

Comment lit-on un repère?

Ce que vous devez avoir compris avant de lire ce cours:

- Ce à quoi servent les lettres en maths
- Ce qu'est une fonction
- Ce qu'est une image et un antécédent
- Ce qu'est l'axe des abscisses et des ordonnées

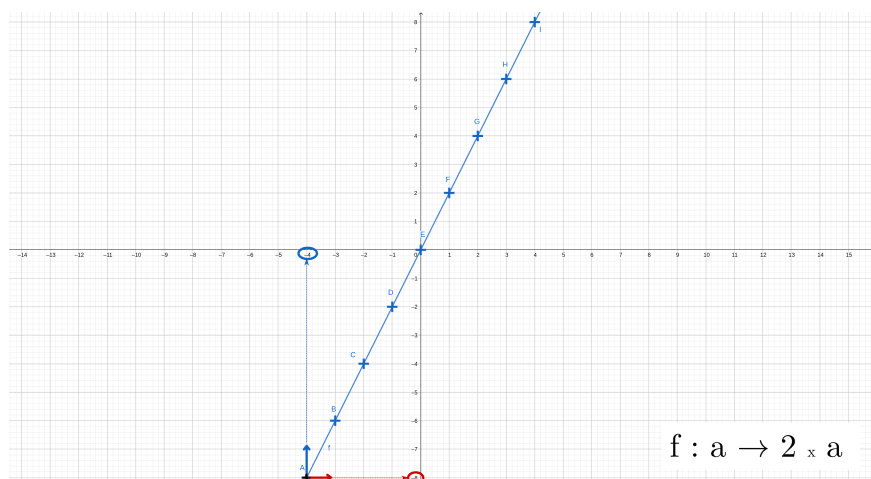
Le repère cartésien

Comme nous l'avons vu dans la leçon précédente, étant donné que nous avons des antécédents d'un côté et des images de l'autre on pourrait tout simplement faire un axe pour les antécédents (l'axe des abscisses), un axe pour les images (l'axe des ordonnées) et nous débrouiller avec ça.

Mais on devrait alors faire avec des représentations pas très agréables à utiliser et vous détesteriez probablement encore bien plus les maths aujourd'hui (les mathématiciens aussi d'ailleurs...)

C'est à cela que sert le repère cartésien: représenter les antécédents et les images d'une façon qui permette de comprendre facilement ce qu'il se passe dans une machine à nombre (c'est-à-dire une fonction).

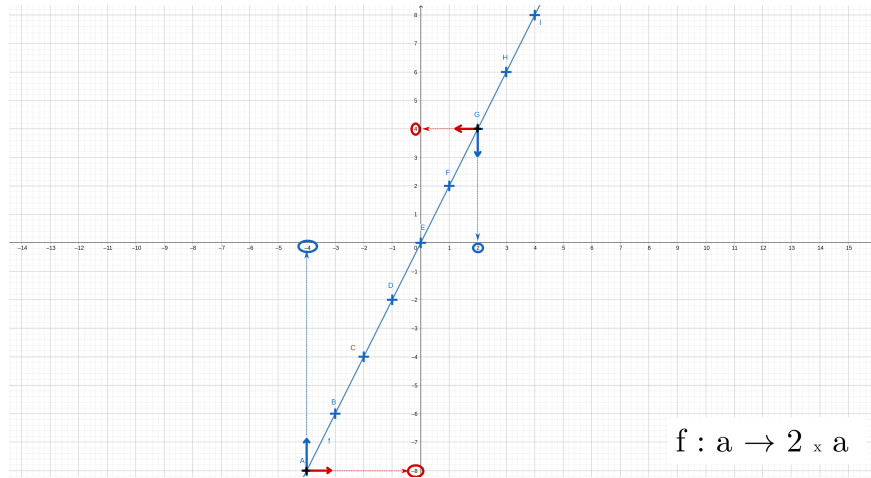
La preuve en image avec le graphique de la fonction qui fait des doubles:



On peut à partir de chaque point de la courbe dessiner deux flèches: une qui pointe vers l'axe des abscisses et une autre qui pointe vers l'axe des ordonnées.

La flèche qui pointe vers l'axe des abscisses pointe vers l'antécédent (le nombre qu'on a rentré dans la fonction) et la flèche qui pointe vers l'axe des ordonnées pointe vers l'image de cet antécédent (c'est-à-dire l'antécédent après avoir été transformé par la fonction.)

Ci-dessus vous avez l'antécédent "-4" et son image "-8". Je vous donne un autre exemple avec cette fois-ci l'antécédent "2":



Vous voyez? Une flèche qui pointe vers l'axe des abscisses et l'autre vers l'axe des ordonnées. Il en va toujours ainsi sauf pour l'origine qu'on a appelé ici 'E' car la flèche qui pointe vers l'axe des abscisses et celle qui pointe vers l'axe des ordonnées sont confondues dans le point 'E'.

Dans la leçon précédente je vous avais donné pour exemple les antécédents -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 et 4 dans cette même fonction... Essayez donc de tous les retrouver sur ce graphique!

Pourquoi "cartésien?"

Le mot "cartésien" vient du nom de famille de l'homme René Descartes philosophe et scientifique du début du XVIIe siècle. Ses idées et ses recherches ont énormément contribué à l'élaboration du repère que nous venons de découvrir et à un très grand nombre d'autres découvertes!

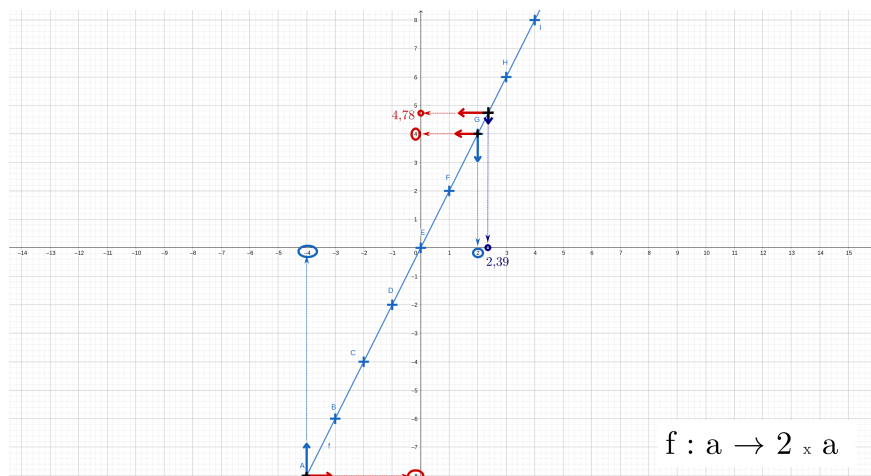
Il a ainsi mis au point une méthode pour penser rigoureusement (voir "Le Discours de la méthode") qui transformé son nom de famille en un adjectif. En effet, "cartésien" est aujourd'hui un adjectif qui signifie "pensée logique, rigoureusement articulée par des faits établis et des arguments".

En mathématiques, l'adjectif "cartésien" est utilisé dans beaucoup de concepts liés aux fonctions afin de lui rendre hommage.



Une représentation très efficace

Vous vous souvenez de notre petit problème de la leçon précédente? Je vous avais demandé de trouver le double de 2,39 sans faire aucun calculs, ni de tête ni avec une calculatrice, juste avec un graphique. Voici une manière de résoudre ce problème grâce au repère cartésien:

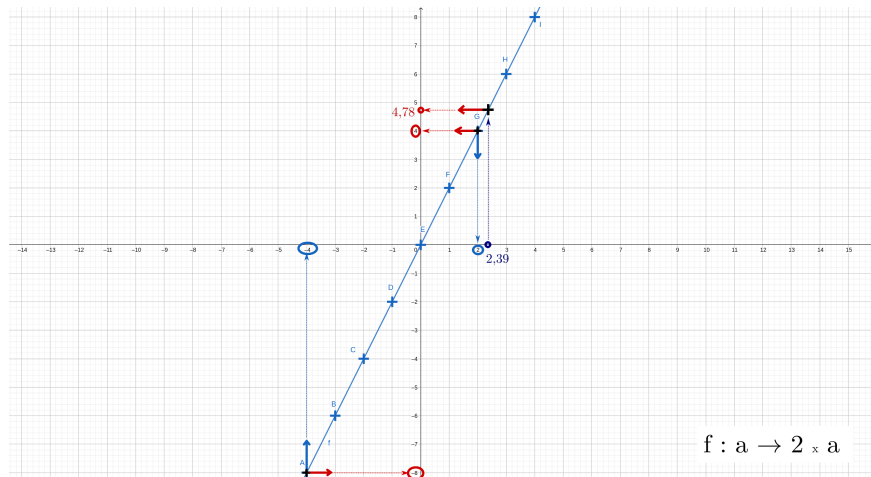


Ci-dessus j'ai cherché un point *sur* la courbe qui avait pour antécédent 2,38. Une fois que j'ai trouvé ce point, j'ai tracé la flèche qui pointe vers l'axe des ordonnées, vers son image. Je n'ai eu alors plus qu'à lire la solution: 4,78.

Attention cependant! Si ici le résultat est exact ce ne sera parfois pas toujours le cas! Considérez toutes vos lectures graphiques comme des approximations, des choses qui sont presque égales à ce que vous cherchez. Cela vous évitera de faire de grosses erreurs plus tard.

Notez que dans de nombreux cas l'approximation suffit! Et c'est, entre autres choses, pour cette raison que cette façon de représenter les fonctions est autant appréciée!

Avant de partir je vous présente une seconde méthode, plus efficace encore que celle que je vous ai présentée pour résoudre un problème du type "trouver le double de 2,39":



Ici je cherche d'abord l'antécédent sur l'axe des abscisses. Puis je remonte sur la courbe où je trouve le même point que tout à l'heure. Et la suite se déroule de la même façon que la première méthode: je trace une flèche qui pointe vers l'axe des ordonnées (vers son image donc) et je lis.

Conclusion

À présent vous savez créer des fonctions, les représenter sur un graphique et trouver des approximations à des calculs très complexes par simple lecture graphique. Vous venez d'acquérir un outil de la pensée mathématique très puissant qui vous permettra de résoudre en un tour de magie des problèmes auparavant coriaces!

Mais quels genres de problèmes extraordinaires peut-on résoudre avec des fonctions et des graphiques? C'est justement l'objet de la prochaine et dernière leçon de cette séquence!