### Лабораторна робота №1

### Метод поділу навпіл (дихотомії)

Розглянемо функцію *F*, яку потрібно мінімізувати на інтервалі *[a1, b1].* Припустимо, що *F* строго випукла. Очевидно, що найменше число обчислень значень функції, які необхідні для скорочення інтервалу невизначеності, дорівнює двом. Однією із стратегій є вибір цих двох точок симетрично на відстані 𝛿> 0 від середини інтервалу. Тут число *𝛿* настільки мало, щоб довжина нового інтервалу невизначеності *𝛿 + (b1-a1) / 2* була досить близькою до теоретичного значенням *(b1-a1) / 2*, та в той же час таке, щоб значення функції в цих двох точках були відмінні.

***Алгоритм дихотомічного пошуку.***

Алгоритм дихотомічного методу для мінімізації строго випуклої функції на інтервалі [a1, b1].

**Початковий етап.** Вибрати константу розрізнення *𝛿*> 0 і допустиму кінцеву довжину інтервалу невизначеності 𝜀> 0. Нехай *[a1, b1]* – початковий інтервал невизначеності. Покласти *k* = 1 і перейти до основного етапу.

**Основний етап.** Крок 1. Якщо *bk-ak <𝜀*, то зупинитися; точка мінімуму належить інтервалу [ak, bk].

В іншому випадку обчислити

*pk = (ak + bk) / 2 – 𝛿*

*qk = (ak + bk) / 2 + 𝛿*

та перейти до кроку 2.

Крок 2. Якщо *F (pk) <F (qk)*, покласти

*a k + 1 = ak* та  *b k + 1 = qk.*

В іншому випадку покласти

*a k + 1 = pk* та  *b k + 1 =bk.*

Якщо *k* *< = K з*амінити *k* на *k + 1* і перейти до Кроку 1.

Інакше зупинитися.

**Метод золотого перетину**

Очевидно, що більш ефективні схеми відповідають меншим значенням коефіцієнта стиснення. У дихотомічному пошуку значення коефіцієнта приблизно дорівнює 0.5 k / 2. Метод золотого перетину є більш ефективним, для нього значення коефіцієнта стиснення одно 0.618 k-1 .

Розглянемо таке симетричне розташування точок *x1* та *x2* на відрізку [a, b], при якому одна з них стає пробної точкою і на новому відрізку, отриманому після виключення частини вихідного відрізка. Використання таких точок дозволяє, крім першої, обмежитися визначенням тільки одного значення *f (x)*, так як інше значення вже знайдено на одній з попередніх ітерацій. Для визначення точок *x1* та *х2* розглянемо спочатку відрізок *[0,1]* і для визначеності покладемо, що при зменшенні виключається права частина цього відрізка. Нехай *х2 = q*, тоді симетрично розташована точка *x1 = 1-q*. Пробна точка *х1* відрізка [0,1] перейде в пробну точку *х1\*= 1-q* нового відрізка [1, q]. Щоб точки *x2 = q і x2 = 1-q* ділили відрізки *[0,1] і [0, q]* в одному і тому ж відношенні.

***Алгоритм методу золотого перетину.***

Алгоритм методу золотого перетину для мінімізації строго випуклої функції на інтервалі *[a1,b1].*  
**Початковий етап.** Вибрати допустиму кінцеву довжину інтервалу невизначеності 𝜀> 0. Нехай [a1, b1]- початковий інтервал невизначеності. Покласти *p1 = a1 + (1–0.618) (b1–a1)* та *q1 = a1 + 0.618 (b1-a1*). Обчислити *F (p1)* та *F (q1),* покласти *k* = 1 і перейти до основного етапу.  
**Основний етап.** Крок 1. Якщо *bk–ak <𝜀,* то зупинитися; точка мінімуму належить інтервалу *[ak, bk].*

В іншому якщо *F (pk)> F (qk),* то перейти до кроку 2,

а якщо *F (pk) <= F (qk),* то до кроку 3.

Крок 2. Покласти

*a k + 1 = pk,*

*b k + 1 = bk,*

*p k + 1 = qk,*

*q k + 1 = a k + 1 +0.618 (b k + 1–a k + 1).*

Обчислити F(*qk+1*) та перейти до кроку 4.  
Крок 3. Покласти

*a k + 1 = ak,*

*b k + 1 = qk,*

*q k + 1 = pk,*

*p k + 1 = a k + 1 +0.382 (b k + 1–a k + 1).*

Обчислити *F (pk + 1)* і перейти до кроку 4.

Крок 4. Якщо *k* *<= K з*амінити *k* на *k + 1* і перейти до Кроку 1.

Інакше зупинитися.

**Варіанти завдання**

***F1 (X) = (x- N) 2***

***F2 (X) = (x- N) 2 - N \* x***

***F3 (X) = (x- N) 2 + N \* x 2***

**Xmin = -N Xmax = 2\*N – заданий інтервал.**

**N- номер за списком**

**𝜀 = 0.001**

***𝛿 = 0.0001 kmax=20 – максимальна кількість ітерацій***

**Завдання**:

Провести порівняльне дослідження рішення методом дихотомії і золотого перетину.

1. Побудувати відображення функцій F1,2,3 на заданому інтервалі на одному графіку.
2. Визначити аналітично *F\*opt* та *x\*opt для F1,2,3 (x).*
3. Побудувати таблиці розрахунків (Табл. 1) для двох методів для кожної функції та на одному графіку для 2-х методів для кожної функції

*F1,2,3 (x*) відобразити графіки *xmin (k)* (*від номера ітерації – k*).

Табл.1.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Метод дихотомії* | | *Метод золотого перетину* | |
| *k* | *F1,2,3* | | *F1,2,3* | |
| *1* | *xmin (k)* | *F1(xmin(k))* | *xmin (k)* | *F2(*xmin*(k))* |
| *2* |  |  |  |  |
| *...* |  |  |  |  |

1. Побудувати таблиці (Табл. 2) розрахунків для двох методів.

*Z1,2,3 (k) = | F1,2,3 opt (k) –F\*1,2,3opt |* від *k* - номери ітерації.

Табл.2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Метод дихотомії* | *Метод золотого перетину* | *Метод дихотомії* | *Метод золотого перетину* | *Метод дихотомії* | *Метод золотого перетину* |
| *k* | *Z1 (k)* | *Z*1 *(k)* | *Z2 (k)* | *Z2 (k)* | *Z*3 *(k)* | *Z3 (k)* |
| *1* |  |  |  |  |  |  |
| *2* |  |  |  |  |  |  |
| *...* |  |  |  |  |  |  |

**Додаток\* Код програми.**