

Qu'est-ce qu'une fonction?

Ce que vous devez avoir compris avant de lire ce cours:

- Le calcul littéral (c'est-à-dire: à quoi servent les lettres en maths)

Une fonction est une sorte de machine à nombres...

Aujourd'hui je vous emmène visiter une sandwicherie! Vous dites bonjour au gérant de l'entreprise qui vous met face à une imposante machine à faire des sandwiches aux oeufs. Voici comment elle fonctionne:

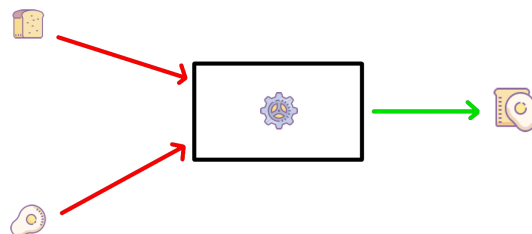


Schéma d'une machine à sandwich

Le pain et les oeufs rentrent dans la machine et la machine transforme les ingrédients selon un certain nombre d'opérations (probablement imposées par une recette).

Il en va exactement de même pour une fonction. Une fonction peut être vue comme une sorte de machine à nombres. Les ingrédients qui rentrent dans cette machine sont des nombres et la fonction (la machine) transforme ces nombres selon un certain nombre d'opérations (imposées par une recette). Il en ressort alors d'autres nombres.

Prenez par exemple cette machine à nombre (c'est-à-dire, cette fonction):



On lui donne le nombre 2 en ingrédient (en entrée) et il en ressort 4... Essayons de lui donner un autre nombre!



On lui donne le nombre 3 en ingrédient (en entrée) et il en ressort 6... Essayons de lui donner encore un autre nombre!



Que remarque-t-on? Prenez un temps pour réfléchir avant de lire ce qui suit...

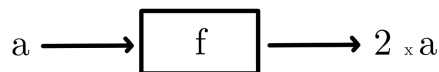
Réponse: cette machine nous donne à chaque fois le double du nombre qu'on lui donne en entrée (en ingrédient)! On pourrait ainsi lui donner beaucoup d'autres nombres en entrée: 5, 6, 7, 8... Il en ressortirait à chaque fois le double: 10, 12, 14, 16... Etc.

De manière générale on peut alors représenter le fonctionnement de cette machine à nombre comme ceci:



La lettre 'a' signifie que peu importe le nombre qu'on lui donne en entrée il en ressort toujours 2 fois 'a', c'est-à-dire 2 fois le nombre qu'on lui donne en entrée (c'est-à-dire le double).

On peut maintenant donner un petit nom à cette machine, on va l'appeler 'f'!



Et comme on risque de beaucoup travailler avec les fonctions il est plutôt désagréable de toujours dessiner des boîtes et des flèches. On va utiliser une écriture plus courte mais qui dit exactement la même chose que notre dernier schéma ci-dessus:

$$f : a \rightarrow 2 \times a$$

Cette écriture peut se lire comme ceci: la machine 'f' prend n'importe quel nombre 'a' en entrée et en ressort toujours 2 fois 'a'.

Ou de manière plus mathématique on lit: la *fonction* 'f' qui associe à 'a', 2 fois 'a'.

Il existe une infinité de fonctions...

Revenons un peu à nos machines à sandwich. Comme vous le savez il existe un très grand nombre de sandwiches différents! De même, il existe un très grand nombre de machines différentes! Il y a

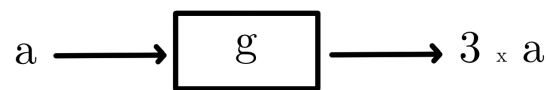
ainsi des machines à faire des sandwiches au thon, des machines à faire des T-Shirts, etc.

Et bien pour les fonctions (machines à nombres), c'est pareil: il y en a de plein de sortes. On a vu ici la machine à donner le double d'un nombre. Mais on peut inventer la machine qui donne le triple d'un nombre! Ou la moitié d'un nombre, ou le quart d'un nombre, ou le huitième ou le quadruple ou "le double plus cinq"... Bref, il en existe de toutes sortes.

Certaines de ces machines à nombre (ces fonctions) ont des points communs entre elles. On les regroupe alors pour en faire une famille! Vous avez peut-être entendu ainsi parlé des fonctions linéaires, des fonctions affines, des fonctions polynômes...

Nous en discuterons plus en détail dans les leçons dédiées aux fonctions dites "usuelles" (elles sont usuelles car on les utilise très souvent, 'usuel' signifie en effet 'ce que l'on utilise (ou ce qui se produit) régulièrement'.)

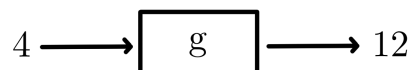
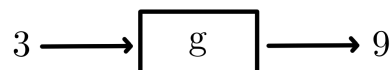
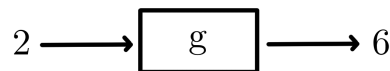
Avant de partir, en bonus je vous présente la fonction à faire des triples:



En écriture mathématique ça donne:

$$g : a \rightarrow 3 \times a$$

Et voici ce qu'il se passe quand on y introduit quelques nombres:



Conclusion

À présent vous êtes en mesure de réaliser vos propres fonctions! Et comme vous savez maintenant ce que sont des fonctions nous ne les appellerons plus des machines à nombres. Et nous utiliserons principalement l'écriture plus rapide qu'est l'écriture mathématique.

Avant de poursuivre je vous conseille de tester votre compréhension avec le quizz et de tester votre rapidité à créer des machines à nombres avec les exercices. Prochaine étape: Images, antécédents, et autres mots à placer dans une conversation Facebook ou pour briller en soirée (ou pas) !