

Qu'est-ce qu'un vecteur?

Ce que vous devez avoir compris avant de lire ce cours:

- Aucun pré-requis est nécessaire pour comprendre ce cours

Les vecteurs comme déplacements

Aujourd'hui, pour les besoins de ce cours, je suis allé avec mon micro à la main dans le self d'un lycée Poitevin. Voici un bref extrait de ce que j'ai pu enregistrer :

- Du coup t'as fait quoi Tom ce matin ?
- J'suis allé en maths, c'était naze... Après on est allé au gymnase pour faire du badminton, c'était naze aussi. Et toi Paul?
- On est allé au gymnase pour le badminton aussi avant vous, puis on a continué le théâtre en Français. Le prof est complètement barré ! Il veut qu'on joue une pièce que nous aurons écrits ensemble la semaine prochaine !
- Sérieux ?
- Ouai...

Cette discussion tout à fait authentique nous intéresse pour notre étude des vecteurs. Pourquoi ? Parce que les vecteurs peuvent, entre autres choses, représenter des déplacements ! Ils ne font pas que ça bien sûr, mais en attendant il est très utile dans un premier temps pour comprendre intuitivement ce qui va suivre de les voir ainsi.

Voyons ainsi le déplacement de Tom ce matin :

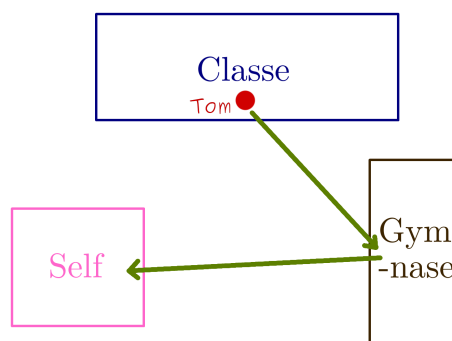


Schéma du déplacement de Tom ce matin

Et de Paul :

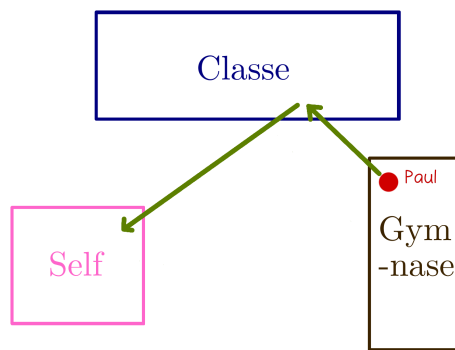


Schéma du déplacement de Paul ce matin

Les flèches que vous voyez sur ces schémas représentent des déplacements sur une certaine distance et dans une certaine direction. Ces flèches sont des vecteurs¹.

Donnons maintenant des noms aux vecteurs de Tom :

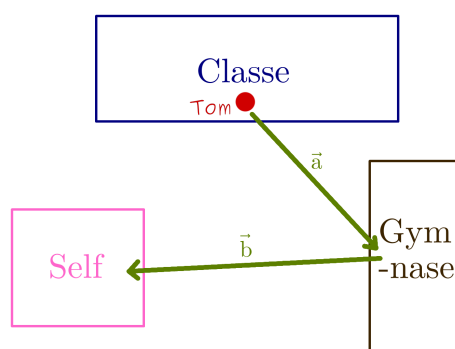


Schéma du déplacement de Tom ce matin

Le vecteur \vec{a} représente le déplacement de Tom du cours de maths au gymnase. Enfin, le vecteur \vec{b} représente le déplacement de Tom du gymnase au self.

On peut nommer différemment les vecteurs de Tom, d'une manière peut-être un peu plus claire, avec les lettres qui représentent les points de départ et d'arrivée :

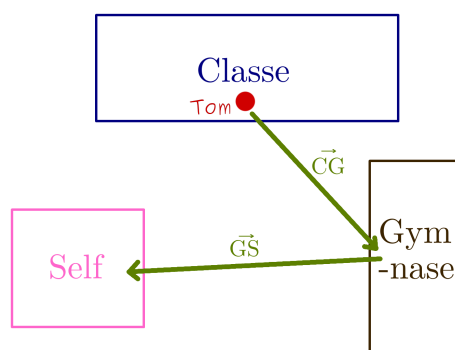


Schéma du déplacement de Tom ce matin

Le vecteur \vec{CG} représente alors aussi le déplacement de Tom de la Classe au Gymnase et le vecteur \vec{GS} le déplacement de Tom du Gymnase au Self (remarquez que le 'C' correspond au 'C' de classe, le 'G' au 'G' de gymnase, etc.)

Définie de manière un peu plus mathématique un vecteur est un déplacement d'un point, que nous avons appelé Tom jusqu'ici, défini selon trois critères :

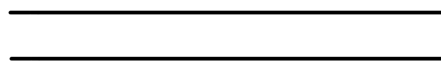
1. Sa longueur (on dit aussi sa norme)
2. Sa direction
3. Son sens

Là, normalement c'est le moment où vous me demandez : « c'est quoi la différence entre la direction et le sens ? »

Très très bonne question ! En effet il est crucial pour vous de comprendre cette différence si vous voulez bien vous entendre avec les vecteurs.

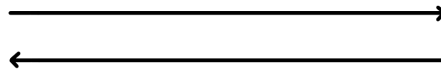
Dans la vie de tous les jours, direction et sens c'est... La même chose. En mathématiques cependant on a besoin de faire une distinction... Sans cette distinction on risque d'écrire des choses aussi fausses que si nous disions que $2 + 2 = 682$...

Le mieux est encore que je vous montre la différence :



Deux lignes dont la direction est horizontale

Ces deux lignes ont la même direction (elles sont horizontales). Mais on n'a pas donné de sens au déplacement. Rappelez-vous : un vecteur est un déplacement d'un point donné vers un autre !



Deux lignes dont la direction est horizontale avec un sens opposé

Ces deux lignes ont toujours la même direction (ils sont horizontaux) mais ont maintenant un sens opposé (l'une d'entre elles va de la gauche vers la droite tandis que l'autre va de la droite vers la gauche).

Même exemple ici :



Deux lignes dont la direction est verticale

Ces deux lignes ont la même direction (elles sont verticales). Maintenant donnons-leur un sens :



Deux lignes dont la direction est verticale

Ces deux lignes ont toujours la même direction (elles sont verticales) mais ont maintenant un sens opposé (l'une d'entre elles va de bas en haut et l'autre de haut en bas).

En d'autres termes, chez les vecteurs la direction nous dit si le déplacement est horizontal, vertical ou en diagonal et le sens nous dit d'où on part et vers où on va.

Conclusion

Cette définition du vecteur par ces trois critères est extrêmement importante : c'est elle qui permet de déterminer si deux vecteurs (deux déplacements) sont égaux. Or c'est cette égalité qui permet ensuite de faire des calculs comme : ajouter et soustraire des déplacements (et donc des vecteurs) ou encore de multiplier ces déplacements. Et ce sont ces mêmes calculs qui permettent de modéliser, pour le physicien, des déplacements de planètes, de satellites, des forces, etc.

Bref ces trois petits critères de rien du tout ont permis de mettre les satellites en orbite grâce auxquels vous lisez aujourd'hui ce site : respect quoi !

Mais avant d'en apprendre davantage sur l'égalité de vecteurs et le calcul vectoriel nous allons avoir besoin d'un outil fondamental : les coordonnées de vecteurs.