Fault-Tolerant Control for AUVs Using a Single Thruster

QUESTIONS

1. **问题1** 为什么要采取螺旋移动的方式，是不得不这样吗?
2. 这种螺旋移动的方式和普遍的冗余补偿有什么不同？（性能，难易程度，对执行机构的要求）
3. 能不能把这两种策略（螺旋移动，冗余补偿）结合起来?

ABSTRACT & INTRODUCTION

容错控制分为三个模块：fault detection, fault isolation, fault accommodation。

- 故障检测：发现故障
- 故障隔离：识别故障原因和故障位置
- 故障调节：执行故障时的控制

本文着重于第三点 fault accommodation 。

针对故障情况下的控制，分为三种情况：

1. 故障前是过驱动的，故障后仍然保持全自由度。
2. 故障后可能会降低自由度，但仍然可以有足够的控制措施，以保持适当的行为，并对故障进行补偿。
3. 故障前就是欠驱动的，故障后可能只有一两个自由度（比如只有一个 thruster 起作用）。

对第一种情况，处理方式是直接使用冗余的控制器进行补偿，即重构控制器。

对第二种情况，故障后进入欠驱动的情况，依然可以进行控制重构。

对第三种情况，极端情况下故障后只有一个推进器可用。 **问题1** 本文针对这种情况研究了临界故障导致欠驱动飞行器可用**自由度减少的情况**。此外，本文还考虑了**只有一个推进器可用于控制飞行器动态的极端情况**。在这种情况下，对可用推进器的持续输入将导致飞行器转圈。因此，最重要的是设计一个适当的控制法则，**使产生的轨迹在平均值上遵循所期望的方向，并将飞行器驶向安全点**。考虑到可以对剩余推进器应用一组离散的控制输入，通过设计这些控制动作的**切换时间**，使航行器以螺旋状路径移动，遵循所需的轨迹（真实轨迹的平均值遵循所需轨迹）。

所提出的策略可应用于多个飞行器，因为它不需要飞行器的详细模型，也不需要精确的控制参数调整，即使是非最佳参数也能提供令人满意的结果。

PROBLEM FORMULATION

考虑一种由两个导弹形状的本体组成的自动潜航器，如图 1 所示的 MEDUSA 级自动潜航器。这种潜航器有**两个正面推进器控制前进速度和偏航率，两个垂直推进器控制深度**，但动力不足。自动潜航器具有正浮力，这意味着在发生故障时，无需额外的控制操作即可**浮出水面**。因此，在水平面（即二维）上研究了飞行器在海面上的紧急控制。

body frame 下的速度向量：$\gamma = [u, v, r]^T$ 表示纵摆速度，横摆速度，方向角速度；inertial frame 下的速度向量：$V = [\dot{x}, \dot{y}]^T$ 表示沿 x 和 y 轴的速度。

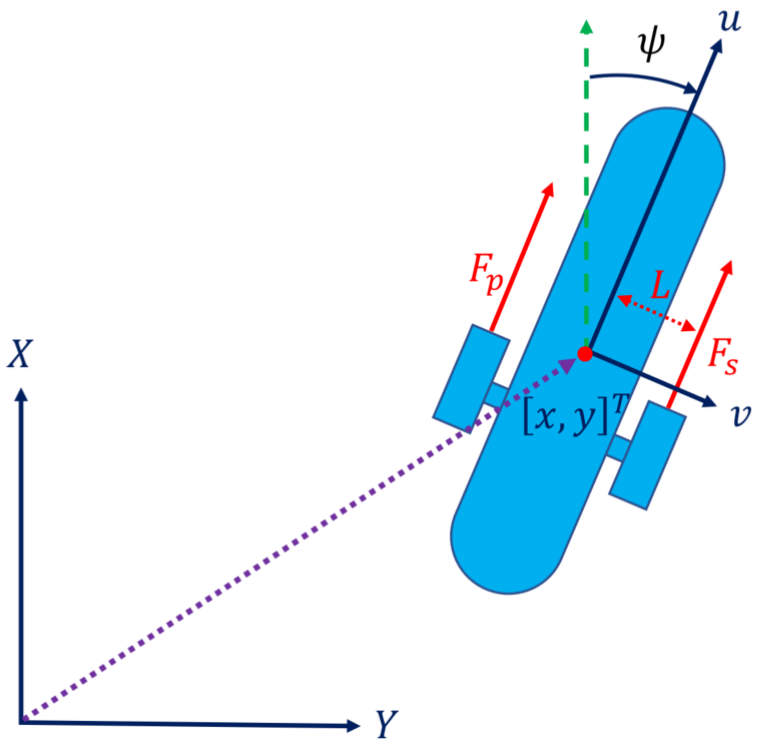

FIGURE 2. Graphical representation of the forces applied to the AUV by the thrusters, AUV speeds in the body-frame and AUV position in the inertial coordinate frame.

运动学模型：

$$\dot{x} = u \cdot \cos(\psi) - v \cdot \sin(\psi) \tag{1}$$
$$\dot{y} = u \cdot \sin(\psi) + v \cdot \cos(\psi) \tag{2}$$
$$\dot{\psi} = r \tag{3}$$

对于水平面的动力学模型，只需要考虑两个水平推进器，每个推进器在响应控制动作时产生的力命名为 Fs 和 Fp：

$$F_s(a_s) = K|a_s|a_s$$
$$F_p(a_p) = K|a_p|a_p$$

a_s 和 a_p 分别代表右舷和左舷的控制输入。

那么总力是每个推进器提供的力的总和为 $F = F_p + F_s$，同时产生扭矩 $\tau = L(F_p - F_s)$，其中 L 是每个推进器到航行器对称轴的距离。

本文考虑两个推进器之一故障，无法控制。设置为 $a_s = 0$，即 $F_s = 0$。那么：

$$F = F_p$$
$$\tau = LF_p$$

水平面的动力学模型为：

$$m_u \cdot \dot{u} - m_v \cdot v \cdot r + \mathcal{D}_u \cdot u = F = F_p(a_p) \tag{4}$$
$$m_v \cdot \dot{v} + m_u \cdot u \cdot r + \mathcal{D}_v \cdot v = 0 \tag{5}$$
$$m_r \cdot \dot{r} - m_{uv} \cdot u \cdot v + \mathcal{D}_r \cdot r = \tau = L \cdot F_p(a_p) \tag{6}$$

where m_u, m_v and m_r are the mass and inertia constants (mass of the vehicle plus added masses that arise from the interaction with the surrounding water), and $m_{uv} = m_u - m_v$. The Coriolis terms $v \cdot r$, $u \cdot r$, and $u \cdot v$ are caused by the fact that the body frame is rotating.

Finally, the terms $\mathcal{D}_u = -\mathcal{X}_u - \mathcal{X}_{|u|} \cdot |u|$, $\mathcal{D}_v = -\mathcal{Y}_v - \mathcal{Y}_{|v|} \cdot |v|$, and $\mathcal{D}_r = -\mathcal{N}_r - \mathcal{N}_{|r|} \cdot |r|$ are caused by the dissipating forces of the water, where $\mathcal{X}_u$, $\mathcal{X}_{|u|}$, $\mathcal{Y}_v$, $\mathcal{Y}_{|v|}$, $\mathcal{N}_r$, $\mathcal{N}_{|r|}$, are the hydrodynamic coefficients, which are negative and then $\mathcal{D}_u$, $\mathcal{D}_v$ and $\mathcal{D}_r$ are positive.

CONTROL DESIGN

AVERAGE VELOCITY CONTROL 内环

由于只剩下一个左舷推进器，只有一个控制自由度，该控制器会同时产生向前的力和向右的旋转力矩。所以必须控制飞行器朝着**所需的方向平均移动**，即平均速度是朝着所需方向的，所以叫做平均速度控制。

以上说明了一个推进器无法独立控制两个状态量，也可以根据模型证明：

假设可以只产生向前的力，没有旋转力矩，那么 $r = 0$ ，式（5）则表示为：

$$m_v \dot{v} + D_v v = 0$$

这代表 $v = 0$ ，即横摆速度等于零（推导省略）。那么式（6）表示为：

$$-m_{uv} \cdot u \cdot v = \tau = L \cdot F_p$$

然而 $v = 0, F_p \neq 0$ ，假设不成立。

在这种情况下（控制自由度只有 1 ），要分析一个执行器的作用效果，当应用**恒定控制动作** $a_p = a_0$ 时，(4)-(6) 的平衡解为：

$$-m_v \cdot v_e \cdot r_e + \mathcal{D}_u(u_e) \cdot u_e = F_p(a_0) \tag{7}$$

$$m_u \cdot u_e \cdot r_e + \mathcal{D}_v(v_e) \cdot v_e = 0 \tag{8}$$

$$-m_{uv} \cdot u_e \cdot v_e + \mathcal{D}_r(r_e) \cdot r_e = L \cdot F_p(a_0) \tag{9}$$

平衡解一定成立，即 u, v, r 在恒定控制输入 a_p 下是稳定的，且指数收敛。

时域中的方向角速度方程可以写成 $r(t) = r_e + r_t$，其中 r_t 是一个过渡项，由于指数收敛，它可以被限定为:

$$|r_t| = |r(t) - r_e| \leq ||\gamma(t) - \gamma_e|| \leq c_1 ||\gamma(0) - \gamma_e|| e^{-c_2 t}$$

其中 c_1 和 c_2 是两个正常数。因此，偏航角可以定义为：

$$\Psi(t)=\int_0^t (r_e+r_t)\,dt=r_e t+\int_0^t r_t\,dt=r_e t+\Psi_t$$

其中，Ψ_t 是一个过渡项，于某一时刻收敛到定值 $\Psi_f=\Psi_{t\to\infty}=\int_0^\infty r_t$。根据指数收敛：

$$|\Psi_f|\le\int_0^\infty |r_t|\le\int_0^\infty c_1||\gamma(0)-\gamma_e||e^{-c_2 t}=\frac{c_1}{c_2}||\gamma(0|-\gamma_e||$$

所以 $t\to\infty$ 时的平均角速度为：

$$\bar{r}=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t (r_e+r_t)\,ds=r_e+\lim_{t\to\infty}\frac{\Psi_t}{t}=r_e$$

所以当唯一的推进器以恒定量输入时，三个速度量都会指数收敛到稳定值，且其平均值就是稳定值。

那么惯性坐标系下的速度量（x, y）的均值为：

$$\bar{\dot{x}}=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t ((u_e+u_t)\cdot\cos(r_e\cdot s+\Psi_t)-(v_e+v_t)\cdot\sin(r_e\cdot s+\Psi_t))\,ds$$

令 $e_\Psi=\Psi_t-\Psi_f$，那么上式可以继续化简：

$$\begin{aligned}&\cos(r_e\cdot s+\psi_t)\\&=\cos(r_e\cdot s+\psi_f+e_\psi)\\&=\cos(r_e\cdot s+\psi_f)\cos(e_\psi)-\sin(r_e\cdot s+\psi_f)\sin(e_\psi)\\&=\cos(r_e\cdot s+\psi_f)+\cos(r_e\cdot s+\psi_f)(\cos(e_\psi)-1)\\&\quad-\sin(r_e\cdot s+\psi_f)\sin(e_\psi)=\cos(r_e\cdot s+\psi_f)+\xi_1(s)\end{aligned}$$

由于 Ψ_t 会指数收敛到 Ψ_f，所以当 $s\to\infty$ 时，ε_1 也会收敛到 0 。

同理 $\sin(r_e\cdot s+\Psi_t)=\sin(r_e\cdot s+\Psi_f)+\varepsilon_2(s)$，$\varepsilon_2\to 0$ 。

那么惯性坐标系下速度均值表示为：

$$
\begin{aligned}
\bar{\dot{x}} = & \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t ((u_e+u_t)\cos(r_e\cdot s+\psi_t) \\
& -(v_e+v_t)\sin(r_e\cdot s+\psi_t))ds \\
= & \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t (u_e\cos(r_e s+\psi_f)-v_e\sin(r_e s+\psi_f))ds \\
& +\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t (u_t\cos(r_e s+\psi_f)-v_t\sin(r_e s+\psi_f))ds \\
& +\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t (u_e+u_t)\xi_1(s)+(v_e+v_t)\xi_2(s)ds \\
= & \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t (u_e\cos(r_e s+\psi_f)-v_e\sin(r_e s+\psi_f))ds \\
= & \, 0
\end{aligned}
$$

这是这个定理的数学推导，稍微想一想就可以理解当唯一的推进器（左舷）恒定输入时，航行器就会在稳定以后原地转圈，平均速度为 0 ，合速度为 $V_e=\sqrt{u_e^2+v_e^2}$ ，方向角速度为 r_e ，转圈的半径 $R_e=\frac{V_e}{r_e}$ （微分，弧长/弧度）。

控制目标是以一定的平均速度向目标点运动，那么就需要获得**不为零的平均前进速度**，必须打破圆轨迹的对称性，因此**不适合采用恒定输入控制动作**。文章提出以下控制规律：

$$
a_p = a_0 + \Delta a\cdot \mathrm{sign}(\sin(\psi)) \tag{11}
$$

(11) 式的概念是，当航行器朝东（$\sin(\Psi)>0$）与朝西（$\sin(\Psi)<0$）时，控制作用将不同，这打破了圆形轨迹的对称性，如下图所示。

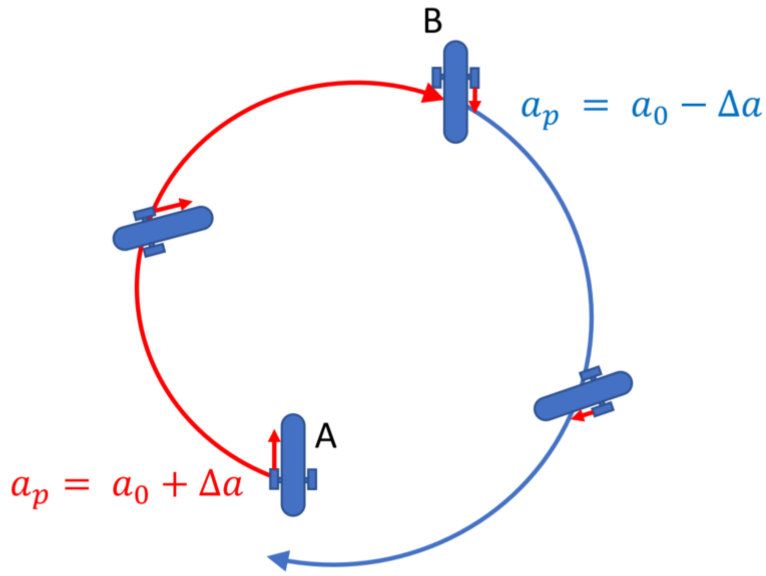

FIGURE 3. Behaviour of control law (11).

所选角度对应的符号取决于所需的运动方向。比如这张图，当航行器朝东（$\sin(\Psi) > 0$）、朝西（$\sin(\Psi) < 0$），那么朝东时转圈半径 R_e 减小，朝西时增大，航行器就会逐渐向南移动。

控制法则的工作原理如下：考虑航行器顺时针转动（方向角速度 $r > 0$），轨迹近似圆形（Δa 较小时），由于 u > 0 和 v < 0，航行器方向指向圆形轨迹的内部。当 $\Psi = 2n\pi$ 时，航行器正好指向北方，这也是航行器的方向角从西向东改变方向的起点（图 3 中的 A 点），沿着图 3 中的红色路径前进。到达 $(2n+1)\pi$ 时，航行器正好指向南方（图 3 的 B 点），控制法则再次切换为，轨迹为蓝色路径。

考虑控制作用 (11) 下的系统 (1) - (6)，则可以选择 a_0 和 Δa，使系统的速度收敛到一个指数稳定的持续振荡极限周期，此外，系统的**平均速度**也指数收敛到一个稳定的固定值：$[\bar{\dot{x}}, \bar{\dot{y}}]^T \to [V_{xf}, V_{yf}]^T$。

接下来对航行器运行一圈的平均速度进行计算，以确定平均速度的方向：

$$\begin{aligned}\bar{\dot{x}} &= \frac{1}{T}\int_0^T (u^*(t)\cos(\psi^*(t)) - v^*(t)\sin(\psi^*(t)))dt \\ &= \frac{1}{T}\int_0^{2\pi}\left(\frac{u^*(\psi)}{r^*(\psi)}\cos(\psi) - \frac{v^*(\psi)}{r^*(\psi)}\sin(\psi)\right)d\psi = V_{xf}\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}\bar{\dot{y}} &= \frac{1}{T}\int_0^T (u^*(t)\sin(\psi^*(t)) + v^*(t)\cos(\psi^*(t)))dt \\ &= \frac{1}{T}\int_0^{2\pi}\left(\frac{u^*(\psi)}{r^*(\psi)}\sin(\psi) + \frac{v^*(\psi)}{r^*(\psi)}\cos(\psi)\right)d\psi = V_{yf}\end{aligned} \tag{21}$$

这里的 T 代表绕一圈所有的时间，角标带 * 表示是稳定值。

文章证明了这一控制方法的指数收敛稳定性，这里省略。

接下来探讨将合速度 $V_e = \sqrt{u_e^2 + v_e^2}$ 分开时的半径：

On the one hand, from (7) and (9) and expanding them up to the second order in a_0 and Δa, we obtain $u_e^{\pm} \approx \frac{1}{|\mathcal{X}_u|} F_p(a_0 \pm \Delta a)$ and $r_e^{\pm} \approx \frac{L}{|\mathcal{N}_r|} F_p(a_0 \pm \Delta a)$. Thus, $\frac{u_e^{\pm}}{r_e^{\pm}} = \frac{|\mathcal{N}_r|}{|\mathcal{X}_u| L}$, which implies that $\frac{u^*(\psi)}{r^*(\psi)}$ is constant (up to this order of approximation) and thus, the integral over a period of $\frac{u^*(\psi)}{r^*(\psi)} \cos(\psi)$ is zero.

On the other hand, from (8), $v_e^{\pm} \approx -\frac{m_u}{|\mathcal{Y}_v|} u_e^{\pm} r_e^{\pm}$, so $\frac{v_e^{\pm}}{r_e^{\pm}} = -\frac{m_u}{|\mathcal{Y}_v|} u_e^{\pm} = -\frac{m_u}{|\mathcal{Y}_v|} u_e \mp \frac{2\mathcal{K} m_u}{|\mathcal{Y}_v \mathcal{X}_u|} a_0 \Delta a$. This implies that $\frac{v^*(\psi)}{r^*(\psi)}$ is a function that converges to two different values at $\psi = 0$ and $\psi = \pi$. Furthermore, the convergence to the steady state is very fast since the linearization of (4) for small enough velocities is $m_u \dot{u} + |\mathcal{X}_u| u = F_p(a_p)$, thus $u^*(t)$ converges exponentially to $u_e^{\pm}$ with rate $\frac{|\mathcal{X}_u|}{m_u}$. Therefore, $u^*(\psi)$ converges exponentially fast to $u_e^{\pm}$ with, at least, the rate $\frac{|\mathcal{X}_u|}{r_{min} m_u}$, which is very large for small enough a_0. The same applies to $r^*(t)$, thus $\frac{u^*(\psi)}{r^*(\psi)}$ could be replaced in the integral by its steady state value $\frac{u_e^{\pm}}{r_e^{\pm}}$:

通过二阶泰勒展开线性化：

$$-m_v \cdot v \cdot r - X_u \cdot u - X_u |u| u = F_p(a_0).$$

$$-X_u \cdot u - \frac{2X_u}{2} \cdot u^2 = F_p(a_0).$$

$$-X_u (u + u^2) \approx -X_u \cdot u = F_p(a_0).$$

上文第一段表示对于**纵摆速度 u，旋转半径在控制输入切换前后是一样的**；而**对于横摆速度 v，旋转半径会改变**。当控制输入 F_p 增大时，旋转半径减小，F_p 减小时，旋转半径增大。

那么旋转一周的平均速度可以表示为：

$$
\begin{aligned}
\bar{\dot{x}} &= \frac{1}{T}\int_0^T (u^*(t)\cos(\psi^*(t)) - v^*(t)\sin(\psi^*(t)))dt \\
&= \frac{1}{T}\int_0^{2\pi} \left(\frac{u^*(\psi)}{r^*(\psi)}\cos(\psi) - \frac{v^*(\psi)}{r^*(\psi)}\sin(\psi)\right) d\psi = V_{xf}
\end{aligned}
\tag{20}
$$

$$
\begin{aligned}
\bar{\dot{x}} &\approx \frac{1}{T}\int_0^{2\pi} \frac{v^*(\psi)}{r^*(\psi)}\sin(\psi)d\psi \\
&\approx \frac{1}{T}\int_0^{\pi} \frac{v_e^+}{r_e^+}\sin(\psi)d\psi + \frac{1}{T}\int_{\pi}^{2\pi} \frac{v_e^-}{r_e^-}\sin(\psi)d\psi \\
&= \frac{2}{T}\left(\frac{v_e^+}{r_e^+} - \frac{v_e^-}{r_e^-}\right) \approx -\frac{8\mathcal{K}m_u}{T|\mathcal{Y}_v\mathcal{X}_u|}a_0\Delta a \neq 0
\end{aligned}
$$

至于如何控制航行器向对应的方向以平均速度行驶，设计也很简单。上述方法只说明了可以通过（11）式的控制方法来达到转圈前进的效果，但无法控制前进的方向：

$$
a_p = a_0 + \Delta a \cdot \mathrm{sign}(\sin(\psi)) \tag{11}
$$

那么只需要计算出出（11）式能够使航行器的平均偏航角达到多少，再进行加减即可：

$$
a_p = a_0 + \Delta a \cdot \mathrm{sign}(\sin(\psi + \Delta\psi - \psi_r)) \tag{22}
$$

where $\Delta\psi$ is the direction of the average velocity when (11) is applied, i.e. $\Delta\psi = atan2(V_{yf}, V_{xf})$.

POSITION CONTROL 外环

一旦可以控制航行器的平均速度，就必须定义一个控制法则，使航行器到达所需的参考位置 $X_r = [x_r, y_r]^T$ 附近。从航行器位置 $X = [x, y]^T$ 到目标点 X_r 的矢量方向用作平均前进速度方向的参考。

$$
\psi_r(x, y) = atan2(y_r - y, x_r - x) \tag{23}
$$

$$
a_p = a_0 + \Delta a \cdot \mathrm{sign}(\sin(\psi + \Delta\psi - \psi_r(x, y))) \tag{24}
$$