt[5]{3 - 2x} dx.$

2.2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2 - 5x}}.$

2.3. $\int \sqrt[3]{1 + 3x} dx.$

2.4. $\int \sqrt[4]{1 + 3x} dx.$

2.5. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{3 + x}}.$

2.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{(3 - x)^5}}.$

2.7. $\int \sqrt[3]{5 - 2x} dx.$

2.8. $\int \frac{dx}{(2 + x)^3}.$

2.9. $\int \sqrt[5]{(6 - 5x)^2} dx.$

2.10. $\int \sqrt{5 - 4x} dx.$

2.11. $\int \sqrt[3]{4 - 2x} dx.$

2.12. $\int \sqrt[4]{2 - 5x} dx.$

2.13. $\int \sqrt[5]{3 + 2x} dx.$

2.14. $\int \sqrt{3 - 4x} dx.$

2.15. $\int \sqrt[3]{(2 - x)^2} dx.$

2.16. $\int \sqrt[4]{(3 + 5x)^3} dx.$

2.17. $\int \sqrt[3]{1+x} dx.$

2.19. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}}.$

2.21. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2+x}}.$

2.23. $\int (1+4x)^5 dx.$

2.25. $\int \sqrt{1+3x} dx.$

2.27. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}.$

2.29. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}.$

2.18. $\int \sqrt{3+x} dx.$

2.20. $\int \sqrt[3]{(1+x)^2} dx.$

2.22. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x)^3}}.$

2.24. $\int (1-4x)^7 dx.$

2.26. $\int (1-3x)^4 dx.$

2.28. $\int \sqrt{5-4x} dx.$

2.30. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}}.$

3. Найти неопределенный интеграл.

3.1. $\int \frac{x dx}{2x^2 - 7}.$

3.4. $\int \frac{5x dx}{\sqrt{7x^2 - 1}}.$

3.7. $\int \frac{x dx}{3x^2 - 2}.$

3.10. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5 - 3x^2}}.$

3.13. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{8x^2 - 9}}.$

3.16. $\int \frac{\sqrt{3}x dx}{\sqrt{3x^2 - 2}}.$

3.19. $\int \frac{x dx}{2x^2 - 7}.$

3.22. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{2x^2 + 5}}.$

3.2. $\int \frac{9x dx}{\sqrt{1 - 9x^2}}.$

3.5. $\int \frac{3x dx}{\sqrt{9x^2 + 5}}.$

3.8. $\int \frac{7x dx}{7x^2 + 1}.$

3.11. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{5 - 4x^2}}.$

3.14. $\int \frac{4x dx}{\sqrt{3 - 4x^2}}.$

3.17. $\int \frac{x dx}{\sqrt{9 - 8x^2}}.$

3.20. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{7 - 2x^2}}.$

3.23. $\int \frac{2x dx}{3x^2 - 7}.$

3.3. $\int \frac{5x dx}{5x^2 - 3}.$

3.6. $\int \frac{3x dx}{9x^2 + 2}.$

3.9. $\int \frac{2x dx}{5x^2 - 3}.$

3.12. $\int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}.$

3.15. $\int \frac{4x dx}{4x^2 + 3}.$

3.18. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{3x^2 - 2}}.$

3.21. $\int \frac{x dx}{3x^2 + 8}.$

3.24. $\int \frac{x dx}{\sqrt{7 - 3x^2}}.$

$$3.25. \int \frac{5x dx}{\sqrt{3-5x^2}}.$$

$$3.28. \int \frac{x dx}{3x^2 - 6}.$$

$$3.26. \int \frac{x dx}{2x^2 + 9}.$$

$$3.29. \int \frac{5x dx}{\sqrt{5x^2 + 8}}.$$

$$3.27. \int \frac{x dx}{\sqrt{3x^2 + 8}}.$$

$$3.30. \int \frac{x dx}{5x^2 + 1}.$$

4. Найти неопределенный интеграл.

$$4.1. \int \frac{\sqrt[5]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.3. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+3)}}{x+3} dx.$$

$$4.5. \int \frac{\sqrt{\ln^5(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.7. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt[5]{\ln(x+1)}}.$$

$$4.9. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+6)}}{x+6} dx.$$

$$4.11. \int \frac{\sqrt[7]{\ln^7(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.13. \int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt[3]{\ln^2(2x+1)}}.$$

$$4.15. \int \frac{\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}{1-x} dx.$$

$$4.17. \int \frac{\ln^5(x-7)}{x-7} dx.$$

$$4.19. \int \frac{\ln^3(1-x)}{x-1} dx.$$

$$4.21. \int \frac{\sqrt{\ln(2x-1)}}{2x-1} dx.$$

$$4.23. \int \frac{\ln^5(x-8)}{x-8} dx.$$

$$4.2. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt[3]{\ln(x+1)}}.$$

$$4.4. \int \frac{\sqrt[7]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.6. \int \frac{dx}{(x+3)\sqrt[3]{\ln^4(x+3)}}.$$

$$4.8. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.10. \int \frac{dx}{(x+2)\sqrt{\ln(x+2)}}.$$

$$4.12. \int \frac{\ln^6(x+9)}{x+9} dx.$$

$$4.14. \int \frac{\ln^3(x-5)}{x-5} dx.$$

$$4.16. \int \frac{dx}{(1-x)\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}.$$

$$4.18. \int \frac{dx}{(1-x)\sqrt{\ln^3(1-x)}}.$$

$$4.20. \int \frac{\sqrt[3]{\ln^4(x-5)}}{x-5} dx.$$

$$4.22. \int \frac{\sqrt[3]{\ln(3x+1)}}{3x+1} dx.$$

$$4.24. \int \frac{dx}{(x+1)\ln^2(x+1)}.$$

$$4.25. \int \frac{\ln^4(3x+1)}{3x+1} dx.$$

$$4.27. \int \frac{dx}{(x-3)\ln^4(x-3)}.$$

$$4.29. \int \frac{\ln(3x+5)}{3x+5} dx.$$

$$4.26. \int \frac{dx}{(x-4)\ln^5(x-4)}.$$

$$4.28. \int \frac{dx}{(x+5)\ln^3(x+5)}.$$

$$4.30. \int \frac{\sqrt[3]{\ln(x+4)}}{x+4} dx.$$

5. Найти неопределенный интеграл.

$$5.1. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^4 x}.$$

$$5.3. \int \frac{\arcsin^5 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$5.5. \int \frac{\operatorname{arcctg}^4 5x}{1+25x^2} dx.$$

$$5.7. \int \frac{\arcsin^4 x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$5.9. \int \frac{\arccos 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx.$$

$$5.11. \int \frac{\arccos^2 7x}{\sqrt{1-49x^2}} dx.$$

$$5.13. \int \frac{\arcsin^6 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

$$5.15. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx.$$

$$5.17. \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^5 x}.$$

$$5.19. \int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$5.2. \int \frac{\arccos^7 x dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$5.4. \int \frac{\operatorname{arcctg}^7 3x}{1+9x^2} dx.$$

$$5.6. \int \frac{\arccos^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$5.8. \int \frac{dx}{\sqrt{1-25x^2} \arcsin 5x}.$$

$$5.10. \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arcctg}^7 x}.$$

$$5.12. \int \frac{\arcsin^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$5.14. \int \frac{\operatorname{arcctg}^4 8x}{1+64x^2} dx.$$

$$5.16. \int \frac{dx}{(1+x^2) \sqrt{\operatorname{arctgx}}}.$$

$$5.18. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arcctg}^3 x}}{1+x^2} dx.$$

$$5.20. \int \frac{\sqrt{\arccos 2x}}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$5.21. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^6 3x}}{1+9x^2} dx.$$

$$5.23. \int \frac{\operatorname{arcsin}^2 5x}{\sqrt{1-25x^2}} dx.$$

$$5.25. \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^3 x}.$$

$$5.27. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arccos}^2 x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$5.29. \int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{arctg}^3 x}}{1+x^2} dx.$$

$$5.22. \int \frac{\operatorname{arctg}^3 2x}{1+4x^2} dx.$$

$$5.24. \int \frac{\operatorname{arccos}^2 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

$$5.26. \int \frac{\operatorname{arcctg}^8 3x}{1+9x^2} dx.$$

$$5.28. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^2 x}}{1+x^2} dx.$$

$$5.30. \int \frac{\operatorname{arccos}^3 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

6. Найти неопределенный интеграл.

$$6.1. \int \frac{2x-1}{\sqrt{5-3x^2}} dx.$$

$$6.4. \int \frac{3x-3}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$6.10. \int \frac{x+4}{7x^2+3} dx.$$

$$6.13. \int \frac{x-5}{\sqrt{4-9x^2}} dx.$$

$$6.16. \int \frac{1-2x}{5x^2-1} dx.$$

$$6.19. \int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+4}} dx.$$

$$6.25. \int \frac{2x-5}{\sqrt{7x^2+3}} dx.$$

$$6.28. \int \frac{3x-2}{3x^2+1} dx.$$

$$6.2. \int \frac{2x+3}{1-3x^2} dx.$$

$$6.5. \int \frac{x-3}{4x^2+1} dx.$$

$$6.11. \int \frac{2x+5}{\sqrt{5x^2+1}} dx.$$

$$6.14. \int \frac{2x-4}{x^2+16} dx.$$

$$6.17. \int \frac{x-1}{5-2x^2} dx.$$

$$6.20. \int \frac{2x+3}{5x^2+2} dx.$$

$$6.26. \int \frac{5x-2}{x^2+9} dx.$$

$$6.29. \int \frac{1-2x}{\sqrt{3x^2+2}} dx.$$

$$6.3. \int \frac{2x-3}{\sqrt{4-x^2}} dx.$$

$$6.6. \int \frac{3x+4}{5-2x^2} dx.$$

$$6.12. \int \frac{x-5}{8-4x^2} dx.$$

$$6.15. \int \frac{3x+2}{\sqrt{2x^2-1}} dx.$$

$$6.18. \int \frac{x-1}{7x^2+4} dx.$$

$$6.21. \int \frac{2x+1}{5x^2+1} dx.$$

$$6.27. \int \frac{x+5}{3x^2+1} dx.$$

$$6.30. \int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+9}} dx.$$

7. Найти неопределенный интеграл.

7.1. $\int x^2 e^{3x} dx.$

7.2. $\int x \sin(x+4) dx.$

7.3. $\int x \operatorname{arctg} x dx.$

7.4. $\int x \cos(x-2) dx.$

7.5. $\int (x+3) e^{-x} dx.$

7.6. $\int x \cos(x+4) dx.$

7.7. $\int x e^{x+2} dx.$

7.8. $\int (x^2 - 3) e^x dx.$

7.9. $\int x \cos(x+3) dx.$

7.10. $\int \arcsin 2x dx.$

7.11. $\int x \cos(x+7) dx.$

7.12. $\int x e^{-7x} dx.$

7.13. $\int x \cos(x-4) dx.$

7.14. $\int x e^{x+3} dx.$

7.15. $\int x \sin(x+7) dx.$

7.16. $\int x \cos(x+9) dx.$

7.17. $\int \operatorname{arctg} 2x dx.$

7.18. $\int \ln(x-5) dx.$

7.19. $\int \arccos x dx.$

7.20. $\int (x+1) e^{-4x} dx.$

7.21. $\int x^2 e^{-x} dx.$

7.22. $\int x e^{-4x} dx.$

7.23. $\int \operatorname{arctg} 3x dx.$

7.24. $\int x^2 e^{-2x} dx.$

7.25. $\int x e^{-5x} dx.$

7.26. $\int \operatorname{arctg} 4x dx.$

7.27. $\int x \cos 8x dx.$

7.28. $\int x \cos(2-x) dx.$

7.29. $\int (x+1) e^{-x} dx.$

7.30. $\int \arcsin 5x dx.$

8. Найти неопределенный интеграл.

8.1. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{5} dx.$

8.2. $\int x \sin(x-5) dx.$

8.3. $\int \ln(x+12) dx.$

8.4. $\int \arcsin \frac{x}{5} dx.$

8.5. $\int x e^{-6x} dx.$

8.6. $\int \ln(2x-1) dx.$

8.7. $\int \ln(2x+3) dx.$

8.8. $\int \arcsin 5x dx.$

8.9. $\int \arccos \frac{x}{5} dx.$

8.10. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx.$

8.11. $\int x \cos(x+6) dx.$

8.12. $\int \arcsin \frac{x}{7} dx.$

8.13. $\int x \operatorname{arctg} 6x dx.$

8.14. $\int \ln(x+8) dx.$

8.15. $\int \arccos \frac{x}{3} dx.$

8.16. $\int x \cos 6x \, dx.$

8.19. $\int \arccos 2x \, dx.$

8.22. $\int x \sin(x-2) \, dx.$

8.25. $\int x \sin(x+3) \, dx.$

8.28. $\int \arccos 7x \, dx.$

8.17. $\int x \cos(x-7) \, dx.$

8.20. $\int (x-4)e^x \, dx.$

8.23. $\int \operatorname{arctg} 7x \, dx.$

8.26. $\int \ln(x-7) \, dx.$

8.29. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{2} \, dx.$

8.18. $\int \operatorname{arctg} 2x \, dx.$

8.21. $\int \arcsin 3x \, dx.$

8.24. $\int \operatorname{arctg} 8x \, dx.$

8.27. $\int \arcsin 8x \, dx.$

8.30. $\int x \cos(x+4) \, dx.$

9. Найти неопределенный интеграл.

9.1.

$\int (5x+6) \cos 2x \, dx.$

9.4.

$\int (x\sqrt{2}-3) \cos 2x \, dx.$

9.7.

$\int (2x-5) \cos 4x \, dx.$

9.10.

$\int (x+5) \sin 3x \, dx.$

9.13.

$\int (3+4x) \sin 5x \, dx.$

9.16.

$\int x \sin^2 x \, dx.$

9.19.

$\int \operatorname{arctg} \sqrt{4x-1} \, dx.$

9.2.

$\int \ln(4x^2 + 1) \, dx.$

9.5.

$\int \operatorname{arctg} \sqrt{6x-1} \, dx.$

9.8.

$\int e^{-3x} (2-9x) \, dx.$

9.11.

$\int \operatorname{arctg} \sqrt{3x-1} \, dx.$

9.14.

$\int (\sqrt{2}-x) \sin 3x \, dx.$

9.17.

$\int \frac{x}{\sin^2 x} \, dx.$

9.20.

$\int (2-4x) \sin 2x \, dx.$

9.3.

$\int (3x-2) \cos 5x \, dx.$

9.6.

$\int (4x+7) \cos 3x \, dx.$

9.9.

$\int (8-3x) \cos 5x \, dx.$

9.12.

$\int (2-3x) \sin 2x \, dx.$

9.15.

$\int e^{-3x} (4-3x) \, dx.$

9.18.

$\int (3x+4) e^{3x} \, dx.$

9.21.

$\int (4-16x) \sin 4x \, dx.$

9.22.

$$\int (4x-2)\cos 2x \, dx.$$

9.25.

$$\int e^{3x}(5x-2)dx.$$

9.28.

$$\int \ln(x^2 + 4)dx.$$

9.23.

$$\int e^{-2x}(4x-3)dx.$$

9.26.

$$\int \arctg \sqrt{2x-1} \, dx.$$

9.29.

$$\int \arctg \sqrt{5x-1} \, dx.$$

9.24.

$$\int e^{2x}(1-6x)dx.$$

9.27.

$$\int (7x-10)\sin 4x \, dx.$$

9.30.

$$\int \frac{x}{\cos^2 x} \, dx.$$

10. Найти неопределенный интеграл.

$$10.1. \int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} dx.$$

$$10.3. \int \frac{-x^5 + 9x^3 + 4}{x^2 + 3x} dx.$$

$$10.5. \int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx.$$

$$10.7. \int \frac{2x^4 - 5x^2 - 8x - 8}{x(x-2)(x+2)} dx.$$

$$10.9. \int \frac{3x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2}{x(x-1)(x+2)} dx.$$

$$10.11. \int \frac{x^5 - x^4 - 6x^3 + 13x + 6}{x(x-3)(x+2)} dx.$$

$$10.13. \int \frac{2x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x - 9}{x(x-1)(x+3)} dx.$$

$$10.15. \int \frac{2x^3 - 40x - 8}{x(x-2)(x+4)} dx.$$

$$10.17. \int \frac{3x^3 + 1}{x^2 - 1} dx.$$

$$10.19. \int \frac{2x^3 - 1}{x^2 - x - 2} dx.$$

$$10.2. \int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx.$$

$$10.4. \int \frac{3x^5 - 12x^3 - 7}{x^2 + 2x} dx.$$

$$10.6. \int \frac{-x^5 + 25x^3 + 1}{x^2 + 5x} dx.$$

$$10.8. \int \frac{x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x + 9}{x(x-1)(x+3)} dx.$$

$$10.10. \int \frac{4x^4 + 2x^2 - x - 3}{x(x-1)(x+1)} dx.$$

$$10.12. \int \frac{2x^4 + 2x^3 - 41x^2 + 20}{x(x-4)(x+5)} dx.$$

$$10.14. \int \frac{3x^3 - x^2 + 12x - 2}{x(x-2)(x+1)} dx.$$

$$10.16. \int \frac{2x^3 - x^2 - 7x - 12}{x(x-3)(x+1)} dx.$$

$$10.18. \int \frac{x^3 - 17}{x^2 - 4x + 3} dx.$$

$$10.20. \int \frac{2x^3 - 1}{x^2 + x - 6} dx.$$

10.21. $\int \frac{3x^3 + 25}{x^2 + 3x + 2} dx.$

10.23. $\int \frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{(x-1)(x-2)(x+2)} dx.$

10.25. $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-2)(x-3)} dx.$

10.27. $\int \frac{4x^3 + x^2 + 2}{x(x-2)(x-1)} dx.$

10.29. $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-4)(x-2)} dx.$

10.22. $\int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx.$

10.24. $\int \frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)} dx.$

10.26. $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-4)(x-3)} dx.$

10.28. $\int \frac{3x^3 - 2}{x^3 - x} dx.$

10.30. $\int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^2 - x} dx.$

11. Найти неопределенный интеграл.

11.1.

$$\int \frac{2x^3 + x + 1}{(x+1)x^3} dx.$$

11.4.

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 5x}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

11.7.

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 5x + 4}{(x-2)(x+1)^3} dx.$$

11.10.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 14x + 6}{(x-2)(x+1)^3} dx.$$

11.13.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 10x + 12}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

11.16.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 15x + 2}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

11.19.

$$\int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x}{(x+2)(x-1)^3} dx.$$

11.2.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 7}{(x+1)(x-2)^3} dx.$$

11.5.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 10x - 10}{(x+1)(x-2)^3} dx.$$

11.8.

$$\int \frac{3x^3 + 9x^2 + 10x + 2}{(x-1)(x+1)^3} dx.$$

11.11.

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 4}{(x+2)(x+1)^3} dx.$$

11.14.

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x}{(x-2)(x+1)^3} dx.$$

11.17.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 4x + 24}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

11.20.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 18x - 4}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

11.3.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 10x + 10}{(x+2)(x-1)^3} dx.$$

11.6.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 8}{x(x-2)^3} dx.$$

11.9.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 6}{(x+1)(x-2)^3} dx.$$

11.12.

$$\int \frac{x^3 + x + 2}{(x+2)x^3} dx.$$

11.15.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 8}{x(x+2)^3} dx.$$

11.18.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 14x + 8}{x(x+2)^3} dx.$$

11.21.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 11x + 7}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

11.22.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 6}{(x+2)(x-2)^3} dx.$$

11.25.

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 1}{(x-1)(x+1)^3} dx.$$

11.28.

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 2}{x(x+1)^3} dx.$$

11.23.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 4}{(x+2)(x-2)^3} dx.$$

11.26.

$$\int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x - 4}{(x-2)(x-1)^3} dx.$$

11.29.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 - 10x + 52}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

11.24.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

11.27.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 6}{(x+2)(x-2)^3} dx.$$

11.30.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 10}{(x+2)(x-2)^3} dx.$$

12. Найти неопределенный интеграл.**12.1.**

$$\int \frac{2x^3 + 11x^2 + 16x + 10}{(x+2)^2(x^2 + 2x + 3)} dx.$$

12.4.

$$\int \frac{x^3 + 9x^2 + 21x + 21}{(x+3)^2(x^2 + 3)} dx.$$

12.7.

$$\int \frac{2x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.10.

$$\int \frac{x^2 + x + 3}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.13.

$$\int \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x + 9}{(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2)} dx.$$

12.16.

$$\int \frac{3x^3 + 4x^2 + 6x}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2)} dx.$$

12.19.

$$\int \frac{x^3 + x^2 + 1}{(x^2 + 1)(x^2 - x + 1)} dx.$$

12.22.

$$\int \frac{2x^3 + 2x + 1}{(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.2.

$$\int \frac{4x^3 + 24x^2 + 20x - 28}{(x+3)^2(x^2 + 2x + 2)} dx.$$

12.5.

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.8.

$$\int \frac{2x^3 + 4x^2 + 2x + 2}{(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2)} dx.$$

12.11.

$$\int \frac{4x^2 + 3x + 4}{(x^2 + 1)(x^2 + x + 1)} dx.$$

12.14.

$$\int \frac{2x^2 - x + 1}{(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.17.

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{(x^2 + 1)(x^2 - x + 1)} dx.$$

12.20.

$$\int \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.23.

$$\int \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.3.

$$\int \frac{x^3 + 5x^2 + 12x + 4}{(x+2)^2(x^2 + 4)} dx.$$

12.6.

$$\int \frac{-3x^3 + 13x^2 - 13x + 1}{(x-2)^2(x^2 - x + 1)} dx.$$

12.9.

$$\int \frac{3x^3 + x + 46}{(x-1)^2(x^2 + 9)} dx.$$

12.12.

$$\int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)} dx.$$

12.15.

$$\int \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x - 1}{(x^2 + x + 1)(x+2)^2} dx.$$

12.18.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 9x + 6}{(x+1)^2(x^2 + 2x + 2)} dx.$$

12.21.

$$\int \frac{3x^3 + 6x^2 + 5x - 1}{(x+1)^2(x^2 + 2)} dx.$$

12.24.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 8x + 8}{(x+2)^2(x^2 + 4)} dx.$$

12.25.

$$\int \frac{x+4}{(x^2+x+2)(x^2+2)} dx.$$

12.28.

$$\int \frac{3x^3+7x^2+12x+6}{(x^2+x+3)(x^2+x+3)} dx$$

12.26.

$$\int \frac{2x^3+3x^2+3x+2}{(x^2+x+1)(x^2+1)} dx.$$

12.29.

$$\int \frac{x^3+4x^2+3x+2}{(x+1)^2(x^2+1)} dx.$$

12.27.

$$\int \frac{2x^3-4x^2-16x-12}{(x-1)^2(x^2+4x+5)} dx.$$

12.30.

$$\int \frac{x^3+2x^2+10x}{(x+1)^2(x^2-x+1)} dx.$$

13. Найти неопределенный интеграл.**13.1.**

$$\int \frac{\cos x dx}{(1+\cos x - \sin x)^2}.$$

13.4.

$$\int \frac{(1-\sin x) dx}{\cos x (1+\cos x)}.$$

13.7.

$$\int \frac{\sin x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

13.10.

$$\int \frac{\cos x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

$$\text{13.13. } \int \frac{\sin x dx}{(1+\sin x)^2}.$$

13.16.

$$\int \frac{\sin x dx}{(1+\cos x - \sin x)^2}.$$

13.19.

$$\int \frac{\sin^2 x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

13.22.

$$\int \frac{dx}{\sin x (1+\sin x)}.$$

13.2.

$$\int \frac{\sin x dx}{1+\cos x + \sin x}.$$

13.5.

$$\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x + \sin x}.$$

13.8.

$$\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x - \sin x}.$$

13.11.

$$\int \frac{1+\sin x}{(1-\sin x)^2} dx.$$

13.14.

$$\int \frac{\cos x dx}{(1+\cos x)(1-\sin x)}.$$

$$\text{13.17. } \int \frac{dx}{\sin^2 x (1+\cos x)}.$$

13.20.

$$\int \frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2} dx.$$

13.23.

$$\int \frac{dx}{\sin x (1-\sin x)}.$$

13.3.

$$\int \frac{\cos^2 x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

13.6.

$$\int \frac{dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

13.9.

$$\int \frac{dx}{\cos x (1+\cos x)}.$$

13.12.

$$\int \frac{\cos^2 x dx}{(1+\cos x - \sin x)^2}.$$

13.15.

$$\int \frac{\cos x dx}{2+\cos x}.$$

13.18.

$$\int \frac{\cos x dx}{(1-\cos x)^3}.$$

13.21.

$$\int \frac{dx}{\cos x (1-\cos x)}.$$

13.24.

$$\int \frac{dx}{(1+\sin x - \cos x)^2}.$$

13.25.

$$\int \frac{\sin x dx}{2 + \sin x}.$$

13.28.

$$\int \frac{\sin x dx}{5 + 3 \sin x}.$$

13.26.

$$\int \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x}.$$

13.29.

$$\int \frac{\cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx.$$

13.27.

$$\int \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} dx.$$

13.30.

$$\int \frac{(1 + \cos x) dx}{1 + \cos x + \sin x}.$$

14. Найти неопределенный интеграл.

14.1. $\int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}}.$

14.4. $\int \frac{\sqrt{x^2+9}}{x^4} dx.$

14.7. $\int \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}}.$

14.10. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}.$

14.13. $\int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx.$

14.16. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{(x^2-1)^3}}.$

14.19. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-1}}.$

14.22. $\int x^3 \sqrt{1-x^2} dx.$

14.25. $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx.$

14.28. $\int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^4} dx.$

14.2. $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2-1}}.$

14.5. $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^4} dx.$

14.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9+x^2}}.$

14.11. $\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx.$

14.14. $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx.$

14.17. $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx.$

14.20. $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx.$

14.23. $\int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx.$

14.26. $\int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2} dx.$

14.29. $\int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2} dx.$

14.3. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx.$

14.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}.$

14.9. $\int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^4} dx.$

14.12. $\int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx.$

14.15. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^5}}.$

14.18. $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx.$

14.21. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}.$

14.24. $\int x^3 \sqrt{9-x^2} dx.$

14.27. $\int \sqrt{4-x^2} dx.$

14.30. $\int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx.$

15. Найти неопределенный интеграл.

$$15.1. \int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx.$$

$$15.4. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-7}}.$$

$$15.7. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-4}}.$$

$$15.10. \int \frac{\sqrt{x+4}}{x} dx.$$

$$15.13. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+2}}.$$

$$15.16. \int \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}.$$

$$15.19. \int \frac{\sqrt{x}dx}{x-1}.$$

$$15.22. \int \frac{dx}{3+\sqrt{x+5}}.$$

$$15.25. \int \frac{dx}{1+\sqrt{x-1}}.$$

$$15.28. \int \frac{dx}{x\sqrt{x-7}}.$$

$$15.2. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-2}}.$$

$$15.5. \int \frac{x-1}{x\sqrt{x-2}} dx.$$

$$15.8. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+6}}.$$

$$15.11. \int \frac{dx}{3+\sqrt{x-6}}.$$

$$15.14. \int \frac{dx}{2+\sqrt{x-8}}.$$

$$15.17. \int \frac{dx}{2+\sqrt{x+3}}.$$

$$15.20. \int \frac{xdx}{\sqrt{x+3}}.$$

$$15.23. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-3}}.$$

$$15.26. \int \frac{xdx}{2+\sqrt{x+4}}.$$

$$15.29. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+1}}.$$

$$15.3. \int \frac{x+1}{x\sqrt{x+2}} dx.$$

$$15.6. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+4}}.$$

$$15.9. \int \frac{\sqrt{x+2}}{x-3} dx.$$

$$15.12. \int \frac{dx}{\sqrt{x+3}}.$$

$$15.15. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(x+3)}.$$

$$15.18. \int \frac{\sqrt{x}dx}{x+10}.$$

$$15.21. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(x-1)}.$$

$$15.24. \int \frac{dx}{1+\sqrt{x-2}}.$$

$$15.27. \int \frac{dx}{x\sqrt{x-2}}.$$

$$15.30. \int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}} dx.$$

16. Найти неопределенный интеграл.

$$16.1. \int \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt[3]{x}+1)\sqrt{x}} dx.$$

16.4.

$$\int \frac{\sqrt{x}dx}{x-4\sqrt[3]{x^2}}.$$

16.7.

$$\int \frac{\sqrt{x}dx}{1+\sqrt[4]{x}}.$$

16.2.

$$\int \frac{\sqrt{x-1}-2\sqrt[3]{x-1}}{2\sqrt[3]{x-1}+\sqrt{x-1}} dx.$$

16.5.

$$\int \frac{\sqrt[4]{x-1}dx}{\sqrt[3]{x-1}+\sqrt{x-1}}.$$

16.8.

$$\int \frac{\sqrt{x+3}dx}{\sqrt[3]{x+3}+\sqrt[4]{x+3}}.$$

16.3.

$$\int \frac{\sqrt{2x+1}+\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt{2x+1}} dx.$$

16.6.

$$\int \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2\sqrt[3]{3x+1}} dx.$$

16.9.

$$\int \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt[6]{x^5}} dx.$$

16.10.

$$\int \frac{\sqrt{x}dx}{1 - \sqrt[4]{x}}.$$

16.13.

$$\int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx.$$

16.14.

$$\int \frac{\sqrt{x}dx}{x - \sqrt[3]{x^2}}.$$

16.19.

$$\int \frac{\sqrt{x}dx}{1 - \sqrt[3]{x}}.$$

16.22.

$$\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x}} dx.$$

16.25.

$$\int \frac{\sqrt{x}dx}{3x - \sqrt[3]{x^2}}.$$

16.28.

$$\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[6]{x}} dx.$$

16.11.

$$\int \frac{\sqrt[6]{x+3}dx}{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt{x+3}}.$$

16.14.

$$\int \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[6]{x})} dx.$$

16.17.

$$\int \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx.$$

16.20.

$$\int \frac{\sqrt{x-1}dx}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[6]{x-1}}.$$

16.23.

$$\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x-1}} dx.$$

16.26.

$$\int \frac{\sqrt{x+3}dx}{1 + \sqrt[3]{x+3}}.$$

16.29.

$$\int \frac{x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx.$$

16.12.

$$\int \frac{\sqrt[6]{3x+1} + 1}{\sqrt[3]{3x+1} - \sqrt[3]{3x+1}} dx.$$

16.15.

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} - \sqrt{2x+1}}.$$

16.18.

$$\int \frac{1 - \sqrt{x+1}}{(1 + \sqrt[3]{x+1})\sqrt{x+1}} dx.$$

16.21.

$$\int \frac{\sqrt{x+1} - 1}{(\sqrt[3]{x+1} + 1)\sqrt{x+1}} dx.$$

16.24.

$$\int \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{\sqrt[3]{3x+1} + \sqrt{3x+1}} dx.$$

16.27.

$$\int \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx.$$

16.30.

$$\int \frac{x+1 + \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{(x+1)(1 + \sqrt[3]{x+1})} dx$$

17. Вычислить определенный интеграл.

$$17.1. \int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)\sqrt{9+x^2}}.$$

$$17.2. \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+3)^{3/2}}.$$

$$17.3. \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3-x^2} dx.$$

$$17.4. \int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx.$$

$$17.5. \int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx.$$

$$17.6. \int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$17.7. \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}.$$

$$17.8. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x^2+1)^2}.$$

$$17.9. \int_{1/2}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^6} dx$$

$$17.10. \int_0^{\sqrt{2,5}} \frac{dx}{\left(\sqrt{5-x^2}\right)^3}.$$

$$17.13. \int_0^{1/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}.$$

$$17.16. \int_{\sqrt{3}}^2 \frac{dx}{x^4 \sqrt{x^2 - 3}}.$$

$$17.19. \int_0^{1/2} x^2 \sqrt{x-x^2} dx.$$

$$17.22. \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx.$$

$$17.25. \int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx.$$

$$17.28. \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx.$$

17.11.

$$\int_{2\sqrt{3}}^6 \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 9}}.$$

17.14.

$$\int_{1/\sqrt{3}}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}.$$

$$17.17. \int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$17.20. \int_1^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x^5 \sqrt{x^2 - 1}}.$$

17.23.

$$\int_0^3 x^4 \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$17.26. \int_0^3 \frac{x^3 dx}{\sqrt{9+x^2}}.$$

$$17.29. \int_0^{\sqrt{6}} \sqrt{6-x^2} dx.$$

$$17.12. \int_0^I \sqrt{(I-x^2)^3} dx.$$

$$17.15. \int_{\sqrt{3}/3}^I \frac{dx}{x^2 \sqrt{(1+x^2)^3}}.$$

$$17.18. \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx.$$

$$17.21. \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^3+1}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx.$$

$$17.24. \int_2^4 \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx.$$

$$17.27. \int_0^{\sqrt{7/3}} x^3 \sqrt{7+x^2} dx.$$

$$17.30. \int_{4\sqrt{2/3}}^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{x^2-8}}{x^4} dx.$$

18. Вычислить определенный интеграл.

$$18.1. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 1}.$$

$$18.4. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \operatorname{tg}^4 \varphi d\varphi.$$

$$18.7. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx.$$

$$18.2. \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx.$$

$$18.5. \int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\cos x}.$$

$$18.8. \int_{\pi/6}^{\pi/2} \operatorname{ctg}^3 x dx.$$

$$18.3. \int_0^{\pi/2} \sin^6 x dx.$$

$$18.6. \int_0^{\pi} \sqrt{1+\sin x} dx.$$

$$18.9. \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1+\operatorname{tg} x}{\sin 2x}.$$

$$18.10. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2+\cos x}.$$

$$18.13. \int_0^{\pi/4} \sin^3 2x dx.$$

$$18.16. \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x}.$$

$$18.19. \int_0^{\pi/2} \cos^5 x dx.$$

$$18.22. \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x \sin^4 x dx.$$

$$18.25. \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^3 x}.$$

$$18.28. \int_0^{\pi} \sin^4 \frac{x}{2} dx.$$

$$18.11. \int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}^2 x dx.$$

$$18.14. \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x}{(1-\cos x)^3} dx. \quad 18.15. \int_0^{\pi/8} \sin x \sin 3x dx.$$

$$18.17. \int_0^{\pi/4} 2 \cos x \sin 3x dx. \quad 18.18. \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx.$$

$$18.20. \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{3} dx. \quad 18.21. \int_0^{\pi/4} \sin 3x \cos 5x dx.$$

$$18.23. \int_0^{\pi} \sin^4 \frac{x}{2} dx. \quad 18.24. \int_0^{\pi/32} (32 \cos^2 4x - 16) dx.$$

$$18.26. \int_0^{\pi/3} \cos^3 x \sin 2x dx. \quad 18.27. \int_{\pi/4}^{\pi} \sin x \sin 2x \sin 3x dx.$$

$$18.29. \int_0^{\pi} \cos^4 x \sin^2 x dx. \quad 18.30. \int_0^{\pi/2} \cos x \cos 3x \cos 5x dx.$$

19. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$19.1. \int_0^{\infty} \frac{(x+2)dx}{\sqrt[3]{(x^2+4x+1)^4}}. \quad 19.2. \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{\pi(x^2+4x+5)}. \quad 19.3. \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\arctg 2x}}{1+4x^2} dx.$$

$$19.4. \int_0^{\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx.$$

$$19.7. \int_1^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt{16x^4-1}}. \quad 19.8. \int_{-1}^{\infty} \frac{\arctg 2x}{\pi(1+4x^2)} dx.$$

$$19.5. \int_{-1}^{\infty} \frac{x dx}{x^2+4x+5}.$$

$$19.6. \int_1^{\infty} \frac{4 dx}{x(1+\ln^2 x)}.$$

$$19.9. \int_0^{\infty} x \sin x dx.$$

$$19.10. \int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 + 4)}}.$$

$$19.13. \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3 + 8)^3}}.$$

$$19.16. \int_0^\infty \frac{x dx}{\sqrt[4]{(16 + x^2)^5}}.$$

$$19.19. \int_4^\infty \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}.$$

$$19.22. \int_1^\infty \frac{16x dx}{16x^4 - 1}.$$

$$19.25. \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4 + 1}}.$$

$$19.28. \int_0^\infty \frac{x dx}{16x^4 + 1}.$$

$$19.11. \int_{1/2}^\infty \frac{16 dx}{\pi(4x^2 + 4x + 5)}.$$

$$19.14. \int_0^\infty \frac{x dx}{4x^2 + 4x + 5}.$$

$$19.17. \int_1^\infty \frac{dx}{x^2(x+1)}.$$

$$19.20. \int_{e^2}^\infty \frac{dx}{x(\ln x - 1)^2}.$$

$$19.23.$$

$$\int_1^\infty \frac{dx}{(6x^2 - 5x + 1) \ln \frac{3}{4}}.$$

$$19.26. \int_1^\infty \frac{dx}{9x^2 - 9x + 2}.$$

$$19.29. \int_3^\infty \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}.$$

$$19.12. \int_{-\infty}^0 \frac{7 dx}{(x^2 - 4x) \ln 5}.$$

$$19.15. \int_{1/3}^\infty \frac{\pi dx}{(1 + 9x^2) \operatorname{arctg}^2 3x}.$$

$$19.18. \int_2^\infty \frac{dx}{2(4 + x^2) \sqrt{\pi \operatorname{arctg} \frac{x}{2}}}.$$

$$19.21. \int_1^\infty \frac{dx}{(x^2 + 2x) \ln 3}.$$

$$19.24. \int_0^\infty e^{-3x} x dx.$$

$$19.27. \int_{-\infty}^0 \left(\frac{x^2}{x^3 - 1} - \frac{x}{1 + x^2} \right) dx.$$

$$19.30. \int_0^\infty \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}.$$

20. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$20.1. \int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9x} dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}.$$

$$20.4. \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}.$$

$$20.7. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}.$$

$$20.2. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{4x - x^2 - 4}}.$$

$$20.5. \int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{1(x^3 - 1)}}.$$

$$20.8. \int_1^{3/2} \frac{dx}{\sqrt[3]{3x - x^2 - 2}}.$$

$$20.3. \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-x)^5}}.$$

$$20.6. \int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx.$$

$$20.9. \int_{1/4}^1 \frac{dx}{20x^2 - 9x + 1}.$$

20.10. $\int_2^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-2x}}.$

20.13. $\int_0^{\pi/2} \frac{e^{tgx}}{\cos 2x} dx.$

20.16. $\int_0^1 \frac{2e^{1-\frac{2}{\pi} \arcsin x}}{\pi \sqrt{1-x^2}} dx.$

20.19. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}.$

20.22. $\int_0^{1/3} \frac{e^{3+\frac{1}{x}}}{x^2} dx.$

20.25. $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{64-x^6}}.$

20.28. $\int_0^{\pi/2} \frac{3 \sin^3 x dx}{\sqrt{\cos x}}.$

20.11. $\int_0^4 \frac{10x dx}{\sqrt[4]{(16-x^2)^3}}.$

20.14. $\int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}}.$

20.17. $\int_0^{1/2} \frac{dx}{(2x-1)^2}.$

20.20. $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}.$

20.23. $\int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}.$

20.26. $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2-1)^3} \ln 2}.$

20.29. $\int_0^{1/3} \frac{dx}{9x^2-9x+2}.$

20.12. $\int_{1/2}^1 \frac{\ln 2 dx}{(1-x) \ln^2(1-x)}.$

20.15. $\int_0^{2/3} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx.$

20.18. $\int_0^1 \frac{x dx}{1-x^4}.$

20.21. $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1-\sin 3x)^5}} dx.$

20.24. $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}.$

20.27. $\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}.$

20.30. $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}.$

21. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными в прямоугольной системе координат.

21.1.

$$\begin{aligned} y &= 2x - x^2 + 3, \\ y &= x^2 - 4x + 3. \end{aligned}$$

21.4.

$$\begin{aligned} x &= \arccos y, x = 0, \\ y &= 0. \end{aligned}$$

21.2.

$$\begin{aligned} y &= \frac{e^{1/x}}{x^2}, y = 0, \\ x &= 2, x = 1. \end{aligned}$$

21.5.

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{4-y^2}, x = 0, \\ y &= 0, y = 1. \end{aligned}$$

21.3.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)^2, \\ y^2 &= x+1. \end{aligned}$$

21.6.

$$\begin{aligned} y &= x\sqrt{36-x^2}, y = 0, \\ (0 \leq x \leq 6). \end{aligned}$$

21.7.

$$y=x^2\sqrt{8-x^2}, y=0, \\ (0 \leq x \leq 2\sqrt{2}).$$

21.10.

$$y=x\sqrt{4-x^2}, y=0, \\ (0 \leq x \leq 2).$$

21.13.

$$y=1/(1+\cos x), y=0, \\ x=\pi/2, x=-\pi/2.$$

21.16. $y=x\sqrt{9-x^2}, y=0. \\ (0 \leq x \leq 3).$

21.19.

$$y=\sin x \cos^2 x, y=0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

21.22.

$$y=x^2\sqrt{4-x^2}, y=0, \\ (0 \leq x \leq 2).$$

21.25.

$$y=\sqrt{e^x-1}, y=0, \\ x=\ln 2.$$

21.28.

$$y=\arccos x, y=0, \\ x=0.$$

21.8.

$$y=x^2 \cos x, y=0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

21.11.

$$y=\cos^5 x \sin 2x, y=0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

21.14.

$$x=4-y^2, x=y^2-2y.$$

21.17.

$$y=(x-2)^3, y=4x-8.$$

21.20.

$$y=4-x^2, \\ y=x^2-2x.$$

21.23.

$$y=\sqrt{4-x^2}, y=0, \\ x=0, x=1.$$

21.26.

$$y=\cos x \sin^2 x, y=0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

21.29.

$$y=\frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}, \\ y=0, x=1, x=e^3.$$

21.9.

$$y=\arctan x, y=0, \\ x=\sqrt{3}.$$

21.12.

$$x=\sqrt{e^y-1}, x=0, \\ y=\ln 2.$$

21.15.

$$y=x/(1+\sqrt{x}), y=0, \\ x=1.$$

21.18.

$$y=x^2\sqrt{16-x^2}, y=0 \\ (0 \leq x \leq 4).$$

21.21.

$$y=(x-1)^2, \\ y^2=x-1.$$

21.24.

$$x=(y-2)^3, \\ x=4y-8.$$

21.27.

$$y=\frac{x}{(x^2+1)^2}, y=0, \\ x=1.$$

21.30.

$$x=\frac{1}{y\sqrt{1+\ln y}}, x=0, \\ y=1, y=e^3.$$

22. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными параметрически.

22.1. $\begin{cases} x=2\sqrt{2}\cos t, \\ y=3\sqrt{2}\sin t, \\ y=3 \quad (y \geq 3). \end{cases}$

22.2. $\begin{cases} x=2\sqrt{2}\cos^3 t, \\ y=\sqrt{2}\sin^3 t, \\ x=1 \quad (x \geq 1). \end{cases}$

22.3. $\begin{cases} x=8\sqrt{2}\cos^3 t, \\ y=\sqrt{2}\sin^3 t, \\ x=4 \quad (x \geq 4). \end{cases}$

22.4.

$$\begin{cases} x=32\cos^3 t, \\ y=\sin^3 t, \\ x=4 \quad (x \geq 4). \end{cases}$$

22.7.

$$\begin{cases} x=6(t-\sin t), \\ y=6(1-\cos t), \\ y=6 \quad (0 < x < 12\pi, y \geq 6) \end{cases}$$

22.10.

$$\begin{cases} x=6\cos t, \\ y=4\sin t, \\ y=2\sqrt{3} \quad (y \geq 2\sqrt{3}) \end{cases}$$

22.13.

$$\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t, \\ y=4\sqrt{2}\sin t, \\ y=4 \quad (y \geq 4). \end{cases}$$

22.16.

$$\begin{cases} x=8\cos^3 t, \\ y=8\sin^3 t, \\ x=1 \quad (x \geq 1). \end{cases}$$

22.19.

$$\begin{cases} x=8(t-\sin t), \\ y=8(1-\cos t), \\ y=12 \quad (0 < x < 16\pi, y \geq 12). \end{cases}$$

22.22.

$$\begin{cases} x=3\cos t, \\ y=8\sin t, \\ y=4\sqrt{3} \quad (y \geq 4\sqrt{3}). \end{cases}$$

22.5.

$$\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t, \\ y=1 \quad (0 < x < 2\pi, y \geq 1). \end{cases}$$

22.8.

$$\begin{cases} x=9\cos t, \\ y=4\sin t, \\ y=2 \quad (y \geq 2). \end{cases}$$

22.11.

$$\begin{cases} x=24\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t, \\ x=9\sqrt{3} \quad (x \geq 9\sqrt{3}) \end{cases}$$

22.14.

$$\begin{cases} x=2(t-\sin t), \\ y=2(1-\cos t), \\ y=2 \quad (0 < x < 4\pi, y \geq 2). \end{cases}$$

22.17.

$$\begin{cases} x=2\sqrt{2}\cos t, \\ y=5\sqrt{2}\sin t, \\ y=5 \quad (y \geq 5). \end{cases}$$

22.20.

$$\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t, \\ y=2\sqrt{2}\sin t, \\ y=2 \quad (y \geq 2). \end{cases}$$

22.23.

$$\begin{cases} x=16\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t, \\ x=2 \quad (x \geq 2). \end{cases}$$

22.6.

$$\begin{cases} x=6(t-\sin t), \\ y=6(1-\cos t), \\ y=9 \quad (0 < x < 12\pi, y \geq 9). \end{cases}$$

22.9.

$$\begin{cases} x=3\cos t, \\ y=8\sin t, \\ y=4 \quad (y \geq 4). \end{cases}$$

22.12.

$$\begin{cases} x=8\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t, \\ x=3\sqrt{3} \quad (x \geq 3\sqrt{3}) \end{cases}$$

22.15.

$$\begin{cases} x=10(t-\sin t), \\ y=10(1-\cos t), \\ y=15 \quad (0 < x < 20\pi, y \geq 15). \end{cases}$$

22.18.

$$\begin{cases} x=4\sqrt{2}\cos^3 t, \\ y=2\sqrt{2}\sin^3 t, \\ x=2 \quad (x \geq 2) \end{cases}$$

22.21.

$$\begin{cases} x=4(t-\sin t), \\ y=4(1-\cos t), \\ y=4 \quad (0 < x < 8\pi, y \geq 4). \end{cases}$$

22.24.

$$\begin{cases} x=2\cos t, \\ y=6\sin t, \\ y=3 \quad (y \geq 3). \end{cases}$$

22.25.

$$\begin{cases} x=4\sqrt{2}\cos^3 t, \\ y=2\sqrt{2}\sin^3 t, \end{cases}$$

$x=2$ ($x \geq 2$).

$$\begin{cases} x=4(t-\sin t), \\ y=4(1-\cos t), \\ y=6(0 < x < 8\pi, y \geq 6). \end{cases}$$

22.26.

$$\begin{cases} x=2(t-\sin t), \\ y=2(1-\cos t), \\ y=3(0 < x < 4\pi, y \geq 3) \end{cases}$$

22.29.

$$\begin{cases} x=6\cos t, \\ y=2\sin t, \\ y=\sqrt{3} (y \geq \sqrt{3}) \end{cases}$$

22.27.

$$\begin{cases} x=16\cos^3 t, \\ y=\sin^3 t, \\ x=6\sqrt{3} (y \geq 6\sqrt{3}) \end{cases}$$

22.30.

$$\begin{cases} x=3(t-\sin t), \\ y=3(1-\cos t), \\ y=3(0 < x < 6\pi, y \geq 3) \end{cases}$$

23. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными в полярных координатах.

23.1.

$r=6\cos 3\varphi, r=3(r \geq 3).$

23.4.

$$\begin{aligned} r &= \cos \varphi, \\ r &= \sin \varphi \\ (0 \leq \varphi \leq \pi/2). \end{aligned}$$

$r = \cos \varphi, r = 2\cos \varphi.$

23.10.

$r = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi.$

$$\begin{aligned} r &= (5/2)\sin \varphi, \\ r &= (3/2)\sin \varphi. \end{aligned}$$

23.16.

$r = 4\cos 4\varphi.$

$r = 2\cos \varphi, r = 3\cos \varphi.$

$r = 2\sin 4\varphi.$

$r = \cos \varphi - \sin \varphi.$

23.2.

$r = 1/2 + \sin \varphi.$

23.5.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4), \\ r &= \sqrt{2} \sin(\varphi - \pi/4) \\ (\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4). \end{aligned}$$

23.8.

$r = \sin \varphi, r = 2\sin \varphi.$

23.11.

$r = 1/2 + \cos \varphi.$

23.14.

$r = 4\cos 3\varphi, r = 2(r \geq 2).$

23.17.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{3} \cos \varphi, r = \sin \varphi, \\ (0 \leq \varphi \leq \pi/2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{23.20. } r &= 2\cos \varphi, r = 2\sqrt{3} \sin \varphi \\ (0 \leq \varphi \leq \pi/2). \end{aligned}$$

$\text{23.23. } r = 6\sin 3\varphi, r = 3(r \geq 3).$

23.26.

$$\begin{aligned} r &= \cos \varphi, \\ r &= \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4) \\ (-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/2). \end{aligned}$$

23.3.

$r = \cos 2\varphi.$

23.6.

$r = 4\sin 3\varphi, r = 2(r \geq 2)$

23.9.

$r = \sin 3\varphi.$

23.12.

$r = \cos 3\varphi.$

23.15.

$r = \sin 6\varphi.$

23.18.

$r = \cos \varphi + \sin \varphi.$

23.21.

$r = 2\cos 6\varphi.$

23.24.

$r = 3\sin \varphi, r = 5\sin \varphi$

23.27.

$$\begin{aligned} r &= 6\sin \varphi, \\ r &= 4\sin \varphi. \end{aligned}$$

23.28.

$$r=2\sin\varphi, r=4\sin\varphi.$$

23.29.

$$r=1+\sqrt{2}\sin\varphi.$$

23.30.

$$\begin{aligned} r &= \sin\varphi, \\ r &= \sqrt{2}\cos(\varphi - \pi/4) \\ (0 \leq \varphi \leq 3\pi/4). \end{aligned}$$

24. Вычислить длину дуги кривой, заданной в прямоугольной системе координат.

24.1.

$$y=\sqrt{1-x^2}+arccosx, 0 \leq x \leq 8/9.$$

24.3.

$$y=2+chx, 0 \leq x \leq 1.$$

24.5.

$$y=e^x+13, \ln\sqrt{15} \leq x \leq \ln\sqrt{24}.$$

$$24.7. y = -arccos\sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, 0 \leq x \leq 1/4.$$

$$24.9. y = -arccosx + \sqrt{1-x^2}, \\ 0 \leq x \leq 9/16.$$

$$24.11. y = lnsinx, \pi/3 \leq x \leq \pi/2.$$

$$24.13. y = chx+3, 0 \leq x \leq 1.$$

$$24.15. y = 1+arcsinx-\sqrt{1-x^2}, \\ 0 \leq x \leq 3/4.$$

$$24.17. y = lncosx+2, 0 \leq x \leq \pi/6.$$

$$24.19. y = -lncosx, 0 \leq x \leq \pi/6.$$

$$24.21. y = 2+arcsin\sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, \\ 1/4 \leq x \leq 1.$$

$$24.23. y = lnx, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$$

$$24.25. y = \sqrt{1-x^2}+arcsinx, 0 \leq x \leq 7/9.$$

$$24.27. y = e^x+e, \ln\sqrt{3} \leq x \leq \ln\sqrt{15}.$$

$$24.29. y = e^x+26, \ln\sqrt{8} \leq x \leq \ln\sqrt{24}.$$

$$24.2. y = 2-e^x, \ln\sqrt{3} \leq x \leq \ln\sqrt{8}.$$

$$24.4. y = arcsinx - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{15}{16}.$$

$$24.6. y = 1-lnsinx, \pi/3 \leq x \leq \pi/2.$$

$$24.8. y = \sqrt{x-x^2} - arccos\sqrt{x} + 5, 1/9 \leq x \leq 1.$$

$$24.10. y = \frac{e^x+e^{-x}}{2} + 3, 0 \leq x \leq 2.$$

$$24.12. y = arccos\sqrt{x} - \sqrt{x-x^2} + 4, \\ 0 \leq x \leq 1/2.$$

$$24.14. y = (e^{2x}+e^{-2x}+3)/4, 0 \leq x \leq 2.$$

$$24.16. y = (1-e^x-e^{-x})/2, 0 \leq x \leq 3.$$

$$26.18. y = ln(x^2-1), 2 \leq x \leq 3.$$

$$24.20. y = ln(1-x^2), 0 \leq x \leq 1/4.$$

$$24.22. y = 1-lncosx, 0 \leq x \leq \pi/6.$$

$$24.24. y = \frac{x^2}{4} - \frac{lnx}{2}, 1 \leq x \leq 2.$$

$$24.26. y = ln\frac{5}{2x}, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$$

$$24.28. y = e^x+6, \ln\sqrt{8} \leq x \leq \ln\sqrt{15}.$$

$$24.30. y = ln7 - lnx, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$$

25. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрически.**25.1.**

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \\ \pi/2 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

25.4.

$$\begin{cases} x = 3,5(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 3,5(2\sin t - \sin 2t), \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$$

25.7.

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t, \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$$

25.10.

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \\ 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$$

25.13.

$$\begin{cases} x = 2(\cos t + t\sin t), \\ y = 2(\sin t - t\cos t), \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$$

25.16.

$$\begin{cases} x = 2\cos^3 t, \\ y = 2\sin^3 t, \\ 0 \leq t \leq \pi/4. \end{cases}$$

25.19.

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t, \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

25.2.

$$\begin{cases} x = 2(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2\sin t - \sin 2t), \\ 0 \leq t \leq \pi/3. \end{cases}$$

25.5.

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t, \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$$

25.8.

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \\ 0 \leq t \leq 3\pi/2. \end{cases}$$

25.11.

$$\begin{cases} x = 4(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 4(2\sin t - \sin 2t), \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

25.14.

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \\ \pi/6 \leq t \leq \pi/4. \end{cases}$$

25.17.

$$\begin{cases} x = 3(\cos t + t\sin t), \\ y = 3(\sin t - t\cos t), \\ 0 \leq t \leq \pi/3. \end{cases}$$

25.20.

$$\begin{cases} x = 6\cos^3 t, \\ y = 6\sin^3 t, \\ 0 \leq t \leq \pi/3. \end{cases}$$

25.3.

$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \\ \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3. \end{cases}$$

25.6.

$$\begin{cases} x = 8(\cos t + t\sin t), \\ y = 8(\sin t - t\cos t), \\ 0 \leq t \leq \pi/4. \end{cases}$$

25.9.

$$\begin{cases} x = 4\cos^3 t, \\ y = 4\sin^3 t, \\ \pi/6 \leq t \leq \pi/4. \end{cases}$$

25.12.

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \\ 0 \leq t \leq 2\pi/2. \end{cases}$$

25.15.

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t, \\ 0 \leq t \leq 3\pi. \end{cases}$$

25.18.

$$\begin{cases} x = 3(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 3(2\sin t - \sin 2t), \\ 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$$

25.21.

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t, \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

25.22.

$$\begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t), \\ y = 4(\sin t - t \cos t), \\ 0 \leq t \leq 2. \end{cases}$$

25.23.

$$\begin{cases} x = 2,5(t - \sin t), \\ y = 2,5(1 - \cos t), \\ \pi/2 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

25.24.

$$\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ y = e^t(\cos t - \sin t), \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

25.25.

$$\begin{cases} x = 10 \cos^3 t, \\ y = 10 \sin^3 t, \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$$

25.26.

$$\begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t), \\ y = 6(\sin t - t \cos t), \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

25.27.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{4} \cos 2t, \\ y = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t, \\ \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3. \end{cases}$$

25.28.

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \\ \pi \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$$

25.29.

$$\begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \\ 0 \leq t \leq \pi/6. \end{cases}$$

25.30.

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \\ 0 \leq t \leq \pi/3. \end{cases}$$

26. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах.

26.1. $\rho = 1 - \sin \varphi$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6$.

26.2. $\rho = 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 12/5$.

26.3. $\rho = 3(1 + \sin \varphi)$, $-\pi/6 \leq \varphi \leq 0$.

26.4. $\rho = 3\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 4/3$.

26.5. $\rho = 5(1 - \cos \varphi)$, $-\pi/3 \leq \varphi \leq 0$.

26.6. $\rho = 2 \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/6$.

26.7. $\rho = 7(1 - \sin \varphi)$, $-\pi/6 \leq \varphi \leq \pi/6$.

26.8. $\rho = 6 \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

26.9. $\rho = 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 3/4$.

26.10. $\rho = 8 \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/4$.

26.11. $\rho = 2e^{5\varphi/3}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

26.12. $\rho = 3e^{3\varphi/4}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

26.13. $\rho = 5e^{5\varphi/12}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

26.14. $\rho = \sqrt{2}e^\varphi$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

26.15. $\rho = 3e^{3\varphi/4}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

26.16. $\rho = 6e^{12\varphi/5}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

26.17. $\rho = \sqrt{2}e^\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

26.18. $\rho = 4e^{4\varphi/3}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

26.19. $\rho = 12e^{12\varphi/5}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

26.20. $\rho = 5e^{5\varphi/12}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

26.21. $\rho = 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 5/12$.

26.22. $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$, $-\pi \leq \varphi \leq -\pi/2$.

26.23. $\rho = 4\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 3/4$.

26.24. $\rho = 4(1 - \sin \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/6$.

26.25. $\rho = 5\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 12/5$.

26.26. $\rho = 6(1 + \sin \varphi)$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq 0$.

26.27. $\rho = 8 \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/4$.

26.28. $\rho = 8(1 - \cos \varphi)$, $-2\pi/3 \leq \varphi \leq 0$.

26.29. $\rho = 2 \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/6$.

26.30. $\rho = 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 4/3$.

27. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры Φ вокруг указанной оси.

- 27.1. $\Phi : y = \sin x, y=0 (0 \leq x \leq \pi), Ox.$ 27.2. $\Phi : y = 2x - x^2, y=0, Ox.$
- 27.3. $\Phi : y^2 = 4x, x^2 = 4y, Ox.$ 27.4. $\Phi : \rho = 2(1 + \cos \varphi),$ полярная ось.
- 27.5. $\Phi : x = 2\cos t, y = 5\sin t, Oy.$ 27.6. $\Phi : x = 7\cos^3 t, y = 7\sin^3 t, Oy.$
- 27.7. $\Phi : y = x^2, 8x = y^2, Oy.$ 27.8. $\Phi : x^2/16 + y^2/1 = 1, Ox.$
- 27.9. $\Phi : y = e^x, x=0, y=0, x=1, Ox.$ 27.10. $\Phi : x^3 = (y-1)^2, x=0, y=0, Ox.$
- 27.11. $\Phi : y^2 = 4x/3, x=3, Ox.$ 27.12. $\Phi : xy=4, 2x+y-6=0, Ox.$
- 27.13. $\Phi : x = \sqrt{3}\cos t, y = 2\sin t, Oy.$ 27.14. $\Phi : x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, Ox.$
- 27.15. $\Phi : y = 2 - x^2, y = x^2, Ox.$ 27.16. $\Phi : 2y = x^2, 2x + 2y - 3 = 0, Ox.$
- 27.17. $\Phi : y = -x^2 + 8, y = x^2, Ox.$ 27.18. $\Phi : y = x - x^2, y=0, Ox.$
- 27.19. $\Phi : y^2 = (x+4)^3, x=0, Ox.$ 27.20. $\Phi : y = 2 - x^2/2, x+y=2, Oy.$
- 27.21. $\Phi : y = x^3, x=0, y=8, Oy.$ 27.22. $\Phi : y^2 = 4 - x, x=0, Oy.$
- 27.23. $\Phi : y^2 = x, x^2 = y, Ox.$ 27.24. $\Phi : \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2}, x=0, y=0, Ox.$
- 27.25. $\Phi : y^2 = (x-1)^3, x=2, Ox.$ 27.26. $\Phi : x^2/9 + y^2/4 = 1, Oy.$
- 27.27. $\Phi : x = \sqrt{1 - y^2}, y = \sqrt{\frac{3}{2}}x, y=0, Ox.$ 27.28. $\Phi : y^3 = x^2, y=1, Ox.$
- 27.29. $\Phi : x = 3\cos^2 t, y = 4\sin^2 t,$
 $(0 \leq t \leq \pi/2), Oy.$ 27.30. $\Phi : x = 6(t - \sin t), y = 6(1 - \cos t), Ox.$

28. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой L вокруг указанной оси.

- 28.1. $L: 3y = x^3 (0 \leq x \leq 1), Ox.$
- 28.2. $L: \rho^2 = 4\cos 2\varphi,$ полярная ось.
- 28.3. $L: \rho = 6\sin \varphi,$ полярная ось.
- 28.4. $L: x = t - \sin t, y = 1 - \cos t (0 \leq t \leq 2\pi), Ox.$
- 28.5. $L: x = \cos t, y = 3 + \sin t, Ox.$
- 28.6. $L: 3x = y^3 (0 \leq y \leq 2), Oy.$
- 28.7. $L: y = x^3/3 (-1 \leq x \leq 1), Ox.$
- 28.8. $L: x = \cos t, y = 1 + \sin t, Ox.$
- 28.9. $L: x^2 = 4 + y,$ отсекаемая прямой $y=2, Oy.$

28.10. $L: \rho=2\sin\varphi$, полярная ось.

28.11. $L: \rho=\frac{2}{3}\cos\varphi$, полярная ось.

28.12. $L: x=3\cos^3 t, y=3\sin^3 t, Ox.$

28.13. $L: x=2\cos t, y=3+2\sin t, Ox.$

28.14. $L: \rho^2=9\cos 2\varphi$, полярная ось.

28.15. $L: y=x^3$ между прямыми $x=\pm 2/3, Ox.$

28.16. $L: x=\cos^3 t, y=\sin^3 t, Ox.$

28.17. $L: \rho=\sqrt{\cos 2\varphi}$, полярная ось.

28.18. $L: y^2=4+x$, отсекаемая прямой $x=2, Ox.$

28.19. $L: x=2\cos^3 t, y=2\sin^3 t, Ox.$

28.20. $L: x=\cos t, y=2+\sin t, Ox.$

28.21. $L: \rho=4\sin\varphi$, полярная ось.

28.22. $L: y^2=2x$, отсекаемая прямой $2x=3, Ox.$

28.23. $L: 3y=x^2 (0 \leq x \leq 2), Ox.$

28.24. $L: y=\sqrt{x}$, отсеченная прямой $y=x, Ox.$

28.25. $L: y=x^3/3 (-1/2 \leq x \leq 1/2), Ox.$

28.26. $L: \rho=2\cos\varphi$, полярная ось.

28.27. $L: x=10(t-\sin t), y=10(1-\cos t) (0 \leq t \leq 2\pi), Ox.$

28.28. $L: x=3(t-\sin t), y=3(1-\cos t) (0 \leq t \leq 2\pi), Ox.$

28.29. $L: y=x^2/2$, отсеченная прямой $y=3/2, Oy.$

28.30. $L: x=2(t-\sin t), y=2(1-\cos t) (0 \leq t \leq 2\pi), Ox.$

6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

1.1. $y'=e^{x^2} x(1+y^2).$

1.2. $\sin x \cdot y' = y \cos x + 2 \cos x.$

1.3. $3^{y^2-x^2} = yy'/x.$

1.4. $\operatorname{ctg} x \cos^2 y dx + \sin^2 x \operatorname{tg} y dy = 0.$

1.5. $(1+e^{3y})dx = e^{3y}dy.$

1.6. $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx.$

1.7. $y'=e^{2x}/\ln y.$

1.8. $e^{x+3y} dy = x dx.$

1.9. $3^{x^2+y} dy + x dx = 0.$

1.10. $y' \sin x = y \ln y.$

1.11. $e^x \sin y dx + \operatorname{tg} y dy = 0.$

1.13. $(1+e^x)y dy - e^y dx = 0.$

1.15. $y' \sqrt{1-x^2} - \cos^2 y = 0.$

1.17. $e^x \operatorname{tg} y dx = (1-e^x) \sec^2 y dy.$

1.19. $y' + \sin(x+y) = \sin(x-y).$

1.21. $(1+e^x)y y' = e^x.$

1.23. $\sin x \operatorname{tg} y dx - dy / \sin x = 0.$

1.25. $1 + (1+y')e^y = 0.$

1.27. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2.$

1.29. $(e^{-x^2} dy) / x + dx / \cos^2 y = 0.$

1.12. $y' = (2x-1) \operatorname{ctg} y.$

1.14. $\sec^2 x \operatorname{tg} y dy + \sec^2 y \operatorname{tg} x dx = 0.$

1.16. $\cos y dx = 2\sqrt{1+x^2} dy + \cos y \sqrt{1+x^2} dy.$

1.18. $(\sin(2x+y) - \sin(2x-y))dx = dy / \sin y.$

1.20. $(y^2 + 3)dx - (e^x / x)y dy = 0.$

1.22. $(\cos(x-2y) + \cos(x+2y))y' = \sec x.$

1.24. $3e^x \sin y dx + (1-e^x) \cos y dy = 0.$

1.26. $\cos^3 y \cdot y' - \cos(2x+y) = \cos(2x-y).$

1.28. $y' = (2y+1) \operatorname{tg} x.$

1.30. $(\sin(x+y) + \sin(x-y))dx + dy / \cos y = 0.$

2. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

2.1. $y' \sqrt{1+y^2} = x^2 / y.$

2.3. $y - xy' = 2(1+x^2 y').$

2.5. $y - xy' = 1 - x^2 y'.$

2.7. $\sqrt{1-y^2} dx + y \sqrt{1-x^2} dy = 0.$

2.9. $(x^2 y - y)^2 y' = x^2 y - y + x^2 - 1.$

2.11. $(xy-x)^2 dy + y(1-x)dx = 0.$

2.13. $2xyy' = 1 - x^2.$

2.15. $(x^2 - 1)y' - xy = 0.$

2.17. $(y^2 x + y^2)dy + xdx = 0.$

2.19. $xy' - y = y^2.$

2.21. $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy.$

2.23. $y' - xy^2 = 2xy.$

2.25. $2x^2 yy' + y^2 = 2.$

2.27. $(xy + x^3 y)y' = 1 + y^2.$

2.29. $y'/7^{y-x} = 3.$

2.2. $y' = (1+y^2)/(1+x^2).$

2.4. $(x+4)dy - xydx = 0.$

2.6. $y' + y + y^2 = 0.$

2.8. $y^2 \ln x dx - (y-1)xdy = 0.$

2.10. $(1+x^3)y^3 dx - (y^2 - 1)x^3 dy = 0.$

2.12. $(1+x^2)y' + y\sqrt{1+x^2} = xy.$

2.14. $y' = 2xy + x.$

2.16. $y - xy' = 3(1+x^2 y').$

2.18. $(xy^3 + x)dx + (x^2 y^2 - y^2)dy = 0.$

2.20. $(1+y^2)dx - (y+yx^2)dy = 0.$

2.22. $y' + 2y - y^2 = 0.$

2.24. $(x^2 + x)y dx + (y^2 + 1)dy = 0.$

2.26. $(x+xy^2)dy + ydx - y^2 dx = 0.$

2.28. $(y+1)y' = y/\left(\sqrt{1-x^2}\right) + xy.$

2.30. $xyy' = (1-x^2)/(1-y^2).$

3. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

3.1. $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$.

3.3. $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$.

3.5. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$.

3.7. $y = x\left(y' - \sqrt[3]{e^y}\right)$.

3.9. $y' = y/x - 1$.

3.11. $y'x + x + y = 0$.

3.13. $y - xy' = x \sec(y/x)$.

3.15. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$.

3.17. $(x + 2y)dx - xdy = 0$.

3.19. $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$.

3.21. $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$.

3.23. $y^2 + x^2y' = xyy'$.

3.25. $xy' - y = xtg(y/x)$.

3.27. $xy' = y - xe^{y/x}$.

3.29. $xy' - y = (x + y)\ln((x + y)/x)$.

3.2. $(2\sqrt{xy} - y)dx + xdy = 0$.

3.4. $xy' + y(\ln(y/x) - 1) = 0$.

3.6. $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0$.

3.8. $(y^2 - 2xy)dx - x^2dy = 0$.

3.10. $x^2y' = y(x + y)$.

3.12. $y' = x/y + y/x$.

3.14. $(x + 2y)dx + xdy = 0$.

3.16. $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0$.

3.18. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}dx$.

3.20. $(x - y)ydx - x^2dy = 0$.

3.22. $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$.

3.24. $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$.

3.26. $(x^2 - 2xy)y' = xy - y^2$.

3.28. $xy' = y \cos \ln(y/x)$.

3.30. $(4x^2 + 3xy + y^2)dx + (4y^2 + 3xy + x^2)dy = 0$.

4. Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения.

4.1.

$(xy' - 1)\ln x = 2y, y(e) = 0$.

4.3.

$x(y' - y) = e^x, y(1) = 0$.

4.5.

$y = x(y' - x \cos x), y(\pi/2) = 0$.

4.7.

$(x + y^2) = ydx, y(0) = 1$.

4.9.

$(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y)y' = 1, y(0) = \pi/2$.

4.11.

$y' = y/(3x - y^2), y(0) = 1$.

4.2.

$xy' + y = \sin x, y(\pi/2) = 2/\pi$.

4.4.

$(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x, y(\sqrt{2}) = 1$.

4.6.

$(1 - x^2)y' + xy = 1, y(0) = 1$.

4.8.

$y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \operatorname{ctg} x, y(0) = 0$.

4.10.

$xy' - 2y = 2x^4, y(1) = 0$.

4.12.

$y' = 2x(x^2 + y), y(0) = 0$.

4.13.

$$(1-2xy)y' = y(y-1), \quad y(0) = 1.$$

4.15.

$$(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0.$$

4.17.

$$y' + y \operatorname{tg} x = \sec x, \quad y(0) = 0.$$

4.19.

$$(1-x)(y'+y) = e^{-x}, \quad y(0) = 0.$$

4.21.

$$(xy' - 2y) + x^2 = 0, \quad y(0) = 0.$$

4.23.

$$(x+1)y' + y = x^3 + x^2, \quad y(0) = 0.$$

4.25.

$$(2e^y - x)y' = 1, \quad y(0) = 0.$$

4.27.

$$xy' + (x+1)y = 3x^2 e^{-x}, \quad y(1) = 0.$$

4.29.

$$xy' + y = \ln x + 1, \quad y(1) = 0.$$

4.14.

$$y' - y = e^x, \quad y(0) = 1.$$

4.16.

$$xy' + y + xe^{-x^2} = 0, \quad y(1) = 1/2e.$$

4.18.

$$\cos y dx = (x + 2 \cos y) \sin y dy, \quad y(0) = \pi/4.$$

4.20.

$$x^2 y' = 2xy + 3, \quad y(1) = -1.$$

4.22.

$$y' + 2xy = xe^{-x^2}, \quad y(0) = 0.$$

4.24.

$$y' - 3x^2 y - x^2 e^{x^3} = 0, \quad y(0) = 0.$$

4.26.

$$x^2 y' + xy + 1 = 0, \quad y(1) = 0.$$

4.28.

$$xy' + x = 4y^3 + 3y^2, \quad y(2) = 1.$$

4.30.

$$(2x + y)dy = ydx + 4\ln y dy, \quad y(0) = 1.$$

5. Найти решение задачи Коши.

5.1.

$$y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2, \quad y(0) = 1.$$

5.3.

$$y' - 2y/(x+1) = (x+1)^3, \quad y(0) = 1/2.$$

5.5.

$$y' - 4xy = -4x^3, \quad y(0) = -\frac{1}{2}.$$

5.7.

$$y' + y = x, \quad y(0) = 1.$$

5.9.

$$y' - y/x = -2/x^2, \quad y(1) = 1.$$

5.11.

$$y' + \frac{2}{x}y = x^3, \quad y(1) = -5/6.$$

5.2.

$$y' + xy = -x^3, \quad y(0) = 3.$$

5.4.

$$y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x, \quad y(0) = 1$$

5.6.

$$y' - y \cos x = -\sin 2x, \quad y(0) = 3$$

5.8.

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$$

5.10.

$$y' - y \cos x = \sin 2x, \quad y(0) = -1.$$

5.12.

$$y' - y/x = x^2, \quad y(1) = 0.$$

5.13.

$$y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2, y(1)=3.$$

5.15.

$$y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1)=1.$$

5.17.

$$y' - \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, y(0)=\frac{2}{3}.$$

5.19.

$$y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, y(\pi/4)=1/2.$$

5.21.

$$y' - \frac{1}{x+1}y = e^x(x+1), y(0)=1.$$

5.23.

$$y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi)=\frac{1}{\pi}.$$

$$5.25. y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}, y(0)=\frac{2}{3}.$$

$$5.27. y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}e^x, y(1)=e.$$

$$5.29. y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, y(1)=4.$$

5.14.

$$y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, y(0)=0.$$

5.16.

$$y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(-1)=3/2.$$

5.18.

$$y' - \frac{y}{x} = x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1.$$

5.20.

$$y' + \frac{y}{2x} = x^2, y(1)=1.$$

5.22.

$$y' - \frac{2x-5}{x^2}y = 5, y(2)=4.$$

5.24.

$$y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}, y(1)=1.$$

$$5.26. y' + \frac{y}{x} = 3x, y(1)=1.$$

$$5.28. y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1, y(1)=1.$$

$$5.30. y' + 2xy = -2x^3, y(1)=e^{-1}.$$

6. Найти решение задачи Коши.

6.1.

$$3(xy'+y) = xy^2, y(1)=3.$$

6.3.

$$y'-y=2xy^2, y(0)=1/2.$$

6.5.

$$2xy'-3y=-\left(20x^2+12\right)y^3, y(1)=1/2\sqrt{2}.$$

6.7.

$$y'+2xy=2x^3y^3, y(0)=\sqrt{2}.$$

6.9.

$$xy'+y=y^2 \ln x, y(1)=1.$$

6.2.

$$y'+4x^3y=4(x^3+1)e^{-4x}y^2, y(0)=1.$$

6.4.

$$xy'-y=-y^2(\ln x+2)\ln x, y(1)=1.$$

6.6.

$$2(y'+xy)=(1+x)e^{-x}y^2, y(0)=2.$$

6.8.

$$3(xy'+y)=y^2 \ln x, y(1)=3.$$

6.10.

$$2y'+y \cos x = y^{-1} \cos x(1+\sin x), y(0)=1.$$

6.11.

$$y' + 4x^3 y = 4y^2 e^{4x} (1 - x^3), \quad y(0) = -1.$$

6.13.

$$3y' + 2xy = 2xy^{-2} e^{-2x^2}, \quad y(0) = -1.$$

6.15.

$$2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3, \quad y(1) = 1/\sqrt{2}.$$

6.17.

$$3xy' + 5y = (4x - 5)y^4, \quad y(1) = 1.$$

6.19.

$$2y' + 3ycosx = e^{2x}(2 + 3cosx)y^{-1}, \quad y(0) = 1.$$

6.21.

$$y' - ytgx = -(2/3)y^4 \sin x, \quad y(0) = 1.$$

6.23.

$$xy' + y = xy^2, \quad y(1) = 1.$$

6.25.

$$y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, \quad y(0) = 1.$$

6.27.

$$xy' + y = 2y^2 \ln x, \quad y(1) = 1/2.$$

6.29.

$$2(xy' + y) = xy^2, \quad y(1) = 2.$$

6.12.

$$y' - y = xy^2, \quad y(0) = 1.$$

6.14.

$$2(xy' + y) = y^2 \ln x, \quad y(1) = 2.$$

6.16.

$$y' + y = xy^2, \quad y(0) = 1.$$

6.18.

$$y' + 2ycosx = y^2 chx, \quad y(1) = 1/sh1.$$

6.20.

$$2(y' + xy) = (x - 1)e^x y^2, \quad y(0) = 2.$$

6.22.

$$2y' + 3ycosx = (8 + 12cosx)e^{2x} y^{-1}, \quad y(0) = 2$$

6.24.

$$4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x} y^2, \quad y(0) = 1.$$

6.26.

$$8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3, \quad y(1) = 1/\sqrt{2}.$$

6.28.

$$2(y' + y) = xy^2, \quad y(0) = 2.$$

6.30.

$$y' + xy = (x - 1)e^x y^2, \quad y(0) = 1.$$

7. Методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку М.

7.1. $y' = x^2 - y, \quad M(1, 1/2).$

7.3. $y' = xy, \quad M(0, 1).$

7.5. $2(y + y') = x + 3, \quad M(1, 1/2).$

7.7. $xy' = 2y, \quad M(1, 3).$

7.9. $y' = y - x^2, \quad M(-3, 4).$

7.11. $y' = (y - 1)x, \quad M(1, 3/2).$

7.13. $y' = 3 + y^2, \quad M(1, 2).$

7.15. $y'(x^2 + 2) = y, \quad M(2, 2).$

7.17. $y' = y - x, \quad M(9/2, 1).$

7.19. $y' = xy, \quad M(0, -1).$

7.21. $y' = x + 2y, \quad M(3, 0).$

7.2. $y' = x^2 - y, \quad M(2, 3/2).$

7.4. $yy' = -x, \quad M(2, 3).$

7.6. $3yy' = x, \quad M(1, 1).$

7.8. $y' = 3y^{2/3}, \quad M(1, 3).$

7.10. $y' = x(y - 1), \quad M(1, 1/2).$

7.12. $y' = y - x, \quad M(2, 1).$

7.14. $y' = y - x, \quad M(4, 2).$

7.16. $y' = x^2 - y, \quad M(0, 1).$

7.18. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0, \quad M(-2, -1).$

7.20. $y' = x + 2y, \quad M(1, 2).$

7.22. $yy' = -2x, \quad M(0, 5).$

7.23. $3yy' = x, \quad M(-3, -2).$

7.24. $y' = \frac{2x}{3y}, \quad M(1, 1).$

7.25. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0, \quad M(-2, 1).$

7.26. $yy' + x = 0, \quad M(-2, -3).$

7.27. $yy' = -\frac{x}{2}, \quad M(4, 2).$

7.28. $xy' = 2y, \quad M(2, 3).$

7.29. $y' = 2 + y^2, \quad M(1, 2).$

7.30. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0, \quad M(2, 1).$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения.

8.1. $xy'' = y'.$

8.2. $y'' x \ln x = y'.$

8.3. $x^2 y'' = y'^2.$

8.4. $y'' = y' + x.$

8.5. $xy'' - y' = x^2 e^x.$

8.6. $2xy'' + y' = y'^2 - 4.$

8.7. $xy'' = y' + x^2.$

8.8. $x^2 y'' + xy' = 1.$

8.9. $y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1).$

8.10. $xy'' = y' \ln(y'/x).$

8.11. $y'' x \ln x = 2y'.$

8.12. $y''' + y'' \operatorname{tg} x = \sec x.$

8.13. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1.$

8.14. $(1-x^2)y'' - xy' = 2.$

8.15. $y'' + 4y' = 2x^2.$

8.16. $y'' = -x/y.$

8.17. $y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2.$

8.18. $y'' + y' = \sin x.$

8.19. $xy'' + y' = \ln x.$

8.20. $(1+x^2)y'' = 2xy'.$

8.21. $x(y''+1) + y' = 0.$

8.22. $x^3 y'' + x^2 y' = 1.$

8.23. $2xy' y'' = y'^2 + 1.$

8.24. $y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x.$

8.25. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x.$

8.26. $y'' + 2xy'^2 = 0.$

8.27. $y'' + 4y' = \cos 2x.$

8.28. $2xy' y'' = y'^2 - 1.$

8.29. $y'' x \ln x = y''.$

8.30. $xy'' - y' = 2x^2 e^x.$

9. Найти решение задачи Коши.

9.1.

$$y^3 y'' = 4(y^4 - 1), y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}.$$

9.2.

$$y'' + 8 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2.$$

9.3.

$$y'' + 50 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 5.$$

9.4.

$$y'' = 72y^3, y(2) = 1, y'(2) = 6.$$

9.5.

$$y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2.$$

9.6.

$$y'' y^3 + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2.$$

9.7.

$$y'' y^3 + 4 = 0, y(0) = -1, y'(0) = -2.$$

9.8.

$$y'' = 18 \sin^3 y \cos y, y(1) = \pi/2, y'(1) = 3.$$

9.9.

$$y'' = 2 \sin^3 y \cos y = 0, y(1) = \pi/2, y'(1) = 1.$$

9.10.

$$4y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = 1/\sqrt{2}.$$

9.11.

$$y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}.$$

9.12.

$$y'' = 50y^3, y(3) = 1, y'(3) = 5.$$

9.13.

$$y''=2y^3, y(-1)=1, y'(-1)=1.$$

9.15.

$$y''y^3+1=0, y(1)=-1, y'(1)=-1.$$

9.17.

$$y''=128y^3, y(0)=1, y'(0)=8.$$

9.19.

$$y''y^3+64=0, y(0)=4, y'(0)=2.$$

9.21.

$$y''+2\sin y \cos^3 y=0, y(0)=0, y'(0)=1.$$

9.23.

$$y''=32\sin^3 y \cos y=0, y(1)=\pi/2, y'(1)=4.$$

9.25.

$$y''=98y^3, y(1)=1, y'(1)=7.$$

9.27.

$$y''y^3+49=0, y(3)=-7, y'(3)=-1.$$

9.29.

$$4y^3y''=16y^4-1, y(0)=\sqrt{2}/2, y'(0)=1/\sqrt{2}.$$

9.14.

$$y''y^3+25=0, y(2)=-5, y'(2)=-1.$$

9.16.

$$y''+18\sin y \cos^3 y=0, y(0)=0, y'(0)=3.$$

9.18.

$$y''=8\sin^3 y \cos y, y(1)=\pi/2, y'(1)=2.$$

9.20.

$$y''=32y^3, y(4)=1, y'(4)=4.$$

9.22.

$$y''y^3+16=0, y(1)=2, y'(1)=2.$$

9.24.

$$y''+32\sin y \cos^3 y=0, y(0)=0, y'(0)=4.$$

9.26.

$$y''=50\sin^3 y \cos y=0, y(1)=\pi/2, y'(1)=5.$$

9.28.

$$y''=18y^3, y(1)=1, y'(1)=3.$$

9.30.

$$y''y^3+9=0, y(1)=1, y'(1)=3.$$

10. Найти общее решение каждого из дифференциальных уравнений.

10.1. а) $4y''-8y'+3y=0$; **б)** $y''-3y'=0$; **в)** $y''-2y'+10y=0$.

10.2. а) $y''+4y'+20y=0$; **б)** $y''-3y'-10y=0$; **в)** $y''-16y=0$.

10.3. а) $9y''+6y'+y=0$; **б)** $y''-4y'-21y=0$; **в)** $y''+y=0$.

10.4. а) $2y''+3y'+y=0$; **б)** $y''+4y'+8y=0$; **в)** $y''-6y'+9y=0$.

10.5. а) $y''-10y'+21y=0$; **б)** $y''-2y'+2y=0$; **в)** $y''+4y'=0$.

10.6. а) $y''+6y'=0$; **б)** $y''+10y'+29y=0$; **в)** $y''-8y'+7y=0$.

10.7. а) $y''+25y=0$; **б)** $y''+6y'+9y=0$; **в)** $y''+2y'+2y=0$.

10.8. а) $y''-3y'=0$; **б)** $y''-7y'-8y=0$; **в)** $y''+4y'+13y=0$.

10.9. а) $y''-3y'-4y=0$; **б)** $y''+6y'+13y=0$; **в)** $y''+2y'=0$.

10.10. а) $y''+25y'=0$; **б)** $y''-10y'+16y=0$; **в)** $y''-8y'+16y=0$.

10.11. а) $y''-3y'-18y=0$; **б)** $y''-6y'=0$; **в)** $y''+2y'+5y=0$.

10.12. а) $y''-6y'+13y=0$; **б)** $y''-2y'-15y=0$; **в)** $y''-8y'=0$.

10.13. а) $y''+2y'+y=0$; **б)** $y''+6y'+25y=0$; **в)** $y''-4y'=0$.

10.14. а) $y''+10y'=0$; **б)** $y''-6y'+8y=0$; **в)** $4y''+4y'+y=0$.

10.15. а) $y''+5y=0$; **б)** $9y''-6y'+y=0$; **в)** $y''+6y'+8y=0$.

- 10.16.** а) $y''+6y'+10y=0$; б) $y''-4y'+4y=0$; в) $y''-5y'+4y=0$.
10.17. а) $y''-y=0$; б) $4y''+8y'-5y=0$; в) $y''-6y'+10y=0$.
10.18. а) $y''+8y'+25y=0$; б) $y''+9y'=0$; в) $9y''+3y'-2y=0$.
10.19. а) $6y''+7y'-3y=0$; б) $y''+16y=0$; в) $4y''-4y'+y=0$.
10.20. а) $9y''-6y'+y=0$; б) $y''+12y'+37y=0$; в) $y''-2y'=0$.
10.21. а) $y''+4y=0$; б) $y''-10y'+25y=0$; в) $y''+3y'+2y=0$.
10.22. а) $y''-y'-2y=0$; б) $y''+9y=0$; в) $y''+4y'+4y=0$.
10.23. а) $y''-4y'=0$; б) $y''-4y'+13y=0$; в) $y''-3y'+2y=0$.
10.24. а) $y''-5y'+6y=0$; б) $y''+3y'=0$; в) $y''+2y'+5y=0$.
10.25. а) $y''-2y'+10y=0$; б) $y''+y'-2y=0$; в) $y''-2y'=0$.
10.26. а) $y''-4y=0$; б) $y''+2y'+17y=0$; в) $y''-y'-12y=0$.
10.27. а) $y''+y'-6y=0$; б) $y''+9y'=0$; в) $y''-4y'+20y=0$.
10.28. а) $y''-49y=0$; б) $y''-4y'+5y=0$; в) $y''+2y'-3y=0$.
10.29. а) $y''+7y'=0$; б) $y''-5y'+4y=0$; в) $y''+16y=0$.
10.30. а) $y''-6y'+8y=0$; б) $y''+4y'+5y=0$; в) $y''+5y'=0$.

11. Найти общее решение дифференциального уравнения.

- | | |
|--|--|
| 11.1. $y''+y=2\cos 5x+3\sin 5x$. | 11.2. $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 6x$. |
| 11.3. $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos x$. | 11.4. $y''+2y'+5y=-17\sin 2x$. |
| 11.5. $y''+2y'=6e^x(\sin x+\cos x)$. | 11.6. $y''-4y'+8y=e^x(3\sin x+5\cos x)$. |
| 11.7. $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 5x$. | 11.8. $y''-4y'+4y=-e^{2x}\sin 4x$. |
| 11.9. $y''+2y'+5y=-\cos x$. | 11.10. $y''+y=2\cos 7x-3\sin 7x$. |
| 11.11. $y''+2y'=3e^x(\sin x+\cos x)$. | 11.12. $y''-4y'+8y=e^x(2\sin x-\cos x)$. |
| 11.13. $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 8x$. | 11.14. $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 4x$. |
| 11.15. $y''-4y'+4y=-e^{2x}\sin 6x$. | 11.16. $y''+2y'+5y=10\cos x$. |
| 11.17. $y''+y=2\cos 7x+3\sin 7x$. | 11.18. $y''+2y'=4e^x(\sin x+\cos x)$. |
| 11.19. $y''-4y'+8y=e^x(5\sin x-3\cos x)$. | 11.20. $y''+2y'=-2e^x(\sin x+\cos x)$. |
| 11.21. $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 3x$. | 11.22. $y''+2y'+5y=-\sin 2x$. |
| 11.23. $y''+y=2\cos 3x-3\sin 3x$. | 11.24. $y''+2y'=e^x(\sin x+\cos x)$. |
| 11.25. $y''-4y'+8y=e^x(-3\sin x+4\cos x)$. | 11.26. $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 4x$. |
| 11.27. $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 5x$. | 11.28. $y''+2y'+5y=-2\sin x$. |
| 11.29. $y''+y=2\cos 4x+3\sin 4x$. | 11.30. $y''+2y'=10e^x(\sin x+\cos x)$. |

12. Найти решение задачи Коши.

12.1. $y'' - 12y' + 36y = 32\cos 2x + 24\sin 2x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 4.$

12.2. $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, \quad y(0) = 2, y'(0) = 3.$

12.3. $y'' - y = (14 - 16x)e^{-x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = -1.$

12.4. $y'' + 8y' + 16y = 16x^2 - 16x + 66, \quad y(0) = 3, y'(0) = 0.$

12.5. $y'' + 10y' + 34y = -9e^{-5x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 6.$

12.6. $y'' - 6y' + 25y = (32x - 12)\sin x - 36x\cos 3x, \quad y(0) = 4, y'(0) = 0.$

12.7. $y'' + 25y = e^x(\cos 5x - 10\sin 5x), \quad y(0) = 3, y'(0) = -4.$

12.8. $y'' + 2y' + 5y = -8e^{-x}\sin 2x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 6.$

12.9. $y'' - 2y' + y = -12\cos 2x - 9\sin 2x, \quad y(0) = -2, y'(0) = 0.$

12.10. $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65, \quad y(0) = -1, y'(0) = 1.$

12.11. $y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6, \quad y(0) = -1, y'(0) = 1$

12.12. $y'' - 6y' + 25y = 9\sin 4x - 24\cos 4x, \quad y(0) = 2, y'(0) = -2.$

12.13. $y'' - 14y' + 53y = 53x^3 - 42x^2 + 59x - 14, \quad y(0) = 0, y'(0) = 7.$

12.14. $y'' + 6y = e^x(\cos 4x - 8\sin 4x), \quad y(0) = 0, y'(0) = 5.$

12.15. $y'' - 4y' + 20y = 16xe^{2x}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 2.$

12.16. $y'' - 4y = 8e^{2x}, \quad y(0) = 1, y'(0) = -8.$

12.17. $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$

12.18. $y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x}, \quad y(0) = 3, y'(0) = 5.$

12.19. $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$

12.20. $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8, \quad y(0) = 1, y'(0) = 3.$

12.21. $y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 6.$

12.22. $y'' - 8y' = 16 + 48x^2 - 128x^3, \quad y(0) = -1, y'(0) = 14.$

12.23. $y'' + 12y' + 36y = 72x^3 - 18, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$

12.24. $y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$

12.25. $y'' - 9y' + 18y = 26\cos x - 8\sin x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$

12.26. $y'' + 8y' = 18x + 60x^2 - 32x^3, \quad y(0) = 5, y'(0) = 2.$

12.27. $y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7\cos x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 7.$

12.28. $y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1, \quad y(0) = 2, y'(0) = 2.$

12.29. $y'' + 16y = 32e^{4x}, \quad y(0) = 2, y'(0) = 0.$

12.30. $y''+5y'+6y=52\sin 2x$, $y(0)=-2$, $y'(0)=-2$.

13. Найти общее решение дифференциального уравнения.

13.1. $y''-2y'+2y=\frac{e^x}{\sin^2 x}$.

13.3. $y''+2y'+2y=e^{-x}\operatorname{ctgx} x$.

13.5. $y''-2y'+2y=e^x/\sin x$.

13.7. $y''-2y'+y=e^x/x^2$.

13.9. $y''+y=\operatorname{tg} x$.

13.11. $y''+4y=\operatorname{ctg} 2x$.

13.13. $y''+y=\operatorname{ctgx} x$.

13.15. $y''-2y'+y=e^x/x$.

13.17. $y''+2y'+y=e^{-x}/x$.

13.19. $y''+y=1/\cos x$.

13.21. $y''+y=1/\sin x$.

13.23. $y''+4y=1/\sin 2x$.

13.25. $y''+4y=\operatorname{tg} 2x$.

13.27. $y''+4y'+4y=e^{-2x}/x^3$.

13.29. $y''-4y'+4y=e^{2x}/x^3$.

13.2. $y''+2y'+y=3e^{-x}\sqrt{x+1}$.

13.4. $y''+y=-\operatorname{ctg}^2 x$.

13.6. $y''-y'=e^{2x}\cdot \cos(e^x)$.

13.8. $y''-y'=e^{2x}\cdot \sin(e^x)$.

13.10. $y''+y=\operatorname{tg}^2 x$.

13.12. $y''+y=2/\sin^2 x$.

13.14. $y''+2y'+5y=\frac{e^{-x}}{\sin 2x}$.

13.16. $y''+9y=\frac{1}{\cos 3x}$.

13.18. $y''-y=\frac{e^x}{e^x+1}$.

13.20. $y''+4y=\frac{1}{\cos 2x}$.

13.22. $y''-4y'+5y=\frac{e^{2x}}{\cos x}$.

13.24. $y''+y=\frac{\sin x}{\cos^2 x}$.

13.26. $y''+9y=\frac{1}{\sin 3x}$.

13.28. $y''+2y'+2y=\frac{e^{-x}}{\cos x}$.

13.30. $y''+2y'+y=xe^x+\frac{1}{xe^x}$.

14. Найти решение системы дифференциальных уравнений.

14.1. $\begin{cases} x'=x+4y, \\ y'=x+y. \end{cases}$

14.2. $\begin{cases} x'=3x+y, \\ y'=x+3y. \end{cases}$

14.3. $\begin{cases} x'=y, \\ y'=x. \end{cases}$

$$14.4. \begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y. \end{cases}$$

$$14.7. \begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x + 3y. \end{cases}$$

$$14.10. \begin{cases} x' = 7x + 3y, \\ y' = x + 5y. \end{cases}$$

$$14.13. \begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y. \end{cases}$$

$$14.16. \begin{cases} x' = 2x + 8y, \\ y' = x + 4y. \end{cases}$$

$$14.19. \begin{cases} x' = 5x + 8y, \\ y' = 3x + 3y. \end{cases}$$

$$14.22. \begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = 8x + y. \end{cases}$$

$$14.25. \begin{cases} x' = x - 5y, \\ y' = -x - 3y. \end{cases}$$

$$14.28. \begin{cases} x' = -5x + 2y, \\ y' = x - 6y. \end{cases}$$

$$14.5. \begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x + 4y. \end{cases}$$

$$14.8. \begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 6y. \end{cases}$$

$$14.11. \begin{cases} x' = 5x + 4y, \\ y' = 4x + 5y. \end{cases}$$

$$14.14. \begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y. \end{cases}$$

$$14.17. \begin{cases} x' = -2x - 3y, \\ y' = -x. \end{cases}$$

$$14.20. \begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -4x + 4y. \end{cases}$$

$$14.23. \begin{cases} x' = -2x + y, \\ y' = -3x + 2y. \end{cases}$$

$$14.26. \begin{cases} x' = 6x - y, \\ y' = 3x + 2y. \end{cases}$$

$$14.29. \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = -6x - 3y. \end{cases}$$

$$14.6. \begin{cases} x' = -x - 2y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$$

$$14.9. \begin{cases} x' = -2x, \\ y' = y. \end{cases}$$

$$14.12. \begin{cases} x' = 4x + 2y, \\ y' = 4x + 6y. \end{cases}$$

$$14.15. \begin{cases} x' = 8x - 3y, \\ y' = 2x + y. \end{cases}$$

$$14.18. \begin{cases} x' = 6x + 3y, \\ y' = -8x - 5y. \end{cases}$$

$$14.21. \begin{cases} x' = 4x - 8y, \\ y' = -8x + 4y. \end{cases}$$

$$14.24. \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$$

$$14.27. \begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -4x + y. \end{cases}$$

$$14.30. \begin{cases} x' = -x + 8y, \\ y' = -6x + y. \end{cases}$$

7. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Найти область определения функции.

$$1.1. z = \ln(y^2 - x^2).$$

$$1.3. z = \arccos(x + 2y).$$

$$1.5. z = \ln(9 - x^2 - y^2).$$

$$1.7. z = 1 / \sqrt{x^2 + y^2 - 5}.$$

$$1.9. z = \arccos(x + y).$$

$$1.11. z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}.$$

$$1.13. z = \sqrt{2x^2 - y^2}.$$

$$1.15. z = \sqrt{xy} / (x^2 + y^2).$$

$$1.17. z = \arcsin(x - y).$$

$$1.2. z = 5 / (4 - x^2 - y^2).$$

$$1.4. z = \ln(2x - y).$$

$$1.6. z = \sqrt{1 - x - y}.$$

$$1.8. z = 1 / (x^2 + y^2 - 6).$$

$$1.10. z = 3x + y / (2 - x + y).$$

$$1.12. z = \ln(x^2 + y^2 - 3).$$

$$1.14. z = 4xy / (x - 3y + 1).$$

$$1.16. z = \arcsin(x / y).$$

$$1.18. z = 7x^3y / (x - 3y + 1).$$

1.19. $z = \ln(4 - x^2 - y^2)$.

1.21. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 5}$.

1.23. $z = x^3 y / (3 + x - y)$.

1.25. $z = \arcsin(2x - y)$.

1.27. $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$.

1.29. $z = 4x + y / (2x - 5y)$.

1.20. $z = e^{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$.

1.22. $z = 4xy / (x^2 - y^2)$.

1.24. $z = 3xy / (2x - 5y)$.

1.26. $z = \sqrt{y^2 - x^2}$.

1.28. $z = 2 / (6 - x^2 - y^2)$.

1.30. $z = \sqrt{3x - 2y} / (x^2 + y^2 + 4)$.

2. Найти частные производные 1-го порядка функции.

2. 1. $z = \operatorname{arctg}(xy^2)$.

2.3. $z = \sin \sqrt{x - y^3}$.

2.5. $z = \operatorname{ctg}(3x - 2y)$.

2.7. $z = \ln(\sqrt{xy} - 1)$.

2.9. $z = \operatorname{arctg}(x^2 / y^3)$.

2.11. $z = \operatorname{tg}\left(\frac{(2x - y^2)}{x}\right)$.

2.13. $z = e^{-\sqrt{x^2 + y^2}}$.

2.15. $z = \operatorname{arccos}(x - y^2)$.

2.17. $z = \cos((x - y) / (x^2 + y^2))$.

2.19. $z = e^{-(x^3 + y^3)}$.

2.21. $z = \arcsin \sqrt{xy}$.

2.23. $z = \cos(x^3 - 2xy)$.

2.25. $z = \operatorname{tg}(x^3 + y^2)$.

2.27. $z = e^{-x^2 + y^2}$.

2.29. $z = \operatorname{arccos}(y/x)$.

2.2. $z = \cos \sqrt{x^2 + y^2}$.

2.4. $z = \operatorname{tg}(x^3 y^4)$.

2.6. $z = e^{2x^2 - y^5}$.

2.8. $z = \arcsin(2x^3 y)$.

2.10. $z = \cos(x - \sqrt{xy^3})$.

2.12. $z = \sin((x + y) / (x - y))$.

2.14. $z = \operatorname{ctg} \sqrt{x / (x - y)}$.

2.16. $z = \ln(3x^2 - y^2)$.

2.18. $z = \operatorname{arcctg}(x^3 / y)$.

2.20. $z = \sin \sqrt{y / (x + y)}$.

2.22. $z = \ln(y^2 - e^{-x})$.

2.24. $z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)$.

2.26. $z = \sin \sqrt{y / x^3}$.

2.28. $z = \operatorname{ctg} \sqrt{xy^3}$.

2.30. $z = \ln(3x^2 - y^4)$.

3. Найти частные производные второго порядка функции.

3.1. $z = e^{\sqrt{x+y}}$.

3.3. $z = \operatorname{arccos}(x - 5y)$.

3.2. $z = \operatorname{ctg}(y/x)$.

3.4. $z = \cos(x^2 y^2 - 5)$.

- 3.5.** $z = \cos(3x - y^3)$.
3.7. $z = \ln(5x^2 - 3y^4)$.
3.9. $z = \ln(3xy - 4)$.
3.11. $z = \arcsin(4x + y)$.
3.13. $z = \sin\sqrt{xy}$.
3.15. $z = \operatorname{arctg}(3x + 2y)$.
3.17. $z = \operatorname{arcctg}(x - 4y)$.
3.19. $z = \operatorname{tg}(xy^2)$.
3.21. $z = e^{x^2 - y^2}$.
3.23. $z = \operatorname{tg}(x/y)$.
3.25. $z = \sin(x^2 - y)$.
3.27. $z = \arcsin(x - y)$.
3.29. $z = \operatorname{arcctg}(x - 3y)$.

- 3.6.** $z = \arcsin(x - 2y)$.
3.8. $z = \operatorname{arctg}(5x + 2y)$.
3.10. $z = \ln(4x^2 - 5y^3)$.
3.12. $z = e^{2x^2 + y^2}$.
3.14. $z = \operatorname{tg}\sqrt{xy}$.
3.16. $z = \sin\sqrt{x^3 y}$.
3.18. $z = \arccos(4x - y)$.
3.20. $z = \operatorname{arctg}(2x - y)$.
3.22. $z = \operatorname{ctg}(x + y)$.
3.24. $z = \cos(xy^2)$.
3.26. $z = \operatorname{arctg}(x + y)$.
3.28. $z = \arccos(2x + y)$.
3.30. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.

4. Найти полный дифференциал функции.

- 4.1.** $z = \operatorname{ctg}(y/x)$.
4.3. $z = xy^4 - 3x^2 y + 1$.
4.5. $z = 2x^2 y^2 + x^3 y - y^3$.
4.7. $z = \arcsin((x+y)/x)$.
4.9. $z = \operatorname{arcctg}(x-y)$.
4.11. $z = x^2 y \sin y - 3y$.
4.13. $z = \arcsin(xy) - 3xy^2$.
4.15. $z = \cos(x^2 - y^2) + x^3$.
4.17. $z = 5xy - 3x^3 y^4$.
4.19. $z = \operatorname{arcctg}(2x - y)$.
4.21. $z = 2x^3 y - 4xy^5$.
4.23. $z = \operatorname{arcctgx} + \sqrt{y}$.
4.25. $z = 5xy^4 + 2x^2 y^7$.
4.27. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy}$.

- 4.2.** $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.
4.4. $z = \arcsin(x + y)$.
4.6. $z = 7x^3 y - \sqrt{xy}$.
4.8. $z = e^{x+y-4}$.
4.10. $z = \operatorname{tg}((x+y)/(x-y))$.
4.12. $z = \sqrt{3x^2 - y^2 + x}$.
4.14. $z = \arccos(x + y)$.
4.16. $z = 2 - x^3 - y^3 + 5x$.
4.18. $z = 7x - x^3 y^2 + y^4$.
4.20. $z = e^{y-x}$.
4.22. $z = \ln(x + xy - y^2)$.
4.24. $z = \sqrt{3x^2 - 2y^2 + 5}$.
4.26. $z = \operatorname{arctg}(2x - y)$.
4.28. $z = y^2 - 3xy - x^4$.

4.29. $z = \cos(3x + y) - x^2$.

4.30. $z = \ln(y^2 - x^2 + 3)$.

5. Найти производную сложной функции.

5.1.

$$u = x^2 e^y, x = \cos t, y = \sin t.$$

5.3.

$$u = x^y, x = e^t, y = \ln t.$$

5.5.

$$u = x^2 e^{-yx}, x = \sin t, y = \sin^2 t.$$

5.7.

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + 3}, x = \ln t, y = t^3.$$

5.9.

$$u = e^{x-2y}, x = \sin t, y = t^3.$$

5.11.

$$u = y^x, x = \ln(t-1), y = e^{t/2}.$$

5.13.

$$u = e^{y-2x-1}, x = \cos t, y = \sin t.$$

5.15.

$$u = \arccos(2x/y), x = \sin t, y = \cos t.$$

5.17.

$$u = \ln(e^{2x} + e^y), x = t^2, y = t^4.$$

5.19.

$$u = x/y, x = e^t, y = 2 - e^{2t}.$$

5.21.

$$u = \sqrt{x + y^2 + 3}, x = \ln t, y = t^2.$$

5.23.

$$u = y^2/x, x = 1 - 2t, y = 1 + \operatorname{arctg} t.$$

5.25.

$$u = \sqrt{x^2 + y + 3}, x = \ln t, y = t^2.$$

5.27.

$$u = x/y - y/x, x = \sin 2t, y = \operatorname{tg}^2 t.$$

5.29.

$$u = y/x, x = e^t, y = 1 - e^{2t}.$$

5.2.

$$u = \ln(e^x + e^y), x = t^2, y = t^3.$$

5.4.

$$u = e^{y-2x}, x = \sin t, y = t^3.$$

5.6.

$$u = \ln(e^{-x} + e^y), x = t^2, y = t^3.$$

5.8.

$$u = \operatorname{arctg}(xy), y = t + 3, y = e^t.$$

5.10.

$$u = \ln(e^x + e^{-y}), x = t^2, y = t^3.$$

5.12.

$$u = e^{y-2x+2}, x = \sin t, y = \cos t.$$

5.14.

$$u = \arcsin(x/y), x = \sin t, y = \cos t.$$

5.16.

$$u = x^2/(y+1), x = 1 - 2t, y = \operatorname{arctg} t.$$

5.18.

$$u = \operatorname{arctg}(x+y), y = t^2 + 2, y = 4 - t^2.$$

5.20.

$$u = \ln(e^{-x} + e^{-2y}), x = t^2, y = (1/3)t^3.$$

5.22.

$$u = \arcsin(x^2/y), x = \sin t, y = \cos t.$$

5.24.

$$u = y/x - x/y, x = \sin t, y = \cos t.$$

5.26.

$$u = \arcsin(x/2y), x = \sin t, y = \cos t.$$

5.28.

$$u = \sqrt{x + y + 3}, x = \ln t, y = t^2.$$

5.30.

$$u = \arcsin(2x/y), x = \sin t, y = \cos t.$$

6. Найти частные производные 1-го порядка функции $z(x,y)$, заданной неявно.

- | | |
|---|---|
| 6.1. $e^z - xyz - x + l = 0.$ | 6.2. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - yz - 4x - 3y - z = 0.$ |
| 6.3. $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 2.$ | 6.4. $x^2 - 3y^2 + z^2 - 2xy + 6x - 2y - 8z + 20 = 0.$ |
| 6.5. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4.$ | 6.6. $x^2 - y^2 - z^2 + 2x + 6z - 4y + 12 = 0.$ |
| 6.7. $3x - 2y + z = xz + 5.$ | 6.8. $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y - 15 = 0.$ |
| 6.9. $x + y + z + 2 = xyz.$ | 6.10. $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 6 = 0.$ |
| 6.11. $x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2.$ | 6.12. $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz = 17.$ |
| 6.13. $x^2 + y^2 + z^2 = y - z + 3.$ | 6.14. $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z + 2 = 0.$ |
| 6.15. $e^z + x + 2y + z = 4.$ | 6.16. $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 2.$ |
| 6.17. $xy = z^2 - 1.$ | 6.18. $x \cos y + y \cos z + z \cos x = \pi / 2.$ |
| 6.19. $x^3 + 3xyz - z^3 = 27,$ | 6.20. $3x^2y^2 + 2xyz^2 - 2x^3z - 4y^3z = 4.$ |
| 6.21. $z^3 + 3xyz + 3y = 7.$ | 6.22. $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = \frac{3}{2}.$ |
| 6.23. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x = 0.$ | 6.24. $x^2 + y^2 + z^2 - z - 4 = 0.$ |
| 6.25. $e^{z-1} = \cos x \cos y + l.$ | 6.26. $\sqrt{x^2 + y^2} + z^2 - 3z = 3.$ |
| 6.27. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 59.$ | 6.28. $\ln z = x + 2y - z + \ln 3.$ |
| 6.29. $z^2 = xy - z + x^2 - 4.$ | 6.30. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 5.$ |

7. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности S в точке M_0 .

- 7.1.** $S: z = y^2 - x^2 + 2xy - 3y, M_0(1, -1, 1).$
- 7.2.** $S: z = x^2 - y^2 - 2xy - x - 2y, M_0(-1, 1, 1).$
- 7.3.** $S: x^2 - 2y^2 + z^2 + xy - 4y = 13, M_0(3, 1, 2).$
- 7.4.** $S: 4y^2 - z^2 + 4xy - xz + 3z = 9, M_0(1, -2, 1).$
- 7.5.** $S: x^2 + y^2 - xz + yz - 3x = 11, M_0(1, 4, -1).$
- 7.6.** $S: x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xz = 8, M_0(0, 2, 0).$
- 7.7.** $S: x^2 - y^2 - 2z^2 - 2y = 0, M_0(-1, -1, 1).$
- 7.8.** $S: x^2 + y^2 - 3z^2 + xy = -2z, M_0(1, 0, 1).$
- 7.9.** $S: 2x^2 - y^2 + z^2 - 6x + 2y + 6 = 0, M_0(1, -1, 1).$

7.10. S: $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$, $M_0(2, 1, -1)$.

7.11. S: $x^2 + y^2 - 4y^2 = -2xy$, $M_0(-2, 1, 2)$.

7.12. S: $x^2 + y^2 + z^2 - xy + 3z = 7$, $M_0(1, 2, 1)$.

7.13. S: $x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 4x = 8$, $M_0(-1, 1, 2)$.

7.14. S: $2x^2 - y^2 + z^2 - 4z + y = 13$, $M_0(2, 1, -1)$.

7.15. S: $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z + 4 = 0$, $M_0(2, 1, -1)$.

7.16. S: $x^2 + z^2 - 5yz + 3y = 46$, $M_0(1, 2, -3)$.

7.17. S: $z = x^2 + y^2 - 3xy - x + y + 2$, $M_0(2, 1, 0)$.

7.18. S: $2x^2 - y^2 + 2z^2 + xy + xz = 3$, $M_0(1, 2, 1)$.

7.19. S: $x^2 - y^2 + z^2 - x + 2y = 14$, $M_0(3, 1, 4)$.

7.20. S: $x^2 + y^2 - z^2 - xz + 4y = 4$, $M_0(1, 1, 2)$.

7.21. S: $x^2 - y^2 - z^2 + xz + 4x = -5$, $M_0(-2, 1, 0)$.

7.22. S: $x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z = 8$, $M_0(1, 1, 0)$.

7.23. S: $z = 2x^2 - 3y^2 + 4x - 2y + 10$, $M_0(-1, 1, 3)$.

7.24. S: $z = x^2 + y^2 - 4xy + 3x - 15$, $M_0(-1, 3, 4)$.

7.25. S: $z = x^2 + 2y^2 + 4xy - 5y - 10$, $M_0(-7, 1, 8)$.

7.26. S: $z = 2x^2 - 3y^2 + xy + 3x + 1$, $M_0(1, -1, 2)$.

7.27. S: $x^2 + y^2 - xz - yz = 0$, $M_0(0, 2, 2)$.

7.28. S: $x^2 + y^2 + 2yz - z^2 + y - 2z = 2$, $M_0(1, 1, 1)$.

7.29. S: $y^2 - z^2 + x^2 - 2xz + 2x = z$, $M_0(1, 1, 1)$.

7.30. S: $z = x^2 + y^2 - 2xy + 2x - y$, $M_0(-1, -1, -1)$.

8. Исследовать на экстремум функцию.

8.1. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$.

8.2. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$.

8.3. $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.

8.4. $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$.

8.5. $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$.

8.6. $z = 3x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$.

8.7. $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$.

8.8. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.

8.9. $z = xy(12 - x - y)$.

8.10. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$.

8.11. $z = xy - x^2 - y^2 + 9.$

8.13. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10.$

8.15. $z = (x-1)^2 + 2y^2.$

8.17. $z = xy - 3x^2 - 2y^2.$

8.19. $z = x^2 + 3(y+2)^2.$

8.21. $z = 2(x+y) - x^2 - y^2.$

8.23. $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y.$

8.25. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5.$

8.27. $z = xy(6-x-y).$

8.29. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y.$

8.12. $z = (x-2)^2 + 2y^2 - 10.$

8.14. $z = (x-5)^2 + y^2 + 1.$

8.16. $z = x^3 + y^3 - 3xy.$

8.18. $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2.$

8.20. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3.$

8.22. $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20.$

8.24. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y.$

8.26. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2.$

8.28. $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2.$

8.30. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$

9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в области D.

9.1. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \quad D: x=3, y=0, y=x+1.$

9.2. $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y, \quad D: x=0, x=1, y=0, y=2.$

9.3. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y, \quad D: y=x+2, y=0, x=2.$

9.4. $z = 4 - 2x^2 - y^2, \quad D: y=0, y=\sqrt{1-x^2}.$

9.5. $z = x^2 - 2xy + \frac{5}{2}y^2 - 2x, \quad D: x=0, x=2, y=0, y=2.$

9.6. $z = xy - 3x - 2y, \quad D: x=0, x=4, y=0, y=4.$

9.7. $z = x^2 + xy - 2, \quad D: y=4x^2 - 4, y=0.$

9.8. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \quad D: x-y+1=0, x=3, y=0.$

9.9. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8, \quad D: x=0, y=0, x+y-1=0.$

9.10. $z = 2x^3 - xy^2 + y^2, \quad D: x=0, x=1, y=0, y=6.$

9.11. $z = x^2 y(4-x-y), \quad D: x=0, y=0, y=6-x.$

9.12. $z = x^3 + y^3 - 3xy, \quad D: x=0, x=2, y=-1, y=2.$

9.13. $z = 4(x-y) - x^2 - y^2, \quad D: x+2y=4, x-2y=4, x=0.$

9.14. $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2, \quad D: x=0, x=1, y=0, y=1.$

9.15. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1, \quad D: x=0, y=0, x+y-3=0.$

9.16. $z = x^2 + 2xy - 10, \quad D: y=0, y=x^2 - 4.$

9.17. $z = xy - 2x - y$, $D: x = 0, x = 3, y = 0, y = 4$.

9.18. $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$, $D: y = 8, y = 2x^2$.

9.19. $z = 3x + y - xy$, $D: y = x, y = 4, x = 0$.

9.20. $z = xy - x - 2y$, $D: x = 3, y = x, y = 0$.

9.21. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$, $D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2$.

9.22. $z = 5x^2 - 3xy + y^2$, $D: x = 0, y = 0, y = 1, x = 1$.

9.23. $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$, $D: x = -1, x = 1, y = -1, y = 1$.

9.24. $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$, $D: x + y + 2 = 0, y = 0$.

9.25. $z = 2x^2y - x^3y - x^2y^2$, $D: x = 0, y = 0, x + y = 6$.

9.26. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$, $D: x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0$.

9.27. $z = 2x^2 + 3y^2 + 1$, $D: y = \sqrt{9 - \frac{9}{4}x^2}, y = 0$.

9.28. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$, $D: x = -3, y = 0, x + y + 1 = 0$.

9.29. $z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1$, $D: x = 5, y = 0, x - y - 1 = 0$.

9.30. $z = 2x^2 + 2xy - \frac{1}{2}y^2 - 4x$, $D: y = 2x, y = 2, x = 0$.

10. Исследовать на экстремум функции.

10.1. а) $u = 7x^2 - 4xy - 4xz + 7y^2 + 10yz + 7z^2$,

б) $u = 3x^2 + 12xy + 8xz - 6y^2 - 6yz - 6z^2$,

в) $u = -3x^2 + 2xy - 6xz - 7y^2 - 6yz - 6z^2$.

10.2. а) $u = 4x^2 - 18xy - 12xz + 5y^2 + 10yz - 3z^2$,

б) $u = 3x^2 + 4xy + 2xz + 8y^2 + 14yz + 8z^2$,

в) $u = -9x^2 - 2xy + 12xz - 6y^2 - 4yz - 6z^2$.

10.3. а) $u = -4x^2 - 2xy - 8xz - 7y^2 + 8yz - 8z^2$,

б) $u = 7x^2 - 12xy - 18xz - 6y^2 + 10yz + 4z^2$,

в) $u = 6x^2 - 6xy + 2xz + 7y^2 + 6yz + 3z^2$.

10.4. а) $u = 3x^2 - 2xy + 2xz + 6y^2 + 10yz + 7z^2$,

б) $u = x^2 + 6xy - 4xz + 3y^2 - 2yz - 6z^2$,

в) $u = -9x^2 + 6xy + 10xz - 6y^2 - 4yz - 9z^2$.

10.5. a) $u = 3x^2 - 2xy + 6xz + 8y^2 + 6yz + 7z^2$,
б) $u = -6x^2 - 2xy - 10xz - 2y^2 + 4yz - 9z^2$,
в) $u = x^2 - 10xy - 14xz + y^2 + 12yz + 2z^2$.

10.6. a) $u = -8x^2 - 2xy - 4xz - 6y^2 + 6yz - 5z^2$,
б) $u = x^2 + 8xy + 2xz - 4y^2 + 12yz - 2z^2$,
в) $u = 8x^2 - 2xy - 2xz + 8y^2 + 8yz + 6z^2$.

10.7. a) $u = 8x^2 - 4xy + 16xz - y^2 + 4yz - 7z^2$,
б) $u = 7x^2 - 8xy - 2xz + 7y^2 + 10yz + 7z^2$,
в) $u = -6x^2 + 2xy - 10xz - y^2 + 2yz - 9z^2$.

10.8. a) $u = 2x^2 + 10xy - 16xz - 3y^2 + 4yz - 2z^2$,
б) $u = -8x^2 - 2xy - 4xz - 7y^2 - 2yz - 8z^2$,
в) $u = 2x^2 - 4xy + 6xz + 4y^2 - 4yz + 8z^2$.

10.9. a) $u = -5x^2 + 4xy - 8xz - 7y^2 + 10yz - 8z^2$,
б) $u = 4x^2 - 4xy + 6xz + 3y^2 - 8yz + 7z^2$,
в) $u = 3x^2 - 16xy + 4xz + 4y^2 + 10yz - 8z^2$.

10.10. a) $u = 6x^2 - 6xy - 2xz + 3y^2 - 4yz + 7z^2$,
б) $u = 6x^2 + 6xy - 16xz + y^2 - 6yz + 8z^2$,
в) $u = -8x^2 - 2xy + 6xz - 9y^2 + 12yz - 9z^2$.

10.11. a) $u = 5x^2 - 18xy - 6xz - 8y^2 - 6yz - 6z^2$,
б) $u = 6x^2 - 8xy - 8xz + 8y^2 + 8yz + 6z^2$,
в) $u = -6x^2 - 2xy + 4xz - 4y^2 + 6yz - 3z^2$.

10.12. a) $u = -5x^2 + 2xy - 2xz - 7y^2 - 12yz - 6z^2$,
б) $u = 7x^2 - 10xy - 18xz - 6y^2 + 10yz + 2z^2$,
в) $u = 6x^2 + 4xy - 4xz + 8y^2 + 10yz + 8z^2$.

10.13. a) $u = 3x^2 + 6xy + 12xz - 7y^2 + 12yz + 5z^2$,
б) $u = -9x^2 + 14xy + 4xz - 9y^2 + 2yz - 6z^2$,
в) $u = 8x^2 - 2xy - 2xz + 3y^2 + 4yz + 8z^2$.

10.14. a) $u = 4x^2 + 10xy - 16xz - 7y^2 - 6yz + 7z^2$,
б) $u = 8x^2 - 10xy - 4xz + 7y^2 + 4yz + 5z^2$,

b) $u = -8x^2 - 6xy + 4xz - 8y^2 + 2yz - 6z^2.$

10.15. a) $u = 2x^2 - 4xy - 16xz - y^2 + 6yz - 3z^2,$

6) $u = 8x^2 - 2xy + 10xz + 7y^2 - 6yz + 8z^2,$

b) $u = -9x^2 + 2xy - 8xz - 6y^2 - 2yz - 3z^2.$

10.16. a) $u = -4x^2 - 10xy - 2xz - 9y^2 - 10yz - 8z^2,$

6) $u = 7x^2 + 6xy - 6xz - 8y^2 - 16yz - 8z^2,$

b) $u = 7x^2 - 4xy - 4xz + 7y^2 - 4yz + 7z^2.$

10.17. a) $u = 3x^2 - 12xy + 4xz + y^2 - 16yz - 3z^2,$

6) $u = 7x^2 + 4xy + 8xz + 2y^2 - 2yz + 8z^2,$

b) $u = -4x^2 - 8xy + 2xz - 9y^2 - 10yz - 9z^2.$

10.18. a) $u = 8x^2 + 4xy - 4xz + 5y^2 + 8yz + 8z^2,$

6) $u = -4x^2 + 2xy - 2xz - 3y^2 - 2yz - z^2,$

b) $u = x^2 + 12xy - 4xz - y^2 + 4yz - 4z^2.$

10.19. a) $u = 3x^2 - 16xy - 6xz - 9y^2 + 10yz - 9z^2,$

6) $u = -5x^2 - 8xy + 4xz - 9y^2 - 4yz - 5z^2,$

b) $u = 4x^2 - 6xy + 6xz + 8y^2 + 2yz + 5z^2.$

10.20. a) $u = 6x^2 - 4xy + 6xz + 3y^2 - 2yz + 5z^2,$

6) $u = -7x^2 - 2xy - 6xz - 5y^2 - 12yz - 9z^2,$

b) $u = 2x^2 + 12xy + 12xz - 2y^2 + 12yz - 2z^2.$

10.21. a) $u = -8x^2 + 2xy - 4xz - 6y^2 - 8yz - 5z^2,$

6) $u = 2x^2 + 10xy - 16xz - 9y^2 - 16yz + 6z^2,$

b) $u = 3x^2 + 4xy + 4xz + 5y^2 + 8yz + 8z^2.$

10.22. a) $u = 5x^2 - 10xy + 16xz - 5y^2 - 16yz + 3z^2,$

6) $u = 8x^2 + 2xy + 8xz + 4y^2 - 6yz + 8z^2,$

b) $u = -4x^2 - 8xy - 2xz - 5y^2 + 2yz - 9z^2.$

10.23. a) $u = -9x^2 + 6xy + 2xz - 2y^2 - 2yz - 6z^2,$

6) $u = x^2 - 16xy - 12xz - y^2 - 6yz - 7z^2,$

b) $u = 7x^2 - 4xy - 10xz + 6y^2 - 6yz + 8z^2.$

10.24. a) $u = -7x^2 + 8xy - 14xz - 7y^2 + 8yz - 8z^2,$

6) $u = 2x^2 - 18xy + 2xz - 2y^2 + 2yz - z^2,$

в) $u = 3x^2 - 4xy + 4xz + 4y^2 - 6yz + 4z^2.$

10.25. а) $u = 8x^2 + 10xy - 4xz + 7y^2 - 4yz + 6z^2,$

б) $u = -7x^2 + 8xy + 8xz - 9y^2 - 4yz - 8z^2,$

в) $u = 3x^2 - 14xy + 10xz - 8y^2 - 2yz + 2z^2.$

10.26. а) $u = 8x^2 + 10xy + 6xz - 3y^2 + 4yz - 3z^2,$

б) $u = 7x^2 + 4xy + 2xz + 2y^2 + 2yz + z^2,$

в) $u = -8x^2 - 8xy + 2xz - 8y^2 + 6yz - 9z^2.$

10.27. а) $u = x^2 + 2xy - 2xz + 7y^2 - 6yz + 7z^2,$

б) $u = 3x^2 - 10xy + 12xz - 2y^2 - 10yz - 2z^2,$

в) $u = -9x^2 - 4xy + 2xz - 8y^2 - 12yz - 8z^2.$

10.28. а) $u = -4x^2 + 6xy - 6xz - 7y^2 + 8yz - 3z^2,$

б) $u = 3x^2 - 4xy + 12xz - 3y^2 - 6yz + z^2,$

в) $u = 7x^2 + 6xy - 6xz + 3y^2 - 2yz + 6z^2.$

10.29. а) $u = 8x^2 - 2xy + 2xz + y^2 - 2yz + 2z^2,$

б) $u = -4x^2 + 2xy - 2xz - 9y^2 - 4yz - z^2,$

в) $u = 6x^2 - 14xy - 4xz - 8y^2 + 10yz - 6z^2.$

10.30. а) $u = 3x^2 + 4xy + 2xz + 5y^2 - 6yz + 6z^2,$

б) $u = 3x^2 + 14xy - 6xz + 3y^2 - 4yz - 4z^2,$

в) $u = -9x^2 + 4xy + 2xz - 2y^2 + 4yz - 8z^2.$

11. Найти условный экстремум функции.

11.1. $u = 7x^2 - 4xy - 4xz + 7y^2 - 4yz + 7z^2 - 2x + 8y - 7z - 8$

при $5x + 7y - 8z + 7 = 0, \quad 7x - 6y - z - 1 = 0.$

11.2. $u = 7x^2 + 4xy + 8xz + 2y^2 - 2yz + 8z^2 + x - y + z - 6$

при $-9x + 5y + 4z - 4 = 0, \quad -8x - 5y + 6z - 5 = 0.$

11.3. $u = 8x^2 + 4xy - 4xz + 5y^2 + 8yz + 8z^2 - 8x + 4y - z - 4$

при $-x + 3y + 7z + 5 = 0, \quad 2x + 2y + 2z + 3 = 0.$

11.4. $u = 4x^2 - 6xy + 6xz + 8y^2 + 2yz + 5z^2 + 8x + 6y + 8z + 7$

при $2x + y - 5z - 9 = 0, \quad x + y - 7z + 1 = 0.$

11.5. $u = 6x^2 - 4xy + 6xz + 3y^2 - 2yz + 5z^2 - 7x - y - 6z + 4$

при $7x - 9y + 6z - 7 = 0, \quad 7x + y - 6z - 8 = 0.$

11.6. $u=3x^2+4xy+4xz+5y^2+8yz+8z^2+6x+5y+3z-3$
 при $4x-y-4z-8=0, -5x+3y+z+6=0$.

11.7. $u=8x^2+2xy+8xz+4y^2-6yz+8z^2-5x+4y-3z-5$
 при $x+2y+9z+1=0, -9x-2y-7z+3=0$.

11.8. $u=7x^2-4xy-10xz+6y^2-6yz+8z^2+2x-5y+4z-8$
 при $8x-2y-2z+7=0, -9x+2y+5z+2=0$.

11.9. $u=3x^2-4xy+4xz+4y^2-6yz+4z^2+5x+8y+5z+1$
 при $3x+6y-9z-6=0, 8x+5y+6z-8=0$.

11.10. $u=8x^2+10xy-4xz+7y^2-4yz+6z^2+8x-2y+z-8$
 при $3x+2y-4z+4=0, x+2y-6z-5=0$.

11.11. $u=7x^2+4xy+2xz+2y^2+2yz+z^2+7x-6y+5z-8$
 при $8x+8y+8z-3=0, 8x+3y+6z-2=0$.

11.12. $u=x^2+2xy-2xz+7y^2-6yz+7z^2+5x+8y+7z+8$
 при $-8x+6y-z-2=0, 3x+5y+6z-3=0$.

11.13. $u=7x^2+6xy-6xz+3y^2-2yz+6z^2-6x+6y-9z-1$
 при $3x+4y+6z-3=0, x+8y+4z+9=0$.

11.14. $u=8x^2-2xy+2xz+y^2-2yz+2z^2-9x+6y-3z-4$
 при $3x+y+2z-6=0, 7x-2y-5z-9=0$.

11.15. $u=3x^2+xy+2xz+5y^2-6yz+6z^2+7x+5y+6z+6$
 при $6x+3y-9z-4=0, -9x+5y+4z-4=0$.

11.16. $u=5x^2-2xy+4xz+6y^2+6yz+6z^2-3x-9y+5z+5$
 при $x-2y-5z-8=0, 2x+y+3z+1=0$.

11.17. $u=7x^2-4xy-4xz+7y^2+10yz+7z^2-5x-2y+3z+6$
 при $-8x-5y+6z-5=0, x+y+z+2=0$.

11.18. $u=3x^2+4xy+2xz+8y^2+14yz+8z^2-8x-7y+5z+8$
 при $x+4y-7z+1=0, 7x+y-6z-8=0$.

11.19. $u=6x^2-6xy+2xz+7y^2+6yz+3z^2-8x+6y-7z+4$
 при $-9x+2y+5z+2=0, 8x+5y+6z-8=0$.

11.20. $u=3x^2-2xy+2xz+6y^2+10yz+7z^2-7x-3y+5z+1$
 при $-9x+2y+5z+2=0, 8x+5y+6z-8=0$.

11.21. $u=3x^2-2xy-6xz+8y^2+6yz+7z^2-x+y+7z+4$
 при $x+2y-6z-5=0, 8x+3y+6z-2=0$.

11.22. $u = 8x^2 - 2xy - 2xz + 8y^2 + 8yz + 6z^2 + x + 6y - 7z - 5$
 при $3x + 5y + 6z - 3 = 0, \quad x + 8y + 4z + 9 = 0.$

11.23. $u = 7x^2 - 8xy - 2xz + 7y^2 + 10yz + 7z^2 + 3x - 9y - 2z - 6$
 при $7x - 2y - 5z - 9 = 0, \quad -9x + 3y + 7z + 2 = 0.$

11.24. $u = 2x^2 - 4xy + 6xz + 4y^2 - 4yz + 8z^2 + x - 5y - 4z + 6$
 при $4x + 2y + 6z - 2 = 0, \quad 5x + 7y - 8z + 7 = 0.$

11.25. $u = 4x^2 - 4xy + 6xz + 3y^2 - 8yz + 7z^2 - 9x + 2y + 8z - 7$
 при $-9x + 5y + 4z - 4 = 0, \quad -x + 3y + 7z + 5 = 0.$

11.26. $u = 6x^2 - 6xy - 2xz + 3y^2 - 4yz + 7z^2 - 4x + 4y + z - 5$
 при $2x + y - 5z - 9 = 0, \quad 7x - 9y + 6z - 7 = 0.$

11.27. $u = 6x^2 - 8xy - 8xz + 8y^2 + 8yz + 6z^2 - x - 7y - 5z - 2$
 при $4x - y - 4z - 8 = 0, \quad x + 2y + 9z + 1 = 0.$

11.28. $u = 6x^2 + 4xy - 4xz + 8y^2 + 10yz + 8z^2 - 8x - 7y - 2z + 8$
 при $8x - 2y - 2z + 7 = 0, \quad x + 2y - 3z - 2 = 0.$

11.29. $u = 8x^2 - 2xy - 2xz + 3y^2 + 4yz + 8z^2 + 4x - y - 4z + 7$
 при $3x + 2y - 4z + 4 = 0, \quad 8x + 8y + 8z - 3 = 0.$

11.30. $u = 8x^2 - 10xy - 4xz + 7y^2 + 4yz + 5z^2 + 3x + 5y - z + 7$
 при $-8x + 6y - z - 2 = 0, \quad 3x + 4y + 6z - 2 = 0.$

8. КРАТНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

1. Изменить порядок интегрирования.

1.1. $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x} b(x, y) dy.$

1.2. $\int_0^3 dx \int_{\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} b(x, y) dy.$

1.3. $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{3-x} b(x, y) dy.$

1.4. $\int_0^1 dx \int_{3x^2}^{12x} b(x, y) dy.$

1.5. $\int_0^1 dy \int_{2y+1}^{4-y^2} b(x, y) dx.$

1.6. $\int_0^1 dy \int_{y/2+1}^{3y/2+4} b(x, y) dx.$

1.7. $\int_0^1 dx \int_{-I}^{x^2+I} b(x, y) dy.$

1.8. $\int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} b(x, y) dy.$

1.9. $\int_0^2 dx \int_{x^2/2}^{2x} b(x, y) dy.$

$$\mathbf{1.10.} \int_0^I dx \int_{-x^2}^{x^2} b(x, y) dy.$$

$$\mathbf{1.13.} \int_{-I}^0 dy \int_{-I-y}^{I+y} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.16.} \int_0^2 dx \int_{4-2x^2}^{4-x^2} b(x, y) dy.$$

$$\mathbf{1.19.} \int_0^4 dy \int_{3\sqrt{y}/2}^{\sqrt{25-y^2}} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.22.} \int_0^{4/5} dy \int_{I+y}^{3-3y/2} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.25.} \int_0^I dx \int_{-x}^{\sqrt{I-(x-I)^2}} b(x, y) dy.$$

$$\mathbf{1.28.} \int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{4-x}} b(x, y) dy.$$

$$\mathbf{1.11.} \int_{-2}^4 dy \int_{y^2/2}^{y+4} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.14.} \int_0^2 dy \int_{y^2}^{y^2+2} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.17.} \int_0^4 dy \int_{y/4+1}^{7-y} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.20.} \int_0^2 dx \int_{x^2/4}^{2\sqrt{x}} b(x, y) dy.$$

$$\mathbf{1.23.} \int_{-2}^I dy \int_{y^2}^4 b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.26.} \int_0^I dy \int_{-\sqrt{I-y^2}}^{I-y} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.29.} \int_0^I dy \int_{I-y}^{2-2y} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.12.} \int_0^{\pi/4} dy \int_y^{\pi/2-y} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.15.} \int_0^I dy \int_{-\sqrt{I-y^2}}^{I-y} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.18.} \int_{-I}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} b(x, y) dy.$$

$$\mathbf{1.21.} \int_0^I dy \int_{2y^2}^{3-y} b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.24.} \int_{-I}^0 dx \int_{-\sqrt{I+x}}^{I+x} b(x, y) dy.$$

$$\mathbf{1.27.} \int_0^I dy \int_{-\sqrt{y}}^y b(x, y) dx.$$

$$\mathbf{1.30.} \int_{-I}^0 dy \int_{-2-y}^{2y+I} b(x, y) dx.$$

2. Изменить порядок интегрирования.

$$\mathbf{2.1.} \int_{-2}^{-I} dx \int_{-(2+x)}^0 f dy + \int_{-I}^0 dx \int_{\sqrt[3]{x}}^0 f dy.$$

$$\mathbf{2.3.} \int_0^I dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^2 dy \int_{-\sqrt{2-y}}^0 f dx.$$

$$\mathbf{2.5.} \int_0^1 dy \int_0^{y^3} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f dx.$$

$$\mathbf{2.2.} \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy.$$

$$\mathbf{2.4.} \int_{-2}^{-I} dy \int_{-(2+y)}^0 f dx + \int_{-I}^0 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^0 f dx.$$

$$\mathbf{2.6.} \int_0^I dy \int_0^y f dx + \int_1^e dy \int_1^{\ln y} f dx.$$

$$2.7. \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_y^0 f dx.$$

$$2.9. \int_0^1 dx \int_0^{x^3} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f dy.$$

$$2.11. \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy.$$

$$2.13. \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f dy + \int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2-x}}^0 f dy.$$

$$2.15. \int_0^{\pi/4} dy \int_0^{\sin y} f dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dy \int_0^{\cos y} f dx.$$

$$2.17. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f dx.$$

$$2.19. \int_0^1 dy \int_{-y}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx.$$

$$2.21. \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f dy.$$

$$2.23. \int_0^{1/\sqrt{2}} dy \int_0^{\arcsin y} f dx + \int_{1/\sqrt{2}}^1 dy \int_0^{\arccos y} f dx.$$

$$2.25. \int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f dx.$$

$$2.8. \int_0^{\pi/4} dx \int_0^{\sin x} f dy + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int_0^{\cos x} f dy.$$

$$2.10. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx.$$

$$2.12. \int_0^1 dy \int_0^y f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{\sqrt{2-y^2}} f dx.$$

$$2.14. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f dx.$$

$$2.16. \int_0^1 dx \int_0^x f dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy.$$

$$2.18. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f dx.$$

$$2.20. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f dy.$$

$$2.22. \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy.$$

$$2.24. \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f dy.$$

$$2.26. \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_0^0 f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy.$$

$$2.27. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^e dy \int_{-1}^{-\ln y} f dx.$$

$$2.29. \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy.$$

$$2.28. \int_0^1 dx \int_{1-x^2}^1 f dy + \int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f dy.$$

$$2.30. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f dx.$$

3. Представить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dxdy$ в виде повторного с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y , если область D задана указанными линиями.

$$3.1. D : x \geq 0, y \geq 1, y \leq 3, y = x.$$

$$3.3. D : y^2 = 2x, x^2 = 2y, x \leq 1.$$

$$3.5. D : x \geq 0, y \geq x, y = \sqrt{9-x^2}.$$

$$3.7. D : y^2 = 2-x, y = x.$$

$$3.9. D : y = \sqrt{4-x^2}, x \geq 0, x = 1, y = 0.$$

$$3.11. D : x = -1, x = -2, y \geq 0, y = x^2.$$

$$3.13. D : y \leq 0, x^2 = -y, x = \sqrt{1-y^2}.$$

$$3.15. D : y \geq 0, y \leq 1, x = -\sqrt{4-y^2}.$$

$$3.17. D : x \leq 0, y = 1, y = 4, y = -x.$$

$$3.19. D : y = 3-x^2, y = -x.$$

$$3.21. D : x = 0, x = -2, y \geq 0, y = x^2 + 4.$$

$$3.23. D : x = 0, y = 0, y = 1, (x-3)^2 + y^2 = 1.$$

$$3.25. D : x = \sqrt{2-y^2}, x = y^2, y \geq 0.$$

$$3.27. D : y \geq 0, x+2y-12=0, y = \lg x.$$

$$3.29. D : x \leq 0, y \geq 1, y \leq 3, y = -x.$$

$$3.2. D : y = 0, y \geq x, y = -\sqrt{2-x^2}.$$

$$3.4. D : y = 0, x = \sqrt{y}, y = \sqrt{8-x^2}.$$

$$3.6. D : y = -x, y^2 = x + 3.$$

$$3.8. D : y^2 = \sqrt{2-x^2}, y = x^2.$$

$$3.10. D : y = x^2 - 2, y = x.$$

$$3.12. D : y = \sqrt{9-x^2}, y = x, y \geq 0.$$

$$3.14. D : y = x^2 + 2x - 8, y = x.$$

$$3.16. D : y = -x, 3x + y = 3, y = 3, y = \sqrt{9-x^2}.$$

$$3.18. D : x \geq 0, y = 1, y = \log_{1/2} x, y = -1.$$

$$3.20. D : x \geq 0, y \geq 0, y = 1, x = \sqrt{4-y^2}.$$

$$3.22. D : y = \sqrt{4-x^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0.$$

$$3.24. D : x^2 = 2y, 5x - 2y - 6 = 0.$$

$$3.26. D : x = \sqrt{8-y^2}, y \geq 0, y = x.$$

$$3.28. D : x \geq 0, y \geq 0, y \leq 1, y = \ln x.$$

$$3.30. D : x^2 = 2-y, x + y = 0.$$

4. Вычислить двойной интеграл.

4.1. $\iint_D (x+1)y^2 dx dy, D : y = 3x^2, y = 3.$

4.2. $\iint_D xy^2 dx dy, D : y = x, y = 0, x = 1.$

4.3. $\iint_D (x^3 + y) dx dy, D : y + x = 1, y + x = 2, x \leq 1, x \geq 0.$

4.4. $\iint_D xy dx dy, D : y = x^3, y = 0, x \leq 2.$

4.5. $\iint_D (x+y) dx dy, D : y = x^3, y = 8, y = 0, x = 3.$

4.6. $\iint_D x(y+5) dx dy, D : y = x+5, x+y = 5, y = 0.$

4.7. $\iint_D (x-y) dx dy, D : y = x^2 - 1, y = 3.$

4.8. $\iint_D y^2(1+2x) dx dy, D : x = 2 - y^2, x = 0.$

4.9. $\iint_D e^y dx dy, D : y = \ln x, y = 0, x = 2.$

4.10. $\iint_D (x - y^2) dx dy, D : y = x^2, y = 1.$

4.11. $\iint_D x^2 y dx dy, D : y = 2x^3, y = 0, x = 1.$

4.12. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy, D : x = y^2, x = 1.$

4.13. $\iint_D (x^2 + y) dx dy, D : y = x^2, x = y^2.$

4.14. $\iint_D xy^2 dx dy, D : y = x^2, y = 2x.$

4.15. $\iint_D xy^3 dx dy, D : y = x^3, y \geq 0, y = 4x.$

4.16. $\iint_D (x^3 + 3y) dx dy, D : y + x = 1, y = x^2 - 1, x \geq 0.$

4.17. $\iint_D xy dx dy, D : y = \sqrt{x}, y = 0, x + y = 2.$

4.18. $\iint_D (x + y) dx dy, D : y^2 = x, x = y.$

4.19. $\iint_D x^2 y dx dy, D : y = 2 - x, y = x, x \geq 0.$

4.20. $\iint_D (x^3 - 2y) dx dy, D : y = x^2 - 1, x \geq 0, y \leq 0.$

4.21. $\iint_D (y - x) dx dy, D : y = x, y = x^2.$

4.22. $\iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy, D : y = x, xy = 1, y = 2.$

4.23. $\iint_D y(1 + x^2) dx dy, D : y = x^3, y = 3x.$

4.24. $\iint_D (1 + y) dx dy, D : y^2 = x, 5y = x.$

4.25. $\iint_D (x + y) dx dy, D : y = x^2 - 1, y = -x^2 + 1.$

4.26. $\iint_D x(y - 1) dx dy, D : y = 5x, y = x, x = 3.$

4.27. $\iint_D (x - 2) dx dy, D : y = x, y = (1/2)x, x = 2.$

4.28. $\iint_D x(2x + y) dx dy, D : y = 1 - x^2, y \geq 0.$

4.29. $\iint_D y(1-x) dx dy, D : y^3 = x, y = x.$

4.30. $\iint_D xy^3 dx dy, D : y^2 = 1-x, x \geq 0.$

5. Вычислить двойной интеграл.

5.1. $\iint_D (12xy + 27x^2y^2) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x} \ (x \geq 0).$

5.3. $\iint_D \left(\frac{4}{5}xy + \frac{9}{11}x^2y^2\right) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$

5.5. $\iint_D (24xy - 48x^3y^3) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$

5.7. $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$

5.9. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$

5.11. $\iint_D (24xy + 18x^2y^2) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$

5.13. $\iint_D (8xy + 18x^2y^2) dx dy,$
 $D : x = 1, y = -x^2, y = \sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$

5.2. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy,$
 $D : x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2 \ (x \geq 0).$

5.4. $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy,$
 $D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt{x}.$

5.6. $\iint_D (12xy + 9x^2y^2) dx dy,$
 $D : x = 1, y = -x^2, y = \sqrt{x}.$

5.8. $\iint_D (xy - 4x^3y^3) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$

5.10. $\iint_D \left(6x^2y^2 + \frac{25}{3}x^4y^4\right) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$

5.12. $\iint_D (6xy + 24x^3y^3) dx dy,$
 $D : x = 1, y = -x^2, y = \sqrt{x}.$

5.14. $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy,$
 $D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$

5.15. $\iint_D \left(\frac{4}{5}xy + 9x^2y^2 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt{x}.$$

5.17. $\iint_D \left(9x^2y^2 + 48x^3y^3 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^2, y = \sqrt{x}.$$

5.19. $\iint_D \left(18x^2y^2 + 32x^3y^3 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

5.21. $\iint_D \left(4xy + 3x^2y^2 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

5.23. $\iint_D \left(8xy + 9x^2y^2 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt[3]{x}.$$

5.25. $\iint_D \left(xy - 9x^5y^5 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt[3]{x}.$$

5.27. $\iint_D \left(3x^2y^2 + \frac{50}{3}x^4y^4 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt[3]{x}.$$

5.29. $\iint_D \left(54x^2y^2 + 150x^4y^4 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$$

6. Вычислить двойной интеграл в полярных координатах.

6.1. $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} e^{-(x^2+y^2)} dy.$

5.16. $\iint_D \left(4xy + 176x^3y^3 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$$

5.18. $\iint_D \left(4xy + 16x^3y^3 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt[3]{x}.$$

5.20. $\iint_D \left(44xy + 16x^3y^3 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$$

5.22. $\iint_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

5.24. $\iint_D \left(36x^2y^2 - 96x^3y^3 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt[3]{x}.$$

5.26. $\iint_D \left(4xy + 176x^3y^3 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^3, y = \sqrt{x}.$$

5.28. $\iint_D \left(9x^2y^2 + 25x^4y^4 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = -x^2, y = \sqrt{x}.$$

5.30. $\iint_D \left(9x^2y^2 + 25x^4y^4 \right) dx dy,$

$$D : x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

6.2. $\int_{-R}^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \operatorname{tg}(x^2+y^2) dy.$

$$6.3. \int_0^I dx \int_{-\sqrt{I-x^2}}^{\sqrt{I-x^2}} \frac{\ln(I+\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.5. \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \cos \sqrt{x^2+y^2} dy.$$

$$6.7. \int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin(x^2+y^2) dy.$$

$$6.9. \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} (I+x^2+y^2) dy.$$

$$6.11. \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dy}{I+x^2+y^2}.$$

$$6.13. \int_0^I dx \int_0^{\sqrt{I-x^2}} \frac{dy}{I+\sqrt{x^2+y^2}}.$$

$$6.15. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \frac{\sin \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.17. \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{I+x^2+y^2}}.$$

$$6.19. \int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x^2+y^2}}{-\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.4. \int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \cos(x^2+y^2) dy.$$

$$6.6. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin \sqrt{x^2+y^2} dy.$$

$$6.8. \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \sqrt{I+x^2+y^2} dy.$$

$$6.10. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2} \cos^2 \sqrt{x^2+y^2}}.$$

$$6.12. \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.14. \int_{-R}^0 dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2} \operatorname{ctg} \sqrt{x^2+y^2}}.$$

$$6.16. \int_{-3}^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 \frac{xy}{x^2+y^2} dy.$$

$$6.18. \int_0^I dx \int_0^{\sqrt{I-x^2}} \ln(I+x^2+y^2) dy.$$

$$6.20. \int_{-2}^2 dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \sqrt{4-x^2-y^2} dx.$$

6.21. $\int_{-R}^0 dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \cos(x^2+y^2) dy.$

6.23. $\int_{-R}^I dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin(x^2+y^2) dy.$

6.25. $\int_{-1}^0 dx \int_0^{\sqrt{I-x^2}} \sqrt{I+x^2+y^2} dy.$

6.27. $\int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} e^{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$

6.29. $\int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{\operatorname{tg}\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$

6.22. $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 \frac{xy}{x^2+y^2} dy.$

6.24. $\int_{-R}^0 dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \cos\sqrt{x^2+y^2} dy.$

6.26. $\int_0^I dx \int_0^{\sqrt{I-x^2}} \sqrt{\frac{I-x^2-y^2}{I+x^2+y^2}} dy.$

6.28. $\int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \ln(I+x^2+y^2) dy.$

6.30. $\int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2} \cos^2\sqrt{x^2+y^2}}.$

7. Вычислить площадь области D, ограниченной заданными линиями.

7.1. $D : y = x^2 + 2, x \geq 0, x = 2, y = x.$ 7.2. $D : x = 4 - y^2, x - y + 2 = 0.$

7.3. $D : y = 4x^2, 9y = x^2, y \leq 2.$ 7.4. $D : x = y^2, x = \sqrt{2 - y^2}.$

7.5. $D : y = x^2, y = -x.$

7.6. $D : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1, y \leq \frac{1}{2} \cdot x, y \geq 0.$

7.7. $D : x = y^2, x = \frac{3}{4}y^2 + 1.$

7.8. $D : y^2 = 4 - x, y = x + 2, y = 2, y = -2.$

7.9. $D : x = y^2, y = \frac{3}{4}x^2 + 1.$

7.10. $D : y = 6x^2, x + y = 2, x \geq 0.$

7.11. $D : x = y^2, y^2 = 4 - x.$

7.12. $D : y^2 = x + 2, x = 2.$

7.13. $D : xy = 1, x^2 = y, y = 2, x = 0.$

7.14. $D : x = -2y^2, x = 1 - 3y^2, x \leq 0, y \geq 0.$

7.15. $D : y = \sqrt{2 - x^2}, y = x^2.$

7.16. $D : y^2 = 8/(x^2 + 4), x^2 = 4y.$

7.17. $D : y = x^2 + 4x, y = x + 4.$

7.18. $D : y = x^2 + 1, y + x = 3.$

7.19. $D: 2y = \sqrt{x}, y + x = 5, x \geq 0.$

7.21.

$D: y = 2^x, y = 2x - x^2, x = 2, x = 0.$

7.23. $D: y^2 = 4x, x = 8/(y^2 + 4).$

7.25. $D: y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x.$

7.27. $D: x = y^2 + 1, x + y = 3.$

7.29. $D: x^2 = 3y, y^2 = 3x.$

7.20. $D: y^2 = 4x, x^2 = 4y.$

7.22. $D: y = \cos x, y \leq x + 1, y \geq 0.$

7.24. $D: x = \sqrt{4 - y^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0.$

7.26. $D: y^2 = 4x, x + y = 3, y \geq 0.$

7.28. $D: x = \cos y, x \leq y + 1, x \geq 0.$

7.30. $D: y = -2x^2 + 2, y \geq -6.$

8. Вычислить площадь области, ограниченной данными линиями.

8.1. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 6y + x^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, x = 0.$

8.4. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 10y + x^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.7. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 10y + x^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.10. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y = x, x = 0.$

8.13. $y^2 - 6y + x^2 = 0,$

$y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$y = x, x = 0.$

8.2. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$

$x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$y = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.5. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$x^2 - 8x + y^2 = 0,$

$y = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.8. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$x^2 - 8x + y^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.11. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$x^2 - 6x + y^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.14. $x^2 - 6x + y^2 = 0,$

$x^2 - 10x + y^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.3. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$y = x, x = 0.$

8.6. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$x = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.9. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 10y + x^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, x = 0.$

8.12. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, x = 0.$

8.16. $y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$y^2 - 10y + x^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.17. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$x^2 - 8x + y^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, y = 0.$

8.18. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$

$x^2 - 8x + y^2 = 0,$

$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.19. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 6y + x^2 = 0,$

8.20. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$

$x^2 - 4x + y^2 = 0,$

8.21. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$$y=x, x=0.$$

$$y=x, x=0.$$

$$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3}x.$$

8.22. $y^2 - 6y + x^2 = 0,$
 $y^2 - 10y + x^2 = 0,$
 $y = x, x = 0.$

8.23. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$
 $x^2 - 8x + y^2 = 0,$
 $y = x, x = 0.$

8.24. $y^2 - 6y + x^2 = 0,$
 $y^2 - 8y + x^2 = 0,$
 $y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.25. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$
 $y^2 - 4y + x^2 = 0,$
 $x = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.26. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$
 $x^2 - 10x + y^2 = 0,$
 $y = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.27. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$
 $x^2 - 6x + y^2 = 0,$
 $y = 0, y = x/\sqrt{3}.$

8.28. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$
 $y^2 - 6y + x^2 = 0,$
 $x = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.29. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$
 $x^2 - 4x + y^2 = 0,$
 $y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.30. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$
 $x^2 - 6x + y^2 = 0,$
 $y = x, y = 0.$

9. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

9.1. $2x + 3y - 12 = 0, 2z = y^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

9.2. $z = 10 + x^2 + 2y^2, y = x, x = 1, y \geq 0, z \geq 0.$

9.3. $z = x^2, x + y = 6, y = 2x, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

9.4. $z = 3x^2 + 2y^2 + 1, y = x^2 - 1, y = 1, z \geq 0.$

9.5. $3y = \sqrt{x}, y \leq x, x + y + z = 10, y = 1, z = 0.$

9.6. $z = x^2 + 2y^2, y = x, x \geq 0, y = 1, z \geq 0.$

9.7. $z = y^2, x + y = 1, x \geq 0, z \geq 0.$

9.8. $y^2 = x, x = 3, z = x, z \geq 0.$

9.9. $x = y^2, x = 1, x + y + z = 4, z = 0.$

9.10. $z = 2x^2 + y^2, x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z = 0.$

9.11. $y = x^2, y = 4, 2x + 5y + 10 = z, z \geq 0.$

9.12. $y = 2x, x + y + z = 2, x \geq 0, z \geq 0.$

9.13. $y^2 = 1 - z^2, y = x, y = -x, y \geq 0, z \geq 0.$

9.14. $z = x^2 + y^2, x \geq 0, y \geq 0, x + y = 1, z \geq 0.$

9.15. $z = 2 - (x^2 + y^2), x + 2y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

9.16. $z = x^2, x - 2y + 2 = 0, x + y - 7 = 0, z \geq 0.$

9.17. $z = 2x^2 + 3y^2, y = x^2, y = x, z \geq 0.$

9.18. $z = 2x^2 + y^2$, $y \leq x$, $y = 3x$, $x = 2$, $z \geq 0$.

9.19. $4y = x^2 + y^2$, $z = 4 - y$.

9.20. $z = 2 - x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 = 1$, $z \geq 0$.

9.21. $y = x^2$, $z = 0$, $y + z = 2$.

9.22. $z^2 = 4 - x$, $x^2 + y^2 = 4x$, $z \geq 0$.

9.23. $z = x$, $y = 4$, $x = \sqrt{25 - y^2}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

9.24. $y = \sqrt{x}$, $y = x$, $x + y + z = 2$, $z \geq 0$.

9.25. $y = 1 - x^2$, $x + y + z = 3$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

9.26. $z = 2x^2 + y^2$, $x + y = 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

9.27. $z = 4 - x^2$, $x^2 + y^2 = 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

9.28. $y^2 = 1 - x$, $x + y + z = 1$, $x = 0$, $z = 0$.

9.29. $y = x^2$, $x = y^2$, $z = 3x + 2y + 6$, $z = 0$.

9.30. $x^2 = 1 - y$, $x + y + z = 3$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

10. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

10.1. $y = 5\sqrt{x}/3$, $y = 5x/9$, $z = 0$,
 $z = 5(3 + \sqrt{x})/9$.

10.3 $x + y = 4$, $y = \sqrt{2x}$, $z = 0$,
 $z = 3y$.

10.5. $x = 19\sqrt{2y}$, $x = 4\sqrt{2y}$, $z = 0$,
 $z - y = 2$.

10.7. $y = 5\sqrt{x}$, $y = 5x/3$, $z = 0$,
 $z = 5 + 5\sqrt{x}/3$.

10.9. $x + y = 2$, $y = \sqrt{x}$, $z = 0$,
 $z = 12y$.

10.11. $x = 5\sqrt{y}/2$, $x = 5y/6$, $z = 0$,
 $z = \frac{5}{6}(3 + \sqrt{y})$

10.13. $x + y = 2$, $x = \sqrt{y}$, $z = 0$,

10.2. $x + y = 4$, $x = \sqrt{2y}$, $z = 0$,
 $z = 3x/5$.

10.4. $y = \frac{5}{6}\sqrt{x}$, $y = \frac{5}{18}x$, $z = 0$,
 $z = \frac{5}{18}(3 + \sqrt{x})$

10.6. $x + y = 6$, $y = \sqrt{3x}$, $z = 0$,
 $z = 4y$.

10.8. $y = 17\sqrt{2x}$, $y = 2\sqrt{2x}$, $z = 0$,
 $x + z = 1/2$.

10.10. $x^2 + y^2 = 8$, $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$,
 $z = 15x/11$.

10.12. $z = \frac{5}{6}\sqrt{y}$, $x = \frac{5}{18}y$, $z = 0$,
 $z = \frac{5}{18}(3 + \sqrt{y})$

10.14. $x^2 + y^2 = 8$, $x = \sqrt{2y}$, $x = 0$,

$$z = 12x/5$$

10.15. $x = 5\sqrt{y}/3, x = 5y/9, z = 0,$
 $z = 5(3 + \sqrt{y})/9.$

10.17. $x + y = 6, x = \sqrt{3y}, z = 0,$
 $z = 4x/5,$

10.19. $x^2 + y^2 = 50, y = \sqrt{5x}, z = 0,$
 $y = 0, z = 3x/11.$

10.21. $x = 16\sqrt{2y}, x = \sqrt{2y}, z = 0,$
 $z + y = 2.$

10.23. $x^2 + y^2 = 50, x = \sqrt{5y}, z = 0,$
 $x = 0, z = 6y/11.$

10.25. $x^2 + y^2 = 2, y = \sqrt{x}, z = 0,$
 $y = 0, z = 15x.$

10.27. $x = 20\sqrt{2y}, x = 5\sqrt{2y}, z = 0,$
 $x + y = 1/2.$

10.29. $x^2 + y^2 = 2, x = \sqrt{y}, z = 0,$
 $x = 0, z = 30y.$

$$z = 0, z = 30y/11.$$

10.16. $x + y = 8, y = \sqrt{4x}, z = 0,$
 $z = 3y.$

10.18. $x = 15\sqrt{y}, z = 0, x = 15,$
 $z = 15(1 + \sqrt{y})$

10.20. $x = 17\sqrt{2y}, x = 2\sqrt{2y}, z = 0,$
 $z + y = 1/2.$

10.22. $y = 6\sqrt{3x}, y = \sqrt{3x}, z = 0,$
 $z + x = 3.$

10.24. $x^2 + y^2 = 18, y = \sqrt{3x}, z = 0,$
 $y = 0, z = 5x/11.$

10.26. $x = 7\sqrt{3y}, x = 2\sqrt{3y}, z = 0,$
 $z + y = 3.$

10.28. $x^2 + y^2 = 18, x = \sqrt{3y}, z = 0,$
 $x = 0, z = 10y/11.$

10.30. $y = \sqrt{15x}, y = \sqrt{15}x, z = 0,$
 $z = \sqrt{15}(1 + \sqrt{x}).$

**11. Пластиинка D задана ограничивающими ее кривыми, μ –
поверхностная плотность. Найти массу пластиинки.**

11.1.

$$D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, x = 0,$$
 $y = 0 \quad (x \geq 0, y \leq 0);$
 $\mu = (2x - y)/(x^2 + y^2).$

11.3.

$$D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 25,$$
 $x = 0, y = 0 \quad (x \geq 0, y \leq 0);$
 $\mu = (x - 4y)/(x^2 + y^2).$

11.5.

$$D : x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16, x = 0,$$
 $y = 0 \quad (x \geq 0, y \leq 0);$
 $\mu = (3x - y)/(x^2 + y^2).$

11.2.

$$D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16,$$
 $x = 0, y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = (x + 3y)/(x^2 + y^2).$

11.4.

$$D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4,$$
 $x = 0, y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = (x + 2y)/(x^2 + y^2).$

11.6.

$$D : x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4,$$
 $x = 0, y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = (x + y)/(x^2 + y^2).$

11.7.

$$D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9, \\ x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0); \\ \mu = (y - 4x) / (x^2 + y^2).$$

11.9.

$$D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9, \\ x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0); \\ \mu = (y - 2x) / (x^2 + y^2).$$

11.11.

$$D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 25, \\ x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0); \\ \mu = (2y - x) / (x^2 + y^2).$$

11.13.

$$D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16, \\ x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0); \\ \mu = (2y - 3x) / (x^2 + y^2).$$

11.15.

$$D: x=1, y=0, y^2 = x \quad (y \geq 0); \\ \mu = 3x + 6y^2.$$

11.17.

$$D: x=2, y=0, y^2 = x/2 \quad (y \geq 0); \\ \mu = 2x + 3y^2.$$

11.19.

$$D: x=1/2, y=0, y^2 = 8x \quad (y \geq 0); \\ \mu = 7x + 3y^2.$$

11.21.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0); \\ \mu = 7x^2 + 2y.$$

11.23.

$$D: x=2, y^2 = 2x, y=0 \quad (y \geq 0);$$

11.8.

$$D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, \\ x=0, y=0 \quad (x \geq 0, y \geq 0); \\ \mu = (2x + 5y) / (x^2 + y^2).$$

11.10.

$$D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16, \\ x=0, y=0 \quad (x \geq 0, y \geq 0); \\ \mu = (x + y) / (x^2 + y^2).$$

11.12.

$$D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 25, \\ x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0); \\ \mu = (2x - 3y) / (x^2 + y^2).$$

11.14.

$$D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, \\ x=0, y=0 \quad (x \geq 0, y \leq 0); \\ \mu = (x - y) / (x^2 + y^2).$$

11.16.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0); \\ \mu = 7x^2 + y.$$

11.18.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0); \\ \mu = 7x^2/2 + 5y.$$

11.20.

$$D: x=2, y=0, y^2 = 2x, \quad (y \geq 0); \\ \mu = 7x^2/8 + 2y.$$

11.22.

$$D: x=2, y=0, y^2 = x/2 \quad (y \geq 0); \\ \mu = 7x^2/2 + 6y.$$

11.24.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 4 + y / 2.$$

$$\mu = x + 3y^2.$$

11.25.

$$D : x = 2, y = 0, y^2 = x / 2 \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 4x + 6y^2.$$

11.27.

$$D : x = 1/2, y = 0, y^2 = 2x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 4x + 9y^2.$$

11.29.

$$D : x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16,$$

$$x = 0, y = 0 \quad (x \leq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (2y - 5x) / (x^2 + y^2).$$

1.26.

$$D : x = 2, y = 0, y^2 = 2x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 4 + y.$$

11.28.

$$D : x = 2, y = 0, y^2 = x / 2 \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 2 + 8y.$$

11.30.

$$D : x = 1, y = 0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 6x + 3y^2.$$

12. Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле
 $\iiint_V f(x,y,z) dx dy dz$, если область V задана ограничивающими ее
поверхностями . Изобразить область интегрирования.

12.1. $V : x = 4, y = x / 4, z \geq 0, z = 4y^2.$

12.2. $V : x \geq 0, y = 3x, y = 3, z \geq 0, z = 2(x^2 + y^2).$

12.3. $V : x \geq 0, y = 4x, y = 8, z \geq 0, z = 3x^2 + y^2.$

12.4. $V : x \geq 0, y = 5x, y = 10, z \geq 0, z = x^2 + y^2.$

12.5. $V : y = x, y = -x, y = 2, z \geq 0, z = 3(x^2 + y^2).$

12.6. $V : x = 1, y = 2x, y = 3x, z \geq 0, z = 2x^2 + y^2.$

12.7. $V : x = 2, y \geq 0, z \geq 0, y = 3x, z = 4(x^2 + y^2).$

12.8. $V : x \geq 0, y = 2x, y = 4, z \geq 0, z = 10 - x^2 - y^2.$

12.9. $V : x = 3, y \geq 0, z \geq 0, y = 2x, z = 4\sqrt{y}.$

12.10. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 2x + 3y = 6, z = 3 + x^2 + y^2.$

12.11. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y = 4, z = 16 - x^2 - y^2.$

12.12. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 5x + y = 5, z = x^2 + y^2.$

12.13. $V : x = 2, y = 4x, y = 3\sqrt{x}, z \geq 0, z = 4.$

12.14. $V : x = 1, y = 3x, z \geq 0, y \geq 0, z = 2(x^2 + y^2).$

12.15. $V : x=1, y=4x, z \geq 0, z=3\sqrt{y}.$

12.16. $V : x=3, y=x, y \geq 0, z \geq 0, z=3x^2+y^2.$

12.17. $V : y=2x, y=2, z \geq 0, z=2\sqrt{x}.$

12.18. $V : x=0, y=x, y=5, z \geq 0, z=2x^2+y^2.$

12.19. $V : x \geq 0, y=2x, y=1, z \geq 0, x+y+z=3.$

12.20. $V : x \geq 0, y=3x, y=3, z \geq 0, x=3\sqrt{z}.$

12.21. $V : x=5, y=x/5, y \geq 0, z \geq 0, z=x^2+5y^2.$

12.22. $V : x=2, y=4x, z \geq 0, y=2\sqrt{z}.$

12.23. $V : x=3, y=(1/3)x, y \geq 0, z \geq 0, z=1/2(x^2+y^2).$

12.24. $V : y=x, y=-2x, y=1, z \geq 0, z=x^2+4y^2.$

12.25. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y=1, z=3x^2+2y^2.$

12.26. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 3x+2y=6, z=x^2+y^2.$

12.27. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y=2, z=4-x^2-y^2.$

12.28. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y=3, z=9-x^2-y^2.$

12.29. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 3x+4y=12, z=6-x^2-y^2.$

12.30. $V : x \geq 0, y=x, z \geq 0, y=3, z=18-x^2-y^2.$

13. Вычислить тройной интеграл.

13.1. $\iiint_V (x+y+z^2) dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 1, 2 \leq z \leq 3.$

13.2. $\iiint_V (x+y^2-2z) dx dy dz \quad V : 1 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1.$

13.3. $\iiint_V (x-y-z) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1, -2 \leq z \leq 1.$

13.4. $\iiint_V (x+y+z) dx dy dz \quad 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0, 1 \leq z \leq 2.$

13.5. $\iiint_V (2x-y^2-z) dx dy dz \quad V : 1 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 0.$

13.6. $\iiint_V 2xy^2 z dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 0, 1 \leq z \leq 2.$

13.7. $\iiint_V 5xyz^2 dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 0, \quad 2 \leq y \leq 3, \quad 1 \leq z \leq 2.$

13.8. $\iiint_V (x^2 + 2y^2 - z) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 3, \quad -1 \leq z \leq 2.$

13.9. $\iiint_V (x + 2yz) dx dy dz \quad V : -2 \leq x \leq 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 2.$

13.10. $\iiint_V (2x^2 + y - z^3) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 1, \quad -2 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1.$

13.11. $\iiint_V x^2 yz^2 dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 2, \quad 1 \leq y \leq 2, \quad -1 \leq z \leq 0.$

13.12. $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 4, \quad 1 \leq y \leq 3, \quad -1 \leq z \leq 5.$

13.13. $\iiint_V (x + 2y + 3z^2) dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 1 \leq z \leq 2.$

13.14. $\iiint_V (3x^2 + 2y + z) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad -1 \leq z \leq 3.$

13.15. $\iiint_V (x + yz^2) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2, \quad -1 \leq z \leq 3.$

13.16. $\iiint_V (xy + 3z) dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 1 \leq z \leq 2.$

13.17. $\iiint_V (xy - z^2) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad -1 \leq z \leq 3.$

13.18. $\iiint_V (x^3 + yz) dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1.$

13.19. $\iiint_V (x^2 + y^2 - z) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 2, \quad -1 \leq y \leq 0, \quad 0 \leq z \leq 1.$

13.20. $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz \quad V : 2 \leq x \leq 3, \quad -1 \leq y \leq 2, \quad 0 \leq z \leq 4.$

13.21. $\iiint_V x^2 yz dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 3, \quad 2 \leq z \leq 3.$

13.22. $\iiint_V (x^2 + y^2 + 4z) dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2, \quad -1 \leq z \leq 1.$

13.23. $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 2.$

13.24. $\iiint_V x^2 y^2 z^2 dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2, -2 \leq z \leq 5.$

13.25. $\iiint_V (x + yz) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 2.$

13.26. $\iiint_V (x + y^2 - z^2) dx dy dz \quad V : -2 \leq x \leq 0, 1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 5.$

13.27. $\iiint_V (xy - z^3) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3.$

13.28. $\iiint_V x^3 yz dx dy dz, \quad V : -1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1.$

13.29. $\iiint_V xy^2 z dx dy dz \quad V : -2 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3.$

13.30. $\iiint_V xyz^2 dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 4.$

14. Вычислить тройной интеграл.

14.1.

$$\iiint_V \frac{dxdydz}{\left(1 + \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3}\right)^5};$$

$$V : \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3} = 1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

14.2.

$$\iiint_V \left(5x + \frac{3z}{2}\right) dxdydz;$$

$$V : y=x, y=0, x=I, \\ z=x^2 + 15y^2, z=0.$$

14.3.

$$\iiint_V \frac{dxdydz}{\left(1 + \frac{x}{8} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5}\right)^6};$$

$$V : \frac{x}{8} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

14.4.

$$\iiint_V (15x + 30z) dxdydz;$$

$$V : z=x^2 + 3y^2, z=0, \\ y=0, x=I, y=x.$$

14.5.

$$\iiint_V \frac{dxdydz}{\left(1 + \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8}\right)^4};$$

$$V : \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

14.6.

$$\iiint_V y dxdydz$$

$$V : y=15x, y=0, x=I, \\ z=xy, z=0.$$

14.7.

$$\iiint_V (1+2x^3) dx dy dz;$$

$V : y=36x, y=0, x=1,$
 $z=\sqrt{xy}, z=0.$

14.10.

$$\iiint_V (8y+12z) dx dy dz;$$

$V : z=3x^2+2y^2, y=x,$
 $y=0, x=1, z=0.$

14.13. $\iiint_V (x+y) dx dy dz;$

$V : y=x, y=0, x=1,$
 $z=30x^2+60y^2, z=0.$

14.16.

$$\iiint_V xyz dx dy dz;$$

$V : y=x, y=0, x=2,$
 $z=xy, z=0.$

14.19.

$$\iiint_V 21xz dx dy dz;$$

$V : y=x, y=0, x=2,$
 $z=xy, z=0.$

14.22.

$$\iiint_V (3x^2+y^2) dx dy dz;$$

$V : z=10x, y=0, x=1,$
 $z=xy, z=0.$

14.8.

$$\iiint_V (3x+4y) dx dy dz;$$

$V : y=x, y=0, x=1,$
 $z=5(x^2+y^2), z=0.$

14.11.

$$\iiint_V (27+54y^3) dx dy dz;$$

$V : y=x, y=0, x=1,$
 $z=\sqrt{xy}, z=0.$

14.14. $\iiint_V y^2 dx dy dz;$

$V : z=10(3x+y), x=0,$
 $x+y=1, y=0, z=0.$

14.17.

$$\iiint_V (x^2+4y^2) dx dy dz$$

$V : z=20(2x+y), x+y=1,$
 $x=0,$
 $y=0, z=0.$

14.20.

$$\iiint_V x^2 z dx dy dz;$$

$V : y=3x, y=0, x=2,$
 $z=xy, z=0.$

14.23.

$$\iiint_V x dx dy dz;$$

$V : y=10x, y=0, x=1,$
 $z=xy, z=0.$

14.9.

$$\iiint_V (3x^2+y^2) dx dy dz;$$

$V : z=10y, x+y=1,$
 $x=0, y=0, z=0.$

14.12.

$$\iiint_V (4+8z^3) dx dy dz;$$

$V : y=x, y=0, x=1,$
 $z=\sqrt{xy}, z=0.$

14.15.

$$\iiint_V 63(1+2\sqrt{y}) dx dy dz;$$

$V : y=x, y=0, x=1,$
 $z=\sqrt{xy}, z=0.$

14.18.

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1+\frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{16}\right)^5};$$

$V : \frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{16}=1,$
 $x=0, y=0, z=0.$

14.21.

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1+\frac{x}{10}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)^5};$$

$V : \frac{x}{10}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}=1,$
 $x=0, y=0, z=0.$

14.24.

$$\iiint_V (60y+90z) dx dy dz;$$

$V : x=1, y=0, y=x,$
 $z=x^2+y^2, z=0.$

14.25.

$$\iiint_V \left(\frac{10}{3}x + \frac{5}{3} \right) dx dy dz;$$

$$V : y = 9x, y = 0, x = 1, \\ z = \sqrt{xy}, z = 0.$$

$$\iiint_V 3y^2 dx dy dz;$$

$$V : y = 2x, y = 0, x = 2, \\ z = xy, z = 0.$$

14.26.

$$\iiint_V 15(y^2 + z^2) dx dy dz;$$

$$V : z = x + y, x + y = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$\iiint_V (1 + 2x^2) dx dy dz;$$

$$V : y = 9x, y = 0, x = 1, \\ z = \sqrt{xy}, z = 0.$$

14.27.

$$\iiint_V (9 + 18z) dx dy dz;$$

$$V : y = 4x, y = 0, x = 1, \\ z = \sqrt{xy}, z = 0.$$

14.30.

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6}\right)^4};$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1,$$

$$x = 0, y = 0, z = 0.$$

15. Вычислить тройной интеграл в цилиндрических или сферических координатах.

$$15.1. \iiint_V \frac{y dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad V : x^2 + y^2 = 2x, \quad x + z = 2, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$15.2. \iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad V : x^2 + y^2 = 16y, \quad y + z = 16, \quad x \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$15.3. \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, \quad V : x^2 + y^2 = 2x, \quad x + z = 2, \quad z \geq 0.$$

$$15.4. \iiint_V xy dx dy dz, \quad V : 2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 8, \quad x^2 + y^2 = z^2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$15.5. \iiint_V x dx dy dz, \quad V : x^2 = 2(y^2 + z^2), \quad x = 4, \quad x \geq 0.$$

$$15.6. \iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad V : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad y \leq x, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$15.7. \iiint_V x dx dy dz, \quad V : z = \sqrt{18 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x \geq 0.$$

$$15.8. \iiint_V \frac{y^2 dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad V : x \geq 0, \quad z \geq 0, \quad y = \sqrt{3}x, \quad 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 36.$$

15.9. $\iiint_V \frac{y^2 dx dy dz}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}, V : y \geq 0, y \leq \sqrt{3}x, z = 3(x^2 + y^2), z = 3.$

15.10. $\iiint_V \frac{x^2 dx dy dz}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}}, V : x^2 + y^2 + z^2 = 16, z \geq 0.$

15.11. $\iiint_V \frac{xz dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V : 2(x^2 + y^2) = z, y \geq 0, y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x, z = 18.$

15.12. $\iiint_V \frac{xy dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V : x^2 + y^2 = z, y \geq 0, y \leq x, z = 4, z \geq 0.$

15.13. $\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V : x^2 + y^2 = 4y, x + y + z = 4, z \geq 0.$

15.14. $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) y dx dy dz, V : x^2 + y^2 + z^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

15.15. $\iiint_V y \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, V : z \geq 0, z = 2, y \geq \pm x, z^2 = 4(x^2 + y^2)$

15.16. $\iiint_V \frac{y dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V : x^2 + y^2 = 2y, x^2 + y^2 = 4y, x \geq 0, z \geq 0, z = 6.$

15.17. $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, V : x^2 + y^2 + z^2 = 36, y \geq 0, z \geq 0, y \leq -x.$

15.18. $\iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V : x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x, z \geq 0, z = 4, y \geq 0, y \leq -x.$

15.19. $\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, y \geq 0, y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x, z \geq 0.$

15.20. $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, V : x^2 - 2x + y^2 = 0, y \geq 0, z \geq 0, x + z = 2.$

15.21. $\iiint_V z^2 dx dy dz, V : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq x, x \geq 0, z \geq 0, z = 2.$

15.22. $\iiint_V y dxdydz, V: x^2 + y^2 + z^2 = 32, \quad x^2 + z^2 = y^2, \quad y \geq 0.$

15.23. $\iiint_V x dxdydz, V: x^2 + y^2 + z^2 = 8, \quad x^2 = z^2 + y^2, \quad x \geq 0.$

15.24. $\iiint_V y dxdydz, V: 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, \quad y \leq \sqrt{3}x, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$

15.25. $\iiint_V y dxdydz, V: z = \sqrt{8 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad y \geq 0.$

15.26. $\iiint_V x^2 dxdydz, V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, \quad y \geq 0, \quad y \leq x, \quad z \geq 0.$

15.27. $\iiint_V \frac{dxdydz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V: x^2 + y^2 = 4y, \quad x + z = 4, \quad z \geq 0.$

15.28. $\iiint_V \frac{y dxdydz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, \quad y \leq \sqrt{3}x, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$

15.29. $\iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dxdydz, V: x^2 + y^2 = 2x, \quad y \geq 0, \quad z = 3, \quad z \geq 0.$

15.30. $\iiint_V \frac{x dxdydz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \quad x \geq 0, \quad y \leq x, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$

16. С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж.

16.1. $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x + y = 2, \quad x^2 + y^2 = z.$

16.2. $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = z.$

16.3. $z \geq 0, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = z.$

16.4. $z \geq 0, \quad x + y = 2, \quad z = x^2, \quad y = 0.$

16.5. $z \geq 0, \quad y + z = 2, \quad x^2 + y^2 = 4.$

16.6. $y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x - y = 0, \quad 2x + y = 2, \quad 4z = y^2.$

16.7. $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad 2x + y = 2, \quad z = y^2.$

16.8. $z \geq 0, \quad y^2 = x, \quad x = 2y^2 + 1, \quad z = 1 - y^2.$

16.2. $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = z.$

16.3. $z \geq 0, x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = z.$

16.4. $z \geq 0, y = 2, z = x^2.$

16.5. $z \geq 0, y + z = 2, x^2 + y^2 = 4.$

16.6. $y \geq 0, z \geq 0, x - y = 0, 2x + y = 2, 4z = y^2.$

16.7. $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 2x + y = 2, z = y^2.$

16.8. $z \geq 0, y^2 = x, x = 2y^2 + 1, z = 1 - y^2.$

16.9. $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, z = 9 - x^2, y = 3 - x.$

16.10. $x \geq 0, z \geq 0, x + y = 4, z = 4\sqrt{y}.$

16.11. $z^2 = 4 - x, x^2 + y^2 = 4x.$

16.12. $z = 4 - y^2, x^2 + y^2 = 4, z \geq 0.$

16.13. $x^2 + y^2 = 1, z = 2 - x - y, z \geq 0.$

16.14. $z = y^2, x \geq 0, z \geq 0, x + y = 2.$

16.15. $y \geq 0, z \geq 0, z = x, x = \sqrt{9 - y^2}, x = \sqrt{25 - y^2}.$

16.16. $z \geq 0, x^2 + y^2 = 9, z = 5 - x - y.$

16.17. $z \geq 0, z = x, x = \sqrt{4 - y^2}.$

16.18. $y \geq 0, x + y = 2, z = x^2.$

16.19. $y \geq 0, z \geq 0, y = 4, z = x, x = \sqrt{25 - y^2}.$

16.20. $z \geq 0, x^2 + y^2 = 9, z = y^2.$

16.21. $x \geq 0, z \geq 0, y \geq x, z = 1 - x^2 - y^2.$

16.22. $x^2 + y^2 = 4, z = 4 - x - y, z \geq 0.$

16.23. $z \geq 0, z = x^2, x - 2y + 2 = 0, x + y = 7.$

16.24. $x \geq 0, z \geq 0, z = y, x = 4, y = \sqrt{25 - x^2}.$

16.25. $z \geq 0, z = 4 - x, x = 2\sqrt{y}, y = 2\sqrt{x}.$

16.26. $y \geq 0, z \geq 0, 2x - y = 0, x + y = 9, z = x^2.$

16.27. $y \geq 0, z \geq 0, x = 4, y = 2x, z = x^2.$

16.28. $y \geq 0, z \geq 0, y = 2x, y = 3, z = \sqrt{y}.$

16.29. $y \geq 0, z \geq 0, x = 3, y = 2x, z = y^2.$

16.30. $z \geq 0, \quad y^2 = 2 - x, \quad z = 3x.$

17. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, μ – плотность. Найти массу тела.

17.1. $25(x^2 + y^2) = z^2, \quad x^2 + y^2 = 4,$
 $(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad \mu = 2(x^2 + y^2).$

17.2. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 4z^2,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
 $\mu = 10z.$

17.3. $x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 6z,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 90y.$

17.5. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 9z^2,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
 $\mu = 10z.$

17.7. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 1,$
 $(x^2 + y^2 \leq 1);$
 $\mu = 6|z|.$

17.9. $x^2 + y^2 = z^2 / 49, \quad x^2 + y^2 = z / 7,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0); \quad \mu = 10z.$
 $\mu = 10z.$

17.11. $16(x^2 + y^2) = z^2, \quad x^2 + y^2 = 1,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 5(x^2 + y^2)$

17.13. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 1,$
 $(x^2 + y^2 \leq 1), \quad x = 0, \quad (x \geq 0);$
 $\mu = 4|z|.$

17.15. $x^2 + y^2 = 16z^2 / 49,$
 $x^2 + y^2 = 4z / 7, \quad x = 0, \quad y = 0,$
 $(x \geq 0, y \geq 0); \quad \mu = 80yz.$

17.17. $36(x^2 + y^2) = z^2,$
 $x^2 + y^2 = 1, \quad x = 0, \quad z = 0,$

17.4. $x^2 + y^2 + z^2 = 16, \quad x^2 + y^2 = 4,$
 $(x^2 + y^2 \leq 4);$
 $\mu = |z|.$

17.6. $x^2 + y^2 = z^2, \quad x^2 + y^2 = z,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 35z.$

17.8. $x^2 + y^2 = z^2, \quad x^2 + y^2 = 4,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0,$
 $(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0); \quad \mu = 5(x^2 + y^2) / 2.$

17.10. $x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 3z,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 15x.$

17.12. $x^2 + y^2 + z^2 = 16, \quad x^2 + y^2 = 9z^2,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 5z.$

17.14. $x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad x^2 + y^2 = 4,$
 $(x^2 + y^2 \leq 4), \quad y = 0, \quad (y \geq 0);$
 $\mu = |z|.$

17.16. $x^2 + y^2 = z^2 / 25,$
 $x^2 + y^2 = z / 5, \quad x = 0, \quad y = 0,$
 $(x \geq 0, y \geq 0); \quad \mu = 14yz.$

17.18. $9(x^2 + y^2) = z^2, \quad x^2 + y^2 = 4,$
 $x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
 $\mu = 5(x^2 + y^2) / 3.$

$$(x \geq 0, z \geq 0); \mu = 5(x^2 + y^2)/6.$$

$$\mathbf{17.19.} x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 8z, x=0, \\ y=0, z=0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 5x.$$

$$\mathbf{17.21.} x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = z^2, \\ x=0, y=0, z=0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0); \mu = 6z.$$

$$\mathbf{17.20.} x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = z, x=0, \\ y=0, z=0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 10y.$$

$$\mathbf{17.22.} 64(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 4, \\ y=0, z=0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 5(x^2 + y^2)/4,$$

$$\mathbf{17.23.} x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 4z, \\ x=0, y=0, z=0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 5y.$$

$$\mathbf{17.25.} x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, \\ x=0, y=0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0); \mu = 32z.$$

$$\mathbf{17.27.} x^2 + y^2 + z^2 = 9, x^2 + y^2 = 4, \\ (x^2 + y^2 \leq 4), z=0, (z \geq 0); \mu = 2z.$$

$$\mathbf{17.29.} x^2 + y^2 = 4z^2/49, x^2 + y^2 = 2z/7, \\ x=0, y=0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 20xz.$$

$$\mathbf{17.24.} x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 2z, \\ x=0, y=0, z=0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 10x.$$

$$\mathbf{17.26.} x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = 4z^2, \\ x=0, y=0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0); \mu = 20z.$$

$$\mathbf{17.28.} x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = 4, \\ (x^2 + y^2 \leq 4); \mu = 2|z|.$$

$$\mathbf{17.30.} x^2 + y^2 = 4z^2/25, \\ x^2 + y^2 = 2z/5, x=0, y=0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 28xz.$$

18. Вычислить координаты центра масс однородного тела, занимающего область V , ограниченную поверхностями.

$$\mathbf{18.1.} V: 4y = \sqrt{x^2 + z^2}, x^2 + z^2 = 16, y=0.$$

$$\mathbf{18.2.} V: y^2 + z^2 = 8x, x=2.$$

$$\mathbf{18.3.} V: z = \sqrt{x^2 + y^2}, z=36.$$

$$\mathbf{18.4.} V: z = 3(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 9, z=0.$$

$$\mathbf{18.5.} V: x = 2\sqrt{y^2 + z^2}, y^2 + z^2 = 4, x=0.$$

$$\mathbf{18.6.} V: x^2 + z^2 = 4y, y=9.$$

18.7. $V: x = 5\sqrt{y^2 + z^2}, \quad x = 20.$

18.8. $V: x^2 + z^2 = y, \quad x^2 + z^2 = 10, \quad y = 0.$

18.9. $V: x = 6\sqrt{y^2 + z^2}, \quad y^2 + z^2 = 9, \quad x = 0.$

18.10. $V: z = 8(x^2 + y^2), \quad z = 32.$

18.11. $V: y = 3\sqrt{x^2 + z^2}, \quad y = 9.$

18.12. $V: x^2 + z^2 = 9y, \quad x^2 + z^2 = 4, \quad y = 0.$

18.13. $V: \sqrt{x^2 + y^2} = 3z, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad z = 0.$

18.14. $V: x^2 + z^2 = 6y, \quad y = 8.$

18.15. $V: 8x = \sqrt{y^2 + z^2}, \quad x = 1/2.$

18.16. $V: y^2 + z^2 = 2x, \quad y^2 + z^2 = 4, \quad x = 0.$

18.17. $V: 3\sqrt{x^2 + z^2} = y, \quad x^2 + z^2 = 16, \quad y = 0.$

18.18. $V: y^2 + z^2 = 3x, \quad x = 9.$

18.19. $V: \sqrt{x^2 + z^2} = y, \quad y = 4.$

18.20. $V: y^2 + z^2 = x, \quad y^2 + z^2 = 9, \quad x = 0.$

18.21. $V: x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x + y + z = 3.$

18.22. $V: z = 2\sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 = 9, \quad z = 0.$

18.23. $V: x^2 + y^2 = 2z, \quad z = 3.$

18.24. $V: \sqrt{x^2 + y^2} = z, \quad z = 4.$

18.25. $V: x^2 + y^2 = z, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad z = 0.$

18.26. $V: x = 6(y^2 + z^2), \quad y^2 + z^2 = 3, \quad x = 0.$

18.27. $V: y = 3\sqrt{x^2 + z^2}, \quad x^2 + z^2 = 36, \quad y = 0.$

18.28. $V: x = 7(y^2 + z^2), \quad x = 28.$

18.29. $V: 2\sqrt{x^2 + y^2} = z, \quad z = 8.$

18.30. $V: 5(x^2 + y^2) = z, \quad x^2 + y^2 = 2, \quad z = 0.$

19. Вычислить момент инерции относительно указанной оси координат однородного тела, занимающего область V , ограниченную данными поверхностями. Плотность тела δ принять равной 1.

- 19.1.** $V: z=2(x^2+y^2)$, $z=2$, Oz . **19.2.** $V: x^2+y^2=z^2$, $z=3$, Oz .
- 19.3.** $V: x=1-y^2-z^2$, $x=0$, Ox . **19.4.** $V: x^2+y^2=z$, $z=3$, Oz .
- 19.5.** $V: y=4-x^2-z^2$, $y=0$, Oy . **19.6.** $V: x^2+z^2=y^2$, $x^2+z^2=4$, $y=0$, Oy .
- 19.7.** $V: x=3(y^2+z^2)$, $x=3$, Ox . **19.8.** $V: x^2+z^2=2y$, $y=2$, Oy .
- 19.9.** $V: z=9-x^2-y^2$, $z=0$, Oz . **19.10.** $V: x^2=y^2+z^2$, $x=2$, Ox .
- 19.11.** $V: 4\sqrt{x^2+y^2}=z$, $z=2$, Oz . **19.12.** $V: x^2+y^2=2z$, $z=2$, Oz .
- 19.13.** $V: z=3(y^2+x^2)$, $z=3$, Oz . **19.14.** $V: 2\sqrt{y^2+z^2}=x$, $x=2$, Ox .
- 19.15.** $V: y^2=x^2+z^2$, $y=4$, Oy . **19.16.** $V: 3(x^2+z^2)=y$, $y=3$, Oy .
- 19.17.** $V: x=y^2+z^2$, $x=2$, Ox . **19.18.** $V: z=3-x^2-y^2$, $z=0$, Oz .
- 19.19.** $V: x^2+z^2=y^2$, $y=2$, Oy . **19.20.** $V: y=4\sqrt{x^2+z^2}$, $y=2$, Oy .
- 19.21.** $V: y^2+z^2=x$, $x=9$, Ox . **19.22.** $V: x^2+z^2=y$, $y=3$, Oy .
- 19.23.** $V: x^2=y^2+z^2$, $x=2$, Ox . **19.24.** $V: x^2=y^2+z^2$, $y^2+z^2=1$, $x=0$, Ox .
- 19.25.** $V: x^2+z^2=y$, $y=2$, Oy . **19.26.** $V: x=y^2+z^2$, $y^2+z^2=1$, $x=0$, Ox .
- 19.27.** $V: x^2=y^2+z^2$, $x=3$, Ox . **19.28.** $V: x^2=y^2+z^2$, $y^2+z^2=4$, $x=0$, Ox .
- 19.29.** $V: x=y^2+z^2$, $x=3$, Ox . **19.30.** $V: 2z=y^2+z^2$, $y^2+x^2=4$, $z=0$, Ox .

20. Вычислить криволинейный интеграл.

- 20.1.** $\int_L xydl$, где L – контур квадрата со сторонами $x=\pm l$, $y=\pm l$.
- 20.2.** $\int_L y^2 dl$, где L – первая арка циклоиды $x=t-sint$, $y=1-cost$.
- 20.3.** $\int_{L_{ABCD}} xydl$, где L_{ABCD} – контур прямоугольника с вершинами A(2, 0),
B(4, 0), C(4, 3), D(2, 3).
- 20.4.** $\int_L ydl$, где L – дуга параболы $y^2=2x$, отсеченная параболой $x^2=2y$.
- 20.5.** $\int_{L_{OA}} \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+4}}$, где L_{OA} – отрезок прямой, соединяющий точки O(0, 0)

и $A(1, 2)$.

20.6. $\int_L \frac{(y^2 - x^2)xy}{(x^2 + y^2)^2} dl$, где L – дуга кривой $\rho = 9 \sin 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/4$.

20.7. $\int_{L_{OABC}} xy dl$, где L_{OABC} – контур прямоугольника с вершинами $O(0, 0)$,
 $A(4, 0)$, $B(4, 2)$, $C(0, 2)$.

20.8. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{x-y}$, где L_{AB} – отрезок прямой, заключенный между точками $A(4, 0)$
и $B(6, 1)$.

20.9. $\int_L (x^2 + y^2)^2 dl$, где L – первая четверть окружности $\rho = 2$.

20.10. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, где L_{AB} – отрезок прямой, соединяющий точки
 $A(1, 1, 1)$ и $B(2, 2, 2)$.

20.11. $\oint_L (x-y) dl$ где L – окружность $x^2 + y^2 = 2x$.

20.12. $\int_L \sqrt{2-z^2} \left(2z - \sqrt{x^2 + y^2} \right) dl$, где L – дуга кривой
 $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

20.13. $\oint_L (x^2 + y^2) dl$ где L – окружность $x^2 + y^2 = 4$.

20.14. $\int_{L_{OB}} \frac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}$, где L_{OB} – отрезок прямой, соединяющий точки
 $A(0, 0)$ и $B(2, 2)$.

20.15. $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$, где L – дуга кривой
 $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = \sqrt{3}t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

20.16. $\int_L \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dl$, где L – дуга кардиоиды $\rho = (1 + \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

- 20.17.** $\int_L \sqrt{2y} dl$, где L – первая арка циклоиды $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$.
- 20.18.** $\int_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) dl$, где L_{AB} – отрезок прямой, заключенный между точками $A(-1, 0)$ и $B(0, 1)$.
- 20.19.** $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{5(x-y)}}$, где L_{AB} – отрезок прямой, заключенный между точками $A(0, 4)$ и $B(4, 0)$.
- 20.20.** $\int_L \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dl$, где L – дуга кардиоиды $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.
- 20.21.** $\int_{L_{AB}} y dl$, где L_{AB} – дуга астроиды $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, заключенная между точками $A(1, 0)$ и $B(0, 1)$.
- 20.22.** $\int_{L_{OB}} y dl$, где L_{OB} – дуга параболы $y^2 = 2x/3$ между точками $O(0, 0)$ и $B(\sqrt{35}/6, \sqrt{35}/3)$.
- 20.23.** $\int_{L_{ABO}} (x+y) dl$, где L_{ABO} – контур треугольника с вершинами $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, $O(0, 0)$.
- 20.24.** $\int_L \frac{z^2}{x^2 + y^2} dl$, где L – первый виток винтовой линии $x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$, $z = 2t$.
- 20.25.** $\int_{L_{OAB}} (x+y) dl$, где L_{OAB} – контур треугольника с вершинами $O(0, 0)$, $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$.
- 20.26.** $\int_L (x+y) dl$, где L_{ABO} – дуга лемнискаты Бернулли $\rho^2 = \cos 2\varphi$, $-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4$.
- 20.27.** $\oint_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 2y$.

20.28. $\int_{L_{OABC}} xy dl$, где L – контур прямоугольника с вершинами $O(0, 0)$, $A(5, 0)$,
 $B(5, 3)$, $C(0, 3)$.

20.29. $\oint_L (x^2 + y^2) dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 4x$.

20.30. $\int_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y}) dl$, где L – дуга астроиды $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ между
 точками $A(1, 0)$ и $B(0, 1)$.

21. Вычислить криволинейный интеграл.

21.1. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где L_{AB} – отрезок прямой, соединяющий точки $A(0, -2)$,
 $B(4, 0)$.

21.2. $\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}$, где L – первый виток винтовой линии
 $x = 5\cos t$, $y = 5\sin t$, $z = t$.

21.3. $\int_{L_{OABC}} yz dl$, где L_{OABC} – контур прямоугольника с вершинами в точках
 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 4, 0)$, $B(0, 4, 2)$, $C(0, 0, 2)$.

21.4. $\int_L x^2 dl$, где L – дуга верхней половины окружности $x^2 + y^2 = a^2$.

21.5. $\int_L (z^2 + y^2) dl$, где L – окружность $z^2 + y^2 = 4$.

21.6. $\int_L y^2 dl$, где L – первая арка циклоиды $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$.

21.7. $\int_L (x^2 + y^2) dl$, где L – развертка окружности $x = 6(\cos t + t \sin t)$,
 $y = 6(\sin t - t \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

21.8. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{x-z}$, где L_{AB} – отрезок прямой $z = \frac{x}{-2}$, $y = 0$, соединяющий точки
 $A(0, 0, 2)$ и $B(4, 0, 0)$.

21.9. $\int_L \sqrt{2y} dl$, где L – первая арка циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

21.10. $\oint_L (x - y) dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = ax$.

21.11. $\int_L \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = 9 \cos t$, $y = 9 \sin t$,
 $z = 9t$.

21.12. $\oint_L (x^2 + y^2)^2 dl$, где L – окружность $x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$.

21.13. $\int_L y dl$, где L – дуга параболы $y^2 = 12x$, отсеченная параболой
 $x^2 = 12y$.

21.14. $\oint_L \sqrt{2y^2 + z^2} dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x = y$.

21.15. $xyz dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x^2 + y^2 = R^2 / 4$,
лежащая в первом октанте.

21.16. $\int_L \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dl$, где L – часть дуги спирали Архимеда $\rho = 2\varphi$, заключенная
внутри круга радиусом R с центром в полюсе.

21.17. $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$, где L – первый виток винтовой линии $x = 4 \cos t$,
 $y = 4 \sin t$, $z = 3t$.

21.18. $\int_L y dl$, где L – дуга параболы $y^2 = 6x$, отсеченная параболой $x^2 = 6y$.

21.19. $\int_{L_{AB}} x dl$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки A(2, 4) до точки B(1, 1).

21.20. $\int_L (x+y) dl$, где L – первый виток лемнискаты $\rho^2 = 7 \cos 2\varphi$.

21.21. $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$, где L – дуга кривой $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$,
 $0 \leq t \leq 2\pi$.

21.22. $\int_L (2z - \sqrt{y^2 + x^2}) dl$, где L – первый виток конической винтовой линии
 $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$.

21.23. $\int_L (x+z) dl$, где L – дуга кривой $x = t$, $y = (3/\sqrt{2})t^2$, $z = t^3$, $0 \leq t \leq 1$.

21.24. $\int_L (x \sqrt{x^2 - y^2}) dl$, где L – кривая $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$, $x \geq 0$.

21.25. $\int_L (x+y) dl$, где L – первый виток лемнискаты $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

21.26. $\int_L xy dl$, где L – первая четверть эллипса $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

21.27. $\int_L (x+y) dl$, где L – четверть окружности $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $y = x$,
лежащая в первом октанте.

21.28. $\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = a \cos t$,
 $y = a \sin t$, $z = bt$.

21.29. $\int_L \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$,
 $z = at$.

21.30. $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L – развертка окружности $x = a(\cos t + t \sin t)$,
 $y = a(\sin t - t \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

22. Вычислить криволинейный интеграл.

22.1. $\int_{L_{AB}} \frac{y}{x} dx + x dy$, где L_{AB} – дуга линии $y = \ln x$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(e, 1)$.

22.2. $\int_L y dx - x dy$, где L – дуга эллипса $x = 3 \cos t$, $y = 2 \sin t$, «пробегаемая» в положительном направлении обхода.

22.3. $\int_{L_{OA}} 2xy dx - x^2 dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y = x^2 / 4$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(2, 1)$.

22.4. $\int_{L_{AB}} (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$, где L_{AB} – ломаная линия $y = |x|$, от точки $A(-1, 1)$ до точки $B(2, 2)$.

22.5. $\int_{L_{AB}} (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(-1, 1)$ до точки $B(1, 1)$.

22.6. $\int_{L_{AB}} \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[5]{x^5 + \sqrt[3]{y^5}}}$, где L_{AB} – дуга астроиды $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$ от точки $A(2, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

22.7. $\int_{L_{OA}} (x^2 - y^2) dx + 2xy dy$, где L_{OA} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 1)$.

22.8. $\int_{L_{OA}} 2xydx - x^2 dy + zdz$, где L_{OA} – отрезок прямой, соединяющий точки $O(0, 0, 0)$ и $A(2, 1, -1)$.

22.9. $\oint_L (xdy - ydx)$, где L – контур треугольника с вершинами $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$ при положительном направлении обхода.

22.10. $\int_{L_{OA}} (x^2 + y) dx + (x + y^2) dy$, где L_{ACB} – ломаная ACB ; $A(2, 0)$, $C(5, 0)$, $B(5, 3)$.

22.11. $\int_{L_{ABC}} (x^2 + y^2) dx + (x + y^2) dy$, где L_{ACB} – ломаная ACB ; $A(1, 2)$, $B(3, 2)$, $C(3, 5)$.

22.12. $\int_{L_{OB}} xy^2 dx + yz^2 dy - x^2 zdz$, где L_{OB} – отрезок прямой OB ; $O(0, 0, 0)$ и $B(-2, 4, 5)$.

22.13. $\int_{L_{OA}} ydx - xdy$, где L_{OA} – дуга окружности $x = R \cos t$, $y = R \sin t$; $O(R, 0)$ и $A(0, R)$.

22.14. $\int_{L_{AB}} (xy - 1) dx + x^2 dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y^2 = 4 - 4x$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

22.15. $\int_{L_{OB}} xydx + (y - x) dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $B(1, 1)$.

22.16. $\int_{L_{OB}} (xy - y^2) dx + xdy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $B(1, 1)$.

22.17. $\int_{L_{AB}} xdy - ydx$, где L_{AB} – дуга астроиды $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$ от точки $A(2, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

22.18. $\oint_L (x + 2y) dx + (x - y) dy$ где L – окружность $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$

при положительном направлении обхода.

22.19. $\oint_L (x^2y - x)dx + (y^2x - 2y)dy$ где L – дуга эллипса $x = 3\cos t$,

$y = 2\sin t$ при положительном направлении обхода.

22.20. $\oint_{L_{AB}} (xy - 1)dx + x^2ydy$ где L_{AB} – дуга эллипса $x = \cos t$, $y = 2\sin t$ от

точки А(1, 0) до точки В(0, 2).

22.21. $\int_{L_{OBA}} 2xydx - x^2dy$, где L_{AB} – ломаная ОВА; О(0, 0), В(2, 0), А(2, 1).

22.22. $\int_{L_{OB}} (xy - x)dx + x^2/2dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y^2 = 4x$ от точки

А(0, 0) до точки В(1, 2).

22.23. $\int_{L_{AB}} (xy - 1)dx + x^2ydy$, где L_{AB} – отрезок прямой АВ; А(1, 0), В(0, 2).

22.24. $\int_{L_{AB}} 2xydx + y^2dy + z^2dz$, где L_{AB} – дуга одного витка винтовой линии

$x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 2t$; А(1, 0, 0) и В(1, 0, 4π).

22.25. $\int_{L_{AB}} (x^2 - y^2)dx + xydy$, где L_{AB} – отрезок прямой АВ; А(1, 1), В(3, 4).

22.26. $\int_{L_{AB}} \cos ydx - \sin xdy$, где L_{AB} – отрезок прямой АВ; А(2π , -2π),

В(-2π , 2π).

22.27. $\int_{L_{AB}} \frac{ydx + xdy}{x^2 + y^2}$, где L_{AB} – отрезок прямой АВ; А(1, 2), В(3, 6).

22.28. $\int_{L_{AB}} ydx + (y - x)dy$, где L_{AB} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки

А(0, 0) до точки В(1, 1).

22.29. $\int_{L_{OA}} xydx + (y-x)dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y^2 = x$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 1)$.

22.30. $\int_{L_{AB}} xdx + ydy + (x-y+1)dz$, где L_{AB} – отрезок прямой AB ; $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 4)$.

23. Вычислить криволинейный интеграл.

23.1. $\int_{L_{OA}} (xy - x)dx + \left(x^2/y\right)dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y = 2\sqrt{x}$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 2)$.

23.2. $\oint_L ydx - xdy$, где L – дуга эллипса $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, «пробегаемая» против хода часовой стрелки.

23.3. $\oint_L xdy$, где L – контур треугольника, образованного прямыми $y = x$, $x = 2$, $y = 0$ при положительном направлении обхода контура.

23.4. $\int_L (x-y)dx + dy$, где L – дуга верхней половины окружности $x^2 + y^2 = R^2$, «пробегаемая» в положительном направлении обхода контура.

23.5. $\oint_L (x^2 - y)dx$, где L – контур прямоугольника, образованного прямыми $y = 2$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$ при положительном направлении обхода контура.

23.6. $\int_{L_{OB}} 4x \sin^2 y dx + y \cos 2x dy$, где L_{OB} – отрезок прямой, соединяющий

точки $O(0, 0)$ и $B(3, 6)$.

23.7. $\oint_L y dx - x dy$, где L – контур эллипса $x = 6 \cos t$, $y = 4 \sin t$ при положительном направлении обхода контура.

23.8. $\int_L x dy$, где L – дуга синусоиды $y = \sin x$ от точки $(\pi, 0)$ до точки $(0, 0)$.

23.9. $\int_L y^2 dx + x^2 dy$, где L – верхняя половина эллипса $x = a \cos t$, $y = b \sin t$,

«пробегаемая» по ходу часовой стрелки.

23.10. $\int_{L_{OB}} (xy - y^2) dx + x dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = 2\sqrt{x}$ от точки $O(0, 0)$

до точки $B(1, 2)$.

23.11. $\int_L x dx + xy dy$, L – дуга верхней половины окружности $x^2 + y^2 = 2x$,

«пробегаемая» в положительном направлении обхода контура.

23.12. $\int_{L_{ABO}} (xy - x) dx + \left(x^2 / y\right) dy$, где L_{ABO} – ломаная АВО от точки $O(0, 0)$,

$A(1, 2)$, $B(1/2, 3)$ при положительном направлении обхода контура.

23.13. $\int_{L_{OA}} (xy - y^2) dx + x dy$, где L_{OA} – отрезок прямой от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 2)$.

23.14. $\int_{L_{OA}} xdy - ydx$, где L_{OA} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(2, 8)$.

23.15. $\int_{L_{AB}} 2y \sin 2x dx - \cos 2x dy$, где L_{AB} – отрезок прямой от точки $A(\pi/4, 2)$ до точки $B(\pi/6, 1)$.

23.16. $\int_{L_{OA}} (xy - y^2) dx + x dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y = 2x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 2)$.

23.17. $\int_{L_{OBA}} 2yz dy - y^2 dz$, где L_{OBA} – ломаная OBA ; $O(0, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $A(0, 2, 1)$.

23.18. $\int_L x/y dx + (1/(y-a) dy)$, где L – дуга циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $\pi/6 \leq t \leq \pi/3$.

23.19. $\int_{L_{OB}} (xy - x) dx + (x^2/2) dy$, параболы $y = 4x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $B(1, 4)$.

23.20. $\int_{L_{FB}} (x+y) dx + (x-y) dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(-1, 1)$ до точки $B(1, 1)$.

23.21. $\int_{L_{AB}} x dy$, где L_{AB} – дуга правой полуокружности $x^2 + y^2 = a^2$ от точки $A(0, -a)$ до точки $B(0, a)$.

23.22. $\int_L y^2 dx + x^2 dy$, где L – дуга верхней половины эллипса $x = 5 \cos t$, $y = 2 \sin t$, «пробегаемая» по ходу часовой стрелки.

23.23. $\int_L y^2 z dx + z \sqrt{R^2 - y^2} dy + xy dz$, где L – дуга кривой $x = R \cos t$, $y = R \sin t$,

$z = at/(2\pi)$, «пробегаемая» от точки пересечения ее с плоскостью $z = 0$ до точки пересечения ее с плоскостью $z = a$.

23.24. $\int_{L_{OA}} 2xzdy - y^2dz$, где L – дуга параболы $z = x^2/4$ от точки $O(0, 0, 0)$ до

точки $A(2, 0, 1)$.

23.25. $\int_{L_{AB}} (x - 1/y)dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(1, 1)$ до

точки $B(2, 4)$.

23.26. $\int_{L_{AB}} \cos z dx - \sin x dz$, где L_{AB} – отрезок прямой, соединяющий точки

$A(2, 0, -2)$ и $B(-2, 0, 2)$.

23.27. $\int_L ydx - xdy$, где L – четверть дуги окружности $x = R \cos t$, $y = R \sin t$,

лежащая в первом квадранте и «пробегаемая» против хода часовой стрелки.

23.28. $\int_{L_{OA}} 2xydx - x^2dy$, где L_{OA} – дуга параболы $x = 2y^2$ от точки $O(0, 0)$ до

точки $A(2, 1)$.

23.29. $\int_{L_{AB}} xy e^x dx + (x - 1)e^x dy$, где L_{AB} – любая линия, соединяющая точки

$A(0, 2)$ и $B(1, 2)$.

23.30. $\oint_L (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$, где L – контур треугольника с

вершинами $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$ при положительном направлении обхода контура.

24. Показать, что данное дифференциальное выражение является полным дифференциалом функции $U(x, y)$. Найти эту функцию.

24.1. $\frac{x+y}{xy}dx + \frac{y-x}{y^2}dy$.

24.2. $(20x^3 - 21x^2y + 2y)dx + (3 + 2x - 7x^3)dy$.

24.3. $(ye^{xy} - 2\sin x)dx + (xe^{xy} + \cos y)dy.$

24.4. $y(e^{xy} + 5)dx + x(e^{xy} + 5)dy.$

24.5. $\left(x - \frac{y}{x^2 - y^2}\right)dx + \left(\frac{x}{x^2 - y^2} - y\right)dy.$

24.6. $(2x - 3y^2 + 1)dx + (2 - 6xy)dy.$

24.7. $\left(\frac{2xy^2}{1+x^2y^2} - 3\right)dx + \left(\frac{2x^2y}{1+x^2y^2} - 5\right)dy.$

24.8. $-\left(\frac{1}{2}\cos 2y + y \sin 2x\right)dx + \left(x \sin 2y + \cos^2 x + 1\right)dy.$

24.9. $(y^2 e^{xy^2} + 3)dx + (2xye^{xy^2} - 1)dy.$

24.10. $\frac{x \ln y + y}{x}dx + \frac{y \ln x + x}{y}dy.$

24.11. $e^{x-y}(1+x+y)dx + e^{x-y}(1-x-y)dy.$

24.12. $(3x^2 - 2xy + y)dx + (x - x^2 - 3y^2 - 4y)dy.$

24.13. $(2xe^{x^2-y^2} - \sin x)dx + (\sin y - 2ye^{x^2-y^2})dy.$

24.14. $(5y + \cos x + 6xy^2)dx + (5x + 6x^2y)dy.$

24.15. $(y^2 e^{xy} - 3)dx + e^{xy}(1+xy)dy.$

24.16. $(1 + \cos(xy))ydx + (1 + \cos(xy))xdy.$

24.17. $(y - \sin x)dx + (x - 2ycos y^2)dy.$

24.18. $\left(\sin 2x - \frac{1}{x^2 y}\right)dx - \frac{1}{xy^2}dy.$

24.19. $\left(\frac{1}{x+y} + \cos x \cos y - 3x^2\right)dx + \left(\frac{1}{x+y} - \sin x \sin y + 4y\right)dy.$

24.20. $(y/x + \ln y + 2x)dx + (\ln x + x/y + 1)dy.$

24.21. $(e^{x+y} - \cos x)dx + (e^{x+y} + \sin y)dy.$

24.22. $\left(y/\sqrt{1-x^2y^2} + 2x\right)dx + \left(x/\sqrt{1-x^2y^2} + 6y\right)dy.$

24.23. $\left(y/\sqrt{1-x^2y^2} + x^2\right)dx + \left(x/\sqrt{1-x^2y^2} + y\right)dy.$

24.24. $\frac{1-y}{x^2y}dx + \frac{1-2x}{xy^2}dy.$

24.25. $\left(\frac{1}{y-1} - \frac{y}{(x-1)^2} - 2 \right)dx + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x}{(y-1)^2} + 2y \right)dy.$

24.26. $(3x^2 - 2xy + y^2)dx + (2xy - x^2 - 3y^2)dy.$

24.27. $(e^{xy} + xye^{xy} + 2)dx + (x^2e^{xy} + 1)dy.$

24.28. $(ye^{xy} + y^2)dx + (xe^{xy} + 2xy)dy.$

24.29. $(ycos(xy) + 2x - 3y)dx + (xcos(xy) - 3x + 4y)dy.$

24.30. $(ysin(x+y) + xycos(x+y) - 9x^2)dx + (xsin(x+y) + xycos(x+y) + 2y)dy.$

9. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

1. Данна функция $u(M)=u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2 . Вычислить:

1) производную этой функции в точке M_1 по направлению

$$\overrightarrow{M_1 M_2};$$

2) градиент функции в точке M_1 .

1.1. $u(M)=\ln(1+x+y^2+z^2), \quad M_1(1,1,1), \quad M_2(3,-5,1).$

1.2. $u(M)=x^2+2y^2-4z^2-5, \quad M_1(1,2,1), \quad M_2(-3,-2,6).$

1.3. $u(M)=\ln(x^3+y^2+z+1), \quad M_1(1,3,0), \quad M_2(-4,1,3).$

1.4. $u(M)=x-2y+e^z, \quad M_1(-4,-5,0), \quad M_2(2,3,4).$

1.5. $u(M)=x^y-3xyz, \quad M_1(2,2,-4), \quad M_2(1,0,-3).$

1.6. $u(M)=3x^2yz^3, \quad M_1(-2,-3,1), \quad M_2(5,-2,0).$

1.7. $u(M)=e^{xy+z^3}, \quad M_1(-5,0,2), \quad M_2(2,4,-3).$

1.8. $u(M)=x^{yz}, \quad M_1(3,1,4), \quad M_2(1,-1,-1).$

1.9. $u(M)=(x^2+y^2+z^2)^3, \quad M_1(1,2,-1), \quad M_2(0,-1,3).$

1.10. $u(M)=(x-y)^z, \quad M_1(1,5,0), \quad M_2(3,7,-2).$

1.11. $u(M)=x^2y+y^2z-3z, \quad M_1(0,-2,-1), \quad M_2(12,-5,0).$

1.12. $u(M)=10/(x^2+y^2+z^2+1), \quad M_1(-1,2,-2), \quad M_2(2,0,1).$

1.13. $u(M)=x^2y+y^2z+z^2x, \quad M_1(1,-1,2), \quad M_2(3,4,-1).$

1.14. $u(M) = 5xy^3z^2, \quad M_1(2, 1, -1), \quad M_2(4, -3, 0).$

1.15. $u(M) = \ln(x^2 + y^2 + z^2), \quad M_1(-1, 2, 1), \quad M_2(3, 1, -1).$

1.16. $u(M) = ze^{x^2 + y^2 + z^2}, \quad M_1(0, 0, 0), \quad M_2(3, -4, 2).$

1.17. $u(M) = \ln(xy + yz + xz), \quad M_1(-2, 3, -1), \quad M_2(2, 1, -3).$

1.18. $u(M) = \sqrt{1+x^2+y^2+z^2}, \quad M_1(1, 1, 1), \quad M_2(3, 2, 1).$

1.19. $u(M) = x^2y + xz^2 - 2, \quad M_1(1, 1, -1), \quad M_2(2, -1, 3).$

1.20. $u(M) = \ln(1+x^2 - y^2 + z^2) \quad M_1(1, 1, 1), \quad M_2(5, -4, 8).$

1.21. $u(M) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$, $M_1(-1, 1, 1)$, $M_2(2, 3, 4)$.

1.22. $u(M) = x^3 + xy^2 - 6xyz$, $M_1(1, 3, -5)$, $M_2(4, 2, -2)$.

1.23. $u(M) = \frac{x}{y} - \frac{y}{z} - \frac{x}{z}$, $M_1(2, 2, 2)$, $M_2(-3, 4, 1)$.

1.24. $u(M) = e^{x-yz}$, $M_1(1, 0, 3)$, $M_2(2, -4, 5)$.

1.25. $u(M) = xe^y + ye^x - z^2$, $M_1(3, 0, 2)$, $M_2(4, 1, 3)$.

1.26. $u(M) = 3xy^2 + z^2 - xyz$, $M_1(1, 1, 2)$, $M_2(3, -1, 4)$.

1.27. $u(M) = 5x^2yz - xy^2z + yz^2$, $M_1(1, 1, 1)$, $M_2(9, -3, 9)$.

1.28. $u(M) = x/(x^2 + y^2 + z^2)$, $M_1(1, 2, 2)$, $M_2(-3, 2, -1)$.

1.29. $u(M) = y^2z - 2xyz + z^2$, $M_1(3, 1, -1)$, $M_2(-2, 1, 4)$.

1.30. $u(M) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$, $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(5, -1, 4)$.

2. Найти величину и направление наибольшего изменения функции $u(M) = u(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

2.1. $u(M) = (x+y)z^2$, $M_0(0, -1, 4)$.

2.2. $u(M) = x^2yz$, $M_0(1, -1, 1)$.

2.3. $u(M) = (x+z)y^2$, $M_0(2, 2, 2)$.

2.4. $u(M) = xyz$, $M_0(2, 1, 0)$.

2.5. $u(M) = x^2(y^2 + z)$, $M_0(4, 1, -3)$.

2.6. $u(M) = xyz^2$, $M_0(4, 0, 1)$.

2.7. $u(M) = (x^2 + z)y^2$, $M_0(-4, 1, 0)$.

2.8. $u(M) = 2x^2yz$, $M_0(-3, 0, 2)$.

2.9. $u(M) = x^2(y + z^2)$, $M_0(3, 0, 1)$

2.10. $u(M) = x^2yz$, $M_0(1, 0, 4)$.

2.11. $u(M) = xy^2z^2$, $M_0(-2, 1, 1)$.

2.12. $u(M) = xz^2 + y$, $M_0(2, 2, 1)$.

2.13. $u(M) = y^2z - x^2$, $M_0(0, 1, 1)$.

2.14. $u(M) = x^2y - z$, $M_0(-2, 2, 1)$.

2.15. $u(M) = x^2y + y^2z$, $M_0(0, -2, 1)$.

2.16. $u(M) = xy^2 - z$, $M_0(-1, 2, 1)$.

2.17. $u(M) = x(y + z)$, $M_0(0, 1, 2)$.

2.18. $u(M) = y(x + z)$, $M_0(0, 2, -2)$.

2.19. $u(M) = xy - xz$, $M_0(-1, 2, 1)$.

2.20. $u(M) = z(x + y)$, $M_0(1, -1, 0)$.

2.21. $u(M) = x^2yz$, $M_0(2, 0, 2)$.

2.22. $u(M) = xyz$, $M_0(0, 1, -2)$.

2.23. $u(M) = xy^2z$, $M_0(1, -2, 0)$.

2.24. $u(M) = (x^2 - y)z^2$, $M_0(1, 3, 0)$.

2.25. $u(M) = xyz^2$, $M_0(3, 0, 1)$.

2.26. $u(M) = x(y^2 + z^2)$, $M_0(1, -2, 1)$.

2.27. $u(M) = x^2y^2z^2$, $M_0(-1, 0, 3)$.

2.28. $u(M) = x^2 + 3y^2 - z^2$, $M_0(0, 0, 1)$.

2.29. $u(M) = x^2yz^2, \quad M_0(2, 1, -1)$

2.30. $u(M) = x^2z - y^2, \quad M_0(1, 1, -2)$.

3. Найти векторные линии векторного поля \mathbf{a} .

3.1. $\mathbf{a} = 9zi - 4xk$.

3.4. $\mathbf{a} = 5zi + 7xk$

3.7. $\mathbf{a} = 2xi + 6zk$.

3.10. $\mathbf{a} = 5zj + 7yk$.

3.13. $\mathbf{a} = 4yj + 8zk$.

3.16. $\mathbf{a} = 2xi + 8zk$.

3.19. $\mathbf{a} = 4zj - 9yk$.

3.22. $\mathbf{a} = 5xi + 10yj$.

3.25. $\mathbf{a} = yj + 4zk$.

3.28. $\mathbf{a} = 9yi - 4xj$.

3.2. $\mathbf{a} = 6xi + 12zk$.

3.5. $\mathbf{a} = 4xi + yj$.

3.8. $\mathbf{a} = xi + zk$.

3.11. $\mathbf{a} = 7yj + 14zk$.

3.14. $\mathbf{a} = 4xi + zk$.

3.17. $\mathbf{a} = 9zj - 4yk$.

3.20. $\mathbf{a} = 4yi - 9xj$.

3.23. $\mathbf{a} = 2xi + 4yj$.

3.26. $\mathbf{a} = xi + 4yj$.

3.29. $\mathbf{a} = 4zi - 9xk$.

3.3. $\mathbf{a} = 2yi + 3xj$.

3.6. $\mathbf{a} = xi + 3yj$.

3.9. $\mathbf{a} = 3xi + 6zk$.

3.12. $\mathbf{a} = 2zi + 3xk$.

3.15. $\mathbf{a} = yj + 3zk$.

3.18. $\mathbf{a} = xi + 3zk$.

3.21. $\mathbf{a} = 2zj + 3yk$.

3.24. $\mathbf{a} = 2xi + 6yj$.

3.27. $\mathbf{a} = xi + yj$.

3.30. $\mathbf{a} = 5yi + 7xj$.

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода по поверхности S , где S – часть плоскости (p) , отсеченная координатными плоскостями.

4.1.

$$\iint_S (4x - y + 4z) dS, (p): 2x + 2y + z = 4.$$

4.3.

$$\iint_S (5x + 2y + 2z) dS, (p): x + 2y + z = 2.$$

4.5.

$$\iint_S (2x + 5y + 10z) dS, (p): 2x + y + 3z = 6$$

4.7.

$$\iint_S (2x + 15y + z) dS, (p): x + 2y + 2z = 2.$$

4.9.

$$\iint_S (8x + 8y + 8z) dS, (p): x + 4y + 2z = 8.$$

4.2.

$$\iint_S (4x - y + z) dS, (p): x - y + z = 2.$$

4.4.

$$\iint_S (6x - y + 8z) dS, (p): x + y + 2z = 2.$$

4.6.

$$\iint_S (4x - 4y - z) dS, (p): x + 2y + 2z = 4.$$

4.8.

$$\iint_S (2x + 5y + z) dS, (p): x + y + 2z = 2.$$

4.10.

$$\iint_S (3x + 10y - z) dS, (p): x + 3y + 2z = 6.$$

4.11.

$$\iint_S (4y - x + 4z) dS, (p): x - 2y + 2z = 2.$$

4.13.

$$\iint_S (7x + y + 2z) dS, (p): 3x - 2y + 2z = 6.$$

4.15.

$$\iint_S (2x + 3y + z) dS, (p): 2x + 3y + z = 6.$$

4.17.

$$\iint_S (3x + 2y + 2z) dS, (p): 3x + 2y + 2z = 6.$$

4.19.

$$\iint_S (2x + 3y - z) dS, (p): 2x + y + z = 2.$$

4.21.

$$\iint_S (9x + 2y + z) dS, (p): 2x + y + z = 4.$$

4.23.

$$\iint_S (3y - x - z) dS, (p): x - y + z = 2.$$

4.25.

$$\iint_S (3y - 2x - 2z) dS, (p): 2x - y - 2z = -2.$$

4.27.

$$\iint_S (2x - 3y + z) dS, (p): x + 2y + z = 2.$$

4.29.

$$\iint_S (5x + y - z) dS, (p): x + 2y + 2z = 2.$$

4.12.

$$\iint_S (2x + 3y + z) dS, (p): 2x + 2y + z = 2.$$

4.14.

$$\iint_S (5x - y + 5z) dS, (p): 3x + 2y + z = 6.$$

4.16.

$$\iint_S (x + 3y + 2z) dS, (p): 2x + y + 2z = 2.$$

4.18.

$$\iint_S (2x + 3y + 2z) dS, (p): x + 3y + z = 3.$$

4.20.

$$\iint_S (2 + y - 7x + 9z) dS, (p): 2x - y - 2z = -2.$$

4.22.

$$\iint_S (6x + y + 4z) dS, (p): 3x + 3y + z = 3.$$

4.24.

$$\iint_S (x + 2y + 3z) dS, (p): x + y + z = 2.$$

4.26.

$$\iint_S (3x - 2y + 6z) dS, (p): 2x + y + 2z = 2.$$

4.28.

$$\iint_S (2x + 5y - z) dS, (p): x + 2y + z = 2.$$

4.30.

$$\iint_S (5x - 8y - z) dS, (p): 2x - 3y + z = 6.$$

5. Найти поток векторного поля \mathbf{a} через часть плоскости P , расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

5.1. $\mathbf{a} = 2xi + 3yj + zk$,
 $P: x/3 + y + z/2 = 1$.

5.4. $\mathbf{a} = -2xi + yj + 4zk$,
 $P: x/3 + y + z/2 = 1$.

5.7. $\mathbf{a} = 2xi + 5yj + 5zk$,
 $P: x/3 + y + z/2 = 1$.

5.10. $\mathbf{a} = 2xi + yj - 2zk$,
 $P: 2x + y/2 + z = 1$.

5.13. $\mathbf{a} = -xi + yj + 12zk$,
 $P: 2x + y/2 + z = 1$.

5.16. $\mathbf{a} = 3xi + 2zk$,
 $P: x + y/2 + z/3 = 1$.

5.19. $\mathbf{a} = xi + 3yj - zk$,
 $P: x/3 + y + z/2 = 1$.

5.22. $\mathbf{a} = xi - yj + 6k$,
 $P: x/2 + y/3 + z = 1$.

5.25. $\mathbf{a} = xi + yj + zk$,
 $P: 2x + y/2 + z = 1$.

5.28. $\mathbf{a} = xi + yj + zk$,
 $P: 2x + y/2 + z = 1$.

5.2. $\mathbf{a} = xi + yj + zk$,
 $P: 2x + 3y + z = 1$.

5.5. $\mathbf{a} = 2xi + 3yj + zk$,
 $P: 2x + 3y + z = 1$.

5.8. $\mathbf{a} = xi + 9yj + 8zk$,
 $P: x + 2y + 3z = 1$.

5.11. $\mathbf{a} = -xi + 2yj + zk$,
 $P: x + 2y + 3z = 1$.

5.14. $\mathbf{a} = xi + yj + zk$,
 $P: x + y + z = 1$.

5.17. $\mathbf{a} = 2xi + yj + zk$,
 $P: x + y + z = 1$.

5.20. $\mathbf{a} = 2xi + 3yj$,
 $P: x + y + z = 1$.

5.23. $\mathbf{a} = xi + 2yj + zk$,
 $P: x/2 + y + z = 1$.

5.26. $\mathbf{a} = xi + yj + zk$,
 $P: x + y/2 + z/3 = 1$.

5.29. $\mathbf{a} = xi + 3yj + 8zk$,
 $P: x + 2y + z/2 = 1$.

5.3. $\mathbf{a} = yj + zk$,
 $P: x + y + z = 1$.

5.6. $\mathbf{a} = xi + 3yj + 2zk$,
 $P: x + y + z = 1$.

5.9. $\mathbf{a} = xi + yj + zk$,
 $P: x/2 + y + z = 1$.

5.12. $\mathbf{a} = yj + 3zk$,
 $P: x/2 + y + z = 1$.

5.15. $\mathbf{a} = 2xi + yj + zk$,
 $P: x + y/2 + z/3 = 1$.

5.18. $\mathbf{a} = 2xi + yj + zk$,
 $P: 2x + 3y + z = 1$.

5.21. $\mathbf{a} = 2xi + 3yj + 4zk$,
 $P: 2x + 3y + z = 1$.

5.24. $\mathbf{a} = 8xi + 11yj + 17zk$,
 $P: x + 2y + 3z = 1$.

5.27. $\mathbf{a} = xi - yj + 6k$,
 $P: x + 2y + z/2 = 1$.

5.30. $\mathbf{a} = xi + 2yj + 5zk$,
 $P: x + 2y + z/2 = 1$.

6. Вычислить поток векторного поля $\mathbf{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образованную плоскостью (P) и координатными плоскостями, двумя способами:

- a) с использованием определения потока вектора;**
- б) с помощью формулы Остроградского-Гаусса.**

6.1. $\mathbf{a}(M) = (2x - z)i + (y - x)j + (x + 2z)k$, $(P): x - y + z = 2$.

6.2. $\mathbf{a}(M) = (2y - z)i + (y + x)j + xk$, $(P): x + 2y + 2z = 4$.

6.3. $\mathbf{a}(M) = (2z - x)i + (x - y)j + (3x + z)k$, $(P): x + y + 2z = 2$.

6.4. $\mathbf{a}(M) = (x + z)i + (x + 3y)j + yk$, $(P): x + y + 2z = 2$.

6.5. $\mathbf{a}(M) = (y + 2z)i + (x + 2z)j + (x - 2y)k$, $(P): 2x + y + 2z = 2$.

6.6. $\mathbf{a}(M) = (x + z)i + 2yj + (x + y - z)k$, $(P): x + 2y + z = 2$.

6.7. $\mathbf{a}(M) = (3x - y)i + (2y + z)j + (2z - x)k$, $(P): 2x - 3y + z = 6$.

6.8. $\mathbf{a}(M) = (2y + z)i + (x - y)j - 2zk$, $(P): x - y + z = 2$.

- 6.9.** $\mathbf{a}(M) = (2y-z)i + (x+2y)j + yk$, $(P): x+3y+2z=6$.
- 6.10.** $\mathbf{a}(M) = (y+z)i + xj + (y-2)zk$, $(P): 2x+2y+z=2$.
- 6.11.** $\mathbf{a}(M) = (x+z)i + zj + (2x-y)k$, $(P): 3x+2y+z=6$.
- 6.12.** $\mathbf{a}(M) = zi + (x+y)j + yk$, $(P): 2x+y+2z=2$.
- 6.13.** $\mathbf{a}(M) = 3xi + (z+y)j + (x-z)k$, $(P): x+3y+z=3$.
- 6.14.** $\mathbf{a}(M) = (3x-1)i + (y-x+z)j + zk$, $(P): 2x-y-2z=2$.
- 6.15.** $\mathbf{a}(M) = xi + (z+x)j + (y+z)k$, $(P): 3x+3y+z=3$.
- 6.16.** $\mathbf{a}(M) = (x+z)i + (z-x)j + (x+2y+z)k$, $(P): x+y+z=2$.
- 6.17.** $\mathbf{a}(M) = (x+z)i + zj + (2x-y)k$, $(P): 2x+2y+z=4$.
- 6.18.** $\mathbf{a}(M) = (3x+y)i + (x+z)j + yk$, $(P): x+2y+z=2$.
- 6.19.** $\mathbf{a}(M) = (y+z)i + (2x-z)j + (y+3z)k$, $(P): 2x+y+3z=6$.
- 6.20.** $\mathbf{a}(M) = (y+z)i + (x+6y)j + yk$, $(P): x+2y+2z=2$.
- 6.21.** $\mathbf{a}(M) = (x+y)i + 3yj + (y-z)k$, $(P): 2x-y-2z=-2$.
- 6.22.** $\mathbf{a}(M) = (x+y-z)i - 2yj + (x+2z)k$, $(P): x+2y+z=2$.
- 6.23.** $\mathbf{a}(M) = (y-z)i + (2x+y)j + zk$, $(P): 2x+y+z=2$.
- 6.24.** $\mathbf{a}(M) = xi + (y-2z)j + (2x-y+2z)k$, $(P): x+2y+2z=2$.
- 6.25.** $\mathbf{a}(M) = (x+2z)i + (y-3z)j + zk$, $(P): 3x+2y+2z=6$.
- 6.26.** $\mathbf{a}(M) = 4xi + (x-y-z)j + (3y+2z)k$, $(P): 2x+y+z=4$.
- 6.27.** $\mathbf{a}(M) = (2z-x)i + (x+2y)j + 3zk$, $(P): x+4y+2z=8$.
- 6.28.** $\mathbf{a}(M) = 4zi + (x-y-z)j + (3y+z)k$, $(P): x-2y+2z=2$.
- 6.29.** $\mathbf{a}(M) = (x+y)i + (y+z)j + 2(z+x)k$, $(P): 3x-2y+2z=6$.
- 6.30.** $\mathbf{a}(M) = (x+y-z)i + 2zj + (y-7z)k$, $(P): 2x+3y+z=6$.

7. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

- 7.1.** $\mathbf{a} = (z+y)i + (x-z)j + zk$,
 $S: \begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \\ 3x + 4y + z = 12, z = 1. \end{cases}$
- 7.2.** $\mathbf{a} = 6xi - 2yj - zk$,
 $S: \begin{cases} z = 3 - 2(x^2 + y^2) \\ z^2 = x^2 + y^2, (z \geq 0). \end{cases}$
- 7.3.** $\mathbf{a} = (y+6x)i + 5(x+z)j + 4yk$,
 $S: \begin{cases} y = x, y = 2x, y = 2, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$
- 7.4.** $\mathbf{a} = (y+2z)i - yj + 3xk$,
 $S: \begin{cases} 3z = 27 - 2(x^2 + y^2) \\ z^2 = x^2 + y^2, (z \geq 0). \end{cases}$
- 7.5.** $\mathbf{a} = zi + (3y-x)j - zk$,
 $S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = x^2 + y^2 + 2, z = 0. \end{cases}$
- 7.6.** $\mathbf{a} = yi + 5yj + zk$,
 $S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = x, z = 0, (z \geq 0). \end{cases}$

7.7. $\mathbf{a} = (x+y+z)i + (2y-x)j + (3z+y)k,$ **7.8.** $\mathbf{a} = yi + (x+2y)j + xk,$

$$S : \begin{cases} y = x, y = 2x, x = 1, \\ z = x^2 + y^2, \\ z = 0. \end{cases}$$

$$S : \begin{cases} x^2 + y^2 = 2x, \\ z = x^2 + y^2, \\ z = 0. \end{cases}$$

7.9. $\mathbf{a} = 17xi + 7yj + 11zk,$

$$S : \begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ z = 2(x^2 + y^2), \\ y = x^2, y = x. \end{cases}$$

7.10. $\mathbf{a} = 7xi + zj + (x-y+5z)k,$

$$S : \begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ z = x^2 + 2y^2, \\ y = x, y = 2x, x = 1. \end{cases}$$

7.11. $\mathbf{a} = (x+z)i + (z+y)k,$

$$S : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ z = x, z = 0, (z \geq 0). \end{cases}$$

7.12. $\mathbf{a} = 2xi + zk,$

$$S : \begin{cases} z = 3x^2 + 2y^2 + 1, \\ x^2 + y^2 = 4, z = 0. \end{cases}$$

7.13. $\mathbf{a} = 2xi + 2yj + zk,$

$$S : \begin{cases} y = x^2, y = 4x^2, y = 1 (x \geq 0), \\ z = x, z = 0. \end{cases}$$

7.14. $\mathbf{a} = 3xi - zj,$

$$S : \begin{cases} z = 6 - x^2 - y^2, \\ z^2 = x^2 + y^2, (z \geq 0). \end{cases}$$

7.15. $\mathbf{a} = (z+y)i + yj - xk,$

$$S : \begin{cases} x^2 + y^2 = 2y, \\ y = 2. \end{cases}$$

7.16. $\mathbf{a} = xi - (x+2y)j + yk,$

$$S : \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, z = 0 \\ x + 2y + 3z = 6. \end{cases}$$

7.17. $\mathbf{a} = 2(z-y)i + (x-z)k,$

$$S : \begin{cases} z = x^2 + 3y^2 + 1, z = 0, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

7.18. $\mathbf{a} = xi + zj - yk,$

$$S : \begin{cases} z = 4 - 2(x^2 + y^2), \\ z = 2(x^2 + y^2). \end{cases}$$

7.19. $\mathbf{a} = zi - 4yj + 2xk,$

$$S : \begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ z = 1. \end{cases}$$

7.20. $\mathbf{a} = 4xi - 2yj - zk,$

$$S : \begin{cases} 3x + 2y = 12, 3x + y = 6, y = 0, \\ x + y + z = 6, z = 0. \end{cases}$$

7.21. $\mathbf{a} = 8xi - 2yj + xk,$

$$S : \begin{cases} x + y = 1, x = 0, y = 0, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$$

7.22. $\mathbf{a} = zi + xj - zk,$

$$S : \begin{cases} 4z = x^2 + y^2, \\ z = 4. \end{cases}$$

7.23. $\mathbf{a} = (2x+y)\mathbf{j} + (y+2z)\mathbf{k}$,
 $S: \begin{cases} z = 2 - 4(x^2 + y^2), \\ z = 4(x^2 + y^2). \end{cases}$

7.25. $\mathbf{a} = -2xi + zj + (x+y)k$,
 $S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2y, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$

7.27. $\mathbf{a} = (y+z)i + (x-2y+z)j + xk$,
 $S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$

7.29. $\mathbf{a} = (x+z)i + yk$,
 $S: \begin{cases} z = 8 - x^2 - y^2, \\ z = x^2 + y^2. \end{cases}$

7.24. $\mathbf{a} = xi - 2yj + 3zk$,
 $S: \begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ z = 2x. \end{cases}$

7.26. $\mathbf{a} = (2y-3x)i + (3x+2x)j + (x+y+z)k$,
 $S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 4 - x - y, z = 0. \end{cases}$

7.28. $\mathbf{a} = (2y-15x)i + (z-y)j - (x-3y)k$,
 $S: \begin{cases} z = 3x^2 + y^2 + 1, z = 0, \\ x^2 + y^2 = \frac{1}{4}. \end{cases}$

7.30. $\mathbf{a} = (x+y)i + (y+z)j + (z+x)k$,
 $S: \begin{cases} y = 2x, y = 4x, x = 1, \\ z = y^2, z = 0. \end{cases}$

8. Вычислить циркуляцию векторного поля $\mathbf{a}(M)$ по контуру

треугольника, полученного в результате пересечения плоскости (p) : $Ax + By + Cz = D$ с координатными плоскостями, при положительном направлении обхода относительно нормального вектора $\bar{n} = (A, B, C)$ этой плоскости двумя способами:

1) используя определение циркуляции; 2) с помощью формулы Стокса.

8.1. $\mathbf{a}(M) = (x+z)i + zj + (2x-y)k$, $(p): 2x + 2y + z = 4$.

8.2. $\mathbf{a}(M) = (x+z)i + (x+3y)j + yk$, $(p): x + y + 2z = 2$.

8.3. $\mathbf{a}(M) = (2y-z)i + (x+y)j + xk$, $(p): x + 2y + 2z = 4$.

8.4. $\mathbf{a}(M) = (2z-x)i + (x-y)j + (3x+z)k$, $(p): x + y + 2z = 2$.

8.5. $\mathbf{a}(M) = (2x-z)i + (y-x)j + (x+2z)k$, $(p): x - y + z = 2$.

8.6. $\mathbf{a}(M) = (x+y+z)i + 2zj + (y-7z)k$, $(p): 2x + 3y + z = 6$.

8.7. $\mathbf{a}(M) = (x+y)i + (y+z)j + 2(x+z)k$, $(p): 3x - 2y + 2z = 6$.

8.8. $\mathbf{a}(M) = 4zi + (x-y-z)j + (3y+z)k$, $(p): x - 2y + 2z = 2$.

8.9. $\mathbf{a}(M) = (2z-x)i + (x+2y)j + 3zk$, $(p): x + 4y + 2z = 8$.

8.10. $\mathbf{a}(M) = 4xi + (x-y-z)j + (3y+2z)k$, $(p): 2x + y + z = 4$.

8.11. $\mathbf{a}(M) = (x+2z)i + (y-3z)j + zk$, $(p): 3x + 2y + 2z = 6$.

8.12. $\mathbf{a}(M) = xi + (y-2z)j + (2x-y+2z)k$, $(p): x + 2y + 2z = 2$.

8.13. $\mathbf{a}(M) = (y-z)i + (2x+y)j + zk$, $(p): 2x + y + z = 2$.

8.14. $\mathbf{a}(M) = zi + (x+y)j + yk$, $(p): 2x + y + 2z = 2$.

- 8.15.** $\mathbf{a}(M) = (x+z)i + zj + (2x-y)k$, $(p): 3x + 2y + z = 6$.
- 8.16.** $\mathbf{a}(M) = (y+z)i + xj + (y-2z)k$, $(p): 2x + 2y + z = 2$.
- 8.17.** $\mathbf{a}(M) = (2y-z)i + (x+2y)j + yk$, $(p): x + 3y + 2z = 6$.
- 8.18.** $\mathbf{a}(M) = (y+z)i + (x+6y)j + yk$, $(p): x + 2y + 2z = 2$.
- 8.19.** $\mathbf{a}(M) = (y+z)i + (2x-z)j + (y+3z)k$, $(p): 2x + y + 3z = 6$.
- 8.20.** $\mathbf{a}(M) = (3x+y)i + (x+z)j + yk$, $(p): x + 2y + z = 2$.
- 8.21.** $\mathbf{a}(M) = (y+2z)i + (x+2z)j + (x-2y)k$, $(p): 2x + y + 2z = 2$.
- 8.22.** $\mathbf{a}(M) = (x+z)i + (z-x)j + (x+2y+z)k$, $(p): x + y + z = 2$.
- 8.23.** $\mathbf{a}(M) = xi + (x+z)j + (y+z)k$, $(p): 3x + 3y + z = 3$.
- 8.24.** $\mathbf{a}(M) = (3x-1)i + (y-x+z)j + 4zk$, $(p): 2x - y - 2z = -2$.
- 8.25.** $\mathbf{a}(M) = 3xi + (y+z)j + (x-z)k$, $(p): x + 3y + z = 3$.
- 8.26.** $\mathbf{a}(M) = (x+y-z)i - 2yzj + (x+2z)k$, $(p): x + 2y + z = 2$.
- 8.27.** $\mathbf{a}(M) = (x+y)i + 3yj + (y-z)k$, $(p): 2x - y - z = -2$.
- 8.28.** $\mathbf{a}(M) = (2y+z)i + (x-y)j - 2zk$, $(p): x - y + z = 2$.
- 8.29.** $\mathbf{a}(M) = (3x-y)i + (2y+z)j + (2z-x)k$, $(p): 2x - 3y + z = 6$.
- 8.30.** $\mathbf{a}(M) = (x+z)i + 2yj + (x+y-z)k$, $(p): x + 2y + z = 2$.

9. Найти наибольшую плотность циркуляции векторного поля $\mathbf{a}(M)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

- 9.1.** $\mathbf{a}(M) = y^2 i - xyj + z^2 k$, $M_0(-2, 1, 1)$.
- 9.2.** $\mathbf{a}(M) = xzi - xyj + x^2 zk$, $M_0(0, 1, 1)$.
- 9.3.** $\mathbf{a}(M) = xyi - y^2 zj - xzk$, $M_0(0, -2, 1)$.
- 9.4.** $\mathbf{a}(M) = xzi - yj - zyk$, $M_0(0, 1, 2)$.
- 9.5.** $\mathbf{a}(M) = y^2 i - xy^2 j + z^2 k$, $M_0(-1, 2, 1)$.
- 9.6.** $\mathbf{a}(M) = xyi - xy^2 j + z^2 k$, $M_0(1, -1, 1)$.
- 9.7.** $\mathbf{a}(M) = (x+y)i + yzj + xzk$, $M_0(2, 1, 0)$.
- 9.8.** $\mathbf{a}(M) = (x-y)i + yzj - yk$, $M_0(-4, 1, 0)$.
- 9.9.** $\mathbf{a}(M) = (y-z)i - z^2 j + xyzk$, $M_0(3, 0, 1)$.
- 9.10.** $\mathbf{a}(M) = yzi - z^2 j + (x+y)zk$, $M_0(1, 3, 0)$.
- 9.11.** $\mathbf{a}(M) = z^2 i - xzj + z^2 k$, $M_0(1, -2, 1)$.
- 9.12.** $\mathbf{a}(M) = xyi + (x-z)j + (y-x)k$, $M_0(0, 0, 1)$.
- 9.13.** $\mathbf{a}(M) = xyi - (y+z)j + xzk$, $M_0(4, 0, 1)$.
- 9.14.** $\mathbf{a}(M) = xi - zyj + x^2 zk$, $M_0(-3, 0, 2)$.

- 9.15.** $\mathbf{a}(M) = (x+y^2)i + yzj - x^2k$, $M_0(1, 0, 4)$.
- 9.16.** $\mathbf{a}(M) = xzi - yj + yzk$, $M_0(0, -1, 4)$.
- 9.17.** $\mathbf{a}(M) = xyi - xj + yzk$, $M_0(2, 2, 2)$.
- 9.18.** $\mathbf{a}(M) = (x+y)i + xyzj - xk$, $M_0(4, 1, -3)$.
- 9.19.** $\mathbf{a}(M) = xzi + (x-y)j + x^2zk$, $M_0(1, 1, -2)$.
- 9.20.** $\mathbf{a}(M) = (x-z)i + xyj + y^2zk$, $M_0(2, 2, 1)$.
- 9.21.** $\mathbf{a}(M) = (x-z)i + xyzj + xk$, $M_0(-2, 2, 1)$.
- 9.22.** $\mathbf{a}(M) = (y-z)i + yj - z^2k$, $M_0(-1, 2, 1)$.
- 9.23.** $\mathbf{a}(M) = (x-y)i - xj + xzk$, $M_0(0, 2, -2)$.
- 9.24.** $\mathbf{a}(M) = (x-z)i - yj + yk$, $M_0(1, -1, 0)$.
- 9.25.** $\mathbf{a}(M) = x^2i - xy^2j + z^2k$, $M_0(0, 1, -2)$.
- 9.26.** $\mathbf{a}(M) = xyi + yzj + xzk$, $M_0(2, 0, 3)$.
- 9.27.** $\mathbf{a}(M) = xy^2i + yz^2j - x^2k$, $M_0(1, -2, 0)$.
- 9.28.** $\mathbf{a}(M) = xzi + zj + yzk$, $M_0(3, 0, 1)$.
- 9.29.** $\mathbf{a}(M) = xyi + xyzj - xk$, $M_0(-1, 0, 3)$.
- 9.30.** $\mathbf{a}(M) = yzi - z^2j + xyzk$, $M_0(2, 1, -1)$.

10. Выяснить, является ли векторное поле $\mathbf{a}(M)$ соленоидальным, потенциальным или гармоническим.

- 10.1.** $\mathbf{a}(M) = (yz-2x)i + (xz+zy)j + yk$.
- 10.2.** $\mathbf{a}(M) = yzi + xzj + yk$.
- 10.3.** $\mathbf{a}(M) = 6xyi + (3x^2 - 2y)j + zk$.
- 10.4.** $\mathbf{a}(M) = (2x-yz)i + (2x-xy)j + yzk$.
- 10.5.** $\mathbf{a}(M) = (y-z)i + 3xyzj + (z-x)k$.
- 10.6.** $\mathbf{a}(M) = (y-z)i + (x+z)j + (x^2 - y^2)k$.
- 10.7.** $\mathbf{a}(M) = (x+y)i - 2xzj - 3(y+z)k$.
- 10.8.** $\mathbf{a}(M) = (yz-2x)i + (xz+2y)j + yk$.
- 10.9.** $\mathbf{a}(M) = (x^2 - z^2)i - 3xyj + (y^2 + z^2)k$.
- 10.10.** $\mathbf{a}(M) = 2xyzi - y(yz+1)j + zk$.
- 10.11.** $\mathbf{a}(M) = 2x - 3yi + 2xyj - z^2k$.
- 10.12.** $\mathbf{a}(M) = (x^2 - y^2)i + (y^2 - z^2)j + (z^2 - x^2)k$.
- 10.13.** $\mathbf{a}(M) = z^2i + (xz+y)j + x^2yk$.

10.14. $\mathbf{a}(M) = xy(3x-4y)i + x^2(x-4y)j + 3z^2k.$

10.15. $\mathbf{a}(M) = 6x^2i + 3\cos(3x+2z)j + \cos(3y+2z)k.$

10.16. $\mathbf{a}(M) = (x+y)i + (z-y)j + 2(x+z)k.$

10.17. $\mathbf{a}(M) = 3(x-z)i + (x^2 - y^2)j + 3zk.$

10.18. $\mathbf{a}(M) = (2x-yz)i + (xz-2y)j + 2xyzk.$

10.19. $\mathbf{a}(M) = 3x^2i + 4(x-y)j + (x-z)k.$

10.20. $\mathbf{a}(M) = yzi + (x-y)j + z^2k.$

10.21. $\mathbf{a}(M) = (y+z)i + (x+z)j + (x+y)k.$

10.22. $\mathbf{a}(M) = 3x^2yi - 2xy^2j - 2xyzk.$

10.23. $\mathbf{a}(M) = (x+y)i - 2(y+z)j + (z-x)k.$

10.24. $\mathbf{a}(M) = x^2zi + y^2j - xz^2k.$

10.25. $\mathbf{a}(M) = (x+y)i + (y+z)j + (x+z)k.$

10.26. $\mathbf{a}(M) = \frac{x}{y}i + \frac{y}{z}j + \frac{z}{x}k.$

10.27. $\mathbf{a}(M) = yzi + xzj + xyk.$

10.28. $\mathbf{a}(M) = (y-z)i + (z-x)j + (x-y)k.$

10.29. $\mathbf{a}(M) = (\alpha-\beta)xi + (\gamma-\alpha)yj + (\beta-\gamma)zk$

10.30. $\mathbf{a}(M) = x^2yi - 2xy^2j + 2xyzk.$

10. РЯДЫ

1. Найти сумму ряда.

1.1. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{90}{n^2 - 5n + 4}.$

1.2. $\sum_{n=7}^{\infty} \frac{18}{n^2 - 7n + 10}.$

1.3. $\sum_{n=9}^{\infty} \frac{18}{n^2 - 13n + 40}.$

1.4. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{18}{n^2 - n - 2}.$

1.5. $\sum_{n=6}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 5n + 4}.$

1.6. $\sum_{n=8}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 11n + 28}.$

1.7. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{36}{n^2 + 7n + 10}.$

1.8. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{54}{n^2 + n - 2}.$

1.9. $\sum_{n=7}^{\infty} \frac{54}{n^2 - 9n + 18}.$

1.10. $\sum_{n=9}^{\infty} \frac{54}{n^2 - 11n + 28}.$

1.11. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{18}{n^2 - n - 2}.$

1.12. $\sum_{n=6}^{\infty} \frac{72}{n^2 - 7n + 10}.$

$$1.13. \sum_{n=8}^{\infty} \frac{72}{n^2 - 9n + 18}.$$

$$1.16. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{10}{n^2 - 6n + 8}.$$

$$1.19. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 4n + 3}.$$

$$1.22. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{16}{n^2 + 4n + 3}.$$

$$1.25. \sum_{n=10}^{\infty} \frac{30}{n^2 - 14n + 48}.$$

$$1.28. \sum_{n=9}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 12n + 35}.$$

$$1.14. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{36}{n^2 + n - 2}.$$

$$1.17. \sum_{n=8}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 10n + 24}.$$

$$1.20. \sum_{n=7}^{\infty} \frac{60}{n^2 - 8n + 15}.$$

$$1.23. \sum_{n=6}^{\infty} \frac{48}{n^2 - 6n + 8}.$$

$$1.26. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 4n + 3}.$$

$$1.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24}{n^2 + 4n + 3}.$$

$$1.15. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{72}{n^2 + 6n + 8}.$$

$$1.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{72}{n^2 + 5n + 4}.$$

$$1.21. \sum_{n=9}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 14n + 48}.$$

$$1.24. \sum_{n=8}^{\infty} \frac{4}{n^2 - 12n + 35}.$$

$$1.27. \sum_{n=7}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 10n + 24}.$$

$$1.30. \sum_{n=6}^{\infty} \frac{8}{n^2 - 8n + 15}.$$

2. Найти сумму ряда.

$$2.1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}.$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{2 \cdot 1^n}.$$

$$2.7. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}.$$

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 3^n}{2 \cdot 1^n}.$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}.$$

$$2.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{14^n}.$$

$$2.19. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}.$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}.$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}.$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}.$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}.$$

$$2.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+8)}.$$

$$2.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}.$$

$$2.20. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)}.$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}.$$

$$2.6. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}.$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 8^n}{24^n}.$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}.$$

$$2.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 3^n}{24^n}.$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)(3n+5)}.$$

$$2.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 2^n}{18^n}.$$

2.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{20^n}.$

2.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}.$

2.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 4^n}{20^n}.$

2.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}.$

2.26. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}.$

2.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}.$

2.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}.$

2.27. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}.$

2.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$

3. Исследовать на сходимость ряд с положительными членами.

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}.$

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}.$

3.7. $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}.$

3.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}.$

3.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+2)!}{n^5}.$

3.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n(n+1)!}.$

3.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^n \left(\frac{1}{n}\right)^7.$

3.22. $\sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \sin \frac{\pi}{4^n}.$

3.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}.$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}.$

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^3}{(2n)!}.$

3.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n(2n-1)}.$

3.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n \cdot 2^n}}.$

3.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}.$

3.17. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{5^n}.$

3.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)}{(n+1)!}.$

3.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}.$

3.26. $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}.$

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}.$

3.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4n!}.$

3.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdots (5n-3)}.$

3.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n(n+3)!}.$

3.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 6 \cdot 11 \cdots (5n-4)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4n-1)}.$

3.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7.$

3.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 7 \cdot 13 \cdots (6n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (n+1)}.$

3.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4n-1)}.$

3.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdots (2n+3)}.$

3.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n \cdot 7^n}}.$

3.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}.$

3.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}.$

4. Исследовать на сходимость ряд с положительными членами.

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n} \right)^{n^2}.$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+2))^n}.$

4.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{5^n}.$

4.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n^3} \right)^{2n}.$

4.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{2^n} \right)^{3n}.$

4.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{2n+1} \right)^n.$

4.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n} \right)^{3n}.$

4.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 8}{3n^2 - 2} \right)^n.$

4.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{5n+1} \right)^n.$

4.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}.$

4.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n} \right)^n.$

4.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n-1} \right)^{2n}.$

4.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^3}.$

4.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n}.$

4.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(\ln(n+5))^2}.$

4.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n} \right)^{n^2}.$

4.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}.$

4.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n.$

4.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3^n} \right)^n.$

4.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n} \right)^{3n}.$

4.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 4n + 5}{6n^2 - 3n - 1} \right)^{n^2}.$

4.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}.$

4.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3n} \right)^{2n}.$

4.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 - n - 1}{7n^2 + 3n + 4} \right)^n.$

4.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n} \right)^n}.$

4.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{5n}.$

4.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1} \right)^n.$

4.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n} \right)^{n^2}.$

4.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n.$

4.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}.$

5. Исследовать на сходимость ряд с положительными членами.

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(4+9n)^5}}.$

5.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+n}{9+n^2-2n}.$

5.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8\sqrt[3]{(7n-5)^3}}.$

5.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln(n+2)}.$

5.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}}.$

5.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{4n^2+1} \right)^2.$

5.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln^3(2n+1)}.$

5.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4)\ln^2(3n+4)}.$

5.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7+n}{49+n^2} \right)^2.$

5.19. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}.$

5.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6+n}{36+n^2}.$

5.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}}.$

5.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+5)\ln(10n+5)}.$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}.$

5.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)\ln(n+4)\ln(\ln(n+4))}.$

5.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+8n)\ln^3(3+8n)}.$

5.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+3)\ln^2(10n+3)}.$

5.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\ln(n+5)\ln(\ln(n+5))}.$

5.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)\ln(3n+2)}.$

5.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}.$

5.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}.$

5.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\ln(3n-1)}.$

5.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)\ln(5n-2)}.$

5.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[7]{(3+7n)^{10}}}.$

5.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2}.$

5.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln(n+3)\ln(\ln(n+3))}.$

$$5.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(4n-3)^3}}.$$

$$5.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{4+n^2-n}.$$

$$5.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+2n)\ln^5(3+2n)}.$$

$$5.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(9n-4)\ln^2(9n-4)}.$$

6. Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд.

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$

$$6.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt[3]{n}}.$$

$$6.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

$$6.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}.$$

$$6.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+5}{3n-1}.$$

$$6.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}.$$

$$6.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}.$$

$$6.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}.$$

$$6.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\ln(n+1)}.$$

$$6.19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}.$$

$$6.21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}.$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)3^n}.$$

$$6.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n}.$$

$$6.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n}.$$

$$6.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2+1}.$$

$$6.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

$$6.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

$$6.14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{6n+5}.$$

$$6.16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

$$6.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$6.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}.$$

$$6.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n+1)n}.$$

$$6.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

$$6.25. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^{n+1} \left(\frac{I}{2n+7} \right)^n.$$

$$6.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n-1}}{(3n-2)!}.$$

$$6.29. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n n \ln \left(1 + \frac{I}{n^2} \right).$$

$$6.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n+1}}{2n+I}.$$

$$6.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n+1} \cdot 3^n}{(2n+1)^n}.$$

$$6.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}.$$

$$6.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \frac{n+5}{3^n}.$$

7. Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд.

$$7.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \frac{n+I}{n^2}.$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^{n+1} \sin \frac{\pi}{8^n}.$$

$$7.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n+1}}{(\ln(n+1))^n}.$$

$$7.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n.$$

$$7.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^{n+1} \frac{n}{(n+I)!}.$$

$$7.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^{n+I} \frac{n}{(n+I)^{3/2}}.$$

$$7.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n+1}}{(2n-I)^3}.$$

$$7.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n+1}}{n^2+I}.$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \frac{n}{9n-I}.$$

$$7.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^n}{(5n+I)^n}.$$

$$7.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^{n+1} \frac{n^3}{n^2+I}.$$

$$7.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \frac{3^n}{2n+2}.$$

$$7.10. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \sin^n \frac{\pi}{6n}.$$

$$7.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \frac{n-3}{n^2-1}.$$

$$7.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{4n}{5n+I} \right)^n.$$

$$7.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n+1}}{(2n+I)!}.$$

7.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n-1}}{n \cdot 2^n}.$

7.19. $\sum_{n=1}^{\infty} (-I)^{n+1} \frac{2n-I}{3^n}.$

7.21. $\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{(-I)^{n+1}}{(n+I)(n+4)}.$

7.23. $\sum_{n=1}^{\infty} (-I)^{n-1} \frac{2n+I}{n(n+2)}.$

7.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n-1}}{\sqrt[n]{(n+I)^3}}.$

7.27. $\sum_{n=1}^{\infty} (-I)^{n+1} \frac{2n+I}{n(n+I)}.$

7.29. $\sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \frac{\ln n}{7^n}.$

7.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n-1}}{\ln(n+I)}.$

7.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n+1} \cdot 2^n}{n^4}.$

7.22. $\sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \frac{n^2+I}{n^3}.$

7.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^n}{n^3+I}.$

7.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^n}{n(\ln n)^2}.$

7.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-I)^{n+1}}{n \ln n}.$

7.30. $\sum_{n=1}^{\infty} (-I)^n \frac{n}{12^n}.$

8. Найти область сходимости ряда.

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}.$

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt[n]{n}}.$

8.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}.$

8.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+I} n}.$

8.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$

8.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(0,I)^n x^{2n}}{n}.$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}}.$

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{3n-1}}.$

8.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{2n-1}}.$

8.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+I)^2 x^n}{2^n}.$

8.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}}.$

8.17. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{I}{n}.$

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1}.$

8.6. $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n.$

8.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+I)}.$

8.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n (n^2 + I)}.$

8.15. $\sum_{n=1}^{\infty} (n(n+I)x^n).$

8.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{2^{n-1} \cdot 3^n}.$

$$8.19. \sum_{n=1}^{\infty} (\lg x)^n.$$

$$8.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n}.$$

$$8.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}}.$$

$$8.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}.$$

$$8.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2} \frac{x^n}{5^n}.$$

$$8.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}.$$

$$8.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}.$$

$$8.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}.$$

$$8.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}.$$

$$8.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}.$$

$$8.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}.$$

$$8.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$

9. Найти область сходимости ряда.

$$9.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}.$$

$$9.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n (x+1)^n}{2^{n-1} \cdot n^n}.$$

$$9.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}.$$

$$9.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$$

$$9.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{2n}.$$

$$9.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}.$$

$$9.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln(1+1/n)}.$$

$$9.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}.$$

$$9.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1} \sqrt{n^2+1}}.$$

$$9.4. \sum_{n=0}^{\infty} 2n^2 (x+2)^{n^2}.$$

$$9.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}.$$

$$9.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! (x+10)^n}{n^n}.$$

$$9.10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}.$$

$$9.12. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln^3(n+1)}}{n+1} (x+1)^n.$$

$$9.14. \sum_{n=0}^{\infty} (2-x)^n \sin \frac{\pi}{2^n}.$$

$$9.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-2x)^n}{n - \ln^2 n}.$$

9.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}.$

9.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}.$

9.21. $\sum_{n=1}^{\infty} (2+x)^n.$

9.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}.$

9.25. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{(n+1)\ln(n+1)}.$

9.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}.$

9.29. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2n-1)^{2n}(x-1)^n}{(3n-2)^{2n}}.$

9.18. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3-2x)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}.$

9.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}.$

9.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}.$

9.24. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+2}}{n+1} (x-2)^n.$

9.26. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-3)^n}{(n+1)\ln(n+1)}.$

9.28. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}.$

9.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}.$

10. Найти сумму ряда.

10.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{n(n+1)}.$

10.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{nx^{5n-5}}.$

10.3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)x^{5n}}.$

10.4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n+1}.$

10.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+5}}{n(n+1)}.$

10.6. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+3}}{(n+1)(n+2)}.$

10.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{nx^{3n-3}}.$

10.8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^5)^n}{n+1}.$

10.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x^4)^{n-1}}{n}.$

10.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+3}}{n(n+1)}.$

10.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1}}{nx^{2n-2}}.$

10.12. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)x^{2n}}.$

10.13. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^3)^n}{n+1}.$

10.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^{n-1} x}{n}.$

10.15. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+4}}{(n+1)(n+2)}.$

10.16. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^2)^n}{n+1}.$

10.17. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos^n x}{n+1}.$

10.18. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)x^n}.$

10.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{nx^{4n-4}}.$

10.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$

10.25. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^4)^n}{n+1}.$

10.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{nx^{n-1}}.$

10.20. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)x^{4n}}.$

10.23. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+6}}{(n+1)(x+2)}.$

10.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x^5)^{n-1}}{n}.$

10.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x^2)^{n-1}}{n}.$

10.21. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)(x+2)}.$

10.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x^5)^{n-1}}{n}.$

10.27. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)x^{3n}}.$

10.30. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)(x+2)}.$

11. Найти сумму ряда.

11.1. $\sum_{n=2}^{\infty} (n+1)x^{n-2}.$

11.4. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{2n}.$

11.7. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)x^{3n}.$

11.10. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^{4n}.$

11.13. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+4)x^{5n}.$

11.16. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^{n-1}.$

11.19. $\sum_{n=2}^{\infty} nx^{n-2}.$

11.22. $\sum_{n=2}^{\infty} (n+4)x^{n-2}.$

11.25. $\sum_{n=2}^{\infty} (n+3)x^{n-2}.$

11.2. $\sum_{n=3}^{\infty} (n+1)x^{n-3}.$

11.5. $\sum_{n=3}^{\infty} (n+2)x^{n-3}.$

11.8. $\sum_{n=3}^{\infty} (n+3)x^{n-3}.$

11.11. $\sum_{n=3}^{\infty} (n+4)x^{n-3}.$

11.14. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+5)x^{n-1}.$

11.17. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+4)x^{n-1}.$

11.20. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+3)x^{n-1}.$

11.23. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+2)x^{n-1}.$

11.26. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+5)x^{6n}.$

11.3. $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{6n}.$

11.6. $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{5n}.$

11.9. $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{4n}.$

11.12. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{3n+3}.$

11.15. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{2n+2}.$

11.18. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+5)x^{2n}.$

11.21. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+4)x^{3n}.$

11.24. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^{4n}.$

11.27. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)x^{5n}.$

11.28. $\sum_{n=2}^{\infty} (n+2)x^{n-2}.$

11.29. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+6)x^{7n}.$

11.30. $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{6n}.$

12. Разложить функцию в ряд Маклорена.

12.1. $x\sqrt[3]{27-2x}.$

12.4. $(\sin 3x)/x - \cos 3x$

12.7. $5/\left(6-x-x^2\right).$

12.10. $\ln\left(1-x-20x^2\right).$

12.13. $(x-1)\operatorname{ch} x.$

12.16. $1/\sqrt[4]{16-3x}.$

12.19. $(3+e^{-x})^2.$

12.22. $7/\left(12-x-x^2\right).$

12.25. $\ln\left(1+2x-8x^2\right).$

12.28. $(x-1)\operatorname{sh} x.$

12.2. $6/\left(8+2x-x^2\right).$

12.5. $\ln\left(1-x-12x^2\right).$

12.8. $(\arcsin x)/x-1.$

12.11. $x^2\sqrt{4-3x}.$

12.14. $2x\sin^2(x/2)-x.$

12.17. $x/\sqrt{4-5x}.$

12.20. $2x\cos^2(x/2)-x.$

12.23. $7/\left(12+x-x^2\right).$

12.26. $\ln\left(1+x-6x^2\right).$

12.29. $(\operatorname{ch} 3x-1)/x^2.$

12.3. $5/\left(6+x-x^2\right).$

12.6. $\ln\left(1+x-12x^2\right).$

12.9. $(\operatorname{arctg} x)/x.$

12.12. $\sqrt[4]{16-5x}.$

12.15. $(2-e^x)^2.$

12.18. $9/\left(20-x-x^2\right).$

12.21. $\ln\left(1-x-6x^2\right).$

12.24. $(\operatorname{sh} 2x)/x-2.$

12.27. $x/\sqrt[3]{27-2x}.$

12.30. $(x-1)\sin 5x.$

13. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.

13.1. $\int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx.$

13.4. $\int_0^{25} \frac{e^{-2x^2}}{\sqrt{x}} dx.$

13.7. $\int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx.$

13.10. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+x^2/4} dx.$

13.13. $\int_0^{0,5} \frac{\sin x^2}{x} dx.$

13.2. $\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2} dx.$

13.5. $\int_0^{0,8} \frac{1-\cos x}{x} dx.$

13.8. $\int_0^1 \sin x^2 dx.$

13.11. $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$

13.14. $\int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx.$

13.3. $\int_0^1 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} \right) dx.$

13.6. $\int_0^{0,5} \frac{x-\operatorname{arctg} x}{x^2} dx.$

13.9. $\int_0^{0,4} \sqrt{1-x^3} dx.$

13.12. $\int_0^{0,5} e^{-x^2} dx.$

13.15. $\int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx.$

13.16. $\int_0^{0,5} \ln(1+x^3) dx.$

13.19. $\int_0^1 x^2 \sin x dx.$

13.22. $\int_0^{1/2} e^{-x^2/2} dx.$

13.25. $\int_0^{0,5} \sqrt{1+x^2} dx.$

13.28. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^5}.$

13.17. $\int_0^{0,25} \ln(1+\sqrt{x}) dx.$

13.20. $\int_0^1 \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{2}\right) dx.$

13.23. $\int_0^{0,2} \sqrt{x} e^{-x} dx.$

13.26. $\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctgx}}{x} dx.$

13.29. $\int_0^{0,2} \sqrt{x} \cos x dx.$

13.18. $\int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx.$

13.21. $\int_0^{0,5} x^2 \cos 3x dx.$

13.24. $\int_0^{0,4} \ln(1+x^2) dx.$

13.27. $\int_0^{0,5} \sqrt{x} e^{-x/4} dx.$

13.30. $\int_{0,3}^{0,5} \frac{1+\cos x}{x^2} dx.$

14. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $T = 2\pi$) функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi; \pi]$.

14.1.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4-2x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.3.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3-x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.5.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 2+x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.7.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 1-4x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.9.

$$f(x) = \begin{cases} 7x-1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.2.

$$f(x) = \begin{cases} 3-2x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.4.

$$f(x) = \begin{cases} 5-x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.6.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ (\pi-x)/2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.8. $f(x) = \begin{cases} x+\pi/2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$

14.10.

$$f(x) = \begin{cases} 3x+2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.11.

$$f(x) = \begin{cases} x/3 - 3, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.13.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x/2 + 1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.15.

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.17.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3x - 1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.19.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.21.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x/4, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.23.

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.25.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x - 1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.27.

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.29.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 6x - 5, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.12.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3 - 8x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.14.

$$f(x) = \begin{cases} 7 - 3x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.16.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 11, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.18.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4 - 9x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.20.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x/5 - 2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.22.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 10x - 3, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.24.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.26.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4x - 3, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.28.

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1/2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.30.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ \pi/4 - x/2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

15. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0; \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом.

15.1. $f(x) = (x+1)^2.$

15.3. $f(x) = chx.$

15.5. $f(x) = (2x-1)^2.$

15.7. $f(x) = 6^{x/4}.$

15.9. $f(x) = x^2.$

15.11. $f(x) = e^{4x}.$

15.13. $f(x) = e^{2x}.$

15.15. $f(x) = e^{4x/3}.$

15.17. $f(x) = sh2x.$

15.19. $f(x) = 5^{-x}.$

15.21. $f(x) = e^x.$

15.23. $f(x) = sh3x.$

15.25. $f(x) = ch4x.$

15.27. $f(x) = x^2 + 1.$

15.29. $f(x) = (x-1)^2.$

15.2. $f(x) = ch(x/\pi).$

15.4. $f(x) = e^{-3x}.$

15.6. $f(x) = e^{-2x/3}.$

15.8. $f(x) = e^{-x/4}.$

15.10. $f(x) = 7^{-x/7}.$

15.12. $f(x) = (x-\pi)^2.$

15.14. $f(x) = ch(x/2).$

15.16. $f(x) = e^{-x}.$

15.18. $f(x) = (x-5)^2.$

15.20. $f(x) = 10^{-x}.$

15.22. $f(x) = (x-2)^2.$

15.24. $f(x) = 2^x.$

15.26. $f(x) = 4^{x/3}.$

15.28. $f(x) = sh(x/5).$

15.30. $f(x) = 3^{-x/2}.$

16. Разложить в ряд Фурье в указанном интервале периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2l$.

16.1.

$$f(x) = 1 - |x|, \quad -3 < x < 3, \quad l = 3.$$

16.3.

$$f(x) = 2x - 3, \quad -3 < x < 3, \quad l = 3.$$

16.5.

$$f(x) = 2x, \quad -1 < x < 1, \quad l = 1.$$

16.7.

$$f(x) = 3 - |x|, \quad -5 < x < 5, \quad l = 5.$$

16.9.

$$f(x) = 1 + x, \quad -1 < x < 1, \quad l = 1.$$

16.2.

$$f(x) = 5x - 1, \quad -1 < x < 1, \quad l = 5.$$

16.4.

$$f(x) = e^x, \quad -2 < x < 2, \quad l = 2.$$

16.6.

$$f(x) = |x| - 3, \quad -4 < x < 4, \quad l = 4.$$

16.8.

$$f(x) = |x|, \quad -1 < x < 1, \quad l = 1.$$

16.10.

$$f(x) = 4x - 3, \quad -5 < x < 5, \quad l = 5.$$

16.11.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 \leq x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 1, l = 2. \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$$

16.13.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 3/2, \\ -1, & 3/2 < x < 3, l = 3. \end{cases}$$

16.15.

$$f(x) = 3 - x, \quad -2 < x < 2, l = 2.$$

16.17.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x < 0, \\ 1, & x = 0, l = 4. \\ 2, & 0 < x < 4, \end{cases}$$

16.19.

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0, \\ -1/2, & x = 0, l = 2. \\ x/2, & 0 < x < 2, \end{cases}$$

16.21.

$$f(x) = 2x + 2, \quad -1 < x < 3, \quad l = 2.$$

16.23.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 3, l = 3. \end{cases}$$

16.25.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0, \\ 2, & 0 < x < 2, l = 2. \end{cases}$$

16.27.

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 < x < 2, l = 3. \\ 3-x, & 2 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

16.29.

$$f(x) = |x| - 5, \quad -2 < x < 2, \quad l = 2.$$

16.12.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ 1/2, & x = 0, l = 1. \\ x, & 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

16.14.

$$f(x) = \begin{cases} -1/2, & -6 < x < 0, \\ 1, & 0 < x < 6, l = 6. \end{cases}$$

16.16.

$$f(x) = 10 - x, \quad 5 < x < 15, \quad l = 5.$$

16.18.

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x < 0, \\ 2, & x = 0, l = 2. \\ 4, & 0 < x < 2, \end{cases}$$

16.20.

$$f(x) = \begin{cases} -2, & -4 < x < 0, \\ -1/2, & x = 0, l = 4. \\ 1+x, & 0 < x < 4, \end{cases}$$

16.22.

$$f(x) = x, \quad 1 < x < 3, \quad l = 1.$$

16.24.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ -1, & 1 < x < 2, l = 1. \end{cases}$$

16.26.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, l = 1. \end{cases}$$

16.28.

$$f(x) = \begin{cases} 3, & -3 < x < 0, \\ 3/2, & x = 0, l = 3. \\ -x, & 0 < x < 3, \end{cases}$$

16.30.

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & -2 < x < -1, \\ 1, & -1 \leq x \leq 1, l = 2. \\ 2-x, & 1 < x < 2, \end{cases}$$

11. ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1. Найти все значения корня.

1.1. $\sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}.$

1.4. $\sqrt[4]{1/16}.$

1.7. $\sqrt[3]{-1/8}.$

1.10. $\sqrt[4]{1/256}.$

1.13. $\sqrt[4]{256}.$

1.16. $\sqrt[3]{1}.$

1.19. $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}}.$

1.22. $\sqrt[3]{-16}.$

1.25. $\sqrt[3]{8i}.$

1.28. $\sqrt[3]{-8}.$

1.2. $\sqrt[4]{-1/16}.$

1.5. $\sqrt[3]{i/8}.$

1.8. $\sqrt[3]{-1/(8i)}.$

1.11. $\sqrt[3]{27}.$

1.14. $\sqrt[3]{i/27}.$

1.17. $\sqrt[3]{1/8}.$

1.20. $\sqrt[4]{-8-i8\sqrt{3}}.$

1.23. $\sqrt[4]{-128+i128\sqrt{3}}.$

1.26. $\sqrt[4]{-128-i128\sqrt{3}}.$

1.29. $\sqrt[3]{-i27}.$

1.3. $\sqrt[3]{i}.$

1.6. $\sqrt[3]{-1}.$

1.9. $\sqrt[4]{\frac{1+i\sqrt{3}}{32}}.$

1.12. $\sqrt[4]{16}.$

1.15. $\sqrt[3]{-8i}.$

1.18. $\sqrt[4]{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}.$

1.21. $\sqrt[4]{1}.$

1.24. $\sqrt[3]{-i}.$

1.27. $\sqrt[3]{8}.$

1.30. $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{32}}.$

2. Представить в алгебраической форме.

2.1. $ch(1+\pi i).$

2.4. $\cos(\pi/3+3i).$

2.7. $ch(2-\pi i/6).$

2.10. $\cos(\pi/6-i).$

2.13. $(-i)^{5i}$

2.16. $\ln 6.$

2.19. $\ln(1+i).$

2.22. $\ln(\sqrt{3}+i).$

2.25. $\ln(1+\sqrt{3}i).$

2.28. $\sin(\pi/2-5i).$

2.2. $\ln(-1-i).$

2.5. $\ln(1-i).$

2.8. I^{2i}

2.11. i^{3i}

2.14. $(-i)^{4i}$

2.17. $sh(2+\pi i/4).$

2.20. $\sin(\pi/3+i).$

2.23. $sh(1+\pi i/2).$

2.26. $\ln(-1+i).$

2.29. $sh(3+\pi i/6).$

2.3. $\cos(\pi/6+2i).$

2.6. $ch(2+\pi i/2).$

2.9. $\cos(\pi/4+i).$

2.12. $ch(1-\pi i).$

2.15. $\cos(\pi/4-2i).$

2.18. $\sin(\pi/6-3i).$

2.21. $sh(1-\pi i/3).$

2.24. $\sin(\pi/3-2i).$

2.27. $sh(2-\pi i).$

2.30. $ch(3+\pi i/4).$

3. Представить в алгебраической форме.**3.1.**

$$\operatorname{Arccos}(-5).$$

3.4.

$$\omega = \sin \frac{i}{z}, \text{ при } z = \frac{8+2\pi i}{\pi^2 + 16}.$$

3.7.

$$\operatorname{Arth}\left(\frac{3+i2\sqrt{3}}{7}\right).$$

3.10.

$$\operatorname{Arctg}\left(\frac{3\sqrt{3}+8i}{7}\right).$$

3.13.

$$(-12+5i)^{-i}$$

3.16.

$$\operatorname{Arctg}\left(\frac{-2\sqrt{3}+3i}{3}\right).$$

3.19. $\operatorname{Arth}\left(\frac{3+i2\sqrt{3}}{3}\right).$ **3.22.** $(-1-i)^{4i}$ **3.25.**

$$\operatorname{Arctg}\left(\frac{3+4i}{5}\right).$$

3.28.

$$\operatorname{Arth}\left(\frac{4-3i}{5}\right).$$

3.2.

$$\operatorname{Arctg}\left(\frac{-2\sqrt{3}+3i}{7}\right).$$

3.5.

$$\operatorname{Arsh}(-4i).$$

3.8.

$$\omega = e^{\frac{1}{z}}, \text{ при } z = \frac{4+2\pi i}{\pi^2 + 4}.$$

3.11.

$$\operatorname{Arth}\left(\frac{4+3i}{5}\right).$$

3.14.

$$\operatorname{Arccos}(-3i).$$

3.17.

$$\operatorname{Arcsin}4.$$

3.20. $\operatorname{Arth}\left(\frac{3-4i}{5}\right).$ **3.23.** $\cos\left(\frac{\pi}{2}-i\right).$ **3.26.**

$$\sin(\pi/4+i).$$

3.29.

$$\operatorname{Arcctg}\left(\frac{8+i3\sqrt{3}}{7}\right).$$

3.3.

$$\operatorname{Arth}\left(\frac{3-i2\sqrt{3}}{7}\right).$$

3.6.

$$(-\sqrt{3}+i)^{-6i}.$$

3.9.

$$\operatorname{Arcctg}\left(\frac{2\sqrt{3}+3i}{7}\right).$$

3.12.

$$\omega = chiz, \\ \text{при } z = \pi/4 + 2i.$$

3.15.

$$(4-3i)^i.$$

3.18.

$$\operatorname{Arch}(-2).$$

3.21.

$$\operatorname{Arcctg}\left(\frac{4+3i}{5}\right).$$

3.24.

$$sh\left(1-\frac{\pi}{2}i\right).$$

3.27.

$$\operatorname{Arch}(3i).$$

3.30.

$$\operatorname{Arctg}\left(\frac{3\sqrt{3}-8i}{7}\right).$$

4. Вычертить область, заданную неравенствами.

- | | |
|---|---|
| 4.1. $ z+i <2, 0 < \operatorname{Re} z \leq 1.$ | 4.2. $ z-1-i <1, \operatorname{arg} z \leq \pi/4.$ |
| 4.3. $ z-i \leq 2, 0 < \operatorname{Im} z < 2.$ | 4.4. $ z < 2, -\pi/4 \leq \operatorname{arg}(z-1) \leq \pi/4.$ |
| 4.5. $ \operatorname{Re} z \leq 1, \operatorname{Im} z < 2.$ | 4.6. $ z \leq 1, \operatorname{arg}(z+1) > \pi/4.$ |
| 4.7. $ z-I \leq 1, z+I > 2.$ | 4.8. $1 < z-I \leq 2, \operatorname{Im} z \geq 0, \operatorname{Re} z < 1.$ |
| 4.9. $ z-i \leq 2, \operatorname{Re} z > 1.$ | 4.10. $1 \leq z-i < 2, \operatorname{Re} z \leq 0, \operatorname{Im} z > 1.$ |
| 4.11. $ z+I < 1, z-i \leq 1.$ | 4.12. $z\bar{z} < 2, \operatorname{Re} z \leq 1, \operatorname{Im} z > -1.$ |
| 4.13. $ z-i \leq 1, 0 < \operatorname{arg} z < \pi/4.$ | 4.14. $1 < z\bar{z} < 2, \operatorname{Re} z \leq 0, 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1.$ |
| 4.15. $ z+i > 1, -\pi/4 \leq \operatorname{arg} z < 0.$ | 4.16. $ z-I < 1, \operatorname{arg} z \leq \pi/4, \operatorname{arg}(z-I) > \pi/4.$ |
| 4.17. $ z-1-i \leq 1, \operatorname{Im} z > 1, \operatorname{Re} z \geq 1$ | 4.18. $ z-i < 1, \operatorname{arg} z \geq \pi/4, \operatorname{arg}(z+1-i) \leq \pi/4$ |
| 4.19. $ z-1+i \geq 1, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z \leq -1$ | 4.20. $ z-2-i \geq 1, 1 \leq \operatorname{Re} z < 3, 0 < \operatorname{Im} z \leq 3$ |
| 4.21. $ z-2-i \leq 2, \operatorname{Re} z \geq 3, \operatorname{Im} z < 1$ | 4.22. $ z < 2, \operatorname{Re} z \geq 1, \operatorname{arg} z < \pi/4.$ |
| 4.23. $ z+i \geq 1, z < 2.$ | 4.24. $ z > 1, -1 < \operatorname{Im} z \leq 1, 0 < \operatorname{Re} z \leq 2.$ |
| 4.25. $ z+I \geq 1, z+i < 1.$ | 4.26. $ z-I > 1, -1 \leq \operatorname{Im} z < 0, 0 \leq \operatorname{Re} z < 3.$ |
| 4.27. $ z+i \leq 2, z-i > 2.$ | 4.28. $ z+i < 1, 3\pi/4 \leq \operatorname{arg} z \leq -\pi/4.$ |
| 4.29. $z\bar{z} \leq 2, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z > -1.$ | 4.30. $ z-i \leq 1, -\pi/2 < \operatorname{arg}(z-i) < \pi/4.$ |

5. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по заданной действительной $u(x,y)$ или мнимой $v(x,y)$ части и значению $f(z_0)$.

- | | |
|---|---|
| 5.1. $v = e^{-y} \sin x, f(0) = 1.$ | 5.2. $u = y - 2xy, f(0) = 0.$ |
| 5.3. $u = x/(x^2 + y^2) + x, f(1) = 2.$ | 5.4. $u = x^2 - y^2 - 2x + 1, f(0) = 1.$ |
| 5.5. $u = -2xy - 2y, f(0) = i.$ | 5.6. $v = 2xy + y, f(0) = 0.$ |
| 5.7. $u = x^3 - 3xy^2 - x, f(0) = 0.$ | 5.8. $v = e^x(x \cos y - y \sin y), f(0) = 0.$ |
| 5.9. $v = x^2 - y^2 + 2x + 1, f(0) = i$ | 5.10. $v = 2xy + 2x, f(0) = 0.$ |
| 5.11. $v = 3x^2y - y^3 - y, f(0) = 0$ | 5.12. $u = x^3 - 3xy^2 + y, f(0) = 1.$ |
| 5.13. $v = 3x^2y - y^3, f(0) = 1.$ | 5.14. $u = \frac{e^{2x} + 1}{e^x} \cos y, f(0) = 2.$ |
| 5.15. $u = 1 - \sin y \cdot e^x, f(0) = 1 + i.$ | 5.16. $v = e^{-y} \sin x + y, f(0) = 1.$ |
| 5.17. $v = 1 - \frac{y}{x^2 + y^2}, f(1) = 1 + i.$ | 5.18. $v = -\frac{y}{(x+1)^2 + y^2}, f(0) = 1.$ |
| 5.19. $v = e^x(y \cos y + x \sin y), f(0) = 0.$ | 5.20. $u = e^{-y} \cos x, f(0) = 1$ |

5.21. $u=x^2-y^2-2y, f(0)=0.$

5.22. $v=\frac{e^{2x}-1}{e^x} \sin y, f(0)=2.$

5.23. $u=\frac{x}{x^2+y^2}, f(1)=1+i.$

5.24. $u=e^{-y} \cos x+x, f(0)=1.$

5.25. $v=e^x \cos y, f(0)=1+i.$

5.26. $u=\frac{x+1}{(x+1)^2+y^2}, f(0)=1.$

5.27. $v=y-\frac{y}{x^2+y^2}, f(1)=2.$

5.28. $v=x^2-y^2-x, f(0)=0.$

5.29. $u=x^2-y^2+x, f(0)=0.$

5.30. $v=2xy-2y, f(0)=1.$

6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой .

6.1. $\int_{ABC} Re \frac{\bar{z}}{z} dz; AB : \{ |z|=1, Im z \geq 0 \}, BC - \text{отрезок}, z_B = 1, z_C = 2.$

6.2. $\int_{ABC} (z^2 + \cos z) dz; ABC - \text{ломаная}, z_A = 0, z_B = 1, z_C = i.$

6.3. $\int_L \frac{\bar{z}}{z} dz; L - \text{граница области: } \{ 1 < |z| < 2, Re z > 0 \}.$

6.4. $\int_{AB} (2z+1) dz; AB : \{ y = x^3, z_A = 0, z_B = 1+i \}.$

6.5. $\int_{AB} z \bar{z} dz; AB : \{ |z|=1, Re z \geq 0, Im z \geq 0 \}.$

6.6. $\int_L (\cos iz + 3z^2) dz; L : \{ |z|=1, Im z \geq 0 \}.$

6.7. $\int_L |z| dz; L : \{ |z| = \sqrt{2}, 3\pi/4 \leq arg z \leq 5\pi/4 \}.$

6.8. $\int_{ABC} (z^9 + 1) dz; ABC - \text{ломаная}, z_A = 0, z_B = 1+i, z_C = i.$

6.9. $\int_{ABC} (ch z + \cos iz) dz; ABC - \text{ломаная}, z_A = 0, z_B = -1, z_C = i.$

6.10. $\int_L |z| \bar{z} dz; L : \{ |z|=4, Re z \geq 0 \}.$

6.11. $\int_L (ch z + z) dz; \quad L : \{z = 1, Im z \leq 0\}.$

6.12. $\int_L |z| Re z^2 dz; \quad L : \{z = R, Im z \geq 0\}.$

6.13. $\int_{AB} (3z^2 + 2z) dz; \quad AB : \{y = x^2, z_A = 0, z_B = 1+i\}.$

6.14. $\int_L (z+1)e^z dz; \quad L : \{z = 1, Re z \geq 0\}.$

6.15. $\int_{AB} Im z^3 dz; \quad AB - \text{отрезок прямой}, z_A = 0, z_B = 2+2i.$

6.16. $\int_{AB} (z^2 + 7z + 1) dz; \quad AB - \text{отрезок прямой}, z_A = 1, z_B = 1-i.$

6.17. $\frac{1}{2i} \int_{|z|=R} \bar{z} dz.$

6.18. $\int_{ABC} (\sin z + z^5) dz; \quad ABC - \text{ломаная}, z_A = 0, z_B = 1, z_C = 2i.$

6.19. $\int_{AB} z Im z^2 dz; \quad AB - \text{отрезок прямой}, z_A = 0, z_B = 1+i.$

6.20. $\int_L (z^3 + \sin z) dz; \quad L : \{z = 1, Re z \geq 0\}.$

6.21. $\int_L z |z| dz; \quad L : \{z = 1, Im z \geq 0\}.$

6.22. $\int_L z Re z^2 dz; \quad L : \{z = R, Im z \geq 0\}.$

6.23. $\int_{ABC} (z^2 + 1) dz; \quad ABC - \text{ломаная}, z_A = 0, z_B = -1+i, z_C = i.$

6.24. $\int_{AB} e^{|z|^2} Im z dz; \quad AB - \text{отрезок прямой}, z_A = 1+i, z_B = 0.$

6.25. $\int_L (\sin iz + z) dz; \quad L : \{z = 1, Re z \geq 0\}.$

6.26. $\int_{AB} z Re z^2 dz; \quad AB - \text{отрезок прямой}, z_A = 0, z_B = 1+2i.$

6.27. $\int_{ABC} |z| dz; \text{ } ABC\text{-ломаная, } z_A = 0, z_B = -1+i, z_C = 1+i.$

6.28. $\int_{AB} (12z^5 + 4z^3 + 1) dz; \text{ } AB\text{-отрезок прямой, } z_A = 1, z_B = i.$

6.29. $\int_{AB} \bar{z}^2 dz; \text{ } AB\text{-отрезок прямой, } z_A = 0, z_B = 1+i.$

6.30. $\int_{ABC} z^3 e^{z^4} dz; \text{ } ABC\text{-ломаная, } z_A = i, z_B = 1, z_C = 0.$

7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням z .

7.1. $\frac{z+4}{2z^2+z^3-z^4}.$

7.4. $\frac{5z+50}{25z+5z^2-2z^3}$

7.7. $\frac{4z+64}{32z^2+4z^3-z^4}.$

7.10. $\frac{11z+242}{121z+11z^2-2z^3}.$

7.13. $\frac{7z+196}{98z^2+7z^3-z^4}.$

7.16. $\frac{3z-18}{2z^3+3z^2-9z}.$

7.19. $\frac{3z-36}{z^4+3z^3-18z^2}.$

7.22. $\frac{9z-162}{2z^3+9z^2-81z}.$

7.25. $\frac{6z-144}{z^4+6z^3-72z^2}.$

7.28. $\frac{15z-450}{2z^3+15z^2-225z}.$

7.2. $\frac{2z-16}{z^4+2z^3-8z^2}.$

7.5. $\frac{7z-98}{2z^3+7z^2-49z}.$

7.8. $\frac{5z-100}{z^4+5z^3-50z^2}.$

7.11. $\frac{13z-338}{2z^3+12z^2-169z}.$

7.14. $\frac{7z-256}{z^4+8z^3-128z^2}.$

7.17. $\frac{z+2}{z+z^2-2z^3}.$

7.20. $\frac{2z+16}{8z^2+2z^3-z^4}.$

7.23. $\frac{7z+98}{49z+7z^2-2z^3}.$

7.26. $\frac{5z+100}{50z^2+5z^3-z^4}.$

7.29. $\frac{13z+338}{169z+13z^2-2z^3}.$

7.3. $\frac{3z+18}{9z+3z^2-2z^3}.$

7.6. $\frac{3z+36}{18z^2+3z^3-z^4}.$

7.9. $\frac{9z+162}{81z+9z^2-2z^3}.$

7.12. $\frac{6z+144}{72z^2+6z^3-z^4}.$

7.15. $\frac{15z+450}{225z+15z^3-2z^3}.$

7.18. $\frac{z-4}{z^4+z^3-2z^2}.$

7.21. $\frac{5z-50}{2z^3+5z^2-25z}.$

7.24. $\frac{4z-64}{z^4+4z^3-32z^3}.$

7.27. $\frac{11z-242}{2z^3+11z^2-121z}.$

7.30. $\frac{7z-196}{z^4+7z^3-98z^2}.$

8. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

$$8.1. \frac{\sin z}{z^3(1-\cos z)}.$$

$$8.2. \frac{\sin \pi z}{z^4-1} e^{1/z}.$$

$$8.3. \frac{e^z-1}{\sin \pi z}.$$

$$8.4. \frac{z^2}{(z^2-4)^2} \cos \frac{1}{z-2}.$$

$$8.5. \frac{1}{z^2} + \sin \frac{1}{z^2}.$$

$$8.6. \frac{e^{1/z}}{(e^z-1)(1-z)^3}.$$

$$8.7. \frac{\sin \pi z}{(z^3-1)^2}.$$

$$8.8. \frac{\cos \frac{\pi}{2} z}{z^4-1}.$$

$$8.9. z^2 \sin \frac{1}{z}.$$

$$8.10. \frac{\sin 3z^2}{z(z^3+1)} e^{1/z}.$$

$$8.11. \operatorname{ctg} \frac{1}{z} - \frac{1}{z^2}.$$

$$8.12. \frac{\sin 3z}{z(1-\cos z)}.$$

$$8.13. \frac{2z-\sin 2z}{z^2(z^2+1)}.$$

$$8.14. \frac{\sin 3z}{z(1-\cos z)}.$$

$$8.15. \frac{\cos \pi z}{(4z^2-1)(z^2+1)}.$$

$$8.16. 1/\cos z.$$

$$8.17. e^{1/z}/\sin(1/z).$$

$$8.18. \operatorname{tg}^2 z.$$

$$8.19. \frac{e^z-1}{z^3(z+1)^2}.$$

$$8.20. z \operatorname{tg} z e^{1/z}.$$

$$8.21. \frac{z^2+1}{(z-i)^2(z^2+4)}.$$

$$8.22. \operatorname{tg} \frac{1}{z}.$$

$$8.23. \frac{(z+\pi) \sin \frac{\pi}{2} z}{z \sin^2 z}.$$

$$8.24. \operatorname{ctg} \frac{1}{z}.$$

$$8.25. \operatorname{ctg} \pi z.$$

$$8.26. \frac{1}{e^z-1}.$$

$$8.27. \frac{\sin \pi z}{(z-1)^3}.$$

$$8.28. \frac{\sin 3z - 3 \sin z}{z(\sin z - z)}.$$

$$8.29. \frac{1}{\sin z^2}.$$

$$8.30. \frac{1}{e^z-1} - \frac{1}{z}.$$

9. Вычислить интеграл.

$$9.1. \oint_{|z|=2} z^2 \sin \frac{i}{z^2} dz.$$

$$9.2. \oint_{|z|=1} \frac{\cos iz - 1}{z^3} dz.$$

$$9.3. \oint_{|z|=1} \frac{e^{iz} - 1}{z^3} dz.$$

$$9.4. \oint_{|z|=1/3} \frac{1-2z^4+3z^5}{z^4} dz$$

$$9.5. \oint_{|z|=2} z^3 \cos \frac{2i}{z} dz.$$

$$9.6. \oint_{|z|=1/2} \frac{z^5 - 3z^3 + 5z}{z^4} dz.$$

9.7. $\oint_{|z|=3} \frac{2z^3 + 3z^2 - 2}{2z^5} dz.$

9.9. $\oint_{|z|=1} \frac{ze^{1/z} - z - 1}{z^3} dz.$

9.11. $\oint_{|z|=1/2} \frac{z^4 + 2z^2 + 3}{2z^6} dz.$

9.13. $\oint_{|z|=1/3} \frac{1-z^4 + 2z^6}{2z^3} dz.$

9.15. $\oint_{|z|=1/3} \frac{e^z - \sin z}{z^2} dz.$

9.17. $\oint_{|z|=1} \frac{z^2 e^{1/z^2} - 1}{z} dz.$

9.19. $\oint_{|z|=1} \frac{z^3 - 3z^2 + 1}{2z^4} dz.$

9.21. $\oint_{|z|=1} \frac{e^{2z} - z}{z^2} dz.$

9.23. $\oint_{|z|=1} \frac{\cos iz - 1}{z^3} dz.$

9.25. $\oint_{|z|=3} \frac{z^2 + \cos z}{z^3} dz.$

9.27. $\oint_{|z|=2} \frac{z - \sin z}{z^4} dz.$

9.29. $\oint_{|z|=1/2} \frac{2+3z^3-5z^4}{z^5} dz$

9.8. $\oint_{|z|=3} \frac{\cos z^2 - 1}{z^4} dz.$

9.10. $\oint_{|z|=1/2} \frac{2-z^3+3z^3}{4z^3} dz.$

9.12. $\oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3}{1-\cos z} dz.$

9.14. $\oint_{|z|=2} \frac{1-\cos z^2}{z^2} dz.$

9.16. $\oint_{|z|=3} \frac{1-\sin \frac{1}{z}}{z} dz.$

9.18. $\oint_{|z|=1/3} \frac{3-2z+4z^3}{z^3} dz.$

9.20. $\oint_{|z|=3} \frac{e^{1/z} + 1}{z} dz.$

9.22. $\oint_{|z|=1/3} \frac{1-2z+3z^2+4z^3}{2z^2} dz.$

9.24. $\oint_{|z|=1} \frac{3z^2 - 2z^3 + 5}{z^4} dz.$

9.26. $\oint_{|z|=1/2} \frac{e^{2z^2} - 1}{z^3} dz.$

9.28. $\oint_{|z|=2} \frac{z - \sin z}{2z^3} dz.$

9.30. $\oint_{|z|=3} \frac{4z^5 - 3z^3 + 1}{z^6} dz$

10. Вычислить интеграл.

10.1. $\oint_{|z-i|>2} \frac{e^z + 1}{z(z-1)} dz.$

10.3. $\oint_{|z-2|=3} \frac{\cos^2 z + 1}{z^2 - \pi^2} dz.$

10.5. $\oint_{|z-6|=1} \frac{\sin^3 z + 2}{z^2 - 4\pi^2} dz.$

10.7. $\oint_{|z+3|>2} \frac{\cos^2 z + 3}{2z^2 + \pi z} dz.$

10.9. $\oint_{|z|=1 \wedge 4} \frac{\ln(e+z)}{z \sin\left(z + \frac{\pi}{4}\right)} dz.$

10.11. $\oint_{|z|=1} \frac{z^3 - i}{\sin 2z(z-\pi)} dz.$

10.13. $\oint_{|z|=1} \frac{2 + \sin z}{z(z+2i)} dz.$

10.15. $\oint_{|z-3|>2} \frac{z(\sin z + 2)}{\sin z} dz.$

10.17. $\oint_{|z-3|>2} \frac{2z|z-1|}{\sin z} dz.$

10.19. $\oint_{|z-i|>2} \frac{iz(z-i)}{\sin \pi z} dz.$

10.21. $\oint_{|z|=2} \frac{z^2 + \sin z + 2}{z^2 + \pi z} dz.$

10.23. $\oint_{|z-3|>2} \frac{\sin z}{z(z-\pi)\left(z + \frac{\pi}{3}\right)} dz.$

10.2. $\oint_{|z-i|=2} \frac{z(z+\pi)}{\sin 2z} dz.$

10.4. $\oint_{|z-3|>2} \frac{z(z+\pi)}{\sin 3z(z-\pi)} dz$

10.6. $\oint_{|z-\pi|=1} \frac{(z^2 + \pi)^2}{i \sin z} dz.$

10.8. $\oint_{|z-\pi|=2} \frac{\cos^2 z}{z \sin z} dz.$

10.10. $\oint_{|z-3|=1} \frac{\sin 3z + 2}{z^2(z-\pi)} dz.$

10.12. $\oint_{|z|=1} \frac{e^{zi} + 2}{\sin 3zi} dz.$

10.14. $\oint_{|z-i|=3>2} \frac{\ln(z+2)}{\sin z} dz.$

10.16. $\oint_{|z+i|=1>2} \frac{\operatorname{tg} z + 2}{4z^2 + \pi z} dz.$

10.18. $\oint_{|z+1|=2} \frac{\sin^2 z - 3}{z^2 + 2\pi z} dz.$

10.20. $\oint_{|z|=\pi>2} \frac{z^2 + z + 3}{\sin z(\pi + z)} dz.$

10.22. $\oint_{|z|=1>2} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}.$

10.24. $\oint_{|z-i|=3>2} \frac{dz}{z(z^2 + 4)}.$

10.25. $\oint_{|z|=2} \frac{\sin^2 z}{z \cos z} dz.$

10.27. $\oint_{|z-3/2|=2} \frac{\sin z}{\sin \frac{z}{2}(z-\pi)} dz.$

10.29. $\oint_{|z-1-i|=5/4} \frac{2dz}{z^2(z-1)}.$

10.26. $\oint_{|z-3|=1/2} \frac{e^z dz}{\sin z}.$

10.28. $\oint_{|z-1|=3} \frac{ze^z}{\sin z} dz.$

10.30. $\oint_{|z-1/4|=1/3} \frac{z(z+1)^2}{\sin 2\pi z} dz.$

11. Вычислить интеграл.

11.1. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 \sin t + 5}.$

11.4. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3\sqrt{7} \sin t + 8}.$

11.7. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{7} \sin t + 4}.$

11.10. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2\sqrt{2} \sin t + 3}.$

11.13. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{21} \sin t + 5}.$

11.16. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3 - \sqrt{5} \sin t}$

11.19. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 - 2\sqrt{3} \sin t}.$

11.22. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{6 - 4\sqrt{2} \sin t}.$

11.2. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3 - 2\sqrt{2} \sin t}.$

11.5. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 - \sqrt{21} \sin t}.$

11.8. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{8 - 2\sqrt{15} \sin t}.$

11.11. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{15} \sin t - 4}.$

11.14. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{35} \sin t - 6}.$

11.17. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}.$

11.20. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 + 2\sqrt{6} \sin t}.$

11.23. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{7 + 4\sqrt{3} \sin t}.$

11.3. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4\sqrt{3} \sin t - 7}.$

11.6. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3 \sin t + 5}.$

11.9. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4\sqrt{5} \sin t + 9}.$

11.12. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{5} \sin t + 3}.$

11.15. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2\sqrt{3} \sin t + 4}.$

11.18. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 + \sqrt{15} \sin t}.$

11.21. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{6 + \sqrt{35} \sin t}.$

11.24. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 - 4 \sin t}.$

11.25. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{3}\sin t - 2}.$

11.26. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 - 3\sin t}.$

11.27. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{8 - 3\sqrt{7}\sin t}.$

11.28. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2\sqrt{6}\sin t - 5}.$

11.29. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{9 - 4\sqrt{5}\sin t}.$

11.30. $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 - \sqrt{7}\sin t}.$

12. Вычислить интеграл.

12.1. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)^2 (x^2 + 10)^2}.$

12.2. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2 (x^2 + 16)}.$

12.3. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 10}{(x^2 + 4)^2} dx.$

12.4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)^2}.$

12.5. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 3)^2 (x^2 + 15)^2}.$

12.6. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)(x^2 + 4)^2}.$

12.7. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - 10x + 29)^2}.$

12.8. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)^2}.$

12.9. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 4x + 13)^2} dx.$

12.10. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2 (x^2 + 16)}.$

12.11. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2 (x^2 + 4)}.$

12.12. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^5}.$

12.13. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1 + x^2)^3}.$

12.14. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 8x + 17)^2} dx.$

12.15. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2 (x^2 + 5)^2}.$

12.16. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}.$

12.17. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 4}{(x^2 + 9)^2} dx.$

12.18. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4 + 7x^2 + 12} dx.$

12.19. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$

12.21. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + x + 1)^2} dx.$

12.23. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 5)^2} dx.$

12.25. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 5}{x^4 + 5x^2 + 6} dx.$

12.27. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 3}{(x^2 - 10x + 29)^2} dx.$

12.29. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 12}.$

12.20. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 11)^2} dx.$

12.22. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}.$

12.24. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - x + 1)^2}.$

12.26. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 10x^2 + 9}.$

12.28. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 3)^2}.$

12.30. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)^2}.$

13. Вычислить интеграл.

13.1. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 - 2) \cos \frac{x}{2}}{(x^2 + 1)^2} dx.$

13.3. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 17} dx.$

13.5. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 5x dx}{(x^2 + 1)^2 (x^2 + 4)}.$

13.7. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 + 1) \cos x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx.$

13.9. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x - \cos x}{(x^2 + 1)^2} dx.$

13.2. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos x dx}{x^4 + 10x^2 + 9}.$

13.4. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 + 1) \sin x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx.$

13.6. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 + x) \sin x}{x^4 + 13x^2 + 36} dx.$

13.8. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x - 1) \sin x}{(x^2 + 9)^2} dx.$

13.10. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos x}{(x^2 + 1)^2} dx.$

13.11. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2+x)\cos x}{x^4+13x^2+36} dx.$

13.13. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2-2x+10}.$

13.15. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \frac{x}{2}}{x^2+4} dx.$

13.17. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x dx}{(x^2-x+1)^2}.$

13.19. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1)\sin 2x}{x^2+2x+2} dx.$

13.21. $\int_0^{\infty} \frac{\cos 2x}{\left(x^2+\frac{1}{4}\right)^2} dx.$

13.23. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2+16)(x^2+9)}.$

13.25. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2-2x+10}.$

13.27. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x}{(x^2-x+1)^2} dx.$

13.29. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2+5x)\sin x}{x^4+10x^2+9} dx.$

13.12. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \frac{x}{2} dx}{(x^2+1)(x^2+9)}.$

13.14. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 \sin x}{x^4+5x^2+4} dx.$

13.16. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{(x^2+1)^2} dx$

13.18. $\int_0^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2+1)^3}.$

13.20. $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2+4)^2} dx.$

13.22. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2+1)^2} dx.$

13.24. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1)\cos x}{x^4+5x^2+6} dx.$

13.26. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2+3)\cos 2x}{x^4+3x^2+2} dx.$

13.28. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2-x)\sin x}{x^4+9x^2+20} dx.$

13.30. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x - \sin x}{(x^2+4)^2} dx.$

14. Найти оригинал по заданному изображению.

14.1. $\frac{p}{(p+1)(p^2+4p+5)}.$

14.2. $\frac{p}{(p^2+1)(p^2-2)}.$

14.3. $\frac{4}{p^3+8}.$

14.5. $\frac{p+4}{p^2+4p+5}.$

14.7. $\frac{p+5}{(p+1)(p^2-2p+5)}.$

14.9. $\frac{3p+2}{(p+1)(p^2+4p+5)}.$

14.11. $\frac{1}{p(p^2-4)}.$

14.13. $\frac{2p+3}{(p-1)(p^2-p+1)}.$

14.15. $\frac{2}{(p+1)(p^2+2p+2)}.$

14.17. $\frac{3p-2}{(p-1)(p^2-6p+10)}.$

14.19. $\frac{p}{(p+1)(p^2+p+1)}.$

14.21. $\frac{1}{p(p^2+1)^2}.$

14.23. $\frac{1}{p^5+p^3}.$

14.25. $\frac{p}{(p^2+1)(p^2+4)}.$

14.27. $\frac{1}{p^3+p^2+p}.$

14.29. $\frac{1}{p(p^3+1)}.$

14.4. $\frac{p}{(p^2+1)(p^2+2)}.$

14.6. $\frac{5p}{(p+2)(p^2-2p+2)}.$

14.8. $\frac{p}{(p^2+4p+8)^2}.$

14.10. $\frac{2p+1}{(p+1)(p^2+2p+3)}.$

14.12. $\frac{4p+5}{(p-2)(p^2+4p+5)}.$

14.14. $\frac{2p}{(p^2+4p+8)^2}.$

14.16. $\frac{p+3}{p^3+2p^2+3p}.$

14.18. $\frac{6}{p^3-8}.$

14.20. $\frac{5}{(p-1)(p^2+4p+5)}.$

14.22. $\frac{1}{(p-2)(p^2+2p+3)}.$

14.24. $\frac{1-p}{p(p^2+3p+3)}.$

14.26. $\frac{2-3p}{(p-2)(p^2-4p+5)}.$

14.28. $\frac{2-p}{p^3-2p^2+5p}.$

14.30. $\frac{2-p}{(p-1)(p^2-4p+5)}.$

15. Операционным методом решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

15.1. $y''+2y'+10y=2e^{-t} \cos 3t,$
 $y(0)=5, y'(0)=1.$

15.3. $y''+y'-2y=e^{-t},$
 $y(0)=-1, y'(0)=0.$

15.5. $y''+4y'+4y=t^3 e^{2t},$
 $y(0)=1, y'(0)=2.$

15.7. $y''+4y=3 \sin t+10 \cos 3t,$
 $y(0)=-2, y'(0)=3.$

15.9. $y''+3y'-10y=47 \cos 3t-\sin 3t,$
 $y(0)=3, y'(0)=-1.$

15.11. $y''-2y'=e^t(t^2+t-3),$
 $y(0)=2, y'(0)=2.$

15.13. $y''-y=4 \sin t+5 \cos 2t,$
 $y(0)=-1, y'(0)=-2.$

15.15. $y''-y'=t^2,$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.17. $y''-y=\cos 3t,$
 $y(0)=1, y'(0)=1.$

15.19. $y''+y'-2y=-2(t+1),$
 $y(0)=1, y'(0)=1.$

15.21. $y''+2y'=2+e^t,$
 $y(0)=1, y'(0)=2.$

15.23. $y''+2y'=\sin t/2,$
 $y(0)=-2, y'(0)=4.$

15.25. $y''+4y'+29y=e^{-2t},$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.27. $2y''+3y'+y=3e^t,$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.29. $y''+y'+y=t^2+t,$
 $y(0)=1, y'(0)=-3.$

15.2. $y''+y=2\cos t,$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.4. $y''-3y'+2y=2e^t \cos \frac{t}{2},$
 $y(0)=1, y'(0)=0.$

15.6. $y''-2y'-3y=2t,$
 $y(0)=1, y'(0)=1.$

15.8. $2y''+5y'=29 \cos t,$
 $y(0)=-1, y'(0)=0$

15.10. $y''+4y=8 \sin 2t,$
 $y(0)=3, y'(0)=-1.$

15.12. $y''+4y=4e^{2t}+4t^2,$
 $y(0)=1, y'(0)=2.$

15.14. $y''-3y'+2y=12e^{3t},$
 $y(0)=2, y'(0)=6.$

15.16. $y''+4y=\sin 2t,$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.18. $y''+y=6e^{-t},$
 $y(0)=3, y'(0)=1.$

15.20. $y''+y'=t^2+2t,$
 $y(0)=0, y'(0)=-2.$

15.22. $y''+y'+y=7e^{2t},$
 $y(0)=1, y'(0)=4.$

15.24. $y''-9y=\sin t-\cos t,$
 $y(0)=-3, y'(0)=2.$

15.26. $2y''-y'=\sin 3t,$
 $y(0)=2, y'(0)=1.$

15.28. $y''+y=sht,$
 $y(0)=2, y'(0)=1.$

15.30. $y''-3y'+2y=e^t,$
 $y(0)=1, y'(0)=0.$

16. Операционным методом решить систему дифференциальных уравнений.

16.1. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 5y + 2, \\ \dot{y} = 3x + y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 2. \end{cases}$

16.4. $\begin{cases} \dot{x} = 2y + 1, \\ \dot{y} = 2x + 3; \\ x(0) = -1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.7. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y + 2, \\ \dot{y} = 4y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.10. $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 1, \\ \dot{y} = -3x; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.13. $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y + 1, \\ \dot{y} = 2x + 3y; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.16. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 1, \\ \dot{y} = 4x - y; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.19. $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y + 1, \\ \dot{y} = x + 2y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 2. \end{cases}$

16.22. $\begin{cases} \dot{x} = -3x - 4y + 1, \\ \dot{y} = 2x + 3y; \\ x(0) = 0, y(0) = 2. \end{cases}$

16.25. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 1, \\ \dot{y} = 4x - 2y; \\ x(0) = -1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.28. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 2y, \\ \dot{y} = -4x; \\ x(0) = 3, y(0) = 1. \end{cases}$

16.2. $\begin{cases} \dot{x} = 2y, \\ \dot{y} = 2x + 3y + 1; \\ x(0) = 2, y(0) = 1. \end{cases}$

16.5. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + 3, \\ \dot{y} = x + 2y; \\ x(0) = -1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.8. $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 3, \\ \dot{y} = x - y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.11. $\begin{cases} \dot{x} = 2y, \\ \dot{y} = 3x + 1; \\ x(0) = 2, y(0) = 0. \end{cases}$

16.14. $\begin{cases} \dot{x} = -2x + y, \\ \dot{y} = 3x; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.17. $\begin{cases} \dot{x} = -x - 2y + 1, \\ \dot{y} = -\frac{3}{2}x + y; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.20. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y, \\ \dot{y} = \frac{5}{2}x - y + 2; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.23. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 8y + 1, \\ \dot{y} = 3x + 4y; \\ x(0) = 2, y(0) = 1. \end{cases}$

16.26. $\begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = 4x + y + 1; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.29. $\begin{cases} \dot{x} = 3y + 2, \\ \dot{y} = x + 2y; \\ x(0) = -1, y(0) = 1. \end{cases}$

16.3. $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y, \\ \dot{y} = 2x - y + 9; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.6. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y, \\ \dot{y} = x - 2y + 2; \\ x(0) = 1, y(0) = 1. \end{cases}$

16.9. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y, \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2; \\ x(0) = 2, y(0) = 0. \end{cases}$

16.12. $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + 1, \\ \dot{y} = 2x + 2; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.15. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y, \\ \dot{y} = 2x + y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 5. \end{cases}$

16.18. $\begin{cases} \dot{x} = -2x + y + 2, \\ \dot{y} = 3x; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.21. $\begin{cases} \dot{x} = y + 3, \\ \dot{y} = x + 2; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.24. $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 2, \\ \dot{y} = x + y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$

16.27. $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y, \\ \dot{y} = x - y; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$

16.30. $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 1, \\ \dot{y} = x + y; \\ x(0) = 1, y(0) = 2. \end{cases}$

Библиографический список

1. *Бермант, А.Ф.* Краткий курс математического анализа/ А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – М.: Физматлит, 2003. – 800 с.
2. *Пискунов, Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов: в 2 т./ Н.С. Пискунов. – М.: Интеграл-Пресс, 2006. – Т.1-2.
3. *Ефимов, Н.В.* Краткий курс аналитической геометрии/ Н.В. Ефимов. – М.: Физматлит, 2006. – 240 с.
4. *Мышкис, А.Д.* Лекции по высшей математике: учебник для вузов/ А.Д. Мышкис. – СПб: Лань, 2007. – 688 с.
5. *Письменный, Д.Т.* Конспект лекций по высшей математике: полный курс/ Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2007. – 608 с.
6. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/ Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998. – 471 с.
7. *Красс, М.С.* Основы математики и ее приложения в экономическом образовании/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Дело, 2001. – 688 с.
8. *Кузнецов, Б.Т.* Математика: учебник для студентов вузов по специальностям экономики и управления/ Б.Т. Кузнецов. – М.: ЮНИТИ, 2004. – 720 с.
9. *Малыхин, В.И.* Математика в экономике: учебное пособие/ В.И. Малыхин. – М.: ИНФРА-М, 2002. – 352 с.
10. Математика в экономике: в 2 ч./ А.С. Соловьевников, В.А. Бабайцов, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. – М.: Финансы и статистика, 1999. – Ч. 1-2.
11. Сборник задач по математике для вузов. В 4 ч. Ч. 1-3/ Под общ. ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова. – М.: Физматлит, 2003. –
12. *Берман, Г.Н.* Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие для вузов/ Г.Н. Берман. – СПб.: Профессия, 2003. – 432 с.
13. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов/ Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко и др.; под ред. Б.П. Демидовича. – М.: АСТ, 2007. – 495 с.
14. *Клетеник, Д.В.* Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие для вузов/ Д.В. Клетеник. – СПб.: Профессия, 2005. – 199 с.
15. *Минорский, В.П.* Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для вузов/ В.П. Минорский. – М.: Физматлит, 2001. – 336 с.

16. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ В.И. Ермаков, Г.И. Бобрик, Р.К. Гринцевичюс и др.; под ред. В.И. Ермакова. – М.: Инфра-М, 2006. – 575 с.
17. Сборник задач по курсу математики/ В.А. Бабайцов, А.В. Браилов, В.Б. Гисин и др.; под ред. А.С. Солововникова, А.В. Браилова. – М.: Финансовая академия, 2001. – 508 с.
18. Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: учебное пособие/Л.А. Кузнецов. – СПб.: Лань, 2005. – 240 с.
19. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: в 3 ч./ А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юруть. – Минск: Академическая книга, 2005. – Ч.1-3.
20. Сборник типовых расчетов по высшей математике: учебное пособие/ под ред. В.Б. Миносцева. – М.: МГИУ, 2001. – 511с.
21. Федоренко, Б.З. Математика. Сборник индивидуальных заданий: в 4 ч.: учебное пособие/ сост. Б.З. Федоренко, В.И. Петрашев. – Белгород: БелГТАСМ, БИИММАП, 1999. – Ч. 1-4.

Учебное издание

Федоренко Борис Зиновьевич
Петрашев Владимир Иванович

Индивидуальные задания по математике

Практикум

Компьютерный набор: Селиванова Е. В.
Компьютерная вёрстка: Федоренко А. Б.

Подписано в печать 19.01.2017. Формат 60×84/16. Усл.печ.л. 13,4. Уч-изд.л. 14,4.

Тираж 100 экз. Заказ

Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете им. В. Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.