

Qu'est-ce que l'axe des abscisses? Et des ordonnées?

Ce que vous devez avoir compris avant de lire ce cours:

- Ce à quoi servent les lettres en maths
- Ce qu'est une fonction
- Ce qu'est une image et un antécédent

Souvenirs d'école primaire...

Vous vous souvenez du temps où être bon en maths signifait savoir placer le 10 entre le 9 et le 11 sur une droite graduée? Et bien soyez ravis! Car l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées ce n'est finalement rien de plus que ça.

Seul changement: on réserve un axe pour les nombres qui entrent dans la fonction (c'est-à-dire les antécédents) et un autre axe pour les nombres qui sortent de la fonction (c'est-à-dire les images).

L'axe que l'on réserve pour les antécédents est appelé l'axe des abscisses et l'axe qu'on réserve pour les images est appelé l'axe des ordonnées.

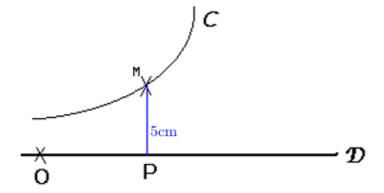
Pourquoi ces mots: "abscisse" et "ordonnée"?

"abscisse" vient du latin "ab-" qui signifie "séparation" et "scindere" qui signie "couper". Si vous tendez l'oreille vous entenderez presque le mot ciseaux dans ab*scisses*.

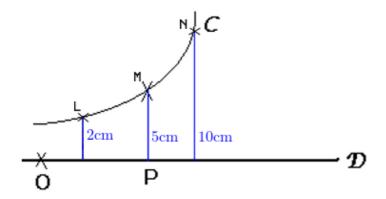
Pour le mot "ordonnée" vous connaissez déjà sa signification :)

Je n'ai pas trouvé de ressources sûres à 100% sur l'histoire de ces deux mots. Ce qui suit reste donc une hypothèse et non un fait avéré. Faites attention à ne pas apprendre ça comme quelque-chose d'établi.

Il semblerait qu'au XVIIe siècle quand on voulait étudier un point sur une courbe on utilisait un système très proche des repères d'aujourd'hui. D'abord, on traçait une droite horizontale en-dessous de la courbe. Puis avec une équerre on mesurait la distance entre le point sur la courbe et cette droite en-dessous de la courbe. On traçait alors éventuellement le segment entre le point et la droite en indiquant la mesure, comme ci-dessous:



Comme vous le voyez sur cette image, la droite en-dessous est coupée par le segment bleu. Pour les mathématiciens de l'époque qui étaient tous quasiment bi-lingue en latin elle était "scindere", scindée par le segment bleu. De là est venu l'axe des abscisses: l'axe que l'on coupe par des segments.



Enfin, ces segments se lisent de gauche à droite, ils sont donc ordonnés! En effet, ils sont ordonnés de la gauche vers la droite.

Comme ces segments servent à savoir à quelle hauteur se situe le point on a fini par appelé l'axe des ordonnés l'axe qui indique la hauteur du point par rapport à l'axe des abscisses...

Pourquoi les axes du repère sont-ils perpendiculaires?

Imaginons un instant que nous ne savons pas qu'il est possible de mettre les axes d'un repère à la perpendiculaire.

Pour comprendre notre problème nous allons utiliser une fonction, la fonction qui donne le double de tout nombre qu'on y rentre (c'est-à-dire, de tout antécédent.)

Pour rappel, voici son écriture mathématique:

$$f: a \rightarrow 2 x a$$

Nous allons y faire rentrer les nombres -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 et 4. En faisant le calcul de tête on sait que les images seront: -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6 et 8.

On entoure sur l'axe des abscisses tous les nombres qui rentrent dans la machine, c'est-à-dire les antécédents. On a alors:

45 4 -15 -7 45 4 45 5 4 45 7 75 8 55 8

On fait la même chose avec les images sur l'axe des ordonnées:

45 4 45 -7 45 4 45 -5 45 4 45 -1 45 4 45 -1 45 4 6 6 7 75 8 65 9

Et voilà ce qu'on obtient quand on les superpose:



Je ne sais pas pour vous mais ce n'est pas ce qu'il y a de plus pratique à lire... Il y a des traits dans tous les sens et on ne sait plus vraiment où en donner de tête. Peut-être que cette façon de représenter la fonction des doubles a une utilité ailleurs mais dans notre cas à nous c'est à en avoir la migraine!

Autre problème: supposons maintenant que je vous demande de trouver sans faire de calculs (pas même dans votre tête) le double de 2.39? Vous pourriez faire le calcul de tête ou utiliser une calculatrice et avoir la bonne réponse. Mais pensez qu'il existe des fonctions beaucoup plus compliquées que celle-ci. Comme la fonction racine carrée, les fonctions inverses, etc. Et je vous assure que vous n'aimeriez pas voir ce que donne un mathématicien au bout de sa vie ;)

Conclusion

Il serait bien utile d'avoir une façon de représenter les antécédents et les images d'une fonction qui nous permette de lire directement, sur le graphique, des approximations. C'est ce que permet le repère cartésien que vous avez déjà probablement vu: celui avec les axes qui se croisent.

C'est justement le sujet de la prochaine leçon...