

作业六: 求解一元二次方程

褚朱钊恒

信息与计算科学 3200104144

2022 年 7 月 3 日

1 问题描述

形如

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

的方程称为一元二次方程, 求 $x_0 \in \mathbb{R}$ 满足该方程等价于求 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的零点。

2 问题分析

首先将二次项系数化为 1, 得到

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

然后使用配方法将原方程变形得到

$$x^2 + 2\frac{b}{2a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -(\frac{b}{2a})^2 - \frac{c}{a}$$

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = -\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

最后得到

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

由于 $b^2 - 4ac$ 的正负性影响了方程实根的数量, 故称其为判别式 Δ , 通过以下示意图不难看出 Δ 与 $f(x)$ 零点数量即方程实根数量之间的关系。

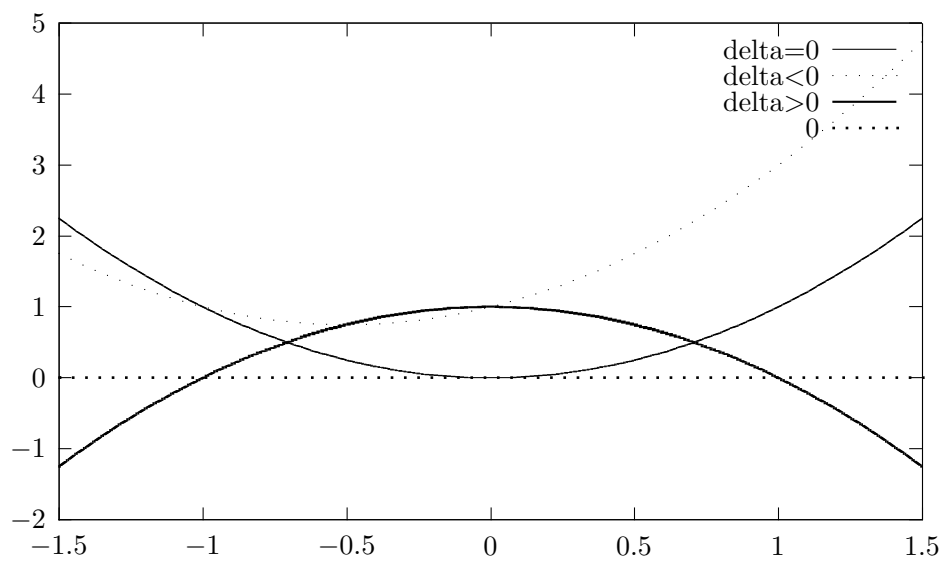


图 1: Δ 的正负性和零点数量之间的关系

3 求解方法

通过上述分析，我们不难得出求解一元二次方程的算法：即先根据判别式 Δ 的不同判断实根的数量，再代入求根公式。下面的流程图就是该算法的具体表述。

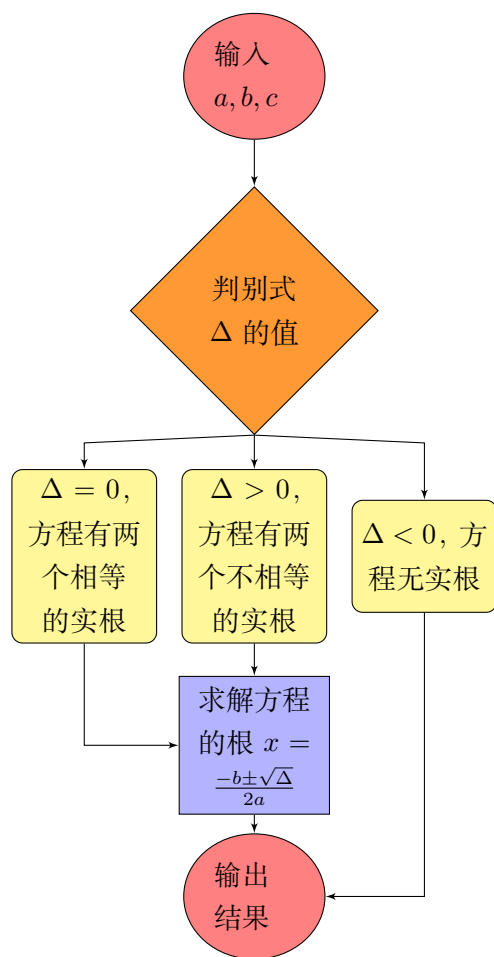


图 2: 算法流程图